정답과 풀이

4주 전

학교시험에 꼭 나오는 교과서 문제

● 1일차 본문 10~13쪽

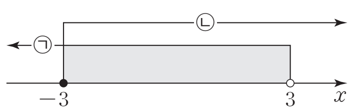
01-1 ①	01-2 ①	02-1 ③	02-2 ②
03-1 ①	03-2 ④	04-1 ③	04-2 ⑤
05-1 ①	05-2 ①	05-3 ④	05-4 ③
06-1 ①	06-2 ③	06-3 ⑤	06-4 ③

01-1 $2x-1<5$에서 $2x<6$

$\therefore x<3$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x-3\le 2x$에서 $-x\le 3$

$\therefore x\ge -3$ $\cdots\cdots$ ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $-3\le x<3$이므로 모든 정수 x의 값의 합은

$-3+(-2)+(-1)+0+1+2=-3$

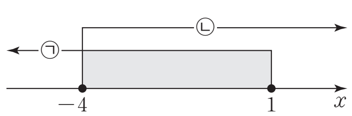
> **Lecture** 연립부등식의 해 구하기
> 각 부등식의 해를 수직선 위에 나타내어 공통 범위를 찾는다.

01-2 $3x+1\le 4$에서 $3x\le 3$

$\therefore x\le 1$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x-3\le 2x+1$에서 $-x\le 4$

$\therefore x\ge -4$ $\cdots\cdots$ ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $-4\le x\le 1$이므로 정수 x의 최댓값과 최솟값의 합은

$1+(-4)=-3$

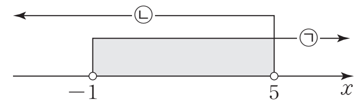
02-1 $-3<2x-1<x+4$의 해는 연립부등식

$\begin{cases} -3<2x-1 \\ 2x-1<x+4 \end{cases}$의 해와 같다.

$-3<2x-1$에서 $-2x<2$

$\therefore x>-1$ $\cdots\cdots$ ㉠

$2x-1<x+4$에서 $x<5$ $\cdots\cdots$ ㉡



따라서 부등식의 해는 $-1<x<5$이므로 구하는 정수 x는 0, 1, 2, 3, 4로 그 개수는 5이다.

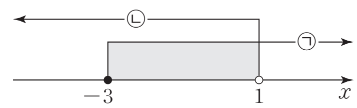
02-2 $x-3\le 2x<x+1$의 해는 연립부등식

$\begin{cases} x-3\le 2x \\ 2x<x+1 \end{cases}$의 해와 같다.

$x-3\le 2x$에서 $-x\le 3$

$\therefore x\ge -3$ $\cdots\cdots$ ㉠

$2x<x+1$에서 $x<1$ $\cdots\cdots$ ㉡



따라서 부등식의 해는 $-3\le x<1$이므로 구하는 정수 x는 -3, -2, -1, 0으로 그 개수는 4이다.

03-1 $|x+1|>3$에서 $x+1<-3$ 또는 $x+1>3$

따라서 부등식의 해는 $x<-4$ 또는 $x>2$이므로

$\alpha=-4$, $\beta=2$

$\therefore \alpha+\beta=-4+2=-2$

> **Lecture** 절댓값 기호를 포함한 부등식
> $a>0$일 때, $|x|<a$ 또는 $|x|>a$ 꼴의 부등식의 해는 다음과 같다.
> ① $|x|<a \Longleftrightarrow -a<x<a$
> ② $|x|>a \Longleftrightarrow x<-a$ 또는 $x>a$

03-2 $|x-3|<5$에서 $-5<x-3<5$

따라서 부등식의 해는 $-2<x<8$이므로

$\alpha=-2$, $\beta=8$

$\therefore \beta-2\alpha=8-2\cdot(-2)=12$

쌍둥이 문제

부등식 $|3x-1|<2$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하시오.

[풀이]

$|3x-1|<2$에서 $-2<3x-1<2$

$-1<3x<3$ $\quad\therefore -\frac{1}{3}<x<1$

따라서 $\alpha=-\frac{1}{3}$, $\beta=1$이므로

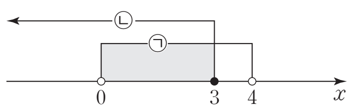
$\alpha+\beta=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$

답 $\frac{2}{3}$

04-1 $|x-2|<2$에서 $-2<x-2<2$

$\therefore 0<x<4$ …… ㉠

$x-3\le 0$에서 $x\le 3$ …… ㉡

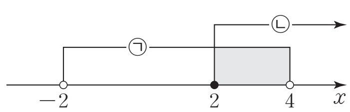


따라서 연립부등식의 해는 $0<x\le 3$이므로 구하는 정수 x는 1, 2, 3으로 그 개수는 3이다.

04-2 $|x-1|<3$에서 $-3<x-1<3$

$\therefore -2<x<4$ …… ㉠

$x-2\ge 0$에서 $x\ge 2$ …… ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $2\le x<4$이므로 모든 정수 x의 값의 합은 $2+3=5$

05-1 $x^2-x-42<0$에서 $(x+6)(x-7)<0$

따라서 부등식의 해는 $-6<x<7$이므로

$\alpha=-6$, $\beta=7$

$\therefore \alpha+\beta=-6+7=1$

다른 풀이

이차함수

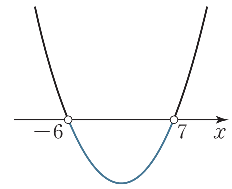
$y=x^2-x-42$

$=(x+6)(x-7)$

의 그래프는 오른쪽과 같다.

따라서 구하는 부등식의 해는

$-6<x<7$



05-2 $x^2-3x-10\le 0$에서 $(x+2)(x-5)\le 0$

따라서 부등식의 해는 $-2\le x\le 5$이므로

$\alpha=-2$, $\beta=5$

$\therefore 2\alpha+\beta=2\cdot(-2)+5=1$

05-3 $x^2-6x>-9$에서 $x^2-6x+9>0$

$\therefore (x-3)^2>0$

따라서 부등식의 해는 $x\ne 3$인 모든 실수

05-4 $x^2-10x\le -25$에서 $x^2-10x+25\le 0$

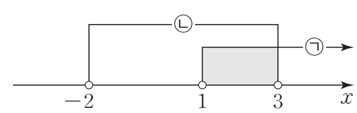
$\therefore (x-5)^2\le 0$

따라서 부등식의 해는 $x=5$

06-1 $x-1>0$에서 $x>1$ …… ㉠

$x^2-x-6<0$에서 $(x+2)(x-3)<0$

$\therefore -2<x<3$ …… ㉡

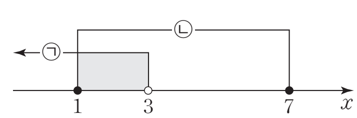


따라서 연립부등식의 해는 $1<x<3$이므로 구하는 정수 x는 2로 그 개수는 1이다.

06-2 $2x-1<x+2$에서 $x<3$ …… ㉠

$x^2-8x+7\le 0$에서 $(x-1)(x-7)\le 0$

$\therefore 1\le x\le 7$ …… ㉡



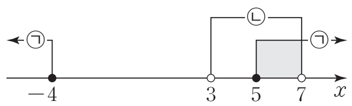
따라서 연립부등식의 해는 $1 \leq x < 3$이므로 모든 정수 x의 값의 합은 $1+2=3$

06-3 $x^2-x-20 \geq 0$에서 $(x+4)(x-5) \geq 0$

$\therefore\ x \leq -4$ 또는 $x \geq 5$ ······ ㉠

$x^2-10x+21<0$에서 $(x-3)(x-7)<0$

$\therefore\ 3<x<7$ ······ ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $5 \leq x < 7$이므로

$a=5,\ b=7$

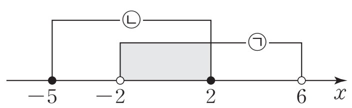
$\therefore\ a+b=5+7=12$

06-4 $x^2-4x-12<0$에서 $(x+2)(x-6)<0$

$\therefore\ -2<x<6$ ······ ㉠

$x^2+3x-10 \leq 0$에서 $(x-2)(x+5) \leq 0$

$\therefore\ -5 \leq x \leq 2$ ······ ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $-2<x \leq 2$이므로

$a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a+b=-2+2=0$

● 2일차

본문 14~17쪽

01-1 ④	01-2 ③	01-3 ②	01-4 ⑤
02-1 ②	02-2 ⑤	02-3 ④	02-4 ②
03-1 ④	03-2 ①	03-3 ④	03-4 ①
04-1 ③	04-2 ③	04-3 ⑤	04-4 ②

01-1 $\overline{AB}=|3-(-1)|=4$

01-2 $\overline{AB}=|-5-(-2)|=3$

01-3 두 점 $A(1)$, $B(a)$ 사이의 거리가 3이므로

$|a-1|=3,\ a-1=\pm 3$

$\therefore\ a=-2$ 또는 $a=4$

따라서 구하는 음수 a의 값은 -2

Lecture 절댓값 기호를 포함한 방정식

$a>0$일 때, $|x|=a$이면 $x=\pm a$이다.

01-4 두 점 $A(-3)$, $B(a)$ 사이의 거리가 7이므로

$|a-(-3)|=|a+3|=7,\ a+3=\pm 7$

$\therefore\ a=-10$ 또는 $a=4$

따라서 모든 a의 값의 합은 $-10+4=-6$

02-1 $\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(4-3)^2}=\sqrt{10}$

02-2 $\overline{AB}=\sqrt{(5-3)^2+\{2-(-1)\}^2}=\sqrt{13}$

02-3 두 점 $A(3, 1)$, $B(a+1, -2)$ 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{(a+1-3)^2+(-2-1)^2}=3\sqrt{2}$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2-4a+13=18,\ a^2-4a-5=0$

$(a+1)(a-5)=0$ $\quad\therefore\ a=-1$ 또는 $a=5$

따라서 모든 a의 값의 합은 $-1+5=4$

02-4 두 점 $A(a, 3)$, $B(0, -1)$ 사이의 거리가 5이므로

$\overline{AB}=\sqrt{(0-a)^2+(-1-3)^2}=5$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2+16=25,\ a^2-9=0$

$(a+3)(a-3)=0$ $\quad\therefore\ a=-3$ 또는 $a=3$

따라서 모든 a의 값의 합은 $-3+3=0$

03-1 $\dfrac{2\cdot6+1\cdot(-3)}{2+1}=3$

따라서 $\mathrm{P}(3)$이므로 $a=3$

03-2 $\dfrac{2\cdot5+5\cdot(-2)}{2+5}=0$

따라서 $\mathrm{P}(0)$이므로 $a=0$

03-3 $\dfrac{3\cdot6-2\cdot(-3)}{3-2}=24$

따라서 $\mathrm{Q}(24)$이므로 $b=24$

03-4 $\dfrac{2\cdot4-1\cdot2}{2-1}=6$

따라서 $\mathrm{Q}(6)$이므로 $b=6$

04-1 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{2+(-6)}{2}, \dfrac{-3+5}{2}\right)\qquad \therefore (-2, 1)$

04-2 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{3+(-1)}{2}, \dfrac{-2+(-4)}{2}\right)\qquad \therefore (1, -3)$

04-3 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $1:2$로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{1\cdot(-1)-2\cdot1}{1-2}, \dfrac{1\cdot3-2\cdot1}{1-2}\right)\qquad \therefore (3, -1)$

04-4 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:1$로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{2\cdot(-1)-1\cdot0}{2-1}, \dfrac{2\cdot2-1\cdot3}{2-1}\right)\qquad \therefore (-2, 1)$

● 3일차

본문 18~21쪽

01-1 ②	01-2 ③	01-3 ②	01-4 ③
02-1 ⑤	02-2 ④	02-3 ⑤	02-4 ②
03-1 ①	03-2 ②	04-1 ②	04-2 ②
05-1 ④	05-2 ①	06-1 ②	06-2 ③

01-1 $y-1=3(x-4)\qquad \therefore y=3x-11$

따라서 $a=3$, $b=-11$이므로

$a+b=3+(-11)=-8$

01-2 $y-5=-2\{x-(-3)\}\qquad \therefore y=-2x-1$

따라서 $a=-2$, $b=-1$이므로

$a-b=-2-(-1)=-1$

01-3 두 점 $(1, -1)$, $(4, 5)$를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{5-(-1)}{4-1}=2$

이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-(-1)=2(x-1)\qquad \therefore y=2x-3$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로

$ab=2\cdot(-3)=-6$

Lecture **두 점을 지나는 직선의 방정식**

직선의 기울기를 먼저 구하여 한 점과 기울기가 주어진 직선의 방정식을 구하는 방법을 이용한다.

01-4 두 점 $(1, -2)$, $(2, -3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{-3-(-2)}{2-1}=-1$

이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-(-2)=-(x-1)\qquad \therefore y=-x-1$

따라서 $a=-1$, $b=-1$이므로

$a-b=-1-(-1)=0$

02-1 $y-1=\frac{1}{2}\{x-(-2)\}$ $\therefore y=\frac{1}{2}x+2$

따라서 $x-2y+4=0$이므로 $a=1, b=4$

$\therefore ab=1\cdot4=4$

02-2 x절편이 1이므로 구하는 직선은 점 $(1, 0)$을 지난다. 두 점 $(-2, 3), (1, 0)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-3}{1-(-2)}=-1$

이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-3=-\{x-(-2)\}$ $\therefore y=-x+1$

따라서 $x+y-1=0$이므로 $a=1, b=-1$

$\therefore a-b=1-(-1)=2$

02-3 두 점 $(-2, 1), (0, 3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{3-1}{0-(-2)}=1$

이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-1=x-(-2)$ $\therefore y=x+3$

따라서 $x-y+3=0$이므로 $a=1, b=3$

$\therefore ab=1\cdot3=3$

02-4 두 점 $(-1, 1), (1, 5)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{5-1}{1-(-1)}=2$

이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-1=2\{x-(-1)\}$ $\therefore y=2x+3$

따라서 $2x-y+3=0$이므로 $a=1, b=3$

$\therefore a-b=1-3=-2$

03-1 두 직선 $2x+4y+7=0$, $3x-ky+1=0$이 서로 평행하므로

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{7}{4}$, $y=\frac{3}{k}x+\frac{1}{k}$에서

$-\frac{1}{2}=\frac{3}{k}$ $\therefore k=-6$

다른 풀이

두 직선이 서로 평행하므로

$\frac{3}{2}=\frac{-k}{4}\neq\frac{1}{7}$

$\frac{3}{2}=\frac{-k}{4}$에서 $-2k=12$ $\therefore k=-6$

Lecture 일반형으로 표현된 두 직선의 평행 조건

일반형으로 표현된 두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$이 서로 평행하면

$\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b}\neq\frac{c'}{c}$

03-2 직선 $y=-2x-1$과 서로 평행하므로 기울기는 -2

따라서 기울기가 -2이고 y절편이 -3인 직선의 방정식은 $y=-2x-3$

따라서 $a=-2, b=-3$이므로

$a+b=-2+(-3)=-5$

Lecture 기울기와 y절편이 주어진 직선의 방정식

기울기가 m, y절편이 n인 직선의 방정식은

$y=mx+n$

04-1 두 직선이 서로 수직이므로

$-\frac{1}{3}\cdot m=-1$ $\therefore m=3$

04-2 직선 $y=2x+1$과 서로 수직인 직선의 기울기를 m이라 하면

$2\cdot m=-1$ $\therefore m=-\frac{1}{2}$

① $y=\frac{1}{2}x+2$

② $y=-\frac{1}{2}x-4$

③ $y=2x+1$

④ $y=-2x+3$

⑤ $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}$

따라서 직선 $y=2x+1$과 서로 수직인 것은 ②이다.

원점과 직선 $y=-\frac{4}{3}x+k$, 즉

$4x+3y-3k=0$ 사이의 거리가 1이므로

$\frac{|-3k|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|3k|}{5}=1$, $|3k|=5$

$\therefore k=\pm\frac{5}{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $4x+3y\pm5=0$

05-1 $\frac{|4\cdot4-3\cdot1+7|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{20}{5}=4$

05-2 $\frac{|6\cdot3+8\cdot(-1)-5|}{\sqrt{6^2+8^2}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

06-1 직선 $3x-4y+1=0$, 즉 $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$의 기울기가 $\frac{3}{4}$이므로 구하는 직선의 기울기는 $\frac{3}{4}$이다.

구하는 직선의 방정식을 $y=\frac{3}{4}x+k$라 하면 원점과 직선 $y=\frac{3}{4}x+k$, 즉 $3x-4y+4k=0$ 사이의 거리가 1이므로

$\frac{|4k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|4k|}{5}=1$, $|4k|=5$

$\therefore k=\pm\frac{5}{4}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $3x-4y\pm5=0$

06-2 직선 $3x-4y+7=0$, 즉 $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}$의 기울기가 $\frac{3}{4}$이므로 구하는 직선의 기울기는 $-\frac{4}{3}$이다.

구하는 직선의 방정식을 $y=-\frac{4}{3}x+k$라 하면

● 4일차

본문 22~25쪽

01-1 ②	01-2 ④	01-3 ④	01-4 ⑤
02-1 ①	02-2 ②	02-3 ④	02-4 ③
03-1 ④	03-2 ①	03-3 ②	03-4 ①
04-1 ①	04-2 ③	04-3 ③	04-4 ⑤

01-1 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=9$의 중심의 좌표는 $(1, -2)$이고 반지름의 길이는 3이므로

$a=1$, $b=-2$, $r=3$

$\therefore a+b+r=1+(-2)+3=2$

01-2 원 $(x+3)^2+(y-2)^2=25$의 중심의 좌표는 $(-3, 2)$이고 반지름의 길이는 5이므로

$a=-3$, $b=2$, $r=5$

$\therefore a+b+r=-3+2+5=4$

01-3 중심의 좌표가 $(2, b)$인 원의 방정식이 $(x-a)^2+y^2=r^2$이므로 $a=2$, $b=0$

이때 원 $(x-2)^2+y^2=r^2$이 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$(-2-2)^2+3^2=r^2$, $r^2=25$

따라서 $r=5$이므로

$a+b+r=2+0+5=7$

01-4 중심의 좌표가 $(3, b)$인 원의 방정식이
$(x-a)^2+(y+1)^2=r^2$이므로 $a=3$, $b=-1$
이때 원 $(x-3)^2+(y+1)^2=r^2$이 점 $(2, -1)$을 지나므로
$(2-3)^2+(-1+1)^2=r^2$, $r^2=1$
따라서 $r=1$이므로
$a+b+r=3+(-1)+1=3$

02-1 $x^2+y^2-2x+8y+1=0$에서
$(x^2-2x+1)+(y^2+8y+16)=16$
$\therefore (x-1)^2+(y+4)^2=4^2$
따라서 중심의 좌표는 $(1, -4)$이고 반지름의 길이는 4이므로
$a=1$, $b=-4$, $r=4$
$\therefore a+b+r=1+(-4)+4=1$

02-2 $x^2+y^2+4x-6y+12=0$에서
$(x^2+4x+4)+(y^2-6y+9)=1$
$\therefore (x+2)^2+(y-3)^2=1^2$
따라서 중심의 좌표는 $(-2, 3)$이고 반지름의 길이는 1이므로
$a=-2$, $b=3$, $r=1$
$\therefore a+b+r=-2+3+1=2$

02-3 $x^2+y^2+6x-8y+k^2-5k+1=0$에서
$(x^2+6x+9)+(y^2-8y+16)=-k^2+5k+24$
$\therefore (x+3)^2+(y-4)^2=-k^2+5k+24$
이 방정식이 원을 나타내려면
$-k^2+5k+24>0$, $k^2-5k-24<0$
$(k+3)(k-8)<0$
$\therefore -3<k<8$
따라서 모든 정수 k의 값의 합은
$-2+(-1)+0+1+2+3+4+5+6+7=25$

Lecture 원의 방정식이 될 조건

x, y에 대한 이차방정식
$x^2+y^2+Ax+By+C=0$의 좌변을 x, y에 대한 완전제곱식의 합의 꼴로 변형하면
$$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2=\frac{A^2+B^2-4C}{4}$$
이때 원의 방정식이 될 조건은 $A^2+B^2-4C>0$

02-4 $x^2+y^2+6x+k^2-2k+1=0$에서
$(x^2+6x+9)+y^2=-k^2+2k+8$
$\therefore (x+3)^2+y^2=-k^2+2k+8$
이 방정식이 원을 나타내려면
$-k^2+2k+8>0$, $k^2-2k-8<0$
$(k+2)(k-4)<0$
$\therefore -2<k<4$
따라서 모든 정수 k의 값의 합은
$-1+0+1+2+3=5$

03-1 원 $(x+1)^2+(y-2)^2=2$의 중심 $(-1, 2)$와 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리 d는
$$d=\frac{|-1-2+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k-3|}{\sqrt{2}}$$
이때 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이고 원과 직선이 만나려면 $d\le\sqrt{2}$이어야 하므로
$\frac{|k-3|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{2}$, $|k-3|\le 2$
$-2\le k-3\le 2$
$\therefore 1\le k\le 5$
따라서 구하는 정수 k는 1, 2, 3, 4, 5로 그 개수는 5이다.

다른 풀이
$y=x+k$를 $(x+1)^2+(y-2)^2=2$에 대입하면
$(x+1)^2+(x+k-2)^2=2$
$\therefore 2x^2+2(k-1)x+k^2-4k+3=0$
이 이차방정식의 판별식을 D라 하면
$$\frac{D}{4}=(k-1)^2-2\cdot(k^2-4k+3)=-k^2+6k-5$$

이때 원과 직선이 만나려면 $\frac{D}{4} \geq 0$이어야 하므로

$-k^2+6k-5 \geq 0$, $k^2-6k+5 \leq 0$

$(k-1)(k-5) \leq 0 \qquad \therefore 1 \leq k \leq 5$

따라서 구하는 정수 k는 1, 2, 3, 4, 5로 그 개수는 5이다.

Lecture **판별식을 이용한 원과 직선의 위치 관계**

원과 직선의 위치 관계는 두 방정식을 연립한 이차방정식의 판별식을 D라 할 때

(i) $D>0$ ⇨ 서로 다른 두 점에서 만난다.

(ii) $D=0$ ⇨ 한 점에서 만난다. (접한다.)

(iii) $D<0$ ⇨ 만나지 않는다.

03-2 원 $(x-3)^2+(y-2)^2=5$의 중심 $(3, 2)$와 직선 $y=2x+k$, 즉 $2x-y+k=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|2\cdot3-2+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|k+4|}{\sqrt{5}}$

이때 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이고 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d<\sqrt{5}$이어야 하므로

$\frac{|k+4|}{\sqrt{5}}<\sqrt{5}$, $|k+4|<5$

$-5<k+4<5$

$\therefore -9<k<1$

따라서 $\alpha=-9$, $\beta=1$이므로

$\alpha\beta=-9\cdot1=-9$

03-3 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$의 중심 $(1, 2)$와 직선 $x+ky-2=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|1+2k-2|}{\sqrt{1^2+k^2}}=\frac{|2k-1|}{\sqrt{1+k^2}}$

이때 원의 반지름의 길이가 2이고 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $d=2$이어야 하므로

$\frac{|2k-1|}{\sqrt{1+k^2}}=2$, $|2k-1|=2\sqrt{1+k^2}$

양변을 제곱하면

$4k^2-4k+1=4+4k^2 \qquad \therefore k=-\frac{3}{4}$

03-4 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=10$의 중심 $(1, -2)$와 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|1-(-2)+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k+3|}{\sqrt{2}}$

이때 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$이고 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $d=\sqrt{10}$이어야 하므로

$\frac{|k+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{10}$, $|k+3|=2\sqrt{5}$

$k+3=\pm2\sqrt{5} \qquad \therefore k=-3\pm2\sqrt{5}$

따라서 모든 실수 k의 값의 합은

$(-3-2\sqrt{5})+(-3+2\sqrt{5})=-6$

04-1 기울기가 -3이고, 원 $x^2+y^2=10$의 반지름의 길이는 $\sqrt{10}$이므로 구하는 접선의 방정식은

$y=-3x\pm\sqrt{10}\cdot\sqrt{(-3)^2+1}$

$\therefore y=-3x\pm10$

다른 풀이

기울기가 -3인 직선의 방정식을 $y=-3x+n$이라 하고, $x^2+y^2=10$에 대입하면

$x^2+(-3x+n)^2=10$, $10x^2-6nx+n^2-10=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-3n)^2-10\cdot(n^2-10)=-n^2+100$

이때 원과 직선이 접하려면 $\frac{D}{4}=0$이어야 하므로

$-n^2+100=0 \qquad \therefore n=\pm10$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=-3x\pm10$

04-2 기울기가 1이고, 원 $x^2+y^2=2$의 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 구하는 접선의 방정식은

$y=x\pm\sqrt{2}\cdot\sqrt{1^2+1}$

$\therefore y=x\pm2$

다른 풀이

기울기가 1인 직선의 방정식을 $y=x+n$이라 하면 이 직선이 원 $x^2+y^2=2$에 접하므로 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $y=x+n$, 즉 $x-y+n=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|n|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|n|}{\sqrt{2}}$

이때 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이고 원과 직선이 접하려면 $d=\sqrt{2}$이어야 하므로

$\frac{|n|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$, $|n|=2$ $\quad\therefore n=\pm2$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=x\pm2$

04-3 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(3, -4)$에서의 접선의 방정식은

$3\cdot x+(-4)\cdot y=25 \quad \therefore 3x-4y=25$

다른 풀이

구하는 접선은 원의 중심과 접점을 지나는 직선에 수직이다. 원의 중심 $(0, 0)$과 점 $(3, -4)$를 지나는 직선의 기울기는 $-\frac{4}{3}$이므로 접선의 기울기는 $\frac{3}{4}$

따라서 기울기가 $\frac{3}{4}$이고 점 $(3, -4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-(-4)=\frac{3}{4}(x-3) \quad \therefore y=\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $3x-4y=25$

04-4 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(-2, 1)$에서의 접선의 방정식은

$-2\cdot x+1\cdot y=5 \quad \therefore 2x-y+5=0$

따라서 구하는 접선의 y절편은 5이다.

5일차 본문 26~29쪽

01-1 ⑤	01-2 ⑤	02-1 ③	02-2 ④
03-1 ④	03-2 ⑤	03-3 ④	03-4 ①
04-1 ①	04-2 ②	04-3 ③	04-4 ③
05-1 ②	05-2 ①	05-3 ②	05-4 ①

01-1 $(-2+7, 5-4)$, 즉 $(5, 1)$

01-2 $(2-2, 3+b)$, 즉 $(0, 3+b)$

이때 이 점이 $(a, -1)$과 같으므로

$a=0, b=-4$

$\therefore a-b=0-(-4)=4$

02-1 평행이동 $(x, y) \longrightarrow (x+1, y-2)$는 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하는 것이므로 이 평행이동에 의하여 점 $(-2, 5)$가 옮겨지는 점의 좌표는

$(-2+1, 5-2)$, 즉 $(-1, 3)$

02-2 평행이동 $(x, y) \longrightarrow (x+a, y+3)$은 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하는 것이므로 이 평행이동에 의하여 점 $(2, 1)$이 옮겨지는 점의 좌표는

$(2+a, 1+3)$, 즉 $(2+a, 4)$

이때 이 점이 $(3, b)$와 같으므로 $a=1, b=4$

$\therefore ab=1\cdot4=4$

03-1 $3(x-2)-2(y-1)+5=0$

$\therefore 3x-2y+1=0$

Lecture 도형의 평행이동

방정식 $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 도형의 방정식은 방정식 $f(x, y)=0$에서 x 대신 $x-a$, y 대신 $y-b$를 대입하여 구한다.

03-2 $y-3=a(x+1)-1$

$\therefore y=ax+a+2$

이때 이 직선이 직선 $y=-2x+b$와 일치해야 하므로 $a=-2, b=0$

$\therefore a-b=-2-0=-2$

03-3 $(x+2+1)^2+(y-2)^2=1$

$\therefore (x+3)^2+(y-2)^2=1$

03-4 $(x-2+3)^2+(y+3-5)^2=1$

$\therefore (x+1)^2+(y-2)^2=1$

04-1 점 $(2, a)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2, -a)$

이때 이 점이 $(b, -5)$와 같으므로 $a=5, b=-2$

$\therefore a+b=5+(-2)=3$

04-2 점 $(a, -1)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-1, a)$

이때 이 점이 $(b, 5)$와 같으므로 $a=5, b=-1$

$\therefore a-b=5-(-1)=6$

04-3 점 $(3, 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점 P의 좌표는 $(3, -2)$

또 점 $(3, 2)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 $(-3, 2)$

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(-3-3)^2+\{2-(-2)\}^2}$

$=2\sqrt{13}$

04-4 점 $(2, 5)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점 P의 좌표는 $(2, -5)$

또 점 $(2, 5)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 $(-2, 5)$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$\left(\frac{2+(-2)}{2}, \frac{-5+5}{2}\right)$, 즉 $(0, 0)$

05-1 직선 $y=-5x+4$를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-y=-5\cdot(-x)+4$

$\therefore 5x+y+4=0$

05-2 직선 $y=2x+1$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$y=2\cdot(-x)+1 \qquad \therefore y=-2x+1$

따라서 $a=-2, b=1$이므로

$a-b=-2-1=-3$

05-3 원 $(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=9$를 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(x-1)^2+(-y-\sqrt{3})^2=9$

$\therefore (x-1)^2+(y+\sqrt{3})^2=9$

따라서 원의 중심 $(1, -\sqrt{3})$과 원점 사이의 거리는

$\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}=2$

다른 풀이

원 $(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=9$의 중심 $(1, \sqrt{3})$을 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $(1, -\sqrt{3})$

따라서 점 $(1, -\sqrt{3})$과 원점 사이의 거리는

$\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}=2$

쌍둥이 문제

원 $(x-1)^2+(y+3)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 중심과 원점 사이의 거리를 구하시오.

[풀이]

원 $(x-1)^2+(y+3)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(y-1)^2+(x+3)^2=4$

$\therefore (x+3)^2+(y-1)^2=4$

따라서 원의 중심 $(-3, 1)$과 원점 사이의 거리는

$\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$

답 $\sqrt{10}$

05-4 원 $(x+2)^2+(y-3)^2=k$를 y축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x+2)^2+(y-3)^2=k$

$\therefore (x-2)^2+(y-3)^2=k$

이때 이 원이 점 $(3, 3)$을 지나므로

$(3-2)^2+(3-3)^2=k \qquad \therefore k=1$

3주 전

학교시험에 자주 나오는 대표 기출 20

● 1일차 본문 32~35쪽

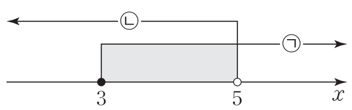
01-1 ⑤	01-2 ⑤	01-3 ②	01-4 ⑤
02-1 ④	02-2 ③	02-3 ③	02-4 ④
03-1 ④	03-2 ①	03-3 ⑤	03-4 ⑤
04-1 ③	04-2 ④	04-3 ②	04-4 ④

대표 기출 01 연립일차부등식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

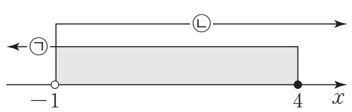
연립일차부등식은 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 각 부등식의 해를 구한다.
(ii) 각 부등식의 해를 수직선 위에 나타낸다.
(iii) 수직선 위의 공통 범위를 찾아 연립부등식의 해를 구한다.

01-1 $3x+1\geq x+7$에서 $2x\geq 6$
$\therefore x\geq 3$ ...... ㉠
$x-5<0$에서 $x<5$ ...... ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $3\leq x<5$

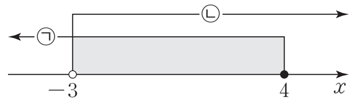
01-2 $2x+1\leq x+5$에서 $x\leq 4$ ...... ㉠
$3x-2>2x-3$에서 $x>-1$ ...... ㉡



따라서 연립부등식의 해는 $-1<x\leq 4$이므로 구하는 정수 x는 $0, 1, 2, 3, 4$로 그 개수는 5이다.

01-3 $2x-3\leq x+1<3x+7$의 해는 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3\leq x+1 \\ x+1<3x+7 \end{cases}$의 해와 같다.

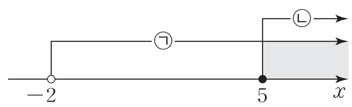
$2x-3\leq x+1$에서 $x\leq 4$ ...... ㉠
$x+1<3x+7$에서 $-2x<6$
$\therefore x>-3$ ...... ㉡



따라서 부등식의 해는 $-3<x\leq 4$

Lecture $A<B<C$ 꼴의 부등식
$A<B$이고 $B<C$이면 $A<B<C$이므로 연립부등식 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ 꼴로 고쳐서 푼다.

01-4 $2x-1<3x+1\leq 5x-9$의 해는 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1<3x+1 \\ 3x+1\leq 5x-9 \end{cases}$의 해와 같다.
$2x-1<3x+1$에서 $-x<2$
$\therefore x>-2$ ...... ㉠
$3x+1\leq 5x-9$에서 $-2x\leq -10$
$\therefore x\geq 5$ ...... ㉡



따라서 부등식의 해는 $x\geq 5$

대표 기출 02 절댓값을 포함한 일차부등식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

$a>0$일 때
❶ $|x|<a$의 해는 $-a<x<a$이다.
❷ $|x|>a$의 해는 $x<-a$ 또는 $x>a$이다.

02-1 $|x-1|<1$에서 $-1<x-1<1$
따라서 부등식의 해는 $0<x<2$

다른 풀이

(i) $x\geq 1$일 때
$|x-1|=x-1$이므로 $x-1<1$ $\therefore x<2$
이때 $x\geq 1$이므로 $1\leq x<2$

(ii) $x<1$일 때
$|x-1|=-x+1$이므로 $-x+1<1$ $\qquad \therefore x>0$
이때 $x<1$이므로 $0<x<1$
(i), (ii)에서 구한 범위를 합하면 $0<x<2$

02-2 $|x-5|\geq 3$에서 $x-5\leq -3$ 또는 $x-5\geq 3$
따라서 부등식의 해는 $x\leq 2$ 또는 $x\geq 8$

02-3 $|x+3|<4$에서 $-4<x+3<4$
따라서 부등식의 해는 $-7<x<1$이므로 구하는 정수 x는 $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$으로 그 개수는 7이다.

02-4 $|2x-1|\leq 3$에서 $-3\leq 2x-1\leq 3$
따라서 부등식의 해는 $-1\leq x\leq 2$이므로 구하는 정수 x는 $-1, 0, 1, 2$로 그 개수는 4이다.

대표 기출 03 이차부등식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

$\alpha<\beta$일 때
❶ $(x-\alpha)(x-\beta)<0$의 해는 $\alpha<x<\beta$이다.
❷ $(x-\alpha)(x-\beta)>0$의 해는 $x<\alpha$ 또는 $x>\beta$이다.

03-1 $x^2-2x-8\leq 0$에서 $(x+2)(x-4)\leq 0$
따라서 부등식의 해는 $-2\leq x\leq 4$이므로
$\alpha=-2, \beta=4$
$\therefore \beta-\alpha=4-(-2)=6$

03-2 $6x^2-x-2<0$에서 $(3x-2)(2x+1)<0$
따라서 부등식의 해는 $-\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}$이므로
$\alpha=-\frac{1}{2}, \beta=\frac{2}{3}$
$\therefore 2\alpha+3\beta=2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3\cdot\frac{2}{3}=1$

03-3 $x^2-2x-3\leq 0$에서 $(x+1)(x-3)\leq 0$
따라서 부등식의 해는 $-1\leq x\leq 3$이므로 구하는 정수 x는 $-1, 0, 1, 2, 3$으로 그 개수는 5이다.

03-4 $x^2-x>3x-4$에서 $x^2-4x+4>0$
$\therefore (x-2)^2>0$
따라서 부등식의 해는 $x\neq 2$인 모든 실수이다.

쌍둥이 문제

이차부등식 $x^2+3x\leq x-1$의 해는?

① $x=-1$
② $x\leq -1$ 또는 $x\geq 1$
③ $-1\leq x\leq 1$
④ $x\neq -1$인 모든 실수
⑤ 없다.

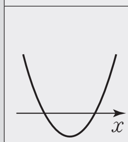
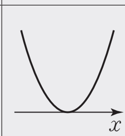
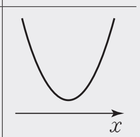
[풀이]
$x^2+3x\leq x-1$에서 $x^2+2x+1\leq 0$
$\therefore (x+1)^2\leq 0$
따라서 부등식의 해는 $x=-1$이다.

답 ①

대표 기출 04 이차부등식과 이차함수의 그래프의 위치 관계

꼭 알고 있을 개념

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수 $y=ax^2+bx+c\ (a>0)$의 그래프와 x축의 위치 관계는 다음과 같다.

D의 부호	$D>0$	$D=0$	$D<0$
이차함수 $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$ 의 그래프와 x축의 위치 관계	서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.
			

04-1 이차함수 $y=-x^2+2(k-1)x-9$의 그래프가 x축보다 항상 아래쪽에 있으려면 x축과 만나지 않아야 한다.
이차방정식 $-x^2+2(k-1)x-9=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(-1)\cdot(-9)<0$
$k^2-2k-8<0$, $(k+2)(k-4)<0$
$\therefore -2<k<4$

04-2 이차함수 $y=x^2-4kx+8k$의 그래프가 x축보다 항상 위쪽에 있으려면 x축과 만나지 않아야 한다.
이차방정식 $x^2-4kx+8k=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=(-2k)^2-1\cdot 8k<0$
$4k^2-8k<0$, $k(k-2)<0$
$\therefore 0<k<2$
따라서 구하는 정수 k의 값은 1이다.

04-3 이차함수 $y=-x^2+2kx+k$의 그래프가 직선 $y=2x+3$보다 항상 아래쪽에 있으려면 모든 실수 x에 대하여 $-x^2+2kx+k<2x+3$이어야 한다.
즉 $x^2+2(1-k)x+3-k>0$에서 이차방정식 $x^2+2(1-k)x+3-k=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=(1-k)^2-1\cdot(3-k)<0$
$k^2-k-2<0$, $(k+1)(k-2)<0$
$\therefore -1<k<2$
따라서 구하는 정수 k는 0, 1로 그 개수는 2이다.

04-4 이차함수 $y=x^2-(k+1)x+3$의 그래프가 직선 $y=x-1$보다 항상 위쪽에 있으려면 모든 실수 x에 대하여 $x^2-(k+1)x+3>x-1$이어야 한다.
즉 $x^2-(k+2)x+4>0$에서 이차방정식 $x^2-(k+2)x+4=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로
$D=\{-(k+2)\}^2-4\cdot1\cdot4<0$
$k^2+4k-12<0$, $(k-2)(k+6)<0$
$\therefore -6<k<2$
따라서 구하는 정수 k는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1로 그 개수는 7이다.

● 2일차

본문 36~39쪽

05-1 ⑤	05-2 ③	05-3 ①	05-4 ②
06-1 ①	06-2 ③	06-3 ⑤	06-4 ①
07-1 ②	07-2 ⑤	07-3 ③	07-4 ③
08-1 ⑤	08-2 ⑤	08-3 ②	08-4 ⑤

대표 기출 05 두 점 사이의 거리

꼭 알고 있을 개념

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는
$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

05-1 $\overline{OA}=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$

05-2 $\overline{AB}=\sqrt{(-3-1)^2+\{1-(-4)\}^2}=\sqrt{41}$

05-3 두 점 $A(-2, -3)$, $B(a, 0)$ 사이의 거리가 5이므로
$\sqrt{\{a-(-2)\}^2+\{0-(-3)\}^2}=5$
양변을 제곱하여 정리하면
$a^2+4a+13=25$, $a^2+4a-12=0$
$(a+6)(a-2)=0$
$\therefore a=-6$ 또는 $a=2$
따라서 양의 실수 a의 값은 2

05-4 두 점 $A(1, -4)$, $B(5, a)$ 사이의 거리가 6이므로
$\sqrt{(5-1)^2+\{a-(-4)\}^2}=6$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2+8a+32=36$, $a^2+8a-4=0$

따라서 모든 실수 a의 값의 곱은 근과 계수의 관계에 의하여 -4

Lecture 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 할 때, 두 근의 합과 곱은 다음과 같다.

① $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$ ② $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

대표 기출 06 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

꼭 알고 있을 개념

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

06-1 $\overline{AP}=\sqrt{(a-1)^2+(0-3)^2}$

$=\sqrt{a^2-2a+10}$

$\overline{BP}=\sqrt{\{a-(-1)\}^2+(0-5)^2}$

$=\sqrt{a^2+2a+26}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$a^2-2a+10=a^2+2a+26$, $-4a=16$

$\therefore a=-4$

Lecture 좌표평면 위의 한 점의 좌표

① x축 위의 점: $(a, 0)$, y축 위의 점: $(0, b)$

② 직선 $y=x$ 위의 점: (a, a)

③ 직선 $y=-x$ 위의 점: $(a, -a)$

06-2 x축 위의 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{\{a-(-3)\}^2+(0-2)^2}$

$=\sqrt{a^2+6a+13}$

$\overline{BP}=\sqrt{(a-5)^2+\{0-(-6)\}^2}$

$=\sqrt{a^2-10a+61}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$a^2+6a+13=a^2-10a+61$

$16a=48$ $\therefore a=3$

$\therefore P(3, 0)$

06-3 y축 위의 점의 x좌표는 0이므로 $a=0$

따라서 점 P의 좌표는 $(0, b)$이므로

$\overline{AP}=\sqrt{(0-3)^2+\{b-(-1)\}^2}$

$=\sqrt{b^2+2b+10}$

$\overline{BP}=\sqrt{\{0-(-3)\}^2+(b-5)^2}$

$=\sqrt{b^2-10b+34}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$b^2+2b+10=b^2-10b+34$

$12b=24$ $\therefore b=2$

$\therefore a+b=0+2=2$

06-4 직선 $y=-x$ 위의 점 P의 좌표를 $(a, -a)$라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{(a-4)^2+(-a-3)^2}$

$=\sqrt{2a^2-2a+25}$

$\overline{BP}=\sqrt{(a-1)^2+\{-a-(-6)\}^2}$

$=\sqrt{2a^2-14a+37}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$2a^2-2a+25=2a^2-14a+37$

$12a=12$ $\therefore a=1$

$\therefore P(1, -1)$

쌍둥이 문제

두 점 $A(2, 3)$, $B(-1, 4)$에서 같은 거리에 있는 직선 $y=x$ 위의 점 P의 좌표는?

① $(-2, -2)$ ② $(-1, -1)$
③ $(0, 0)$ ④ $(1, 1)$
⑤ $(2, 2)$

[풀이]

직선 $y=x$ 위의 점 P의 좌표를 (a, a)라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{(a-2)^2+(a-3)^2}=\sqrt{2a^2-10a+13}$

$\overline{BP}=\sqrt{\{a-(-1)\}^2+(a-4)^2}$

$=\sqrt{2a^2-6a+17}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$2a^2-10a+13=2a^2-6a+17$

$-4a=4$ $\therefore a=-1$

$\therefore P(-1, -1)$

답 ②

대표 기출 07 선분의 내분점, 외분점

꼭 알고 있을 개념

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$에 대하여

❶ 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

❷ 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0,\ m\neq n)$으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}, \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$$

07-1 $\overline{AB}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{1+(-5)}{2}, \frac{-2+6}{2}\right)$

$\therefore (-2, 2)$

07-2 $\overline{AB}$를 $3:1$로 내분하는 점 P의 좌표는

$\left(\frac{3\cdot4+1\cdot(-4)}{3+1}, \frac{3\cdot a+1\cdot1}{3+1}\right)$

$\therefore P\left(2, \frac{3a+1}{4}\right)$

이 점이 $P(b, 4)$와 일치해야 하므로

$2=b,\ \frac{3a+1}{4}=4$

따라서 $a=5,\ b=2$이므로

$a+b=5+2=7$

07-3 $\overline{AB}$를 $2:1$로 내분하는 점 P의 좌표는

$\left(\frac{2\cdot3+1\cdot(-3)}{2+1}, \frac{2\cdot(-2)+1\cdot1}{2+1}\right)$

$\therefore P(1, -1)$

$\overline{AB}$를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는

$\left(\frac{2\cdot3-1\cdot(-3)}{2-1}, \frac{2\cdot(-2)-1\cdot1}{2-1}\right)$

$\therefore Q(9, -5)$

07-4 $\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점 P의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot6+2\cdot0}{1+2}, \frac{1\cdot1+2\cdot1}{1+2}\right)$ $\quad\therefore P(2, 1)$

$\overline{AB}$를 $1:2$로 외분하는 점 Q의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot6-2\cdot0}{1-2}, \frac{1\cdot1-2\cdot1}{1-2}\right)$ $\quad\therefore Q(-6, 1)$

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(-6-2)^2+(1-1)^2}$

$=\sqrt{64}=8$

대표 기출 08 삼각형의 무게중심의 좌표

꼭 알고 있을 개념

좌표평면 위의 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

08-1 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{-1+4+3}{3}, \frac{1+6+2}{3}\right)$ $\quad\therefore (2, 3)$

08-2 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{a+b+4}{3}, \frac{-b+2a+2}{3}\right)$

이 점이 $(3, 2)$와 일치해야 하므로

$\frac{a+b+4}{3}=3$ $\quad\therefore a+b=5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\frac{-b+2a+2}{3}=2$ $\quad\therefore 2a-b=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=2$

$\therefore ab=3\cdot2=6$

08-3 $\overline{AB}$의 중점 D의 좌표는

$\left(\frac{1+(-5)}{2}, \frac{-8+4}{2}\right)$ $\quad\therefore D(-2, -2)$

$\overline{BC}$의 중점 E의 좌표는

$\left(\frac{-5+1}{2}, \frac{4+(-2)}{2}\right)$ $\quad\therefore E(-2, 1)$

$\overline{CA}$의 중점 F의 좌표는

$\left(\frac{1+1}{2}, \frac{-2+(-8)}{2}\right)$ $\quad\therefore F(1, -5)$

따라서 삼각형 DEF의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{-2+(-2)+1}{3}, \frac{-2+1+(-5)}{3}\right)$$

$\therefore (-1, -2)$

Lecture 선분의 중점의 좌표

두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

다른 풀이

삼각형 ABC와 삼각형 DEF의 무게중심은 일치하므로 삼각형 DEF의 무게중심의 좌표는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표와 같다. 즉

$\left(\frac{1+(-5)+1}{3}, \frac{-8+4+(-2)}{3}\right)$ $\quad\therefore (-1, -2)$

08-4 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

이 점이 $(1, -2)$와 일치해야 하므로

$\frac{x_1+x_2}{2}=1, \frac{y_1+y_2}{2}=-2$

$\therefore x_1+x_2=2, y_1+y_2=-4$

이때 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{x_1+x_2+a}{3}, \frac{y_1+y_2+b}{3}\right)$

$\therefore \left(\frac{2+a}{3}, \frac{-4+b}{3}\right)$

이 점이 원점과 일치해야 하므로

$\frac{2+a}{3}=0, \frac{-4+b}{3}=0$

따라서 $a=-2, b=4$이므로

$b-a=4-(-2)=6$

● 3일차 본문 40~43쪽

09-1 ⑤	09-2 ④	09-3 ①	09-4 ⑤
10-1 ②	10-2 ④	10-3 ③	10-4 ③
11-1 ②	11-2 ③	11-3 ③	
12-1 ③	12-2 ③	12-3 ⑤	12-4 ③

대표 기출 09 직선의 방정식

꼭 알고 있을 개념

❶ 점 (x_1, y_1)을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

❷ 서로 다른 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선의 방정식은

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

09-1 $y-5=-\{x-(-3)\}$ $\quad\therefore y=-x+2$

따라서 $a=-1, b=2$이므로

$a+b=-1+2=1$

09-2 $y-3=2(x-1)$ $\quad\therefore y=2x+1$

따라서 구하는 직선의 y절편은 1

09-3 $y-(-1)=\frac{3-(-1)}{3-2}(x-2)$

$\therefore y=4x-9$

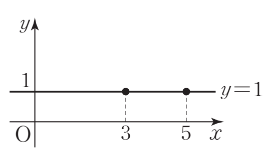
따라서 $a=4, b=-9$이므로

$a+b=4+(-9)=-5$

09-4 ㄱ. $y-4=2(x-1)$ $\quad\therefore y=2x+2$

ㄴ. $y-1=\frac{3-1}{2-1}(x-1)$ $\quad\therefore y=2x-1$

ㄷ. x의 값에 관계없이 y의 값이 1로 일정하므로 주어진 두 점을 지나는 직선은 x축에 평행하다.



따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=1$

따라서 직선의 방정식을 바르게 구한 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

대표 기출 10 두 직선의 위치 관계

꼭 알고 있을 개념

두 직선 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$에서
❶ 두 직선이 서로 평행하면 $m=m'$, $n\neq n'$이다.
❷ 두 직선이 서로 수직이면 $mm'=-1$이다.

10-1 직선 $y=x-1$과 평행한 직선의 기울기는 1
따라서 기울기가 1인 직선의 방정식은 ②이다.

10-2 두 직선 $y=\frac{1}{2}x-3$, $y=ax+3$이 서로 평행하므로
$a=\frac{1}{2}$
$\therefore 10a=10\cdot\frac{1}{2}=5$

10-3 직선 $y=2x+7$과 수직인 직선의 기울기를 m이라 하면
$2\cdot m=-1 \qquad \therefore m=-\frac{1}{2}$
따라서 기울기가 $-\frac{1}{2}$인 직선의 방정식은 ③이다.

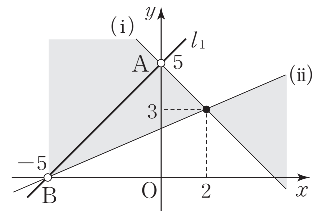
10-4 두 직선 $y=\frac{1}{4}x-1$, $y=mx+2$가 서로 수직이므로
$\frac{1}{4}\cdot m=-1 \qquad \therefore m=-4$

대표 기출 11 정점을 지나는 직선의 방정식

꼭 알고 있을 개념

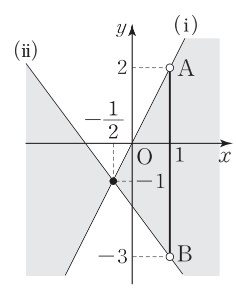
직선 $y=m(x-x_1)+y_1$은 실수 m의 값에 관계없이 항상 점 (x_1, y_1)을 지난다.

11-1 $mx-y-2m+3=0$에서
$y=m(x-2)+3 \quad \cdots\cdots$ ㉠
직선 ㉠은 m의 값에 관계없이 항상 점 $(2, 3)$을 지난다.
오른쪽 그림과 같이 직선 ㉠이 직선 l_1과 제2사분면에서 만나도록 직선 ㉠을 움직여 보면 직선 ㉠은 선분 AB(두 점 A, B 제외)와 만나야 한다.



(i) 직선 ㉠이 점 A$(0, 5)$를 지날 때
$5=-2m+3 \qquad \therefore m=-1$
(ii) 직선 ㉠이 점 B$(-5, 0)$을 지날 때
$0=-7m+3 \qquad \therefore m=\frac{3}{7}$
(i), (ii)에서 $-1<m<\frac{3}{7}$

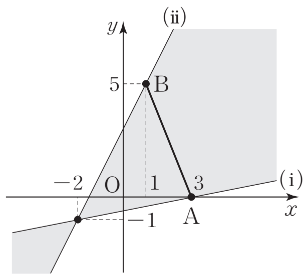
11-2 $2mx-y+m-1=0$에서
$y=m(2x+1)-1 \quad \cdots\cdots$ ㉠
직선 ㉠은 m의 값에 관계없이 항상 점 $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$을 지난다.
오른쪽 그림과 같이 직선 ㉠이 두 점 A, B 사이를 지나도록 움직여 보면 직선 ㉠은 선분 AB(두 점 A, B 제외)와 만나야 한다.



(i) 직선 ㉠이 점 A$(1, 2)$를 지날 때
$2=3m-1 \qquad \therefore m=1$
(ii) 직선 ㉠이 점 B$(1, -3)$을 지날 때
$-3=3m-1 \qquad \therefore m=-\frac{2}{3}$
(i), (ii)에서 $-\frac{2}{3}<m<1$이므로 정수 m의 값은 0이다.

11-3 $mx-y+2m-1=0$에서
$y=m(x+2)-1 \quad \cdots\cdots$ ㉠
직선 ㉠은 m의 값에 관계없이 항상 점 $(-2, -1)$을 지난다.

오른쪽 그림과 같이 직선 ㉠이 선분 AB와 만나도록 움직여 보면 직선 ㉠은 색칠한 부분을 지나야 한다.



(i) 직선 ㉠이 점 A(3, 0)을 지날 때

$0=5m-1 \qquad \therefore m=\frac{1}{5}$

(ii) 직선 ㉠이 점 B(1, 5)를 지날 때

$5=3m-1 \qquad \therefore m=2$

(i), (ii)에서 $\frac{1}{5}\le m\le 2$이므로 정수 m의 값은 1, 2로 그 개수는 2이다.

대표 기출 12 점과 직선 사이의 거리

꼭 알고 있을 개념

점 (x_1, y_1)과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리는

$\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

12-1 $\frac{|0-3-3|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\frac{6}{2}=3$

12-2 $\frac{|8-24+1|}{\sqrt{8^2+(-6)^2}}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$

12-3 $\frac{|k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|k|}{5}$

이때 원점과 직선 사이의 거리가 2이므로

$\frac{|k|}{5}=2,\ |k|=10 \qquad \therefore k=\pm 10$

따라서 양수 k의 값은 10

쌍둥이 문제

점 (1, 0)과 직선 $x+\sqrt{3}y+k=0$ 사이의 거리가 1일 때, 양수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[풀이]

$\frac{|1+k|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}=\frac{|1+k|}{2}$

이때 점 (1, 0)과 직선 사이의 거리가 1이므로

$\frac{|1+k|}{2}=1,\ |1+k|=2$

$1+k=\pm 2 \qquad \therefore k=-3$ 또는 $k=1$

따라서 양수 k의 값은 1

답 ①

12-4 직선 $2x-y+5=0$, 즉 $y=2x+5$의 기울기가 2이므로 구하는 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이다.

구하는 직선의 방정식을 $y=-\frac{1}{2}x+k$ (k는 상수)라 하면 원점과 직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$, 즉 $x+2y-2k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$이므로

$\frac{|-2k|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5},\ |2k|=5 \qquad \therefore k=\pm\frac{5}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $x+2y+5=0$ 또는 $x+2y-5=0$

● 4일차 본문 44~47쪽

13-1 ②	13-2 ④	13-3 ③	13-4 ④
14-1 ⑤	14-2 ④	14-3 ⑤	14-4 ①
15-1 ③	15-2 ②	15-3 ③	15-4 ②
16-1 ①	16-2 ③	16-3 ④	16-4 ①

대표 기출 13 원의 방정식

꼭 알고 있을 개념

중심의 좌표가 $(-2, 3)$이고 반지름의 길이가 3인 원의 방정식은 $(x+2)^2+(y-3)^2=9$이다.

13-1 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=9$의 중심은 점 $(1,\ -2)$이고 반지름의 길이는 3이므로

$a=1,\ b=-2,\ r=3$

$\therefore\ a+b+r=1+(-2)+3=2$

13-2 중심이 점 $(1,\ 1)$이고 반지름의 길이가 1인 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y-1)^2=1$

$\therefore\ x^2+y^2-2x-2y+1=0$

13-3 $x^2+y^2+4x-12y+36=0$에서

$(x+2)^2+(y-6)^2=4$

따라서 원의 중심의 좌표는 $(-2,\ 6)$이고 반지름의 길이는 2이므로

$a=-2,\ b=6,\ c=2$

$\therefore\ a+b+c=-2+6+2=6$

13-4 원 $(x-b)^2+(y+1)^2=c^2$의 중심이 점 $(b,\ -1)$이므로 $b=3,\ a=-1$

이때 원의 반지름의 길이는 원의 중심 $(3,\ -1)$과 점 $(-1,\ 2)$ 사이의 거리와 같으므로

$c=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(-1-2)^2}=5$

$\therefore\ a+b+c=-1+3+5=7$

대표 기출 14 **원과 직선의 위치 관계**

꼭 알고 있을 개념

(1) 반지름의 길이가 r인 원의 중심과 직선 사이의 거리를 d라 하면 원과 직선의 위치 관계는

❶ $d<r$ ⇨ 서로 다른 두 점에서 만난다.

❷ $d=r$ ⇨ 한 점에서 만난다. (접한다.)

❸ $d>r$ ⇨ 만나지 않는다.

(2) 원의 방정식과 직선의 방정식을 연립하여 얻은 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선의 위치 관계는

❶ $D>0$ ⇨ 서로 다른 두 점에서 만난다.

❷ $D=0$ ⇨ 한 점에서 만난다. (접한다.)

❸ $D<0$ ⇨ 만나지 않는다.

14-1 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $2x+y-k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|-k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{|k|}{\sqrt{5}}$

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이보다 작아야 하므로

$\dfrac{|k|}{\sqrt{5}}<\sqrt{5},\ |k|<5\qquad \therefore\ -5<k<5$

다른 풀이

$2x+y-k=0$에서 $y=-2x+k$를 $x^2+y^2=5$에 대입하면

$x^2+(-2x+k)^2=5$

$\therefore\ 5x^2-4kx+k^2-5=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\dfrac{D}{4}=(-2k)^2-5(k^2-5)>0$

$-k^2+25>0,\ (k+5)(k-5)<0$

$\therefore\ -5<k<5$

14-2 $x^2+y^2+2x-4y+3=0$에서

$(x+1)^2+(y-2)^2=2$

반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 원의 중심 $(-1,\ 2)$와 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|-1-2+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k-3|}{\sqrt{2}}$

원과 직선이 만나려면 원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이보다 작거나 같아야 하므로

$\dfrac{|k-3|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{2},\ |k-3|\le 2$

$-2\le k-3\le 2\qquad \therefore\ 1\le k\le 5$

따라서 구하는 정수 k는 1, 2, 3, 4, 5로 그 개수는 5이다.

14-3 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원의 중심 $(3,\ 2)$와 직선 $y=2x+k$, 즉 $2x-y+k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|2\cdot 3-2+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k+4|}{\sqrt{5}}$

원과 직선이 만나지 않으려면 원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이보다 커야 하므로

$\dfrac{|k+4|}{\sqrt{5}}>\sqrt{5}$, $|k+4|>5$

$k+4<-5$ 또는 $k+4>5$

$\therefore k<-9$ 또는 $k>1$

14-4 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원의 중심 $(1, -2)$와 직선 $y=3x+k$, 즉 $3x-y+k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3\cdot1+2+k|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k+5|}{\sqrt{10}}$

원과 직선이 한 점에서 만나려면 원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이와 같아야 하므로

$\dfrac{|k+5|}{\sqrt{10}}=\sqrt{5}$, $|k+5|=5\sqrt{2}$

$k+5=\pm5\sqrt{2}$ $\qquad\therefore k=-5\pm5\sqrt{2}$

따라서 모든 실수 k의 값의 합은

$(-5+5\sqrt{2})+(-5-5\sqrt{2})=-10$

대표 기출 15 **원의 접선의 방정식**

꼭 알고 있을 개념

(1) 원 $x^2+y^2=9$에 접하고 기울기가 2인 접선의 방정식은

$y=2x\pm3\cdot\sqrt{2^2+1}$ $\qquad\therefore y=2x\pm3\sqrt{5}$

(2) 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 방정식은

$1\cdot x+2\cdot y=5$ $\qquad\therefore x+2y=5$

15-1 원 $x^2+y^2=2$의 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 기울기가 -1인 접선의 방정식은

$y=-x\pm\sqrt{2}\cdot\sqrt{(-1)^2+1}$

$\therefore y=-x\pm2$

다른 풀이

기울기가 -1인 접선의 방정식을

$y=-x+a$, 즉 $x+y-a=0$ (a는 상수) $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이라 하면 직선 ㉠이 원 $x^2+y^2=2$에 접하므로 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 ㉠ 사이의 거리는 반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같다. 즉

$\dfrac{|-a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$, $|a|=2$

$\therefore a=\pm2$

따라서 구하는 접선의 방정식은 $y=-x\pm2$

15-2 직선 $3x-y+1=0$, 즉 $y=3x+1$에 평행한 직선의 기울기는 3이고, 원 $x^2+y^2=4$의 반지름의 길이는 2이므로 구하는 직선의 방정식은

$y=3x\pm2\sqrt{3^2+1}$

$\therefore y=3x\pm2\sqrt{10}$

다른 풀이

직선 $3x-y+1=0$, 즉 $y=3x+1$에 평행한 직선의 기울기는 3이므로 접선의 방정식을

$y=3x+a$, 즉 $3x-y+a=0$ (a는 상수) $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이라 하자. 직선 ㉠이 원 $x^2+y^2=4$에 접하므로 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 ㉠ 사이의 거리는 반지름의 길이 2와 같다. 즉

$\dfrac{|a|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=2$, $|a|=2\sqrt{10}$

$\therefore a=\pm2\sqrt{10}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=3x\pm2\sqrt{10}$

15-3 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(3, 4)$에서의 접선의 방정식은

$3x+4y=25$

15-4 구하는 접선은 원의 중심과 접점을 지나는 직선에 수직이다.

원의 중심 $(1, -2)$와 점 $(2, 1)$을 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{1-(-2)}{2-1}=3$

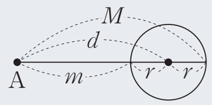
따라서 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기는 $-\dfrac{1}{3}$이므로 구하는 접선의 방정식은

$y-1=-\dfrac{1}{3}(x-2)$

$\therefore\ x+3y=5$

원의 반지름의 길이가 3이므로 선분 OP의 길이의 최댓값은 $5+3=8$

Lecture **원 위의 점과 원 밖의 점 사이의 거리**



원의 중심과 원 밖의 점 A 사이의 거리를 d, 원의 반지름의 길이를 r라 할 때, 원 위의 점과 원 밖의 점 A 사이의 거리의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하면

(1) $M=d+r$

(2) $m=d-r$

대표 기출 16 원 위의 점과 직선 사이의 거리

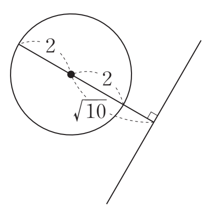
꼭 알고 있을 개념

점 $(2,\ -1)$과 직선 $3x+4y+3=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3\cdot2+4\cdot(-1)+3|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{5}{5}=1$

16-1 원의 중심 $(-1,\ 2)$와 직선 $3x-y-5=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3\cdot(-1)-2-5|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\sqrt{10}$



원의 반지름의 길이가 2이므로

$M=\sqrt{10}+2,\ m=\sqrt{10}-2$

$\therefore\ Mm=(\sqrt{10}+2)(\sqrt{10}-2)$

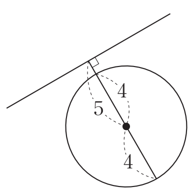
$\quad\quad=(\sqrt{10})^2-2^2=6$

16-2 $x^2+y^2-2x+4y-11=0$에서

$(x-1)^2+(y+2)^2=16$

원의 중심 $(1,\ -2)$와 직선 $3x-4y+14=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3\cdot1-4\cdot(-2)+14|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5$



원의 반지름의 길이가 4이므로

$M=5+4=9,\ m=5-4=1$

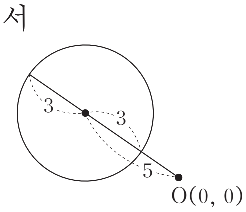
$\therefore\ Mm=9\cdot1=9$

16-3 $x^2+y^2+6x-8y+16=0$에서

$(x+3)^2+(y-4)^2=9$

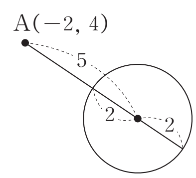
원의 중심 $(-3,\ 4)$와 원점 사이의 거리는

$\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$



16-4 원의 중심 $(2,\ 1)$과 점 $\mathrm{A}(-2,\ 4)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(-2-2)^2+(4-1)^2}=5$



원의 반지름의 길이가 2이므로

선분 AP의 길이의 최댓값은 $5+2=7$, 최솟값은 $5-2=3$

따라서 구하는 값은

$7+3=10$

● 5일차 본문 48~51쪽

17-1 ③	17-2 ④	17-3 ④	17-4 ②
18-1 ④	18-2 ⑤	18-3 ⑤	18-4 ④
19-1 ①	19-2 ③	19-3 ④	19-4 ⑤
20-1 ②	20-2 ①	20-3 ④	20-4 ②

대표 기출 17 점의 평행이동

꼭 알고 있을 개념

점 $(1,\ 2)$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(1+3,\ 2-1)$, 즉 $(4,\ 1)$

17-1 점 $(1,\ 3)$을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(1-3,\ 3+2)\quad\quad\therefore\ (-2,\ 5)$

따라서 $a=-2,\ b=5$이므로

$a+b=-2+5=3$

17-2 점 $(-3,\ 4)$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(-3+a,\ 4+b)$

따라서 $-3+a=4,\ 4+b=1$이므로

$a=7,\ b=-3$

$\therefore\ a+b=7+(-3)=4$

17-3 $3+a=5,\ 1+1=b$이므로

$a=2,\ b=2$ $\quad\therefore\ ab=2\cdot2=4$

17-4 점 $(3,\ -5)$를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 점을 $(2,\ -4)$라 하면

$3+p=2,\ -5+q=-4$

$\therefore\ p=-1,\ q=1$

점 $(a,\ b)$를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(a-1,\ b+1)$

따라서 $a-1=-3,\ b+1=6$이므로

$a=-2,\ b=5$

$\therefore\ a+b=-2+5=3$

대표 기출 18 **도형의 평행이동**

꼭 알고 있을 개념

직선 $x+2y+3=0$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x+1)+2(y-4)+3=0$, 즉 $x+2y-4=0$

18-1 원 $(x+2)^2+(y-2)^2=1$을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x+3+2)^2+(y+1-2)^2=1$

$\therefore\ (x+5)^2+(y-1)^2=1$

다른 풀이

원 $(x+2)^2+(y-2)^2=1$의 중심의 좌표는 $(-2,\ 2)$이고, 이 점을 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(-2-3,\ 2-1)$ $\quad\therefore\ (-5,\ 1)$

또 원은 평행이동해도 반지름의 길이가 변하지 않으므로 평행이동한 원의 방정식은

$(x+5)^2+(y-1)^2=1$

18-2 원 $(x+1)^2+y^2=4$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-a+1)^2+(y-b)^2=4$

이 원이 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=4$와 일치하므로

$-a+1=-2,\ -b=1$ $\quad\therefore\ a=3,\ b=-1$

$\therefore\ a-b=3-(-1)=4$

다른 풀이

원 $(x+1)^2+y^2=4$의 중심의 좌표는 $(-1,\ 0)$이고, 이 점을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(-1+a,\ 0+b)$ $\quad\therefore\ (a-1,\ b)$

이 점이 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=4$의 중심 $(2,\ -1)$과 일치해야 하므로

$a-1=2,\ b=-1$ $\quad\therefore\ a=3,\ b=-1$

$\therefore\ a-b=3-(-1)=4$

18-3 $x^2+y^2-2x+4y=0$에서

$(x-1)^2+(y+2)^2=5$

이 원을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-a-1)^2+(y-b+2)^2=5$

이 원이 원 $x^2+y^2=c$와 일치하므로

$-a-1=0,\ -b+2=0,\ c=5$

$\therefore\ a=-1,\ b=2,\ c=5$

$\therefore\ a+b+c=-1+2+5=6$

18-4 원 $x^2+y^2=3$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-a)^2+(y-2)^2=3$

이 원이 원 $(x-3)^2+(y+b)^2=c$와 일치하므로

$a=3,\ b=-2,\ c=3$

$\therefore\ a+b+c=3+(-2)+3=4$

대표 기출 19 도형의 대칭이동

꼭 알고 있을 개념

도형 $f(x, y)=0$을 대칭이동한 도형의 방정식은

(1) x축에 대하여 대칭이동 ⇨ $f(x, -y)=0$

(2) y축에 대하여 대칭이동 ⇨ $f(-x, y)=0$

(3) 원점에 대하여 대칭이동 ⇨ $f(-x, -y)=0$

(4) 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동 ⇨ $f(y, x)=0$

19-1 직선 $x-2y+1=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$y-2x+1=0$

따라서 구하는 x절편은 $\frac{1}{2}$이다.

19-2 직선 $3x-4y+1=0$을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-3x+4y+1=0$

이 직선이 점 $(a, 2)$를 지나므로

$-3a+4\cdot 2+1=0$, $-3a+9=0$

$\therefore a=3$

쌍둥이 문제

직선 $2x-y+5=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선이 점 $(-3, a)$를 지날 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[풀이]

직선 $2x-y+5=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$2x+y+5=0$

이 직선이 점 $(-3, a)$를 지나므로

$-6+a+5=0$ $\therefore a=1$

답 ①

19-3 원 $(x-3)^2+(y+5)^2=16$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(y-3)^2+(x+5)^2=16$

$\therefore (x+5)^2+(y-3)^2=16$

이 원을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-1+5)^2+(y+2-3)^2=16$

$\therefore (x+4)^2+(y-1)^2=16$

19-4 원 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$를 y축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x-2)^2+(y-1)^2=5$

$\therefore (x+2)^2+(y-1)^2=5$

이 원과 직선 $y=-2x+k$, 즉 $-2x-y+k=0$이 한 점에서 만나므로 원의 중심 $(-2, 1)$과 직선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 $\sqrt{5}$와 같다. 즉

$$\frac{|-2\cdot(-2)-1+k|}{\sqrt{(-2)^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$$

$|k+3|=5$, $k+3=\pm 5$

$\therefore k=2$ 또는 $k=-8$

따라서 모든 실수 k의 값의 곱은

$2\cdot(-8)=-16$

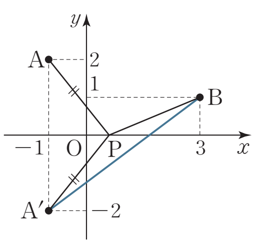
대표 기출 20 대칭이동의 활용

꼭 알고 있을 개념

두 점 $(1, 2)$, $(3, 4)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}=2\sqrt{2}$

20-1 점 $\mathrm{A}(-1, 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면



$\mathrm{A}'(-1, -2)$

$\therefore \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq \overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+\{1-(-2)\}^2}$

$=5$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 5이다.

20-2 점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면

A′$(-2, 1)$

$\therefore \overline{AP}+\overline{BP}$

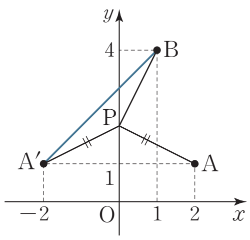
$=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq\overline{A'B}$

$=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(4-1)^2}$

$=3\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $3\sqrt{2}$이다.



20-3 점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면

A′$(-2, 3)$

$\therefore \overline{AP}+\overline{BP}$

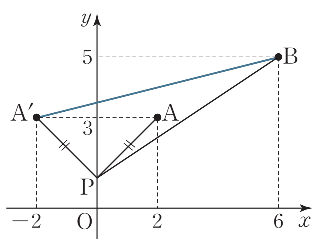
$=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq\overline{A'B}$

$=\sqrt{\{6-(-2)\}^2+(5-3)^2}$

$=2\sqrt{17}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $2\sqrt{17}$이다.



20-4 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면

A′$(0, -8)$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}$

$=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq\overline{A'B}$

$=\sqrt{(9-0)^2+\{4-(-8)\}^2}$

$=15$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 15이므로 $m=15$

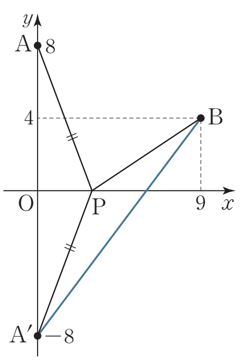
또 직선 A′B의 방정식은

$y-(-8)=\dfrac{4-(-8)}{9-0}x$

$\therefore y=\dfrac{4}{3}x-8$

직선 $y=\dfrac{4}{3}x-8$의 x절편은 6이므로 점 P의 좌표는 $(6, 0)$, 즉 $a=6$

$\therefore m+a=15+6=21$



2주 전

학교시험에 나오는 창의융합, 코딩 서술형 기출 문제

● 1일차 본문 54~55쪽

1-1 58	**1-2** -8
2-1 -10	**2-2** $-2<x<1$

1-1 문제 제대로 읽기

부등식 $|x|+|x-4|\le 10$의 해가 $a\le x\le b$일 때, 조건
a^2+b^2의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [8점] 질문의 핵심

$|x|+|x-4|\le 10$에서 $x<0$, $0\le x<4$, $x\ge 4$로 x의 값의 범위를 나누어 해를 구한다.

❶ 2점

(i) $x<0$일 때

$-x-(x-4)\le 10$, $-x-x+4\le 10$

$-2x\le 6$ $\therefore x\ge -3$

그런데 $x<0$이므로 $-3\le x<0$

(ii) $0\le x<4$일 때

$x-(x-4)\le 10$, $x-x+4\le 10$

$\therefore 0\cdot x\le 6$

따라서 해는 모든 실수이다.

그런데 $0\le x<4$이므로 $0\le x<4$

(iii) $x\ge 4$일 때

$x+(x-4)\le 10$, $2x\le 14$

$\therefore x\le 7$

그런데 $x\ge 4$이므로 $4\le x\le 7$

❷ 4점

(i)~(iii)에서 주어진 부등식의 해는

$-3\le x\le 7$

따라서 $a=-3$, $b=7$이므로

❸ 1점

$a^2+b^2=(-3)^2+7^2=58$

❹ 1점

1-2 문제 제대로 읽기

부등식 $2|x|+|x-1|<5$의 해가 $a<x<b$일 때, 조건
$3ab$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [8점] 질문의 핵심

$2|x|+|x-1|<5$에서 $x<0$, $0\le x<1$, $x\ge 1$로 x의 값의 범위를 나누어 해를 구한다.

❶ 2점

(i) $x<0$일 때

$-2x-(x-1)<5$, $-2x-x+1<5$

$-3x<4$ $\therefore x>-\frac{4}{3}$

그런데 $x<0$이므로 $-\frac{4}{3}<x<0$

(ii) $0\le x<1$일 때

$2x-(x-1)<5$, $2x-x+1<5$

$\therefore x<4$

그런데 $0\le x<1$이므로 $0\le x<1$

(iii) $x\ge 1$일 때

$2x+(x-1)<5$, $3x<6$

$\therefore x<2$

그런데 $x\ge 1$이므로 $1\le x<2$

❷ 4점

(i)~(iii)에서 주어진 부등식의 해는

$-\frac{4}{3}<x<2$

따라서 $a=-\frac{4}{3}$, $b=2$이므로

❸ 1점

$3ab=3\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot 2=-8$

❹ 1점

2-1 문제 제대로 읽기

부등식 $x^2-2|x|-15\le 0$의 해가 $a\le x\le b$일 때, 조건
$a-b$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [8점] 질문의 핵심

$x^2-2|x|-15\le 0$에서 $x<0$, $x\ge 0$으로 x의 값의 범위를 나누어 해를 구한다.

❶ 2점

(i) $x<0$일 때

$x^2+2x-15\le 0$, $(x-3)(x+5)\le 0$

$\therefore -5\le x\le 3$

그런데 $x<0$이므로 $-5\le x<0$

(ii) $x\ge 0$일 때

$x^2-2x-15\le 0$, $(x+3)(x-5)\le 0$

$\therefore -3\le x\le 5$

그런데 $x\ge 0$이므로 $0\le x\le 5$

❷ 4점

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는

$-5 \le x \le 5$

따라서 $a=-5$, $b=5$이므로

❸ 1점

$a-b=-5-5=-10$

❹ 1점

다른 풀이

$x^2=|x|^2$이므로 $|x|^2-2|x|-15 \le 0$

$(|x|+3)(|x|-5) \le 0$

이때 $|x|+3>0$이므로 $|x|-5 \le 0$

$|x| \le 5$ $\quad \therefore -5 \le x \le 5$

따라서 $a=-5$, $b=5$이므로

$a-b=-5-5=-10$

2-2 문제 제대로 읽기

부등식 $x^2+3|x+1|-7<0$의 해를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [8점]

조건 질문의 핵심

$x^2+3|x+1|-7<0$에서 $x<-1$, $x \ge -1$로 x의 값의 범위를 나누어 해를 구한다.

❶ 2점

(i) $x<-1$일 때

$x^2-3(x+1)-7<0$, $x^2-3x-10<0$

$(x+2)(x-5)<0$

$\therefore -2<x<5$

그런데 $x<-1$이므로

$-2<x<-1$

(ii) $x \ge -1$일 때

$x^2+3(x+1)-7<0$, $x^2+3x-4<0$

$(x-1)(x+4)<0$

$\therefore -4<x<1$

그런데 $x \ge -1$이므로

$-1 \le x < 1$

❷ 4점

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는

$-2<x<1$

❸ 2점

● 2일차

본문 56~57쪽

3-1 (1) $f(x)=-\frac{2}{3}(x+1)(x-3)$ (2) $a=-3$, $b=5$

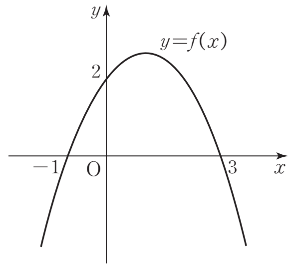
3-2 (1) $-2<x<4$ (2) 3

4-1 -3, 4 4-2 $-1 \le k < 0$

3-1 문제 제대로 읽기

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)<-8$의 해가 $x<a$ 또는 $x>b$이다. 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건



(1) 이차함수 $y=f(x)$의 식

질문의 핵심

(2) a, b의 값

질문의 핵심

(1) 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표가 -1, 3이므로

$f(x)=a(x+1)(x-3)$ $(a<0)$

으로 놓을 수 있다.

이때 $f(0)=2$에서 $-3a=2$ $\quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

$\therefore f(x)=-\frac{2}{3}(x+1)(x-3)$

❶ 3점

(2) $-\frac{2}{3}(x+1)(x-3)<-8$에서

$(x+1)(x-3)>12$, $x^2-2x-15>0$

$(x+3)(x-5)>0$

$\therefore x<-3$ 또는 $x>5$

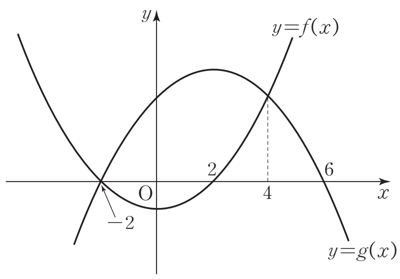
$\therefore a=-3$, $b=5$

❷ 3점

3-2 문제 제대로 읽기

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 아래 그림 과 같을 때, 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건



(1) 부등식 $f(x)<g(x)$의 해

질문의 핵심

(2) 부등식 $f(x)g(x)>0$을 만족시키는 정수 x의 개수

질문의 핵심

(1) 부등식 $f(x)<g(x)$의 해는 $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위이므로

$-2<x<4$

❶ 2점

(2) $f(x)g(x)>0$에서

$f(x)>0$, $g(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)<0$

(i) $f(x)>0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$2<x<6$

(ii) $f(x)<0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x는 없다.

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 $2<x<6$

따라서 정수 x는 3, 4, 5로 그 개수는 3이다.

❷ 4점

4-1 문제 제대로 읽기

연립부등식 $\begin{cases} x^2+x-2>0 \\ (2x-5)(x-k)\le 0 \end{cases}$을 만족시키는 정수 x가 2개일 때, 모든 정수 k의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 질문의 핵심

$x^2+x-2>0$에서 $(x-1)(x+2)>0$

$\therefore x<-2$ 또는 $x>1$ ······ ㉠

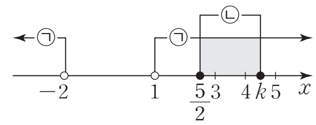
❶ 2점

$(2x-5)(x-k)\le 0$에서

(i) $k>\dfrac{5}{2}$일 때

$(2x-5)(x-k)\le 0$에서 $\dfrac{5}{2}\le x\le k$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 정수 x가 2개이려면 오른쪽 그림에서



$4\le k<5$

(ii) $k=\dfrac{5}{2}$일 때

$(2x-5)(x-k)\le 0$에서

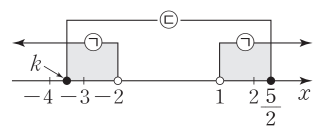
$\dfrac{1}{2}(2x-5)^2\le 0 \qquad \therefore x=\dfrac{5}{2}$

즉 주어진 연립부등식의 해가 $\dfrac{5}{2}$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) $k<\dfrac{5}{2}$일 때

$(2x-5)(x-k)\le 0$에서 $k\le x\le \dfrac{5}{2}$ ······ ㉢

㉠, ㉢을 동시에 만족시키는 정수 x가 2개이려면 오른쪽 그림에서



$-4<k\le -3$

(i)~(iii)에서 $-4<k\le -3$ 또는 $4\le k<5$

❷ 4점

따라서 구하는 정수 k는 -3, 4이다.

❸ 1점

4-2 문제 제대로 읽기

연립부등식 $\begin{cases} x^2-x-2\le 0 \\ x^2-(k+5)x+5k<0 \end{cases}$을 만족시키는 정수 x가 3개일 때, 실수 k의 값의 범위를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 질문의 핵심

$x^2-x-2\le 0$에서 $(x+1)(x-2)\le 0$

$\therefore -1\le x\le 2$ ······ ㉠

❶ 2점

$x^2-(k+5)x+5k<0$에서 $(x-5)(x-k)<0$

(i) $k>5$일 때

$(x-5)(x-k)<0$에서 $5<x<k$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x는 없다.

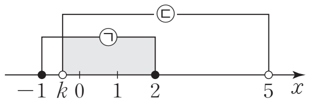
(ii) $k=5$일 때

$(x-5)(x-k)<0$에서 $(x-5)^2<0$이므로 연립부등식의 해가 존재하지 않는다.

(iii) $k<5$일 때

$(x-5)(x-k)<0$에서 $k<x<5$ ······ ㉢

㉠, ㉢을 동시에 만족시키는 정수 x가 3개이려면 오른쪽 그림에서



$-1\le k<0$

(i)~(iii)에서 $-1\le k<0$

❷ 5점

● 3일차 본문 58~59쪽

5-1 $\mathrm{P}(2,\ 0)$ **5-2** $\mathrm{Q}(0,\ 4)$

6-1 (1) $\mathrm{P}(0,\ 1)$ (2) $\mathrm{Q}(-9,\ 10)$ (3) $\mathrm{M}\left(-\frac{9}{2},\ \frac{11}{2}\right)$

6-2 (1) $\mathrm{P}(4,\ 1)$ (2) $\mathrm{Q}(-3,\ -4)$ (3) $\mathrm{M}\left(\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$

5-1 문제 제대로 읽기

두 점 $\mathrm{A}(1,\ 4)$, $\mathrm{B}(-2,\ 1)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건 질문의 핵심

점 P의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면

❶ 2점

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$에서 $\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$이므로

$(a-1)^2+(0-4)^2=\{a-(-2)\}^2+(0-1)^2$

$a^2-2a+17=a^2+4a+5$

$-6a=-12$ $\therefore a=2$

❷ 3점

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $(2,\ 0)$이다.

❸ 1점

5-2 문제 제대로 읽기

두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 1)$, $\mathrm{B}(3,\ 5)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점 Q의 좌표를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건 질문의 핵심

점 Q의 좌표를 $(0,\ a)$라 하면

❶ 2점

$\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{BQ}}$에서 $\overline{\mathrm{AQ}}^2=\overline{\mathrm{BQ}}^2$이므로

$\{0-(-1)\}^2+(a-1)^2=(0-3)^2+(a-5)^2$

$a^2-2a+2=a^2-10a+34$

$8a=32$ $\therefore a=4$

❷ 3점

따라서 구하는 점 Q의 좌표는 $(0,\ 4)$이다.

❸ 1점

6-1 문제 제대로 읽기

두 점 $\mathrm{A}(3,\ -2)$, $\mathrm{B}(-3,\ 4)$에 대하여 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건

(1) 선분 AB를 $1:1$로 내분하는 점 P의 좌표 질문의 핵심

(2) 선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표 질문의 핵심

(3) 선분 PQ를 이등분하는 점 M의 좌표 질문의 핵심

(1) 점 P의 좌표는 $\left(\frac{1\cdot(-3)+1\cdot 3}{1+1},\ \frac{1\cdot 4+1\cdot(-2)}{1+1}\right)$

$\therefore \mathrm{P}(0,\ 1)$

❶ 2점

(2) 점 Q의 좌표는 $\left(\frac{2\cdot(-3)-1\cdot 3}{2-1},\ \frac{2\cdot 4-1\cdot(-2)}{2-1}\right)$

$\therefore \mathrm{Q}(-9,\ 10)$

❷ 2점

(3) 점 M의 좌표는 $\left(\frac{0+(-9)}{2},\ \frac{1+10}{2}\right)$

$\therefore \mathrm{M}\left(-\frac{9}{2},\ \frac{11}{2}\right)$

❸ 2점

6-2 문제 제대로 읽기

네 점 A$(2, -3)$, B$(5, 3)$, C$(-1, 4)$, D$(-2, 0)$에 대하여 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]
조건

(1) 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점 P의 좌표 질문의 핵심
(2) 선분 CD를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표 질문의 핵심
(3) 선분 PQ의 중점 M의 좌표 질문의 핵심

(1) 점 P의 좌표는 $\left(\dfrac{2\cdot5+1\cdot2}{2+1}, \dfrac{2\cdot3+1\cdot(-3)}{2+1}\right)$

$\therefore$ P$(4, 1)$

❶ 2점

(2) 점 Q의 좌표는 $\left(\dfrac{2\cdot(-2)-1\cdot(-1)}{2-1}, \dfrac{2\cdot0-1\cdot4}{2-1}\right)$

$\therefore$ Q$(-3, -4)$

❷ 2점

(3) 점 M의 좌표는 $\left(\dfrac{4+(-3)}{2}, \dfrac{1+(-4)}{2}\right)$

$\therefore$ M$\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{3}{2}\right)$

❸ 2점

● 4일차 본문 60~61쪽

7-1 $y=\dfrac{1}{2}x-1$ **7-2** (1) P$(2, 3)$ (2) 2
8-1 8
8-2 (1) $x^2+y^2-10y=0$ (2) 39

7-1 문제 제대로 읽기

두 점 A$(1, 7)$, B$(7, -5)$에 대하여 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오.
조건 질문의 핵심
[7점]

선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\dfrac{1+7}{2}, \dfrac{7+(-5)}{2}\right)$

$\therefore (4, 1)$

❶ 2점

두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{-5-7}{7-1}=-2$

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 $\dfrac{1}{2}$이고 점 $(4, 1)$을 지나므로 구하는 직선의 방정식은

❷ 2점

$y-1=\dfrac{1}{2}(x-4)$

$\therefore y=\dfrac{1}{2}x-1$

❸ 3점

7-2 문제 제대로 읽기

두 점 A$(1, 5)$, B$(5, -3)$에 대하여 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]
조건

(1) 선분 AB를 $1:3$으로 내분하는 점 P의 좌표 질문의 핵심
(2) 점 P를 지나고 직선 AB와 수직인 직선의 y절편 질문의 핵심

(1) 점 P의 좌표는 $\left(\dfrac{1\cdot5+3\cdot1}{1+3}, \dfrac{1\cdot(-3)+3\cdot5}{1+3}\right)$

$\therefore$ P$(2, 3)$

❶ 3점

(2) 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{-3-5}{5-1}=-2$

이므로 직선 AB와 수직인 직선의 기울기는 $\dfrac{1}{2}$이다.

점 P$(2, 3)$을 지나고 기울기가 $\dfrac{1}{2}$인 직선의 방정식은

$y-3=\dfrac{1}{2}(x-2)$ $\quad\therefore y=\dfrac{1}{2}x+2$

❷ 3점

따라서 구하는 직선의 y절편은 2이다.

❸ 1점

8-1 문제 제대로 읽기

원 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 위의 임의의 한 점과 직선 $3x-4y-10=0$ 사이의 거리의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [8점]
조건 질문의 핵심

$x^2+y^2-2x-4y+4=0$에서

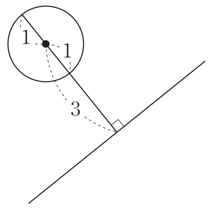
$(x-1)^2+(y-2)^2=1$

❶ 2점

원의 중심 $(1, 2)$와 직선 $3x-4y-10=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3\cdot1-4\cdot2-10|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=3$$

❷ 3점



원의 반지름의 길이가 1이므로

$M=3+1=4$, $m=3-1=2$

❸ 2점

$\therefore\ Mm=4\cdot2=8$

❹ 1점

8-2 문제 제대로 읽기

세 점 O$(0, 0)$, A$(3, 1)$, B$(-5, 5)$와 직선 l: $3x+4y+20=0$에 대하여 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [8점]
조건

(1) 세 점 O, A, B를 지나는 원의 방정식 질문의 핵심

(2) (1)의 원 위의 임의의 한 점과 직선 l 사이의 거리의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값 질문의 핵심

(1) 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면
점 O$(0, 0)$을 지나므로 $C=0$
즉 원 $x^2+y^2+Ax+By=0$이 두 점 A$(3, 1)$, B$(-5, 5)$를 지나므로
$9+1+3A+B=0$, $25+25-5A+5B=0$
$\therefore\ 3A+B=-10$, $A-B=10$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$A=0$, $B=-10$
따라서 구하는 원의 방정식은
$x^2+y^2-10y=0$

❶ 4점

(2) $x^2+y^2-10y=0$에서 $x^2+(y-5)^2=25$
원의 중심 $(0, 5)$와 직선 $3x+4y+20=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3\cdot0+4\cdot5+20|}{\sqrt{3^2+4^2}}=8$$

원의 반지름의 길이가 5이므로
$M=8+5=13$, $m=8-5=3$
$\therefore\ Mm=13\cdot3=39$

❷ 4점

● 5일차 본문 62~63쪽

9-1 (1) A$(3, -1)$, B$(-3, 1)$, C$(-3, -1)$ (2) 6
9-2 $(x-2)^2+(y-3)^2=1$
10-1 (1) $x+3y+2=0$ (2) -2
10-2 (1) $(x-2)^2+(y+2)^2=9$ (2) 1

9-1 문제 제대로 읽기

점 $(3, 1)$을 x축, y축, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 A, B, C라 할 때, 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]
조건

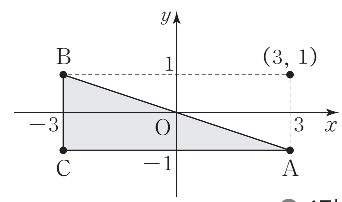
(1) 세 점 A, B, C의 좌표 질문의 핵심

(2) 삼각형 ABC의 넓이 질문의 핵심

(1) A$(3, -1)$, B$(-3, 1)$, C$(-3, -1)$

❶ 3점

(2) 오른쪽 그림에서
$\overline{\text{AC}}=6$, $\overline{\text{BC}}=2$이므로
$\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\cdot6\cdot2=6$



❷ 4점

9-2 문제 제대로 읽기

다음과 같은 평행이동과 대칭이동에 대하여 원 $x^2+y^2=1$을 평행이동한 후 대칭이동한 도형의 방정식을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]
조건 질문의 핵심

평행이동: x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한다. 조건

대칭이동: 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한다. 조건

원 $x^2+y^2=1$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원의 방정식은
$(x-3)^2+(y-2)^2=1$

❶ 3점

이 원을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(y-3)^2+(x-2)^2=1$
$\therefore\ (x-2)^2+(y-3)^2=1$

❷ 3점

10-1 문제 제대로 읽기

직선 l: $3x+y+1=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선을 l'이라 하자. 직선 l'이 원 $(x-a)^2+y^2=4$의 넓이를 이등분할 때, 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. (단, a는 상수) [7점]
조건

(1) 직선 l'의 방정식 질문의 핵심

(2) a의 값 질문의 핵심

(1) 직선 l을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $3y+x+1=0$
이 직선을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선 l'의 방정식은
$3(y+1)+(x-2)+1=0$
$\therefore x+3y+2=0$

❶ 3점

(2) 직선 l'이 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(a, 0)$을 지나야 하므로
$a+2=0 \qquad \therefore a=-2$

❷ 4점

10-2 문제 제대로 읽기

원 O: $(x+1)^2+y^2=9$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 원을 O'이라 하자. 원 O'이 직선 $3x-4y+k=0$과 접할 때, 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. (단, k는 양수) [7점]
조건

(1) 원 O'의 방정식 질문의 핵심

(2) k의 값 질문의 핵심

(1) 원 O를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 원 O'의 방정식은
$(x-3+1)^2+(y+2)^2=9$
$\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=9$

❶ 3점

(2) 원 O'이 직선 $3x-4y+k=0$과 접하므로 원의 중심 $(2, -2)$와 직선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이인 3과 같다. 즉
$\dfrac{|3\cdot2-4\cdot(-2)+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=3, \ |k+14|=15$
$k+14=\pm15 \qquad \therefore k=1 \ (\because k>0)$

❷ 4점

1주 전

미리 풀어보는 우리 학교 기말고사

● 1일차 본문 66~69쪽

01 ①	02 ②	03 ⑤	04 ②	05 ④
06 ⑤	07 ④	08 ④	09 ④	10 ⑤
11 ④	12 ①	13 ②	14 ⑤	15 ④
16 ④	17 ①			

[서술형 1] $1\le k<\frac{4}{3}$

[서술형 2] -3

[서술형 3] 10

01 $|2x-1|<5$에서 $-5<2x-1<5$

$-4<2x<6$　　$\therefore -2<x<3$

따라서 $\alpha=-2$, $\beta=3$이므로

$\alpha+\beta=-2+3=1$

02 $x^2-x-12<0$에서 $(x+3)(x-4)<0$

$\therefore -3<x<4$

03 해가 $-1\le x\le 3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+1)(x-3)\le 0$　　$\therefore x^2-2x-3\le 0$

이 부등식이 $x^2+ax+b\le 0$과 같으므로

$a=-2$, $b=-3$

$\therefore a+b=-2+(-3)=-5$

다른 풀이

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 -1, 3이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-1+3=-a$, $-1\cdot 3=b$

$a=-2$, $b=-3$　　$\therefore a+b=-2+(-3)=-5$

Lecture 이차부등식의 작성

(1) 해가 $\alpha<x<\beta$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식

⇨ $(x-\alpha)(x-\beta)<0$

(2) 해가 $x<\alpha$ 또는 $x>\beta$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식 $(\alpha<\beta)$

⇨ $(x-\alpha)(x-\beta)>0$

04 $2x+4\ge x+6$에서 $x\ge 2$　　…… ㉠

$x^2-2x-8<0$에서 $(x+2)(x-4)<0$

$\therefore -2<x<4$　　…… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $2\le x<4$

따라서 정수 x는 2, 3이므로 구하는 합은

$2+3=5$

05 $\overline{AB}=\sqrt{(3-2)^2+\{2-(-1)\}^2}=\sqrt{10}$

06 $\overline{AB}^2=(2-3)^2+(5-1)^2=17$

$\overline{BC}^2=(-1-2)^2+(0-5)^2=34$

$\overline{CA}^2=\{3-(-1)\}^2+(1-0)^2=17$

$\therefore \overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$, $\overline{AB}^2=\overline{CA}^2$

따라서 $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다.

Lecture 삼각형의 모양

삼각형 ABC의 세 변의 길이 $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$, $\overline{AB}=c$ 중 c의 값이 가장 클 때

(1) $c^2>a^2+b^2$ ⇨ $\angle C>90^\circ$인 둔각삼각형

(2) $c^2=a^2+b^2$ ⇨ $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형

(3) $c^2<a^2+b^2$ ⇨ 예각삼각형

07 선분 AB를 $1:2$로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot 0-2\cdot 1}{1-2}, \frac{1\cdot 5-2\cdot 2}{1-2}\right)$

$\therefore (2, -1)$

08 두 점 $(1, 1)$, $(2, 5)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-1=\frac{5-1}{2-1}(x-1)$

$\therefore y=4x-3$

09 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으려면 직선 AB와 직선 AC의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{k-1}{7-3}=\frac{4-1}{(-2+k)-3}$$

즉 $\frac{k-1}{4}=\frac{3}{k-5}$

$(k-1)(k-5)=12,\ k^2-6k-7=0$

$(k+1)(k-7)=0 \qquad \therefore k=-1$ 또는 $k=7$

따라서 구하는 모든 k의 값의 합은

$-1+7=6$

10 $\frac{|\sqrt{3}\cdot 0+4-10|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}}=3$

11 두 직선의 기울기는 각각 $-\frac{1}{5}$, m이므로 서로 수직이려면

$-\frac{1}{5}\cdot m=-1$

$\therefore m=5$

> **Lecture** 두 직선의 평행과 수직
>
> 두 직선 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$이
>
> (1) 평행하다. ⇨ $m=m'$, $n\neq n'$
>
> (2) 수직이다. ⇨ $mm'=-1$

12 원 $(x-a)^2+(y+5)^2=9$의 중심은 점 $(a, -5)$이므로

$a=3,\ b=-5$

또 원의 반지름의 길이는 3이므로 $r=3$

$\therefore a+b+r=3+(-5)+3=1$

13 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$인 원의 중심 $(1, 2)$와 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|1-2+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k-1|}{\sqrt{2}}$$

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이보다 작아야 하므로

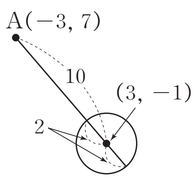
$\frac{|k-1|}{\sqrt{2}}<2\sqrt{2},\ |k-1|<4$

$-4<k-1<4 \qquad \therefore -3<k<5$

따라서 $\alpha=-3$, $\beta=5$이므로

$\alpha\beta=-3\cdot 5=-15$

14 원의 중심 $(3, -1)$과 점 A$(-3, 7)$ 사이의 거리는



$\sqrt{(-3-3)^2+\{7-(-1)\}^2}=10$

원의 반지름의 길이가 2이므로 선분 AP의 길이의

최댓값은 $10+2=12$, 최솟값은 $10-2=8$

따라서 구하는 값은

$12+8=20$

15 점 $(3, -5)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-3, 5)$

16 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=6$을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-3-1)^2+(y+5+2)^2=6$

$\therefore (x-4)^2+(y+7)^2=6$

따라서 평행이동한 원의 중심의 좌표는 $(4, -7)$이므로 $a=4$, $b=-7$

$\therefore a+b=4+(-7)=-3$

다른 풀이

원 $(x-1)^2+(y+2)^2=6$의 중심은 점 $(1, -2)$이고 이 점을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(1+3,\ -2-5)$ $\quad\therefore (4,\ -7)$
따라서 $a=4$, $b=-7$이므로
$a+b=4+(-7)=-3$

17 직선 $x+3y+1=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$(x-2)+3(y+2)+1=0$
$\therefore x+3y+5=0$
이 직선을 x축에 대하여 대칭이동하면
$x-3y+5=0$
이 직선이 직선 $x+ay+b=0$과 같으므로
$a=-3$, $b=5$
$\therefore a+2b=-3+2\cdot 5=7$

[서술형 1] $f(x)=x^2-4kx+k+3$이라 할 때 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근이 모두 1보다 크므로 $f(x)=0$의 판별식을 D라 하면

(i) $\dfrac{D}{4}=(-2k)^2-(k+3)\ge 0$
$4k^2-k-3\ge 0$, $(k-1)(4k+3)\ge 0$
$\therefore k\le -\dfrac{3}{4}$ 또는 $k\ge 1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

①

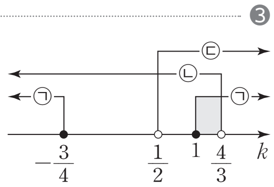
(ii) $f(1)=1-4k+k+3>0$에서
$-3k+4>0$ $\quad\therefore k<\dfrac{4}{3}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

②

(iii) 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 축의 방정식이 $x=2k$이므로 $2k>1$
$\therefore k>\dfrac{1}{2}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢

③

(i)~(iii)에서 공통부분을 구하면
$1\le k<\dfrac{4}{3}$



④

채점 기준	배점
① 판별식을 이용하여 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
② 함숫값을 이용하여 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
③ 축의 방정식을 이용하여 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
④ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	1점

Lecture 이차방정식의 근의 분리

이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a>0)$의 판별식을 D라 하고 $f(x)=ax^2+bx+c$라 하면
(1) 두 근이 모두 p보다 크다.
$\Rightarrow D\ge 0,\ f(p)>0,\ -\dfrac{b}{2a}>p$
(2) 두 근이 모두 p보다 작다.
$\Rightarrow D\ge 0,\ f(p)>0,\ -\dfrac{b}{2a}<p$
(3) 두 근 사이에 p가 있다. $\Rightarrow f(p)<0$

[서술형 2] 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{B}(-1,\ 4)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표는 $(a,\ 0)$이므로 $b=0$

①

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$에서 $\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$이므로
$(a-1)^2+(0-2)^2=\{a-(-1)\}^2+(0-4)^2$
$a^2-2a+5=a^2+2a+17$
$-4a=12$ $\quad\therefore a=-3$

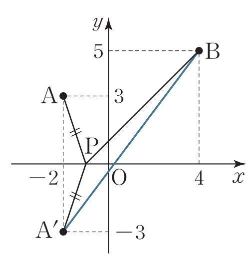
②

$\therefore a+b=-3+0=-3$

③

채점 기준	배점
① b의 값을 구할 수 있다.	2점
② a의 값을 구할 수 있다.	3점
③ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] 점 $\mathrm{A}(-2,\ 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면
$\mathrm{A}'(-2,\ -3)$
$\therefore \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$
$\ge \overline{\mathrm{A'B}}$



①

$=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+\{5-(-3)\}^2}$
$=10$
따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 10이다.

②

채점 기준	배점
① $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값이 $\overline{\mathrm{A'B}}$임을 알 수 있다.	4점
② $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 구할 수 있다.	3점

● 2일차

본문 70~73쪽

01 ②	02 ③	03 ②	04 ③	05 ②
06 ①	07 ④	08 ④	09 ③	10 ④
11 ①	12 ⑤	13 ①	14 ④	15 ⑤
16 ⑤	17 ⑤			

[서술형 1] 20

[서술형 2] $a=3, b=2, c=1$

[서술형 3] $\sqrt{13}$

01 $|x-2|\le 1$에서 $-1\le x-2\le 1$

$\therefore 1\le x\le 3$

따라서 정수 x는 1, 2, 3이므로 구하는 합은

$1+2+3=6$

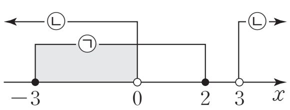
02 $x^2+x-6\le 0$에서 $(x-2)(x+3)\le 0$

$\therefore -3\le x\le 2$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x^2-3x>0$에서 $x(x-3)>0$

$\therefore x<0$ 또는 $x>3$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 오른쪽 그림에서



$-3\le x<0$

따라서 정수 x는 -3, -2, -1로 그 개수는 3이다.

03 해가 $1<x<4$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-1)(x-4)<0$ $\quad\therefore x^2-5x+4<0$

이 부등식이 $x^2+ax+b<0$과 같으므로

$a=-5, b=4$

$\therefore a+b=-5+4=-1$

다른 풀이

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 1, 4이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$1+4=-a, 1\cdot 4=b$

$\therefore a=-5, b=4$

$\therefore a+b=-5+4=-1$

04 $\overline{AB}=\sqrt{29}$이므로 $\overline{AB}^2=29$

$\{(a-2)-(-1)\}^2+(a+4-2)^2=29$

$(a-1)^2+(a+2)^2=29$

$a^2+a-12=0, (a-3)(a+4)=0$

$\therefore a=3$ ($\because a>0$)

05 선분 AB의 중점의 좌표는

$\left(\frac{3-5}{2}, \frac{-2+6}{2}\right)$

$\therefore (-1, 2)$

06 직선 $x+3y-5=0$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$에 수직인 직선의 기울기는 3이고 점 (1, 4)를 지나므로 구하는 직선의 방정식은

$y-4=3(x-1)$ $\quad\therefore y=3x+1$

07 $\frac{|4\cdot 1+3\cdot(-2)-8|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$

08 $x^2+y^2+6x-4y-3=0$에서

$(x+3)^2+(y-2)^2=16$

따라서 주어진 원의 반지름의 길이는

$\sqrt{16}=4$

09 선분 AB의 중점이 두 점 A, B를 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 중심이므로 그 좌표는

$\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{5-3}{2}\right)$ $\quad\therefore (1, 1)$

또 $\overline{AB}$가 원의 지름이므로 원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(-3-5)^2}=2\sqrt{5}$

따라서 구하는 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y-1)^2=20$

Lecture **두 점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원**
두 점 A, B를 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이고, 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AB}$이다.

10 원 $x^2+y^2-2x-15=0$에서 $(x-1)^2+y^2=16$
직선 $ax+y-4=0$이 원의 넓이를 이등분하면 원의 중심 $(1, 0)$을 지나므로 $a-4=0$
$\therefore a=4$

11 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(-1, 2)$에서의 접선의 방정식은
$-x+2y=5 \qquad \therefore -x+2y-5=0$
따라서 $a=-1$, $b=2$이므로
$ab=-1\cdot2=-2$

12 점 $(2, 4)$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 점의 좌표는
$(2+3, 4-3) \qquad \therefore (5, 1)$

13 점 $A(2, -3)$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점 P의 좌표는
$(2+2, -3-2) \qquad \therefore P(4, -5)$
또 점 $A(2, -3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 $Q(2, 3)$
이때 두 점 $P(4, -5)$, $Q(2, 3)$의 중점 M의 좌표는
$\left(\frac{4+2}{2}, \frac{-5+3}{2}\right) \qquad \therefore M(3, -1)$
따라서 $a=3$, $b=-1$이므로
$a+b=3+(-1)=2$

14 원 $x^2+y^2=5$를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 원의 방정식은
$(x-3)^2+(y+2)^2=5$

15 직선 $2x+y-3=0$을 x축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$2x-y-3=0$

16 직선 $y=ax+6$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$y+3=a(x+1)+6 \qquad \therefore y=ax+a+3$
이 직선이 직선 $y=-2x+b$와 같으므로
$a=-2$, $a+3=b \qquad \therefore a=-2$, $b=1$
$\therefore a-b=-2-1=-3$

17 직선 $x-2y+3=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
$y-2x+3=0 \qquad \therefore 2x-y-3=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
직선 ㉠이 원 $(x+3)^2+(y-1)^2=a$에 접하므로 원의 중심 $(-3, 1)$과 직선 ㉠ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 $\sqrt{a}$와 같다. 즉
$\sqrt{a}=\frac{|2\cdot(-3)-1-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=2\sqrt{5}$
$\therefore a=20$

[서술형 1] $|x|+|x-2|\le6$에서 $x<0$, $0\le x<2$, $x\ge2$로 x의 값의 범위를 나누어 해를 구한다.
❶
(i) $x<0$일 때
$-x-(x-2)\le6$, $-2x\le4 \qquad \therefore x\ge-2$
그런데 $x<0$이므로 $-2\le x<0$

(ii) $0\le x<2$일 때

$x-(x-2)\le 6$　　$\therefore 0\cdot x\le 4$

따라서 해는 모든 실수이다.

그런데 $0\le x<2$이므로 $0\le x<2$

(iii) $x\ge 2$일 때

$x+(x-2)\le 6,\ 2x\le 8$　　$\therefore x\le 4$

그런데 $x\ge 2$이므로 $2\le x\le 4$

❷

(i)~(iii)에서 주어진 부등식의 해는

$-2\le x\le 4$

따라서 $a=-2,\ b=4$이므로

❸

$a^2+b^2=(-2)^2+4^2=20$

❹

채점 기준	배점
❶ x의 값의 범위를 나눌 수 있다.	1점
❷ 나눈 범위에 따라 각 부등식의 해를 구할 수 있다.	3점
❸ $a,\ b$의 값을 구할 수 있다.	2점
❹ a^2+b^2의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] 원 $x^2+y^2+2x+2y-2=0$에서

$(x+1)^2+(y+1)^2=4$　　…… ㉠

원 $x^2+y^2-4x-2y+c=0$에서

$(x-2)^2+(y-1)^2=5-c$　　…… ㉡

❶

두 원의 반지름의 길이가 같아야 하므로

$4=5-c$　　$\therefore c=1$

❷

원 ㉠의 중심 $(-1,\ -1)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점이 원 ㉡의 중심 $(2,\ 1)$과 같아야 하므로

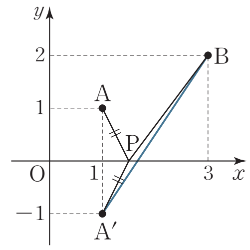
$-1+a=2,\ -1+b=1$

$\therefore a=3,\ b=2$

❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 두 원의 방정식을 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 꼴로 변형할 수 있다.	2점
❷ c의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a,\ b$의 값을 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] 점 $A(1,\ 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면



$A'(1,\ -1)$

$\therefore \overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\ge \overline{A'B}$

❶

$=\sqrt{(3-1)^2+\{2-(-1)\}^2}$

$=\sqrt{13}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\sqrt{13}$이다.

❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값이 $\overline{A'B}$임을 알 수 있다.	4점
❷ $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값을 구할 수 있다.	3점

● 3일차

본문 74~77쪽

01 ④	**02** ③	**03** ⑤	**04** ②	**05** ④
06 ④	**07** ①	**08** ④	**09** ②	**10** ③
11 ③	**12** ④	**13** ②	**14** ③	**15** ③
16 ③	**17** ①			

[서술형 1] 4

[서술형 2] $(1,\ 1),\ (9,\ 13)$

[서술형 3] (1) 중심의 좌표: $(2,\ -2)$, 반지름의 길이: 5　(2) 11

01 $|x-1|\le 1$에서 $-1\le x-1\le 1$

$\therefore 0\le x\le 2$

02 $|x-a|\le 2$에서 $-2\le x-a\le 2$

$\therefore a-2\le x\le a+2$

주어진 부등식의 해가 $1\le x\le 5$이므로

$a-2=1,\ a+2=5$

$\therefore a=3$

03 $x^2-x-2<0$에서 $(x+1)(x-2)<0$

$\therefore -1<x<2$

따라서 $\alpha=-1$, $\beta=2$이므로
$\alpha^2+\beta^2=(-1)^2+2^2=5$

04 $\overline{AB}=\sqrt{\{-2-(-1)\}^2+(3-4)^2}$
$=\sqrt{2}$

05 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표는
$\left(\dfrac{2\cdot3+1\cdot0}{2+1}, \dfrac{2\cdot2+1\cdot5}{2+1}\right)$
$\therefore (2, 3)$

06 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는
$\left(\dfrac{-1+1+3}{3}, \dfrac{2+5+2}{3}\right)$ $\therefore$ G$(1, 3)$

Lecture 삼각형의 무게중심
좌표평면 위의 세 점 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는
G$\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}, \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

07 $y-4=-2(x+3)$ $\therefore y=-2x-2$
따라서 $a=-2$, $b=-2$이므로
$a+b=-2+(-2)=-4$

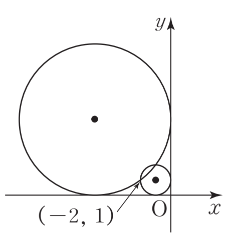
08 직선 $2x-y-1=0$, 즉 $y=2x-1$에 평행한 직선의 기울기는 2이고 점 $(1, 3)$을 지나므로
$y-3=2(x-1)$
$\therefore 2x-y+1=0$

09 $x+y-1=0$, $x+2y-4=0$을 연립하여 풀면
$x=-2$, $y=3$
즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(-2, 3)$
두 점 $(1, 6)$, $(-2, 3)$을 지나는 직선의 방정식은
$y-6=\dfrac{3-6}{-2-1}(x-1)$
$\therefore y=x+5$

다른 풀이
주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을
$x+y-1+k(x+2y-4)=0$ (k는 실수) …… ㉠
이라 하면 이 직선이 점 $(1, 6)$을 지나므로
$1+6-1+k(1+12-4)=0$
$6+9k=0$ $\therefore k=-\dfrac{2}{3}$
$k=-\dfrac{2}{3}$를 ㉠에 대입하면
$x+y-1-\dfrac{2}{3}(x+2y-4)=0$
$\therefore y=x+5$

10 $x^2+y^2+12x-2y+12=0$에서
$(x+6)^2+(y-1)^2=25$
따라서 주어진 원의 중심은 점 $(-6, 1)$이고 반지름의 길이는 5이므로
$a=-6$, $b=1$, $r=5$
$\therefore a+b+r=-6+1+5=0$

11 점 $(-2, 1)$을 지나고 x축과 y축에 동시에 접하는 원은 오른쪽 그림과 같다.



이때 원의 반지름의 길이를 $a(a>0)$라 하면 중심은 점 $(-a, a)$이므로 원의 방정식은
$(x+a)^2+(y-a)^2=a^2$
이 원이 점 $(-2, 1)$을 지나므로
$(-2+a)^2+(1-a)^2=a^2$
$a^2-6a+5=0$, $(a-1)(a-5)=0$
$\therefore a=1$ 또는 $a=5$

따라서 두 원의 반지름의 길이는 각각 1, 5이므로 구하는 넓이의 합은

$\pi(1^2+5^2)=26\pi$

Lecture x축과 y축에 동시에 접하는 원의 방정식

x축과 y축에 동시에 접하고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은

(1) 중심이 제1사분면 위에 있으면

⇨ $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$

(2) 중심이 제2사분면 위에 있으면

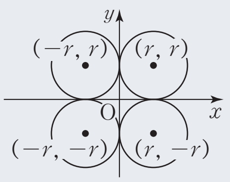
⇨ $(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$

(3) 중심이 제3사분면 위에 있으면

⇨ $(x+r)^2+(y+r)^2=r^2$

(4) 중심이 제4사분면 위에 있으면

⇨ $(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$



12 원 $x^2+y^2=8$의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$이므로 원에 접하고 기울기가 1인 직선의 방정식은

$y=x\pm2\sqrt{2}\cdot\sqrt{1^2+1}$

$\therefore y=x\pm4$

다른 풀이

기울기가 1인 직선의 방정식을 $y=x+a$,

즉 $x-y+a=0$ (a는 상수)이라 하면 이 직선과 원의 중심 $(0, 0)$ 사이의 거리가 반지름의 길이 $2\sqrt{2}$와 같아야 하므로

$\frac{|a|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$, $|a|=4$

$\therefore a=\pm4$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=x\pm4$

13 점 $(2, -5)$를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(1, -4)$라 하면

$2+p=1$, $-5+q=-4$

$\therefore p=-1$, $q=1$

따라서 $a-1=2$, $b+1=1$이므로

$a=3$, $b=0$

$\therefore a+b=3+0=3$

14 원 $(x-3)^2+(y-2)^2=1$을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x-3)^2+(-y-2)^2=1$

$\therefore (x+3)^2+(y+2)^2=1$

다른 풀이

원의 중심 $(3, 2)$를 원점에 대하여 대칭이동하면 $(-3, -2)$이고 원은 대칭이동해도 반지름의 길이가 변하지 않으므로 구하는 원의 방정식은

$(x+3)^2+(y+2)^2=1$

15 직선 $x+3y+1=0$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x-m)+3(y+2)+1=0$

$\therefore x+3y-m+7=0$

이 직선이 직선 $x+3y+10=0$과 같으므로

$-m+7=10$ $\quad\therefore m=-3$

16 원 $x^2+y^2=5$를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-p)^2+(y-q)^2=5$

이 원이 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=5$와 같으므로

$p=2$, $q=-1$

즉 직선 $y=2x+5$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y+1=2(x-2)+5$ $\quad\therefore y=2x$

따라서 $a=2$, $b=0$이므로

$a+b=2+0=2$

17 직선 $y=-x+2$를 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $y=x+2$

직선 $y=x+2$에 수직인 직선의 기울기는 -1이므로 구하는 직선의 방정식을

$y=-x+a$, 즉 $-x-y+a=0$ (a는 상수) ······ ㉠

이라 하자.

즉 직선 ㉠과 원점 사이의 거리가 $\sqrt{2}$이므로

$$\frac{|a|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$$

$|a|=2 \qquad \therefore a=\pm2$

이를 ㉠에 대입하면 $x+y\pm2=0$

[서술형 1] $x^2-5x+6>0$에서 $(x-2)(x-3)>0$

$\therefore x<2$ 또는 $x>3$ …… ㉠

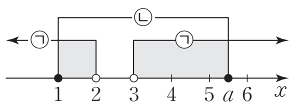
❶

$x^2-(a+1)x+a\le0$에서 $(x-1)(x-a)\le0$

(i) $a>1$일 때

$(x-1)(x-a)\le0$에서 $1\le x\le a$ …… ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 정수 x가 3개이려면 오른쪽 그림에서



$5\le a<6$

(ii) $a=1$일 때

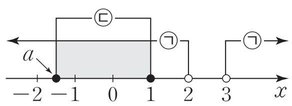
$(x-1)(x-a)\le0$에서 $(x-1)^2\le0 \quad \therefore x=1$

즉 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) $a<1$일 때

$(x-1)(x-a)\le0$에서 $a\le x\le1$ …… ㉢

㉠, ㉢을 동시에 만족시키는 정수 x가 3개이려면 오른쪽 그림에서



$-2<a\le-1$

(i)~(iii)에서

$-2<a\le-1$ 또는 $5\le a<6$

❷

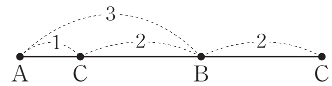
따라서 구하는 정수 a의 값의 합은

$-1+5=4$

❸

채점 기준	배점
❶ $x^2-5x+6>0$의 해를 구할 수 있다.	2점
❷ 조건을 만족시키는 a의 값의 범위를 구할 수 있다.	3점
❸ 모든 정수 a의 값의 합을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] $2\overline{AB}=3\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$이므로 점 C는 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점이거나 선분 AB를 $5:2$로 외분하는 점이다.



❶

선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점 C의 좌표는

$$\left(\frac{1\cdot5+2\cdot(-1)}{1+2}, \frac{1\cdot7+2\cdot(-2)}{1+2}\right)$$

$\therefore$ C$(1, 1)$

❷

선분 AB를 $5:2$로 외분하는 점 C의 좌표는

$$\left(\frac{5\cdot5-2\cdot(-1)}{5-2}, \frac{5\cdot7-2\cdot(-2)}{5-2}\right)$$

$\therefore$ C$(9, 13)$

❸

따라서 구하는 점 C의 좌표는 $(1, 1)$, $(9, 13)$이다.

❹

채점 기준	배점
❶ $2\overline{AB}=3\overline{BC}$를 만족시키는 점 C의 위치를 구할 수 있다.	3점
❷ 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	2점
❸ 선분 AB를 $5:2$로 외분하는 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	2점
❹ 점 C의 좌표를 모두 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] (1) 원 $(x+2)^2+y^2=25$를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 원 O'의 방정식은

$(x-4+2)^2+(y+2)^2=25$

$\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=25$

따라서 원 O'의 중심의 좌표는 $(2, -2)$이고, 반지름의 길이는 5이다.

❶

(2) 원 O'과 직선 $3x-4y+k=0$이 접하므로 원의 중심 $(2, -2)$와 직선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 5와 같다. 즉

$$\frac{|3\cdot2-4\cdot(-2)+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5$$

$|k+14|=25$, $k+14=\pm25$

$\therefore k=11$ ($\because k>0$)

❷

채점 기준	배점
❶ 원 O'의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 각각 구할 수 있다.	3점
❷ 양수 k의 값을 구할 수 있다.	3점

● 4일차 본문 78~81쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 ④	04 ③	05 ③
06 ⑤	07 ②	08 ②	09 ⑤	10 ①
11 ③	12 ②	13 ③	14 ③	15 ⑤
16 ①	17 ②			

[서술형 1] -5
[서술형 2] $(1, -3)$
[서술형 3] $x^2+y^2+6x-4y-12=0$

01 (i) $x<-1$일 때
$-(x-1)-(x+1)>4$
$-2x>4 \qquad \therefore x<-2$
그런데 $x<-1$이므로 $x<-2$
(ii) $-1\le x<1$일 때
$-(x-1)+(x+1)>4$
$0\cdot x>2$
따라서 해는 없다.
(iii) $x\ge1$일 때
$(x-1)+(x+1)>4$
$2x>4 \qquad \therefore x>2$
그런데 $x\ge1$이므로 $x>2$
(i)~(iii)에서 주어진 부등식의 해는
$x<-2$ 또는 $x>2$

02 $x^2-4x-12\le0$에서 $(x+2)(x-6)\le0$
$\therefore -2\le x\le6$
따라서 $\alpha=-2, \beta=6$이므로
$\beta-\alpha=6-(-2)=8$

03 $\overline{AB}=3$에서 $\overline{AB}^2=9$이므로
$(a-1)^2+(3-a)^2=9$
$\therefore 2a^2-8a+1=0$
따라서 모든 a의 값의 곱은 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $\frac{1}{2}$이다.

Lecture 이차방정식의 근과 계수의 관계
이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \alpha\beta=\frac{c}{a}$

04 두 점 $A(-2, 2), B(4, 4)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표를 $P(0, a)$라 하면 $\overline{AP}=\overline{BP}$에서
$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$\{0-(-2)\}^2+(a-2)^2=(0-4)^2+(a-4)^2$
$a^2-4a+8=a^2-8a+32$
$4a=24 \qquad \therefore a=6$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(0, 6)$이다.

05 $a=\frac{2\cdot7+1\cdot(-2)}{2+1}=4$
$b=\frac{2\cdot7-1\cdot(-2)}{2-1}=16$
$\therefore b-a=16-4=12$

06 두 직선 $ax-y-2=0, 6x-2y+5=0$이 서로 평행하려면
$\frac{a}{6}=\frac{-1}{-2}\ne\frac{-2}{5}$
$-2a=-6 \qquad \therefore a=3$

07 직선 $y=-\frac{1}{2}x-3$에 수직인 직선의 기울기는 2이고 점 $(2, 1)$을 지나므로
$y-1=2(x-2) \qquad \therefore y=2x-3$

08 선분 AB의 중점의 좌표는
$\left(\frac{2+4}{2}, \frac{3+7}{2}\right) \qquad \therefore (3, 5)$
두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{7-3}{4-2}=2$
따라서 선분 AB의 수직이등분선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이고 점 $(3, 5)$를 지나므로 구하는 직선의 방정식은
$y-5=-\frac{1}{2}(x-3)$
$\therefore y=-\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$

Lecture 선분의 수직이등분선

선분 AB의 수직이등분선을 l이라 하면

① 직선 l은 선분 AB의 중점을 지난다.

② (직선 l의 기울기)×(직선 AB의 기울기)$=-1$

09 점 $(2, 3)$과 직선 $y=\frac{3}{4}x-1$, 즉 $3x-4y-4=0$ 사이의 거리는

$\frac{|3\cdot2-4\cdot3-4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=2$

10 $x^2+y^2-6x+8y+9=0$에서

$(x-3)^2+(y+4)^2=16$

이므로 주어진 원의 중심의 좌표는 $(3, -4)$, 반지름의 길이는 4이다.

따라서 $a=3$, $b=-4$, $r=4$이므로

$a+b+r=3+(-4)+4=3$

11 $x^2+y^2+4x+k^2-2k-4=0$에서

$(x+2)^2+y^2=-k^2+2k+8$

이 식이 원의 방정식이 되려면

$-k^2+2k+8>0$

$k^2-2k-8<0$, $(k+2)(k-4)<0$

$\therefore -2<k<4$

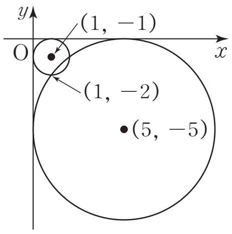
따라서 모든 정수 k의 값의 합은

$-1+0+1+2+3=5$

Lecture 원의 방정식이 되기 위한 조건

방정식 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$이 원을 나타내면 주어진 방정식을 $\left(x+\frac{A}{2}\right)^2+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2=\frac{A^2+B^2-4C}{4}$ 꼴로 변형했을 때, $A^2+B^2-4C>0$이다.

12 점 $(1, -2)$를 지나고 x축과 y축에 동시에 접하는 원은 오른쪽 그림과 같다.



이때 원의 반지름의 길이를 $a\,(a>0)$라 하면 중심은 점 $(a, -a)$이므로 원의 방정식은

$(x-a)^2+(y+a)^2=a^2$

이 원이 점 $(1, -2)$를 지나므로

$(1-a)^2+(-2+a)^2=a^2$

$a^2-6a+5=0$, $(a-1)(a-5)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=5$

따라서 두 원의 중심의 좌표는 $(1, -1)$, $(5, -5)$이므로 두 점 사이의 거리는

$\sqrt{(5-1)^2+\{-5-(-1)\}^2}=4\sqrt{2}$

13 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $x+y-k=0$ 사이의 거리는

$\frac{|0+0-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$

원과 직선이 한 점에서 만나려면 원의 중심과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이와 같아야 하므로

$\frac{|k|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$, $|k|=2$

$\therefore k=\pm2$

14 점 (a, b)를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(a+1, b+3)$

이 점이 점 $(3, 4)$와 같으므로

$a+1=3$, $b+3=4$ $\quad\therefore a=2$, $b=1$

$\therefore a+b=2+1=3$

15 점 $(1, 2)$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(-1, 5)$라 하면

$1+a=-1$, $2+b=5$ $\quad\therefore a=-2$, $b=3$

따라서 원 $(x+3)^2+(y-1)^2=10$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x+2+3)^2+(y-3-1)^2=10$

$\therefore\ (x+5)^2+(y-4)^2=10$

16 직선 $y=2x+1$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$y=-2x+1$

따라서 $a=-2$, $b=1$이므로

$a-b=-2-1=-3$

17 직선 $2x-y-5=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$2y-x-5=0 \qquad \therefore\ x-2y+5=0$

이 직선을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x-1)-2(y-2)+5=0$

$\therefore\ x-2y+8=0$

따라서 $a=-2$, $b=8$이므로

$a+b=-2+8=6$

[서술형 1] 해가 $x<-1$ 또는 $x>3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+1)(x-3)>0 \qquad \therefore\ x^2-2x-3>0$

이 부등식이 $x^2+ax+b>0$과 같으므로

$a=-2$, $b=-3$

❶

이차부등식 $x^2-ax+b\le 0$, 즉 $x^2+2x-3\le 0$에서

$(x-1)(x+3)\le 0$

$\therefore\ -3\le x\le 1$

❷

따라서 모든 정수 x의 값의 합은

$-3+(-2)+(-1)+0+1=-5$

❸

채점 기준	배점
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ 이차부등식 $x^2-ax+b\le 0$의 해를 구할 수 있다.	2점
❸ 모든 정수 x의 값의 합을 구할 수 있다.	2점

Lecture 이차부등식의 작성

(1) 해가 $\alpha<x<\beta$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식
⇨ $(x-\alpha)(x-\beta)<0$

(2) 해가 $x<\alpha$ 또는 $x>\beta$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식 $(\alpha<\beta)$
⇨ $(x-\alpha)(x-\beta)>0$

[서술형 2] 점 $(1, 2)$를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(1-2, 2+1) \qquad \therefore\ (-1, 3)$

❶

점 $(-1, 3)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(1, -3)$

❷

채점 기준	배점
❶ 평행이동한 점의 좌표를 구할 수 있다.	3점
❷ 대칭이동한 점의 좌표를 구할 수 있다.	3점

[서술형 3] 삼각형 PQR의 외접원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면

❶

세 점 $\mathrm{P}(1, -1)$, $\mathrm{Q}(0, 6)$, $\mathrm{R}(2, 2)$를 지나므로

$1+1+A-B+C=0$

$36+6B+C=0$

$4+4+2A+2B+C=0$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$A=6$, $B=-4$, $C=-12$

❷

따라서 구하는 외접원의 방정식은

$x^2+y^2+6x-4y-12=0$

❸

채점 기준	배점
❶ 외접원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓을 수 있다.	2점
❷ A, B, C의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ 외접원의 방정식을 구할 수 있다.	2점

● 5일차 | 본문 82~85쪽

01 ②	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ④	07 ④	08 ④	09 ⑤	10 ②
11 ③	12 ②	13 ③	14 ②	15 ②
16 ②	17 ⑤			

[서술형 1] 20
[서술형 2] 4
[서술형 3] (1) $y=x-3$ (2) $y=-3x+9$ (3) 18

01 $2|x-1|<6$에서 $|x-1|<3$
$-3<x-1<3$ $\quad\therefore -2<x<4$

02 $x^2-4x+3\le 0$에서 $(x-1)(x-3)\le 0$
$\therefore 1\le x\le 3$
따라서 $\alpha=1$, $\beta=3$이므로
$\beta-\alpha=3-1=2$

03 주어진 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로
$f(x)=a(x-1)(x-3)$ $(a>0)$
이라 하면
$f(x-1)=a(x-1-1)(x-1-3)$
$\qquad\qquad=a(x-2)(x-4)$
따라서 $f(x-1)<0$, 즉 $a(x-2)(x-4)<0$에서
$(x-2)(x-4)<0$ $\quad\therefore 2<x<4$

다른 풀이
주어진 그래프에서 $f(x)<0$의 해가 $1<x<3$이므로
$f(x-1)<0$의 해는
$1<x-1<3$ $\quad\therefore 2<x<4$

오답 피하기
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$이면
$f(ax+b)=k(ax+b-\alpha)(ax+b-\beta)$

04 $ax^2+3x+b>0$의 해가 $-2<x<5$이므로
$a<0$
해가 $-2<x<5$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+2)(x-5)<0$ $\quad\therefore x^2-3x-10<0$
양변에 a를 곱하면 $ax^2-3ax-10a>0$
이 식이 $ax^2+3x+b>0$과 일치하므로
$-3a=3$, $-10a=b$
$\therefore a=-1$, $b=10$
$\therefore a+b=-1+10=9$

05 $\overline{AC}=\overline{BC}$에서 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로
$\{(a+1)-3\}^2+(1-2)^2=\{(a+1)-5\}^2+(1-4)^2$
$a^2-4a+5=a^2-8a+25$
$4a=20$ $\quad\therefore a=5$

06 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점 P의 좌표는
$\left(\dfrac{1\cdot 6+2\cdot 0}{1+2}, \dfrac{1\cdot 4+2\cdot 1}{1+2}\right)$
$\therefore \mathrm{P}(2, 2)$
선분 AB를 $1:2$로 외분하는 점 Q의 좌표는
$\left(\dfrac{1\cdot 6-2\cdot 0}{1-2}, \dfrac{1\cdot 4-2\cdot 1}{1-2}\right)$
$\therefore \mathrm{Q}(-6, -2)$
따라서 선분 PQ의 길이는
$\sqrt{(-6-2)^2+(-2-2)^2}=4\sqrt{5}$

07 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는
$\left(\dfrac{-1+0+4}{3}, \dfrac{1+6+2}{3}\right)$ $\quad\therefore \mathrm{G}(1, 3)$

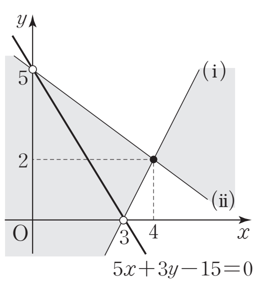
08 직선 $y=2x+1$에 수직인 직선의 기울기는 $-\dfrac{1}{2}$이고
점 $(-1, 3)$을 지나므로
$y-3=-\dfrac{1}{2}(x+1)$ $\quad\therefore -x-2y+5=0$
이 직선이 직선 $ax-2y+b=0$과 일치하므로
$a=-1$, $b=5$ $\quad\therefore a+b=-1+5=4$

09 $2x+y-3=0$, $x-2y-4=0$을 연립하여 풀면
$x=2$, $y=-1$
즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(2,\ -1)$
두 점 $(3, 2)$, $(2,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은
$y-2=\dfrac{-1-2}{2-3}(x-3)$
$\therefore\ 3x-y-7=0$

다른 풀이

주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을
$2x+y-3+k(x-2y-4)=0$ (k는 실수) ...... ㉠
으로 놓으면 이 직선이 점 $(3, 2)$를 지나므로
$6+2-3+k(3-4-4)=0$
$-5k+5=0 \qquad \therefore\ k=1$
$k=1$을 ㉠에 대입하면
$2x+y-3+(x-2y-4)=0$
$\therefore\ 3x-y-7=0$

10 $mx-y-4m+2=0$에서
$(x-4)m-(y-2)=0$ ...... ㉠
이므로 직선 ㉠은 m의 값에 관계없이 점 $(4, 2)$를 지난다.
오른쪽 그림에서



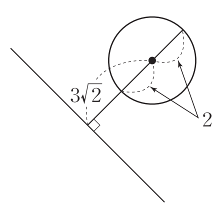
(i) 직선 ㉠이 점 $(3, 0)$을 지날 때
$-m+2=0$
$\therefore\ m=2$
(ii) 직선 ㉠이 점 $(0, 5)$를 지날 때
$-4m-3=0 \qquad \therefore\ m=-\dfrac{3}{4}$
(i), (ii)에서 구하는 m의 값의 범위는
$-\dfrac{3}{4}<m<2$이므로
$\alpha=-\dfrac{3}{4}$, $\beta=2$
$\therefore\ \alpha+\beta=-\dfrac{3}{4}+2=\dfrac{5}{4}$

11 $x^2+y^2-4x-8y-16=0$에서
$(x-2)^2+(y-4)^2=36$
따라서 주어진 원의 중심은 점 $(2, 4)$이고 반지름의 길이는 6이므로
$a=2$, $b=4$, $r=6$
$\therefore\ a+b+r=2+4+6=12$

12 $x^2+y^2+6x-4y-2=0$에서
$(x+3)^2+(y-2)^2=15$이므로 원의 중심의 좌표는 $(-3, 2)$
중심이 점 $(-3, 2)$인 원의 반지름의 길이를 $r(r>0)$라 하면 원의 방정식은
$(x+3)^2+(y-2)^2=r^2$
이 원이 점 $(3, 1)$을 지나므로
$(3+3)^2+(1-2)^2=r^2 \qquad \therefore\ r^2=37$
따라서 원 $(x+3)^2+(y-2)^2=37$의 반지름의 길이는 $\sqrt{37}$이므로 구하는 원의 넓이는
$\pi\cdot(\sqrt{37})^2=37\pi$

13 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 $(3,\ -2)$에서의 접선의 방정식은
$3x-2y=13 \qquad \therefore\ 3x-2y-13=0$

14 $x^2+y^2-8x-4y+16=0$에서
$(x-4)^2+(y-2)^2=4$
원의 중심 $(4, 2)$와 직선 $y=-x$, 즉 $x+y=0$ 사이의 거리는



$\dfrac{|4+2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=3\sqrt{2}$
이때 원의 반지름의 길이가 2이므로
$M=3\sqrt{2}+2$, $m=3\sqrt{2}-2$
$\therefore\ M-m=(3\sqrt{2}+2)-(3\sqrt{2}-2)=4$

15 $x^2+y^2+2kx-4y+k+1=0$에서
$(x+k)^2+(y-2)^2=k^2-k+3$

이 원의 반지름의 길이가 4이므로

$\sqrt{k^2-k+3}=4$, $k^2-k+3=16$

$\therefore k^2-k-13=0$

따라서 모든 실수 k의 값의 곱은 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 -13

16 점 $(2, -1)$을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(2+1, -1-4)$ $\qquad \therefore (3, -5)$

따라서 $a=3$, $b=-5$이므로

$a+b=3+(-5)=-2$

17 직선 $y=2x-1$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y-3=2(x+1)-1$ $\qquad \therefore y=2x+4$

[서술형 1] (i) $m=2$일 때

$0\cdot x^2-0\cdot x+5>0$이므로 주어진 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

❶

(ii) $m\neq2$일 때

모든 실수 x에 대하여 주어진 부등식이 성립하려면

$m-2>0$ $\qquad \therefore m>2$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠

또 이차방정식 $(m-2)x^2-2(m-2)x+5=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(m-2)\}^2-5(m-2)<0$

$m^2-9m+14<0$, $(m-2)(m-7)<0$

$\therefore 2<m<7$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $2<m<7$

❷

(i), (ii)에서 $2\leq m<7$이므로 모든 정수 m의 값의 합은

$2+3+4+5+6=20$

❸

채점 기준	배점
❶ $m=2$일 때 주어진 부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립함을 알 수 있다.	3점
❷ $m\neq2$일 때 조건을 만족시키는 m의 값의 범위를 구할 수 있다.	3점
❸ 모든 정수 m의 값의 합을 구할 수 있다.	1점

Lecture **이차부등식이 항상 성립할 조건**

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 D라 할 때, 모든 실수 x에 대하여

(1) $ax^2+bx+c>0$이 성립한다. ⇨ $a>0$, $D<0$

(2) $ax^2+bx+c\geq0$이 성립한다. ⇨ $a>0$, $D\leq0$

(3) $ax^2+bx+c<0$이 성립한다. ⇨ $a<0$, $D<0$

(4) $ax^2+bx+c\leq0$이 성립한다. ⇨ $a<0$, $D\leq0$

[서술형 2] △OAP의 넓이가 △OBP의 넓이의 4배이므로

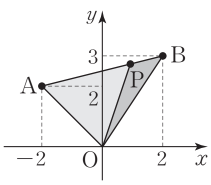
$\overline{AP}:\overline{BP}=4:1$

❶

점 P가 선분 AB 위의 점이므로 점 P는 선분 AB를 $4:1$로 내분하는 점이다. 즉 점 P의 좌표는

$\left(\frac{4\cdot2+1\cdot(-2)}{4+1}, \frac{4\cdot3+1\cdot2}{4+1}\right)$

$\therefore \mathrm{P}\left(\frac{6}{5}, \frac{14}{5}\right)$



❷

따라서 $a=\frac{6}{5}$, $b=\frac{14}{5}$이므로

❸

$a+b=\frac{6}{5}+\frac{14}{5}=4$

❹

채점 기준	배점
❶ $\overline{AP}:\overline{BP}$를 구할 수 있다.	2점
❷ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	3점
❸ a, b의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] (1) 직선 $y=x$를 x축$=$의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선 l의 방정식은 $y=x-3$

❶

(2) 직선 $y=-\frac{1}{3}x+2$를 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{3}x+2$

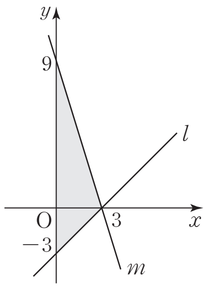
이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -3이고 점 $(1, 6)$을 지나므로 직선 m의 방정식은

$y-6=-3(x-1)$ $\therefore y=-3x+9$

❷

(3) 오른쪽 그림에서 두 직선 l, m 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot\{9-(-3)\}\cdot3=18$



❸

채점 기준	배점
❶ 직선 l의 방정식을 구할 수 있다.	2점
❷ 직선 m의 방정식을 구할 수 있다.	2점
❸ 두 직선 l, m 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있다.	2점