수학의 힘 β (베타) 중3-2

정답과 해설

1 삼각비

STEP 1 기초 Build p.7

0001 $\sin B=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

0002 $\cos B=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

0003 $\tan B=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

0004 $\sin A=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

0005 $\cos A=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

0006 $\tan A=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

0007 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15$ 답 15

0008 $\sin A=\frac{8}{17}$ 답 $\frac{8}{17}$

0009 $\cos A=\frac{15}{17}$ 답 $\frac{15}{17}$

0010 $\tan A=\frac{8}{15}$ 답 $\frac{8}{15}$

0011 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$이므로 $\frac{\overline{BC}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

0012 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로 $\frac{2}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\therefore \overline{AC}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

0013 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로 $\frac{9}{\overline{AB}}=\frac{3}{2}$ $\therefore \overline{AB}=6$ 답 6

0014 답 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AF}$

0015 답 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{AG}$

0016 답 $\overline{BC}$, $\overline{AE}$, $\overline{FG}$

0017 $\triangle ABC \backsim \triangle ADB \backsim \triangle BDC$ (AA 닮음)이므로
$\angle A=\angle CBD$
$\therefore \sin A=\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}$ 답 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$

0018 답 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$

0019 답 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$

STEP 2 적중유형 Drill p.8~p.13

0020 $\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$
① $\sin A=\frac{3}{5}$ ③ $\sin B=\frac{4}{5}$
④ $\tan B=\frac{4}{3}$ ⑤ $\cos A=\frac{4}{5}$ 답 ②

0021 $\overline{BC}=\sqrt{25^2-24^2}=\sqrt{49}=7$
$\sin A=\frac{7}{25}$, $\cos A=\frac{24}{25}$
$\therefore \sin A+\cos A=\frac{7}{25}+\frac{24}{25}=\frac{31}{25}$ 답 $\frac{31}{25}$

0022 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$
$\tan x=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$, $\tan y=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$
$\therefore \tan x\times\tan y=\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}=1$ 답 1

0023 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=3$이므로
$\overline{BD}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$
$\sin x=\frac{3}{5}$, $\cos x=\frac{4}{5}$
$\therefore \sin x+\cos x=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ 답 $\frac{7}{5}$

0024 ① $\triangle ABC$에서 $x=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$
$\triangle ACD$에서 $y=\sqrt{(2\sqrt{13})^2+6^2}=\sqrt{88}=2\sqrt{22}$
② $\sin a=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{4}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$
③ $\tan c=\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}=\frac{6}{2\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$
④ $\cos d=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\frac{6}{2\sqrt{22}}=\frac{3\sqrt{22}}{22}$
⑤ $\tan b=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$, $\tan d=\frac{\overline{AC}}{\overline{CD}}=\frac{2\sqrt{13}}{6}=\frac{\sqrt{13}}{3}$
$\therefore \tan b\neq\tan d$ 답 ⑤

0025 $\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$
$\therefore \cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

0026 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:\sqrt{10}$이므로

$\overline{AB}=2k$, $\overline{BC}=\sqrt{10}k\ (k>0)$라고 하면

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{10}k)^2-(2k)^2}=\sqrt{6k^2}=\sqrt{6}k\ (\because k>0)$

$\sin B=\dfrac{\sqrt{6}k}{\sqrt{10}k}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

$\sin C=\dfrac{2k}{\sqrt{10}k}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

$\therefore \dfrac{\sin C}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}\div\dfrac{\sqrt{15}}{5}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

0027 $\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로 $\dfrac{5}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{5}$ $\quad\therefore \overline{AB}=\dfrac{25}{3}$ (cm)

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{\left(\dfrac{25}{3}\right)^2-5^2}=\sqrt{\dfrac{400}{9}}=\dfrac{20}{3}$ (cm) 답 $\dfrac{20}{3}$ cm

0028 $\tan C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$이므로 $\dfrac{6}{\overline{BC}}=\dfrac{3}{5}$ $\quad\therefore \overline{BC}=10$

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+10^2}=\sqrt{136}=2\sqrt{34}$

$\therefore \sin A=\dfrac{10}{2\sqrt{34}}=\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$ 답 $\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$

0029 (1) $\tan A=\dfrac{a}{b}$이므로 $\dfrac{a}{4}=\dfrac{3}{2}$ $\quad\therefore a=6$

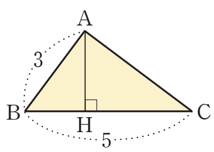
$\therefore \overline{AB}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

(2) $\tan A=\dfrac{a}{b}$이므로 $\dfrac{15}{b}=\dfrac{3}{2}$ $\quad\therefore b=10$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{15^2+10^2}=\sqrt{325}=5\sqrt{13}$

답 (1) $2\sqrt{13}$ (2) $5\sqrt{13}$

0030 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △ABH에서



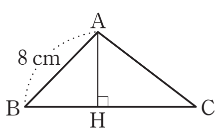
$\cos B=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$이므로 $\dfrac{\overline{BH}}{3}=\dfrac{2}{3}$

$\therefore \overline{BH}=2$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times5\times\sqrt{5}=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ 답 $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$

0031 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △ABH에서



$\sin B=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$이므로 $\dfrac{\overline{AH}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{BH}=\sqrt{8^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{16}=4$ (cm)

△AHC에서

$\sin C=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$이므로 $\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore \overline{AC}=12$ (cm)

$\overline{CH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=4+4\sqrt{6}$ (cm) 답 $(4+4\sqrt{6})$ cm

0032 △ABC에서 $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로

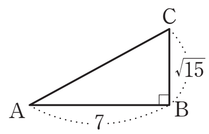
$\dfrac{6}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ $\quad\therefore \overline{AB}=6\sqrt{6}$

△ADE에서 $\tan A=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$이므로

$\dfrac{6\sqrt{2}}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ $\quad\therefore \overline{AD}=12\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=12\sqrt{3}-6\sqrt{6}$ 답 $12\sqrt{3}-6\sqrt{6}$

0033 $\tan A=\dfrac{\sqrt{15}}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그리면

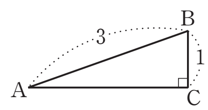


$\overline{AC}=\sqrt{7^2+(\sqrt{15})^2}=\sqrt{64}=8$

$\sin A=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$, $\cos A=\dfrac{7}{8}$

$\therefore \sin A+\cos A=\dfrac{\sqrt{15}}{8}+\dfrac{7}{8}=\dfrac{\sqrt{15}+7}{8}$ 답 $\dfrac{\sqrt{15}+7}{8}$

0034 $\angle C=90^\circ$, $\sin A=\dfrac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그리면



$\overline{AC}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

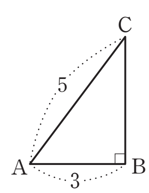
① $\cos A=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\tan A=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

③ $\sin B=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ ④ $\cos B=\dfrac{1}{3}$

⑤ $\tan B=\dfrac{2\sqrt{2}}{1}=2\sqrt{2}$ 답 ⑤

0035 $5\cos A-3=0$에서 $\cos A=\dfrac{3}{5}$이므로

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그리면



$\overline{BC}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

$\therefore \sin A=\dfrac{4}{5}$, $\tan A=\dfrac{4}{3}$

답 $\sin A=\dfrac{4}{5}$, $\tan A=\dfrac{4}{3}$

0036 $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)이므로 $\angle B=\angle DEC=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

$\therefore \sin x=\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{5}$ 답 $\dfrac{4}{5}$

0037 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로 $\angle C=\angle BDE=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$

$\therefore \cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{13}$ 답 $\dfrac{5}{13}$

0038 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)이므로 $\angle A=\angle DEC$

$\triangle DEC$에서 $\overline{DE}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{1}=1$

$\sin A=\sin(\angle DEC)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos A=\cos(\angle DEC)=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin A-\cos A=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 답 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

0039 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)이므로 $\angle B=\angle CDE=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\sin x=\sin B=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos x=\cos B=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \sin x\times\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

0040 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로 $\angle B=\angle AED$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$\sin B=\sin(\angle AED)=\dfrac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\sin C=\sin(\angle ADE)=\dfrac{5}{5\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin B-\sin C=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$

0041 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13$

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로 $\angle C=\angle BAH=x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로 $\angle B=\angle CAH=y$

$\sin x=\sin C=\dfrac{5}{13}$, $\sin y=\sin B=\dfrac{12}{13}$

$\therefore \sin x+\sin y=\dfrac{5}{13}+\dfrac{12}{13}=\dfrac{17}{13}$ 답 $\dfrac{17}{13}$

0042 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$ (cm)

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로 $\angle C=\angle BAH=x$

$\therefore \cos x=\cos C=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$ 답 $\dfrac{3}{5}$

0043 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15$

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로 $\angle C=\angle BAH=x$

$\sin B=\dfrac{15}{17}$, $\tan x=\tan C=\dfrac{8}{15}$

$\therefore \sin B\times\tan x=\dfrac{15}{17}\times\dfrac{8}{15}=\dfrac{8}{17}$ 답 $\dfrac{8}{17}$

0044 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로 $\angle C=\angle BAH=x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로 $\angle B=\angle CAH=y$

$\sin x=\sin C=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\sin y=\sin B=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin x\times\sin y=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

0045 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로 $\angle C=\angle BAH=x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로 $\angle B=\angle CAH=y$

$\sin x=\sin C=\dfrac{3}{5}$

$\cos y=\cos B=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \dfrac{\cos y}{\sin x}+1=\dfrac{\cos B}{\sin C}+1=\dfrac{3}{5}\div\dfrac{3}{5}+1=2$ 답 2

0046 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{BC}=20$이므로

$\overline{BD}=\sqrt{12^2+20^2}=\sqrt{544}=4\sqrt{34}$

$\triangle ABD \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

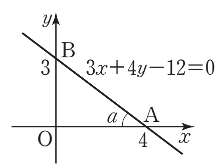
$\angle BDA=\angle BAH=x$

$\cos x=\cos(\angle BDA)=\dfrac{20}{4\sqrt{34}}=\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$

$\sin x=\sin(\angle BDA)=\dfrac{12}{4\sqrt{34}}=\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

$\therefore \cos x-\sin x=\dfrac{5\sqrt{34}}{34}-\dfrac{3\sqrt{34}}{34}=\dfrac{\sqrt{34}}{17}$ 답 $\dfrac{\sqrt{34}}{17}$

0047 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $3x+4y-12=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하면



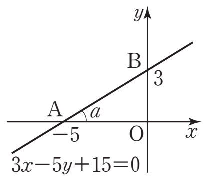
$A(4, 0)$, $B(0, 3)$

$\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=3$이므로

$\triangle BOA$에서 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$\therefore \cos a-\sin a=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$ 답 $\dfrac{1}{5}$

0048 오른쪽 그림과 같이 직선 $3x-5y+15=0$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하면



$A(-5,\ 0)$, $B(0,\ 3)$

$\overline{OA}=5$, $\overline{OB}=3$이므로

$\tan a=\frac{3}{5}$

답 $\frac{3}{5}$

0049 (1) 기울기가 3이고 점 $(-1,\ 3)$을 지나므로 직선의 방정식을 $y=3x+k$로 놓고 $x=-1$, $y=3$을 대입하면

$3=3\times(-1)+k \qquad \therefore k=6$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=3x+6$

(2) $y=3x+6$의 y절편은 6이므로 $A(0,\ 6)$

$y=3x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=3x+6 \qquad \therefore x=-2$, 즉 $B(-2,\ 0)$

(3) $\overline{OA}=6$, $\overline{OB}=2$이므로

$\triangle ABO$에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

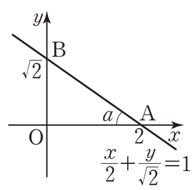
$\sin a=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\cos a=\frac{6}{2\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \sin a\times\cos a=\frac{\sqrt{10}}{10}\times\frac{3\sqrt{10}}{10}=\frac{3}{10}$

답 (1) $y=3x+6$ (2) $A(0,\ 6)$, $B(-2,\ 0)$ (3) $\frac{3}{10}$

0050 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $\frac{x}{2}+\frac{y}{\sqrt{2}}=1$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하면



$A(2,\ 0)$, $B(0,\ \sqrt{2})$

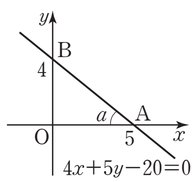
$\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=\sqrt{2}$이므로

$\triangle BOA$에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$

$\therefore \cos a=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

0051 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $4x+5y-20=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하면 $A(5,\ 0)$, $B(0,\ 4)$



$\overline{OA}=5$, $\overline{OB}=4$이므로

$\triangle BOA$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$

$\therefore (\cos a-\sin a)^2=\left(\frac{5}{\sqrt{41}}-\frac{4}{\sqrt{41}}\right)^2$

$=\left(\frac{1}{\sqrt{41}}\right)^2=\frac{1}{41}$

답 $\frac{1}{41}$

0052 $\triangle EFG$에서 $\overline{EG}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5\ (\text{cm})$

$\triangle AEG$에서 $\overline{AG}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\ (\text{cm})$

따라서 $\triangle AEG$에서

$\cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

0053 $\triangle FGH$에서 $\overline{FH}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

$\overline{BF}=6$이므로 $\triangle BFH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{6^2+(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$

따라서 $\triangle BFH$에서

$\sin x=\frac{\overline{BF}}{\overline{BH}}=\frac{6}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

0054 원뿔의 부피가 $12\pi\ \text{cm}^3$이므로

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times(\text{높이})=12\pi \qquad \therefore (\text{높이})=4\ (\text{cm})$

$\therefore \tan x=\frac{3}{4}$

답 $\frac{3}{4}$

0055 $\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3\ (\text{cm})$이므로

$\triangle DMC$에서 $\overline{DM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\ (\text{cm})$

점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\triangle AHD$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\ (\text{cm})$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

$\cos x=\frac{\overline{DH}}{\overline{AD}}=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

답 $\sin x=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

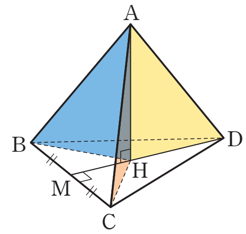
참고 점 H가 $\triangle BCD$의 무게중심인 이유

$\triangle ABH$, $\triangle ACH$, $\triangle ADH$에서

$\angle AHB=\angle AHC=\angle AHD=90^\circ$,

$\overline{AH}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}$

$\therefore \triangle ABH\equiv\triangle ACH\equiv\triangle ADH$ (RHS 합동)



즉 $\overline{BH}=\overline{CH}=\overline{DH}$이므로 점 H는 $\triangle BCD$의 외심이다.

이때 정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이다.

STEP 3 심화유형 Master

p.14~p.16

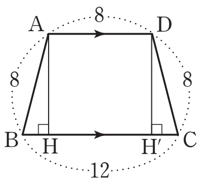
0056 $\triangle$CAD에서 $\sin A=\dfrac{\overline{CD}}{b}$

$\triangle$CDB에서 $\sin B=\dfrac{\overline{CD}}{a}$

$\therefore \dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{\overline{CD}}{b}\div\dfrac{\overline{CD}}{a}=\dfrac{a}{b}$

답 $\dfrac{a}{b}$

0057 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



$\overline{HH'}=\overline{AD}=8$

$\triangle ABH\equiv\triangle DCH'$이므로

$\overline{BH}=\overline{CH'}=\dfrac{1}{2}\times(12-8)=2$

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

$\tan B=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\dfrac{2\sqrt{15}}{2}=\sqrt{15}$

$\triangle$DH′C에서 $\overline{DH'}=\overline{AH}=2\sqrt{15}$

$\tan C=\dfrac{\overline{DH'}}{\overline{CH'}}=\dfrac{2\sqrt{15}}{2}=\sqrt{15}$

$\therefore \tan B\times\tan C=\sqrt{15}\times\sqrt{15}=15$

답 15

0058 $\overline{BD}:\overline{CD}=1:3$이므로

$\overline{BD}=x$, $\overline{CD}=3x(x>0)$, $\overline{AB}=y(y>0)$라고 하면

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BD}=x+y$

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$(x+y)^2=y^2+(3x+x)^2$

$x^2+2xy+y^2=y^2+16x^2$, $15x^2=2xy$

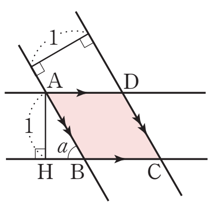
$\therefore x=\dfrac{2}{15}y$ ($\because x\neq0$)

$\therefore \cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{y}{x+y}=y\div\dfrac{17}{15}y=\dfrac{15}{17}$

답 $\dfrac{15}{17}$

0059 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 겹쳐진 부분인 □ABCD는 평행사변형이다.

이때 점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면



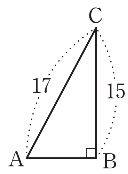
$\triangle$AHB에서 $\overline{AB}=\dfrac{1}{\sin a}$

따라서 직사각형 모양의 띠의 폭이 1이므로

$\square ABCD=\dfrac{1}{\sin a}\times1=\dfrac{1}{\sin a}$

답 ①

0060 $\sin A=\dfrac{15}{17}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그리면



$\overline{AB}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$

$\cos A+\cos A\times\tan A=\dfrac{8}{17}+\dfrac{8}{17}\times\dfrac{15}{8}$

$=\dfrac{23}{17}$

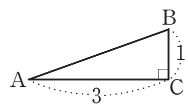
$\sin A\times\sin A+\cos A\times\cos A=\dfrac{15}{17}\times\dfrac{15}{17}+\dfrac{8}{17}\times\dfrac{8}{17}$

$=\dfrac{15^2+8^2}{17^2}=\dfrac{17^2}{17^2}=1$

$\therefore \dfrac{\cos A+\cos A\times\tan A}{\sin A\times\sin A+\cos A\times\cos A}=\dfrac{23}{17}\div1=\dfrac{23}{17}$

답 $\dfrac{23}{17}$

0061 $\tan(90^\circ-A)=\tan B=3$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC를 그리면



$\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\times\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{10}$

답 $\dfrac{3}{10}$

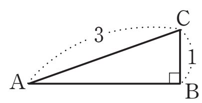
0062 $3x^2+5x-2=0$에서 $(x+2)(3x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$

$0^\circ<A<90^\circ$일 때 $0<\sin A<1$이므로

$\sin A=\dfrac{1}{3}$

이때 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그리면

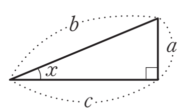


$\overline{AB}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore \tan A=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

답 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

0063 오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 직각삼각형을 그리면



$\sin x=\dfrac{a}{b}$, $\cos x=\dfrac{c}{b}$이므로

$\sin x:\cos x=\dfrac{a}{b}:\dfrac{c}{b}=a:c=5:12$

이때 $a=5k$, $c=12k$ $(k>0)$라고 하면

$b=\sqrt{(5k)^2+(12k)^2}=\sqrt{169k^2}=13k$ ($\because k>0$)

$\therefore \cos x=\dfrac{c}{b}=\dfrac{12k}{13k}=\dfrac{12}{13}$

답 $\dfrac{12}{13}$

0064 $\triangle BCE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)이므로

$\angle DAC = \angle EBC = x$

이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$이므로

$\overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6\ (\text{cm})$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8\ (\text{cm})$

$\therefore \cos x = \cos(\angle CAD) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

0065 $\triangle ADC$와 $\triangle ACB$에서

$\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle DAC = \angle CAB$이므로

$\triangle ADC \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)

$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$이므로

$9 : \overline{AC} = \overline{AC} : 12$

$\overline{AC}^2 = 108 \qquad \therefore \overline{AC} = 6\sqrt{3}\ (\because \overline{AC} > 0)$

따라서 $\triangle ADC$에서

$\cos x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{9}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

0066 $\angle AEB + \angle FEC = 90^\circ$, $\angle FEC + \angle EFC = 90^\circ$이므로

$\angle AEB = \angle EFC = x$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE} = \overline{AD} = 10$ cm이므로

$\overline{BE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8\ (\text{cm})$

$\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\cos x = \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\therefore \sin x + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ 답 $\frac{7}{5}$

0067 $\overline{CP} = \overline{AP} = 3$, $\overline{CR} = \overline{AB} = 2$

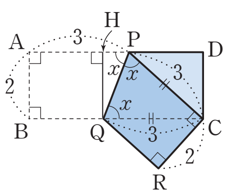
$\angle APQ = \angle CPQ = x$ (접은 각),

$\angle PQC = \angle APQ = x$ (엇각)이므로

$\triangle CPQ$는 $\angle CPQ = \angle CQP$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CQ} = \overline{CP} = 3$

오른쪽 그림과 같이 점 Q에서 $\overline{AP}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AH} = \overline{BQ} = \overline{QR}$

$= \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

$\triangle HQP$에서

$\overline{PH} = \overline{AP} - \overline{AH} = 3 - \sqrt{5}$이므로

$\tan x = \frac{\overline{HQ}}{\overline{PH}} = \frac{2}{3-\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 답 $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

0068 $\triangle PCD$에서 $\sin x = \frac{\overline{PD}}{\overline{CP}}$이므로 $\frac{\overline{PD}}{15} = \frac{3}{5}$

$\therefore \overline{PD} = 9\ (\text{cm})$

$\overline{CD} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD} = 12 - 9 = 3\ (\text{cm})$

이때 $\triangle PQA \backsim \triangle PCD$ (AA 닮음)이므로

$\angle Q = \angle PCD = x$

$\sin x = \sin Q = \frac{\overline{PA}}{\overline{PQ}}$이므로 $\frac{3}{\overline{PQ}} = \frac{3}{5}$

$\therefore \overline{PQ} = 5\ (\text{cm})$ 답 5 cm

0069 $\triangle ABM$에서 $\sin x = \frac{\overline{BM}}{\overline{AM}}$이므로 $\frac{4}{\overline{AM}} = \frac{1}{5}$

$\therefore \overline{AM} = 20$

$\triangle ABM$과 $\triangle CDM$에서

$\angle ABM = \angle CDM = 90^\circ$,

$\angle AMB = \angle CMD$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle ABM \backsim \triangle CDM$ (AA 닮음)

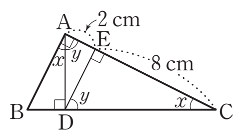
$\overline{AM} : \overline{CM} = \overline{BM} : \overline{DM}$이므로

$20 : 5 = 4 : \overline{DM} \qquad \therefore \overline{DM} = 1$

$\triangle CDM$에서 $\overline{CD} = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\therefore \tan y = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{2\sqrt{6}}{21}$ 답 $\frac{2\sqrt{6}}{21}$

0070 $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)



이므로 $\angle C = \angle BAD = x$

$\triangle ADC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)

이므로 $\angle EDC = \angle DAC = y$

$\triangle ADC$에서 $\overline{DE}^2 = \overline{AE} \times \overline{CE} = 2 \times 8 = 16$

$\therefore \overline{DE} = 4\ (\text{cm})\ (\because \overline{DE} > 0)$

$\triangle DCE$에서 $\overline{CD} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\ (\text{cm})$

$\sin x = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos y = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin x + \cos y = \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 답 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

0071 $\tan a = \sqrt{3}$이므로

$\overline{OA} = k$, $\overline{OB} = \sqrt{3}k\,(k > 0)$라고 하면

$\overline{AB} = \sqrt{k^2 + (\sqrt{3}k)^2} = \sqrt{4k^2} = 2k\ (\because k > 0)$

$\overline{OA} \times \overline{OB} = \overline{OH} \times \overline{AB}$이므로

$k \times \sqrt{3}k = 3 \times 2k \qquad \therefore k = 2\sqrt{3}\ (\because k > 0)$

따라서 $\overline{OA} = 2\sqrt{3}$, $\overline{OB} = 6$이므로 구하는 직선의 방정식은

$y = \sqrt{3}x + 6$ 답 $y = \sqrt{3}x + 6$

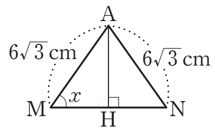
0072 $\overline{\mathrm{CM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\mathrm{cm})$이므로

$\triangle$ACM에서 $\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

마찬가지로 $\overline{\mathrm{AN}}=6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

즉 $\triangle$AMN은 $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{AN}}$인 이등변삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{\mathrm{MN}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{\mathrm{MH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{MN}}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\mathrm{cm})$

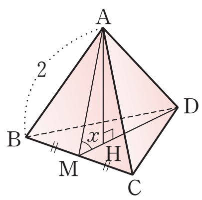
$\triangle$AMH에서 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \tan x=\frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{MH}}}=\frac{6\sqrt{2}}{6}=\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{2}$

0073 $\overline{\mathrm{BM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\frac{1}{2}\times 2=1$이므로

$\triangle$ABM에서 $\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 정삼각형 BCD의 무게중심이고



$\overline{\mathrm{DM}}=\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{3}$이므로

$\overline{\mathrm{MH}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{DM}}=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\triangle$AMH에서 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\sin x=\frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{AM}}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}\div\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos x=\frac{\overline{\mathrm{MH}}}{\overline{\mathrm{AM}}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\sqrt{3}=\frac{1}{3}$

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$ 답 $\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$

2 삼각비의 값

STEP 1 기초 Build

p.19

0074 $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

0075 $\sin 60^\circ\times\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

0076 $\tan 45^\circ\div\sin 45^\circ=1\div\frac{\sqrt{2}}{2}=1\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{2}$

0077 $\cos 30^\circ+\tan 45^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+1=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

0078 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=45^\circ$ 답 45°

0079 $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x=30^\circ$ 답 30°

0080 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로 $x=60^\circ$ 답 60°

0081 $\sin 30^\circ=\frac{x}{8}=\frac{1}{2}$ $\therefore x=4$

$\cos 30^\circ=\frac{y}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore y=4\sqrt{3}$ 답 $x=4, y=4\sqrt{3}$

0082 $\tan 45^\circ=\frac{x}{3\sqrt{2}}=1$ $\therefore x=3\sqrt{2}$

$\cos 45^\circ=\frac{3\sqrt{2}}{y}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore y=6$ 답 $x=3\sqrt{2}, y=6$

0083 답 $\overline{\mathrm{AB}}$, 0.77, 0.77

0084 답 $\overline{\mathrm{OA}}$, 0.64, 0.64

0085 답 $\overline{\mathrm{CD}}$, 1.19, 1.19

0086 $\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ+\tan 0^\circ\times\cos 60^\circ$

$=0\times 0+0\times\frac{1}{2}=0$ 답 0

0087 $\cos 90^\circ\times\tan 0^\circ-\sin 90^\circ-\cos 0^\circ$

$=0\times 0-1-1=-2$ 답 -2

0088 답 0.3746

0089 답 0.9455

0090 답 0.3839

0091 답 20

0092 답 22

0093 답 19

STEP 2 적중유형 Drill

p.20~p.26

0094 ㉠ $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

㉡ $\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$, $\cos 30^\circ \times \tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \sin 30^\circ = \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$

㉢ $\sin 60^\circ - \cos 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$, $\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \sin 60^\circ - \cos 60^\circ \neq \sin 30^\circ$

㉣ $\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\dfrac{1}{\tan 60^\circ} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \tan 30^\circ = \dfrac{1}{\tan 60^\circ}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다. 답 ㉠, ㉡, ㉣

0095 $\tan 60^\circ \times \sin 30^\circ - \cos 30^\circ \times \tan 45^\circ$

$= \sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 1$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= 0$ 답 0

0096 ① $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

② $\sin^2 30^\circ \times \cos^2 30^\circ = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$

③ $\sin 45^\circ \times \cos 45^\circ - \tan 45^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 1 = -\dfrac{1}{2}$

④ $(\cos 30^\circ + \sin 60^\circ) \times (\cos 45^\circ - \sin 45^\circ)$

$= \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

⑤ $\tan 45^\circ \times (\cos 60^\circ + \sin 30^\circ - \cos 45^\circ)$

$= 1 \times \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0097 $\sqrt{3} \sin 60^\circ \div \cos 60^\circ = \sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \div \dfrac{1}{2} = 3$

$\tan 45^\circ \times \sqrt{3} \tan 60^\circ = 1 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

$\therefore \sqrt{3} \cos 30^\circ + \dfrac{\sqrt{3} \sin 60^\circ \div \cos 60^\circ}{\tan 45^\circ \times \sqrt{3} \tan 60^\circ}$

$= \sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{3}{3}$

$= \dfrac{3}{2} + 1 = \dfrac{5}{2}$ 답 $\dfrac{5}{2}$

0098 $\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$이므로 $2x^2 + ax - 5 = 0$에 $x = \dfrac{1}{2}$을 대입하면

$2 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + a \times \dfrac{1}{2} - 5 = 0$

$\dfrac{1}{2}a = \dfrac{9}{2}$ $\quad \therefore a = 9$ 답 9

0099 $A = 180^\circ \times \dfrac{1}{1+2+3} = 30^\circ$

$\therefore \sin A - \cos A \times \tan A = \sin 30^\circ - \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$

$= \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$= 0$ 답 0

0100 $\sin A - \cos B = \sin 30^\circ - \cos 45^\circ$

$= \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$

$\sin A + \cos B = \sin 30^\circ + \cos 45^\circ$

$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \dfrac{1}{\sin A - \cos B} + \dfrac{1}{\sin A + \cos B}$

$= \dfrac{2}{1-\sqrt{2}} + \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$

$= \dfrac{2(1+\sqrt{2}) + 2(1-\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$

$= \dfrac{4}{-1} = -4$ 답 -4

0101 $\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$2x - 60^\circ = 30^\circ$ $\quad \therefore x = 45^\circ$

$\therefore \sin x - \cos x = \sin 45^\circ - \cos 45^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 0$ 답 0

0102 $\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$이므로

$x + 10^\circ = 30^\circ$ $\quad \therefore x = 20^\circ$ 답 20°

0103 $\tan 45^\circ=1$이므로

$x+15^\circ=45^\circ \qquad \therefore x=30^\circ$

$\therefore \sin x+\sqrt{3}\cos x=\sin 30^\circ+\sqrt{3}\cos 30^\circ$

$=\frac{1}{2}+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2$

답 2

0104 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$2x+40^\circ=60^\circ \qquad \therefore x=10^\circ$

$\therefore \sin 6x=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

0105 $\tan A=\frac{3}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이고 $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\angle A=30^\circ$

답 30°

0106 $2x^2-3x+1=0$에서

$(x-1)(2x-1)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

즉 $\tan A=1$이고 $\tan 45^\circ=1$이므로

$A=45^\circ$

답 45°

0107 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $\sin 3x=\frac{1}{2}$

또 $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $3x=30^\circ \qquad \therefore x=10^\circ$

$\therefore \frac{1}{\tan(20^\circ+x)}=\frac{1}{\tan 30^\circ}=1\div\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

답 $\sqrt{3}$

0108 △ADC에서

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{AD}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\cos 60^\circ=\frac{\overline{CD}}{4}=\frac{1}{2} \qquad \therefore \overline{CD}=2\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=5-2=3\,(\text{cm})$

따라서 △ABD에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{21}\,(\text{cm})$

답 $\sqrt{21}$ cm

0109 $\cos 30^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{x}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore x=6$

$\tan 30^\circ=\frac{y}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore y=3$

$\therefore x-y=6-3=3$

답 3

0110 △ABC에서

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BC}=\sqrt{6}$

따라서 △DBC에서

$\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{6}}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}$

답 $2\sqrt{3}$

0111 △ABC에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{10}=\frac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=5\,(\text{cm})$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{BC}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times5\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm})$

따라서 △ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2+5^2}=\sqrt{\frac{175}{4}}=\frac{5\sqrt{7}}{2}\,(\text{cm})$

답 $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ cm

0112 △ABD에서

$15^\circ+\angle BAD=30^\circ \qquad \therefore \angle BAD=15^\circ$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=4$ cm

△ADC에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{4}=\frac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=2\,(\text{cm})$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{DC}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{DC}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 △ABC에서

$\tan 15^\circ=\frac{2}{4+2\sqrt{3}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

답 $2-\sqrt{3}$

0113 △ABC에서 $\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{4}=\frac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=2$

$\angle BAC=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

$\angle BAD=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

△ADC에서 $\cos 30^\circ=\frac{2}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{AD}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

△DAB는 이등변삼각형이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

답 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

다른 풀이 △ABC에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{4}=\frac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=2$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}$

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD} \qquad \therefore \overline{BD}:\overline{CD}=2:1$

$\therefore \overline{BD}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times2\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

0114 직선과 x축의 양의 방향이 이루는 각의 크기가 60°이므로 직선의 기울기는

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

따라서 기울기가 $\sqrt{3}$이고 y절편이 $\sqrt{6}$인 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x+\sqrt{6}$ 답 ④

0115 $3x-4y+12=0$에서

$4y=3x+12 \quad \therefore y=\frac{3}{4}x+3$

따라서 기울기가 $\frac{3}{4}$이므로

$\tan a=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

0116 $x-y-2=0$에서 $y=x-2$

직선 $y=x-2$와 x축의 양의 방향이 이루는 각의 크기를 a라고 하면

$\tan a=1$

이때 $\tan 45^\circ=1$이므로

$a=45^\circ\,(\because 0^\circ<a<90^\circ)$ 답 45°

0117 직선 $y=ax+b$와 x축의 양의 방향이 이루는 각의 크기가 30°이므로

$a=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

x절편이 3이므로 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$가 점 $(3,\ 0)$을 지난다.

$x=3$, $y=0$을 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$에 대입하면

$0=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 3+b \qquad \therefore b=-\sqrt{3}$

$\therefore ab=\frac{\sqrt{3}}{3}\times(-\sqrt{3})=-1$ 답 -1

0118 ① $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

② $\cos y=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

③ $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

④ $\sin z=\sin y=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

⑤ $\tan x=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0119 $\triangle$COD에서

$\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$ 답 ②

0120 ① $\sin 55^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.8192$

② $\cos 55^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.5736$

③ $\tan 55^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.4281$

④ $\sin 35^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.5736$

⑤ $\cos 35^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.8192$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ②이다. 답 ①, ②

0121 ㉠, ㉣ $\triangle$AOH에서

$\sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AH}}{r}$이므로 $\overline{AH}=r\sin x$

$\cos x=\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OH}}{r}$이므로 $\overline{OH}=r\cos x$

㉡ $\overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=r-r\cos x$

㉢ $\triangle$TOB에서 $\tan x=\frac{\overline{BT}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{BT}}{r}$이므로

$\overline{BT}=r\tan x$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다. 답 ㉠, ㉢, ㉣

0122 ① $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

② $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

③ $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$

④ $\sin(90^\circ-x)=\sin(\angle OAB)=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

⑤ $\tan(90^\circ-x)=\tan(\angle OCD)=\frac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CD}}$

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

0123 ① $\sin 90^\circ\times\cos 90^\circ=1\times 0=0$

② $\sin 0^\circ\times\cos 0^\circ=0\times 1=0$

③ $(\sin 90^\circ+9)(\cos 0^\circ-9)=(1+9)\times(1-9)=-80$

④ $(\sin 0^\circ+\cos 0^\circ)(\sin 90^\circ-\cos 90^\circ)$

$=(0+1)\times(1-0)=1$

⑤ $(\sin 0^\circ+\tan 45^\circ)\times\cos 90^\circ=(0+1)\times 0=0$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0124 $(\sin 0^\circ+\cos 0^\circ+\sin 30^\circ)(\sin 90^\circ-\cos 90^\circ-\tan 45^\circ)$

$=\left(0+1+\frac{1}{2}\right)\times(1-0-1)$

$=0$ 답 0

0125 $\cos 0^\circ - \sin 90^\circ = 1-1=0$

㉠ $\sin 0^\circ = 0$ ㉡ $\cos 0^\circ = 1$

㉢ $\tan 0^\circ = 0$ ㉣ $\tan 45^\circ = 1$

㉤ $\frac{1}{\tan 45^\circ} = \frac{1}{1} = 1$ ㉥ $\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

㉦ $\sin 90^\circ = 1$ ㉧ $\cos 90^\circ = 0$

㉨ $\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다.

따라서 $\cos 0^\circ - \sin 90^\circ$의 값과 같은 것은 ㉠, ㉢, ㉧이다.

답 ㉠, ㉢, ㉧

0126 $45^\circ < x < 90^\circ$일 때

$\cos 90^\circ < \cos x < \cos 45^\circ$이므로

$0 < \cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ …… ㉠

$\sin 45^\circ < \sin x < \sin 90^\circ$이므로

$\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x < 1$ …… ㉡

$\tan 45^\circ < \tan x$이므로 $1 < \tan x$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\cos x < \sin x < \tan x$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0127 ① $\cos 0^\circ = 1$

② $\sin 50^\circ < \sin 90^\circ = 1$

③ $\cos 20^\circ < \cos 0^\circ = 1$

④ $\sin 80^\circ < \sin 90^\circ = 1$

⑤ $\tan 50^\circ > \tan 45^\circ = 1$

따라서 주어진 삼각비의 값 중 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0128 ①, ②, ③ $0^\circ \le x < 90^\circ$인 범위에서 x의 값이 증가할 때, $\sin x$와 $\tan x$의 값은 각각 증가하고, $\cos x$의 값은 감소한다.

$\therefore \sin 24^\circ < \sin 26^\circ$, $\cos 12^\circ > \cos 32^\circ$,
$\tan 34^\circ < \tan 35^\circ$

④ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$이므로 $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

⑤ $0^\circ \le x < 45^\circ$일 때, $\sin x < \cos x$이므로
$\sin 15^\circ < \cos 15^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0129 $0^\circ < A < 90^\circ$일 때, $0 < \cos A < 1$이므로

$\cos A - 1 < 0$, $1 + \cos A > 0$

$\therefore \sqrt{(\cos A - 1)^2} + \sqrt{(1+\cos A)^2}$

$= -(\cos A - 1) + (1 + \cos A)$

$= -\cos A + 1 + 1 + \cos A$

$= 2$ 답 2

0130 $0^\circ < x < 45^\circ$일 때, $0 < \tan x < 1$이므로

$\tan x - 1 < 0$

$\therefore \sqrt{(\tan x - 1)^2} = -(\tan x - 1)$

$= 1 - \tan x$ 답 $1 - \tan x$

0131 $0^\circ < x < 45^\circ$일 때, $\sin x < \cos x$이고 $\sin x > 0$이므로

$\sin x - \cos x < 0$, $-\sin x < 0$

$\therefore \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} + \sqrt{(-\sin x)^2}$

$= -(\sin x - \cos x) + \{-(-\sin x)\}$

$= -\sin x + \cos x + \sin x$

$= \cos x$ 답 $\cos x$

0132 $0^\circ < A < 45^\circ$일 때, $\sin A < \cos A$이고 $\sin A > 0$,
$\cos A > 0$이므로

$\sin A + \cos A > 0$, $\cos A - \sin A > 0$

$\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} = \sqrt{3}$에서

$(\sin A + \cos A) + (\cos A - \sin A) = \sqrt{3}$

$2\cos A = \sqrt{3}$ $\therefore \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $A = 30^\circ$

$\therefore \cos(90^\circ - A) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0133 $\sin 40^\circ = 0.6428$, $\cos 41^\circ = 0.7547$, $\tan 39^\circ = 0.8098$ 이므로

$\sin 40^\circ + \cos 41^\circ - \tan 39^\circ$

$= 0.6428 + 0.7547 - 0.8098$

$= 0.5877$ 답 0.5877

0134 $\sin 80^\circ = 0.9848$이므로 $A = 80^\circ$

$\cos 82^\circ = 0.1392$이므로 $B = 82^\circ$

$\tan 81^\circ = 6.3138$이므로 $C = 81^\circ$

$\therefore A + B - C = 80^\circ + 82^\circ - 81^\circ = 81^\circ$ 답 81°

0135 $\sin 22^\circ = 0.3746$이므로 $x = 22^\circ$

$\cos 23^\circ = 0.9205$이므로 $y = 23^\circ$

$\therefore \sin(x+y) \times \tan(x+y) = \sin 45^\circ \times \tan 45^\circ$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

0136 $\cos 65^\circ = \frac{x}{2} = 0.4226$ $\therefore x = 0.8452$

$\sin 65^\circ = \frac{y}{2} = 0.9063$ $\therefore y = 1.8126$

$\therefore x + y = 0.8452 + 1.8126 = 2.6578$ 답 2.6578

0137 $\angle B=35^\circ$이므로 $\angle A=90^\circ-35^\circ=55^\circ$

$\tan 55^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{20}=1.4281$

$\therefore \overline{BC}=28.562$ 답 28.562

0138 $\overline{OB}=\overline{OC}-\overline{BC}=1-0.4554=0.5446$

$\triangle AOB$에서

$\cos(\angle AOB)=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.5446}{1}=0.5446$

$\therefore \angle AOB=57^\circ$

$\sin 57^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=0.8387$

$\therefore \overline{AB}=0.8387$ 답 0.8387

STEP 3 심화유형 Master

p.27~p.28

0139 $\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $2x-25^\circ=45^\circ$

$2x=70^\circ \qquad \therefore x=35^\circ$

$\therefore \cos(x-5^\circ)\times\tan(x+10^\circ)=\cos 30^\circ\times\tan 45^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

0140 $4x^2-2(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0$에서

$(2x-\sqrt{3})(2x-1)=0$

$\therefore x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

$0^\circ<A<90^\circ$, $0^\circ<B<90^\circ$이고 $A>B$이므로

$\sin A>\sin B$

$\therefore \sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin B=\dfrac{1}{2}$

이때 $\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$A=60^\circ$, $B=30^\circ$

$\therefore \tan(A-B)=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

0141 $\triangle ABC$에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{12}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{BC}=6$

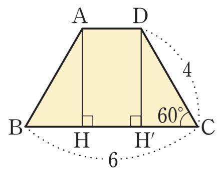
$\triangle BCD$에서 $\angle BCD=60^\circ$이고

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{BD}=3\sqrt{3}$

$\triangle DBE$에서 $\angle DBE=60^\circ$이고

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BE}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{BE}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ 답 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

0142 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



$\triangle DH'C$에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{DH'}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{DH'}=2\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{CH'}}{4}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{CH'}=2$

이때 $\overline{BH}=\overline{CH'}=2$이므로

$\overline{AD}=\overline{HH'}=6-(2+2)=2$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(2+6)\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ 답 $8\sqrt{3}$

0143 $\triangle DBC$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{6}}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}$

$\triangle EBC$에서 $\overline{EF}=x$라고 하면 $\angle BEF=\angle EBF=45^\circ$이므로 $\overline{BF}=\overline{EF}=x$

$\triangle CEF$에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{x}{\overline{FC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore \overline{FC}=\sqrt{3}x$

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}$에서

$2\sqrt{3}=x+\sqrt{3}x$, $(\sqrt{3}+1)x=2\sqrt{3}$

$\therefore x=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=3-\sqrt{3}$

$\therefore \triangle EBC=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times(3-\sqrt{3})=3\sqrt{3}-3$ 답 $3\sqrt{3}-3$

0144 $\triangle ABD$에서

$\cos 60^\circ=\dfrac{a}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AD}=2a$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{a}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BD}=\sqrt{3}a$

$\triangle ADC$는 $\overline{AD}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이고

$\angle ADB=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$이므로

$\angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle ADB=\dfrac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$

$\overline{CD}=\overline{AD}=2a$이므로

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=\sqrt{3}a+2a=(2+\sqrt{3})a$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\tan 15^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{a}{(2+\sqrt{3})a}=2-\sqrt{3}$ 답 $2-\sqrt{3}$

0145 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$2\pi r\times\dfrac{30}{360}=4\pi \qquad \therefore r=24$

$\triangle AOH$에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{24}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AH}=12\,(\text{cm})$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{OH}}{24}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{OH}=12\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이에서 직각 삼각형 AOH의 넓이를 뺀 것이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times24^2\times\dfrac{30}{360}-\dfrac{1}{2}\times12\sqrt{3}\times12$

$=48\pi-72\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $(48\pi-72\sqrt{3})\text{ cm}^2$

0146 △CFG에서 $\overline{\text{FG}}=\overline{\text{AD}}=6$이므로

$\cos 60^\circ=\dfrac{6}{\overline{\text{CF}}}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{CF}}=12$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{\text{CG}}}{6}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{\text{CG}}=6\sqrt{3}$

△AEF에서 $\overline{\text{AE}}=\overline{\text{CG}}=6\sqrt{3}$이므로

$\tan 45^\circ=\dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{\text{EF}}}=1$ $\quad\therefore \overline{\text{EF}}=6\sqrt{3}$

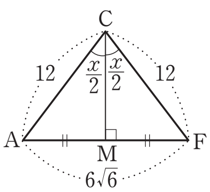
$\sin 45^\circ=\dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{\text{AF}}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{AF}}=6\sqrt{6}$

△ACD에서 $\overline{\text{CD}}=\overline{\text{EF}}=6\sqrt{3}$이므로

$\overline{\text{AC}}=\sqrt{6^2+(6\sqrt{3})^2}=\sqrt{144}=12$

즉 △CAF는 $\overline{\text{CA}}=\overline{\text{CF}}$인 이등변삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{\text{AF}}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\angle\text{ACM}=\dfrac{1}{2}\angle\text{ACF}=\dfrac{x}{2}$

$\overline{\text{AM}}=\dfrac{1}{2}\overline{\text{AF}}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

△CAM에서 $\overline{\text{CM}}=\sqrt{12^2-(3\sqrt{6})^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$

$\therefore \cos\dfrac{x}{2}=\cos(\angle\text{ACM})$

$=\dfrac{\overline{\text{CM}}}{\overline{\text{AC}}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{12}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

답 $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

0147 △AEF에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{\text{AF}}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{AF}}=2\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{\text{EF}}}{4}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{EF}}=2$

△AFD에서

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{\text{AD}}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{AD}}=\sqrt{6}$

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{\text{DF}}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{DF}}=\sqrt{6}$

△ECF에서

$\angle\text{EFC}=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$이므로

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{\text{CF}}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{CF}}=\sqrt{2}$

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{\text{CE}}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{CE}}=\sqrt{2}$

△ABE에서

$\angle\text{AEB}=180^\circ-(60^\circ+45^\circ)=75^\circ$이고

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{DF}}+\overline{\text{CF}}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{BC}}-\overline{\text{CE}}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$

이므로

$\tan 75^\circ=\dfrac{\overline{\text{AB}}}{\overline{\text{BE}}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{8+4\sqrt{3}}{4}$

$=2+\sqrt{3}$

답 $2+\sqrt{3}$

0148 △AOB에서

$\cos x=\dfrac{\overline{\text{OB}}}{6}=\dfrac{2}{3}$ $\quad\therefore \overline{\text{OB}}=4$

$\overline{\text{AB}}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로

$\tan x=\dfrac{\overline{\text{AB}}}{\overline{\text{OB}}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{4}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

△COD에서 $\tan x=\dfrac{\overline{\text{CD}}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{CD}}=3\sqrt{5}$

이때 $\overline{\text{BD}}=\overline{\text{OD}}-\overline{\text{OB}}=6-4=2$이므로

□ABDC$=\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{5}+3\sqrt{5})\times2=5\sqrt{5}$

답 $5\sqrt{5}$

0149 $45^\circ<x<90^\circ$일 때,

$\tan x>\tan 45^\circ=1$이고 $\sin x>\cos x$이므로

$1-\tan x<0$, $\sin x-\cos x>0$

$\therefore \sqrt{(1-\tan x)^2}-|\sin x-\cos x|+1$

$=-(1-\tan x)-(\sin x-\cos x)+1$

$=-1+\tan x-\sin x+\cos x+1$

$=\tan x-\sin x+\cos x$

답 $\tan x-\sin x+\cos x$

0150 $\tan\alpha=$(직선의 기울기)$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\alpha=30^\circ$

$\therefore \beta=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

① $\sin(\alpha+\beta)=\sin 90^\circ=1$

② $\cos\dfrac{\beta}{2}=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\tan 2\alpha=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

④ $\tan\alpha\times\dfrac{1}{\tan\beta}=\tan 30^\circ\times\dfrac{1}{\tan 60^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$

⑤ $\sin 3\alpha-\cos\beta=\sin 90^\circ-\cos 60^\circ=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

3 삼각비의 활용

STEP 1 기초 Build p.31, 33

0151 답 (1) $60,\ 3\sqrt{3}$ (2) $60,\ 3$

0152 답 (1) $5,\ 5\sqrt{2}$ (2) $5,\ 5$

0153 답 (1) $4,\ 8$ (2) $4,\ 4\sqrt{3}$

0154 $x=\overline{AB}\cos 36^\circ=10\times0.81=8.1$
$y=\overline{AB}\sin 36^\circ=10\times0.59=5.9$
답 $x=8.1,\ y=5.9$

0155 $x=\overline{AC}\cos 42^\circ=20\times0.74=14.8$
$y=\overline{AC}\sin 42^\circ=20\times0.67=13.4$
답 $x=14.8,\ y=13.4$

0156 답 $2,\ \sqrt{3},\ 2,\ 1,\ 1,\ 3,\ \sqrt{3},\ 3,\ 2\sqrt{3}$

0157 $\triangle$AHC에서 $\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

0158 $\triangle$AHC에서 $\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$ 답 3

0159 $\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=10-3=7$ 답 7

0160 $\triangle$ABH에서 $\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$ 답 $2\sqrt{19}$

0161 답 $6,\ 3\sqrt{2},\ 30,\ 6\sqrt{2}$

0162 $\triangle$BCH에서 $\overline{BH}=8\sin 60^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

0163 $\triangle$ABC에서 $\angle A=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로
$\triangle$ABH에서 $\overline{AB}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{6}$ 답 $4\sqrt{6}$

0164 $\triangle$ABH에서 $\angle BAH=55^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 55^\circ$ 답 $h\tan 55^\circ$

0165 $\triangle$AHC에서 $\angle CAH=20^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 20^\circ$ 답 $h\tan 20^\circ$

0166 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로
$50=h\tan 55^\circ+h\tan 20^\circ$
$h(\tan 55^\circ+\tan 20^\circ)=50$
$\therefore h=\dfrac{50}{\tan 55^\circ+\tan 20^\circ}$ 답 $\dfrac{50}{\tan 55^\circ+\tan 20^\circ}$

0167 $\triangle$ABH에서 $\angle BAH=45^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$
$\triangle$AHC에서 $\angle CAH=60^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ 답 $\overline{BH}=h,\ \overline{CH}=\sqrt{3}h$

0168 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로
$10=h+\sqrt{3}h,\ (\sqrt{3}+1)h=10$
$\therefore h=\dfrac{10}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=5(\sqrt{3}-1)$
답 $5(\sqrt{3}-1)$

0169 $\triangle$ABH에서 $\angle BAH=50^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 50^\circ$ 답 $h\tan 50^\circ$

0170 $\triangle$ACH에서 $\angle CAH=15^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 15^\circ$ 답 $h\tan 15^\circ$

0171 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로
$100=h\tan 50^\circ-h\tan 15^\circ$
$h(\tan 50^\circ-\tan 15^\circ)=100$
$\therefore h=\dfrac{100}{\tan 50^\circ-\tan 15^\circ}$ 답 $\dfrac{100}{\tan 50^\circ-\tan 15^\circ}$

0172 $\triangle$CAH에서 $\angle ACH=60^\circ$이므로
$\overline{AH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$
$\triangle$CBH에서 $\angle CBH=45^\circ$, $\angle BCH=45^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$ 답 $\overline{AH}=\sqrt{3}h,\ \overline{BH}=h$

0173 $\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로
$10=\sqrt{3}h-h,\ (\sqrt{3}-1)h=10$
$\therefore h=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{10(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=5(\sqrt{3}+1)$
답 $5(\sqrt{3}+1)$

0174 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times9\times\sin 45^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times6\times9\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$ 답 $\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$

0175 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 15\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 15\times \frac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}$ 답 $30\sqrt{3}$

0176 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 7\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 7\times \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{35\sqrt{2}}{2}$ 답 $\frac{35\sqrt{2}}{2}$

0177 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 9\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 9\times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{45\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{45\sqrt{3}}{2}$

0178 $\square ABCD=8\times 10\times \sin 45^\circ$

$=8\times 10\times \frac{\sqrt{2}}{2}=40\sqrt{2}$ 답 $40\sqrt{2}$

0179 $\square ABCD=2\times 3\times \sin 60^\circ$

$=2\times 3\times \frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

0180 $\square ABCD=4\times 7\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=4\times 7\times \frac{\sqrt{3}}{2}=14\sqrt{3}$ 답 $14\sqrt{3}$

0181 $\square ABCD=11\times 10\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=11\times 10\times \frac{\sqrt{2}}{2}=55\sqrt{2}$ 답 $55\sqrt{2}$

0182 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 15\times 12\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 15\times 12\times \frac{\sqrt{3}}{2}=45\sqrt{3}$ 답 $45\sqrt{3}$

0183 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \frac{\sqrt{2}}{2}=16\sqrt{2}$ 답 $16\sqrt{2}$

STEP 2 적중유형 Drill

p.34~p.42

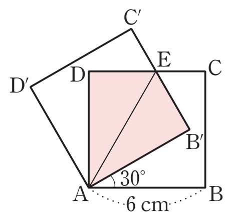
0184 $\overline{AC}=12\sin 38^\circ=12\times 0.62=7.44$

$\overline{BC}=12\cos 38^\circ=12\times 0.79=9.48$

답 $\overline{AC}=7.44$, $\overline{BC}=9.48$

0185 ④ $c\sin A=c\times \frac{a}{c}=a=\overline{BC}$ 답 ④

0186 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면 $\triangle AB'E\equiv\triangle ADE$ (RHS 합동)이므로



$\angle B'AE=\angle DAE=30^\circ$

$\triangle AB'E$에서

$\overline{B'E}=6\tan 30^\circ=6\times \frac{\sqrt{3}}{3}$

$=2\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \square AB'ED=2\triangle AB'E$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}\right)$

$=12\sqrt{3}$ (cm^2) 답 $12\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

0187 $\triangle FGH$에서 $\overline{FH}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

따라서 $\triangle DFH$에서

$\overline{DF}=\frac{5}{\cos 60^\circ}=5\div\frac{1}{2}=10$ (cm) 답 10 cm

0188 $\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=6\sin 45^\circ=6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{BO}=6\cos 45^\circ=6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$ (cm)

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{2})^2\times 3\sqrt{2}=18\sqrt{2}\pi$ (cm^3) 답 $18\sqrt{2}\pi\ \text{cm}^3$

0189 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4$ (cm)

$\overline{BC}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ (cm)

따라서 삼각기둥의 겉넓이는

$2\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}\right)+10\times(8+4\sqrt{3}+4)$

$=120+56\sqrt{3}$ (cm^2) 답 $(120+56\sqrt{3})\ \text{cm}^2$

0190 굴뚝의 끝에서 할아버지의 눈높이까지의 높이는

$100\tan 44^\circ=100\times 0.97=97$ (m)

따라서 굴뚝의 높이는

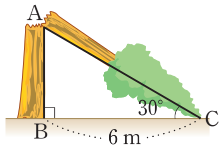
$97+1.6=98.6$ (m) 답 98.6 m

0191 등대의 높이는

$20\tan 17^\circ=20\times 0.31=6.2$ (m) 답 6.2 m

0192 $\overline{AB}=6\tan 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=2\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$



$\overline{AC}=\frac{6}{\cos 30^\circ}=6\div\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

따라서 처음 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$ 답 $6\sqrt{3}$ m

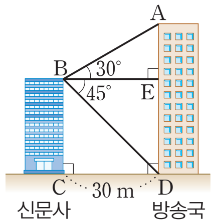
0193 △BCD에서 $\overline{BC}=\frac{20}{\tan 30^\circ}=20\div\frac{\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

△ABC에서 $\overline{AC}=20\sqrt{3}\tan 45^\circ=20\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}=20\sqrt{3}-20\,(\mathrm{m})$ 답 $(20\sqrt{3}-20)$ m

0194 $\overline{BE}=\overline{CD}=30$ m

△ABE에서



$\overline{AE}=30\tan 30^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=10\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

△BDE에서

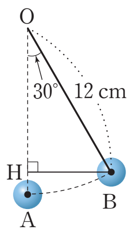
$\overline{DE}=30\tan 45^\circ=30\,(\mathrm{m})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AE}+\overline{DE}=10\sqrt{3}+30\,(\mathrm{m})$

따라서 방송국 건물의 높이는 $(10\sqrt{3}+30)$ m이다.

답 $(10\sqrt{3}+30)$ m

0195 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{OH}=12\cos 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

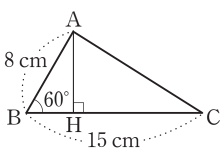
$\therefore \overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}=12-6\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

따라서 A 지점과 B 지점에서의 추의 높이의 차는 $(12-6\sqrt{3})$ cm이다. 답 $(12-6\sqrt{3})$ cm

0196 △ABH에서 $\overline{AH}=100\sin 30^\circ=100\times\frac{1}{2}=50\,(\mathrm{km})$

△ACH에서 $\overline{CH}=50\tan 45^\circ=50\,(\mathrm{km})$ 답 50 km

0197 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\,(\mathrm{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=15-4=11\,(\mathrm{cm})$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+11^2}=\sqrt{169}=13\,(\mathrm{cm})$ 답 13 cm

0198 △ABH에서

$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\,(\mathrm{cm})$

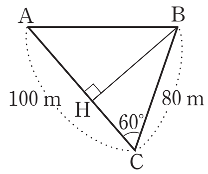
$\overline{BH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\,(\mathrm{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-3=2\,(\mathrm{cm})$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}\,(\mathrm{cm})$ 답 $\sqrt{13}$ cm

0199 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △BHC에서



$\overline{BH}=80\sin 60^\circ=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=40\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

$\overline{CH}=80\cos 60^\circ=80\times\frac{1}{2}=40\,(\mathrm{m})$

$\overline{AH}=\overline{AC}-\overline{CH}=100-40=60\,(\mathrm{m})$

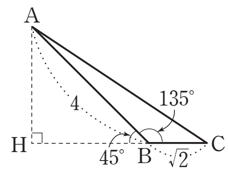
△BHA에서

$\overline{AB}=\sqrt{(40\sqrt{3})^2+60^2}=\sqrt{8400}=20\sqrt{21}\,(\mathrm{m})$

따라서 두 나무 A, B 사이의 거리는 $20\sqrt{21}$ m이다.

답 $20\sqrt{21}$ m

0200 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △AHB에서 ∠ABH=45°이므로



$\overline{AH}=4\sin 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

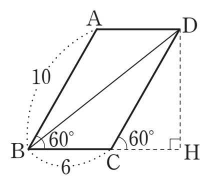
$\overline{BH}=4\cos 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

$\overline{CH}=\overline{BH}+\overline{BC}=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{26}$ 답 $\sqrt{26}$

0201 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △DCH에서 ∠DCH=∠ABC=60°(동위각)이므로



$\overline{DH}=10\sin 60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

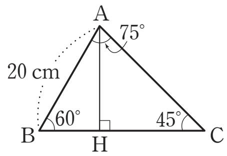
$\overline{CH}=10\cos 60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5$

$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=6+5=11$

따라서 △DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+11^2}=\sqrt{196}=14$ 답 14

0202 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=20\sin 60^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=10\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{BH}=20\cos 60^\circ=20\times\frac{1}{2}=10\,(\text{cm})$

$\angle C=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로

△AHC에서 $\overline{CH}=\frac{10\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=10\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=10+10\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 $(10+10\sqrt{3})$ cm

0203 (1) △BCH에서 $\overline{BH}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\,(\text{cm})$

(2) $\angle A=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$

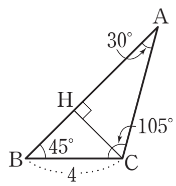
(3) △ABH에서 $\overline{AH}=\frac{4}{\tan 45^\circ}=4\,(\text{cm})$

(4) △BCH에서 $\overline{CH}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=4+4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 (1) 4 cm (2) 45° (3) 4 cm (4) $(4+4\sqrt{3})$ cm

0204 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △BCH에서



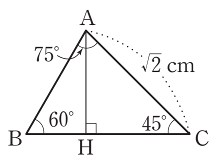
$\overline{CH}=4\sin 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

$\angle A=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$이므로

△AHC에서 $\overline{AC}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=2\sqrt{2}\div\frac{1}{2}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

0205 $\angle C=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △AHC에서



$\overline{AH}=\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=\sqrt{2}\cos 45^\circ=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1\,(\text{cm})$

△ABH에서 $\overline{BH}=\frac{1}{\tan 60^\circ}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\,(\text{cm})$

$\overline{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\,(\text{cm})$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

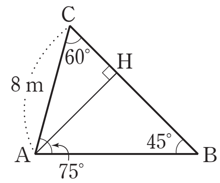
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\frac{2\sqrt{3}}{3}+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}+1\right)+\sqrt{2}$

$=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})$ cm

0206 $\angle C=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △AHC에서



$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\frac{4\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{6}\,(\text{m})$ 답 $4\sqrt{6}$ m

0207 $\overline{AH}=h$라고 하면

△ABH에서 $\angle BAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

△AHC에서 $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$20=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}h=20$

$\therefore\ h=\frac{60}{3+\sqrt{3}}=\frac{60(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=10(3-\sqrt{3})$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $10(3-\sqrt{3})$이다. 답 $10(3-\sqrt{3})$

0208 △ABH에서 $\angle BAH=50^\circ$이므로

$\overline{BH}=\overline{AH}\tan 50^\circ$

△AHC에서 $\angle CAH=35^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan 35^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$13=\overline{AH}\tan 50^\circ+\overline{AH}\tan 35^\circ$

$\overline{AH}\,(\tan 50^\circ+\tan 35^\circ)=13$

$\therefore\ \overline{AH}=\frac{13}{\tan 50^\circ+\tan 35^\circ}$ 답 ④

0209 $\overline{AH}=h$라고 하면

△ABH에서 $\angle BAH=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

△AHC에서 $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$\sqrt{3}+1=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h,\ \frac{\sqrt{3}+3}{3}h=\sqrt{3}+1$

$\therefore\ h=\frac{3(\sqrt{3}+1)}{3+\sqrt{3}}=\frac{3(\sqrt{3}+1)(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $\sqrt{3}$이다. 답 $\sqrt{3}$

0210 $\overline{AH}=h$ m라고 하면

$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$ (m)

$\triangle AHC$에서 $\angle CAH=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ (m)

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$80=h+\sqrt{3}h$, $(\sqrt{3}+1)h=80$

$\therefore h=\dfrac{80}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{80(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=40(\sqrt{3}-1)$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $40(\sqrt{3}-1)$ m이다.

답 $40(\sqrt{3}-1)$ m

0211 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면

$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ (cm)

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$ (cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$8=\sqrt{3}h-h$, $(\sqrt{3}-1)h=8$

$\therefore h=\dfrac{8}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{8(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=4(\sqrt{3}+1)$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $4(\sqrt{3}+1)$ cm이다.

답 $4(\sqrt{3}+1)$ cm

0212 $\overline{AH}=h$라고 하면

$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$10=\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$, $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=10$ $\quad\therefore h=5\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $5\sqrt{3}$이다.

답 $5\sqrt{3}$

다른 풀이 $\triangle ABC$에서

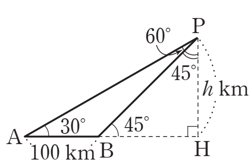
$\angle BAC=60^\circ-30^\circ=30^\circ$이므로

$\overline{AC}=\overline{BC}=10$

따라서 $\triangle ACH$에서

$\overline{AH}=10\sin 60^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

0213 오른쪽 그림과 같이 인공위성의 위치를 P라 하고 점 P에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H, $\overline{PH}=h$ km라고 하면



$\triangle PAH$에서 $\angle APH=60^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ (km)

$\triangle PBH$에서 $\angle BPH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$ (km)

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

$100=\sqrt{3}h-h$, $(\sqrt{3}-1)h=100$

$\therefore h=\dfrac{100}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{100(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=50(\sqrt{3}+1)$

$\triangle PAH$에서

$\overline{AP}=\dfrac{50(\sqrt{3}+1)}{\sin 30^\circ}=50(\sqrt{3}+1)\div\dfrac{1}{2}$

$=100(\sqrt{3}+1)$ (km)

따라서 관측소 A에서 인공위성까지의 거리는 $100(\sqrt{3}+1)$ km이다.

답 $100(\sqrt{3}+1)$ km

0214 $\triangle ABH$에서 $\angle BAH=55^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 55^\circ$

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=15^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 15^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$32=h\tan 55^\circ-h\tan 15^\circ$

$(\tan 55^\circ-\tan 15^\circ)h=32$

$\therefore h=\dfrac{32}{\tan 55^\circ-\tan 15^\circ}$

답 ⑤

0215 $\overline{AH}=h$라고 하면

$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=68^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 68^\circ=2.5h$

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=27^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 27^\circ=0.5h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$14=2.5h-0.5h$, $2h=14$ $\quad\therefore h=7$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 7이다.

답 7

0216 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 20\times\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 20\times\dfrac{1}{2}=5\overline{AB}$ (cm²)

즉 $5\overline{AB}=60\sqrt{3}$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{60\sqrt{3}}{5}=12\sqrt{3}$ (cm)

답 $12\sqrt{3}$ cm

0217 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 18\times\sin 45^\circ$

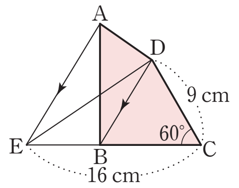
$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 18\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=54\sqrt{2}$

이때 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GBC=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\times 54\sqrt{2}=18\sqrt{2}$

답 $18\sqrt{2}$

0218 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$를 그으면 $\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$이므로



$\triangle DAB = \triangle DEB$

$\therefore \square ABCD$

$= \triangle DBC + \triangle DAB$

$= \triangle DBC + \triangle DEB$

$= \triangle DEC = \frac{1}{2} \times 9 \times 16 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 　답 $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$

0219 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$

$\overline{AD} = x$라고 하면 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}x$

$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times x \times 4 \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times x \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}x$

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$이므로

$12 = \frac{3\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2}x$, $\frac{5\sqrt{2}}{2}x = 12$ 　 $\therefore x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{12\sqrt{2}}{5}$이다. 　답 $\frac{12\sqrt{2}}{5}$

0220 $\triangle PCD$에서 $\angle PCD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$이므로

$\overline{PC} = \frac{7}{\cos 60^\circ} = 7 \div \frac{1}{2} = 14\,(\text{cm})$

$\angle APQ = \angle QPC$ (접은 각), $\angle APQ = \angle QPC$ (엇각)

이므로 $\angle QPC = \angle PQC$

따라서 $\triangle PQC$에서 $\overline{QC} = \overline{PC} = 14\text{ cm}$이므로

$\triangle PQC = \frac{1}{2} \times 14 \times 14 \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 14 \times 14 \times \frac{1}{2} = 49\,(\text{cm}^2)$ 　답 49 cm^2

0221 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{AC} \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{AC} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\,\overline{AC}\,(\text{cm}^2)$

즉 $2\sqrt{2}\,\overline{AC} = 12\sqrt{3}$이므로

$\overline{AC} = \frac{12\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = 3\sqrt{6}\,(\text{cm})$ 　답 $3\sqrt{6}\text{ cm}$

0222 $\triangle ADE$에서 $\overline{AE} = 12\sin 30^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6\,(\text{cm})$

이때 $\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$이므로

$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18\,(\text{cm}^2)$ 　답 18 cm^2

0223 $\overline{AO} = \overline{CO}$이므로 $\angle AOC = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$

(부채꼴 AOC의 넓이)$= \pi \times (6\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360} = 36\pi$

$\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

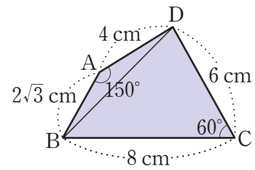
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 AOC의 넓이)$- \triangle AOC$

$= 36\pi - 27\sqrt{3}$ 　답 $36\pi - 27\sqrt{3}$

0224 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \sin(180^\circ - 150^\circ) + \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 14\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 　답 $14\sqrt{3}\text{ cm}^2$

0225 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$

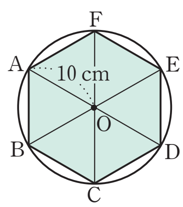
$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 12 \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 12 \times \frac{1}{2} = 24\sqrt{3}$

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= 32\sqrt{3} + 24\sqrt{3} = 56\sqrt{3}$ 　답 $56\sqrt{3}$

0226 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.



$\overline{OB} = \overline{OA} = 10\text{ cm}$, $\angle AOB = 60^\circ$

이므로

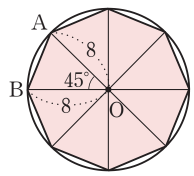
$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

따라서 원 O에 내접하는 정육각형의 넓이는

$6\triangle OAB = 6 \times 25\sqrt{3} = 150\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 　답 $150\sqrt{3}\text{ cm}^2$

0227 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어진다.



$\overline{OA} = \overline{OB} = 8$, $\angle AOB = 45^\circ$이므로

$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2}$

따라서 원 O에 내접하는 정팔각형의 넓이는

$8\triangle OAB=8\times 16\sqrt{2}=128\sqrt{2}$ 　답 $128\sqrt{2}$

0228 $\overline{AD}=\overline{BC}=10$이므로

$\square ABCD=6\sqrt{3}\times 10\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=6\sqrt{3}\times 10\times \frac{1}{2}=30\sqrt{3}$ 　답 $30\sqrt{3}$

0229 $\angle A=\angle C=120^\circ$이므로

$\square ABCD=6\times 4\sqrt{2}\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=6\times 4\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{6}$ 　답 $12\sqrt{6}$

0230 마름모의 한 변의 길이를 x cm라고 하면

$\square ABCD=x\times x\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=x\times x\times \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2\,(\text{cm}^2)$

즉 $\frac{\sqrt{2}}{2}x^2=18\sqrt{2}$이므로

$x^2=18\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=36$ 　$\therefore x=6\ (\because x>0)$

따라서 마름모의 한 변의 길이는 6 cm이다. 　답 6 cm

0231 $\angle B=\angle D=55^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180^\circ-(80^\circ+55^\circ)=45^\circ$

$\therefore \square ABCD=2\triangle ABC$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 7\times 6\times \sin 45^\circ\right)$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 7\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)=21\sqrt{2}$ 　답 $21\sqrt{2}$

0232 $\triangle APD=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times(4\times 6\times \sin 60^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(4\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=3\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 　답 $3\sqrt{3}$ cm^2

0233 $\triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(12\times 8\times \sin 45^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(12\times 8\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=12\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 　답 $12\sqrt{2}$ cm^2

0234 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\overline{AC}\,(\text{cm}^2)$

즉 $\frac{3\sqrt{3}}{2}\overline{AC}=24\sqrt{3}$이므로

$\overline{AC}=24\sqrt{3}\div\frac{3\sqrt{3}}{2}=16\,(\text{cm})$ 　답 16 cm

0235 $\overline{AC}=x$ cm라고 하면 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로

$\overline{BD}=\overline{AC}=x$ cm

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times x\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times x\times x\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}x^2\,(\text{cm}^2)$

즉 $\frac{\sqrt{2}}{4}x^2=8\sqrt{2}$이므로

$x^2=8\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{2}}{4}=32$ 　$\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이다. 　답 $4\sqrt{2}$ cm

0236 두 대각선이 이루는 예각의 크기를 x라고 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 7\times 8\times \sin x=28\sin x\,(\text{cm}^2)$

이때 $\sin x$의 최댓값은 1이므로 $\square ABCD$의 넓이의 최댓값은 28 cm^{2}이다. 　답 28 cm^2

STEP 3 심화유형 Master

p.43~p.45

0237 $\triangle CAD$에서 $\overline{AD}=6\cos A$

$\triangle CBD$에서 $\overline{BD}=8\cos B$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$6\cos A+8\cos B=7$ 　…… ㉠

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=7\cos B$

$\triangle AEC$에서 $\overline{CE}=6\cos C$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$7\cos B+6\cos C=8$ 　…… ㉡

$\triangle BCF$에서 $\overline{CF}=8\cos C$

$\triangle BFA$에서 $\overline{AF}=7\cos A$

$\overline{CA}=\overline{CF}+\overline{AF}$이므로

$8\cos C+7\cos A=6$ 　…… ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$13\cos A+15\cos B+14\cos C=7+8+6=21$ 　답 21

0238 $\triangle AEB$에서 $\overline{AE}=\frac{2}{\tan 30^\circ}=2\div\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AD}=\overline{DE}$이므로 $\angle EAD=\angle AED=45^\circ$

$\overline{DE}=2\sqrt{3}\sin 45^\circ=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{6}$

$\angle FEA=\angle EAD=45^\circ$(엇각)이므로 $\angle BEF=45^\circ$

$\triangle BFE$에서 $\overline{BF}=2\sin 45^\circ=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=\sqrt{2}+\sqrt{6}$ 　답 $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

0239 $\triangle$OBC에서 $\overline{OC}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=4\sqrt{3}$ (cm)

$\triangle$ABO에서 $\overline{OA}=4\sqrt{3}\tan 30^\circ=4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=4$ (cm)

$\therefore$ (삼각뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\right)\times4$

$=32$ (cm^3)

답 32 cm^3

0240 $\triangle$APH에서 $\angle$APH$=45^\circ$이므로

$\overline{AH}=510\tan 45^\circ=510$ (m)

$\triangle$BPH에서 $\angle$BPH$=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=510\tan 30^\circ=510\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=170\sqrt{3}$ (m)

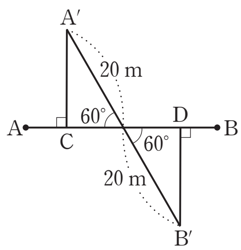
이때 열기구가 1분 동안 이동한 거리는

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}=510-170\sqrt{3}$ (m)

따라서 이 열기구의 속력은 분속 $(510-170\sqrt{3})$ m이다.

답 분속 $(510-170\sqrt{3})$ m

0241 오른쪽 그림과 같이 6분 후의 A 칸과 B 칸의 위치를 각각 A′, B′이라고 하면



$\overline{A'C}=20\sin 60^\circ=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=10\sqrt{3}$ (m)

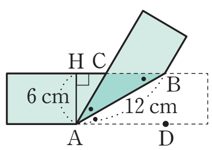
$\overline{B'D}=20\sin 60^\circ=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$ (m)

따라서 구하는 높이의 차는

$10\sqrt{3}+10\sqrt{3}=20\sqrt{3}$ (m)

답 $20\sqrt{3}$ m

0242 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AH}=6$ cm



$\triangle$ABH에서

$\sin(\angle ABH)=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\angle$ABH$=30^\circ$

$\angle$BAC$=\angle$BAD (접은 각), $\angle$ABC$=\angle$BAD (엇각)

이므로 $\angle$BAC$=\angle$ABC

$\angle$CAH$=90^\circ-(30^\circ+30^\circ)=30^\circ$이므로 $\triangle$HAC에서

$\overline{AC}=\dfrac{6}{\cos 30^\circ}=6\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{AC}=4\sqrt{3}$ cm

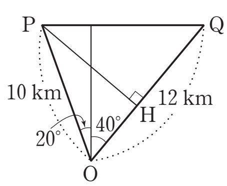
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times6=12\sqrt{3}$ (cm^2)

답 $12\sqrt{3}$ cm^2

0243 $\overline{OP}=2\times5=10$ (km),

$\overline{OQ}=2\times6=12$ (km)

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{OQ}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\triangle$POH에서 $\angle$POH$=60^\circ$이므로



$\overline{PH}=10\sin 60^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$ (km)

$\overline{OH}=10\cos 60^\circ=10\times\dfrac{1}{2}=5$ (km)

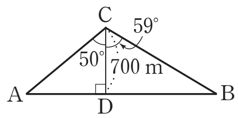
$\triangle$PHQ에서 $\overline{HQ}=\overline{OQ}-\overline{OH}=12-5=7$ (km)이므로

$\overline{PQ}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{124}=2\sqrt{31}$ (km)

따라서 두 지점 P, Q 사이의 거리는 $2\sqrt{31}$ km이다.

답 $2\sqrt{31}$ km

0244 오른쪽 그림과 같이 비행기의 위치를 C라 하고 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\triangle$CAD에서 $\angle$ACD$=50^\circ$이므로

$\overline{AD}=700\tan 50^\circ=700\times1.19=833$ (m)

$\triangle$CDB에서 $\angle$BCD$=59^\circ$이므로

$\overline{BD}=700\tan 59^\circ=700\times1.66=1162$ (m)

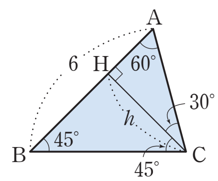
$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=833+1162=1995$ (m)

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 1995 m이다.

답 1995 m

0245 $\angle A=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{CH}=h$라고 하면



$\triangle$AHC에서 $\angle$ACH$=30^\circ$이므로 $\overline{AH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\triangle$BCH에서 $\angle$BCH$=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$이므로

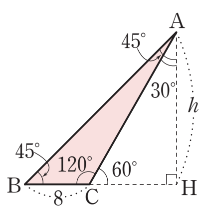
$6=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+h,\ \dfrac{\sqrt{3}+3}{3}h=6$

$\therefore h=\dfrac{18}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{18(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=3(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times3(3-\sqrt{3})=9(3-\sqrt{3})$

답 $9(3-\sqrt{3})$

0246 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H, $\overline{AH}=h$라고 하면



$\triangle$ABH에서 $\angle$BAH$=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$ACH에서 $\angle$ACH$=60^\circ$,

$\angle$CAH$=30^\circ$이므로 $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$8=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\ \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=8$

$\therefore\ h=\dfrac{24}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{24(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=4(3+\sqrt{3})$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 8\times 4(3+\sqrt{3})=16(3+\sqrt{3})$

답 $16(3+\sqrt{3})$

0247 세 삼각형의 넓이가 모두 같으므로

$\dfrac{1}{2}ab\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}ac\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}bc\sin 45^\circ$

$\dfrac{1}{2}ab\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}ac\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}bc\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\dfrac{1}{4}ab=\dfrac{\sqrt{3}}{4}ac=\dfrac{\sqrt{2}}{4}bc$

$\therefore\ ab=\sqrt{3}ac=\sqrt{2}bc$

$ab=\sqrt{3}ac$에서 $b=\sqrt{3}c$

$ab=\sqrt{2}bc$에서 $a=\sqrt{2}c$

$\therefore\ a:b:c=\sqrt{2}c:\sqrt{3}c:c=\sqrt{2}:\sqrt{3}:1$

답 $\sqrt{2}:\sqrt{3}:1$

0248 $\triangle BCD$는 직각이등변삼각형이므로

$\angle CBD=\angle CDB=45^\circ$

$\overline{BC}=4\sqrt{2}\cos 45^\circ=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4$

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{DA}=\overline{BC}=4$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=4,\ \overline{AC}=8$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times 8\right)=8$

또 $\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times 4\sqrt{2}\times\sin x=8\sqrt{10}\sin x$이므로

$8\sqrt{10}\sin x=8\qquad\therefore\ \sin x=\dfrac{8}{8\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

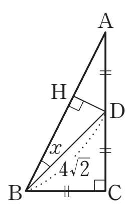
답 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

다른 풀이 $\angle BDA=180^\circ-45^\circ=135^\circ$이므로

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



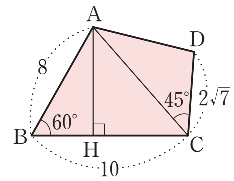
$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times\overline{DH}=2\sqrt{5}\,\overline{DH}$

즉 $2\sqrt{5}\,\overline{DH}=8$이므로 $\overline{DH}=\dfrac{8}{2\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

따라서 $\triangle BDH$에서

$\sin x=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\div 4\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

0249 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 고 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-4=6$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$

$\therefore\ \square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

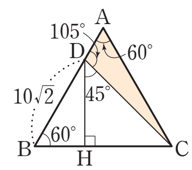
$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 4\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{21}\times 2\sqrt{7}\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 4\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{21}\times 2\sqrt{7}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=20\sqrt{3}+7\sqrt{6}$

답 $20\sqrt{3}+7\sqrt{6}$

0250 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\triangle DBH$에서



$\overline{BH}=10\sqrt{2}\cos 60^\circ=10\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}$

$=5\sqrt{2}$

$\overline{DH}=10\sqrt{2}\sin 60^\circ=10\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{6}$

$\angle CDH=180^\circ-(30^\circ+105^\circ)=45^\circ$이므로

$\triangle DHC$에서 $\overline{CH}=5\sqrt{6}\tan 45^\circ=5\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=5\sqrt{2}+5\sqrt{6}=5(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

이때 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}=5(\sqrt{2}+\sqrt{6})$이므로

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=5(\sqrt{2}+\sqrt{6})-10\sqrt{2}=5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

$\therefore\ \triangle ADC=\dfrac{1}{2}\times 5(\sqrt{6}-\sqrt{2})\times 5(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 5(\sqrt{6}-\sqrt{2})\times 5(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=25\sqrt{3}$

답 $25\sqrt{3}$

0251 $\overline{AB}=x,\ \overline{BC}=y$라고 하면

$\overline{A'B}=\dfrac{80}{100}x=\dfrac{4}{5}x,\ \overline{BC'}=\dfrac{120}{100}y=\dfrac{6}{5}y$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}xy\sin B$

$\triangle A'BC'=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{5}x\times\dfrac{6}{5}y\times\sin B$

$=\dfrac{24}{25}\times\dfrac{1}{2}xy\sin B=\dfrac{24}{25}\triangle ABC$

따라서 $\dfrac{24}{25}=\dfrac{96}{100}$이므로 $\triangle A'BC'$의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 비교하여 4 % 줄어든다.

답 ③

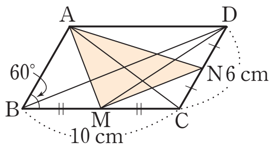
0252 $\angle A+\angle D=180^\circ$이고 $\angle A:\angle D=3:1$이므로

$\angle D=180^\circ\times\dfrac{1}{4}=45^\circ$

$\therefore \triangle DOC=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times(4\times3\times\sin 45^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(4\times3\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 　답 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

0253 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$\triangle AND=\frac{1}{2}\triangle ACD=\frac{1}{4}\square ABCD$

또 $\overline{DM}$, $\overline{DB}$를 각각 그으면

$\triangle NMC=\frac{1}{2}\triangle DMC=\frac{1}{4}\triangle DBC=\frac{1}{8}\square ABCD$

$\therefore \triangle AMN$

$=\square ABCD-(\triangle ABM+\triangle AND+\triangle NMC)$

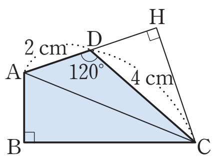
$=\square ABCD$

$-\left(\frac{1}{4}\square ABCD+\frac{1}{4}\square ABCD+\frac{1}{8}\square ABCD\right)$

$=\frac{3}{8}\square ABCD=\frac{3}{8}\times(6\times10\times\sin 60^\circ)$

$=\frac{3}{8}\times\left(6\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{45\sqrt{3}}{4}\ (\text{cm}^2)$ 　답 $\frac{45\sqrt{3}}{4}\ \text{cm}^2$

0254 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고



$\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AB}=k$ cm, $\overline{BC}=\sqrt{3}k$ cm

$(k>0)$라고 하면 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{k^2+(\sqrt{3}k)^2}=\sqrt{4k^2}=2k\ (\text{cm})\ (\because k>0)$ ⋯⋯ ㉠

한편 꼭짓점 C에서 $\overline{AD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\angle HDC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로 $\triangle DCH$에서

$\overline{CH}=4\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\overline{DH}=4\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2\ (\text{cm})$

$\triangle ACH$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2+2)^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}\ (\text{cm})$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서

$2k=2\sqrt{7}$ 　$\therefore k=\sqrt{7}$

즉 $\overline{AB}=\sqrt{7}$ cm, $\overline{BC}=\sqrt{21}$ cm

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{21}\times\sqrt{7}+\frac{1}{2}\times2\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{21}\times\sqrt{7}+\frac{1}{2}\times2\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{7\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{3}=\frac{11\sqrt{3}}{2}\ (\text{cm}^2)$ 　답 $\frac{11\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}^2$

서술형 Power Up!

p.46~p.50

0255 (1) $\sin A=\frac{a}{c}$

(2) $\tan A=\frac{a}{b}$, $\tan B=\frac{b}{a}$이므로 $\tan A=\frac{1}{\tan B}$

따라서 $\tan A$와 $\tan B$는 항상 역수 관계이다.

(3) $\sin B=\frac{b}{c}$, $\cos B=\frac{a}{c}$이므로

$a\neq b$이면 $\sin B$와 $\cos B$의 값은 같지 않다.

답 (1) ×, 풀이 참조 (2) ○ (3) ×, 풀이 참조

0256 (1) $\cos 52^\circ<\sin 52^\circ$

(4) $0^\circ<A<90^\circ$일 때, $\sin A>0$, $\cos A>0$이고 A의 크기가 증가하면 $\sin A$의 값은 증가하고 $\cos A$의 값은 감소하므로 $\frac{\sin A}{\cos A}$의 값은 증가한다.

답 (1) ×, 풀이 참조 (2) ○ (3) ○ (4) ○ (5) ○

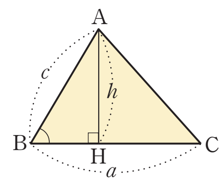
0257 답 (1) ① 0.5736 ② $\cos x$ ③ 55°

(2) ① $\sin x$ ② 0.8192

(3) ① $\tan x$ ② 1.4281

0258 답 3, $\sqrt{13}$, AA, ACB, ACB, $\overline{AB}$, $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

0259 답 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{AH}=h$라고 하면



$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\overline{AB}\sin B$

이므로 $h=c\sin B$

$\therefore S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}ac\sin B$

0260 (1) $\tan a=\frac{4}{3}$이므로 $a=(\text{기울기})=\frac{4}{3}$

(2) $\triangle AOB$에서 $\tan a=\frac{4}{3}$이므로

$\overline{AO}=3k$, $\overline{BO}=4k\ (k>0)$라고 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(3k)^2+(4k)^2}=\sqrt{25k^2}=5k\ (\because k>0)$

이때 $\overline{AO}\times\overline{BO}=\overline{AB}\times\overline{OH}$이므로

$3k\times4k=5k\times2$, $12k^2-10k=0$

$6k^2-5k=0$, $k(6k-5)=0$ 　$\therefore k=\frac{5}{6}\ (\because k>0)$

$\overline{BO}=4k=4\times\frac{5}{6}=\frac{10}{3}$이므로

$b=(y\text{절편})=\frac{10}{3}$

(3) $a+b=\frac{4}{3}+\frac{10}{3}=\frac{14}{3}$

답 (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{10}{3}$ (3) $\frac{14}{3}$

0261 (1) $2x^2-3x+1=0$에서 $(x-1)(2x-1)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

(2) $A>B$이므로 $\sin A=1$, $\sin B=\frac{1}{2}$

$\sin A=1$에서 $A=90°$

$\sin B=\frac{1}{2}$에서 $B=30°$

(3) $\tan(A-B)=\tan(90°-30°)=\tan 60°=\sqrt{3}$

답 (1) $x=1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (2) $A=90°$, $B=30°$ (3) $\sqrt{3}$

0262 (1) $\triangle$DGH에서 $\overline{DG}=\frac{10}{\cos 60°}=10\div\frac{1}{2}=20$

(2) $\triangle$DGH에서 $\overline{DH}=10\tan 60°=10\sqrt{3}$

$\triangle$BFG에서 $\overline{BF}=\overline{DH}=10\sqrt{3}$이므로

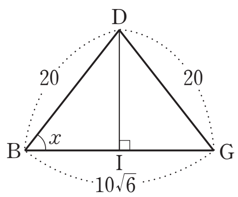
$\overline{BG}=\frac{10\sqrt{3}}{\sin 45°}=10\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{6}$

(3) $\triangle$BCG에서

$\overline{BC}=\sqrt{(10\sqrt{6})^2-(10\sqrt{3})^2}=\sqrt{300}=10\sqrt{3}$

$\triangle$BCD에서 $\overline{BD}=\sqrt{(10\sqrt{3})^2+10^2}=\sqrt{400}=20$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BG}$에 내린 수선의 발을 I라고 하면 $\triangle$DBG는 $\overline{DB}=\overline{DG}$인 이등변삼각형이므로



$\overline{BI}=\overline{GI}=\frac{1}{2}\overline{BG}=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

따라서 $\triangle$DBI에서 $\cos x=\frac{5\sqrt{6}}{20}=\frac{\sqrt{6}}{4}$

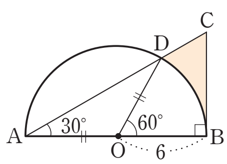
답 (1) 20 (2) $10\sqrt{6}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

0263 (1) $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=12$이므로

$\overline{BC}=12\tan 30°=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로



$\angle ODA=\angle OAD=30°$

$\angle AOD=180°-(30°+30°)$
$=120°$

$\angle DOB=180°-120°=60°$

$\therefore$ ($\overline{AB}$, $\overline{AD}$와 $\overset{\frown}{BD}$로 이루어진 부분의 넓이)

$=(\triangle AOD$의 넓이$)+($부채꼴 DOB의 넓이$)$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin(180°-120°)+\pi\times 6^2\times\frac{60}{360}$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\pi\times 6^2\times\frac{1}{6}$

$=9\sqrt{3}+6\pi$

(3) $24\sqrt{3}-(9\sqrt{3}+6\pi)=15\sqrt{3}-6\pi$

답 (1) $24\sqrt{3}$ (2) $9\sqrt{3}+6\pi$ (3) $15\sqrt{3}-6\pi$

0264 $A(0, 2)$, $B(\sqrt{3}, 0)$이므로

$\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}$

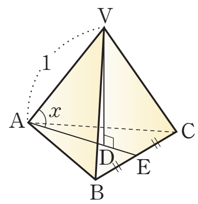
$\therefore \sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

답 $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

0265 $\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$이므로

$\triangle$ABE에서 $\overline{AE}=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 D라고 하면 점 D는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AD}=\frac{2}{3}\overline{AE}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

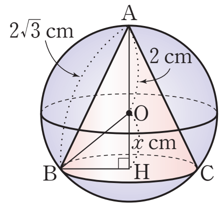


따라서 $\triangle$VAD에서

$\cos x=\frac{\sqrt{3}}{3}\div 1=\frac{\sqrt{3}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

0266 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 긋고 $\overline{OH}=x$ cm라고 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}^2=(2\sqrt{3})^2-(2+x)^2$

$\triangle$OBH에서 $\overline{BH}^2=2^2-x^2$

즉 $(2\sqrt{3})^2-(2+x)^2=2^2-x^2$에서

$12-(4+4x+x^2)=4-x^2$

$4x=4$ $\quad\therefore x=1$

$\triangle$OBH에서 $\overline{BH}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$ (cm)

따라서 $\triangle$ABH에서

$\sin A-\tan A\times\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{3}}$
$=0$

답 0

0267 $\triangle$CAB에서

$\overline{BC}=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{AB}=\cos 60°=\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$\triangle$EAD에서

$\overline{DE}=\tan 60°=\sqrt{3}$

$\overline{EA}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$

$\therefore \overline{EC}=\overline{EA}-\overline{AC}=2-1=1$

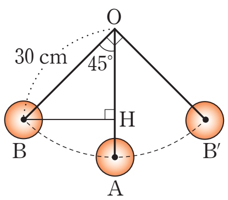
따라서 □CBDE의 둘레의 길이는

$\overline{CB}+\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}+\sqrt{3}+1$
$=\frac{3\sqrt{3}+3}{2}$

답 $\frac{3\sqrt{3}+3}{2}$

0268 $45^\circ < x < 90^\circ$일 때, $\sin x > \cos x$이므로
$\sin x - \cos x > 0$, $\cos x - \sin x < 0$
$\therefore \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} + \sqrt{(\cos x - \sin x)^2}$
$= (\sin x - \cos x) - (\cos x - \sin x)$
$= \sin x - \cos x - \cos x + \sin x$
$= 2\sin x - 2\cos x$　　　　답 $2\sin x - 2\cos x$

0269 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{\text{OA}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △OBH에서



$\overline{\text{OH}} = 30\cos 45^\circ$
$= 30 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$ (cm)
$\therefore \overline{\text{AH}} = \overline{\text{OA}} - \overline{\text{OH}} = 30 - 15\sqrt{2}$ (cm)
따라서 추는 A 지점을 기준으로 $(30-15\sqrt{2})$ cm의 높이에 있다.　　　　답 $(30-15\sqrt{2})$ cm

0270 $\overline{\text{CD}} = h$ m라고 하면
△CAD에서 ∠ACD$=68^\circ$이므로
$\overline{\text{AD}} = h\tan 68^\circ = 2.5h$ (m)
△CBD에서 ∠BCD$=48^\circ$이므로
$\overline{\text{BD}} = h\tan 48^\circ = 1.1h$ (m)
$\overline{\text{AB}} = \overline{\text{AD}} - \overline{\text{BD}}$이므로
$40 = 2.5h - 1.1h$, $1.4h = 40$　　$\therefore h = \dfrac{200}{7}$
따라서 $\overline{\text{CD}}$의 길이는 $\dfrac{200}{7}$ m이다.　　　　답 $\dfrac{200}{7}$ m

0271 (1) $\overline{\text{BM}} = \overline{\text{MC}}$이므로
$\triangle\text{AMC} = \dfrac{1}{2}\triangle\text{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 32\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ (cm^2)
(2) $\triangle\text{AMC} = \dfrac{1}{2} \times 8 \times \overline{\text{MC}} \times \sin 60^\circ$
$= \dfrac{1}{2} \times 8 \times \overline{\text{MC}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\,\overline{\text{MC}}$ (cm^2)
즉 $2\sqrt{3}\,\overline{\text{MC}} = 16\sqrt{3}$이므로
$\overline{\text{MC}} = \dfrac{16\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 8$ (cm)
(3) $\overline{\text{AM}} = \overline{\text{MC}} = \overline{\text{BM}}$이므로
△ABM은 $\overline{\text{AM}} = \overline{\text{BM}}$인 이등변삼각형이다.
즉 ∠BAM$=$∠ABM$=\angle x$이므로
△ABM에서
$\angle x + \angle x = 60^\circ$, $2\angle x = 60^\circ$　　$\therefore \angle x = 30^\circ$
$\therefore \sin x = \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$
답 (1) $16\sqrt{3}$ cm^2 (2) 8 cm (3) $\dfrac{1}{2}$

STEP 1 기초 Build

p.53

0272 $\overline{\text{BM}} = \overline{\text{AM}} = 7$ cm이므로 $x=7$　　답 7

0273 $\overline{\text{AB}} = 2\overline{\text{BM}} = 2 \times 6 = 12$ (cm)이므로 $x=12$　　답 12

0274 $\overline{\text{OM}} = \overline{\text{ON}}$이므로 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{CD}} = 8$　　$\therefore x=8$　　답 8

0275 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{CD}}$이므로 $\overline{\text{ON}} = \overline{\text{OM}} = 3$　　$\therefore x=3$　　답 3

0276 $\overline{\text{OM}} = \overline{\text{ON}}$이므로 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{CD}} = 2\overline{\text{CN}} = 2 \times 3 = 6$
$\therefore x=6$　　답 6

0277 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{AC}}$이므로 $\overline{\text{OM}} = \overline{\text{ON}} = 4$　　$\therefore x=4$　　답 4

0278 $\overline{\text{PA}} = \overline{\text{PB}} = 5$ cm이므로 $x=5$　　답 5

0279 ∠PAO$=$∠PBO$=90^\circ$이므로 □AOBP에서
∠P$=360^\circ-(90^\circ+150^\circ+90^\circ)=30^\circ$
$\therefore x=30$　　답 30

0280 $\overline{\text{PA}} = \overline{\text{PB}}$이므로 ∠PBA$=$∠PAB$=62^\circ$
$\therefore x=62$　　답 62

0281 △OAP에서 $\overline{\text{PA}} = \sqrt{10^2-4^2} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$ (cm)
$\overline{\text{PB}} = \overline{\text{PA}} = 2\sqrt{21}$ cm이므로 $x = 2\sqrt{21}$　　답 $2\sqrt{21}$

0282 $\overline{\text{AD}} = \overline{\text{AF}} = 5$　　$\therefore a=5$
$\overline{\text{BE}} = \overline{\text{BD}} = 4$　　$\therefore b=4$
$\overline{\text{CF}} = \overline{\text{CE}} = 3$　　$\therefore c=3$　　답 $a=5$, $b=4$, $c=3$

0283 $\overline{\text{AF}} = \overline{\text{AD}} = 8$　　$\therefore a=8$
$\overline{\text{BE}} = \overline{\text{BD}} = 4$　　$\therefore b=4$
$\overline{\text{CF}} = \overline{\text{CE}} = 9$　　$\therefore c=9$　　답 $a=8$, $b=4$, $c=9$

0284 $\overline{\text{BE}} = \overline{\text{BD}} = 7$　　$\therefore a=7$
$\overline{\text{AF}} = \overline{\text{AD}} = 11-7=4$　　$\therefore c=4$
$\overline{\text{CE}} = \overline{\text{CF}} = 9-4=5$　　$\therefore b=5$　　답 $a=7$, $b=5$, $c=4$

0285 $\overline{\text{BD}} = \overline{\text{BE}} = 8$　　$\therefore a=8$
$\overline{\text{CF}} = \overline{\text{CE}} = 12-8=4$　　$\therefore b=4$
$\overline{\text{AD}} = \overline{\text{AF}} = 8-4=4$　　$\therefore c=4$　　답 $a=8$, $b=4$, $c=4$

0286 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$10+x=5+12 \quad \therefore x=7$ 답 7

0287 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$10+15=7+x \quad \therefore x=18$ 답 18

0288 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$8+7=5+(x+4) \quad \therefore x=6$ 답 6

0289 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$12+8=6+(8+x) \quad \therefore x=6$ 답 6

STEP 2 적중유형 Drill

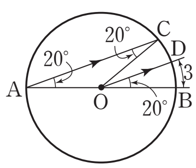
p.54~p.66

0290 $\angle AOB : \angle COD=\widehat{AB} : \widehat{CD}$이므로
$25^\circ : \angle COD=3 : 15 \quad \therefore \angle COD=125^\circ$ 답 125°

0291 ① $\overline{OA}, \overline{OC}, \overline{OE}$는 한 원의 반지름이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{OE}$
② $\angle AOB=\angle BOC$이므로 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$
③ $\angle BOC=\angle DOE$이므로 $\overline{BC}=\overline{DE}$
④ 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
$\angle AOC=2\angle DOE$이므로 $\widehat{AC}=2\widehat{DE}$
⑤ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{AC}\neq 2\overline{AB}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0292 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA$
$=\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}$
$=2 : 3 : 4$
$\therefore \angle BOC=360^\circ\times\dfrac{3}{2+3+4}=120^\circ$ 답 120°

0293 $\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로
$\angle CAO=\angle DOB=20^\circ$ (동위각)
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면
$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로
$\angle ACO=\angle CAO=20^\circ$
$\therefore \angle AOC=180^\circ-(20^\circ+20^\circ)$
$=140^\circ$
$\angle AOC : \angle DOB=\widehat{AC} : \widehat{BD}$이므로
$140^\circ : 20^\circ=\widehat{AC} : 3 \quad \therefore \widehat{AC}=21$ 답 21

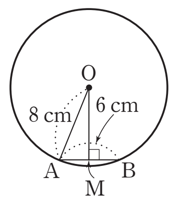


0294 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로
$\angle OCD=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로
$\angle AOC=\angle OCD=40^\circ$ (엇각)
$\angle AOC : \angle COD=\widehat{AC} : \widehat{CD}$이므로
$40^\circ : 100^\circ=\widehat{AC} : 20\pi \quad \therefore \widehat{AC}=8\pi\,(\text{cm})$ 답 8π cm

0295 $\triangle ODE$에서 $\overline{OD}=\overline{DE}$이므로
$\angle DOE=\angle DEO=15^\circ$
$\therefore \angle ODC=15^\circ+15^\circ=30^\circ$
$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로
$\angle OCD=\angle ODC=30^\circ$
$\triangle OCE$에서 $\angle AOC=30^\circ+15^\circ=45^\circ$
$\angle AOC : \angle BOD=\widehat{AC} : \widehat{BD}$이므로
$45^\circ : 15^\circ=12 : \widehat{BD} \quad \therefore \widehat{BD}=4\,(\text{cm})$ 답 4 cm

0296 $\triangle OAM$에서
$\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times8=16\,(\text{cm})$ 답 16 cm

0297 구하는 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{OM}$의 길이와 같다.
$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$
$\triangle OAM$에서
$\overline{OM}=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}\,(\text{cm})$

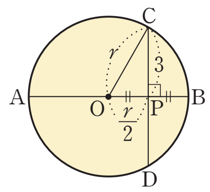


답 $\sqrt{55}$ cm

0298 $\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{MC}=4-1=3\,(\text{cm})$
$\triangle OMB$에서 $\overline{BM}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=\sqrt{7}$ cm 답 $\sqrt{7}$ cm

0299 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-3)$ cm
$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$
$\triangle OAM$에서
$r^2=(r-3)^2+6^2,\ r^2=r^2-6r+9+36$
$6r=45 \quad \therefore r=\dfrac{15}{2}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\dfrac{15}{2}$ cm이다.
답 $\dfrac{15}{2}$ cm

0300 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



$\overline{OC}=r$, $\overline{OP}=\frac{r}{2}$

$\overline{CP}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times6=3$

△COP에서

$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+3^2$, $\frac{3}{4}r^2=9$ $\quad\therefore r^2=12$

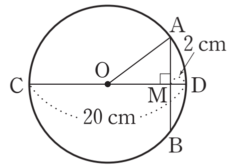
따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times r^2=\pi\times12=12\pi$ 답 12π

0301 $\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{OM}=\overline{OD}-\overline{MD}=10-2=8\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OD}=10$ cm이므로

△AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6=12\,(\text{cm})$

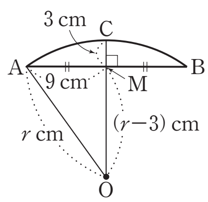
답 12 cm

0302 $\angle BOM=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

△OMB에서 $\overline{BM}=5\tan60^\circ=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$ 답 $10\sqrt{3}$

0303 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-3)$ cm

△AOM에서

$r^2=(r-3)^2+9^2$

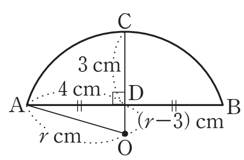
$r^2=r^2-6r+9+81$

$6r=90 \quad\therefore r=15$

따라서 원 O의 지름의 길이는 30 cm이다. 답 30 cm

0304 $\overline{CD}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-3)$ cm

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

△AOD에서

$r^2=(r-3)^2+4^2$, $r^2=r^2-6r+9+16$

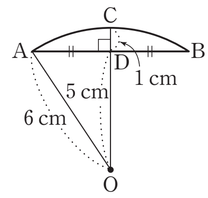
$6r=25 \quad\therefore r=\frac{25}{6}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{25}{6}$ cm이다.

답 $\frac{25}{6}$ cm

0305 $\overline{CD}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=6$ cm

$\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}=6-1=5\,(\text{cm})$

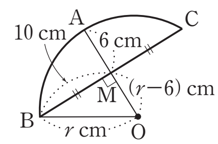
△AOD에서

$\overline{AD}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AD}=2\times\sqrt{11}=2\sqrt{11}\,(\text{cm})$ 답 $2\sqrt{11}$ cm

0306 $\overline{AM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OB}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-6)$ cm

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$

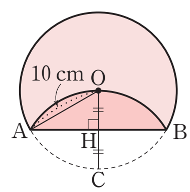
△BOM에서

$r^2=(r-6)^2+10^2$, $r^2=r^2-12r+36+100$

$12r=136 \quad\therefore r=\frac{34}{3}$

따라서 거울의 반지름의 길이는 $\frac{34}{3}$ cm이다. 답 $\frac{34}{3}$ cm

0307 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{OH}$의 연장선이 원과 만나는 점을 C라고 하면



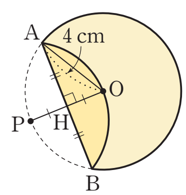
$\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

△OAH에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 $10\sqrt{3}$ cm

0308 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 $\overline{OP}$의 교점을 H라고 하면 $\angle AHO=90^\circ$



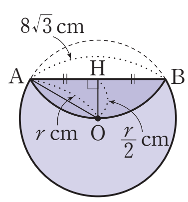
$\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OP}=\frac{1}{2}\times4=2\,(\text{cm})$

△OAH에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 $4\sqrt{3}$ cm

0309 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OH}=\frac{r}{2}$ cm

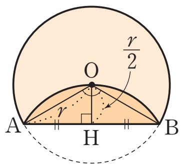
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

△AOH에서 $r^2=(4\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$

$r^2=48+\frac{r^2}{4}$, $\frac{3}{4}r^2=48$

$r^2=64 \quad\therefore r=8\ (\because r>0)$ 답 8 cm

0310 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



$\overline{OA}=r$, $\overline{OH}=\frac{r}{2}$

$\triangle OAH$에서

$\cos(\angle AOH)=\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\frac{r}{2}\div r=\frac{1}{2}$

이때 $\angle AOH<90^\circ$이므로 $\angle AOH=60^\circ$

$\triangle OAH\equiv\triangle OBH$이므로 $\angle AOH=\angle BOH$

$\therefore \angle AOB=2\angle AOH=2\times60^\circ=120^\circ$ 답 120°

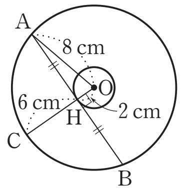
0311 $\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle OHB$에서

$\overline{OB}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$ 답 5 cm

0312 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OC}=2+6=8\,(\text{cm})$

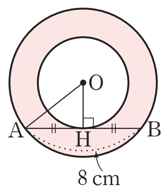
$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\triangle OAH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{15}$

$=4\sqrt{15}\,(\text{cm})$ 답 $4\sqrt{15}$ cm

0313 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 작은 원의 접점을 H, 큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

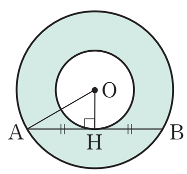
$\triangle OAH$에서 $R^2=4^2+r^2$ $\therefore R^2-r^2=16$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi R^2-\pi r^2$

$=\pi(R^2-r^2)$

$=16\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 16π cm^2

0314 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 작은 원의 접점을 H, 큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 색칠한 부분의 넓이가 27π cm^2이므로



$\pi R^2-\pi r^2=27\pi$, $\pi(R^2-r^2)=27\pi$ $\therefore R^2-r^2=27$

$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\triangle OAH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 $6\sqrt{3}$ cm

0315 $\triangle OMB$에서 $\overline{BM}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=2\sqrt{6}$ 답 $2\sqrt{6}$

0316 $\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{CN}=\overline{DN}=3\sqrt{3}$ cm

$\triangle OCN$에서 $\overline{ON}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{OM}=\overline{ON}=3\sqrt{6}$ cm 답 $3\sqrt{6}$ cm

0317 ① $\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}$

② $\overline{OH}=\overline{OI}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

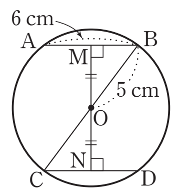
③ $\overline{OH}$와 $\overline{OI}$는 각각 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$를 수직이등분하고 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=\overline{CI}=\overline{DI}$

④ $\overline{AH}=\overline{OH}$인지 알 수 없다.

⑤ $\triangle OAH$와 $\triangle OCI$에서 $\angle OHA=\angle OIC=90^\circ$, $\overline{OA}=\overline{OC}$ (반지름), $\overline{OH}=\overline{OI}$이므로 $\triangle OAH\equiv\triangle OCI$ (RHS 합동)

따라지 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0318 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 세 점 M, O, N은 일직선 위에 있다.



$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$

이므로 $\triangle OBM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4\,(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

$\therefore \overline{MN}=2\overline{OM}=2\times4=8\,(\text{cm})$

따라서 두 현 AB, CD 사이의 거리는 8 cm이다. 답 8 cm

0319 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$ 답 56°

0320 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CBA=\angle CAB=70^\circ$

$\therefore \angle BCA=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$ 답 40°

0321 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\square MBNO$에서

$\angle MBN=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+124^\circ)=56^\circ$

$\therefore \angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$ 답 62°

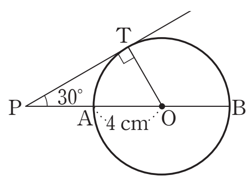
0322 ①, ⑤ $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8\ (\text{cm})$
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
$\therefore\ \angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}=8\ \text{cm}$
② $\overline{CN}=\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8=4\ (\text{cm})$
③, ④ $\overline{AO}$를 그으면 $\triangle OAM\equiv\triangle OAN$이므로
$\angle OAM=\angle OAN=30^\circ$
$\triangle OAN$에서 $\overline{ON}=4\tan30^\circ=\frac{4\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm})$
$\overline{OA}=\frac{4}{\cos30^\circ}=4\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm})$
따라지 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0323 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}$
즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.
$\overline{AO}$를 그으면 $\triangle ADO\equiv\triangle AFO$이므로
$\angle DAO=\frac{1}{2}\angle DAF=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
이때 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3\ (\text{cm})$이므로
$\triangle ADO$에서 $\overline{AO}=\frac{3}{\cos30^\circ}=3\div\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $12\pi\ \text{cm}^2$

0324 $\triangle POT$에서 $\angle PTO=90^\circ$이고
$\overline{TO}=\overline{AO}=4\ \text{cm}$,
$\overline{PO}=\overline{PA}+\overline{AO}=2+4=6\ (\text{cm})$이므로
$\overline{PT}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ (\text{cm})$ 답 $2\sqrt{5}\ \text{cm}$

0325 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\overline{OT}=r$ cm, $\overline{PO}=4+r\ (\text{cm})$
$\angle PTO=90^\circ$이므로 $\triangle OPT$에서
$(4+r)^2=8^2+r^2,\ 16+8r+r^2=64+r^2$
$8r=48\qquad\therefore\ r=6$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times6^2=36\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $36\pi\ \text{cm}^2$

0326 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면
$\overline{OT}=\overline{AO}=4\ \text{cm}$,
$\angle PTO=90^\circ$이므로
$\triangle POT$에서



$\overline{PT}=\frac{4}{\tan30^\circ}=4\div\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}\ (\text{cm})$ 답 $4\sqrt{3}\ \text{cm}$

0327 $\triangle PBA$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)=61^\circ$
$\therefore\ \angle OAB=\angle PAO-\angle PAB=90^\circ-61^\circ=29^\circ$ 답 29°

0328 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
따라서 $\triangle PAB$는 정삼각형이므로 그 둘레의 길이는
$3\overline{PA}=3\times12=36\ (\text{cm})$ 답 36 cm

0329 $\angle PBO=90^\circ$이므로
$\angle PBA=\angle PBO-\angle ABC=90^\circ-24^\circ=66^\circ$
$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$에서
$\angle P=180^\circ-2\times66^\circ=48^\circ$ 답 48°

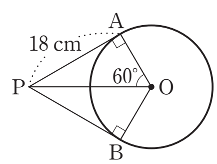
0330 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □PAOB에서
$\angle AOB=360^\circ-(50^\circ+90^\circ+90^\circ)=130^\circ$
따라서 색칠한 부분의 중심각의 크기는
$360^\circ-130^\circ=230^\circ$
원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 색칠한 부분의 넓이가 $23\pi\ \text{cm}^2$이므로
$\pi\times r^2\times\frac{230}{360}=23\pi,\ r^2=36\qquad\therefore\ r=6\ (\because\ r>0)$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

0331 $\overline{PA}=\overline{PB}=12,\ \angle PAO=90^\circ$이므로
$\triangle AOP$에서 $\overline{PO}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13$
$\therefore\ \overline{PC}=\overline{PO}-\overline{CO}=13-5=8$ 답 8

0332 $\overline{OP}=\overline{OC}+\overline{CP}=8+9=17,\ \angle PAO=90^\circ$이므로
$\triangle AOP$에서 $\overline{PA}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15$
$\therefore\ \overline{PB}=\overline{PA}=15$ 답 15

0333 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면
$\overline{CO}=r,\ \overline{PO}=\overline{PC}+\overline{CO}=4\sqrt{2}+r$
$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle APO$에서
$(4\sqrt{2}+r)^2=8^2+r^2,\ 32+8\sqrt{2}r+r^2=64+r^2$
$8\sqrt{2}r=32\qquad\therefore\ r=\frac{32}{8\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$이다. 답 $2\sqrt{2}$

0334 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면
$\triangle APO\equiv\triangle BPO$이므로
$\angle AOP=\angle BOP=60^\circ$
$\triangle APO$에서

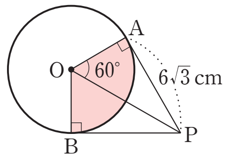


$\overline{OA}=\frac{18}{\tan60^\circ}=18\div\sqrt{3}=6\sqrt{3}\ (\text{cm})$ 답 $6\sqrt{3}\ \text{cm}$

0335 $\angle PAO=\angle PBO=90^{\circ}$이므로 □AOBP에서

$\angle AOB=360^{\circ}-(90^{\circ}+90^{\circ}+60^{\circ})=120^{\circ}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면



$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$이므로

$\angle AOP=\angle BOP=60^{\circ}$

$\triangle AOP$에서

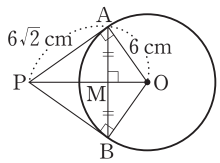
$\overline{OA}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\tan 60^{\circ}}=6\sqrt{3}\div\sqrt{3}$

$=6\ (\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times6^2\times\dfrac{120}{360}=12\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $12\pi\ \text{cm}^2$

0336 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 긋고 $\overline{PO}$와 $\overline{AB}$의 교점을 M이라고 하면



$\overline{AB}\perp\overline{PO},\ \overline{AM}=\overline{BM}$

$\angle PAO=90^{\circ}$이므로

$\triangle APO$에서

$\overline{PO}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\overline{PA}\times\overline{OA}=\overline{AM}\times\overline{PO}$이므로

$6\sqrt{2}\times6=\overline{AM}\times6\sqrt{3}\qquad\therefore\ \overline{AM}=\dfrac{36\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=2\sqrt{6}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{6}=4\sqrt{6}\ (\text{cm})$ 답 $4\sqrt{6}$ cm

참고 $\triangle APO\equiv\triangle BPO$이므로 $\angle POA=\angle POB$

$\triangle OAM$과 $\triangle OBM$에서

$\overline{OA}=\overline{OB}$ (반지름), $\angle MOA=\angle MOB$, $\overline{OM}$은 공통이므로

$\triangle OAM\equiv\triangle OBM$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{AB}\perp\overline{PO},\ \overline{AM}=\overline{BM}$

0337 $\overline{AD}=\overline{AF},\ \overline{BD}=\overline{BE},\ \overline{CE}=\overline{CF}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}$

즉 $2\overline{AD}=7+6+9=22$이므로 $\overline{AD}=11\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=11-7=4\ (\text{cm})$ 답 4 cm

0338 $\overline{AD}=\overline{AF},\ \overline{BD}=\overline{BE},\ \overline{CE}=\overline{CF}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}$

$=2\times8=16\ (\text{cm})$ 답 16 cm

0339 $\overline{AD}=\overline{AF}=17$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=17-13=4\ (\text{cm})$

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AF}-\overline{AC}=17-11=6\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=4+6=10\ (\text{cm})$ 답 10 cm

0340 $\angle ADO=90^{\circ}$이므로 $\triangle AOD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{15^2-7^2}=\sqrt{176}=4\sqrt{11}\ (\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{AF},\ \overline{BD}=\overline{BE},\ \overline{CE}=\overline{CF}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}$

$=2\times4\sqrt{11}=8\sqrt{11}\ (\text{cm})$

답 $8\sqrt{11}$ cm

0341 $\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}=13+7=20\ (\text{cm})$,

$\overline{BE}=\overline{BD}=7$ cm이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-7=5\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AF}-\overline{CF}=20-5=15\ (\text{cm})$ 답 15 cm

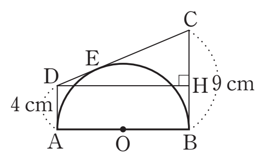
0342 ① $\overline{AE}$, $\overline{AF}$는 원 O의 접선이므로 $\overline{AE}=\overline{AF}$

② $\overline{CE}$, $\overline{CD}$는 원 O의 접선이므로 $\overline{CE}=\overline{CD}$

⑤ $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AF}+\overline{AE}=2\overline{AE}$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

0343 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=4$ cm

$\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{CE}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$=4+9=13\ (\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-4=5\ (\text{cm})$

$\triangle CDH$에서 $\overline{DH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DH}=12$ cm 답 12 cm

0344 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{DE}+\overline{CE}=\overline{CD}=7$ cm

$\therefore$ □$ABCD=\dfrac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$

$=\dfrac{1}{2}\times7\times6=21\ (\text{cm}^2)$ 답 21 cm^2

0345 ①, ② 두 직선 l, m은 반원 O와 점 A, B에서 각각 접하므로

$l\perp\overline{AB},\ m\perp\overline{AB}\qquad\therefore\ l\,/\!/\,m$

③ $\overline{AC}+\overline{BD}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{CD}>\overline{AB}$

즉 $\overline{AB}\neq\overline{AC}+\overline{BD}$이다.

④, ⑤ $\triangle OAC\equiv\triangle OEC$이므로 $\angle AOC=\angle EOC$

$\triangle OBD\equiv\triangle OED$이므로 $\angle BOD=\angle EOD$

$\therefore\ \angle COD=\angle EOC+\angle EOD$

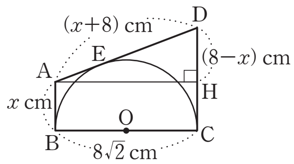
$=\dfrac{1}{2}(\angle AOE+\angle BOE)$

$=\dfrac{1}{2}\times180^{\circ}=90^{\circ}$

즉 $\triangle COD$는 $\angle COD=90^{\circ}$인 직각삼각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0346 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{AB}=x$ cm라고 하면

$\overline{CH}=\overline{AB}=x$ cm

$\overline{DH}=\overline{DC}-\overline{CH}=8-x$ (cm)

$\overline{AD}=\overline{AE}+\overline{ED}=\overline{AB}+\overline{CD}=x+8$ (cm)

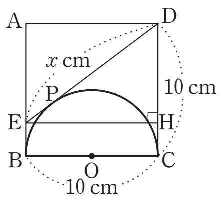
$\overline{AH}=\overline{BC}=8\sqrt{2}$ cm이므로 △AHD에서

$(x+8)^2=(8-x)^2+(8\sqrt{2})^2$

$x^2+16x+64=64-16x+x^2+128$

$32x=128$ $\quad\therefore x=4$ 답 4 cm

0347 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{DE}=x$ cm라고 하면

$\overline{DP}=\overline{CD}=10$ cm이므로

$\overline{CH}=\overline{BE}=\overline{PE}=x-10$ (cm)

$\overline{DH}=\overline{CD}-\overline{CH}=10-(x-10)$

$=20-x$ (cm)

△DEH에서

$x^2=10^2+(20-x)^2$, $x^2=100+400-40x+x^2$

$40x=500$ $\quad\therefore x=\dfrac{25}{2}$ 답 $\dfrac{25}{2}$ cm

0348 $\overline{CA}=\overline{CP}$, $\overline{CP}=\overline{CB}$이므로 $\overline{CA}=\overline{CP}=\overline{CB}$

$\therefore \overline{CP}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 14=7$ (cm) 답 7 cm

0349 $\overline{PA}=\overline{PC}$, $\overline{PC}=\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}=\overline{PC}=\overline{PB}$

$3x+1=2x+3$ $\quad\therefore x=2$ 답 2

0350 $\overline{CE}=x$ cm라고 하면 $\overline{CF}=\overline{CE}=x$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=14-x$ (cm), $\overline{BD}=\overline{BE}=16-x$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$15=(14-x)+(16-x)$, $2x=15$ $\quad\therefore x=\dfrac{15}{2}$

답 $\dfrac{15}{2}$ cm

0351 $\overline{AR}=\overline{AP}=2$

$\overline{CQ}=\overline{CR}=6-2=4$

$\therefore \overline{BP}=\overline{BQ}=10-4=6$ 답 6

0352 $\overline{AE}=\overline{AF}=4$ cm

$\overline{BD}=\overline{BF}=9-4=5$ (cm)

$\overline{CE}=\overline{CD}=8-5=3$ (cm)

$\therefore \overline{AC}=\overline{AE}+\overline{CE}=4+3=7$ (cm) 답 7 cm

0353 $\overline{AD}=x$ cm라고 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=6$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=8$ cm이고

(△ABC의 둘레의 길이)$=2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})$이므로

$38=2(x+6+8)$, $2x=10$ $\quad\therefore x=5$ 답 5 cm

0354 $\overline{CF}=x$라고 하면 $\overline{CG}=\overline{CF}=x$

$\overline{BH}=\overline{BF}=14-x$, $\overline{AH}=\overline{AG}=17-x$

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$이므로

$13=(17-x)+(14-x)$

$2x=18$ $\quad\therefore x=9$

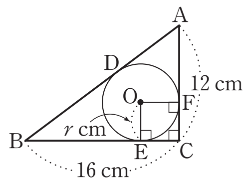
$\therefore$ (△DEC의 둘레의 길이)$=\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{CD}$

$=\overline{CF}+\overline{CG}=2\overline{CF}$

$=2\times 9=18$ 답 18

0355 $\overline{AB}=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{400}=20$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}=12-r$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BE}=16-r$ (cm)

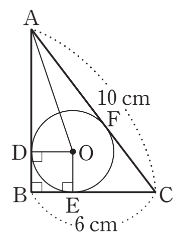
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$20=(12-r)+(16-r)$, $2r=8$ $\quad\therefore r=4$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다. 답 4 cm

0356 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{AF}=\overline{AD}=8-r$ (cm)

$\overline{CF}=\overline{CE}=6-r$ (cm)

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

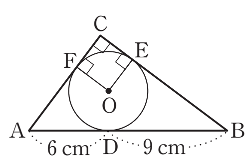
$10=(8-r)+(6-r)$

$2r=4$ $\quad\therefore r=2$

따라서 △ADO에서

$\overline{AO}=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ (cm) 답 $2\sqrt{10}$ cm

0357 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm

$\overline{AF}=\overline{AD}=6$ cm,

$\overline{BE}=\overline{BD}=9$ cm이므로

$\overline{BC}=9+r$ (cm)

$\overline{AC}=6+r$ (cm)

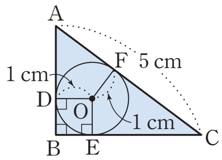
$\triangle ABC$에서 $15^2=(9+r)^2+(6+r)^2$

$225=81+18r+r^2+36+12r+r^2$, $r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0 \qquad \therefore r=3\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다. 답 3 cm

0358 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 긋고 $\overline{AD}=x$ cm라고 하면



$\overline{AF}=\overline{AD}=x$ cm,

$\overline{CE}=\overline{CF}=5-x$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BE}=1$ cm이므로

$\overline{AB}=x+1$ (cm)

$\overline{BC}=1+(5-x)=6-x$ (cm)

$\triangle ABC$에서 $(x+1)^2+(6-x)^2=5^2$

$x^2+2x+1+36-12x+x^2=25$, $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0 \qquad \therefore x=2$ 또는 $x=3$

이때 $\overline{AB}<\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}=2+1=3$ (cm), $\overline{BC}=6-2=4$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6\ (\text{cm}^2)$ 답 6 cm^2

0359 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=6+5=11$ (cm)이므로

($\square$ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=11+11$

$=22$ (cm) 답 22 cm

0360 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$ (cm)

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$6+\overline{CD}=5+8 \qquad \therefore \overline{CD}=7$ (cm) 답 7 cm

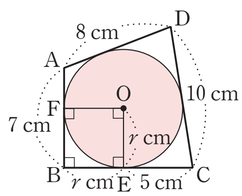
0361 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=17+8=25$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times 25\times 8$

$=100$ 답 100

0362 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{BE}=r$ cm

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

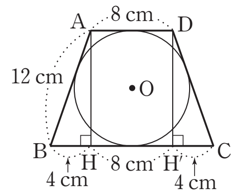
$7+10=8+(r+5)$

$\therefore r=4$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times 4^2=16\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 16π cm^2

0363 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(16-8)$

$=4$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{CD}$이고 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2\overline{AB}=24 \qquad \therefore \overline{AB}=12$ (cm)

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$ (cm)

따라서 원 O의 지름의 길이는 $8\sqrt{2}$ cm이다. 답 $8\sqrt{2}$ cm

0364 $\overline{DE}=x$ cm라고 하면

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로

$10+x=12+\overline{BE} \qquad \therefore \overline{BE}=x-2$ (cm)

$\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-(x-2)=14-x$ (cm)

$\triangle DEC$에서 $x^2=(14-x)^2+10^2$

$x^2=196-28x+x^2+100$

$28x=296 \qquad \therefore x=\frac{74}{7}$ 답 $\frac{74}{7}$ cm

0365 $\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{BC}=x$라고 하면

$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=x-5$

$\overline{BE}+\overline{CD}=\overline{ED}+\overline{BC}$이므로

$13+12=(x-5)+x$, $2x=30 \qquad \therefore x=15$ 답 15

0366 $\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}=\frac{1}{2}\times 2=1$이므로

$\overline{DH}=\overline{DE}=3-1=2$

$\overline{GI}=x$라고 하면

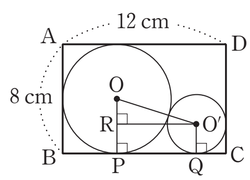
$\overline{IH}=\overline{GI}=x$, $\overline{DI}=2+x$, $\overline{CI}=3-1-x=2-x$

$\triangle DIC$에서 $(2+x)^2=(2-x)^2+2^2$

$4+4x+x^2=4-4x+x^2+4$

$8x=4 \qquad \therefore x=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0367 오른쪽 그림과 같이 두 원 O, O′이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q, 점 O′에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 R라 하고 원 O′의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



원 O의 반지름의 길이는 4 cm이므로

$\overline{OO'}=4+r$ (cm)

$\overline{RO'}=\overline{PQ}=\overline{BC}-(\overline{BP}+\overline{QC})$

$=12-(4+r)=8-r$ (cm)

$\overline{OR}=\overline{OP}-\overline{RP}=4-r$ (cm)

$\triangle ORO'$에서 $(4+r)^2=(8-r)^2+(4-r)^2$

$16+8r+r^2=64-16r+r^2+16-8r+r^2$

$r^2-32r+64=0 \qquad \therefore r=16\pm8\sqrt{3}$

그런데 $r<4$이므로 $r=16-8\sqrt{3}$

따라서 원 O′의 지름의 길이는

$2(16-8\sqrt{3})=32-16\sqrt{3}$ (cm) 　　답 $(32-16\sqrt{3})$ cm

0368 $\overline{O'H}=4-2=2$ (cm)이므로

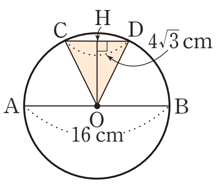
△O′OH에서

$\overline{OH}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ (cm) 　　답 $4\sqrt{2}$ cm

STEP 3 응용유형 Master

p.67~p.70

0369 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8$ (cm)

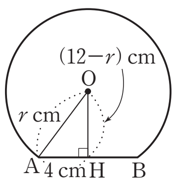
△COH에서

$\overline{OH}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ (cm)

$\therefore$ △$COD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2\sqrt{13}=4\sqrt{39}$ (cm^2)

답 $4\sqrt{39}$ cm^2

0370 오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OH}=12-r$ (cm)

△OAH에서

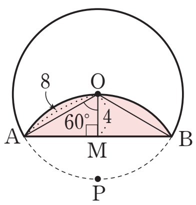
$r^2=4^2+(12-r)^2$

$r^2=16+144-24r+r^2$

$24r=160 \qquad \therefore r=\frac{20}{3}$

따라서 원 O의 지름의 길이는 $\frac{40}{3}$ cm이다. 　　답 $\frac{40}{3}$ cm

0371 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\overline{OA}=8$, $\overline{OM}=8\times\frac{1}{2}=4$이므로

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

또 $\cos(\angle AOM)=\frac{\overline{OM}}{\overline{OA}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

이때 $\angle AOM<90°$이므로 $\angle AOM=60°$

$\therefore \angle AOB=2\angle AOM=2\times60°=120°$

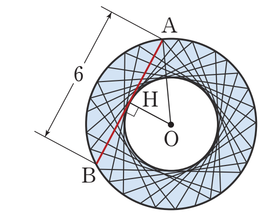
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 OAB의 넓이)$-$△OAB

$=\pi\times8^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times4$

$=\frac{64}{3}\pi-16\sqrt{3}$ 　　답 $\frac{64}{3}\pi-16\sqrt{3}$

0372 한 원에서 길이가 같은 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로 오른쪽 그림과 같이 원 O의 내부에 그 거리를 반지름으로 하는 원이 그려진다. 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라고 하면



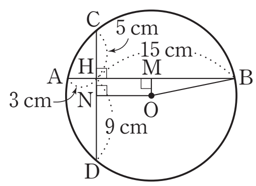
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3$

따라서 현이 지나간 부분의 넓이는

$\pi\times\overline{OA}^2-\pi\times\overline{OH}^2=\pi(\overline{OA}^2-\overline{OH}^2)=\pi\times\overline{AH}^2$

$=\pi\times3^2=9\pi$ 　　답 9π

0373 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면



$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times(3+15)$

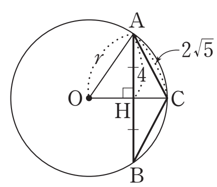
$=9$ (cm)

$\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times(5+9)=7$ (cm)

$\overline{OM}=\overline{NH}=\overline{DH}-\overline{DN}=9-7=2$ (cm)

△OBM에서 $\overline{OB}=\sqrt{9^2+2^2}=\sqrt{85}$ (cm) 　　답 $\sqrt{85}$ cm

0374 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{CH}$는 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CH}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$

△AHC에서 $\overline{CH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4^2}=\sqrt{4}=2$

$\overline{OA}$를 긋고 $\overline{OA}=r$라고 하면

$\overline{OH}=\overline{OC}-\overline{CH}=r-2$

△AOH에서 $(r-2)^2+4^2=r^2$

$4r=20 \qquad \therefore r=5$

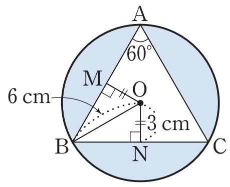
따라서 원 O의 반지름의 길이는 5이다. 　　답 5

0375 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

즉 $\angle C=\angle A=60^\circ$이므로 $\angle B=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{OB}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$이므로

$\triangle OBN$에서

$\overline{BN}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BN}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

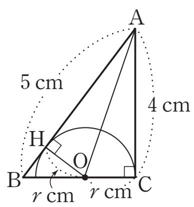
$=$(원 O의 넓이)$-\triangle ABC$

$=\pi\times 6^2-\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$

$=36\pi-27\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $(36\pi-27\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

0376 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 반원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OC}=\overline{OH}=r$ cm

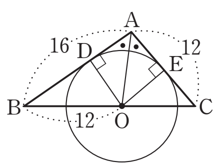
$\triangle ABC=\triangle ABO+\triangle AOC$

이므로

$\frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{1}{2}\times 5\times r+\frac{1}{2}\times 4\times r$

$9r=12 \qquad \therefore r=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$ cm

0377 오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 접점을 각각 D, E라고 하면 $\triangle ADO\equiv\triangle AEO$이므로



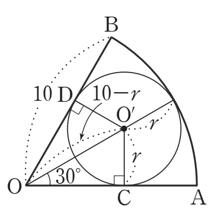
$\angle DAO=\angle EAO$

즉 $\overline{AO}$는 $\angle BAC$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BO}:\overline{CO}$

$16:12=12:\overline{CO} \qquad \therefore \overline{CO}=9$ 답 9

0378 오른쪽 그림과 같이 원 O′과 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$의 접점을 각각 C, D라 하고 원 O′의 반지름의 길이를 r라고 하면 $\overline{OO'}=10-r$, $\overline{O'C}=r$



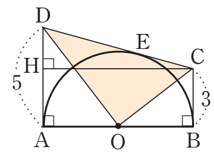
$\triangle O'OC\equiv\triangle O'OD$이므로

$\angle O'OC=\angle O'OD=30^\circ$

$\triangle O'OC$에서 $\sin 30^\circ=\frac{r}{10-r}=\frac{1}{2}$이므로

$2r=10-r,\ 3r=10 \qquad \therefore r=\frac{10}{3}$ 답 $\frac{10}{3}$

0379 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하고 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{DE}=\overline{DA}=5$, $\overline{CE}=\overline{CB}=3$

$\overline{AH}=\overline{BC}=3$이므로

$\overline{DH}=\overline{AD}-\overline{AH}=5-3=2$

$\triangle DHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

$\overline{AB}=\overline{CH}=2\sqrt{15}$이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\sqrt{15}$

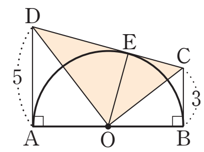
$\therefore \triangle DOC$

$=\square ABCD-(\triangle DAO+\triangle BCO)$

$=\frac{1}{2}\times(3+5)\times 2\sqrt{15}-\left(\frac{1}{2}\times\sqrt{15}\times 5+\frac{1}{2}\times\sqrt{15}\times 3\right)$

$=4\sqrt{15}$ 답 $4\sqrt{15}$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\triangle DAO\equiv\triangle DEO$,

$\triangle BCO\equiv\triangle ECO$이므로

$\triangle DOC=\triangle DEO+\triangle ECO$

$=\frac{1}{2}\square DAOE+\frac{1}{2}\square EOBC$

$=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(3+5)\times 2\sqrt{15}$

$=4\sqrt{15}$

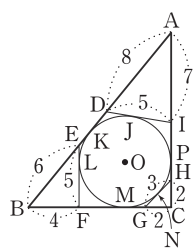
0380 $\overline{QA}=\overline{QP}=\overline{QB}$이므로 $\triangle QAP$와 $\triangle QPB$는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle QAP=\angle QPA=\angle x$, $\angle QPB=\angle QBP=\angle y$라고 하면 $\triangle APB$에서

$\angle x+(\angle x+\angle y)+\angle y=180^\circ \qquad \therefore \angle x+\angle y=90^\circ$

$\therefore \angle APB=\angle x+\angle y=90^\circ$ 답 90°

0381 오른쪽 그림과 같이 접점을 차례로 J, K, L, M, N, P라고 하면



$\overline{DK}=\overline{DJ}$, $\overline{IP}=\overline{IJ}$이므로

$\overline{AK}+\overline{AP}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{AI}$

$=8+5+7=20$

$\overline{EK}=\overline{EL}$, $\overline{FM}=\overline{FL}$이므로

$\overline{BK}+\overline{BM}=\overline{BE}+\overline{EF}+\overline{BF}$

$=6+5+4=15$

$\overline{GM}=\overline{GN}$, $\overline{HP}=\overline{HN}$이므로

$\overline{CM}+\overline{CP}=\overline{CG}+\overline{GH}+\overline{CH}$

$=2+3+2=7$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

$=(\overline{AK}+\overline{AP})+(\overline{BK}+\overline{BM})+(\overline{CM}+\overline{CP})$

$=20+15+7=42$ 답 42

0382 $\overline{BE}=x$라고 하면 $\overline{BF}=\overline{BE}=x$

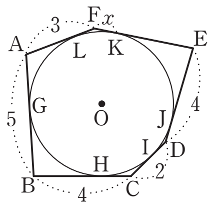
$\overline{CH}=\overline{CG}=\overline{CF}=11-x$

$\overline{AI}=\overline{AG}=\overline{AE}=25-x$

$\overline{DI}=\overline{DH}=10-(11-x)=x-1$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AI}+\overline{DI}=(25-x)+(x-1)=24$ 답 24

0383 오른쪽 그림과 같이 접점을 차례로 G, H, I, J, K, L이라 하고 $\overline{FK}=x$라고 하면



$\overline{FL}=\overline{FK}=x$

$\overline{AG}=\overline{AL}=3-x$

$\overline{BH}=\overline{BG}=5-(3-x)=2+x$

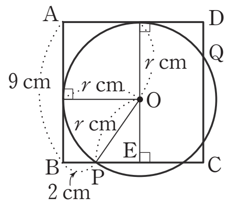
$\overline{CI}=\overline{CH}=4-(2+x)=2-x$

$\overline{DJ}=\overline{DI}=2-(2-x)=x$

$\overline{EK}=\overline{EJ}=4-x$

$\therefore\ \overline{EF}=(4-x)+x=4$ 답 4

0384 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OP}=r$ cm

$\overline{PE}=r-2$ (cm)

$\overline{OE}=9-r$ (cm)

$\triangle$OPE에서 $r^2=(r-2)^2+(9-r)^2$

$r^2=r^2-4r+4+81-18r+r^2,\ r^2-22r+85=0$

$(r-5)(r-17)=0\qquad \therefore\ r=5\ (\because\ 2<r<9)$ 답 5 cm

0385 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=10:6=5:3$이므로

$5\overline{AC}=3\overline{AB}\qquad \therefore\ \overline{AC}=\dfrac{3}{5}\overline{AB}$

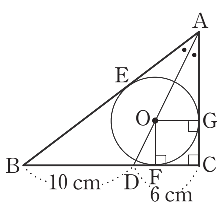
$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=16^2+\left(\dfrac{3}{5}\overline{AB}\right)^2$

$\dfrac{16}{25}\overline{AB}^2=256,\ \overline{AB}^2=400$

$\therefore\ \overline{AB}=20$ (cm) $(\because\ \overline{AB}>0)$

$\therefore\ \overline{AC}=\dfrac{3}{5}\overline{AB}=\dfrac{3}{5}\times20=12$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$, $\overline{OG}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{CF}=\overline{CG}=r$ cm

$\overline{AE}=\overline{AG}=12-r$ (cm)

$\overline{BE}=\overline{BF}=16-r$ (cm)

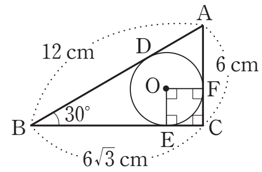
$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}$이므로

$20=(12-r)+(16-r),\ 2r=8\qquad \therefore\ r=4$ 답 4 cm

0386 $\overline{AB}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=6\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=12$ (cm)

$\overline{AC}=6\sqrt{3}\tan 30^\circ=6\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=6$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=6-r$ (cm)

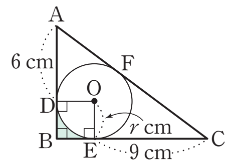
$\overline{BD}=\overline{BE}=6\sqrt{3}-r$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$12=(6-r)+(6\sqrt{3}-r)$

$2r=6\sqrt{3}-6\qquad \therefore\ r=3\sqrt{3}-3$ 답 $(3\sqrt{3}-3)$ cm

0387 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{BE}=\overline{BD}=r$ cm

$\overline{AF}=\overline{AD}=6$ cm,

$\overline{CF}=\overline{CE}=9$ cm이므로

$\triangle$ABC에서 $15^2=(6+r)^2+(9+r)^2$

$225=36+12r+r^2+81+18r+r^2,\ r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0\qquad \therefore\ r=3\ (\because\ r>0)$

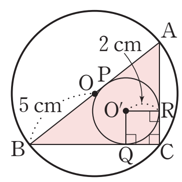
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=□ODBE−(부채꼴 EOD의 넓이)

$=3\times3-\pi\times3^2\times\dfrac{90}{360}$

$=9-\dfrac{9}{4}\pi$ (cm²)

답 $\left(9-\dfrac{9}{4}\pi\right)$ cm²

0388 오른쪽 그림과 같이 $\overline{O'Q}$를 긋고 $\overline{OP}=x$ cm라고 하면



$\overline{BQ}=\overline{BP}=5+x$ (cm)

$\overline{AR}=\overline{AP}=5-x$ (cm)

$\overline{CQ}=\overline{CR}=2$ cm이므로

$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}=(5+x)+2=7+x$ (cm)

$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}=(5-x)+2=7-x$ (cm)

$\triangle$ABC에서 $10^2=(7+x)^2+(7-x)^2$

$100=49+14x+x^2+49-14x+x^2$

$x^2=1\qquad \therefore\ x=1\ (\because\ x>0)$

즉 $\overline{BC}=7+1=8$ (cm), $\overline{AC}=7-1=6$ (cm)

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times6=24$ (cm²) 답 24 cm²

다른 풀이 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BQ}+\overline{QC})+(\overline{AR}+\overline{RC})$

그런데 $\overline{AB}=\overline{BP}+\overline{AP}=\overline{BQ}+\overline{AR}$이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2\overline{AB}+\overline{QC}+\overline{RC}$

$=2\times10+2+2=24\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{O'Q}\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times2\times24=24\,(\text{cm}^2)$

0389 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$x+3=y+6 \qquad \therefore x-y=3$ …… ㉠

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$에서

$x^2+3^2=y^2+6^2,\ x^2-y^2=27$

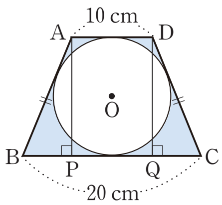
$\therefore (x+y)(x-y)=27$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$3(x+y)=27 \qquad \therefore x+y=9$

답 9

0390 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하면



$\overline{BP}=\overline{CQ}=\frac{1}{2}\times(20-10)$

$=5\,(\text{cm})$

□ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$2\overline{AB}=10+20 \qquad \therefore \overline{AB}=15\,(\text{cm})$

△ABP에서 $\overline{AP}=\sqrt{15^2-5^2}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $5\sqrt{2}$ cm이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=$□ABCD$-$(원 O의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(10+20)\times10\sqrt{2}-\pi\times(5\sqrt{2})^2$

$=150\sqrt{2}-50\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $(150\sqrt{2}-50\pi)\,\text{cm}^2$

0391 ① $\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}=\frac{1}{2}\times10=5$

②, ③ $\overline{DH}=\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=13-5=8$

④ $\overline{GI}=x$라고 하면 $\overline{HI}=\overline{GI}=x$

$\overline{CI}=\overline{BC}-\overline{BG}-\overline{GI}=13-5-x=8-x$

$\overline{DI}=\overline{DH}+\overline{HI}=8+x$

△DIC에서 $(8+x)^2=(8-x)^2+10^2$

$64+16x+x^2=64-16x+x^2+100$

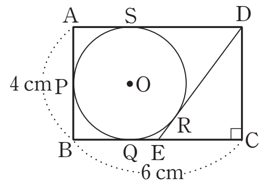
$32x=100 \qquad \therefore x=\frac{25}{8}$

⑤ $\overline{CI}=8-x=8-\frac{25}{8}=\frac{39}{8}$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

0392 오른쪽 그림과 같이 □ABED와 원 O의 접점을 P, Q, R, S라고 하면



$\overline{AS}=\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{BQ}$

$=\frac{1}{2}\times4=2\,(\text{cm})$

$\overline{DR}=\overline{DS}=\overline{CQ}=\overline{BC}-\overline{BQ}=6-2=4\,(\text{cm})$

$\therefore$ (△DEC의 둘레의 길이)

$=\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{CD}$

$=(\overline{DR}+\overline{ER})+\overline{EC}+\overline{CD}$

$=\overline{DR}+(\overline{EQ}+\overline{EC})+\overline{CD}$

$=\overline{DR}+\overline{CQ}+\overline{CD}$

$=4+4+4$

$=12\,(\text{cm})$

답 12 cm

5 원주각

STEP 1 기초 Build p.73, 75

0393 $\angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times 130^\circ=65^\circ$ 답 65°

0394 $\angle x=\frac{1}{2}\times 240^\circ=120^\circ$ 답 120°

0395 $\angle x=2\angle \mathrm{APB}=2\times 42^\circ=84^\circ$ 답 84°

0396 $\angle x=360^\circ-2\times 125^\circ=110^\circ$ 답 110°

0397 $\angle x=\angle \mathrm{APB}=50^\circ$ 답 50°

0398 $\angle x=\angle \mathrm{PBQ}=28^\circ$ 답 28°

0399 $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle x=90^\circ$ 답 90°

0400 $\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$ 답 65°

0401 $\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$ 답 60°

0402 $\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)=20^\circ$ 답 20°

0403 $\widehat{\mathrm{AB}}=\widehat{\mathrm{CD}}$이므로 $\angle \mathrm{CQD}=\angle \mathrm{APB}=45^\circ$
$\therefore x=45$ 답 45

0404 $\angle \mathrm{APB}=\angle \mathrm{CQD}$이므로 $\widehat{\mathrm{CD}}=\widehat{\mathrm{AB}}=4\text{ cm}$
$\therefore x=4$ 답 4

0405 $\angle \mathrm{APB} : \angle \mathrm{BPC}=\widehat{\mathrm{AB}} : \widehat{\mathrm{BC}}$이므로
$\angle \mathrm{APB} : 50^\circ=6 : 12$ $\quad\therefore \angle \mathrm{APB}=25^\circ$
$\therefore x=25$ 답 25

0406 $\angle \mathrm{APB} : \angle \mathrm{CQD}=\widehat{\mathrm{AB}} : \widehat{\mathrm{CD}}$이므로
$60^\circ : 20^\circ=9 : \widehat{\mathrm{CD}}$ $\quad\therefore \widehat{\mathrm{CD}}=3\text{ (cm)}$
$\therefore x=3$ 답 3

0407 $\angle x=\angle \mathrm{A}=40^\circ$ 답 40°

0408 $\angle x=\angle \mathrm{D}=52^\circ$ 답 52°

0409 $\angle \mathrm{C}=\angle \mathrm{D}=90^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다. 답 ○

0410 $\angle \mathrm{A}\neq\angle \mathrm{D}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다. 답 ×

0411 $\angle \mathrm{C}=\angle \mathrm{D}=50^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다. 답 ○

0412 $\angle \mathrm{A}\neq\angle \mathrm{B}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다. 답 ×

0413 $\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{C}=180^\circ$이므로
$120^\circ+\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=60^\circ$
$\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{D}=180^\circ$이므로
$85^\circ+\angle y=180^\circ$ $\quad\therefore \angle y=95^\circ$ 답 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=95^\circ$

0414 $\triangle \mathrm{ABD}$에서 $\angle x+60^\circ+40^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=80^\circ$
$\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{C}=180^\circ$이므로
$80^\circ+\angle y=180^\circ$ $\quad\therefore \angle y=100^\circ$
답 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=100^\circ$

0415 $\angle \mathrm{DCE}=\angle \mathrm{A}$이므로 $\angle x=80^\circ$ 답 80°

0416 $\angle \mathrm{DAB}=\angle \mathrm{DCE}$이므로 $\angle x=128^\circ$ 답 128°

0417 $\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{D}\neq 180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다. 답 ×

0418 $\angle \mathrm{DCE}=\angle \mathrm{A}=75^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다. 답 ○

0419 $\angle \mathrm{D}+\angle \mathrm{B}=180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다. 답 ○

0420 $\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{C}=180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다. 답 ○

0421 $\angle x=\angle \mathrm{BAP}=70^\circ$ 답 70°

0422 $\angle x=\angle \mathrm{APT}=80^\circ$ 답 80°

0423 $\angle x=\angle \mathrm{BPT}=85^\circ$ 답 85°

0424 $\angle x=\angle \mathrm{ABP}=34^\circ$ 답 34°

0425 $\angle x=\angle ATP=\angle CTQ=\angle CDT=73^\circ$

$\angle y=\angle DTP=\angle BTQ=\angle BAT=47^\circ$

답 $\angle x=73^\circ$, $\angle y=47^\circ$

0426 $\angle x=\angle CTQ=\angle ATP=\angle ABT=70^\circ$

$\angle y=\angle DTP=\angle BTQ=\angle BAT=60^\circ$

답 $\angle x=70^\circ$, $\angle y=60^\circ$

0427 $\angle x=\angle CTQ=63^\circ$

$\angle y=\angle BTQ=63^\circ$ 답 $\angle x=63^\circ$, $\angle y=63^\circ$

0428 $\angle x=\angle DTP=75^\circ$

$\angle y=\angle ATP=75^\circ$ 답 $\angle x=75^\circ$, $\angle y=75^\circ$

STEP 2 적중유형 Drill

p.76~p.90

0429 $\angle x=\frac{1}{2}\times 260^\circ=130^\circ$

$\angle y=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times(360^\circ-260^\circ)=50^\circ$

$\therefore\ \angle x-2\angle y=130^\circ-2\times 50^\circ=30^\circ$ 답 30°

0430 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(360^\circ-130^\circ)=115^\circ$

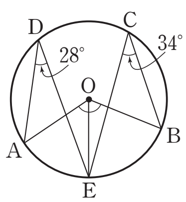
□AOCB에서

$\angle x=360^\circ-(115^\circ+60^\circ+130^\circ)=55^\circ$ 답 55°

0431 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times 60^\circ=120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times 6^2\times\frac{120}{360}=12\pi$ 답 12π

0432 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\angle AOB=\angle AOE+\angle EOB$

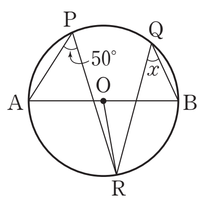
$=2\angle ADE+2\angle ECB$

$=2\times 28^\circ+2\times 34^\circ$

$=124^\circ$

답 124°

0433 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OR}$를 그으면



$\angle AOB=\angle AOR+\angle ROB$

$=2\angle APR+2\angle RQB$

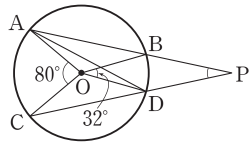
$=2\times 50^\circ+2\angle x$

이때 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle AOB=180^\circ$

즉 $180^\circ=100^\circ+2\angle x$이므로 $\angle x=40^\circ$ 답 40°

0434 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC=\frac{1}{2}\angle AOC$

$=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$

$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 32^\circ=16^\circ$

△ADP에서 $\angle P=40^\circ-16^\circ=24^\circ$ 답 24°

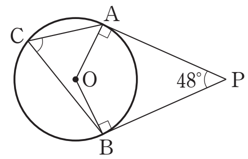
0435 $\angle BOC=2\angle BAC=2\angle x$

△ABD에서 $\angle BDC=\angle x+64^\circ$ …… ㉠

△ODC에서 $\angle BDC=2\angle x+22^\circ$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x+64^\circ=2\angle x+22^\circ$ $\therefore\ \angle x=42^\circ$ 답 42°

0436 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면

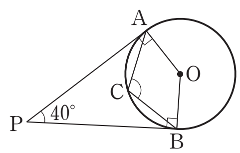


$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □AOBP에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+48^\circ)=132^\circ$

$\therefore\ \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 132^\circ=66^\circ$ 답 66°

0437 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면



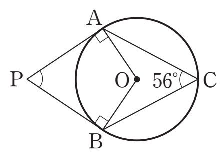
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

□APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+40^\circ+90^\circ)=140^\circ$

$\therefore\ \angle ACB=\frac{1}{2}\times(360^\circ-140^\circ)=110^\circ$ 답 110°

0438 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle ACB=2\times 56^\circ$

$=112^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

□APBO에서

$\angle P=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+112^\circ)=68^\circ$ 답 68°

0439 $\angle ACD=\angle ABD=43^\circ$

△PCD에서 $\angle APD=43^\circ+40^\circ=83^\circ$ 답 83°

0440 $\angle ADC=\angle ABC=30^\circ$

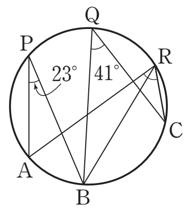
△ECD에서 $\angle BCD=80^\circ-30^\circ=50^\circ$ 답 50°

0441 $\angle x=2\angle CAD=2\times 25^\circ=50^\circ$

$\angle y=\angle CAD=25^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=50^\circ+25^\circ=75^\circ$ 답 75°

0442 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BR}$를 그으면



$\angle ARB=\angle APB=23^\circ$

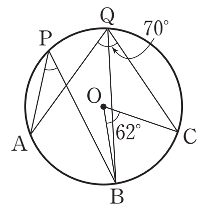
$\angle BRC=\angle BQC=41^\circ$

$\therefore \angle ARC=\angle ARB+\angle BRC$

$=23^\circ+41^\circ=64^\circ$

답 64°

0443 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 62^\circ=31^\circ$

$\angle AQB=\angle AQC-\angle BQC$

$=70^\circ-31^\circ=39^\circ$

$\therefore \angle APB=\angle AQB=39^\circ$

답 39°

0444 $\angle ACD=\angle ABD=63^\circ$

$\triangle AQC$에서 $\angle QAC=63^\circ-38^\circ=25^\circ$

답 25°

0445 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=37^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle BCA=180^\circ-(37^\circ+90^\circ)=53^\circ$

답 53°

0446 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle APB=90^\circ$

$\angle PAQ=\angle PBQ=36^\circ$

$\triangle PAR$에서 $\angle ARP=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)=54^\circ$

답 54°

0447 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle APB=90^\circ$

$\triangle APB$에서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+38^\circ)=52^\circ$

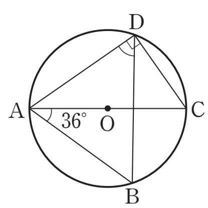
$\angle APQ=90^\circ-32^\circ=58^\circ$이므로

$\angle y=\angle APQ=58^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=58^\circ-52^\circ=6^\circ$

답 6°

0448 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADC=90^\circ$

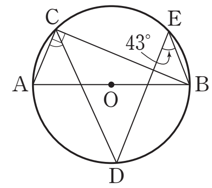
$\angle BDC=\angle BAC=36^\circ$

$\therefore \angle ADB=\angle ADC-\angle BDC$

$=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

답 54°

0449 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

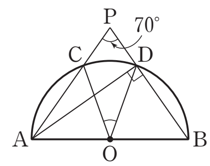
$\angle DCB=\angle DEB=43^\circ$

$\therefore \angle ACD=\angle ACB-\angle DCB$

$=90^\circ-43^\circ=47^\circ$

답 47°

0450 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$

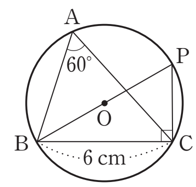
$\triangle PAD$에서

$\angle PAD=90^\circ-70^\circ=20^\circ$

$\therefore \angle COD=2\angle CAD=2\times 20^\circ=40^\circ$

답 40°

0451 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{BP}$를 긋고 $\overline{CP}$를 그으면 $\overline{BP}$는 원 O의 지름이므로



$\angle BCP=90^\circ$

$\angle BPC=\angle BAC=60^\circ$이므로

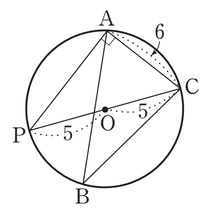
$\triangle BCP$에서 $\overline{BP}=\frac{6}{\sin 60^\circ}=6\div\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{BP}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $2\sqrt{3}$ cm

0452 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 P라고 하고 $\overline{AP}$를 그으면 $\overline{PC}$는 원 O의 지름이므로



$\angle PAC=90^\circ$

$\overline{PC}=10$이므로 $\triangle APC$에서

$\overline{AP}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

이때 $\angle APC=\angle ABC$이므로

$\cos B=\cos P=\frac{\overline{AP}}{\overline{PC}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

답 $\frac{4}{5}$

0453 $\overline{AB}$가 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\overline{AB}=10$이므로 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

이때 $\triangle ABC\backsim\triangle ACD$ (AA닮음)이므로

$\angle ABC=\angle ACD=x$

$\therefore \sin x\times\cos x=\sin B\times\cos B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\times\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

$=\frac{4\sqrt{5}}{10}\times\frac{2\sqrt{5}}{10}=\frac{2}{5}$

답 $\frac{2}{5}$

0454 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로 $\angle ACB=\angle DBC=30^\circ$

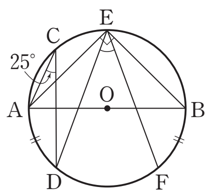
$\triangle PBC$에서 $\angle DPC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

답 60°

0455 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle ABC=35^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(35^\circ+35^\circ)=110^\circ$ 답 110°

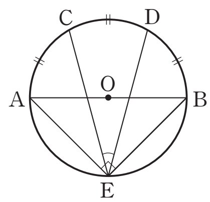
0456 $\angle ACD=\angle ABD=40^\circ$
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle BDC=43^\circ$
$\triangle ACD$에서
$\angle DAC=180^\circ-(40^\circ+43^\circ+43^\circ)=54^\circ$ 답 54°

0457 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BE}$를 그으면



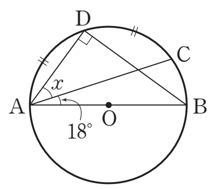
$\angle AED=\angle ACD=25^\circ$
$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BF}$이므로
$\angle FEB=\angle ACD=25^\circ$
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle AEB=90^\circ$
$\therefore \angle DEF=90^\circ-(\angle AED+\angle FEB)$
$=90^\circ-(25^\circ+25^\circ)=40^\circ$ 답 40°

0458 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BE}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle AEB=90^\circ$
$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DB}$이므로
$\angle AEC=\angle CED=\angle DEB$
$\therefore \angle CED=\frac{1}{3}\angle AEB$
$=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$ 답 30°

0459 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ADB=90^\circ$
$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$이므로
$\angle ABD=\angle DAC=\angle x$
$\triangle ABD$에서 $90^\circ+(\angle x+18^\circ)+\angle x=180^\circ$
$2\angle x=72^\circ$ $\therefore \angle x=36^\circ$ 답 36°

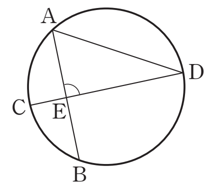
0460 $\angle APB:\angle CQD=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}$이므로
$\angle APB:23^\circ=10:5$ $\therefore \angle APB=46^\circ$
$\therefore \angle AOB=2\angle APB=2\times 46^\circ=92^\circ$ 답 92°

0461 $\angle APB:\angle BQC=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}$이므로
$21^\circ:\angle BQC=1:4$ $\therefore \angle BQC=84^\circ$ 답 84°

0462 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$
$\angle ABC:\angle BAC=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=3:2$이므로
$\angle BAC=90^\circ\times\frac{2}{3+2}=36^\circ$
$\therefore \angle ACB+\angle BAC=90^\circ+36^\circ=126^\circ$ 답 126°

0463 $\triangle ACP$에서 $\angle CAP=65^\circ-20^\circ=45^\circ$
$\angle ACD:\angle CAB=\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}$이므로
$20^\circ:45^\circ=\overset{\frown}{AD}:4$ $\therefore \overset{\frown}{AD}=\frac{16}{9}$ 답 $\frac{16}{9}$

0464 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

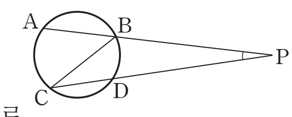


$\overset{\frown}{AC}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{6}$이므로
$\angle ADC=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$
$\overset{\frown}{BD}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{3}$이므로
$\angle BAD=180^\circ\times\frac{1}{3}=60^\circ$
$\triangle AED$에서 $\angle AED=180^\circ-(30^\circ+60^\circ)=90^\circ$ 답 90°

0465 $\angle C:\angle A:\angle B=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=2:3:4$
$\therefore \angle A=180^\circ\times\frac{3}{2+3+4}=60^\circ$ 답 60°

0466 $\overset{\frown}{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{12}$이므로
$\angle ABC=180^\circ\times\frac{1}{12}=15^\circ$
$\triangle PAB$에서 $\angle PAB=36^\circ-15^\circ=21^\circ$
$\therefore \angle DOB=2\angle DAB=2\times 21^\circ=42^\circ$ 답 42°

0467 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overset{\frown}{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$이므로
$\angle ABC=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$
$\overset{\frown}{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{6}$이므로 $\angle BCD=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$
$\triangle BCP$에서 $\angle P=45^\circ-30^\circ=15^\circ$ 답 15°

0468 ① $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
② $\angle BAC=180^\circ-(25^\circ+70^\circ+25^\circ)=60^\circ$
즉 $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
③ $\angle DAC\neq\angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
④ $\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$
즉 $\angle ACB=\angle ADB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
⑤ $\angle ABD=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$
즉 $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ④, ⑤이다.
답 ④, ⑤

0469 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BDC = \angle BAC = 80^\circ$
$\triangle DBC$에서
$\angle ACD = 180^\circ - (80^\circ + 35^\circ + 40^\circ) = 25^\circ$ 답 25°

0470 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BDC = \angle BAC = 44^\circ$
$\triangle BCD$에서 $\angle x = 180^\circ - (44^\circ + 42^\circ + 57^\circ) = 37^\circ$ 답 37°

0471 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC = 180^\circ - (35^\circ + 40^\circ) = 105^\circ$
$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$이므로
$105^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 75^\circ$ 답 75°

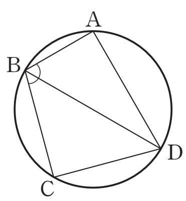
0472 $\angle A + \angle C = 180^\circ$이므로
$\angle x + (\angle x + 12^\circ) = 180^\circ$
$2\angle x = 168^\circ \quad \therefore \angle x = 84^\circ$ 답 84°

0473 $\angle B + \angle D = 180^\circ$이고 $\angle B : \angle D = 2 : 3$이므로
$\angle D = 180^\circ \times \dfrac{3}{2+3} = 108^\circ$ 답 108°

0474 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC = 90^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ$
$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$이므로
$58^\circ + \angle ADC = 180^\circ \quad \therefore \angle ADC = 122^\circ$ 답 122°

0475 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로
$\angle ACB = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$
$\angle APB + \angle ACB = 180^\circ$이므로
$\angle APB + 67^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle APB = 113^\circ$ 답 113°

0476 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB : \angle BDC : \angle CBD : \angle DBA$
$= \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DA}$
$= 2 : 3 : 3 : 4$
이때 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$이므로
$\angle CBD = 180^\circ \times \dfrac{3}{2+3+3+4} = 45^\circ$
$\angle DBA = 180^\circ \times \dfrac{4}{2+3+3+4} = 60^\circ$
$\therefore \angle ABC = \angle CBD + \angle DBA$
$= 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$ 답 105°

0477 $\angle AEC + \angle ADC = 180^\circ$이므로
$65^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 115^\circ$
$\angle BCE = \angle BAE = 30^\circ$
$\triangle FEC$에서 $\angle y = 65^\circ + 30^\circ = 95^\circ$
$\therefore \angle x - \angle y = 115^\circ - 95^\circ = 20^\circ$ 답 20°

0478 $\angle BAD = \dfrac{1}{2} \times 210^\circ = 105^\circ$
$\therefore \angle DCE = \angle BAD = 105^\circ$ 답 105°

0479 $\angle x = \angle EDC = 82^\circ$
$\angle A + \angle C = 180^\circ$이므로
$115^\circ + \angle y = 180^\circ \quad \therefore \angle y = 65^\circ$
$\therefore \angle x - \angle y = 82^\circ - 65^\circ = 17^\circ$ 답 17°

0480 $\angle ABC = \angle EDC = 80^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\angle CAB = 180^\circ - (65^\circ + 80^\circ) = 35^\circ$ 답 35°

0481 $\angle EAB = \angle C = 70^\circ$이므로
$\triangle AEB$에서 $\angle EBA = 180^\circ - (40^\circ + 70^\circ) = 70^\circ$ 답 70°

0482 $\angle ADC = \angle ABE = 100^\circ$, $\angle BDC = \angle BAC = 53^\circ$이므로
$\angle x = \angle ADC - \angle BDC$
$= 100^\circ - 53^\circ = 47^\circ$
$\angle ABD = 180^\circ - (100^\circ + 48^\circ) = 32^\circ$
$\therefore \angle y = \angle ABD = 32^\circ$
$\therefore \angle x + \angle y = 47^\circ + 32^\circ = 79^\circ$ 답 79°

0483 $\angle ADC = \angle ABE = 62^\circ$이므로
$\angle x = 62^\circ - 30^\circ = 32^\circ$
$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD = 90^\circ$
$\triangle ABD$에서 $\angle BAD = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$
$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$이므로
$60^\circ + \angle y = 180^\circ \quad \therefore \angle y = 120^\circ$
$\therefore \angle y - \angle x = 120^\circ - 32^\circ = 88^\circ$ 답 88°

0484 $\widehat{AC}$의 길이가 원주의 $\dfrac{1}{3}$이므로
$\angle ADC = 180^\circ \times \dfrac{1}{3} = 60^\circ$
$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$이므로
$\angle x + 60^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 120^\circ$

$\overset{\frown}{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$이므로

$\angle BAD=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$

$\therefore\ \angle y=\angle BAD=45^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=120^\circ+45^\circ=165^\circ$ 답 165°

0485 $\angle FCB=\angle DAB=\angle x$

$\triangle EAB$에서 $\angle EBF=\angle x+30^\circ$

$\triangle CBF$에서 $\angle x+(\angle x+30^\circ)+62^\circ=180^\circ$

$2\angle x=88^\circ\qquad\therefore\ \angle x=44^\circ$ 답 44°

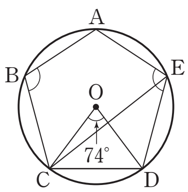
0486 $\angle PBA=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\angle ADC=\angle PBA=60^\circ$

$\triangle QDA$에서 $\angle QAP=28^\circ+60^\circ=88^\circ$

$\triangle PBA$에서 $\angle P=180^\circ-(60^\circ+88^\circ)=32^\circ$ 답 32°

0487 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times 74^\circ=37^\circ$

□ABCE가 원 O에 내접하므로

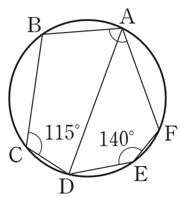
$\angle B+\angle AEC=180^\circ$

$\therefore\ \angle B+\angle E=\angle B+(\angle AEC+\angle CED)$

$=(\angle B+\angle AEC)+\angle CED$

$=180^\circ+37^\circ=217^\circ$ 답 217°

0488 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$

$\angle BAD+115^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle BAD=65^\circ$

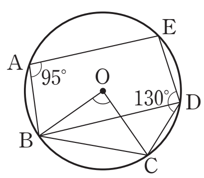
□ADEF가 원에 내접하므로

$\angle DAF+\angle DEF=180^\circ$

$\angle DAF+140^\circ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle DAF=40^\circ$

$\therefore\ \angle A=\angle BAD+\angle DAF=65^\circ+40^\circ=105^\circ$ 답 105°

0489 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



□ABDE가 원 O에 내접하므로

$\angle A+\angle BDE=180^\circ$

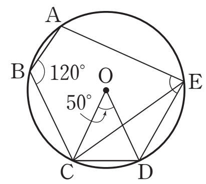
$95^\circ+\angle BDE=180^\circ$

$\therefore\ \angle BDE=85^\circ$

$\angle BDC=130^\circ-85^\circ=45^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=2\angle BDC=2\times 45^\circ=90^\circ$ 답 90°

0490 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



□ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle B+\angle AEC=180^\circ$

$120^\circ+\angle AEC=180^\circ$

$\therefore\ \angle AEC=60^\circ$

$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$

$\therefore\ \angle E=\angle AEC+\angle CED$

$=60^\circ+25^\circ=85^\circ$ 답 85°

0491 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle DPQ=\angle ABQ=72^\circ$

원 O′에서

$\angle QO'D=2\angle DPQ=2\times 72^\circ=144^\circ$ 답 144°

0492 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle DPQ=\angle ABQ=112^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle DPQ+\angle DCQ=180^\circ$

$112^\circ+\angle DCQ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle DCQ=68^\circ$ 답 68°

0493 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDP=\angle ABC=92^\circ$

□DCQP가 원에 내접하므로

$\angle PQR=\angle CDP=92^\circ$

□PQRS가 원에 내접하므로

$\angle PQR+\angle PSR=180^\circ$

$92^\circ+\angle x=180^\circ\qquad\therefore\ \angle x=88^\circ$ 답 88°

0494 ① $\angle A+\angle C\neq 180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

② $\triangle ABC$에서 $\angle B=180^\circ-(45^\circ+35^\circ)=100^\circ$

$\angle B+\angle D\neq 180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

③ $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

④ $\angle A=\angle DCE=73^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\triangle AEB$에서 $\angle EAB=100^\circ-40^\circ=60^\circ$

즉 $\angle EAB=\angle C=60^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

0495 $\triangle APD$에서 $\angle DAP=180^\circ-(110^\circ+30^\circ)=40^\circ$

따라서 □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle DBC=\angle DAC=40^\circ$ 답 40°

0496 □ABCD가 원에 내접하려면 $\angle ABC=\angle ADE$이어야 하므로

$\angle x+20^\circ=43^\circ$ $\therefore \angle x=23^\circ$

$\triangle BCD$에서 $\angle C=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\angle A+\angle C=180^\circ$이어야 하므로

$\angle y+70^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle y=110^\circ$

답 $\angle x=23^\circ$, $\angle y=110^\circ$

0497 ㉠ $\angle ADB=\angle AEB=90^\circ$이므로 □ABDE는 원에 내접한다.

㉡ $\angle AFG+\angle AEG=180^\circ$이므로 □AFGE는 원에 내접한다.

㉣ $\angle BFG+\angle BDG=180^\circ$이므로 □BDGF는 원에 내접한다.

㉤ $\angle AFC=\angle ADC=90^\circ$이므로 □CAFD는 원에 내접한다.

따라서 원에 내접하는 사각형은 ㉠, ㉡, ㉣, ㉤이다.

답 ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

0498 $\angle ACB=\angle BAT=64^\circ$이므로

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(40^\circ+64^\circ)=76^\circ$ 답 76°

0499 $\angle ACB=\angle TAB=70^\circ$

$\angle BAC=\angle CBT'=72^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=180^\circ-(70^\circ+72^\circ)=38^\circ$ 답 38°

0500 $\angle x=\angle BAT=30^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle y=180^\circ-(65^\circ+30^\circ)=85^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=85^\circ-30^\circ=55^\circ$ 답 55°

0501 $\angle x=\angle BAT=50^\circ$

$\angle BOA=2\angle x=2\times 50^\circ=100^\circ$

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle y=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=50^\circ+40^\circ=90^\circ$ 답 90°

0502 $\angle ACB:\angle BAC:\angle CBA$

$=\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}$

$=2:3:4$

이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\frac{2}{2+3+4}=40^\circ$

$\therefore \angle BAT=\angle ACB=40^\circ$ 답 40°

0503 $\angle BCA=\angle BAT=60^\circ$이고 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle BAC=\angle BCA=60^\circ$

즉 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(cm^2)$ 답 $4\sqrt{3}\,cm^2$

0504 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로 $\angle BCA=\angle CAB=33^\circ$

$\therefore \angle BAE=\angle BCA=33^\circ$

$\triangle CPA$에서 $\angle ACP=(33^\circ+33^\circ)-35^\circ=31^\circ$ 답 31°

0505 $\angle x=\angle DCT'=35^\circ$

$\angle BCD=180^\circ-(35^\circ+30^\circ)=115^\circ$

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이므로

$\angle y+115^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle y=65^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=35^\circ+65^\circ=100^\circ$ 답 100°

0506 $\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이므로

$100^\circ+\angle BCD=180^\circ$ $\therefore \angle BCD=80^\circ$

$\triangle BCD$에서 $\angle DBC=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle x=\angle DBC=60^\circ$ 답 60°

0507 $\angle DCT'=\angle x$라고 하면 $\angle CAD=\angle DCT'=\angle x$

$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로

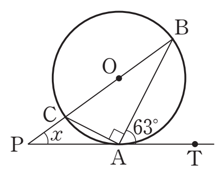
$\angle ACB=\angle BAC=\angle CAD=\angle x$

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이므로

$(\angle x+\angle x)+(\angle x+75^\circ)=180^\circ$

$3\angle x=105^\circ$ $\therefore \angle x=35^\circ$ 답 35°

0508 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

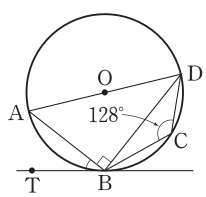
$\angle CAB=90^\circ$

$\angle BCA=\angle BAT=63^\circ$

$\angle CAP=180^\circ-(90^\circ+63^\circ)=27^\circ$

$\triangle CPA$에서 $\angle x=63^\circ-27^\circ=36^\circ$ 답 36°

0509 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle DAB+\angle BCD=180^\circ$

$\angle DAB+128^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle DAB=52^\circ$

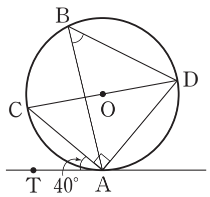
$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ABD=90^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\angle ADB=180^\circ-(52^\circ+90^\circ)=38^\circ$

$\therefore \angle ABT=\angle ADB=38^\circ$ 답 38°

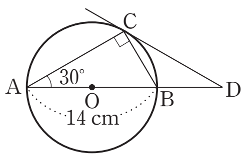
0510 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\overline{CD}$가 원 O의 지름이므로
$\angle CAD=90^\circ$
$\angle CDA=\angle CAT=40^\circ$
$\triangle CAD$에서
$\angle DCA=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)$
$=50^\circ$
$\therefore \angle DBA=\angle DCA=50^\circ$ 답 50°



0511 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90^\circ$
$\angle ACB=\angle x$라고 하면 $\overline{AC}=\overline{AD}$이므로
$\angle ADB=\angle ACB=\angle x$
$\angle BAD=\angle ACB=\angle x$이므로
$\triangle ACD$에서 $(\angle x+90^\circ)+\angle x+\angle x=180^\circ$
$3\angle x=90^\circ$ $\therefore \angle x=30^\circ$
$\therefore \angle CAT=\angle CBA=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$ 답 60°

0512 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle CAB=90^\circ$
$\angle BCA=\angle BAT=60^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\dfrac{3}{\cos 60^\circ}=3\div\dfrac{1}{2}=6\ (\text{cm})$ 답 6 cm

0513 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ACB=90^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\overline{BC}=14\sin 30^\circ=14\times\dfrac{1}{2}=7\ (\text{cm})$
$\angle BCD=\angle CAB=30^\circ$이므로
$\triangle CAD$에서 $\angle D=180^\circ-(30^\circ+90^\circ+30^\circ)=30^\circ$
$\triangle CBD$에서 $\angle BCD=\angle D=30^\circ$이므로
$\overline{BD}=\overline{BC}=7$ cm 답 7 cm



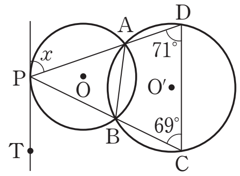
0514 $\triangle ABC$에서 $\angle C=180^\circ-(60^\circ+58^\circ)=62^\circ$
$\triangle CFE$에서 $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
$\angle FEC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=59^\circ$
$\therefore \angle FDE=\angle FEC=59^\circ$ 답 59°

0515 $\angle y=\angle ACB=70^\circ$
$\triangle PAB$에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle x=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$ 답 $\angle x=40^\circ$, $\angle y=70^\circ$

0516 $\triangle PAB$에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle ABP=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\angle ACB=\angle ABP=65^\circ$
$\angle CBA:\angle BAC=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CB}=3:2$이므로
$\angle BAC=\dfrac{2}{3}\angle CBA$
$\triangle ACB$에서 $\angle CBA+\dfrac{2}{3}\angle CBA+65^\circ=180^\circ$
$\dfrac{5}{3}\angle CBA=115^\circ$ $\therefore \angle CBA=69^\circ$ 답 69°

0517 $\angle BTQ=\angle BAT=75^\circ$
$\angle CTQ=\angle CDT=50^\circ$
$\therefore \angle DTC=180^\circ-(75^\circ+50^\circ)=55^\circ$ 답 55°

0518 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 □ABCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle ABP=\angle ADC=71^\circ$
$\therefore \angle x=\angle ABP=71^\circ$

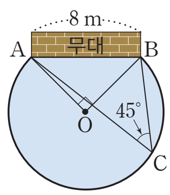


답 71°

0519 $\angle ATP=\angle CDT=52^\circ$
$\angle BTQ=\angle BAT=80^\circ$
$\therefore \angle ATB=180^\circ-(80^\circ+52^\circ)=48^\circ$ 답 48°

STEP 3 심화유형 Master
p.91~p.94

0520 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 공연장의 중심을 O라고 하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면
$\angle AOB=2\angle ACB=2\times45^\circ=90^\circ$
즉 $\triangle AOB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 직각이등변삼각형이다.
$\overline{OA}=8\sin 45^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}\ (\text{m})$



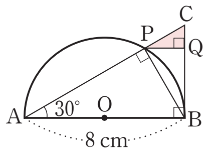
이때 $\triangle AOB=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}=16\ (\text{m}^2)$이므로
무대를 제외한 공연장의 넓이는
$16+\pi\times(4\sqrt{2})^2\times\dfrac{270}{360}=16+24\pi\ (\text{m}^2)$
답 $(16+24\pi)\ \text{m}^2$

0521 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$
$\angle ACD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로 $\triangle ADC$에서
$\angle CAD=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=2\overline{OB}=2\times8=16\ (\text{cm})$이므로
$\overline{AC}=16\cos 60^\circ=16\times\dfrac{1}{2}=8\ (\text{cm})$

$\triangle$ADC에서 $\overline{CD}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}=\frac{4\sqrt{3}}{16}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

0522 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BP}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle APB=90^\circ$

$\triangle$PAB에서

$\overline{PB}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\,(cm)$

$\triangle$ABC에서 $\angle ACB=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로

$\triangle$PBC에서 $\angle PBC=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

$\triangle$PBQ에서 $\overline{PQ}=4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2\,(cm)$

$\triangle$CPQ에서 $\overline{CQ}=\frac{2}{\tan 60^\circ}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\,(cm)$

$\therefore \triangle CPQ=\frac{1}{2}\times2\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\,(cm^2)$ 답 $\frac{2\sqrt{3}}{3}\,cm^2$

0523 $\angle ACD=\angle x$라고 하면

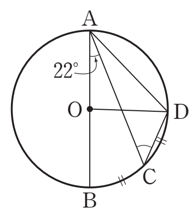
$\triangle$ACE에서 $\angle BAC=\angle x+32^\circ$

이때 $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

즉 $\angle x+3(\angle x+32^\circ)=180^\circ$이므로

$4\angle x=84^\circ \quad \therefore \angle x=21^\circ$ 답 21°

0524 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로

$\angle CAD=\angle BAC=22^\circ$

$\therefore \angle BOD=2\angle BAD$

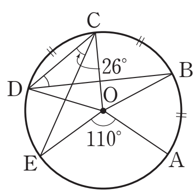
$=2\times(22^\circ+22^\circ)=88^\circ$

$\angle AOD=180^\circ-88^\circ=92^\circ$이므로

$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD$

$=\frac{1}{2}\times92^\circ=46^\circ$ 답 46°

0525 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 긋고 $\angle CDB=\angle x$라고 하면



$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로

$\angle AOB=\angle COD=\angle BOC$

$=2\angle CDB=2\angle x$

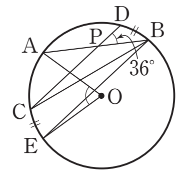
$\angle DOE=2\angle DCE=2\times26^\circ=52^\circ$이고

$\angle DOE+\angle EOA+\angle AOB+\angle BOC+\angle COD=360^\circ$ 이므로

$52^\circ+110^\circ+2\angle x+2\angle x+2\angle x=360^\circ$

$6\angle x=198^\circ \quad \therefore \angle x=33^\circ$ 답 33°

0526 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{BE}$를 긋고 $\angle ABC=\angle a$, $\angle DCB=\angle b$라고 하면



$\triangle$PCB에서 $\angle a+\angle b=36^\circ$

이때 $\widehat{BD}=\widehat{CE}$이므로

$\angle CBE=\angle DCB=\angle b$

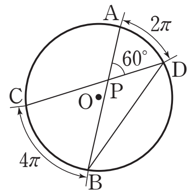
$\therefore \angle ABE=\angle ABC+\angle CBE$

$=\angle a+\angle b=36^\circ$

$\therefore \angle AOE=2\angle ABE$

$=2\times36^\circ=72^\circ$ 답 72°

0527 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\widehat{AD}:\widehat{BC}=2\pi:4\pi=1:2$이므로

$\angle ABD:\angle BDC=1:2$

$\triangle$PBD에서

$\angle ABD+\angle BDC=60^\circ$이므로

$\angle ABD=60^\circ\times\frac{1}{1+2}=20^\circ$

즉 $\widehat{AD}$의 중심각의 크기는 $2\angle ABD=2\times20^\circ=40^\circ$이므로

원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면

$2\pi r\times\frac{40}{360}=2\pi \quad \therefore r=9$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 9이다. 답 9

0528 대관람차의 10개의 칸이 일정한 간격으로 놓여 있으므로 이웃한 두 대관람차 사이의 호의 길이는 원주의 $\frac{1}{10}$이다.

$\angle x$에 대한 호의 길이는 원주의 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$이므로

$\angle x=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$

$\angle y$에 대한 호의 길이는 원주의 $\frac{3}{10}$이므로

$\angle y=180^\circ\times\frac{3}{10}=54^\circ$ 답 $\angle x=36^\circ$, $\angle y=54^\circ$

0529 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\widehat{AD}=\widehat{DE}=\widehat{EB}$이므로

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB=90^\circ\times\frac{1}{3}=30^\circ$

$\therefore \angle ACE=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

$\angle ABC:\angle CAB=\widehat{AC}:\widehat{CB}=3:2$이고

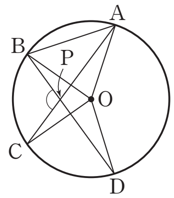
$\angle ABC+\angle CAB=90^\circ$이므로

$\angle CAB=90^\circ\times\frac{2}{3+2}=36^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ACE+\angle CAB$

$=60^\circ+36^\circ=96^\circ$ 답 96°

0530 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\widehat{BC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

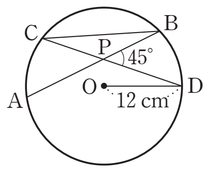
$\angle BAC = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$

$\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$의 길이가 모두 원주의 $\frac{1}{5}$이므로 $\widehat{AD}$의 길이는 원주의 $1-3\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$이다.

$\therefore \angle ABD = 180^\circ \times \frac{2}{5} = 72^\circ$

$\triangle ABP$에서 $\angle BPC = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$ 답 108°

0531 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



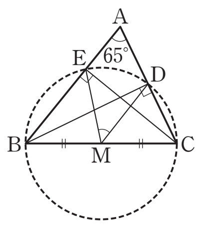
$\triangle CPB$에서

$\angle CBA + \angle BCD = 45^\circ$

즉 $\widehat{AC}$, $\widehat{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 45°이므로 중심각의 크기의 합은 90°이다.

$\therefore \widehat{AC}+\widehat{BD} = 2\pi \times 12 \times \frac{90}{360} = 6\pi\ (\text{cm})$ 답 6π cm

0532 오른쪽 그림에서 $\overline{BC}$에 대하여 $\angle BEC = \angle BDC$이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있다. 이때 $\angle BEC = 90^\circ$이므로 $\overline{BC}$는 원의 지름이고 점 M은 원의 중심이다.



$\triangle ABD$에서

$\angle ABD = 180^\circ - (65^\circ + 90^\circ) = 25^\circ$

$\therefore \angle EMD = 2\angle EBD$

$= 2 \times 25^\circ = 50^\circ$ 답 50°

0533 $\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서

$\angle ABC = \angle EDC$, $\overline{AB} = \overline{ED}$,

$\angle BAC = \angle CAD$이므로 $\overline{BC} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle EDC$ (SAS 합동)

이때 $\triangle ACD : \triangle DCE = \overline{AD} : \overline{DE} = 2 : 3$이고

$\triangle DCE = \triangle ABC = 6\ \text{cm}^2$이므로

$\triangle ACD : 6 = 2 : 3 \quad \therefore \triangle ACD = 4\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= 6 + 4 = 10\ (\text{cm}^2)$ 답 $10\ \text{cm}^2$

참고 $\angle BAC = \angle CAD$이므로 $\widehat{BC} = \widehat{DC} \quad \therefore \overline{BC} = \overline{DC}$

0534 $\angle BCD = \angle x$라고 하면 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle PAB = \angle BCD = \angle x$

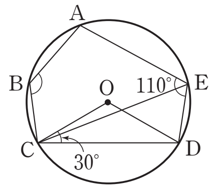
$\triangle QBC$에서 $\angle QBP = 32^\circ + \angle x$

$\triangle APB$에서 $\angle x + 34^\circ + (32^\circ + \angle x) = 180^\circ$

$2\angle x = 114^\circ \quad \therefore \angle x = 57^\circ$

$\therefore \angle BOD = 2\angle x = 2 \times 57^\circ = 114^\circ$ 답 114°

0535 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\overline{OC} = \overline{OD}$이므로 $\triangle OCD$에서

$\angle COD = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$

$\angle CED = \frac{1}{2}\angle COD$

$= \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$이므로

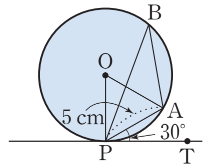
$\angle AEC = 110^\circ - 60^\circ = 50^\circ$

$\square ABCE$가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ$

$\angle ABC + 50^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle ABC = 130^\circ$ 답 130°

0536 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OP}$를 그으면



$\angle PBA = \angle APT = 30^\circ$이므로

$\angle POA = 2\angle PBA$

$= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

이때 $\triangle OPA$는 정삼각형이므로

$\overline{OP} = \overline{AP} = 5$ cm

따라서 원 O의 넓이는

$\pi \times 5^2 = 25\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $25\pi\ \text{cm}^2$

0537 $\angle ABC = \angle a$, $\angle ADE = \angle EDB = \angle b$라고 하면

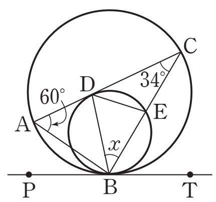
$\angle CAD = \angle ABC = \angle a$

$\triangle ABD$에서 $(50^\circ + \angle a) + \angle a + (\angle b + \angle b) = 180^\circ$

$2\angle a + 2\angle b = 130^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 65^\circ$

$\triangle EBD$에서 $\angle AED = \angle a + \angle b = 65^\circ$ 답 65°

0538 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$를 그으면



$\angle CBT = \angle CAB = 60^\circ$이므로

$\angle EDB = \angle EBT = 60^\circ$

한편 $\angle CDE = \angle DBE = \angle x$

$\triangle DBC$에서

$(60^\circ + \angle x) + \angle x + 34^\circ = 180^\circ$

$2\angle x = 86^\circ \quad \therefore \angle x = 43^\circ$ 답 43°

0539 $\angle BCP = \angle x$라고 하면 $\angle BAC = \angle BCP = \angle x$

$\triangle BPC$에서 $\angle ABC = \angle x + 36^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle ACB = \angle ABC = \angle x + 36^\circ$

$(\angle x + 36^\circ) + (\angle x + 36^\circ) + \angle x = 180^\circ$

$3\angle x = 108^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$

$\therefore \angle ABC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

이때 □ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

$72^\circ + \angle ADC = 180^\circ$　　$\therefore \angle ADC = 108^\circ$　　답 108°

0540 $\angle POA = \angle APQ = 54^\circ$이므로

$\angle POB = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

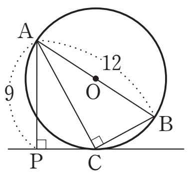
$\overline{AO}$가 작은 반원의 지름이므로 $\angle APO = 90^\circ$

$\angle OPB = 180^\circ - (54^\circ + 90^\circ) = 36^\circ$

△POB에서 $\angle PBO = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$

$\therefore \angle POB - \angle PBO = 126^\circ - 18^\circ = 108^\circ$　　답 108°

0541 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



△APC와 △ACB에서

$\angle APC = \angle ACB = 90^\circ$,

$\angle ACP = \angle ABC$이므로

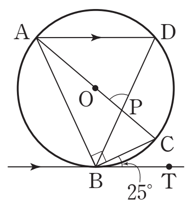
△APC∽△ACB(AA 닮음)

$\overline{AP} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$이므로

$9 : \overline{AC} = \overline{AC} : 12$, $\overline{AC}^2 = 108$

$\therefore \overline{AC} = 6\sqrt{3}$ ($\because \overline{AC} > 0$)　　답 $6\sqrt{3}$

0542 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ABC = 90^\circ$

$\angle CAB = \angle CBT = 25^\circ$

△ABC에서

$\angle ACB = 180^\circ - (25^\circ + 90^\circ) = 65^\circ$

$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 65^\circ$

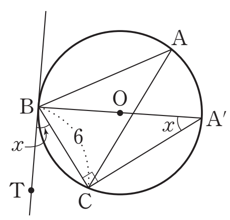
$\angle DBT = \angle ADB = 65^\circ$ (엇각)이므로

$\angle DAC = \angle DBC = \angle DBT - \angle CBT$

$= 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$

△APD에서 $\angle APD = 180^\circ - (40^\circ + 65^\circ) = 75^\circ$　　답 75°

0543 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{BA'}$을 긋고 $\overline{A'C}$를 그으면 $\overline{BA'}$은 원 O의 지름이므로



$\angle BCA' = 90^\circ$

$\angle BA'C = \angle CBT = \angle x$이므로

△BCA′에서

$$\cos x = \frac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}} = \frac{4}{5}$$

$\overline{A'B} = 5k$, $\overline{A'C} = 4k\,(k > 0)$라고 하면

$(5k)^2 = (4k)^2 + 6^2$, $9k^2 = 36$

$k^2 = 4$　　$\therefore k = 2$ ($\because k > 0$)

따라서 원 O의 지름의 길이는

$\overline{A'B} = 5k = 5 \times 2 = 10$　　답 10

서술형 Power Up!

p.95~p.98

0544 답 (1) ○

(2) ○

(3) ×, 한 원에서 한 호에 대한 원주각은 무수히 많다.

(4) ×, 한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이다.

(5) ×, 원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 외각에 이웃한 내각에 대한 대각의 크기와 같다.

(6) ○

0545 답 △OAM과 △OBM에서

$\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$,

$\overline{OA} = \overline{OB}$(반지름), $\overline{OM}$은 공통이므로

△OAM≡△OBM (RHS 합동)

$\therefore \overline{AM} = \overline{BM}$

0546 답 △OAM과 △ODN에서

$\overline{OM} = \overline{ON}$, $\overline{OA} = \overline{OD}$(반지름),

$\angle OMA = \angle OND = 90^\circ$이므로

△OAM≡△ODN (RHS 합동)

$\therefore \overline{AM} = \overline{DN}$

이때 $\overline{AB} = 2\overline{AM}$이고 $\overline{CD} = 2\overline{DN}$이므로

$\overline{AB} = \overline{CD}$

0547 (1) 원 O의 지름의 길이가 6 cm이므로

$$\overline{DF} = \overline{DH} = \overline{CH} = \overline{CG} = \frac{1}{2} \times 6 = 3\ (\text{cm})$$

$\therefore \overline{AF} = \overline{AD} - \overline{FD} = 8 - 3 = 5\ (\text{cm})$

(2) $\overline{EG} = \overline{EI} = x$ cm이므로

$\overline{EC} = x + 3\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 8 - (x+3) = 5 - x\ (\text{cm})$

(3) △ABE에서 $\overline{AI} = \overline{AF} = 5$ cm이므로

$(5+x)^2 = 6^2 + (5-x)^2$

$25 + 10x + x^2 = 36 + 25 - 10x + x^2$

$20x = 36$　　$\therefore x = \frac{9}{5}$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AI} + \overline{EI} = 5 + \frac{9}{5} = \frac{34}{5}\ (\text{cm})$$

답 (1) 5 cm (2) $(5-x)$ cm (3) $\frac{34}{5}$ cm

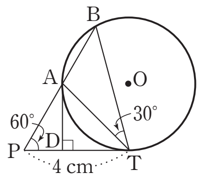
0548 (1) $\angle ATP = \angle x$라고 하면

$\angle ABT = \angle ATP = \angle x$

△BPT에서 $\angle x + 60^\circ + (\angle x + 30^\circ) = 180^\circ$

$2\angle x = 90^\circ$　　$\therefore \angle x = 45^\circ$

(2) 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{PT}$에 내린 수선의 발을 D라 하고 $\overline{AP}=a$ cm라고 하면



$\overline{PD}=\overline{AP}\cos 60^\circ=\frac{1}{2}a$ (cm)

$\overline{AD}=\overline{AP}\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (cm)

이때 $\angle ATP=45^\circ$이므로

$\overline{DT}=\frac{\overline{AD}}{\tan 45^\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (cm)

$\overline{PT}=\overline{PD}+\overline{DT}$이므로

$4=\frac{1}{2}a+\frac{\sqrt{3}}{2}a,\ \frac{1+\sqrt{3}}{2}a=4$

$\therefore a=\frac{8}{1+\sqrt{3}}=4(\sqrt{3}-1)$

따라서 $\overline{AP}$의 길이는 $4(\sqrt{3}-1)$ cm이다.

답 (1) 45° (2) $4(\sqrt{3}-1)$ cm

0549 (1) $\overline{BP}=\overline{BQ}=x$ cm이므로

$\overline{AR}=\overline{AP}=6-x$ (cm)

$\overline{CR}=\overline{CQ}=10-x$ (cm)

$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$이므로

$8=(6-x)+(10-x)$

$2x=8 \qquad \therefore x=4$

(2) $\angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 150^\circ=75^\circ$

(3) $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90^\circ$

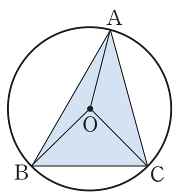
$\therefore \angle x=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$60^\circ+\angle y=180^\circ \qquad \therefore \angle y=120^\circ$

답 (1) ㉡, 4 (2) ㉢, 75° (3) ㉣, ㉤, $\angle x=60^\circ$, $\angle y=120^\circ$

0550 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle AOB=360^\circ\times\frac{5}{5+3+4}=150^\circ$

$\angle BOC=360^\circ\times\frac{3}{5+3+4}=90^\circ$

$\angle AOC=360^\circ\times\frac{4}{5+3+4}=120^\circ$

$\therefore \triangle ABC$

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-150^\circ)+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}$

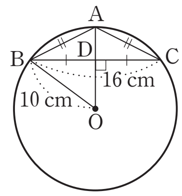
$+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}+4+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=6+2\sqrt{3}$

답 $6+2\sqrt{3}$

0551 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 16=8$ (cm)

$\overline{AD}$의 연장선은 원의 중심 O를 지나므로 $\triangle OBD$에서

$\overline{OD}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$ (cm)

$\therefore \overline{AD}=\overline{OA}-\overline{OD}=10-6=4$ (cm)

$\triangle ABD$에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ (cm)

답 $4\sqrt{5}$ cm

0552 (1) $\triangle AOP\equiv\triangle BOP$이므로

$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle AOP$에서

$\overline{OA}=8\sqrt{3}\sin 30^\circ=8\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3}$ (cm)

(2) $\triangle AOP$에서

$\overline{PA}=8\sqrt{3}\cos 30^\circ=8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12$ (cm)

$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=12$ cm

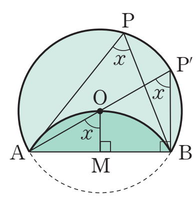
(3) ($\triangle PQR$의 둘레의 길이)$=\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{PR}$

$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$

$=2\times 12=24$ (cm)

답 (1) $4\sqrt{3}$ cm (2) $\overline{PA}=12$ cm, $\overline{PB}=12$ cm (3) 24 cm

0553 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{AP'}$을 긋고 $\overline{BP'}$을 그으면



$\angle AP'B=\angle APB=x$

$\overline{AP'}$이 원 O의 지름이므로

$\angle ABP'=90^\circ$

이때 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면

$\triangle OAM$과 $\triangle P'AB$에서

$\angle OMA=\angle P'BA=90^\circ$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle OAM\backsim\triangle P'AB$ (AA 닮음)

$\therefore \angle AOM=\angle AP'B=x$

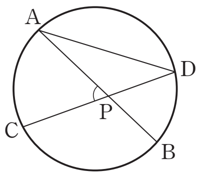
$\overline{OA}=r$라고 하면 $\overline{OM}=\frac{r}{2}$이므로 $\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{r^2-\left(\frac{r}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3}{4}r^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}r\ (\because r>0)$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{AM}}{\overline{OA}}=\frac{\sqrt{3}}{2}r\div r=\frac{\sqrt{3}}{2}$

답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

0554 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\widehat{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle ADC = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$

$\angle ADC : \angle DAB = \widehat{AC} : \widehat{BD}$

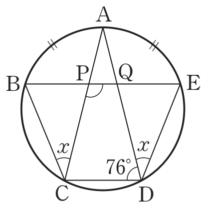
이므로

$36^\circ : \angle DAB = 4 : 3$, $4\angle DAB = 108^\circ$

$\therefore \angle DAB = 27^\circ$

$\triangle APD$에서 $\angle APC = 36^\circ + 27^\circ = 63^\circ$ 답 63°

0555 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{ED}$를 긋고 $\angle BCA = \angle x$라고 하면



$\widehat{AB} = \widehat{AE}$이므로

$\angle ADE = \angle BCA = \angle x$

□BCDE가 원에 내접하므로

$\angle PBC = 180^\circ - (76^\circ + \angle x)$

$= 104^\circ - \angle x$

$\triangle BCP$에서

$\angle CPQ = \angle x + (104^\circ - \angle x) = 104^\circ$ 답 104°

0556 □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$

$\angle DAB + 110^\circ = 180^\circ$ $\therefore \angle DAB = 70^\circ$

$\triangle APB$에서 $\angle x = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$

$\angle y = \angle CBT = 50^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ 답 90°

0557 $\triangle BAC$와 $\triangle BCD$에서

$\angle BAC = \angle BCD$,

$\angle ACB = \angle CDB = 90^\circ$이므로

$\triangle BAC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)

$\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BD}$이므로

$4 : \overline{BC} = \overline{BC} : 3$, $\overline{BC}^2 = 12$

$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{3}$ (cm) ($\because \overline{BC} > 0$)

$\triangle BCD$에서 $\overline{CD} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{3}$ (cm) 답 $\sqrt{3}$ cm

6 대푯값과 산포도

STEP 1 기초 Build

p.101

0558 (평균) $= \frac{7+15+18+12}{4} = \frac{52}{4} = 13$ 답 13

0559 (평균) $= \frac{51+47+60+54+48}{5} = \frac{260}{5} = 52$ 답 52

0560 (평균) $= \frac{24+16+20+32+18+34}{6} = \frac{144}{6} = 24$ 답 24

0561 (평균) $= \frac{26+25+28+30+1+24+27}{7} = \frac{161}{7} = 23$ 답 23

0562 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

9, 10, 18, 20, 20

이므로 중앙값은 18이다.

또 가장 많이 나타난 값이 20이므로 최빈값은 20이다.

답 중앙값 : 18, 최빈값 : 20

0563 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

9, 13, 13, 13, 18, 21

이므로 중앙값은 $\frac{13+13}{2} = 13$이다.

또 가장 많이 나타난 값이 13이므로 최빈값은 13이다.

답 중앙값 : 13, 최빈값 : 13

0564 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

16, 16, 20, 28, 35, 35

이므로 중앙값은 $\frac{20+28}{2} = 24$이다.

또 가장 많이 나타난 값이 16, 35이므로 최빈값은 16, 35이다.

답 중앙값 : 24, 최빈값 : 16, 35

0565 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 4, 4, 11, 11, 19, 32

이므로 중앙값은 11이다.

또 가장 많이 나타난 값이 4이므로 최빈값은 4이다.

답 중앙값 : 11, 최빈값 : 4

0566 윗몸일으키기 횟수가 적은 순서로 10번째와 11번째인 학생의 기록은 각각 14회, 15회이므로 중앙값은

$\frac{14+15}{2} = 14.5$(회) 답 14.5회

0567 16회를 한 학생이 가장 많으므로 최빈값은 16회이다.

답 16회

0568 (수지의 평균)$=\frac{7+6+6+5+7+5}{6}=\frac{36}{6}=6$(점)

(경민이의 평균)$=\frac{7+8+5+4+4+8}{6}=\frac{36}{6}=6$(점)

답 6, 6

0569 답 경민, 수지, 작다

0570 편차의 총합은 0이므로

$-2+x+2+(-1)+4=0$

$x+3=0$ $\therefore x=-3$

답 -3

0571 편차의 총합은 0이므로

$-4+1+x+8+(x-1)=0$

$2x+4=0$ $\therefore x=-2$

답 -2

0572 (평균)$=\frac{4+2+6+10+8}{5}=\frac{30}{5}=6$(회) 답 6회

0573 (편차)=(변량)−(평균)이므로 각 변량의 편차는

$4-6=-2$(회), $2-6=-4$(회), $6-6=0$(회),

$10-6=4$(회), $8-6=2$(회) 답 −2회, −4회, 0회, 4회, 2회

0574 (편차)^{2}의 총합은

$(-2)^2+(-4)^2+0^2+4^2+2^2=40$ 답 40

0575 (분산)$=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량의 개수})}=\frac{40}{5}=8$

(표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(회)

답 분산 : 8, 표준편차 : $2\sqrt{2}$회

STEP 2 적중유형 Drill

p.102~p.109

0576 수학 점수를 x점이라고 하면

$\frac{87+x+84+86+91}{5}=88$

$x+348=440$ $\therefore x=92$

따라서 승봉이의 수학 점수는 92점이다. 답 92점

0577 (평균)$=\frac{6\times5+7\times8+8\times12+9\times17+10\times8}{50}$

$=\frac{415}{50}=8.3$(점) 답 8.3점

0578 $\frac{(a-4)+(a+5)+(a+7)+2a}{4}=17$이므로

$5a+8=68$ $\therefore a=12$ 답 12

0579 변량 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=5$ $\therefore a+b+c+d=20$

따라서 변량 $a, b, c, d, 15$의 평균은

$\frac{a+b+c+d+15}{5}=\frac{20+15}{5}=7$ 답 7

0580 변량 a, b, c의 평균이 12이므로

$\frac{a+b+c}{3}=12$ $\therefore a+b+c=36$

변량 d, e의 평균이 17이므로

$\frac{d+e}{2}=17$ $\therefore d+e=34$

따라서 변량 a, b, c, d, e의 평균은

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=\frac{36+34}{5}=14$ 답 14

0581 변량 a, b, c, d의 평균이 8이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=8$ $\therefore a+b+c+d=32$

따라서 변량 $2a+3, 2b+3, 2c+3, 2d+3$의 평균은

$\frac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)}{4}$

$=\frac{2(a+b+c+d)+12}{4}$

$=\frac{2\times32+12}{4}=19$ 답 19

0582 (A반의 총점)$=50\times24=1200$(점)

(B반의 총점)$=60\times26=1560$(점)

$\therefore$ (전체 평균)$=\frac{1200+1560}{24+26}=\frac{2760}{50}=55.2$(점)

답 55.2점

0583 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하여 중앙값을 구하면 다음과 같다.

① 1, 2, 3, 3, 4, 10이므로 중앙값은 $\frac{3+3}{2}=3$이다.

② 1, 2, 5, 6, 8, 8, 9이므로 중앙값은 6이다.

③ 4, 5, 5, 6, 8, 9이므로 중앙값은 $\frac{5+6}{2}=5.5$이다.

④ 1, 2, 3, 4, 7, 8, 10이므로 중앙값은 4이다.

⑤ 2, 3, 7, 7, 10, 15이므로 중앙값은 $\frac{7+7}{2}=7$이다.

따라서 중앙값이 가장 작은 것은 ①이다. 답 ①

0584 자료 A를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

14, 15, 16, 19, 21, 23, 24

이므로 중앙값은 19이다.

자료 B를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 5, 8, 11, 17, 19, 21

이므로 중앙값은 $\frac{8+11}{2}=9.5$이다.

따라서 두 자료의 중앙값의 합은

$19+9.5=28.5$ 답 28.5

0585 $(\text{평균})=\frac{7+1+6+39+5+3+9+10}{8}=\frac{80}{8}=10(\text{시간})$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 39

이므로 중앙값은 $\frac{6+7}{2}=6.5(\text{시간})$이다.

자료에 극단적인 값 39시간이 있으므로 대푯값으로 중앙값이 더 적절하다.

답 평균 : 10시간, 중앙값 : 6.5시간, 중앙값

0586 강아지를 기르고 있는 학생이 가장 많으므로 최빈값은 강아지이다. 답 강아지

0587 각 변량이 나오는 횟수를 표로 나타내면 다음과 같다.

변량(점)	횟수(회)	변량(점)	횟수(회)	변량(점)	횟수(회)
1	1	5	5	9	1
2	2	6	2	10	1
3	4	7	3	11	1
4	8	8	1	20	1

따라서 최빈값은 4점이다. 답 4점

0588 ⑤ 최빈값은 매우 작거나 매우 큰 값의 영향을 받지 않는다.

답 ⑤

0589 줄넘기 횟수가 적은 순서로 13번째인 학생의 기록은 54회이므로 중앙값은 54회이다.

또 53회를 한 학생이 가장 많으므로 최빈값은 53회이다.

답 중앙값 : 54회, 최빈값 : 53회

0590 (1) 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

39, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 41, 41, 42, 44, 44, 45, 46, 48

이므로

(평균)

$=\frac{39+40\times6+41\times2+42+44\times2+45+46+48}{15}$

$=\frac{630}{15}=42\ (\text{cm})$

이고, 중앙값은 41 cm이다.

또 가장 많이 나타난 값이 40 cm이므로 최빈값은 40 cm이다.

(2) 가장 많이 판매되는 치수가 40 cm이므로 이 가게의 주인은 목둘레 치수가 40 cm인 셔츠를 가장 많이 주문해야 한다.

답 (1) 평균 : 42 cm, 중앙값 : 41 cm, 최빈값 : 40 cm

(2) 40 cm

0591 꺾은선그래프를 보고 운동화의 크기를 표로 나타내면 다음과 같다.

운동화 크기(mm)	230	235	240	245	250	255	합계
1반 학생 수(명)	1	6	10	7	4	4	32
2반 학생 수(명)	2	5	8	8	5	2	30

1반에서 운동화 크기가 작은 순서로 16번째와 17번째인 학생의 운동화의 크기는 모두 240 mm이므로 중앙값은

$\frac{240+240}{2}=240\ (\text{mm})$이다.

또 운동화의 크기가 240 mm인 학생이 가장 많으므로 최빈값은 240 mm이다.

2반에서 운동화 크기가 작은 순서로 15번째와 16번째인 학생의 운동화의 크기는 각각 240 mm, 245 mm이므로 중앙값은 $\frac{240+245}{2}=242.5\ (\text{mm})$이다.

또 운동화의 크기가 240 mm, 245 mm인 학생이 가장 많으므로 최빈값은 240 mm, 245 mm이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다. 답 ㉠, ㉡, ㉢

0592 평균이 7이므로

$\frac{4+7+a+12+0+10+8}{7}=7$

$a+41=49 \quad \therefore a=8$

따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

0, 4, 7, 8, 8, 10, 12

이므로 중앙값은 8이다. 답 8

0593 평균이 5시간이므로

$\frac{3+4+10+4+x+5}{6}=5$

$x+26=30 \quad \therefore x=4$

따라서 자료에서 가장 많이 나타난 값이 4시간이므로 최빈값은 4시간이다. 답 4시간

0594 평균이 120 mg이므로

$\frac{114+100+a+106+120+b+155+135}{8}=120$

$730+a+b=960 \quad \therefore a+b=230$

이때 $a-b=10$이므로 두 식을 연립하여 풀면

$a=120,\ b=110$

따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
100, 106, 110, 114, 120, 120, 135, 155이므로
(중앙값)$=\frac{114+120}{2}=117$ (mg) 답 117 mg

0595 평균이 2이므로
$\frac{4+(-6)+y+10+12+(-8)+x}{7}=2$
$x+y+12=14$ $\therefore x+y=2$
이때 $x<y$이고 최빈값이 4이므로 $y=4$
$\therefore x=-2$
따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
$-8, -6, -2, 4, 4, 10, 12$
이므로 중앙값은 4이다. 답 4

0596 자료에서 가장 많이 나타난 값이 9회이므로 최빈값은 9회이다.
(평균)$=\frac{9+8+7+9+10+x+9}{7}=\frac{x+52}{7}$(회)
이때 평균과 최빈값이 같으므로
$\frac{x+52}{7}=9$, $x+52=63$ $\therefore x=11$ 답 11

0597 자료에서 x를 제외한 나머지 변량들이 모두 다르므로 최빈값은 x점이다.
(평균)$=\frac{90+84+76+86+x}{5}=\frac{336+x}{5}$(점)
이때 평균과 최빈값이 같으므로
$\frac{336+x}{5}=x$, $336+x=5x$ $\therefore x=84$
따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
76, 84, 84, 86, 90
이므로 중앙값은 84점이다. 답 84점

0598 65점, 71점, 75점, x점의 중앙값이 72점이므로 $71<x<75$이어야 한다.
자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
65점, 71점, x점, 75점이고 중앙값이 72점이므로
$\frac{71+x}{2}=72$, $71+x=144$ $\therefore x=73$ 답 73

0599 변량 2, 3, a, b, 6의 중앙값이 5이므로 5개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 3번째 수가 5이어야 한다.
이때 $a<b$이므로 $a=5$
또 변량 6, 5, b, 10의 중앙값이 7이므로 $6<b<10$이어야 한다. 4개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 6, b, 10이고 중앙값이 7이므로
$\frac{6+b}{2}=7$, $6+b=14$ $\therefore b=8$
$\therefore a+b=5+8=13$ 답 13

0600 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 3번째와 4번째 점수의 평균이 중앙값이므로 4번째 점수를 x점이라고 하면
$\frac{73+x}{2}=76$
$73+x=152$ $\therefore x=79$
따라서 영어 점수가 80점인 학생이 들어왔을 때, 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4번째 점수가 79점이므로 중앙값은 79점이다. 답 79점

0601 (5회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 총합)$=84\times5=420$(점)이고 6회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균은
$84+1=85$(점)이므로 6회째 수학 시험 성적을 x점이라고 하면
$\frac{420+x}{6}=85$
$420+x=510$ $\therefore x=90$
따라서 6회째 수학 시험 성적은 90점이다. 답 90점

0602 (씨름부 20명의 몸무게의 총합)$=79.5\times20=1590$ (kg)이고 씨름부를 나간 부원의 몸무게를 x kg이라고 하면
$\frac{1590-x}{19}=80$
$1590-x=1520$ $\therefore x=70$
따라서 씨름부를 나간 부원의 몸무게는 70 kg이다. 답 70 kg

0603 제대로 본 9과목의 성적의 총점을 a점이라고 하고, 70점을 x점으로 잘못 보았다고 하면
$\frac{a+x}{10}=\frac{a+70}{10}+1$
$a+x=a+70+10$ $\therefore x=80$
따라서 70점을 80점으로 잘못 보았다. 답 80점

0604 2회 때의 국어 시험 성적의 편차를 x점이라고 하면
편차의 총합은 0이므로
$-2+x+(-5)+4=0$
$x-3=0$ $\therefore x=3$
이때 (변량)=(편차)+(평균)이므로
2회 때의 국어 시험 성적은
$3+80=83$(점) 답 83점

0605 편차의 총합은 0이므로

$-2+3+x+(-15)+7+y=0$

$x+y-7=0 \qquad \therefore x+y=7$ 답 7

0606 편차의 총합은 0이므로

$-4+C+(-8)+2+3=0$

$C-7=0 \qquad \therefore C=7$

(평균)=(변량)−(편차)이므로 5명의 음악 성적의 평균은

$79-(-4)=83$(점)

(변량)=(편차)+(평균)이므로

$A=C+83=7+83=90$

$B=3+83=86$

$\therefore A+B+C=90+86+7=183$ 답 183

0607 C 학생의 TV 시청 시간의 편차를 x시간이라고 하면 편차의 총합은 0이므로

$2+0+x+(-2)+1=0$

$x+1=0 \qquad \therefore x=-1$

(분산)$=\dfrac{2^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2}$(시간) 답 $\sqrt{2}$시간

0608 (평균)$=\dfrac{8+7+6+9+10}{5}=\dfrac{40}{5}=8$(회)

이때 편차는 0회, -1회, -2회, 1회, 2회이므로

(분산)$=\dfrac{0^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$ 답 2

0609 (평균)$=\dfrac{(a-4)+a+(a+1)+(a+3)}{4}=\dfrac{4a}{4}=a$

이때 편차는 -4, 0, 1, 3이므로

(분산)$=\dfrac{(-4)^2+0^2+1^2+3^2}{4}=\dfrac{26}{4}=6.5$ 답 6.5

0610 평균이 3이므로

$\dfrac{5+8+(-4)+a+11+(-3)+b}{7}=3$

$a+b+17=21 \qquad \therefore a+b=4$

이때 $a<b$이고 중앙값이 3이므로

$a=1$, $b=3$

또 편차는 2, 5, -7, -2, 8, -6, 0이므로

(분산)$=\dfrac{2^2+5^2+(-7)^2+(-2)^2+8^2+(-6)^2+0^2}{7}$

$=\dfrac{182}{7}=26$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{26}$ 답 $\sqrt{26}$

0611 1반의 평균과 2반의 평균이 같으므로 편차 역시 각 반의 편차와 같다.

(1반의 분산)$=\dfrac{\{1반의\ (편차)^2의\ 총합\}}{30}=4^2=16$이므로

{1반의 (편차)^{2}의 총합}$=480$

(2반의 분산)$=\dfrac{\{2반의\ (편차)^2의\ 총합\}}{40}=3^2=9$이므로

{2반의 (편차)^{2}의 총합}$=360$

따라서 1, 2반 전체 학생의 과학 성적의 분산은

$\dfrac{480+360}{30+40}=\dfrac{840}{70}=12$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(점) 답 $2\sqrt{3}$점

0612 남학생의 평균과 여학생의 평균이 같으므로 편차 역시 남학생, 여학생별로 구한 편차와 같다.

(남학생의 분산)$=\dfrac{\{남학생의\ (편차)^2의\ 총합\}}{4}=4$이므로

{남학생의 (편차)^{2}의 총합}$=16$

(여학생의 분산)$=\dfrac{\{여학생의\ (편차)^2의\ 총합\}}{6}=9$이므로

{여학생의 (편차)^{2}의 총합}$=54$

따라서 전체 학생 10명의 사회 성적의 분산은

$\dfrac{16+54}{4+6}=\dfrac{70}{10}=7$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{7}$(점) 답 $\sqrt{7}$점

0613 평균이 9이므로

$\dfrac{12+a+8+b+11}{5}=9$

$a+b+31=45 \qquad \therefore a+b=14$ …… ㉠

분산이 $\dfrac{24}{5}$이므로

$\dfrac{(12-9)^2+(a-9)^2+(8-9)^2+(b-9)^2+(11-9)^2}{5}=\dfrac{24}{5}$

$3^2+(a-9)^2+(-1)^2+(b-9)^2+2^2=24$

$\therefore a^2+b^2-18(a+b)+176=24$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-18\times14+176=24$

$\therefore a^2+b^2=100$ 답 100

0614 편차의 총합은 0이므로

$1+x+3+y=0 \qquad \therefore x+y=-4$

분산이 5이므로

$\dfrac{1^2+x^2+3^2+y^2}{4}=5$

$x^2+y^2+10=20 \qquad \therefore x^2+y^2=10$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$10=(-4)^2-2xy$, $2xy=6 \qquad \therefore xy=3$ 답 3

0615 평균이 8이므로

$\frac{a+b+c}{3}=8 \qquad \therefore a+b+c=24 \qquad \cdots\cdots ㉠$

분산이 3이므로

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=3$

$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2=9$

$\therefore a^2+b^2+c^2-16(a+b+c)+192=9 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2-16\times24+192=9$

$\therefore a^2+b^2+c^2=201$ 답 201

0616 평균이 4이므로

$\frac{x+y+z}{3}=4 \qquad \therefore x+y+z=12 \qquad \cdots\cdots ㉠$

표준편차가 2, 즉 분산이 $2^2=4$이므로

$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=4$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=12$

$\therefore x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=12 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times12+48=12 \qquad \therefore x^2+y^2+z^2=60$

따라서 3개의 변량 x^2, y^2, z^2의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{60}{3}=20$ 답 20

0617 변량 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5의 평균이 10, 분산이 2이므로

$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=10$

$\frac{(x_1-10)^2+(x_2-10)^2+\cdots+(x_5-10)^2}{5}=2$

변량 x_1+2, x_2+2, x_3+2, x_4+2, x_5+2에서

$(평균)=\frac{(x_1+2)+(x_2+2)+(x_3+2)+(x_4+2)+(x_5+2)}{5}$

$=\frac{(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)+10}{5}$

$=10+2=12$

$(분산)=\frac{\{(x_1+2)-12\}^2+\{(x_2+2)-12\}^2+\cdots+\{(x_5+2)-12\}^2}{5}$

$=\frac{(x_1-10)^2+(x_2-10)^2+\cdots+(x_5-10)^2}{5}$

$=2$ 답 평균 : 12, 분산 : 2

다른 풀이 (평균)$=10+2=12$, (분산)$=2$

0618 변량 a, b, c, d의 평균이 5, 분산이 4이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=5$

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=4$

변량 $3a$, $3b$, $3c$, $3d$에서

$(평균)=\frac{3a+3b+3c+3d}{4}$

$=\frac{3(a+b+c+d)}{4}$

$=3\times5=15$

$\therefore x=15$

$(분산)=\frac{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2+(3d-15)^2}{4}$

$=\frac{9\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2\}}{4}$

$=9\times4=36$

$\therefore y=36$

$\therefore x+y=15+36=51$ 답 51

다른 풀이 $x=3\times5=15$, $y=3^2\times4=36$

$\therefore x+y=15+36=51$

0619 변량 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5의 평균이 6, 표준편차가 2이므로

$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{5}=6$

$\frac{(a_1-6)^2+(a_2-6)^2+(a_3-6)^2+(a_4-6)^2+(a_5-6)^2}{5}$

$=2^2=4$

변량 $2a_1+3$, $2a_2+3$, $2a_3+3$, $2a_4+3$, $2a_5+3$에서

$(평균)=\frac{(2a_1+3)+(2a_2+3)+(2a_3+3)+(2a_4+3)+(2a_5+3)}{5}$

$=\frac{2(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5)+15}{5}$

$=2\times6+3=15$

$(분산)=\frac{\{(2a_1+3)-15\}^2+\{(2a_2+3)-15\}^2+\cdots+\{(2a_5+3)-15\}^2}{5}$

$=\frac{(2a_1-12)^2+(2a_2-12)^2+\cdots+(2a_5-12)^2}{5}$

$=\frac{4\{(a_1-6)^2+(a_2-6)^2+\cdots+(a_5-6)^2\}}{5}$

$=4\times4=16$

이므로

(표준편차)$=\sqrt{16}=4$ 답 평균 : 15, 표준편차 : 4

다른 풀이 (평균)$=2\times6+3=15$, (표준편차)$=2\times2=4$

0620 ①, ② A, B 두 반 중 최고 득점자가 어느 반에 있는지 알 수 없다.

③, ④ 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 B반의 성적이 A반의 성적보다 더 고르게 분포되어 있다.

⑤ 표준편차가 클수록 산포도가 더 크므로 A반의 성적의 산포도가 B반의 성적의 산포도보다 더 크다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0621 표준편차가 클수록 키의 분포가 고르지 않으므로 키의 분포가 가장 고르지 않은 반은 B반이다. 답 B반

0622 각 자료의 평균은 모두 3이므로 표준편차가 가장 큰 것은 평균을 중심으로 흩어진 정도가 가장 큰 ④이다. 답 ④

다른 풀이 각 자료의 표준편차를 구하면

① $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ③ 0 ④ 2 ⑤ 1

따라서 표준편차가 가장 큰 것은 ④이다.

0623 A, B의 평균은 모두 6점이고 평균 6점을 중심으로 성적의 흩어진 정도가 작은 사람은 B이다.
따라서 B의 성적이 A의 성적보다 고르다. 답 B

다른 풀이 A의 표준편차는 $\sqrt{3.8}$점이고 B의 표준편차는 $\sqrt{0.6}$점이다. 따라서 B의 표준편차가 A의 표준편차보다 작으므로 B의 성적이 A의 성적보다 고르다.

0624 ㉠, ㉣ 최고 득점자와 최저 득점자는 어느 모둠에 있는지 알 수 없다.
㉡ D 모둠의 표준편차가 가장 작으므로 D 모둠 학생들의 성적이 가장 고르게 분포되어 있다.
㉢ 편차의 총합은 0으로 모두 같다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다. 답 ㉡, ㉣

0625 ㉠, ㉢, ㉣ 대칭축으로부터 흩어져 있는 정도가 A반이 B반보다 크므로 A반의 성적이 B반보다 고르지 않다. 즉 A반의 분산, 표준편차가 B반보다 크다.
㉡ 대칭축은 각 반의 평균을 의미한다. A반의 대칭축이 B반의 대칭축보다 오른쪽에 있으므로 A반의 수학 성적의 평균이 B반보다 높다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다. 답 ㉡, ㉢, ㉣

STEP 3 심화유형 Master

p.110~p.112

0626 남자의 수를 x명, 여자의 수를 y명이라고 하면 남녀 전체의 평균 나이는 47세이므로

$\frac{45x+50y}{x+y}=47$, $45x+50y=47x+47y$

$2x=3y$ $\quad\therefore x:y=3:2$

따라서 남자의 수와 여자의 수의 비는 3 : 2이다. 답 3 : 2

0627 나머지 3과목의 성적의 평균을 x점이라고 하면

$\frac{87\times7+3x}{10}\geq90$, $609+3x\geq900$ $\quad\therefore x\geq97$

따라서 3과목의 성적의 평균은 97점 이상이어야 한다.

답 97점

0628 10개의 변량을 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}\,(x_1<x_2<\cdots<x_{10})$이라고 하면 가장 작은 것을 제외한 9개의 변량의 평균이 43이므로

$\frac{x_2+x_3+\cdots+x_{10}}{9}=43$

$\therefore x_2+x_3+\cdots+x_{10}=387$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

가장 큰 것을 제외한 9개의 변량의 평균이 39이므로

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_9}{9}=39$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_9=351$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

가장 작은 변량과 가장 큰 변량의 합이 82이므로

$x_1+x_{10}=82$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$2(x_1+x_2+\cdots+x_{10})=820$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_{10}=410$

따라서 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$의 평균은

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10}=\frac{410}{10}=41$ 답 41

0629 (가)에서 15, 20, 25, 40, a의 중앙값이 25이므로

$a\geq25$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

(나)에서 30, 40, 43, a의 중앙값이 35이므로 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 2번째와 3번째 수가 30과 40이어야 한다.

$\therefore a\leq30$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $25\leq a\leq30$ 답 $25\leq a\leq30$

0630 중앙값이 90점이므로 $x\geq92$이어야 한다. $\quad\cdots\cdots$ ㉠

평균이 91점 미만이므로

$\frac{88+85+x+92}{4}<91$

$265+x<364$ $\quad\therefore x<99$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $92\leq x<99$이므로 구하는 자연수 x는 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98의 7개이다. 답 7

0631 자료 A의 중앙값이 14이므로 5개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째 변량은 14이어야 한다.
그런데 $a<b$이므로 $a=14$
두 자료 A, B를 섞은 전체의 자료에서 두 개의 b를 제외하고 작은 값부터 크기순으로 나열하면
8, 10, 13, 14, 18, 23, 24, 25
이때 전체 자료의 중앙값이 19이므로

$\frac{18+b}{2}=19$, $18+b=38$ $\quad\therefore b=20$

답 $a=14$, $b=20$

0632 a, b를 제외한 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 3, 4, 4, 4, 6, 7, 8이다.
이때 $a<b<5$이면 5번째 자료의 값이 4이므로 중앙값은 4이다. 또 자료에서 가장 많이 나타난 값이 4이므로 최빈값은 4이다.
답 중앙값 : 4, 최빈값 : 4

0633 최빈값이 12이고 6이 2개이므로 a, b, c 중 적어도 2개는 12이어야 한다.
$a=12$, $b=12$라고 하고 c를 제외한 7개의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 6, 6, 10, 12, 12, 12이다.
이때 중앙값이 9이므로 $6<c<10$이고 $\frac{c+10}{2}=9$
$c+10=18 \qquad \therefore c=8$
$\therefore a+b+c=12+12+8=32$
답 32

0634 ① 편차의 총합은 0이므로
$3+(-2)+4+x+(-3)=0$
$x+2=0 \qquad \therefore x=-2$
②, ③ (변량)=(편차)+(평균)이므로
(A 학생의 점수)$=3+75=78$(점)
(B 학생의 점수)$=-2+75=73$(점)
(C 학생의 점수)$=4+75=79$(점)
(D 학생의 점수)$=-2+75=73$(점)
(E 학생의 점수)$=-3+75=72$(점)
따라서 E 학생의 점수가 가장 낮다.
④ 5명의 학생들의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 72점, 73점, 73점, 78점, 79점이므로 중앙값은 73점이다.
따라서 C 학생의 점수는 중앙값과 같지 않다.
⑤ 가장 많이 나타난 점수가 73점이므로 최빈값은 73점이다.
따라서 B 학생의 점수는 최빈값과 같다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.
답 ⑤

0635 평균이 1이므로
$\frac{-3+(-2)+a+b+4+2+1}{7}=1$
$a+b+2=7 \qquad \therefore a+b=5$ ······ ㉠
a, b를 제외한 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 -3, -2, 1, 2, 4이고 중앙값이 2이므로 a, b는 $a\geq2$, $b\geq2$인 정수이어야 한다. ······ ㉡
㉠, ㉡을 만족하는 정수 a, b는
$a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=2$
이때 편차는 -4, -3, 1, 2, 3, 1, 0이므로
(분산)$=\frac{(-4)^2+(-3)^2+1^2+2^2+3^2+1^2+0^2}{7}=\frac{40}{7}$
답 $\frac{40}{7}$

0636 지수가 맞힌 결과는 3, 4, 5, 6, 7이므로
(평균)$=\frac{3+4+5+6+7}{5}=\frac{25}{5}=5$
이때 편차는 -2, -1, 0, 1, 2이므로
(분산)$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$
(표준편차)$=\sqrt{2} \qquad \therefore a=\sqrt{2}$
성민이가 맞힌 결과는 1, 2, 5, 8, 9이므로
(평균)$=\frac{1+2+5+8+9}{5}=\frac{25}{5}=5$
이때 편차는 -4, -3, 0, 3, 4이므로
(분산)$=\frac{(-4)^2+(-3)^2+0^2+3^2+4^2}{5}=\frac{50}{5}=10$
(표준편차)$=\sqrt{10} \qquad \therefore b=\sqrt{10}$
세진이가 맞힌 결과는 1, 2, 3, 4, 5이므로
(평균)$=\frac{1+2+3+4+5}{5}=\frac{15}{5}=3$
이때 편차는 -2, -1, 0, 1, 2이므로
(분산)$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$
(표준편차)$=\sqrt{2} \qquad \therefore c=\sqrt{2}$
따라서 a, b, c의 대소 관계는
$a=c<b$
답 ④

0637 직사각형의 세로의 길이를 x라고 하면 가로의 길이는 $x+2$이므로 직사각형의 네 변의 길이는 x, $x+2$, x, $x+2$이다.
(평균)$=\frac{x+(x+2)+x+(x+2)}{4}=\frac{4x+4}{4}=x+1$
이때 각 변의 길이의 편차는 -1, 1, -1, 1이므로
(분산)$=\frac{(-1)^2+1^2+(-1)^2+1^2}{4}=\frac{4}{4}=1$
답 1

0638 바르게 입력된 4명의 몸무게의 합을 x kg, (편차)^{2}의 총합을 y라고 하면 6명의 잘못 구한 몸무게의 평균이 60 kg이므로
$\frac{x+57+62}{6}=60$, $x+119=360 \qquad \therefore x=241$
6명의 실제 몸무게의 평균은
$\frac{241+60+59}{6}=\frac{360}{6}=60$ (kg)
한편 6명의 잘못 구한 몸무게의 분산에서
{(편차)^{2}의 총합}$=11\times6=66$이므로
$y+(57-60)^2+(62-60)^2=66$
$y+13=66 \qquad \therefore y=53$
따라서 6명의 실제 몸무게의 분산은
$\frac{53+(60-60)^2+(59-60)^2}{6}=\frac{54}{6}=9$
답 9

0639 학생 6명 중에서 점수가 80점인 학생 한 명을 제외한 나머지 학생 5명의 점수를 각각 a점, b점, c점, d점, e점이라고 하면 학생 6명의 영어 성적의 분산이 25이므로

$$\frac{(a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2+(e-80)^2+(80-80)^2}{6}$$
$$=25$$

$\therefore (a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2+(e-80)^2$
$=150$

이때 점수가 80점인 학생을 제외한 나머지 학생 5명의 평균도 80점이므로 나머지 학생 5명의 영어 성적의 분산은

$$\frac{(a-80)^2+(b-80)^2+(c-80)^2+(d-80)^2+(e-80)^2}{5}$$
$$=\frac{150}{5}=30$$

답 30

다른 풀이 학생 6명의 영어 성적의 총합은 $80\times6=480$(점)이므로 점수가 80점인 학생 한 명을 제외한 나머지 학생 5명의 영어 성적의 평균은

$$\frac{480-80}{5}=80(\text{점})$$

한편 학생 6명의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $25\times6=150$이고 점수가 80점인 학생의 편차는 0이므로 점수가 80점인 학생 한 명을 제외한 나머지 학생 5명의 $(\text{편차})^2$의 총합도 150이다.

따라서 나머지 학생 5명의 영어 성적의 분산은

$$\frac{150}{5}=30$$

0640 변량 a, b, c, d의 평균이 3이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=3$ $\therefore a+b+c+d=12$

변량 a^2, b^2, c^2, d^2의 평균이 13이므로

$\dfrac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}=13$ $\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=52$

따라서 변량 a, b, c, d의 분산은

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2}{4}$$
$$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-6(a+b+c+d)+36}{4}$$
$$=\frac{52-6\times12+36}{4}=\frac{16}{4}=4$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$

답 2

0641 12개의 모서리의 길이의 평균이 6이므로

$$\frac{4(x+y+8)}{12}=6$$

$x+y+8=18$ $\therefore x+y=10$ …… ㉠

12개의 모서리의 길이의 분산이 4이므로

$$\frac{4\{(x-6)^2+(y-6)^2+(8-6)^2\}}{12}=4$$

$(x-6)^2+(y-6)^2+2^2=12$

$\therefore x^2+y^2-12(x+y)+76=12$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-12\times10+76=12$ $\therefore x^2+y^2=56$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$56=10^2-2xy$, $2xy=44$ $\therefore xy=22$

$\therefore$ (직육면체의 겉넓이)$=2(xy+8x+8y)$
$=2xy+16(x+y)$
$=2\times22+16\times10=204$

답 204

0642 자료 A : 1, 2, 3, ⋯, 100

자료 B : -49, -48, -47, ⋯, 50

자료 C : 2, 4, 6, ⋯, 200

자료 B는 자료 A의 각 변량에서 50을 뺀 것과 같고 자료 C는 자료 A의 각 변량에 2를 곱한 것과 같다.

분산은 변량에 일정한 수를 더하거나 빼어도 변하지 않으므로 자료 A와 자료 B의 분산은 같다.

$\therefore a=b$ …… ㉠

또 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_n$의 분산을 s^2이라고 할 때, $kx_1, kx_2, \cdots, kx_n$의 분산은 k^2s^2이므로 자료 C의 분산은

$c=2^2\times a=4a$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a=b<c$

답 ④

0643 ① (준영이의 평균)$=\dfrac{6\times3+7\times4+8\times3}{3+4+3}=\dfrac{70}{10}=7$(점)

(희선이의 평균)

$$=\frac{3\times1+4\times2+5\times1+6\times1+9\times2+10\times3}{1+2+1+1+2+3}$$
$$=\frac{70}{10}=7(\text{점})$$

따라서 준영이와 희선이의 평균은 같다.

②, ③, ⑤ 희선이의 사격 점수가 준영이의 사격 점수보다 평균에서 더 많이 흩어져 있으므로 희선이의 산포도(분산, 표준편차)가 준영이의 산포도(분산, 표준편차)보다 크다.

④ 준영이의 점수가 희선이의 점수보다 평균을 중심으로 모여 있으므로 준영이의 점수가 희선이의 점수보다 분포가 고르다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

참고 준영이의 자료에서

(분산)$=\dfrac{(-1)^2\times3+0^2\times4+1^2\times3}{10}=\dfrac{6}{10}=0.6$

(표준편차)$=\sqrt{0.6}$(점)

희선이의 자료에서

(분산)

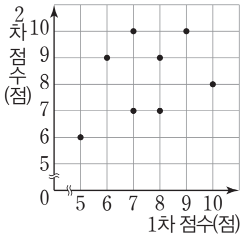
$$=\frac{(-4)^2\times1+(-3)^2\times2+(-2)^2\times1+(-1)^2\times1+2^2\times2+3^2\times3}{10}$$
$$=\frac{74}{10}=7.4$$

(표준편차)$=\sqrt{7.4}$(점)

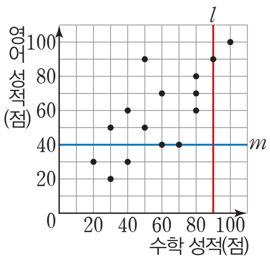
7 산점도와 상관관계

STEP 1 기초 Build

p.115

0644 답 

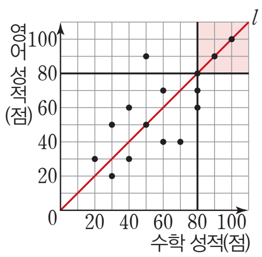
0645 수학 성적이 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 오른쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 2명이다.



답 2명

0646 영어 성적이 40점 이하인 학생 수는 **0645**의 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다. 답 5명

0647 수학 성적과 영어 성적이 모두 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.



답 3명

0648 수학 성적과 영어 성적이 같은 학생 수는 **0647**의 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다. 답 4명

0649 답 ㉢, ㉤

0650 답 ㉠, ㉣

0651 답 ㉡, ㉥

0652 답 ㉤

0653 답 ㉠

0654 답 양

0655 답 음

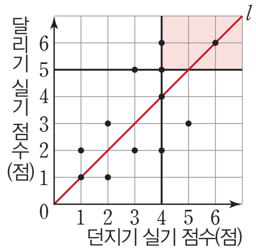
0656 답 음

0657 답 없음

STEP 2 적중유형 Drill

p.116~p.120

0658 던지기 실기 점수는 4점 이상이고 달리기 실기 점수는 5점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

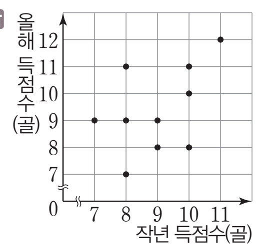


답 3명

0659 던지기 실기 점수가 달리기 실기 점수보다 높은 학생 수는 **0658**의 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다. 답 4명

0660 던지기 실기 점수와 달리기 실기 점수가 같은 학생 수는 **0658**의 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

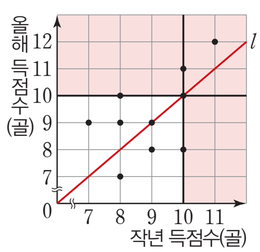
$\therefore \dfrac{3}{12} \times 100 = 25\ (\%)$ 답 25 %

0661 답 

0662 작년 득점수가 가장 많은 선수는 11골을 득점한 C이므로 이 선수의 올해 득점수는 12골이다. 답 12골

0663 작년 득점수에 비해 올해 득점수가 오른 선수의 수는 오른쪽 산점도에 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

$\therefore \dfrac{5}{10} \times 100 = 50\ (\%)$

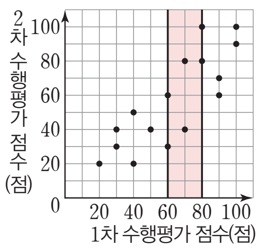


답 50 %

0664 작년과 올해 중 적어도 한 해는 득점수가 10골 이상인 선수의 수는 **0663**의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

답 5명

0665 1차 수행평가 점수가 60점 이상 80점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



따라서 1차 수행평가 점수가 60점 이상 80점 이하인 학생의 비율은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

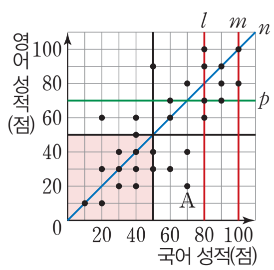
답 ①

0666 1차 수행평가 점수가 90점 이상인 학생의 2차 수행 평가 점수는 60점, 70점, 90점, 100점이므로 그 평균은

$\frac{60+70+90+100}{4}=\frac{320}{4}=80$(점)

답 80점

0667 ① 국어 성적이 80점 이상 100점 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l은 포함하고 직선 m은 제외한 두 직선 l, m 사이에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



② 국어 성적보다 영어 성적이 높은 학생 수는 위 산점도에서 직선 n을 제외하고 직선 n의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.

③ 영어 성적이 70점보다 높은 학생 수는 위 산점도에서 직선 p를 제외하고 직선 p의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

④ 위 산점도의 직선 n에서 멀리 떨어질수록 국어 성적과 영어 성적의 차가 크므로 국어 성적과 영어 성적의 차가 가장 큰 학생은 A이다. 따라서 A의 국어 성적은 70점이다.

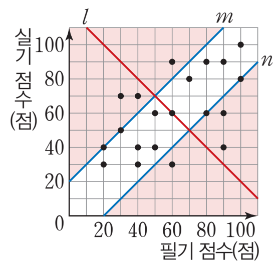
⑤ 국어 성적과 영어 성적이 모두 50점 이하인 학생 수는 위 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 12명이다.

$\therefore \frac{12}{30}\times 100=40\ (\%)$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

0668 워드 프로세서 시험의 필기 점수와 실기 점수의 평균이 60점 이상인 학생은 워드 프로세서 시험의 필기 점수와 실기 점수의 합이 120점 이상인 학생이다.



따라서 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.

답 10명

0669 워드 프로세서 시험의 필기 점수와 실기 점수의 차가 20점인 학생 수는 **0668**의 산점도에서 두 직선 m, n 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

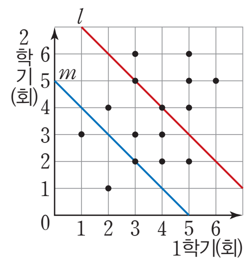
답 4명

0670 워드 프로세서 시험의 필기 점수와 실기 점수의 차가 20점 이상인 학생 수는 **0668**의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.

$\therefore \frac{10}{20}\times 100=50\ (\%)$

답 50 %

0671 1학기와 2학기 동안 봉사활동을 한 횟수의 합이 8회 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



답 7명

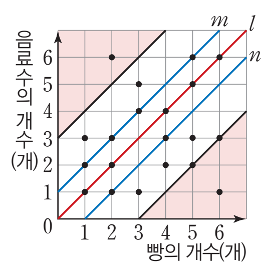
0672 1학기와 2학기 동안 봉사활동을 한 횟수의 합이 5회 이하인 학생 수는 **0671**의 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

$\therefore \frac{3}{15}\times 100=20\ (\%)$

답 20 %

0673 ① 수진이네 반 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 20명이다.

② 일주일 동안 먹은 빵과 음료수의 개수가 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.



③ 일주일 동안 먹은 빵과 음료수의 개수의 차가 1개인 학생 수는 위 산점도에서 두 직선 m, n 위에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.
따라서 일주일 동안 먹은 빵과 음료수의 개수의 차가 1개인 학생의 비율은 $\frac{6}{20}=0.3$

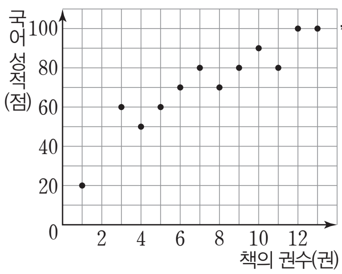
④ 일주일 동안 먹은 빵과 음료수의 개수의 차가 1개 이하인 학생 수는 위 산점도에서 두 직선 m, n을 포함하고 두 직선 m, n 사이에 속하는 점의 개수와 같으므로 11명이다.

⑤ 일주일 동안 먹은 빵과 음료수의 개수의 차가 3개 이상인 학생 수는 위 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0674 주어진 산점도는 음의 상관관계가 있으므로 보기에서 음의 상관관계가 있는 것을 고르면 ㉡, ㉢, ㉥이다. 답 ㉡, ㉢, ㉥

참고 ㉠ 양의 상관관계
㉣, ㉤ 상관관계가 없다.

0675 답 

, 양의 상관관계

0676 답 ㉠, ㉣, ㉤, ㉥

0677 여름철 평균 기온과 아이스크림 판매량 사이에는 양의 상관관계가 있으므로 양의 상관관계를 나타내는 산점도는 ㉢이다. 답 ㉢

0678 ①, ②, ④, ⑤ 양의 상관관계
③ 음의 상관관계
따라서 두 변량 사이의 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

0679 하루에 걷는 시간과 혈압, 심장마비, 혈액의 점도, 불필요한 응혈은 음의 상관관계가 있고, 하루에 걷는 시간과 좋은 콜레스테롤 수치는 양의 상관관계가 있다. 답 ③

0680 ① 수입액과 저축액 사이에는 양의 상관관계가 있으므로 수입이 많을수록 대체로 저축을 많이 한다.

② A는 D에 비해 수입액도 적고 저축액도 적다.
④ A, B, C, D, E 중 저축액이 가장 적은 사원은 A이다.
⑤ A, B, C, D, E 중 수입액과 저축액이 가장 많은 사원은 D이다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

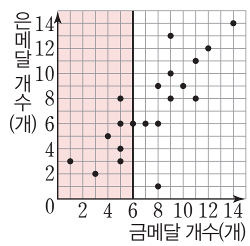
0681 답 D

0682 ㉠ A, B, C, D 중 100 m 달리기를 가장 잘하는 학생은 A이다.
㉡ 주어진 산점도에 오른쪽 아래로 향하는 대각선을 그었을 때, 대각선에서 멀리 떨어질수록 100 m 달리기 기록과 멀리던지기 기록의 차가 크므로 A, B, C, D 중 두 기록의 차가 가장 큰 학생은 B이다.
㉣ 100 m 달리기 기록이 짧을수록 100 m 달리기를 잘하는 것이므로 100 m 달리기를 잘하는 학생은 대체로 멀리던지기도 잘한다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다. 답 ㉡, ㉢, ㉣

0683 ①, ⑤ 금메달과 은메달 개수 사이에는 양의 상관관계가 있으므로 예금액과 이자 사이의 상관관계와 같다.
② 은메달 개수가 10개 이상인 국가의 금메달 개수는 9개, 9개, 11개, 12개, 14개이므로 그 평균은
$\frac{9+9+11+12+14}{5}=\frac{55}{5}=11$(개)

③ 금메달 개수가 6개 미만인 국가의 수는 오른쪽 산점도에서 직선을 제외하고 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 7개이다.



$\therefore \frac{7}{20}\times 100=35\ (\%)$

④ 금메달 개수가 가장 적은 국가의 금메달 개수는 1개이고, 이 국가의 은메달 개수는 3개이다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

STEP 3 심화유형 Master p.121~p.122

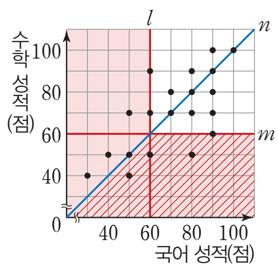
0684 1차 시기와 2차 시기 점수의 합이 큰 쪽부터 크기순으로 나열하면 32점, 31점, 31점, 30점, 29점, 28점, …이다.
따라서 5등인 선수의 1차 시기와 2차 시기 점수의 합은 29점이고, 그 선수의 2차 시기 점수는 15점이다. 답 15점

0685 전체 학생 수가 30명이므로 상위 10 % 이내에 드는 학생 수는 $30\times\frac{10}{100}=3$(명)
이때 말하기와 듣기 점수의 합이 상위 3명에 속하는 학생들의 말하기와 듣기 점수를 순서쌍으로 나타내면
(100, 100), (100, 90), (90, 90)
따라서 상장을 받는 학생들의 말하기와 듣기 점수의 합은 최소 $90+90=180$(점)이다.
답 180점

0686 전체 학생 수가 20명이므로 상위 25 % 이내에 드는 학생 수는 $20\times\frac{25}{100}=5$(명)
이때 수학 성적이 상위 5명에 속하는 학생들의 체육 성적은 100점, 90점, 90점, 70점, 60점이므로 그 평균은
$\frac{100+90+90+70+60}{5}=\frac{410}{5}=82$(점)
답 82점

0687 전체 학생 수가 15명이므로 상위 40 % 이내에 드는 학생 수는 $15\times\frac{40}{100}=6$(명)
이때 지필평가와 수행평가 점수의 총점이 상위 6명에 속하는 학생들의 지필평가와 수행평가 점수를 순서쌍으로 나타내면
(50, 50), (50, 45), (45, 50), (45, 40), (40, 45), (45, 35)
따라서 상위 40 % 이내에 드는 학생들의 총점의 평균은
$\frac{(50+50)+(50+45)+(45+50)+(45+40)+(40+45)+(45+35)}{6}$
$=\frac{100+95+95+85+85+80}{6}=\frac{540}{6}=90$(점)
답 90점

0688 국어와 수학 중 적어도 한 과목의 성적이 60점 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 l, m을 제외하고 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



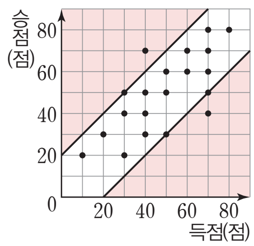
$\therefore \frac{7}{20}\times100=35$ (%)
답 35 %

0689 국어 성적이 수학 성적보다 높은 학생 수는 **0688**의 산점도에서 직선 n을 제외하고 직선 n의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같다. 이 중에서 수학 성적이 60점 이하인 학생 수는 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.
따라서 국어 성적이 수학 성적보다 높으면서 수학 성적이 60점 이하인 학생들의 국어 성적은 50점, 60점, 80점, 90점이므로 그 평균은
$\frac{50+60+80+90}{4}=\frac{280}{4}=70$(점)
답 70점

0690 과학 상상화 그리기와 글짓기 점수의 총점이 큰 쪽부터 크기 순으로 나열하면 20점, 19점, 18점, 18점, 17점, 16점, 15점, …이고, $\frac{20+19+18+18+17+16}{6}=\frac{108}{6}=18$(점)
이므로 전체 학생 수 24명 중 6명이 선발되었다.
따라서 선발된 학생들은 상위 $\frac{6}{24}\times100=25$ (%) 이내에 든다.
답 25 %

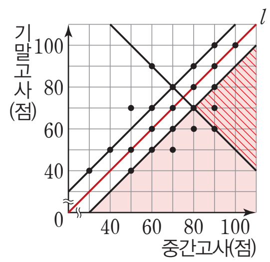
참고 상위 5명의 총점의 평균은
$\frac{20+19+18+18+17}{5}=\frac{92}{5}=18.4$(점)
상위 7명의 총점의 평균은
$\frac{20+19+18+18+17+16+15}{7}=\frac{123}{7}$(점)

0691 득점과 승점의 차가 20점 이상인 팀의 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 5팀이다. 즉 $a=5$



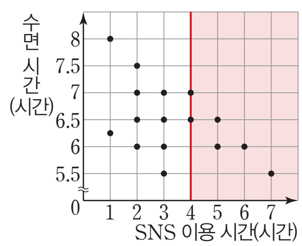
또 득점과 승점의 평균이 12번째로 높은 팀의 득점은 40점, 승점은 50점이므로 그 평균은
$\frac{40+50}{2}=\frac{90}{2}=45$(점), 즉 $b=45$
$\therefore b-a=45-5=40$
답 40

0692 (가) 중간고사 성적보다 기말고사 성적이 떨어진 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같다.



(나) (가)에서 중간고사와 기말고사 성적의 차가 10점 이상인 학생 수는 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같다.
(다) (나)에서 중간고사와 기말고사 성적의 총점이 150점 이상인 학생 수는 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같다.
따라서 세 조건 (가), (나), (다)를 동시에 만족하는 학생 수는 4명이다.
답 4명

0693 주어진 산점도에 자료를 추가하면 오른쪽 산점도와 같으므로 SNS 이용 시간과 수면 시간 사이에는 음의 상관관계가 있다.



답 음의 상관관계

0694 SNS 이용 시간이 4시간 이상인 학생 수는 **0693**의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \frac{6}{16}\times100=37.5\,(\%)$, 즉 $a=37.5$

또 수면 시간이 7시간인 학생들의 SNS 이용 시간은 2시간, 3시간, 4시간이므로 그 평균은 $\frac{2+3+4}{3}=\frac{9}{3}=3$(시간),

즉 $b=3$

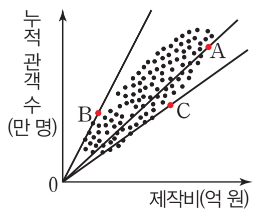
$\therefore 2a-b=2\times37.5-3=72$ 　　답 72

0695 ㉠ 영화 A는 영화 C보다 제작비도 많고, 누적 관객 수도 많다.

㉢ $\frac{(\text{누적 관객 수})}{(\text{제작비})}$의 값이 크다는 것은 제작비에 비해 누적 관객 수가 많다는 뜻이므로 세 영화 A, B, C 중 제작비에 비해 누적 관객 수가 가장 많은 영화는 B이다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다. 　　답 ㉡, ㉢

참고 오른쪽 그림과 같이 원점과 세 점 A, B, C를 각각 연결한 직선을 그었을 때, 직선의 기울기는 $\frac{(\text{누적 관객 수})}{(\text{제작비})}$의 값을 의미한다.



이때 점 B를 지나는 직선의 기울기가 가장 크므로 $\frac{(\text{누적 관객 수})}{(\text{제작비})}$의 값이 가장 큰 영화는 B이다.

서술형 Power Up!
p.123~p.126

0696 답 (1) 평균은 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값이다.

즉 (평균)$=\frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$이다.

(2) 평균은 극단적인 값에 영향을 받으므로 자료에 극단적인 값이 있는 경우 대푯값으로 적절하지 않다.

(3) 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 중앙에 놓인 값이다.

(4) 최빈값은 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값이다.

0697 (2) 최빈값은 2개 이상일 수도 있다.

(3) 자료의 변량의 개수가 짝수 개인 경우 중앙값은 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 중앙에 놓인 두 값의 평균이므로 주어진 자료 중에 없을 수도 있다.

(4) 자료의 값이 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7인 경우 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 5로 일치한다.

답 (1) ○ (2) ×, 풀이 참조 (3) ×, 풀이 참조 (4) ○

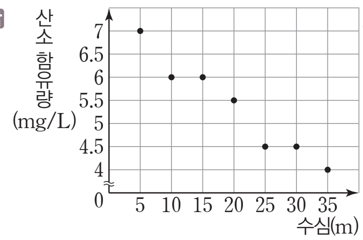
0698 (1) 자료의 값 중에 95 mm와 같이 극단적인 값이 있으므로 대푯값으로 중앙값이 적당하다.

(2) 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 95

이므로 중앙값은 4번째 값인 7과 5번째 값인 8의 평균이다. 즉 (중앙값)$=\frac{7+8}{2}=7.5\,(\text{mm})$

답 (1) 중앙값, 풀이 참조 (2) 7.5 mm

0699 답 

, 음의 상관관계

0700 (1) 3회의 성적이 90점이고 편차가 6점이므로

(평균)$=90-6=84$(점)

$\therefore A=4+84=88,\ B=-3+84=81,$

$D=81-84=-3,\ F=85-84=1$

이때 편차의 총합은 0이므로

$-3+4+6+(-3)+E+1=0$ 　　$\therefore E=-5$

$\therefore C=-5+84=79$

(2) (분산)$=\frac{(-3)^2+4^2+6^2+(-3)^2+(-5)^2+1^2}{6}$

$=\frac{96}{6}=16$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4$(점)

답 (1) $A=88,\ B=81,\ C=79,\ D=-3,\ E=-5,\ F=1$

(2) 4점

0701 (1) 편차의 총합은 0이므로

$-5+(-3)+a+2+b=0$ 　　$\therefore a+b=6$

(2) 표준편차가 $\sqrt{11.6}$, 즉 분산이 $(\sqrt{11.6})^2=11.6$이므로

$\frac{(-5)^2+(-3)^2+a^2+2^2+b^2}{5}=11.6$

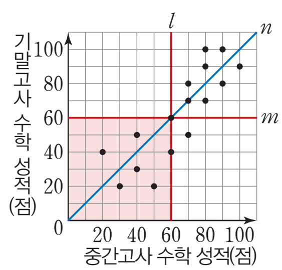
$a^2+b^2+38=58$ 　　$\therefore a^2+b^2=20$

(3) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$20=6^2-2ab,\ 2ab=16$ 　　$\therefore ab=8$

답 (1) 6 (2) 20 (3) 8

0702 (1) 중간고사 수학 성적과 기말고사 수학 성적이 모두 60점 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 l, m을 제외하고 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다. 따라서 보충 학습 과제를 받는 학생 수는 5명이다.

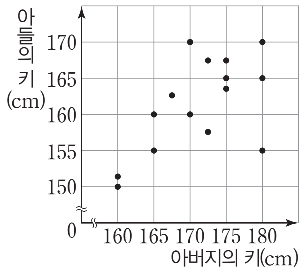


(2) 중간고사 수학 성적에 비해 기말고사 수학 성적이 오른 학생 수는 위 산점도에서 직선 n을 제외하고 직선 n의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \dfrac{6}{16}\times 100=37.5\,(\%)$

답 (1) 5명 (2) 37.5 %

0703 (2) 주어진 산점도에 5개의 자료를 추가하면 오른쪽 산점도와 같으므로 아버지의 키와 아들의 키 사이에는 양의 상관관계가 있다.



답 (1) 상관관계가 없다. (2) 양의 상관관계

0704 남학생 수와 여학생 수를 각각 $4x$명, $3x$명$(x>0)$이라고 하면 이 반 전체 학생의 음악 성적의 평균은

$\dfrac{67\times 4x+60\times 3x}{4x+3x}=\dfrac{448x}{7x}=64$(점)

답 64점

0705 자료에서 x를 제외한 나머지 변량들이 모두 다르므로 최빈값이 존재하려면 x의 값이 85, 93, 78, 84 중 하나이어야 하고, 최빈값은 x점이다.

(평균)$=\dfrac{85+93+78+84+x}{5}=\dfrac{340+x}{5}$(점)

이때 평균과 최빈값이 같으므로

$\dfrac{340+x}{5}=x$, $340+x=5x$

$4x=340\quad \therefore x=85$

답 85

0706 학생 D의 국어 성적의 편차를 x점이라고 하면

편차의 총합은 0이므로

$-2+3+(-1)+x+4=0\quad \therefore x=-4$

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{(-2)^2+3^2+(-1)^2+(-4)^2+4^2}{5}=\dfrac{46}{5}$

즉 $a=46$, $b=5$이므로

$a-b=46-5=41$

답 41

0707 평균이 9이므로

$\dfrac{8+a+b+5+12}{5}=9$

$a+b+25=45\quad \therefore a+b=20$ …… ㉠

분산이 6이므로

$\dfrac{(8-9)^2+(a-9)^2+(b-9)^2+(5-9)^2+(12-9)^2}{5}=6$

$(-1)^2+(a-9)^2+(b-9)^2+(-4)^2+3^2=30$

$\therefore a^2+b^2-18(a+b)+188=30$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-18\times 20+188=30$

$\therefore a^2+b^2=202$

답 202

0708 변량 a, b, c, d의 평균이 1, 표준편차가 $\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=1$

$\dfrac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2}{4}=(\sqrt{3})^2=3$

변량 $3a-1$, $3b-1$, $3c-1$, $3d-1$에서

(평균)$=\dfrac{(3a-1)+(3b-1)+(3c-1)+(3d-1)}{4}$

$=\dfrac{3(a+b+c+d)-4}{4}=3\times 1-1=2$

(분산)$=\dfrac{\{(3a-1)-2\}^2+\{(3b-1)-2\}^2+\{(3c-1)-2\}^2+\{(3d-1)-2\}^2}{4}$

$=\dfrac{(3a-3)^2+(3b-3)^2+(3c-3)^2+(3d-3)^2}{4}$

$=\dfrac{9\{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2\}}{4}$

$=9\times 3=27$

이므로

(표준편차)$=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

답 평균 : 2, 표준편차 : $3\sqrt{3}$

0709 A 모둠에서

(평균)$=\dfrac{5+6+6+9+9}{5}=\dfrac{35}{5}=7$(점)

이때 편차는 -2점, -1점, -1점, 2점, 2점이므로

(분산)$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+(-1)^2+2^2+2^2}{5}=\dfrac{14}{5}=2.8$

B 모둠에서

(평균)$=\dfrac{4+4+4+6+7}{5}=\dfrac{25}{5}=5$(점)

이때 편차는 -1점, -1점, -1점, 1점, 2점이므로

(분산)$=\dfrac{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{8}{5}=1.6$

따라서 B 모둠의 분산이 A 모둠의 분산보다 작으므로 B 모둠의 성적이 A 모둠의 성적보다 더 고르다.

답 B 모둠, 풀이 참조

0710 핸드폰 사용 시간이 65시간 이상인 학생이 읽은 책의 권수는 2권, 3권, 4권, 5권, 6권이므로 그 평균은

$\dfrac{2+3+4+5+6}{5}=\dfrac{20}{5}=4$(권)

답 4권

0711 주어진 산점도에 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그렸을 때, 대각선에서 멀리 떨어질수록 오른손과 왼손의 악력의 차가 크므로 오른손과 왼손의 악력의 차가 가장 큰 학생은 E이다.

답 E