정답과 풀이

4주 전

학교시험에 꼭 나오는 교과서 문제

● 1일차 본문 10~13쪽

01-1 ⑤	01-2 ④	01-3 ⑤	01-4 ④
02-1 ③	02-2 ③	03-1 ⑤	03-2 ①
04-1 ④	04-2 ②	05-1 ②	05-2 ④
06-1 ②	06-2 ⑤		

01-1 $(2x^2+3)+(x^2-2x)$
$=2x^2+3+x^2-2x$
$=(2x^2+x^2)-2x+3$
$=3x^2-2x+3$

Lecture 다항식의 덧셈과 뺄셈
(i) 괄호가 있는 경우 괄호부터 풀기
(ii) 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리하기
(iii) 동류항끼리 모아서 간단히 정리하기

01-2 $(3x^2-2x+1)+(x^2+x-2)$
$=3x^2-2x+1+x^2+x-2$
$=(3x^2+x^2)+(-2x+x)+(1-2)$
$=4x^2-x-1$

01-3 $A-B$
$=(2x^2-x+1)-(x^2+3x+3)$
$=2x^2-x+1-x^2-3x-3$
$=(2x^2-x^2)+(-x-3x)+(1-3)$
$=x^2-4x-2$

오답 피하기
빼는 식의 각 항의 부호에 주의한다.
➡ $A-(B+C)=A-B-C$

01-4 $A+2B=(x^2-2x-1)+2(x^2-4)$
$=x^2-2x-1+2x^2-8$
$=(x^2+2x^2)-2x+(-1-8)$
$=3x^2-2x-9$

02-1 $(x^2-1)(2x+1)=2x^3+x^2-2x-1$

02-2 $(x-3)(x^2-4)=x^3-4x-3x^2+12$
$=x^3-3x^2-4x+12$

03-1 $(x+2y)(3x-y)$를 전개하면 xy항은
$-xy+6xy=5xy$
따라서 주어진 식의 전개식에서 xy의 계수는 5이다.

오답 피하기
전개식에서 특정한 항의 계수를 구할 때는 주어진 식을 모두 전개하지 않고 분배법칙을 이용하여 구하고자 하는 항이 나오는 항들만 전개하여 계수를 구한다.

03-2 $(x^2-4x+1)(2x^2+3)$을 전개하면 x^2항은
$x^2\cdot3+1\cdot2x^2=5x^2$
따라서 주어진 식의 전개식에서 x^2의 계수는 5이다.

쌍둥이 문제
다항식 $(3x^2+2x+1)(x^2-2x+3)$의 전개식에서 x^3의 계수를 구하시오.

[풀이]
$(3x^2+2x+1)(x^2-2x+3)$을 전개하면 x^3항은
$3x^2\cdot(-2x)+2x\cdot x^2=-4x^3$
따라서 주어진 식의 전개식에서 x^3의 계수는 -4이다.

답 -4

04-1 $(2x+1)(4x^2-2x+1)$
$=(2x+1)\{(2x)^2-2x\cdot1+1^2\}$
$=(2x)^3+1^3$
$=8x^3+1$

04-2 $(x-2)(x+2)(x^2+4)$
$=(x^2-4)(x^2+4)$
$=x^4-16$

05-1 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=4^2-2\cdot(-1)$
$=18$

Lecture 곱셈 공식의 변형
(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

05-2 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=(-5)^2+2\cdot(-3)$
$=19$

06-1

$$\begin{array}{r|rrr} -\frac{1}{3} & 6 & 5 & 2 \\ & & -2 & -1 \\ \hline & 6 & 3 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore 6x^2+5x+2=\left(x+\frac{1}{3}\right)(6x+3)+1$
$=\left(x+\frac{1}{3}\right)\cdot 3(2x+1)+1$
$=(3x+1)(2x+1)+1$
$\therefore$ 몫: $2x+1$, 나머지: 1

오답 피하기

$6x+3$은 $6x^2+5x+2$를 $x+\frac{1}{3}$로 나누었을 때의 몫이다.

다른 풀이

$$\begin{array}{r|l} & 2x\ +1 \\ \hline 3x+1 & 6x^2+5x+2 \\ & 6x^2+2x \\ \hline & \quad\ \ 3x+2 \\ & \quad\ \ 3x+1 \\ \hline & \qquad\ \ 1 \end{array}$$

$\therefore$ 몫: $2x+1$, 나머지: 1

06-2

$$\begin{array}{r|l} & x\ +3 \\ \hline 2x-1 & 2x^2+5x+3 \\ & 2x^2-\ x \\ \hline & \quad\ \ 6x+3 \\ & \quad\ \ 6x-3 \\ \hline & \qquad\ \ 6 \end{array}$$

$\therefore$ 몫: $x+3$, 나머지: 6

● 2일차 본문 14~17쪽

01-1 $a=2, b=-5$		01-2 ②	01-3 ③
01-4 ②	02-1 ③	02-2 ③	
02-3 -2	02-4 ②	03-1 ③	03-2 ③
03-3 ①	03-4 ④	04-1 ⑤	04-2 ③
04-3 ③	04-4 ④		

01-1 $ax+b=2x-5$가 x에 대한 항등식이므로
$a=2, b=-5$

01-2 $(a-2)x+b+3=0$이 x에 대한 항등식이므로
$a-2=0, b+3=0$
따라서 $a=2, b=-3$이므로
$a+b=2+(-3)=-1$

01-3 $ax^2+2x+2=x^2+bx+c$가 x에 대한 항등식이므로
$a=1, b=2, c=2$
$\therefore a+b+c=1+2+2=5$

01-4 $ax^2+bx+c-1=2x^2+x+1$이 x에 대한 항등식이므로
$a=2, b=1, c-1=1$
따라서 $a=2, b=1, c=2$이므로
$abc=2\cdot1\cdot2=4$

02-1 주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면
$4x-3=(a+b)x-a$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로
$4=a+b$, $-3=-a$
이를 연립하여 풀면 $a=3$, $b=1$
$\therefore a^2+b^2=3^2+1^2=10$

Lecture **등식 $f(x)$가 x에 대한 항등식임을 나타내는 표현**
① 모든 실수 x에 대하여 성립하는 등식 $f(x)$
② x의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식 $f(x)$
③ 임의의 실수 x에 대하여 성립하는 등식 $f(x)$
④ 어떤 실수 x에 대하여도 항상 성립하는 등식 $f(x)$

02-2 주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면
$2x^2+ax+b=2x^2+5x-3$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로
$a=5$, $b=-3$
$\therefore a+b=5+(-3)=2$

02-3 $2x^2-7x+4=ax(x-1)+b(x-1)(x-2)$
$+cx(x-2)$
가 x에 대한 항등식이므로
양변에 $x=2$를 대입하면 $-2=2a$ $\quad\therefore a=-1$
양변에 $x=0$을 대입하면 $4=2b$ $\quad\therefore b=2$
양변에 $x=1$을 대입하면 $-1=-c$ $\quad\therefore c=1$
$\therefore a-b+c=-1-2+1=-2$

02-4 $x^2-2x+3=a(x-2)(x-1)+b(x-1)+c$가
x에 대한 항등식이므로
양변에 $x=0$을 대입하면 $3=2a-b+c$
양변에 $x=1$을 대입하면 $2=c$
양변에 $x=2$를 대입하면 $3=b+c$
이를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=1$, $c=2$
$\therefore a+b+c=1+1+2=4$

03-1 $f(x)=2x^2-x+4$라 하면 나머지정리에 의하여
$f(1)=2-1+4=5$

03-2 $f(x)=-2x^2+6x+1$이라 하면 나머지정리에 의하여
$f(2)=-8+12+1=5$

03-3 $f(x)=x^3+5x^2-2x+8$이라 하면 나머지정리에 의하여
$f(1)=1+5-2+8=12$

03-4 $f(x)=x^3+4x^2-3x+1$이라 하면 나머지정리에 의하여
$f(-1)=-1+4+3+1=7$

04-1 $f(x)=10x^4+ax^2+2x-15$라 하면 인수정리에 의하여
$f(-1)=10+a-2-15=0$
$\therefore a=7$

04-2 $f(x)=x^3+ax^2-x+2$라 하면 인수정리에 의하여
$f(1)=1+a-1+2=0$
$\therefore a=-2$
따라서 $f(x)=x^3-2x^2-x+2$이므로 나머지정리에 의하여
$f(-1)=-1-2+1+2=0$

04-3 $f(x)=x^3+ax^2-2bx-4$라 하면 인수정리에 의하여
$f(1)=1+a-2b-4=0$
$\therefore a-2b=3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
또 나머지정리에 의하여
$f(2)=8+4a-4b-4=8$
$\therefore a-b=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-2$
$\therefore a+b=-1+(-2)=-3$

04-4 $f(x)=x^3+3ax^2-bx-2$라 하면 인수정리에 의하여

$f(1)=1+3a-b-2=0$

$\therefore 3a-b=1$ ⋯⋯ ㉠

또 나머지정리에 의하여

$f(-1)=-1+3a+b-2=2$

$\therefore 3a+b=5$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1, b=2$

3일차

본문 18~21쪽

01-1 ⑤	01-2 ④	01-3 ⑤	01-4 ⑤
02-1 ③	02-2 ⑤	03-1 ②	03-2 ③
04-1 ③	04-2 ④	05-1 ④	05-2 ②
06-1 ②	06-2 ①		

01-1 $x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$

01-2 $x^2-9y^2=x^2-(3y)^2=(x+3y)(x-3y)$

01-3 $x^2y+2xy+y=y(x^2+2x+1)$

$=y(x^2+2\cdot x\cdot 1+1^2)$

$=y(x+1)^2$

01-4 $x^2y+2xy-3y=y(x^2+2x-3)$

$=y(x+3)(x-1)$

02-1 x^3+3x+4가 $x+1$로 나누어떨어지므로 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & 3 & 4 \\ & & -1 & 1 & -4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore x^3+3x+4=(x+1)(x^2-x+4)$

따라서 $a=-1, b=4$이므로 $a+b=3$

다른 풀이

$x^3+3x+4=(x+1)(x^2+ax+b)$이므로 우변을 전개하면

$x^3+3x+4=x^3+(a+1)x^2+(a+b)x+b$

이 식은 x에 대한 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면

$a+1=0, a+b=3, b=4$

따라서 $a=-1, b=4$이므로 $a+b=3$

02-2 $f(x)=x^3-6x+4$라 하면 $f(2)=0$이므로 $f(x)$는 $x-2$를 인수로 갖는다.

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -6 & 4 \\ & & 2 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & 2 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore x^3-6x+4=(x-2)(x^2+2x-2)$

03-1 ① 0은 복소수이다.

③ $2-\sqrt{5}i=2+(-\sqrt{5})i$이므로 실수부분은 2, 허수부분은 $-\sqrt{5}$이다.

④ $-3i=0+(-3)i$이므로 실수부분은 0, 허수부분은 -3이다.

⑤ a가 실수라는 조건이 없으므로 a가 허수일 수도 있다. 예를 들어 $a=i, b=0$이면 $a+bi=i$는 순허수이다.

03-2 ③ $\sqrt{-2}=\sqrt{2}i$이므로 허수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

04-1 $\overline{1-2i}=1+2i$

04-2 $\bar{z}=\overline{3+4i}=3-4i$

05-1 ① $(2-2i)+(1+4i)=(2+1)+(-2+4)i$
$=3+2i$
② $(-3+2i)-(2-2i)=-3+2i-2+2i$
$=(-3-2)+(2+2)i$
$=-5+4i$
③ $(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)=1^2-(\sqrt{3}i)^2$
$=1-3i^2$
$=1+3=4$
④ $(2+i)(2-3i)=4-6i+2i-3i^2$
$=4-6i+2i+3$
$=(4+3)+(-6+2)i$
$=7-4i$
⑤ $\dfrac{3+i}{2+i}=\dfrac{(3+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$
$=\dfrac{6-3i+2i-i^2}{2^2-i^2}$
$=\dfrac{6-3i+2i+1}{4+1}$
$=\dfrac{7}{5}-\dfrac{1}{5}i$

Lecture **분모가 허수인 분수**
분모가 허수일 때, 분모와 분자에 각각 분모의 켤레복소수를 곱하여 분모를 실수화한다.
⇨ $\dfrac{1}{a+bi}=\dfrac{a-bi}{(a+bi)(a-bi)}$
$=\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}$ (a, b는 실수)

05-2 $(2+3i)(5-2i)=10-4i+15i-6i^2$
$=10-4i+15i+6$
$=(10+6)+(-4+15)i$
$=16+11i$

06-1 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$x-2=-1$, $y+1=2$
즉 $x=1$, $y=1$이므로 $x+y=2$

06-2 $(3+i)+(2-4i)=x+yi$에서
$5-3i=x+yi$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $x=5$, $y=-3$
이므로 $x+y=2$

● **4일차** 본문 22~25쪽

01-1 ③	01-2 ⑤	01-3 ②	01-4 ③
02-1 ①	02-2 ④	02-3 ⑤	02-4 4
03-1 ②	03-2 ②	04-1 ③	04-2 ②
05-1 ②	05-2 ①	05-3 ⑤	05-4 ③

01-1 이차방정식의 판별식을 D라 하면
① $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-2)=33>0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② $\dfrac{D}{4}=(-\sqrt{6})^2-2\cdot3=0$
이므로 중근을 갖는다.
③ $D=5^2-4\cdot2\cdot6=-23<0$
이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.
④ $D=5^2-4\cdot3\cdot1=13>0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
⑤ $\dfrac{D}{4}=(-3)^2-9\cdot1=0$
이므로 중근을 갖는다.
따라서 실근을 갖지 않는 것은 ③이다.

Lecture **일차항의 계수가 짝수인 이차방정식의 근의 판별**
이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$에서 $D=4(b'^2-ac)$이므로 $\dfrac{D}{4}=b'^2-ac$를 이용하여 근을 판별할 수도 있다.

01-2 이차방정식의 판별식을 D라 하면
① $D=0^2-4\cdot1\cdot3=-12<0$
이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.
② $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-4)=17>0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
③ $\dfrac{D}{4}=1^2-1\cdot(-1)=2>0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
④ $\dfrac{D}{4}=3^2-3\cdot1=6>0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
⑤ $\dfrac{D}{4}=2^2-4\cdot1=0$
이므로 중근을 갖는다.
따라서 중근을 갖는 것은 ⑤이다.

01-3 $x^2+4x+2(k+1)=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-1\cdot2(k+1)=-2k+2$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $\frac{D}{4}>0$이어야 하므로

$-2k+2>0 \qquad \therefore k<1$

01-4 $x^2+(2k-1)x+k^2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(2k-1)^2-4\cdot1\cdot k^2=-4k+1$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-4k+1>0 \qquad \therefore k<\frac{1}{4}$

따라서 정수 k의 최댓값은 0이다.

02-1 이차방정식 $x^2-x+2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=2$

$\therefore \frac{2}{\alpha}+\frac{2}{\beta}=\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=\frac{2\cdot1}{2}=1$

02-2 이차방정식 $x^2+5x+3=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=3$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-5)^2-2\cdot3=19$

쌍둥이 문제

이차방정식 $x^2-3x-1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^3+\beta^3$의 값을 구하시오.

[풀이]

이차방정식 $x^2-3x-1=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-1$

$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=3^3-3\cdot(-1)\cdot3=36$

답 36

02-3 이차방정식 $x^2-5x+k=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=k$

$\therefore \frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$=\frac{5^2-2\cdot k}{k}=\frac{25-2k}{k}$

이때 $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=3$이므로

$\frac{25-2k}{k}=3$, $25-2k=3k \qquad \therefore k=5$

02-4 이차방정식 $x^2+3x+k=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-3$, $\alpha\beta=k$

$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=(-3)^3-3\cdot k\cdot(-3)$

$=9k-27$

이때 $\alpha^3+\beta^3=9$이므로

$9k-27=9 \qquad \therefore k=4$

03-1 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 -2, 1이므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 실근이 -2, 1이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-2+1=-a$, $-2\cdot1=b$

따라서 $a=1$, $b=-2$이므로

$a+b=1+(-2)=-1$

Lecture **이차함수의 그래프와 이차방정식의 실근 사이의 관계**

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축의 교점의 좌표가 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$이다.

$\Longleftrightarrow$ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해는 $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$이다.

03-2 이차함수 $y=x^2-ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 -1, 3이므로 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 실근이 -1, 3이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-1+3=a,\ -1\cdot3=b$
따라서 $a=2,\ b=-3$이므로
$a-b=2-(-3)=5$

다른 풀이

두 근이 -1, 3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+1)(x-3)=0$, 즉 $x^2-2x-3=0$
이 방정식이 $x^2-ax+b=0$과 같으므로
$a=2,\ b=-3$
$\therefore a-b=2-(-3)=5$

04-1 이차방정식의 판별식을 D라 하면
① $D=0^2-4\cdot1\cdot(-1)=4>0$
이므로 서로 다른 두 점에서 만난다.
② $\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(-3)=4>0$
이므로 서로 다른 두 점에서 만난다.
③ $\frac{D}{4}=2^2-1\cdot5=-1<0$
이므로 만나지 않는다.
④ $\frac{D}{4}=3^2-(-1)\cdot(-9)=0$
이므로 한 점에서 만난다.
⑤ $D=1^2-4\cdot(-2)\cdot2=17>0$
이므로 서로 다른 두 점에서 만난다.
따라서 x축과 만나지 않는 것은 ③이다.

04-2 이차함수 $y=-x^2+5x+k$의 그래프가 x축과 만나지 않으려면 이차방정식 $-x^2+5x+k=0$의 판별식을 D라 할 때, $D<0$이어야 하므로
$D=5^2-4\cdot(-1)\cdot k<0 \qquad \therefore k<-\frac{25}{4}$

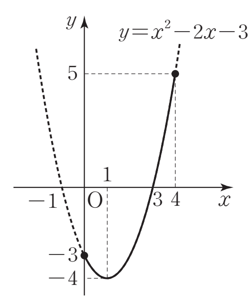
05-1 이차함수 $y=x^2+2ax+b$가 $x=-2$에서 최솟값 -8을 가지므로
$y=(x+2)^2-8=x^2+4x-4$
따라서 $2a=4,\ b=-4$이므로
$a=2,\ b=-4$
$\therefore a+b=2+(-4)=-2$

Lecture 실수 전체에서 정의된 이차함수의 최대·최소

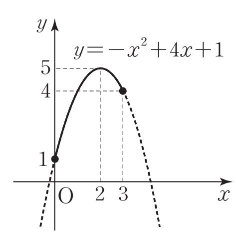
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서
(1) $a>0$이면 $x=p$에서 최솟값 q를 갖고, 최댓값은 없다.
(2) $a<0$이면 $x=p$에서 최댓값 q를 갖고, 최솟값은 없다.

05-2 이차함수 $y=x^2+4x+a$가 $x=b$에서 최솟값 2를 가지므로
$y=(x-b)^2+2=x^2-2bx+b^2+2$
따라서 $4=-2b,\ a=b^2+2$이므로
$a=6,\ b=-2$
$\therefore ab=6\cdot(-2)=-12$

05-3 $y=x^2-2x-3$
$=(x-1)^2-4$
이므로 $0\le x\le4$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 주어진 함수는 $x=4$에서 최댓값 5를 갖는다.



05-4 $y=-x^2+4x+1$
$=-(x-2)^2+5$
이므로 $0\le x\le3$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 꼭짓점의 x좌표 2가 $0\le x\le3$에 포함되므로 $x=2$에서 최댓값 5, $x=0$에서 최솟값 1을 갖는다.
따라서 $a=5,\ b=1$이므로
$2a-b=2\cdot5-1=9$

● 5일차

본문 26~29쪽

01-1 ③	01-2 $x=-1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$		
01-3 ④	01-4 ③		
02-1 ④	02-2 ③	02-3 ③	02-4 ①
03-1 ③	03-2 ①	03-3 ③	
03-4 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$		04-1 ⑤	04-2 ③

01-1 $f(x)=x^3-2x^2-x+2$라 하면 $f(1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ & & 1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-x-2)$

$\quad=(x-1)(x+1)(x-2)$

즉 주어진 방정식은

$(x-1)(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 $\alpha=2$, $\beta=-1$이므로 $\alpha-\beta=3$

> **Lecture** 인수정리
>
> 다항식 $f(x)$에 대하여 $f(\alpha)=0$이면 $f(x)$는 일차식 $x-\alpha$로 나누어떨어진다.

01-2 $f(x)=x^3-x^2-3x-1$이라 하면 $f(-1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ & & -1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-2x-1)$

따라서 주어진 방정식은

$(x+1)(x^2-2x-1)=0$

$\therefore x+1=0$ 또는 $x^2-2x-1=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

01-3 $x^3-8=x^3-2^3=0$에서

$(x-2)(x^2+2x+4)=0$

$\therefore x-2=0$ 또는 $x^2+2x+4=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

따라서 $a=2$, $b=-1$, $c=3$이므로

$a+b+c=4$

01-4 $x^3-1=x^3-1^3=0$에서

$(x-1)(x^2+x+1)=0$

$\therefore x-1=0$ 또는 $x^2+x+1=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

따라서 $a=1$, $b=-1$, $c=3$이므로

$a+b+c=3$

02-1 $x^4-4x^2=0$에서 $x^2(x^2-4)=0$

$x^2(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=2$

02-2 $x^4-25=0$에서

$(x^2+5)(x^2-5)=0$

$(x^2+5)(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})=0$

$\therefore x=-\sqrt{5}i$ 또는 $x=\sqrt{5}i$ 또는 $x=-\sqrt{5}$ 또는 $x=\sqrt{5}$

02-3 $x^2-4x=X$라 하면 주어진 방정식은

$X^2+9X+18=0$

$(X+3)(X+6)=0$

$(x^2-4x+3)(x^2-4x+6)=0$

$(x-1)(x-3)(x^2-4x+6)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$ 또는 $x=2\pm\sqrt{2}i$

따라서 구하는 모든 실근의 합은 $1+3=4$

02-4 $x^2+3x=X$라 하면 주어진 방정식은

$X(X+2)=48$, $X^2+2X-48=0$

$(X-6)(X+8)=0$

$\therefore (x^2+3x-6)(x^2+3x+8)=0$

(ⅰ) $x^2+3x-6=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$D_1=3^2-4\cdot1\cdot(-6)=33>0$

이므로 이 방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(ⅱ) $x^2+3x+8=0$의 판별식을 D_2라 하면

$D_2=3^2-4\cdot1\cdot8=-23<0$

이므로 이 방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 한 허근 ω는 방정식 $x^2+3x+8=0$의 근이므로

$\omega^2+3\omega+8=0 \qquad \therefore \omega^2+3\omega=-8$

03-1 $\begin{cases} 2x+3y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=-\frac{2}{3}x \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+\left(-\frac{2}{3}x\right)^2=13$

$\frac{13}{9}x^2=13,\ x^2=9$

$\therefore x=\pm3$

(ⅰ) $x=-3$을 ㉢에 대입하면 $y=2$

(ⅱ) $x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=-2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

따라서 xy의 값은 -6이다.

03-2 $\begin{cases} x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-1 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(x-1)^2=13$

$x^2-x-6=0,\ (x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

(ⅰ) $x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=-3$

(ⅱ) $x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

따라서 xy의 값은 6이다.

03-3 $\begin{cases} x-y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=26 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-4 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(x-4)^2=26$

$x^2-4x-5=0,\ (x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

(ⅰ) $x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=-5$

(ⅱ) $x=5$를 ㉢에 대입하면 $y=1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$

따라서 $\alpha\beta$의 값은 5이다.

03-4 $\begin{cases} x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+2xy-y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-2 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2+2x(x-2)-(x-2)^2=4,\ x^2-4=0$

$(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

(ⅰ) $x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=-4$

(ⅱ) $x=2$를 ㉢에 대입하면 $y=0$

(ⅰ), (ⅱ)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$

04-1 $\begin{cases} (x+y)(x-y)=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+2y^2=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=-y$ 또는 $x=y$

(ⅰ) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$(-y)^2-(-y)\cdot y+2y^2=8$

$y^2=2 \qquad \therefore y=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=\pm\sqrt{2},\ y=\mp\sqrt{2}$ (복호동순)

(ⅱ) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2-y\cdot y+2y^2=8$

$y^2=4 \qquad \therefore y=\pm2$

$\therefore x=\pm2,\ y=\pm2$ (복호동순)

(ⅰ), (ⅱ)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는

$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$

따라서 주어진 연립방정식의 해가 아닌 것은 ⑤이다.

04-2 $\begin{cases} x^2-2xy-3y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-3y)=0$

$\therefore x=-y$ 또는 $x=3y$

(ⅰ) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$(-y)^2+y^2=10$

$y^2=5 \qquad \therefore y=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=\pm\sqrt{5},\ y=\mp\sqrt{5}$ (복호동순)

(ⅱ) $x=3y$를 ㉡에 대입하면

$(3y)^2+y^2=10$

$y^2=1 \qquad \therefore y=\pm 1$

$\therefore x=\pm 3,\ y=\pm 1$ (복호동순)

(ⅰ), (ⅱ)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는

$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

따라서 주어진 연립방정식의 해가 아닌 것은 ③이다.

3주 전

학교시험에 자주 나오는 대표 기출 20

● 1일차 본문 32~35쪽

01-1 ①	01-2 ③	01-3 ④	01-4 ②
02-1 ①	02-2 ⑤	02-3 -40	02-4 ④
03-1 ④	03-2 ⑤	03-3 ④	03-4 ④
04-1 ⑤	04-2 ②	04-3 ③	04-4 ①

대표 기출 01 다항식의 덧셈과 뺄셈

꼭 알고 있을 개념

(1) $2(ax^2+bx+c)=2ax^2+2bx+2c$

(2) $(x^2+2x-5)+(3x^2-x+4)$
$=(1+3)x^2+(2-1)x+(-5+4)$
$=4x^2+x-1$

01-1 $A+B=(2x^2-5x+1)+(-x^2+3x-2)$
$=2x^2-5x+1-x^2+3x-2$
$=(2-1)x^2+(-5+3)x+(1-2)$
$=x^2-2x-1$

따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=-1$이므로
$a+b+c=1+(-2)+(-1)=-2$

Lecture 다항식의 덧셈과 뺄셈

(i) 괄호가 있는 경우 괄호부터 풀기
(ii) 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리하기
(iii) 동류항끼리 모아서 간단히 정리하기

01-2 $-A+2B$
$=-(3x^3-x^2+x-2)+2(2x^3+x^2-1)$
$=-3x^3+x^2-x+2+4x^3+2x^2-2$
$=(-3+4)x^3+(1+2)x^2-x+(2-2)$
$=x^3+3x^2-x$

01-3 $A-2B=(5x^2-3x+2)-2(2x^2+x-1)$
$=5x^2-3x+2-4x^2-2x+2$
$=(5-4)x^2+(-3-2)x+(2+2)$
$=x^2-5x+4$

01-4 $A-(B-A)$
$=A-B+A=2A-B$
$=2(x^2+xy-3y^2)-(2x^2-xy+4y^2)$
$=2x^2+2xy-6y^2-2x^2+xy-4y^2$
$=(2-2)x^2+(2+1)xy+(-6-4)y^2$
$=3xy-10y^2$

대표 기출 02 전개식의 특정항의 계수

꼭 알고 있을 개념

(1) 분배법칙
$(x+2)(y+3)=x(y+3)+2(y+3)$
$=xy+3x+2y+6$

(2) 지수법칙
$x^2\cdot x^3=x^{2+3}=x^5$

02-1 $(2x+3)(x^2-5x-7)$을 전개하면 x^2항은
$2x\cdot(-5x)+3\cdot x^2=-7x^2$
따라서 x^2의 계수는 -7이다.

다른 풀이

주어진 식을 전개하면
$(2x+3)(x^2-5x-7)$
$=2x(x^2-5x-7)+3(x^2-5x-7)$
$=2x^3-10x^2-14x+3x^2-15x-21$
$=2x^3-7x^2-29x-21$
따라서 x^2의 계수는 -7이다.

02-2 $(3x^2-2x+1)(x^2+4x+3)$을 전개하면 x^3항은
$3x^2\cdot 4x+(-2x)\cdot x^2=12x^3-2x^3=10x^3$
따라서 x^3의 계수는 10이다.

쌍둥이 문제

$(x+3y+5)(3x-2y+4)$의 전개식에서 xy의 계수는?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

[풀이]
$(x+3y+5)(3x-2y+4)$를 전개하면 xy항은
$x\cdot(-2y)+3y\cdot 3x=-2xy+9xy=7xy$
따라서 xy의 계수는 7이다.

답 ④

02-3 $(5x^2+3x+1)(2x-6)$을 전개하면

x^2항은

$5x^2\cdot(-6)+3x\cdot 2x=-30x^2+6x^2=-24x^2$

x항은

$3x\cdot(-6)+1\cdot 2x=-18x+2x=-16x$

따라서 $a=-24$, $b=-16$이므로

$a+b=-24+(-16)=-40$

02-4 $(2x^2+3x-2)(x^2-1)$을 전개하면

x^3항은 $3x\cdot x^2=3x^3$

x^2항은

$2x^2\cdot(-1)+(-2)\cdot x^2=-2x^2-2x^2=-4x^2$

따라서 $a=3$, $b=-4$이므로

$a-b=3-(-4)=7$

대표 기출 03 곱셈 공식을 이용한 다항식의 전개

꼭 알고 있을 개념

(1) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(2) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(3) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

03-1 $(-x+2y-z)^2$

$$=(-x)^2+(2y)^2+(-z)^2+2\cdot(-x)\cdot 2y+2\cdot 2y\cdot(-z)+2\cdot(-z)\cdot(-x)$$

$$=x^2+4y^2+z^2-4xy-4yz+2xz$$

03-2 $(x-3)(x+3)(x^2+9)=(x^2-9)(x^2+9)$

$=x^4-81$

03-3 $(2x-1)(4x^2+2x+1)$

$=(2x-1)\{(2x)^2+2x\cdot 1+1^2\}$

$=(2x)^3-1^3$

$=8x^3-1$

따라서 $a=8$, $b=-1$이므로

$a+b=8+(-1)=7$

03-4 $(x-3)(x^2+3x+a)$를 전개하면 x^3-27이므로

$a=3^2=9$

다른 풀이

주어진 식을 전개하면

$(x-3)(x^2+3x+a)=x^3+(a-9)x-3a$

이때 $x^3+(a-9)x-3a=x^3-27$이므로

$a-9=0$, $-3a=-27$

$\therefore a=9$

대표 기출 04 조립제법을 이용한 다항식의 나눗셈

꼭 알고 있을 개념

다항식 $f(x)$를 일차식 $x-\frac{1}{2}$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 하면

$$f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+R$$

$$=(2x-1)\cdot\frac{1}{2}Q(x)+R$$

04-1

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 4 & 1 & 5 & -3 \\ & & -4 & 3 & -8 \\ \hline & 4 & -3 & 8 & \boxed{-11} \end{array}$$

$4x^3+x^2+5x-3$

$=(x+1)(4x^2-3x+8)-11$

따라서 몫은 $4x^2-3x+8$, 나머지는 -11이다.

04-2

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{3} & 3 & -1 & 3 & 2 \\ & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 3 & 0 & 3 & \boxed{3} \end{array}$$

$3x^3-x^2+3x+2=\left(x-\frac{1}{3}\right)(3x^2+3)+3$

$=\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot 3(x^2+1)+3$

$=(3x-1)(x^2+1)+3$

따라서 몫은 x^2+1, 나머지는 3이다.

04-3 다항식 $f(x)$를 $x+\frac{1}{2}$로 나누었을 때의 몫이 $2x^2-2$, 나머지가 4이므로

$$f(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)(2x^2-2)+4$$
$$=\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot 2(x^2-1)+4$$
$$=(2x+1)(x^2-1)+4$$

따라서 다항식 $f(x)$를 $2x+1$로 나누었을 때의 몫은 x^2-1, 나머지는 4이다.

04-4 다항식 $f(x)$를 $x-\frac{2}{3}$로 나누었을 때의 몫이 $3x-9$, 나머지가 2이므로

$$f(x)=\left(x-\frac{2}{3}\right)(3x-9)+2$$
$$=\left(x-\frac{2}{3}\right)\cdot 3(x-3)+2$$
$$=(3x-2)(x-3)+2$$

따라서 다항식 $f(x)$를 $3x-2$로 나누었을 때의 몫은 $x-3$, 나머지는 2이다.

쌍둥이 문제

다항식 $f(x)$를 $x-\frac{1}{5}$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 할 때, $f(x)$를 $5x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례로 구하면?

① $\frac{1}{5}Q(x)$, $5R$
② $\frac{1}{5}Q(x)$, R
③ $Q(x)$, R
④ $5Q(x)$, $\frac{1}{5}R$
⑤ $5Q(x)$, R

[풀이]

다항식 $f(x)$를 $x-\frac{1}{5}$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R이므로

$$f(x)=\left(x-\frac{1}{5}\right)Q(x)+R$$
$$=\left(x-\frac{1}{5}\right)\cdot 5\cdot\frac{1}{5}Q(x)+R$$
$$=(5x-1)\cdot\frac{1}{5}Q(x)+R$$

따라서 몫은 $\frac{1}{5}Q(x)$, 나머지는 R이다.

답 ②

2일차

본문 36~39쪽

05-1 ⑤	05-2 ④	05-3 ④	05-4 ④
06-1 ⑤	06-2 ③	06-3 ②	06-4 16
07-1 ⑤	07-2 -5	07-3 ①	07-4 ③
08-1 ④	08-2 ①	08-3 ③	08-4 ④

대표 기출 05 항등식에서 미정계수 구하기

꼭 알고 있을 개념

항등식의 성질

(1) $ax+b=0$이 x에 대한 항등식이면 $a=0$, $b=0$이다.

(2) $ax+b=2x+3$이 x에 대한 항등식이면 $a=2$, $b=3$이다.

05-1 주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$(2-a)x+3=3x+3a+b-1$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$2-a=3$, $3=3a+b-1$

이를 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=7$

$\therefore a+b=-1+7=6$

05-2 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$ax^2+(a+b)x+b+c=x^2-2x-1$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$a=1$, $a+b=-2$, $b+c=-1$

이를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-3$, $c=2$

$\therefore a-b+c=1-(-3)+2=6$

다른 풀이

$ax(x+1)+b(x+1)+c=x^2-2x-1$이 x에 대한 항등식이므로

양변에 $x=-1$을 대입하면 $c=2$

양변에 $x=0$을 대입하면 $b+c=-1$

양변에 $x=1$을 대입하면 $2a+2b+c=-2$

이를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-3$, $c=2$

$\therefore a-b+c=1-(-3)+2=6$

Lecture 미정계수법 – 수치대입법

수치대입법을 사용할 때에는 미정계수의 개수만큼 서로 다른 값을 문자에 대입해야 한다.

05-3 $2x^2-x+1=a(x-1)(x+1)+bx(x+1)+cx(x-1)$
이 x에 대한 항등식이므로
양변에 $x=0$을 대입하면
$1=-a \qquad \therefore a=-1$
양변에 $x=1$을 대입하면
$2=2b \qquad \therefore b=1$
양변에 $x=-1$을 대입하면
$4=2c \qquad \therefore c=2$
$\therefore a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

05-4 $x^2-2x+5=a(x-2)(x-1)+b(x-1)+c$가 x에 대한 항등식이므로
양변에 $x=0$을 대입하면 $5=2a-b+c$
양변에 $x=1$을 대입하면 $4=c$
양변에 $x=2$를 대입하면 $5=b+c$
이를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=1$, $c=4$
$\therefore a+b+c=1+1+4=6$

대표 기출 06 k의 값에 관계없이 항상 성립할 조건

꼭 알고 있을 개념

등식 $f(x)$가 x에 대한 항등식임을 나타내는 표현
(1) 모든 실수 x에 대하여 성립하는 등식 $f(x)$
(2) x의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식 $f(x)$
(3) 임의의 실수 x에 대하여 성립하는 등식 $f(x)$
(4) 어떤 실수 x에 대하여도 항상 성립하는 등식 $f(x)$

06-1 $(x-3)k+2x+y-5=0$이 k에 대한 항등식이므로
$x-3=0$, $2x+y-5=0$
이를 연립하여 풀면 $x=3$, $y=-1$
$\therefore x+y=3+(-1)=2$

06-2 등식 $(a-b+3)k+ab-2=0$이 k에 대한 항등식이므로
$a-b+3=0$, $ab-2=0$에서
$a-b=-3$, $ab=2$
$\therefore a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
$=(-3)^2+2\cdot2=13$

Lecture 곱셈 공식의 변형
(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

06-3 주어진 등식의 좌변을 k에 대하여 정리하면
$(x-2y+2)k-2x+3y-3=0$
이 등식이 k에 대한 항등식이므로
$x-2y+2=0$, $-2x+3y-3=0$
이를 연립하여 풀면 $x=0$, $y=1$
$\therefore x-y=0-1=-1$

06-4 주어진 등식의 좌변을 k에 대하여 정리하면
$(2x+y-10)k-x+2y=0$
이 등식이 k에 대한 항등식이므로
$2x+y-10=0$, $-x+2y=0$
이를 연립하여 풀면 $x=4$, $y=2$
$\therefore 3x+2y=3\cdot4+2\cdot2=16$

대표 기출 07 나머지정리를 이용하여 나머지 구하기

꼭 알고 있을 개념

(1) 다항식 $f(x)$를 일차식 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 $f(1)$이다.
(2) 다항식 $f(x)$를 일차식 $2x+1$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$이다.

07-1 $f(x)=x^3+5x^2-3x+1$이라 하면 나머지정리에 의하여
$f(-2)=-8+20+6+1=19$

07-2 나머지정리에 의하여
$f(-1)=-2+1-4=-5$

07-3 나머지정리에 의하여

$f(1)=1-2+2+1=2$

07-4 $f(x)=-x^3+3x^2+x-5$라 하면 나머지정리에 의하여

$f(2)=-8+12+2-5=1$

08-4 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2-3$이라 하면 나머지정리에 의하여

$f(1)=1+a+b-3=4$

$\therefore a+b=6 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$f(-1)=1-a+b-3=-4$

$\therefore a-b=2 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=2$

$\therefore ab=4\cdot2=8$

대표 기출 08 나머지정리를 이용하여 미정계수 구하기

꼭 알고 있을 개념

(1) 다항식 $f(x)$를 일차식 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는 $f(2)$이다.

(2) 다항식 $f(x)$를 일차식 $3x+2$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{2}{3}\right)$이다.

08-1 $f(x)=x^3+ax^2-3x-6$이라 하면 인수정리에 의하여

$f(-1)=-1+a+3-6=0$

$\therefore a=4$

> **Lecture** 인수정리
>
> 다항식 $f(x)$를 일차식 $x-a$로 나누었을 때 나누어떨어지는 경우에는 인수정리를 이용한다. 즉 $f(a)=0$이다.

08-2 나머지정리에 의하여

$f(2)=8+4a-2+6=4 \qquad \therefore a=-2$

08-3 $f(x)=x^3+ax^2-bx-2$라 하면 인수정리에 의하여

$f(1)=1+a-b-2=0$

$\therefore a-b=1 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또 나머지정리에 의하여

$f(-1)=-1+a+b-2=-6$

$\therefore a+b=-3 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-2$

● 3일차

본문 40~43쪽

09-1 ③	**09-2** ③	**09-3** ①	**09-4** ⑤
10-1 ②	**10-2** ③	**10-3** ⑤	**10-4** ③
11-1 ②	**11-2** ③	**11-3** ④	**11-4** $1+i$
12-1 ②	**12-2** ③	**12-3** ②	**12-4** ③

대표 기출 09 인수정리를 이용한 인수분해

꼭 알고 있을 개념

다항식 $f(x)$에서 $f(1)=0$이면 인수정리로부터

$f(x)=(x-1)Q(x)$

이므로 $f(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.

09-1 $f(x)=x^3+6x^2+11x+6$이라 하면 $f(-1)=0$이므로 $f(x)$는 $x+1$을 인수로 갖는다.

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 6 & 11 & 6 \\ & & -1 & -5 & -6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$\therefore x^3+6x^2+11x+6=(x+1)(x^2+5x+6)$

$=(x+1)(x+2)(x+3)$

④ $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

⑤ $x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

따라서 $x^3+6x^2+11x+6$의 인수가 아닌 것은 ③이다.

> **Lecture** 삼차 이상의 다항식 $f(x)$의 인수분해
>
> $f(\alpha)=0$을 만족시키는 상수 α의 값은 다음과 같이 구한다.
>
> $$\alpha=\pm\frac{(f(x)\text{의 상수항의 양의 약수})}{(f(x)\text{의 최고차항의 계수의 양의 약수})}$$

09-2 $f(x)=x^3+3x^2-2$라 하면 $f(-1)=0$이므로
$f(x)$는 $x+1$을 인수로 갖는다.
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ & & -1 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore x^3+3x^2-2=(x+1)(x^2+2x-2)$
$\therefore a=-2$

09-3 $f(x)=x^3-3x-2$라 하면 $f(-1)=0$이므로
$f(x)$는 $x+1$을 인수로 갖는다.
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -3 & -2 \\ & & -1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore x^3-3x-2=(x+1)(x^2-x-2)$
$=(x+1)^2(x-2)$
따라서 $a=1$, $b=-2$이므로
$ab=1\cdot(-2)=-2$

09-4 $f(x)=x^3+5x^2+2x-8$이라 하면 $f(1)=0$이므로 $f(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 5 & 2 & -8 \\ & & 1 & 6 & 8 \\ \hline & 1 & 6 & 8 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore x^3+5x^2+2x-8=(x-1)(x^2+6x+8)$
$=(x-1)(x+2)(x+4)$
따라서 $a=-1$, $b=2$, $c=4$이므로
$a+b+c=-1+2+4=5$

대표 기출 10 복소수가 서로 같을 조건

꼭 알고 있을 개념

복소수가 서로 같을 조건
a, b가 실수일 때
(1) $a+bi=2+3i$이면 $a=2$, $b=3$이다.
(2) $a+bi=0$이면 $a=0$, $b=0$이다.

10-1 $(x-2)+2i=-1+(y+1)i$에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$x-2=-1$, $2=y+1$
따라서 $x=1$, $y=1$이므로
$x+y=1+1=2$

10-2 $2x+(1-x)i=6-x+(y-2)i$에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$2x=6-x$, $1-x=y-2$
이를 연립하여 풀면 $x=2$, $y=1$
$\therefore 2x-y=2\cdot2-1=3$

10-3 주어진 등식의 좌변을 정리하면
$(1+2i)(4-2i)=8+6i$
즉 $8+6i=a+bi$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a=8$, $b=6$
$\therefore a-b=8-6=2$

10-4 주어진 등식의 좌변을 정리하면
$3i(2-i)-(1+i)^2=6i+3-2i=3+4i$
즉 $3+4i=a+bi$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a=3$, $b=4$
$\therefore ab=3\cdot4=12$

대표 기출 11 켤레복소수의 성질

꼭 알고 있을 개념

복소수 $1+2i$에 대하여 복소수 $1-2i$를 $1+2i$의 켤레복소수라 하며, $\overline{1+2i}$와 같이 나타낸다. 즉 $\overline{1+2i}=1-2i$이다.

11-1 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(1-i)z+\overline{z}=(1-i)(a+bi)+(a-bi)$
$=2a+b-ai$

즉 $2a+b-ai=4-i$이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$2a+b=4,\ -a=-1$

이를 연립하여 풀면 $a=1,\ b=2$

$\therefore z=1+2i$

11-2 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$$2z-i\bar{z}=2(a+bi)-i(a-bi)$$
$$=2a-b+(-a+2b)i$$

즉 $2a-b+(-a+2b)i=-1+5i$이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$2a-b=-1,\ -a+2b=5$

이를 연립하여 풀면 $a=1,\ b=3$

$\therefore z=1+3i$

11-3 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$$(1+2i)z+3i\bar{z}=(1+2i)(a+bi)+3i(a-bi)$$
$$=a+b+(5a+b)i$$

즉 $a+b+(5a+b)i=3+7i$이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a+b=3,\ 5a+b=7$

이를 연립하여 풀면 $a=1,\ b=2$

$\therefore z=1+2i$

11-4 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$$(2+i)z+3(1-\bar{z}i)$$
$$=(2+i)(a+bi)+3\{1-(a-bi)i\}$$
$$=2a-b+(a+2b)i+3(1-ai-b)$$
$$=2a-4b+3+(-2a+2b)i$$

즉 $2a-4b+3+(-2a+2b)i=1$이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$2a-4b+3=1,\ -2a+2b=0$

이를 연립하여 풀면 $a=1,\ b=1$

$\therefore z=1+i$

대표 기출 12 i의 거듭제곱의 계산

꼭 알고 있을 개념

k는 음이 아닌 정수일 때,

(1) $i^{4k+1}=i$　(2) $i^{4k+2}=i^2=-1$

(3) $i^{4k+3}=i^3=-i$　(4) $i^{4k+4}=i^4=1$

12-1 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{100}$

$$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+i^{96}(i+i^2+i^3+i^4)$$
$$=0$$

Lecture i의 거듭제곱의 성질

(1) $i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1=0$

(2) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=i^3+i^2+i+1=0$

12-2 ① $(-i)^{2013}=(-1)^{2013}\cdot i^{2013}=(-1)\cdot i=-i$

② $i^2+i^3+i^4=-1+(-i)+1=-i$

③ $i^2+i^5+i^8=-1+i+1=i$

④ $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^5=\left\{\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}\right\}^5=(-i)^5=-i$

⑤ $1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}=1+(-i)-1=-i$

따라서 계산 결과가 다른 것은 ③이다.

Lecture 분모가 허수인 분수

분모가 허수일 때, 분모와 분자에 각각 분모의 켤레복소수를 곱하여 분모를 실수화한다.

$$\Rightarrow \frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{(a+bi)(a-bi)}$$
$$=\frac{a-bi}{a^2+b^2}\ (a,\ b\text{는 실수})$$

12-3 $(1+i)^{10}+(1-i)^{10}=\{(1+i)^2\}^5+\{(1-i)^2\}^5$

$$=(2i)^5+(-2i)^5$$
$$=32i^5+(-32i^5)$$
$$=0$$

12-4 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{20}$

$=\left\{\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}\right\}^{20}+\left\{\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}\right\}^{20}$

$=i^{20}+(-i)^{20}$

$=1+1$

$=2$

● **4일차** 본문 44~47쪽

13-1 ④	**13**-2 ①	**13**-3 ②	**13**-4 ④
14-1 ④	**14**-2 ④	**14**-3 ③	**14**-4 ③
15-1 ①	**15**-2 ②	**15**-3 ④	**15**-4 ②
16-1 ③	**16**-2 ①	**16**-3 ③	**16**-4 ⑤

대표 기출 13 **이차방정식의 근의 판별**

꼭 알고 있을 개념

a, b, c가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $D=b^2-4ac$라 할 때

(1) $D>0$이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(2) $D=0$이면 중근을 갖는다.

(3) $D<0$이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

13-1 $x^2-2x+2k-7=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(2k-7)=-2k+8$

중근을 가지려면 $\frac{D}{4}=0$이어야 하므로

$-2k+8=0 \qquad \therefore k=4$

13-2 $x^2-4x+3-a=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot(3-a)=a+1$

서로 다른 두 허근을 가지려면 $\frac{D}{4}<0$이어야 하므로

$a+1<0 \qquad \therefore a<-1$

13-3 $x^2-2(m+2)x+m^2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(m+2)\}^2-1\cdot m^2=4m+4$

중근을 가지려면 $\frac{D}{4}=0$이어야 하므로

$4m+4=0 \qquad \therefore m=-1$

13-4 $x^2-2(k+3)x+k^2+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k+3)\}^2-1\cdot(k^2+3)=6k+6$

실근을 가지려면 $\frac{D}{4}\geq 0$이어야 하므로

$6k+6\geq 0 \qquad \therefore k\geq -1$

따라서 가장 작은 정수 k의 값은 -1

대표 기출 14 **이차방정식의 근과 계수의 관계**

꼭 알고 있을 개념

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 할 때

(1) $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ (2) $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

14-1 이차방정식 $x^2-8x+2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=8$, $\alpha\beta=2$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{8}{2}=4$

14-2 이차방정식 $x^2+2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=3$

$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=(-2)^3-3\cdot3\cdot(-2)$

$=-8+18=10$

Lecture **곱셈 공식의 변형**

(1) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

(2) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

14-3 이차방정식 $x^2-5x+1=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=5,\ \alpha\beta=1$

$\therefore\ \dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\dfrac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$=\dfrac{5^2-2\cdot1}{1}=23$

Lecture 곱셈 공식의 변형

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

14-4 이차방정식 $x^2-2x-2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-2$

$\therefore\ (\alpha^2-2)(\beta^2-2)$

$=\alpha^2\beta^2-2\alpha^2-2\beta^2+4$

$=(\alpha\beta)^2-2(\alpha^2+\beta^2)+4$

$=(\alpha\beta)^2-2\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}+4$

$=(-2)^2-2\{2^2-2\cdot(-2)\}+4$

$=4-16+4$

$=-8$

다른 풀이

이차방정식 $x^2-2x-2=0$의 두 근이 α, β이므로

$x=\alpha$를 대입하면

$\alpha^2-2\alpha-2=0,\ \alpha^2-2=2\alpha$

또 $x=\beta$를 대입하면

$\beta^2-2\beta-2=0,\ \beta^2-2=2\beta$

따라서 주어진 식은 $(\alpha^2-2)(\beta^2-2)=2\alpha\cdot2\beta=4\alpha\beta$

이때 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha\beta=-2$이므로

$(\alpha^2-2)(\beta^2-2)=4\alpha\beta=4\cdot(-2)=-8$

Lecture 이차방정식의 두 근

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha^2+a\alpha+b=0$, $\beta^2+a\beta+b=0$이 성립한다.

대표 기출 15 이차함수의 그래프와 이차방정식의 해

꼭 알고 있을 개념

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 실근과 같다.

15-1 이차함수 $y=x^2+ax-6$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 -2, b이므로 이차방정식 $x^2+ax-6=0$의 두 실근이 -2, b이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-2+b=-a,\ -2b=-6$

이를 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=3$

$\therefore\ 2a+b=2\cdot(-1)+3=1$

쌍둥이 문제

이차함수 $y=2x^2-ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(1, 0)$에서 만날 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[풀이]

이차함수 $y=2x^2-ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 -2, 1이므로 이차방정식 $2x^2-ax+b=0$의 두 실근이 -2, 1이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-2+1=\dfrac{a}{2},\ -2\cdot1=\dfrac{b}{2}$

따라서 $a=-2$, $b=-4$이므로

$a-b=-2-(-4)=2$

답 ⑤

15-2 이차함수 $y=x^2-10x+8$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 α, β이므로 이차방정식 $x^2-10x+8=0$의 두 실근이 α, β이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=10,\ \alpha\beta=8$

$\therefore\ (\alpha-3)(\beta-3)=\alpha\beta-3(\alpha+\beta)+9$

$=8-3\cdot10+9$

$=-13$

15-3 이차함수 $y=x^2+6x+a$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 α, β라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-6,\ \alpha\beta=a$

주어진 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 4이므로 $|\alpha-\beta|=4$에서

$(\alpha-\beta)^2=16$

이때 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$16=(-6)^2-4a\qquad\therefore\ a=5$

15-4 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$을 지나므로

$f(x)=a(x+1)(x-2)\,(a>0)$

이차방정식 $f(x)=0$에 x 대신 $x+k$를 대입하면

$f(x+k)=a(x+k+1)(x+k-2)=0$

이차방정식 $f(x+k)=0$의 두 실근은

$-k-1$, $-k+2$

이때 이차방정식 $f(x+k)=0$의 두 실근이 -3, 0이므로

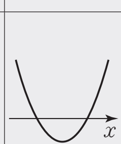
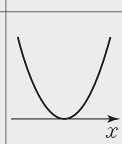
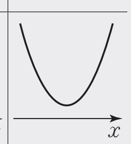
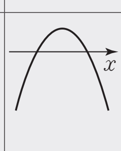
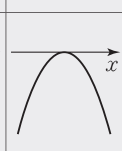
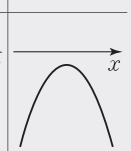
$-k-1=-3$, $-k+2=0$

$\therefore k=2$

> **Lecture** x축과의 교점이 주어진 이차함수의 식
>
> x축과의 교점의 좌표가 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$이고 이차항의 계수가 $a\,(a\neq 0)$인 이차함수의 식은
>
> $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$

대표 기출 16 이차함수의 그래프와 x축의 위치 관계

꼭 알고 있을 개념

판별식의 부호		$D>0$	$D=0$	$D<0$
이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근		서로 다른 두 실근	중근	서로 다른 두 허근
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프	$a>0$			
	$a<0$			
이차함수의 그래프와 x축의 위치 관계		서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

16-1 이차함수 $y=2x^2-8x+k$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 $2x^2-8x+k=0$의 판별식을 D라 할 때, $D>0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=(-4)^2-2\cdot k>0 \qquad \therefore k<8$

따라서 구하는 자연수 k의 개수는 7

16-2 이차함수 $y=x^2+2x+a+3$의 그래프가 x축과 한 점에서 만나려면 이차방정식 $x^2+2x+a+3=0$의 판별식을 D라 할 때, $D=0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=1^2-1\cdot(a+3)=0 \qquad \therefore a=-2$

16-3 이차함수 $y=x^2+2x+5-k$의 그래프가 x축과 만나지 않으려면 이차방정식 $x^2+2x+5-k=0$의 판별식을 D라 할 때, $D<0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=1^2-1\cdot(5-k)<0 \qquad \therefore k<4$

따라서 구하는 정수 k의 최댓값은 3

16-4 이차함수 $y=-x^2+2kx-9$의 그래프가 x축과 접하려면 이차방정식 $-x^2+2kx-9=0$의 판별식을 D라 할 때, $D=0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=k^2-(-1)\cdot(-9)=0$, $k^2-9=0$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=3$

따라서 구하는 양수 k의 값은 3

● 5일차 본문 48~51쪽

17-1 ②	**17-2** ③	**17-3** ⑤	**17-4** ②
18-1 ②	**18-2** ⑤	**18-3** ⑤	**18-4** ①
19-1 ①	**19-2** ③	**19-3** 1	**19-4** ③
20-1 ④	**20-2** ④		

대표 기출 17 이차함수의 최대·최소

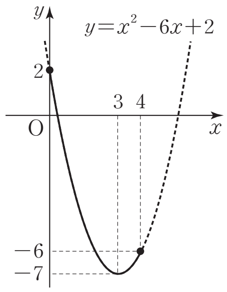
꼭 알고 있을 개념

$\alpha\le x\le\beta$에서 이차함수 $f(x)=a(x-p)^2+q$의 최댓값과 최솟값은 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 x좌표 p가 주어진 범위에 포함되는지 조사하여 다음과 같이 구한다.

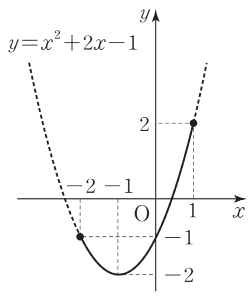
(1) $\alpha\le p\le\beta$인 경우: $f(\alpha)$, $f(\beta)$, $f(p)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고, 가장 작은 값이 최솟값이다.

(2) $p<\alpha$ 또는 $p>\beta$인 경우: $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중에서 큰 값이 최댓값이고, 작은 값이 최솟값이다.

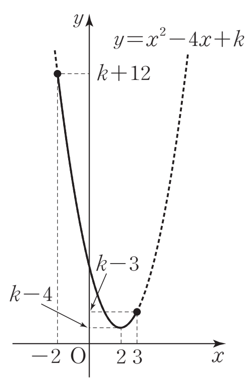
17-1 $y=x^2-6x+2$
$=(x-3)^2-7$
이므로 $0\le x\le 4$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 주어진 함수는 $x=0$에서 최댓값 2를 갖는다.



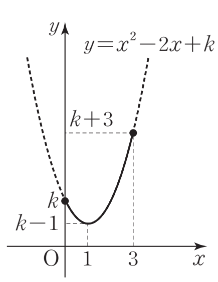
17-2 $y=x^2+2x-1$
$=(x+1)^2-2$
이므로 $-2\le x\le 1$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
이때 꼭짓점의 x좌표 -1이 $-2\le x\le 1$에 포함되므로 $x=-1$에서 최솟값 -2, $x=1$에서 최댓값 2를 갖는다.
따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $2+(-2)=0$



17-3 $y=x^2-4x+k$
$=(x-2)^2+k-4$
이므로 $-2\le x\le 3$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $x=-2$에서 최댓값 $k+12$를 가지므로
$k+12=17$
$\therefore k=5$



17-4 $y=x^2-2x+k$
$=(x-1)^2+k-1$
이므로 $0\le x\le 3$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $x=3$에서 최댓값 $k+3$을 가지므로
$k+3=5 \qquad \therefore k=2$



이때 꼭짓점의 x좌표 1이 $0\le x\le 3$에 포함되므로 $x=1$에서 최솟값 $k-1=2-1=1$을 갖는다.

대표 기출 18 고차방정식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

방정식 $f(x)=0$에서 $f(\alpha)=0$이면 인수정리로부터
$f(x)=(x-\alpha)Q(x)$
이므로 조립제법을 이용하여 $Q(x)$를 구한 후 해를 구한다.

18-1 $f(x)=x^3-3x^2-2x+4$라 하면 $f(1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

1	1	−3	−2	4
		1	−2	−4
	1	−2	−4	0

$f(x)=(x-1)(x^2-2x-4)$
따라서 주어진 방정식은
$(x-1)(x^2-2x-4)=0$
$\therefore x-1=0$ 또는 $x^2-2x-4=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{5}$
따라서 $\alpha=1+\sqrt{5}$, $\beta=1-\sqrt{5}$이므로
$\alpha+\beta=(1+\sqrt{5})+(1-\sqrt{5})=2$

Lecture 삼차 이상의 다항식 $f(x)$의 인수분해

$f(\alpha)=0$을 만족시키는 상수 α의 값은 다음과 같이 구한다.

$\Rightarrow \alpha=\pm\dfrac{(f(x)\text{의 상수항의 양의 약수})}{(f(x)\text{의 최고차항의 계수의 양의 약수})}$

18-2 $x^3-2x^2+2x=0$에서 $x(x^2-2x+2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x^2-2x+2=0$
즉 삼차방정식의 두 허근 ω_1, ω_2는 이차방정식 $x^2-2x+2=0$의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\omega_1+\omega_2=2$, $\omega_1\omega_2=2$
$\therefore {\omega_1}^2+{\omega_2}^2=(\omega_1+\omega_2)^2-2\omega_1\omega_2$
$=2^2-2\cdot 2=0$

18-3 $x^4-16x^2=0$에서 $x^2(x^2-16)=0$
$x^2(x+4)(x-4)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=\pm4$

18-4 $x^2=X$라 하면 주어진 방정식은
$X^2-2X-3=0$, $(X+1)(X-3)=0$
$\therefore X=-1$ 또는 $X=3$
(i) $X=-1$일 때, $x^2=-1$
$\therefore x=-i$ 또는 $x=i$
(ii) $X=3$일 때, $x^2=3$
$\therefore x=-\sqrt{3}$ 또는 $x=\sqrt{3}$
(i), (ii)에서 주어진 방정식의 실근은 $x=-\sqrt{3}$ 또는 $x=\sqrt{3}$이므로 두 실근의 곱은
$-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=-3$

Lecture $x^4+ax^2+b=0$ **꼴의 방정식의 풀이**
(i) $x^2=X$로 놓고 좌변을 인수분해한다.
(ii) $(x^2+A)^2-(Bx)^2=0$ 꼴로 변형하여 좌변을 인수분해한다.

대표 기출 19 방정식 $x^3=1$, $x^3=-1$의 허근의 성질

꼭 알고 있을 개념

(1) 삼차방정식 $x^3=1$의 허근, 즉 $x^2+x+1=0$의 한 근을 ω라 하면 다음이 성립한다.
(단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수)
❶ $\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$
❷ $\omega+\overline{\omega}=-1$, $\omega\overline{\omega}=1$
❸ $\omega^2=\overline{\omega}=\dfrac{1}{\omega}$

(2) 삼차방정식 $x^3=-1$의 허근, 즉 $x^2-x+1=0$의 한 근을 ω라 하면 다음이 성립한다.
(단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수)
❶ $\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$
❷ $\omega+\overline{\omega}=1$, $\omega\overline{\omega}=1$
❸ $\omega^2=-\overline{\omega}=-\dfrac{1}{\omega}$

19-1 $x^3=1$의 한 허근이 ω이므로
$\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$
$$\therefore \omega^2+\frac{1}{\omega^2}=\frac{\omega^4+1}{\omega^2}=\frac{\omega+1}{\omega^2}=\frac{-\omega^2}{\omega^2}=-1$$

19-2 $x^3+1=0$의 한 허근이 ω이므로
$\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$
$$\begin{aligned}\therefore \omega^3+2\omega^2-2\omega+1&=\omega^3+2(\omega^2-\omega)+1\\&=-1+2\cdot(-1)+1\\&=-2\end{aligned}$$

19-3 $x^3-1=0$의 한 허근이 ω이므로
$\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$
$$\begin{aligned}\therefore\ &1+\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^9\\&=(1+\omega+\omega^2)+(\omega^3+\omega^4+\omega^5)+(\omega^6+\omega^7+\omega^8)+\omega^9\\&=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)+\omega^6(1+\omega+\omega^2)+(\omega^3)^3\\&=0+0+0+1\\&=1\end{aligned}$$

19-4 $x^3=1$의 한 허근이 ω이므로
$\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$
$$\begin{aligned}\therefore \omega^2+\omega^4+\omega^6&=\omega^2+\omega^3\cdot\omega+(\omega^3)^2\\&=\omega^2+\omega+1\\&=0\end{aligned}$$

대표 기출 20 연립이차방정식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

일차방정식과 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식은 일차방정식을 한 문자에 대하여 풀고, 그 식을 이차방정식에 대입하여 해를 구한다.

20-1 $\begin{cases} x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2+(x-1)^2=5$, $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$ $\quad\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=2$

(i) $x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=-2$

(ii) $x=2$를 ㉢에 대입하면 $y=1$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

$\therefore$ $xy=2$

20-2 $\begin{cases} x-y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-2xy+2y^2=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x+1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2-2x(x+1)+2(x+1)^2=2$, $x^2+2x=0$

$x(x+2)=0$ $\quad\therefore$ $x=0$ 또는 $x=-2$

(i) $x=0$을 ㉢에 대입하면 $y=1$

(ii) $x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=-1$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

2주 전

학교시험에 나오는 **창의융합, 코딩 서술형** 기출 문제

● 1일차 본문 54~55쪽

1-1 -6	**1-2** 7
2-1 44	**2-2** 69

1-1 문제 제대로 읽기

$x+y=2$, $x^2+y^2=6$일 때, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [5점]

조건 질문의 핵심

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$6=2^2-2xy$, $2=-2xy$ $\therefore xy=-1$

❶ 2점

따라서 구하는 값은

$$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{y^2}{xy}+\frac{x^2}{xy}=\frac{x^2+y^2}{xy}$$

❷ 1점

$$=\frac{6}{-1}=-6$$

❸ 2점

1-2 문제 제대로 읽기

$x+y=1$, $x^2+y^2=5$일 때, x^3+y^3의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [5점]

조건 질문의 핵심

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$5=1^2-2xy$, $4=-2xy$

$\therefore xy=-2$

❶ 2점

따라서 구하는 값은

$$\begin{aligned}x^3+y^3&=(x+y)^3-3xy(x+y)\\&=1^3-3\cdot(-2)\cdot 1\\&=7\end{aligned}$$

❷ 3점

다른 풀이

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$5=1^2-2xy$, $4=-2xy$

$\therefore xy=-2$

❶ 2점

따라서 구하는 값은

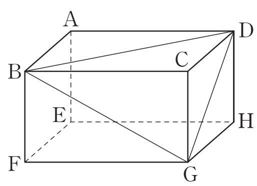
$$\begin{aligned}x^3+y^3&=(x+y)(x^2-xy+y^2)\\&=1\cdot\{5-(-2)\}\\&=1\cdot 7=7\end{aligned}$$

❷ 3점

2-1 문제 제대로 읽기

오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 a, b, c인 직육면체의 겉넓이가 41이고, 삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 160이다. 이때 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건(1) 조건(2) 질문의 핵심



직육면체의 각 면의 넓이는 각각 ab, bc, ca이고, 마주 보는 두 면의 넓이는 서로 같다. 이때 직육면체의 겉넓이가 41이므로

$2(ab+bc+ca)=41$

$\therefore ab+bc+ca=\frac{41}{2}$

❶ 2점

피타고라스 정리에 의하여 삼각형 BGD의 세 변의 길이는 각각 $\sqrt{a^2+b^2}$, $\sqrt{b^2+c^2}$, $\sqrt{c^2+a^2}$이다. 이때 삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 160이므로

$(\sqrt{a^2+b^2})^2+(\sqrt{b^2+c^2})^2+(\sqrt{c^2+a^2})^2=160$

$2(a^2+b^2+c^2)=160$

$\therefore a^2+b^2+c^2=80$

❷ 2점

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2&=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\\&=80+41=121\end{aligned}$$

이때 $a+b+c>0$이므로 $a+b+c=11$

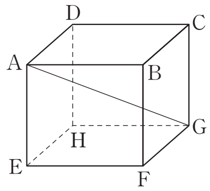
따라서 구하는 모든 모서리의 길이의 합은

$4(a+b+c)=4\cdot 11=44$

❸ 3점

2-2 문제 제대로 읽기

오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 a, b, c인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 52이고, 조건(1) 대각선 AG의 길이가 10이다. 조건(2) 이때 직육면체의 겉넓이를 구하고, 질문의 핵심 풀이 과정을 쓰시오. [7점]



직육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 52이므로
$4a+4b+4c=4(a+b+c)=52$
$\therefore a+b+c=13$

❶ 2점

대각선 AG의 길이는 10이므로
$\sqrt{a^2+b^2+c^2}=10$
$\therefore a^2+b^2+c^2=100$

❷ 2점

직육면체의 면의 넓이는 각각 ab, bc, ca이고, 마주 보는 두 면의 넓이는 서로 같으므로 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned}2(ab+bc+ca)&=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)\\&=13^2-100\\&=69\end{aligned}$$

❸ 3점

2일차 본문 56~57쪽

3-1 (1) 1 (2) 16 (3) 81	3-2 (1) 64 (2) 0 (3) 32
4-1 $-x+3$	4-2 4

3-1 문제 제대로 읽기

$(2x-1)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$이 x에 대한 항등식일 때, 조건 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오.

(단, a_0, a_1, $\cdots$, a_4는 상수) [6점]

(1) a_0의 값 질문의 핵심

(2) a_4의 값 질문의 핵심

(3) $a_0-a_1+a_2-a_3+a_4$의 값 질문의 핵심

(1) 주어진 식의 양변에 $x=0$을 대입하면
$(2\cdot 0-1)^4=a_0$
$\therefore a_0=1$

❶ 2점

(2) $(2x-1)^4$을 전개하면 x^4항은
$2^4\cdot x^4=16x^4$
$\therefore a_4=16$

❷ 2점

(3) 주어진 식의 양변에 $x=-1$을 대입하면
$\{2\cdot(-1)-1\}^4=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4$
$\therefore a_0-a_1+a_2-a_3+a_4=81$

❸ 2점

3-2 문제 제대로 읽기

$(x+1)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_6x^6$이 x에 대한 항등식일 때, 조건 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오.

(단, a_0, a_1, $\cdots$, a_6은 상수) [6점]

(1) $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_6$의 값 질문의 핵심

(2) $a_0-a_1+a_2-\cdots+a_6$의 값 질문의 핵심

(3) $a_1+a_3+a_5$의 값 질문의 핵심

(1) 주어진 식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$(1+1)^6=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_6$
$\therefore a_0+a_1+a_2+\cdots+a_6=64$ …… ㉠

❶ 2점

(2) 주어진 식의 양변에 $x=-1$을 대입하면
$(-1+1)^6=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_6$
$\therefore a_0-a_1+a_2-\cdots+a_6=0$ …… ㉡

❷ 2점

(3) ㉠−㉡을 하면
$2(a_1+a_3+a_5)=64$
$\therefore a_1+a_3+a_5=32$

❸ 2점

4-1 문제 제대로 읽기

다항식 $P(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 2이고, $x+1$로 나누었을 때의 나머지가 4이다. 조건 $P(x)$를 x^2-1로 나누었을 때의 나머지를 구하고, 질문의 핵심 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

$P(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 2이고, $x+1$로 나누었을 때의 나머지가 4이므로 나머지정리에 의하여
$P(1)=2$, $P(-1)=4$

❶ 2점

다항식 $P(x)$를 이차식 x^2-1로 나누었을 때 몫을 $Q(x)$, 나머지는 일차식 또는 상수이므로 $ax+b$ (a, b는 상수)로 놓으면

$$\begin{aligned}P(x)&=(x^2-1)Q(x)+ax+b\\&=(x+1)(x-1)Q(x)+ax+b \quad \cdots\cdots ㉠\end{aligned}$$

❷ 2점

㉠의 양변에 $x=1$, $x=-1$을 각각 대입하면
$P(1)=a+b$, $P(-1)=-a+b$
$\therefore a+b=2$, $-a+b=4$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=3$
따라서 구하는 나머지는 $-x+3$

❸ 3점

4-2 문제 제대로 읽기

다항식 $P(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 1이고, $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 -8이다. $P(x)$를 x^2+x-2로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(2)$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건

질문의 핵심

$P(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 1이고, $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 -8이므로 나머지정리에 의하여
$P(1)=1$, $P(-2)=-8$

❶ 1점

다항식 $P(x)$를 이차식 x^2+x-2로 나누었을 때 몫을 $Q(x)$, 나머지는 일차식 또는 상수이므로 $ax+b$ (a, b는 상수)로 놓으면

$$\begin{aligned}P(x)&=(x^2+x-2)Q(x)+ax+b\\&=(x-1)(x+2)Q(x)+ax+b \quad \cdots\cdots ㉠\end{aligned}$$

❷ 2점

㉠의 양변에 $x=1$, $x=-2$를 각각 대입하면
$P(1)=a+b$, $P(-2)=-2a+b$
$\therefore a+b=1$, $-2a+b=-8$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=3$, $b=-2$
$\therefore R(x)=3x-2$

❸ 3점

따라서 구하는 값은
$R(2)=3\cdot2-2=4$

❹ 1점

Lecture **다항식의 나눗셈에서의 나머지**

다항식 $P(x)$를 $A(x)$로 나누었을 때의 나머지 $R(x)$는
(1) $A(x)$가 일차식이면 $R(x)$는 상수, 즉
$R(x)=a$ (a는 상수)
(2) $A(x)$가 이차식이면 $R(x)$는 일차식 또는 상수, 즉
$R(x)=ax+b$ (a, b는 상수)

● 3일차

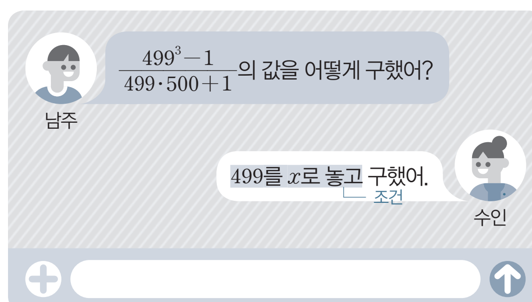
본문 58~59쪽

5-1 498	5-2 108
6-1 $a=-4$, $b=7$	6-2 -11

5-1 문제 제대로 읽기

두 학생이 $\dfrac{499^3-1}{499\cdot500+1}$의 값을 다음과 같이 구하였을 때, 식의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

질문의 핵심



$499=x$로 놓으면 $500=x+1$에서

$$\frac{499^3-1}{499\cdot500+1}=\frac{x^3-1}{x(x+1)+1}$$

❶ 2점

$$\begin{aligned}&=\frac{x^3-1}{x^2+x+1}\\&=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}\\&=x-1\end{aligned}$$

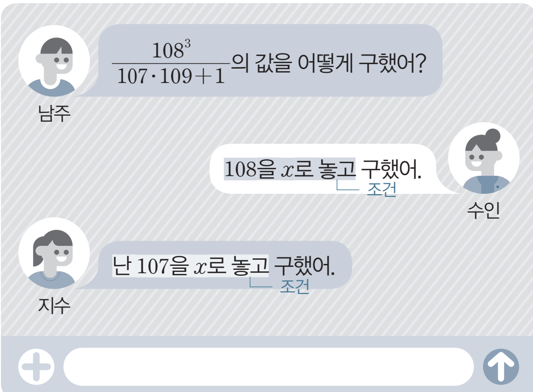
❷ 3점

따라서 구하는 값은
$499-1=498$

❸ 1점

5–2 문제 제대로 읽기

세 학생이 $\dfrac{108^3}{107\cdot109+1}$의 값을 다음과 같이 구하였을 때, 수인이와 지수의 방법을 각각 이용하여 식의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]
질문의 핵심



(i) 수인이의 방법

$108=x$로 놓으면 $107=x-1$, $109=x+1$에서

$$\frac{108^3}{107\cdot109+1}=\frac{x^3}{(x-1)(x+1)+1}=\frac{x^3}{(x^2-1)+1}=x$$

따라서 구하는 값은 108

❶ 3점

(ii) 지수의 방법

$107=x$로 놓으면 $108=x+1$, $109=x+2$에서

$$\frac{108^3}{107\cdot109+1}=\frac{(x+1)^3}{x(x+2)+1}=\frac{(x+1)^3}{(x+1)^2}=x+1$$

따라서 구하는 값은 $107+1=108$

❷ 3점

6–1 문제 제대로 읽기

다음은 이차방정식의 근의 성질을 살펴본 것이다. 주어진 내용을 바탕으로 x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2+\sqrt{3}i$일 때, 실수 a, b의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [5점]
조건 질문의 핵심

> a, b, c가 실수일 때 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한 근을 $z=p+qi$ (p, q는 실수)라 하면
> $az^2+bz+c=0$이다.
> 이때 켤레복소수의 성질에 의하여
> $\overline{az^2+bz+c}=0$, $a(\bar{z})^2+b\bar{z}+c=0$
> 따라서 $\bar{z}=p-qi$는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 다른 한 근이다.

주어진 성질에서 계수가 모두 실수인 이차방정식의 한 근이 허수일 때, 다른 한 근은 그 근의 켤레복소수이므로 한 근이 $2+\sqrt{3}i$이면 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}i$이다.

❶ 2점

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$(2+\sqrt{3}i)+(2-\sqrt{3}i)=-a$

$(2+\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)=b$

$\therefore a=-4$, $b=7$

❷ 3점

Lecture 이차방정식의 켤레근

(1) 계수가 모두 유리수인 이차방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$
(p, q는 유리수, $q\neq0$, $\sqrt{m}$은 무리수)

(2) 계수가 모두 실수인 이차방정식의 한 근이 $p+qi$이면 다른 한 근은 $p-qi$ (p, q는 실수, $q\neq0$, $i=\sqrt{-1}$)

6–2 문제 제대로 읽기

실수 a, b에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1-3i$일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+1=0$의 두 근이 α, β이다. $(2\alpha-1)(2\beta-1)$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]
조건 질문의 핵심

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1-3i$이므로 다른 한 근은 $1+3i$이다.

❶ 1점

이때 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$(1-3i)+(1+3i)=-a$
$(1-3i)(1+3i)=b$
$\therefore a=-2,\ b=10$

❷ 2점

따라서 이차방정식 $ax^2+bx+1=0$, 즉 $-2x^2+10x+1=0$의 두 근이 α, β이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{10}{-2}=5$

$\alpha\beta=\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}$

❸ 2점

$\therefore (2\alpha-1)(2\beta-1)=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1$
$=4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-2\cdot5+1$
$=-11$

❹ 2점

오답 피하기

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근의 합은 a가 아니라 $-a$임에 주의한다.

$\therefore a+b=-3+(-10)=-13$

❸ 1점

다른 풀이

이차방정식 $x^2-5x-2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=5,\ \alpha\beta=-2$

❶ 2점

이때 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$, 즉 5, -2를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식 $x^2+ax+b=0$은
$(x-5)(x+2)=0$
$\therefore x^2-3x-10=0$
따라서 $a=-3$, $b=-10$이므로

❷ 3점

$a+b=-3+(-10)=-13$

❸ 1점

● 4일차 본문 60~61쪽

7-1 -13	**7-2** -9
8-1 -1	**8-2** $a=-1,\ b=1$

7-1 문제 제대로 읽기

이차방정식 $x^2-5x-2=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$이라 하자. 이때 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건(1) 조건(2) 질문의 핵심

이차방정식 $x^2-5x-2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=5,\ \alpha\beta=-2$

❶ 2점

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$, 즉 5, -2이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$-a=5+(-2)=3 \qquad \therefore a=-3$
$b=5\cdot(-2)=-10$

❷ 3점

7-2 문제 제대로 읽기

이차방정식 $x^2+2x-2=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $2\alpha-1$, $2\beta-1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$이라 하자. 이때 실수 a, b에 대하여 $b-a$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건(1) 조건(2) 질문의 핵심

이차방정식 $x^2+2x-2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-2$

❶ 2점

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 $2\alpha-1$, $2\beta-1$이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$-a=(2\alpha-1)+(2\beta-1)$
$=2(\alpha+\beta)-2$
$=2\cdot(-2)-2$
$=-6$
$\therefore a=6$
$b=(2\alpha-1)(2\beta-1)$
$=4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1$
$=4\cdot(-2)-2\cdot(-2)+1$
$=-3$

❷ 3점

$\therefore b-a=-3-6=-9$

❸ 1점

8-1 문제 제대로 읽기

x에 대한 이차방정식
$x^2+2(a+k)x+k^2-2k-a=0$이 실수 k의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 a의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건 질문의 핵심

이차방정식 $x^2+2(a+k)x+k^2-2k-a=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a+k)^2-(k^2-2k-a)=0$

❶ 3점

$a^2+2ak+2k+a=0$

$\therefore (2a+2)k+a^2+a=0$

위의 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$2a+2=0,\ a^2+a=0$

$\therefore a=-1$

❷ 3점

Lecture 항등식의 성질

(1) $ax+b=0$이 x에 대한 항등식이면 $a=0,\ b=0$

(2) $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 항등식이면
$a=0,\ b=0,\ c=0$

(3) $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$이 x에 대한 항등식이면
$a=a',\ b=b',\ c=c'$

8-2 문제 제대로 읽기

x에 대한 이차방정식
$kx^2+2(k+a+b)x+k-b+1=0$이 실수 k의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a,\ b$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건 질문의 핵심

이차방정식 $kx^2+2(k+a+b)x+k-b+1=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k+a+b)^2-k(k-b+1)=0$

❶ 3점

$a^2+b^2+2ak+3bk+2ab-k=0$

$\therefore (2a+3b-1)k+(a+b)^2=0$

위의 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$2a+3b-1=0,\ a+b=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=1$

❷ 3점

● 5일차

본문 62~63쪽

9-1 (1) $k<-\frac{5}{2}$ (2) $k=-\frac{5}{2}$ (3) $k>-\frac{5}{2}$

9-2 -10

10-1 20　　**10-2** 34

9-1 문제 제대로 읽기

이차함수 $y=-2x^2+x-k$의 그래프와 직선 $y=-x+3$의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k의 값 또는 범위를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

질문의 핵심

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
조건

(2) 한 점에서 만난다.
조건

(3) 만나지 않는다.
조건

$-2x^2+x-k=-x+3$, 즉 $2x^2-2x+k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-1)^2-2(k+3)$

$=-2k-5$

(1) 주어진 이차함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $\frac{D}{4}>0$이어야 하므로

$-2k-5>0 \qquad \therefore k<-\frac{5}{2}$

❶ 2점

(2) 주어진 이차함수의 그래프와 직선이 한 점에서 만나려면 $\frac{D}{4}=0$이어야 하므로

$-2k-5=0 \qquad \therefore k=-\frac{5}{2}$

❷ 2점

(3) 주어진 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않으려면 $\frac{D}{4}<0$이어야 하므로

$-2k-5<0 \qquad \therefore k>-\frac{5}{2}$

❸ 2점

Lecture 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계는 두 식을 연립한 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$의 판별식 D의 부호에 따라 다음과 같다.

(1) $D>0$ ⇨ 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) $D=0$ ⇨ 한 점에서 만난다. (접한다.)

(3) $D<0$ ⇨ 만나지 않는다.

9–2 문제 제대로 읽기

이차함수 $y=x^2+2x-k$의 그래프가 직선 $y=-2x+1$과 서로 다른 두 점에서 만나고, 직선 $y=3x-1$과 만나지 않도록 조건 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [8점]
질문의 핵심

(i) 이차함수 $y=x^2+2x-k$의 그래프와 직선 $y=-2x+1$이 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식 $x^2+2x-k=-2x+1$, 즉 $x^2+4x-k-1=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$$\frac{D_1}{4}=2^2-(-k-1)>0$$

$\therefore k>-5$

❶ 3점

(ii) 이차함수 $y=x^2+2x-k$의 그래프와 직선 $y=3x-1$이 만나지 않으므로 방정식 $x^2+2x-k=3x-1$, 즉 $x^2-x-k+1=0$의 판별식을 D_2라 하면

$$D_2=(-1)^2-4(-k+1)<0$$

$\therefore k<\frac{3}{4}$

❷ 3점

(i), (ii)에 의하여 $-5<k<\frac{3}{4}$

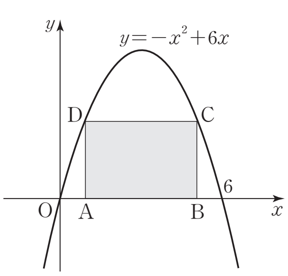
따라서 구하는 모든 정수 k의 값의 합은

$-4+(-3)+(-2)+(-1)+0=-10$

❸ 2점

10–1 문제 제대로 읽기

다음 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2+6x$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형에 내접하는 직사각형 ABCD 조건(1) 에서 점 A, B는 x축, 점 C, D는 이차함수의 그래프 위의 점이다. 조건(2) 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값 질문의 핵심 을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]



점 A의 좌표를 $(t, 0)$ $(t>0)$으로 놓으면

$B(6-t, 0)$, $D(t, -t^2+6t)$

이므로 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}2(\overline{AB}+\overline{AD})&=2\{(6-2t)+(-t^2+6t)\}\\&=-2t^2+8t+12\\&=-2(t-2)^2+20\end{aligned}$$

❶ 3점

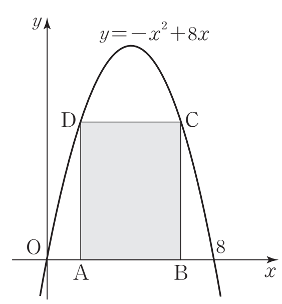
이때 $\overline{AB}>0$에서 $6-2t>0$ $\quad\therefore t<3$

따라서 $0<t<3$이므로 $t=2$일 때 최댓값은 20이다.

❷ 3점

10–2 문제 제대로 읽기

다음 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2+8x$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형에 직사각형 ABCD가 내접한 조건(1) 다. 점 A, B는 x축, 점 C, D는 이차함수의 그래프 위의 점일 때, 조건(2) 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값 질문의 핵심 을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]



점 A의 좌표를 $(t, 0)$ $(t>0)$으로 놓으면

$B(8-t, 0)$, $D(t, -t^2+8t)$

이므로 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}2(\overline{AB}+\overline{AD})&=2\{(8-2t)+(-t^2+8t)\}\\&=-2t^2+12t+16\\&=-2(t-3)^2+34\end{aligned}$$

❶ 3점

이때 $\overline{AB}>0$에서 $8-2t>0$ $\quad\therefore t<4$

따라서 $0<t<4$이므로 $t=3$일 때 최댓값은 34이다.

❷ 3점

1주 전

미리 풀어보는 우리 학교 중간고사

● 1일차　　본문 66~69쪽

01 ①	02 ③	03 ⑤	04 ⑤	05 ③
06 ③	07 ④	08 ④	09 ④	10 ⑤
11 ①	12 ④	13 ①	14 ①	15 ⑤
16 ①	17 ④			

[서술형 1] (1) $(x+y+2)(x+y-3)$
(2) $(x^2+2)(x+2)(x-2)$

[서술형 2] -2

[서술형 3] (1) 3 (2) 15

01 $A+B=(x^2+xy-2y^2)+(2x^2-3xy+y^2)$
$=x^2+xy-2y^2+2x^2-3xy+y^2$
$=(1+2)x^2+(1-3)xy+(-2+1)y^2$
$=3x^2-2xy-y^2$

Lecture 다항식의 덧셈과 뺄셈
(i) 괄호가 있는 경우 괄호부터 풀기
(ii) 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리하기
(iii) 동류항끼리 모아서 간단히 정리하기

02 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
$=3^2+2\cdot2$
$=13$

Lecture 곱셈 공식의 변형
(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

03

1	2	3	5
		2	5
	2	5	10

$2x^2+3x+5=(x-1)(2x+5)+10$이므로
몫: $2x+5$, 나머지: 10

다른 풀이

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ x-1\,\overline{)\,2x^2+3x+5} \\ \underline{2x^2-2x} \\ 5x+5 \\ \underline{5x-5} \\ 10 \end{array}$$

∴ 몫: $2x+5$, 나머지: 10

04 ① $x(x-2)=x^2-2x$
② $(x+2)x-2x=x^2+2x-2x=x^2$
③ $x(x+1)+x=x^2+x+x=x^2+2x$
④ $(x+1)^2=x^2+2x+1$
⑤ $(x+2)(x-2)=x^2-4$
따라서 x에 대한 항등식이 아닌 것은 ⑤이다.

05 $(a+1)x+b=3x-5$가 x에 대한 항등식이므로
$a+1=3$, $b=-5$
∴ $a=2$, $b=-5$

06 $f(x)=x^3-2x+7$이라 하면 나머지정리에 의하여
$f(-2)=-8+4+7=3$

07 인수정리에 의하여
$f(2)=8+4a+2b-2=0$
∴ $2a+b=-3$ ······ ㉠
또 나머지정리에 의하여
$f(-1)=-1+a-b-2=3$
∴ $a-b=6$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-5$

Lecture 인수정리
다항식 $f(x)$를 일차식 $x-a$로 나누었을 때 나누어떨어지는 경우에는 인수정리를 이용한다. 즉 $f(a)=0$이다.

08 $f(x)=2x^3-x^2-1$이라 하면 $f(1)=0$이므로 $f(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ & & 2 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore\ 2x^3-x^2-1=(x-1)(2x^2+x+1)$
따라서 $a=-1$, $b=1$, $c=1$이므로
$a+b+c=-1+1+1=1$

Lecture 삼차 이상의 다항식 $f(x)$의 인수분해

$f(\alpha)=0$을 만족시키는 상수 α의 값은 다음과 같이 구한다.

$\Rightarrow \alpha=\pm\dfrac{(f(x)\text{의 상수항의 양의 약수})}{(f(x)\text{의 최고차항의 계수의 양의 약수})}$

09 $(x+y)-(2x-y)i=1+4i$에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$x+y=1$, $-(2x-y)=4$
이를 연립하여 풀면 $x=-1$, $y=2$
$\therefore\ x^2+y^2=(-1)^2+2^2=5$

10 $\sqrt{-12}+\sqrt{-3}=\sqrt{12}i+\sqrt{3}i$
$=2\sqrt{3}i+\sqrt{3}i$
$=3\sqrt{3}i$

11 이차방정식 $x^2-2x+6k=0$의 판별식을 D라 하면
$\dfrac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot6k=-6k+1$
서로 다른 두 실근을 가지려면 $\dfrac{D}{4}>0$이어야 하므로
$-6k+1>0 \qquad \therefore\ k<\dfrac{1}{6}$

12 이차방정식 $x^2-3x+4=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=4$
$\therefore\ (\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$
$=4+3+1$
$=8$

13 이차방정식 $2x^2+5x-1=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-\dfrac{5}{2}$, $\alpha\beta=-\dfrac{1}{2}$
이때 $\dfrac{1}{\alpha}$, $\dfrac{1}{\beta}$을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구하면
$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{-\frac{5}{2}}{-\frac{1}{2}}=5$
$\dfrac{1}{\alpha}\cdot\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{1}{\alpha\beta}=\dfrac{1}{-\frac{1}{2}}=-2$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-5x-2=0$

Lecture 이차방정식의 작성

α, β를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

14 이차방정식 $-2x+1=x^2+2x-k$, 즉
$x^2+4x-k-1=0$의 판별식을 D라 하면
$\dfrac{D}{4}=2^2-1\cdot(-k-1)=k+5$
이차함수의 그래프와 직선이 접하려면 $\dfrac{D}{4}=0$이어야 하므로
$k+5=0 \qquad \therefore\ k=-5$

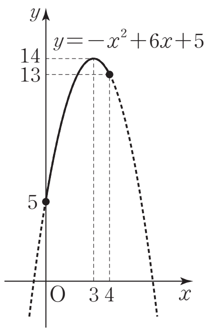
Lecture 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계는 두 식을 연립한 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$의 판별식 D의 부호에 따라 다음과 같다.
(1) $D>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) $D=0 \Rightarrow$ 한 점에서 만난다. (접한다.)
(3) $D<0 \Rightarrow$ 만나지 않는다.

15 $y=-x^2+6x+5$

$=-(x-3)^2+14$

이므로 $0\le x\le 4$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 꼭짓점의 x좌표 3이 $0\le x\le 4$에 포함되므로 $x=3$에서 최댓값 14, $x=0$에서 최솟값 5를 갖는다.

따라서 $M=14$, $m=5$이므로

$M-m=14-5=9$

16 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 주어진 방정식의 세 근의 합은

$-\frac{0}{1}=0$

Lecture 삼차방정식의 근과 계수의 관계

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$의 세 근을 α, β, γ라 하면

(1) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}$

(2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$

(3) $\alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$

17 $\begin{cases} x+y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=2-x$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(2-x)^2=10$

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

(i) $x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=3$

(ii) $x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=-1$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$

따라서 xy의 값은 -3이다.

[서술형 1] (1) $x^2+y^2+2xy-x-y-6$

$=x^2+2xy-x+y^2-y-6$

$=x^2+(2y-1)x+(y+2)(y-3)$

$=(x+y+2)(x+y-3)$ ❶

(2) $x^2=X$로 치환하면

$x^4-2x^2-8=X^2-2X-8$

$=(X+2)(X-4)$

$=(x^2+2)(x^2-4)$

$=(x^2+2)(x+2)(x-2)$ ❷

채점 기준	배점
❶ 한 문자에 대한 내림차순으로 정리하여 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	3점
❷ $x^2=X$로 치환하여 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	3점

다른 풀이

(1) $x^2+y^2+2xy-x-y-6$

$=(x^2+2xy+y^2)-(x+y)-6$

$=(x+y)^2-(x+y)-6$

이때 $x+y=X$로 치환하면

$X^2-X-6=(X+2)(X-3)$

$\therefore x^2+y^2+2xy-x-y-6$

$=(x+y+2)(x+y-3)$

[서술형 2] 이차방정식 $x^2-2(k+3)x+k^2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k+3)\}^2-1\cdot k^2=6k+9$ ❶

서로 다른 두 허근을 가지려면 $\frac{D}{4}<0$이어야 하므로

$6k+9<0$ $\quad\therefore k<-\frac{3}{2}$ ❷

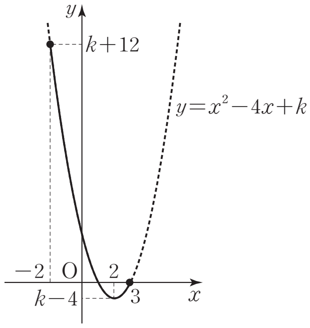
따라서 구하는 정수 k의 최댓값은 -2 ❸

채점 기준	배점
❶ 이차방정식의 판별식을 구할 수 있다.	2점
❷ 서로 다른 두 허근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
❸ 정수 k의 최댓값을 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] (1) $y=x^2-4x+k$

$=(x-2)^2+k-4$

이므로 $-2\le x\le 3$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 꼭짓점의 x좌표 2가 $-2\le x\le 3$에 포함되므로 $x=2$에서 최솟값 $k-4$, $x=-2$에서 최댓값 $k+12$를 갖는다.

주어진 함수의 최솟값이 -1이므로

$k-4=-1 \qquad \therefore k=3$

❶

(2) 주어진 함수는 $x=-2$에서 최댓값 $k+12=3+12=15$를 갖는다.

❷

채점 기준	배점
❶ k의 값을 구할 수 있다.	4점
❷ 주어진 함수의 최댓값을 구할 수 있다.	4점

● 2일차 본문 70~73쪽

01 ②	**02** ⑤	**03** ④	**04** ③	**05** ③
06 ⑤	**07** ⑤	**08** ④	**09** ③	**10** ②
11 ④	**12** ④	**13** ②	**14** ④	**15** ③
16 ①	**17** ②			

[서술형 1] -5
[서술형 2] 4
[서술형 3] 5

01 $A-B=(2x^2-xy+y^2)-(x^2+2xy+2y^2)$

$=2x^2-xy+y^2-x^2-2xy-2y^2$

$=x^2-3xy-y^2$

02 $x+y=(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=2$

$xy=(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=-1$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=2^3-3\cdot(-1)\cdot 2$

$=14$

03 $f(x)=x^3-3x^2+7x+2$라 하면 주어진 식을 $x+1$로 나누었을 때의 나머지는

$f(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)^2+7\cdot(-1)+2$

$=-9$

04 등식 $ax^2-2x+4=x^2+bx+c$가 x에 대한 항등식이므로 항등식의 성질에 의하여

$a=1, b=-2, c=4$

$\therefore a+b+c=1+(-2)+4=3$

05 $(2k+1)x+(k-1)y-k-2=0$에서

$(2x+y-1)k+(x-y-2)=0$

이 등식이 k에 대한 항등식이므로

$2x+y-1=0, x-y-2=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$x=1, y=-1$

$\therefore x+y=1+(-1)=0$

06 $f(x)=x^3+ax^2+bx-4$라 하면

$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)$

$=(x-1)(x-2)Q(x)$

$\therefore f(1)=0, f(2)=0$

즉

$f(1)=1+a+b-4=0$

$\therefore a+b=3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$f(2)=8+4a+2b-4=0$

$\therefore 2a+b=-2 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-5, b=8$

$f(x)=x^3-5x^2+8x-4$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -5 & 8 & -4 \\ & & 1 & -4 & 4 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-4x+4)$

$=(x-1)(x-2)^2$

따라서 $Q(x)=x-2$이므로 구하는 계수의 합은

$1+(-2)=-1$

다른 풀이

$Q(x)$는 x의 계수가 1인 일차식이므로
$Q(x)=x+k$ (k는 상수)라 하면
$x^3+ax^2+bx-4=(x^2-3x+2)(x+k)$
위의 식의 양변에 $x=0$을 대입하면
$-4=2k \qquad \therefore k=-2$
따라서 $Q(x)=x-2$이므로 구하는 계수의 합은
$1+(-2)=-1$

07 $f(x)=x^3+3x^2-2$라 하면 $f(-1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ & & -1 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2+2x-2)$
따라서 주어진 식의 인수인 것은 ⑤이다.

08 $f(x)=2x^3-3x^2-x+1$이라 하면 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$이므로
$x-\frac{1}{2}$은 $f(x)$의 인수이다.
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & -3 & -1 & 1 \\ & & 1 & -1 & -1 \\ \hline & 2 & -2 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x)&=\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-2x-2) \\ &=\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot 2(x^2-x-1) \\ &=(2x-1)(x^2-x-1) \end{aligned}$$

따라서 $a=-1$, $b=1$, $c=1$이므로
$a+b+c=-1+1+1=1$

09 ③ $\sqrt{-4}=2i$는 허수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

10 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓고 주어진 식에 대입하면
$(1-i)(a+bi)=1+3i$
$a+bi-ai+b=1+3i$
$\therefore (a+b)+(-a+b)i=1+3i$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$a+b=1$, $-a+b=3$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=2$
따라서 구하는 복소수 z는 $-1+2i$이다.

Lecture 복소수가 서로 같을 조건

a, b, c, d가 실수일 때,
(1) $a+bi=c+di$이면 $a=c$, $b=d$
(2) $a+bi=0$이면 $a=0$, $b=0$

다른 풀이

$(1-i)z=1+3i$에서
$$z=\frac{1+3i}{1-i}=\frac{(1+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-2+4i}{2}=-1+2i$$

11 $x^2-3x+1=0$의 두 근이 α, β이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=1$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}&=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} \\ &=\frac{3^2-2\cdot 1}{1^2}=7 \end{aligned}$$

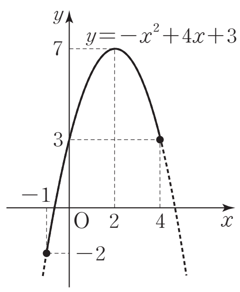
12 $x^2+4x+a-6=0$이 서로 다른 두 허근을 가지므로 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=2^2-(a-6)<0$
$-a+10<0 \qquad \therefore a>10$

13 이차함수 $y=x^2-ax+b$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표가 -2, 3이므로 -2, 3은 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 근이다.
근과 계수의 관계에 의하여
$-2+3=a$, $-2\cdot 3=b$
$\therefore a=1$, $b=-6$

Lecture 이차함수의 그래프와 이차방정식의 실근 사이의 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축의 교점의 좌표가 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$이다.
$\Longleftrightarrow$ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해는 $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$이다.

14 $y=-x^2+4x+3$
$=-(x-2)^2+7$
오른쪽 그림과 같이
$-1\le x\le 4$에서
$x=2$일 때 $y=7$,
$x=-1$일 때 $y=-2$,
$x=4$일 때 $y=3$이므로
$M=7$, $m=-2$
$\therefore M+m=7+(-2)=5$



15 이차함수 $y=x^2-6x+k$의 그래프가 직선 $y=-2x+1$과 접하므로 방정식 $x^2-6x+k=-2x+1$, 즉 $x^2-4x+k-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-2)^2-(k-1)=0$ $\qquad\therefore k=5$

16 $f(x)=2x^3-3x^2-3x+2$라 하면 $f(-1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -3 & -3 & 2 \\ & & -2 & 5 & -2 \\ \hline & 2 & -5 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(2x^2-5x+2)$
$=(x+1)(x-2)(2x-1)$
이므로 $(x+1)(x-2)(2x-1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$
따라서 $\alpha=2$, $\beta=-1$이므로
$\alpha+\beta=2+(-1)=1$

17 $\begin{cases} x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy-y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-2$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-x(x-2)-(x-2)^2=5$
$x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
$\therefore x=3$
$x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=1$
따라서 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=1$이다.

[서술형 1] 나머지정리에 의하여 $f(-3)=5$, $f(1)=-3$

❶

다항식 $f(x)$를 $(x+3)(x-1)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x+3)(x-1)Q(x)+ax+b$

❷

양변에 $x=-3$, $x=1$을 각각 대입하면
$f(-3)=-3a+b$, $f(1)=a+b$
$\therefore -3a+b=5$, $a+b=-3$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-1$
따라서 $R(x)=-2x-1$이므로

❸

$R(2)=-5$

❹

채점 기준	배점
❶ 나머지정리를 이용할 수 있다.	2점
❷ 나눗셈에 대한 등식을 세울 수 있다.	2점
❸ 나머지 $R(x)$를 구할 수 있다.	2점
❹ $R(2)$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] 이차방정식 $x^2-ax+1=0$의 두 근을 α, β라 하면 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=a$, $\alpha\beta=1$ $\cdots\cdots$ ㉠

❶

이때 주어진 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{3}$이므로 $|\alpha-\beta|=2\sqrt{3}$
양변을 제곱하면 $(\alpha-\beta)^2=12$
$\therefore (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=12$ $\cdots\cdots$ ㉡

❷

㉡에 ㉠을 대입하면 $a^2-4\cdot1=12$

$a^2=16$ $\therefore a=4$ ($\because a>0$)

❸

채점 기준	배점
❶ 근과 계수의 관계를 이용할 수 있다.	2점
❷ 두 점 사이의 거리를 이용하여 식을 세울 수 있다.	3점
❸ a의 값을 구할 수 있다.	2점

다른 풀이

이차방정식 $x^2-ax+1=0$의 두 근을 α, $\alpha+2\sqrt{3}$이라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(\alpha+2\sqrt{3})=a$ …… ㉠

$\alpha(\alpha+2\sqrt{3})=1$ …… ㉡

㉡에서 $\alpha^2+2\sqrt{3}\alpha-1=0$

$\therefore \alpha=-\sqrt{3}\pm2$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $a=4$ 또는 $a=-4$

따라서 구하는 양수 a의 값은 4

[서술형 3] ㈎에서

$f(x)=(x+2)^2+k=x^2+4x+k+4$ (k는 상수)

라 하자.

㈏에서 이차방정식 $x^2+4x+k+4=-3$, 즉 $x^2+4x+k+7=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-(k+7)=0$ $\therefore k=-3$

$\therefore f(x)=x^2+4x+1$

❶

따라서 $a=4$, $b=1$이므로

❷

$a+b=4+1=5$

❸

채점 기준	배점
❶ 조건 ㈎, ㈏를 이용하여 이차함수의 식을 구할 수 있다.	4점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

Lecture $y=a(x-m)^2+n(a\neq0)$의 그래프

이차함수 $y=a(x-m)^2+n$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프이다.

(1) 꼭짓점의 좌표: (m, n)

(2) 축의 방정식: $x=m$

● 3일차

본문 74~77쪽

01 ④	02 ①	03 ④	04 ②	05 ④
06 ④	07 ②	08 ⑤	09 ⑤	10 ⑤
11 ⑤	12 ②	13 ⑤	14 ⑤	15 ①
16 ①	17 ②			

[서술형 1] $a=-3$, $b=2$

[서술형 2] 3

[서술형 3] $m=-2$, $n=-5$

01 $A-2B=(x^2-x+2)-2(2x^2-2x+3)$

$=x^2-x+2-4x^2+4x-6$

$=-3x^2+3x-4$

Lecture 다항식의 덧셈과 뺄셈

(ⅰ) 괄호가 있는 경우 괄호부터 풀기

(ⅱ) 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리하기

(ⅲ) 동류항끼리 모아서 간단히 정리하기

02 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서

$3^2=7+2xy$

$\therefore xy=1$

03 $(2x+1)(4x^2-2x-1)$

$=8x^3-4x^2-2x+4x^2-2x-1$

$=8x^3-4x-1$

04 $P(x)$를 $x-\frac{1}{5}$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R이므로

$P(x)=\left(x-\frac{1}{5}\right)Q(x)+R$

$=\frac{1}{5}(5x-1)Q(x)+R$

$=(5x-1)\cdot\frac{1}{5}Q(x)+R$

따라서 $P(x)$를 $5x-1$로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{5}Q(x)$, 나머지는 R이다.

Lecture 몫과 나머지의 변형

다항식 $P(x)$를 $x-\frac{1}{a}$ $(a\neq0)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 하면

$$P(x)=\left(x-\frac{1}{a}\right)Q(x)+R=\frac{1}{a}(ax-1)Q(x)+R$$
$$=(ax-1)\cdot\frac{1}{a}Q(x)+R$$

따라서 $P(x)$를 $ax-1$로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{a}Q(x)$, 나머지는 R이다.

05 $ax^2+bx+c-1=3x^2+x+1$이 x에 대한 항등식이므로 항등식의 성질에 의하여

$a=3,\ b=1,\ c-1=1$

$\therefore a=3,\ b=1,\ c=2$

$\therefore abc=6$

Lecture 항등식의 성질

(1) $ax+b=0$이 x에 대한 항등식이면 $a=0,\ b=0$

(2) $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 항등식이면 $a=0,\ b=0,\ c=0$

(3) $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$이 x에 대한 항등식이면 $a=a',\ b=b',\ c=c'$

06 인수정리에 의하여 $P(3)=0$이므로

$27-12+k=0 \qquad \therefore k=-15$

따라서 다항식 $P(x)=3x^2-4x-15$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는

$P(2)=12-8-15=-11$

07
$$\frac{1-i}{2+i}+\frac{1+i}{2-i}=\frac{(1-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}+\frac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$$
$$=\frac{2-i-2i+i^2}{4-i^2}+\frac{2+i+2i+i^2}{4-i^2}$$
$$=\frac{1-3i}{5}+\frac{1+3i}{5}$$
$$=\frac{2}{5}$$

08 $2x+(1-x)i=3-x+(y-2)i$에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$2x=3-x,\ 1-x=y-2$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=1,\ y=2$

$\therefore x^2+y^2=1^2+2^2=5$

09
$$\sqrt{-2}\sqrt{-8}+\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}}+\sqrt{-9}$$
$$=\sqrt{2}i\cdot2\sqrt{2}i+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}i}+3i$$
$$=4i^2+\frac{2i}{i^2}+3i$$
$$=-4-2i+3i$$
$$=-4+i$$

10 이차방정식 $x^2+4x+k+1=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-(k+1)>0$

$\therefore k<3$

11 이차방정식의 판별식을 D라 하면

① $D=0^2-4\cdot1\cdot4=-16<0$

② $D=0^2-4\cdot1\cdot(-9)=36>0$

③ $\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(-1)=2>0$

④ $\frac{D}{4}=3^2-3\cdot1=6>0$

⑤ $\frac{D}{4}=(-\sqrt{6})^2-2\cdot3=0$

따라서 중근을 갖는 것은 ⑤이다.

Lecture 이차방정식의 근의 판별

계수가 실수인 이차방정식의 판별식을 D라 할 때

(1) 서로 다른 두 실근을 가지면 ⇨ $D>0$

(2) 중근을 가지면 ⇨ $D=0$

(3) 서로 다른 두 허근을 가지면 ⇨ $D<0$

12 이차방정식 $x^2-10x+5=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=10$, $\alpha\beta=5$

$\therefore \dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{10}{5}=2$

13 이차함수 $y=2x^2-ax+b$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표가 -2, 3이므로 -2, 3은 이차방정식 $2x^2-ax+b=0$의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-2+3=\dfrac{a}{2}$, $-2\cdot3=\dfrac{b}{2}$

$\therefore a=2$, $b=-12$

$\therefore a-b=2-(-12)=14$

14 이차함수 $y=-x^2+7x+k$의 그래프와 직선 $y=x$가 만나지 않으므로 방정식 $-x^2+7x+k=x$, 즉 $x^2-6x-k=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot(-k)<0$

$9+k<0$ $\qquad\therefore k<-9$

Lecture 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계는 두 식을 연립한 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$의 판별식 D의 부호에 따라 다음과 같다.

(1) $D>0$ ⇨ 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) $D=0$ ⇨ 한 점에서 만난다. (접한다.)

(3) $D<0$ ⇨ 만나지 않는다.

15 이차함수 $y=x^2+4x+a$의 그래프가 직선 $y=-3$과 접하므로 방정식 $x^2+4x+a=-3$, 즉 $x^2+4x+a+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=2^2-(a+3)=0$

$4-a-3=0$

$\therefore a=1$

16 $f(x)=x^4-x^3+x^2+x-2$라 하면 $f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -2 \\
 & & 1 & 0 & 1 & 2 \\
\hline
-1 & 1 & 0 & 1 & 2 & \boxed{0} \\
 & & -1 & 1 & -2 & \\
\hline
 & 1 & -1 & 2 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2-x+2)$

이때 방정식 $f(x)=0$의 두 허근 α, β는 방정식 $x^2-x+2=0$의 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=2$

$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=1^3-3\cdot2\cdot1$

$=-5$

17 $\begin{cases} x-y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x+1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(x+1)^2=5$

$x^2+x-2=0$, $(x-1)(x+2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-2$

(i) $x=1$을 ㉢에 대입하면 $y=2$

(ii) $x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=-1$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

따라서 xy의 값은 2이다.

[서술형 1] 주어진 등식의 양변에 $x=-1$을 대입하면

$0=1+a+b$ $\qquad\therefore a+b=-1$ $\cdots\cdots$ ㉠

❶

주어진 등식의 양변에 $x=\sqrt{2}$를 대입하면

$0=4+2a+b$ $\qquad\therefore 2a+b=-4$ $\cdots\cdots$ ㉡

❷

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $b=2$

❸

채점 기준	배점
❶ $x=-1$을 대입한 식을 구할 수 있다.	3점
❷ $x=\sqrt{2}$를 대입한 식을 구할 수 있다.	3점
❸ a, b의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] $\alpha=-1+2i$이므로 $\overline{\alpha}=-1-2i$ ❶

$\therefore \alpha+\overline{\alpha}+\alpha\overline{\alpha}$
$=(-1+2i)+(-1-2i)+(-1+2i)(-1-2i)$
$=-2+(1+2i-2i+4)$
$=-2+5=3$ ❷

채점 기준	배점
❶ α의 켤레복소수 $\overline{\alpha}$를 구할 수 있다.	3점
❷ $\alpha+\overline{\alpha}+\alpha\overline{\alpha}$의 값을 구할 수 있다.	3점

[서술형 3] $f(x)=-x^2-2kx+4k-1$
$=-(x+k)^2+k^2+4k-1$
따라서 $x=-k$일 때 최댓값은 k^2+4k-1이므로
$g(k)=k^2+4k-1=(k+2)^2-5$ ❶

따라서 $g(k)$는 $k=-2$일 때 최솟값 -5를 갖는다.
$\therefore m=-2,\ n=-5$ ❷

채점 기준	배점
❶ $g(k)$를 k에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	4점
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	3점

● 4일차

본문 78~81쪽

01 ①	02 ③	03 ②	04 ③	05 ⑤
06 ③	07 ③	08 ④	09 ②	10 ④
11 ②	12 ③	13 ⑤	14 ④	15 ②
16 ③	17 ①			

[서술형 1] 5
[서술형 2] $1-i$
[서술형 3] (1) 3 (2) 4

01 $(4x^2+x-1)-(x^2+2x-2)$
$=4x^2+x-1-x^2-2x+2$
$=(4-1)x^2+(1-2)x+(-1+2)$
$=3x^2-x+1$

오답 피하기

빼는 식의 각 항의 부호에 주의해야 한다.
⇨ $A-(B+C)=A-B-C$

02 $(ax+2)(x^2-3x+2)$를 전개하면 x^2항은
$-3ax^2+2x^2=(-3a+2)x^2$
이때 x^2의 계수가 -7이므로
$-3a+2=-7 \quad \therefore a=3$

다른 풀이

주어진 식을 전개하면
$(ax+2)(x^2-3x+2)$
$=ax^3+(-3a+2)x^2+(2a-6)x+4$
이때 x^2의 계수가 -7이므로
$-3a+2=-7 \quad \therefore a=3$

03 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서
$12=4^2-2xy \quad \therefore xy=2$

Lecture 곱셈 공식의 변형
(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

04
$$\begin{array}{r} x^2 \qquad +2 \\ 3x-1 \overline{\smash{)}\,3x^3-x^2+6x+1} \\ \underline{3x^3-x^2 \qquad\qquad} \\ 6x+1 \\ \underline{6x-2} \\ 3 \end{array}$$
$\therefore$ 몫: x^2+2, 나머지: 3

05 A를 $x+2$로 나누었을 때의 몫이 x^2+1, 나머지가 2이므로

$A=(x+2)(x^2+1)+2$
$=(x^3+x+2x^2+2)+2$
$=x^3+2x^2+x+4$

> **Lecture** 다항식의 나눗셈
> 다항식 A를 다항식 $B(B\neq0)$로 나누었을 때의 몫이 Q, 나머지가 R이면
> $A=BQ+R$

06 $x^2+ax+b=(x-1)(x+2)$의 우변을 전개하여 정리하면

$x^2+ax+b=x^2+x-2$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$a=1$, $b=-2$

$\therefore a^2+b^2=1^2+(-2)^2=5$

다른 풀이

$x^2+ax+b=(x-1)(x+2)$가 x에 대한 항등식이므로

양변에 $x=1$을 대입하면 $1+a+b=0$

양변에 $x=-2$를 대입하면 $4-2a+b=0$

이를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-2$

$\therefore a^2+b^2=1^2+(-2)^2=5$

07 $f(x)=2x^3+3x^2-x+6$이라 하면 나머지정리에 의하여

$f(-2)=-16+12+2+6=4$

08 ① 0은 허수부분이 0인 복소수이다.

② $1-i$와 1의 대소를 비교할 수 없다.

③ 3의 허수부분은 0이다.

⑤ 허수는 실수 a, b에 대하여 항상 $a+bi\ (b\neq0)$의 꼴로 나타낸다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

09 $(2+3i)(5-2i)=10-4i+15i+6$
$=(10+6)+(-4+15)i$
$=16+11i$

10 $x^2-(k+1)x-1=0$에 $x=-1$을 대입하면

$1+(k+1)-1=0\qquad\therefore k=-1$

$k=-1$을 주어진 방정식에 대입하면

$x^2-1=0$, $(x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$

따라서 다른 한 근은 1이므로 $a=1$

$\therefore k+a=-1+1=0$

11 이차방정식 $x^2+4x+2(k+1)=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-1\cdot2(k+1)=-2k+2$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $\frac{D}{4}>0$이어야 하므로

$-2k+2>0\qquad\therefore k<1$

> **Lecture** 이차방정식의 근의 판별
> 계수가 실수인 이차방정식의 판별식을 D라 할 때
> (1) 서로 다른 두 실근을 가지면 ⇨ $D>0$
> (2) 중근을 가지면 ⇨ $D=0$
> (3) 서로 다른 두 허근을 가지면 ⇨ $D<0$

12 a, b가 실수이므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $\sqrt{2}+i$이면 다른 한 근은 $\sqrt{2}-i$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$(\sqrt{2}+i)+(\sqrt{2}-i)=-a$, $(\sqrt{2}+i)(\sqrt{2}-i)=b$

따라서 $a=-2\sqrt{2}$, $b=3$이므로

$a^2+b^2=(-2\sqrt{2})^2+3^2=17$

13 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=3$

이때 α^2, β^2을 두 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구하면

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=2^2-2\cdot3=-2$

$\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=3^2=9$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+2x+9=0$

Lecture 이차방정식의 작성

α, β를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

14 이차방정식 $-2x^2+2x+1=4x+k$,

즉 $2x^2+2x+k-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1^2-2\cdot(k-1)=-2k+3$

이차함수의 그래프와 직선이 적어도 한 점에서 만나려면 $\frac{D}{4}\geq0$이어야 하므로

$-2k+3\geq0 \qquad \therefore k\leq\frac{3}{2}$

따라서 구하는 실수 k의 최댓값은 $\frac{3}{2}$

Lecture 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계는 두 식을 연립한 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$의 판별식 D의 부호에 따라 다음과 같다.

(1) $D>0$ ⇨ 서로 다른 두 점에서 만난다.

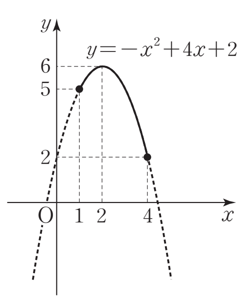
(2) $D=0$ ⇨ 한 점에서 만난다. (접한다.)

(3) $D<0$ ⇨ 만나지 않는다.

15 $y=-x^2+4x+2$

$=-(x-2)^2+6$

이므로 $1\leq x\leq4$에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 꼭짓점의 x좌표 2가 $1\leq x\leq4$에 포함되므로

$x=2$에서 최댓값 6, $x=4$에서 최솟값 2를 갖는다.

따라서 $a=6$, $b=2$이므로

$a+b=6+2=8$

16 $x^2+2x=X$라 하면 주어진 방정식은

$X(X-2)=24$, $X^2-2X-24=0$

$(X+4)(X-6)=0$

$\therefore (x^2+2x+4)(x^2+2x-6)=0$

(i) $x^2+2x+4=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$\frac{D_1}{4}=1^2-1\cdot4=-3<0$

이므로 이 방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(ii) $x^2+2x-6=0$의 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=1^2-1\cdot(-6)=7>0$

이므로 이 방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(i), (ii)에서 두 실근 α, β는 $x^2+2x-6=0$의 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=-6$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2+\beta^2&=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\\&=(-2)^2-2\cdot(-6)\\&=16\end{aligned}$$

17 $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2-xy+y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-y)=0$

$\therefore x=-y$ 또는 $x=y$

(i) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$2(-y)^2-(-y)\cdot y+y^2=16$

$4y^2=16 \qquad \therefore y=\pm2$

$\therefore x=\pm2$, $y=\mp2$ (복호동순)

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$2y^2-y\cdot y+y^2=16$

$2y^2=16 \qquad \therefore y=\pm2\sqrt{2}$

$\therefore x=\pm2\sqrt{2}$, $y=\pm2\sqrt{2}$ (복호동순)

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$

또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-2\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=2\sqrt{2} \end{cases}$

Lecture 두 개의 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식

인수분해되는 이차방정식을 인수분해하여 일차방정식과 이차방정식으로 이루어진 연립방정식 꼴로 만들어 푼다.

[서술형 1] $f(x)$를 $(x-2)(2x+1)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x-2)(2x+1)Q(x)+ax+b$

❶

이때 나머지정리에 의하여 $f(2)=7$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)=2$이므로

$f(2)=2a+b=7$ …… ㉠

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}a+b=2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=3$

따라서 $R(x)=2x+3$이므로

❷

$R(1)=5$

❸

채점 기준	배점
❶ 나눗셈에 대한 등식을 세울 수 있다.	2점
❷ $R(x)$를 구할 수 있다.	2점
❸ $R(1)$의 값을 구할 수 있다.	2점

오답 피하기

다항식 $f(x)$를 n차식으로 나누었을 때의 나머지는 $(n-1)$차 이하의 다항식이다.

[서술형 2] $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1+2i)(a+bi)+2i(a-bi)=a+(4a+b)i$

❶

즉 $a+(4a+b)i=1+3i$이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a=1$, $4a+b=3$

이를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-1$

❷

$\therefore z=1-i$

❸

채점 기준	배점
❶ $z=a+bi$, $\bar{z}=a-bi$로 나타낼 수 있다.	2점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ z를 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] $x^3=-1$의 한 허근이 ω, 다른 한 허근이 $\bar{\omega}$이므로

$\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$, $\bar{\omega}^3=-1$, $\bar{\omega}^2-\bar{\omega}+1=0$

이때 $x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)=0$이고, ω, $\bar{\omega}$는 $x^2-x+1=0$의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\omega+\bar{\omega}=1$, $\omega\bar{\omega}=1$

❶

(1) $(\omega+1)(\bar{\omega}+1)=\omega\bar{\omega}+\omega+\bar{\omega}+1$

$=\omega\bar{\omega}+(\omega+\bar{\omega})+1$

$=1+1+1$

$=3$

❷

(2) $(1+\omega+\omega^2)(1+\bar{\omega}+\bar{\omega}^2)$

$=\{(1+\omega^2)+\omega\}\{(1+\bar{\omega}^2)+\bar{\omega}\}$

$=(\omega+\omega)(\bar{\omega}+\bar{\omega})$

$=2\omega\cdot 2\bar{\omega}$

$=4\omega\bar{\omega}$

$=4$

❸

채점 기준	배점
❶ $\omega+\bar{\omega}=1$, $\omega\bar{\omega}=1$임을 구할 수 있다.	2점
❷ $(\omega+1)(\bar{\omega}+1)$의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $(1+\omega+\omega^2)(1+\bar{\omega}+\bar{\omega}^2)$의 값을 구할 수 있다.	3점

Lecture 방정식 $x^3=-1$의 허근의 성질

방정식 $x^3=-1$의 한 허근을 ω라 할 때

(단, $\bar{\omega}$는 ω의 켤레복소수)

(1) $\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$

(2) $\omega+\bar{\omega}=1$, $\omega\bar{\omega}=1$

(3) $\omega^2=-\bar{\omega}=-\frac{1}{\omega}$

5일차

본문 82~85쪽

01 ①	02 ③	03 ②	04 ①	05 ③
06 ②	07 ④	08 ④	09 ⑤	10 ④
11 ④	12 ③	13 ①	14 ④	15 ①
16 ①	17 ②			

[서술형 1] -9

[서술형 2] -12

[서술형 3] 10

01 $A+2B=(2x^2-5x+4)+2(-x^2+4x-3)$

$=2x^2-5x+4-2x^2+8x-6$

$=3x-2$

이므로 $ax^2+bx+c=3x-2$에서

$a=0,\ b=3,\ c=-2$

$\therefore\ a+b+c=0+3+(-2)=1$

Lecture 항등식의 성질

(1) $ax+b=0$이 x에 대한 항등식이면 $a=0,\ b=0$

(2) $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 항등식이면 $a=0,\ b=0,\ c=0$

(3) $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$이 x에 대한 항등식이면 $a=a',\ b=b',\ c=c'$

02 $(x+3y+7)(2x-3y+1)$을 전개하면 xy항은

$x\cdot(-3y)+3y\cdot 2x=3xy$

따라서 주어진 식의 전개식에서 xy의 계수는 3이다.

03

$$\begin{array}{r|l} & 2x+2 \\ \hline 3x-1 & 6x^2+4x+5 \\ & 6x^2-2x \\ \hline & \quad\ \ 6x+5 \\ & \quad\ \ 6x-2 \\ \hline & \qquad\quad 7 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $2x+2$, 나머지는 7이다.

다른 풀이

조립제법에 의하여 $6x^2+4x+5$를 $x-\frac{1}{3}$로 나누었을 때의 몫이 $6x+6$, 나머지가 7이므로

$$\begin{array}{c|ccc} \frac{1}{3} & 6 & 4 & 5 \\ & & 2 & 2 \\ \hline & 6 & 6 & \boxed{7} \end{array}$$

$6x^2+4x+5=\left(x-\frac{1}{3}\right)(6x+6)+7$

$=\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot 3(2x+2)+7$

$=(3x-1)(2x+2)+7$

따라서 구하는 몫은 $2x+2$, 나머지는 7이다.

Lecture 몫과 나머지의 변형

다항식 $P(x)$를 $x-\frac{1}{a}\ (a\neq 0)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 하면

$P(x)=\left(x-\frac{1}{a}\right)Q(x)+R$

$=\frac{1}{a}(ax-1)Q(x)+R$

$=(ax-1)\cdot\frac{1}{a}Q(x)+R$

따라서 $P(x)$를 $ax-1$로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{a}Q(x)$, 나머지는 R이다.

04 $ax+b=5-2x=-2x+5$가 x에 대한 항등식이므로 항등식의 성질에 의하여

$a=-2,\ b=5$

05 $f(x)=2x^3+x^2-x+a$라 하면 나머지정리에 의하여 $f(-2)=-6$이므로

$f(-2)=-16+4+2+a=-6$

$\therefore\ a=4$

06 나머지정리에 의하여 $P(1)=5,\ P(-1)=7$

다항식 $P(x)$를 x^2-1로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$P(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$

$=(x+1)(x-1)Q(x)+ax+b$

양변에 $x=1,\ x=-1$을 각각 대입하면

$P(1)=a+b,\ P(-1)=-a+b$

$\therefore\ a+b=5,\ -a+b=7$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=6$

따라서 구하는 나머지는 $-x+6$이다.

Lecture 다항식의 나눗셈에서의 나머지

다항식 $P(x)$를 $A(x)$로 나누었을 때의 나머지 $R(x)$는

(1) $A(x)$가 일차식이면 $R(x)$는 상수,
즉 $R(x)=a$ (a는 상수)

(2) $A(x)$가 이차식이면 $R(x)$는 일차식 또는 상수,
즉 $R(x)=ax+b$ (a, b는 상수)

07 $x+y=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$

$x-y=(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)$
$=\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1=2$

이므로

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=2\sqrt{2}\cdot 2=4\sqrt{2}$

08 ① 허수에서는 대소 관계가 존재하지 않는다.

② $1+2i$의 실수부분은 1, 허수부분은 2이다.

③ $a=0$이면 $0i=0$이므로 허수가 아니다.

④ $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$ (a, b, c, d는 실수)라 하면

$\overline{z_1-z_2}=\overline{a+bi-(c+di)}$
$=\overline{(a-c)+(b-d)i}$
$=(a-c)-(b-d)i$

$\overline{z_1}-\overline{z_2}=\overline{a+bi}-\overline{c+di}$
$=a-bi-(c-di)$
$=a-bi-c+di$
$=(a-c)-(b-d)i$

$\therefore \overline{z_1-z_2}=\overline{z_1}-\overline{z_2}$

⑤ $2i+\sqrt{3}$의 켤레복소수는 $-2i+\sqrt{3}$이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

09 ① $(2-i)+(1+3i)=2-i+1+3i$
$=3+2i$

② $2-(2-2i)=2-2+2i=2i$

③ $(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)=1^2-(\sqrt{3}i)^2$
$=1+3=4$

④ $(2+i)(2-i)=2^2-i^2$
$=4+1=5$

⑤ $\dfrac{1+i}{2+i}=\dfrac{(1+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$
$=\dfrac{2-i+2i+1}{4+1}$
$=\dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{5}i$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

10 $z=a+bi$ (a, b는 실수)라 하면

$(1-i)z=3-5i$에서

$(1-i)(a+bi)=3-5i$

$a+bi-ai+b=3-5i$

$\therefore (a+b)+(-a+b)i=3-5i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a+b=3$, $-a+b=-5$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=4$, $b=-1$

따라서 구하는 복소수 z는 $4-i$이다.

다른 풀이

$(1-i)z=3-5i$에서

$z=\dfrac{3-5i}{1-i}=\dfrac{(3-5i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{8-2i}{2}=4-i$

11 이차방정식 $x^2+x-3=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=-3$

ㄴ. $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=(-1)^2-2\cdot(-3)$
$=7$

ㄷ. $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=-\dfrac{7}{3}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

Lecture 곱셈 공식의 변형

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

12 이차방정식 $x^2+2(k+3)x+k^2+3k=0$이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k+3)^2-(k^2+3k)=0$

$3k+9=0 \qquad \therefore k=-3$

13 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=4, \alpha\beta=1$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=-a, \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=b$

즉

$a=-\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-4$

$b=\frac{1}{\alpha\beta}=1$

$\therefore a+b=-4+1=-3$

14 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표가 $-2, 4$이므로 $-2, 4$는 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-2+4=-a, -2\cdot4=b$

$\therefore a=-2, b=-8$

15 이차함수 $y=x^2-2kx+k^2-k$의 그래프가 x축보다 항상 위쪽에 있으므로 x축과 만나지 않는다. 따라서 방정식 $x^2-2kx+k^2-k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-k)^2-(k^2-k)<0$

$\therefore k<0$

16 $x^3=1$에서 $x^3-1=0$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$

따라서 ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이므로

$\omega^2+\omega+1=0$

$\therefore \omega^3+\omega^2+\omega=\omega(\omega^2+\omega+1)$
$=\omega\cdot0=0$

17 $\begin{cases} 2x^2+xy=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-2y)=0$

$\therefore x=-y$ 또는 $x=2y$

(ⅰ) $x=-y$를 ㉠에 대입하면

$2\cdot(-y)^2+(-y)\cdot y=10$

$y^2=10 \qquad \therefore y=\pm\sqrt{10}$

$\therefore x=\pm\sqrt{10}, y=\mp\sqrt{10}$ (복호동순)

(ⅱ) $x=2y$를 ㉠에 대입하면

$2\cdot(2y)^2+2y\cdot y=10$

$y^2=1 \qquad \therefore y=\pm1$

$\therefore x=\pm2, y=\pm1$ (복호동순)

(ⅰ), (ⅱ)에서 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{10} \\ y=-\sqrt{10} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{10} \\ y=\sqrt{10} \end{cases}$

또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

따라서 $\alpha=2, \beta=1$이므로

$\alpha^2+\beta^2=2^2+1^2=5$

[서술형 1] $\alpha+\overline{\beta}=\frac{5}{1+2i}+\overline{2+i}$

$=\frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}+2-i$

$=1-2i+2-i$

$=3-3i$

❶

따라서 $p=3, q=-3$이므로

❷

$pq=3\cdot(-3)=-9$

❸

채점 기준	배점
❶ $\alpha+\overline{\beta}$를 간단히 할 수 있다.	4점
❷ p, q의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ pq의 값을 구할 수 있다.	1점

Lecture **분모가 허수인 분수**

분모가 허수일 때, 분모와 분자에 각각 분모의 켤레복소수를 곱하여 분모를 실수화한다.

$$\Rightarrow \frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{(a+bi)(a-bi)}$$
$$=\frac{a-bi}{a^2+b^2}\ (a,\ b\text{는 실수})$$

[서술형 2] $y=x^2+6x+a$
$=(x+3)^2+a-9$ ❶

이므로 $x=-3$에서 최솟값 $a-9$를 갖는다.
즉 $a-9=-5$, $b=-3$이므로 $a=4$, $b=-3$ ❷

$\therefore ab=4\cdot(-3)=-12$ ❸

채점 기준	배점
❶ 이차함수의 식을 변형할 수 있다.	2점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] $\begin{cases} y-x+k=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2-5=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-k$ ⋯⋯ ㉢ ❶

㉢을 ㉡에 대입하면
$x^2+(x-k)^2-5=0$
$\therefore 2x^2-2kx+k^2-5=0$ ❷

위의 식을 만족시키는 x의 값이 오직 한 개 존재해야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-k)^2-2(k^2-5)=0$
$k^2-2k^2+10=0$
$\therefore k^2=10$ ❸

채점 기준	배점
❶ ㉠을 y에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ ㉡을 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❸ 오직 한 쌍의 해를 가질 때의 k^2의 값을 구할 수 있다.	4점