수학

중3 2학기 기말고사

정답과 풀이

본문

정답과 풀이

VI 원의 성질

1 원과 직선

교과서가 한눈에 p.3

01 90, $\overline{OB}$, $\overline{OM}$, RHS, $\overline{BM}$
02 (1) 5 (2) 6 (3) 3 (4) 24
03 (1) 6 (2) 3 (3) 6 (4) 2
04 (1) 70 (2) $5\sqrt{5}$
05 (1) 7 (2) 65
06 (1) 7 cm (2) 6 cm (3) 13 cm
07 (1) 5 (2) 6

02 (3) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$이므로 $\triangle OAM$에서
$x=\sqrt{5^2-4^2}=3$
(4) $\triangle OMB$에서 $\overline{BM}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\text{cm})$
$\therefore x=2\times 12=24$

04 (1) $\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle OPA$에서
$\angle POA=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$ $\quad\therefore x=70$
(2) $\angle OAP=90^\circ$이므로 $\triangle OAP$에서
$x=\sqrt{5^2+10^2}=5\sqrt{5}$

05 (2) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle APB$에서
$\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$ $\quad\therefore x=65$

06 (1) $\overline{BE}=\overline{BD}=11-4=7\,(\text{cm})$
(2) $\overline{AF}=\overline{AD}=4\text{ cm}$이므로
$\overline{CE}=\overline{CF}=10-4=6\,(\text{cm})$
(3) $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=7+6=13\,(\text{cm})$

07 (1) $6+8=x+9$ $\quad\therefore x=5$
(2) $x+8=4+10$ $\quad\therefore x=6$

또또! 나오는 문제 p.4~9

01 $6\sqrt{3}$ cm **02** $\sqrt{41}$ cm **03** ⑤ **04** ② **05** ③ **06** 10 cm
07 20 cm **08** $6\sqrt{3}$ cm **09** 8 **10** ③ **11** 14 cm
12 $\sqrt{34}$ **13** $10\sqrt{6}\text{ cm}^2$ **14** 6 cm **15** 70° **16** ③ **17** 30 cm
18 $48\pi\text{ cm}^2$ **19** 13 cm **20** ⑤ **21** ④ **22** $10\pi\text{ cm}^2$
23 $\frac{16}{3}$ cm **24** $8\sqrt{2}$ cm **25** ③ **26** ① **27** $\frac{3}{2}$ **28** 6 km
29 24 cm **30** ⑤ **31** ② **32** 90° **33** $5\sqrt{6}\text{ cm}^2$ **34** $\frac{5}{2}$ cm
35 3 cm **36** ② **37** 6 cm **38** 2 **39** ③ **40** 4 cm **41** 32 cm
42 ③ **43** 10 cm **44** ⑤

실수하기 쉬운 문제

01 $100\pi\text{ m}^2$ **02** 8 cm **03** 10 cm

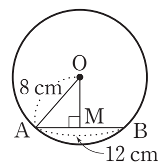
01 $\triangle OAH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

02 $\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$
$\triangle OAC$에서 $\overline{OA}=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}\,(\text{cm})$

03 $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 10=5\,(\text{cm})$
$\triangle OMB$에서 $\overline{BM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=5\sqrt{3}\text{ cm}$

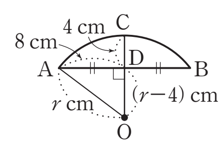
04 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{BH}=\overline{AH}=4$
$\overline{OC}=\overline{OB}=x$이므로 $\overline{OH}=x-2$
$\triangle OHB$에서 $(x-2)^2+4^2=x^2$, $4x=20$ $\quad\therefore x=5$

05 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



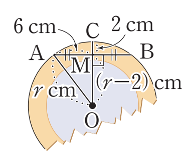
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$
$\triangle OAM$에서
$\overline{OM}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$
따라서 구하는 거리는 $2\sqrt{7}$ cm이다.

06 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 $\triangle AOD$에서



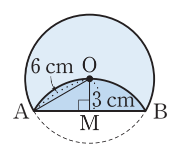
$r^2=8^2+(r-4)^2$, $8r=80$
$\therefore r=10$
따라서 원의 반지름의 길이는 10 cm이다.

07 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$
오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 $\triangle AOM$에서



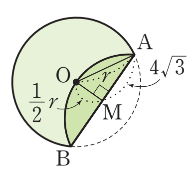
$r^2=6^2+(r-2)^2$, $4r=40$ $\quad\therefore r=10$
따라서 원래 접시의 지름의 길이는 $2\times 10=20\,(\text{cm})$

08 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\overline{OA}=6\text{ cm}$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$
$\triangle OAM$에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

09 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}r$
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$이므로

$\triangle$OMA에서 $r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(4\sqrt{3})^2$, $r^2=64$

$\therefore r=8$ ($\because r>0$)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 8이다.

10 $\triangle$OCN에서 $\overline{CN}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times3=6$ (cm)

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=6$ cm

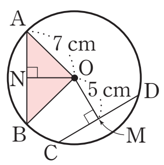
11 $\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times7=14$ (cm)

12 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=10$

$\therefore \overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

$\triangle$AMO에서 $\overline{OA}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$

13 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 N이라고 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=5$ cm

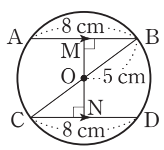
$\triangle$OAN에서

$\overline{AN}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$ (cm)

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AN}=2\times2\sqrt{6}=4\sqrt{6}$ (cm)이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times5=10\sqrt{6}$ (cm^2)

14 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 두 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)

$\triangle$OCN에서 $\overline{ON}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ (cm)

이때 두 현 AB와 CD 사이의 거리는 $\overline{MN}$의 길이와 같으므로

$\overline{MN}=2\overline{ON}=2\times3=6$ (cm)

15 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

16 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times55^\circ=70^\circ$

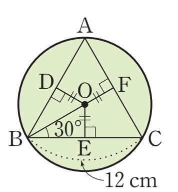
17 $\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times5=10$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle$ABC는 정삼각형이다.

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=3\times10=30$ (cm)

18 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle$ABC는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle OBE=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)이므로

$\triangle$OBE에서

$\overline{OB}=\frac{6}{\cos30^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$ (cm^2)

19 $\overline{PA}=\overline{PB}=12$ cm, $\angle OAP=90^\circ$이므로 $\triangle$AOP에서

$\overline{OP}=\sqrt{5^2+12^2}=13$ (cm)

20 $\overline{PQ}=\overline{OQ}=\overline{OT}=6$이므로 $\overline{PO}=6+6=12$

$\angle PTO=90^\circ$이므로 $\triangle$POT에서

$\overline{PT}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$

21 $\angle PAO=90^\circ$이므로 $\angle PAB=90^\circ-24^\circ=66^\circ$

이때 $\triangle$PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle P=180^\circ-2\times66^\circ=48^\circ$

22 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle AOB=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

따라서 색칠한 부분은 중심각의 크기가 $360^\circ-135^\circ=225^\circ$인 부채꼴이므로 구하는 넓이는

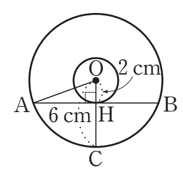
$\pi\times4^2\times\frac{225}{360}=10\pi$ (cm^2)

23 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 $\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle$APO에서

$(6+r)^2=10^2+r^2$, $12r=64$ $\quad\therefore r=\frac{16}{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{16}{3}$ cm이다.

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로 $\triangle$OAH에서

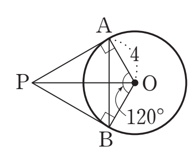
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)

25 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle APB=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle$APB는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면



$\angle AOP=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

$\triangle$APO에서 $\overline{PA}=4\tan60^\circ=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{PA}=4\sqrt{3}$

26 $\overline{BE}=\overline{BD}=9-6=3$ (cm)

$\overline{AF}=\overline{AD}=9$ cm이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=9-7=2$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=3+2=5$ (cm)

27 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=6+4+5=15$

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=\frac{15}{2}-6=\frac{3}{2}$

28 $\overline{DC}=\overline{DA}$, $\overline{EC}=\overline{EB}$이므로

($\triangle$PED의 둘레의 길이)$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$

$=2\times3=6$ (km)

29 $\overline{OQ}=5$ cm, $\angle APO=90^\circ$이므로 $\triangle$AOP에서

$\overline{AP}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)

$\overline{BQ}=\overline{BP}$, $\overline{CQ}=\overline{CR}$이므로

$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=\overline{AP}+\overline{AR}=2\overline{AP}$

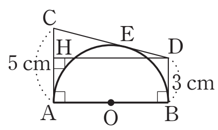
$=2\times12=24\ (cm)$

30 ⑤ $\triangle OBE\equiv\triangle OBD$, $\triangle OCE\equiv\triangle OCF$

31 $\overline{CE}=\overline{AC}=5\ cm$, $\overline{DE}=\overline{BD}=3\ cm$이므로

$\overline{CD}=5+3=8\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AH}=\overline{BD}=3\ cm$이므로

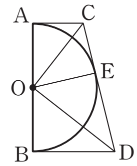


$\overline{CH}=5-3=2\ (cm)$

$\triangle CHD$에서 $\overline{HD}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}\ (cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{HD}=2\sqrt{15}\ cm$

32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\triangle AOC\equiv\triangle EOC$(RHS 합동),

$\triangle BOD\equiv\triangle EOD$(RHS 합동)이므로

$\angle AOC=\angle EOC$, $\angle BOD=\angle EOD$

$\therefore\ \angle COD=\angle EOC+\angle EOD$

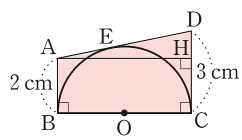
$=\frac{1}{2}\angle AOE+\frac{1}{2}\angle BOE$

$=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$

33 $\overline{AE}=\overline{AB}=2\ cm$, $\overline{DE}=\overline{DC}=3\ cm$이므로

$\overline{AD}=2+3=5\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



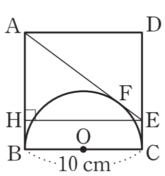
$\overline{CH}=\overline{AB}=2\ cm$이므로

$\overline{DH}=3-2=1\ (cm)$

$\triangle AHD$에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}\ (cm)$

$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(2+3)\times2\sqrt{6}=5\sqrt{6}\ (cm^2)$

34 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{EF}=x\ cm$라고 하면



$\overline{HB}=\overline{EC}=\overline{EF}=x\ cm$

$\overline{AH}=(10-x)\ cm$,

$\overline{AE}=(10+x)\ cm$이므로

$\triangle AHE$에서

$(10+x)^2=(10-x)^2+10^2$, $40x=100$ $\quad\therefore\ x=\frac{5}{2}$

따라서 $\overline{EF}$의 길이는 $\frac{5}{2}\ cm$이다.

35 $\overline{CE}=x\ cm$라고 하면 $\overline{CF}=\overline{CE}=x\ cm$

$\overline{AD}=\overline{AF}=(7-x)\ cm$, $\overline{BD}=\overline{BE}=(8-x)\ cm$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$9=(7-x)+(8-x)$, $2x=6$ $\quad\therefore\ x=3$

따라서 $\overline{CE}$의 길이는 3 cm이다.

36 $\overline{BE}=\overline{BD}=10-6=4\ (cm)$

$\overline{AF}=\overline{AD}=6\ cm$이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=9-6=3\ (cm)$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=4+3=7\ (cm)$

37 $\overline{BE}=\overline{BD}=5\ cm$, $\overline{CE}=\overline{CF}=7\ cm$

$\overline{AF}=x\ cm$라고 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}=x\ cm$

이때 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 36 cm이므로

$(x+5)+(5+7)+(x+7)=36$, $2x=12$ $\quad\therefore\ x=6$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 6 cm이다.

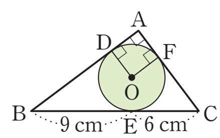
38 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면 $\square OECF$는 정사각형이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=r$, $\overline{AD}=\overline{AF}=6-r$, $\overline{BD}=\overline{BE}=8-r$

이때 $\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=10$이고 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$10=(6-r)+(8-r)$, $2r=4$ $\quad\therefore\ r=2$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2이다.

39 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 $\square ADOF$는 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{AF}=r\ cm$



이때 $\overline{BD}=\overline{BE}=9\ cm$, $\overline{CF}=\overline{CE}=6\ cm$이므로

$\overline{AB}=(9+r)\ cm$, $\overline{AC}=(6+r)\ cm$

$\triangle ABC$에서 $(9+r)^2+(6+r)^2=15^2$, $r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0$ $\quad\therefore\ r=3\ (\because\ r>0)$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi\ (cm^2)$

40 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+12=(3+\overline{DE})+15$ $\quad\therefore\ \overline{DE}=4\ (cm)$

41 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=10+6=16\ (cm)$이므로

$(\square ABCD$의 둘레의 길이$)=2\times16=32\ (cm)$

42 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$5+(x+1)=4+(2x-1)$ $\quad\therefore\ x=3$

43 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{13})^2-12^2}=8\ (cm)$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$8+\overline{CD}=6+12$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=10\ (cm)$

44 $\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{12^2+5^2}=13\ (cm)$

$\overline{AD}=x\ cm$라고 하면 $\overline{EC}=(x-5)\ cm$

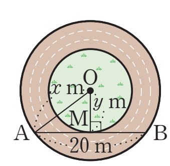
$\square AECD$가 원 O에 외접하므로 $\overline{AE}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{EC}$

$13+12=x+(x-5)$, $2x=30$ $\quad\therefore\ x=15$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 15 cm이다.

실수하기 쉬운 문제

01 $\overline{AB}$와 작은 원의 접점을 M이라고 하면 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times20=10\ (m)$

큰 원의 반지름의 길이를 x m, 작은 원의 반지름의 길이를 y m라고 하면

$\triangle OAM$에서 $x^2=10^2+y^2$, $x^2-y^2=100$
$\therefore$ (트랙의 넓이)$=\pi\times x^2-\pi\times y^2=\pi(x^2-y^2)=100\pi\ (\mathrm{m}^2)$

02 $\overline{BF}=x$ cm라고 하면 $\overline{BH}=\overline{BF}=x$ cm
$\overline{AI}=\overline{AF}=(6-x)$ cm, $\overline{CI}=\overline{CH}=(7-x)$ cm
이때 $\overline{AC}=\overline{AI}+\overline{CI}$이므로
$5=(6-x)+(7-x)$, $2x=8$ $\quad\therefore x=4$
$\therefore$ ($\triangle BED$의 둘레의 길이)$=\overline{BF}+\overline{BH}=2\overline{BF}$
$=2\times4=8$ (cm)

03 $\overline{DE}=x$ cm라고 하면
$\square ABED$가 원 O에 외접하므로 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$
$8+x=12+\overline{BE}$ $\quad\therefore \overline{BE}=(x-4)$ cm
$\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-(x-4)=16-x$ (cm)
$\triangle DEC$에서 $x^2=(16-x)^2+8^2$, $32x=320$ $\quad\therefore x=10$
따라서 $\overline{DE}$의 길이는 10 cm이다.

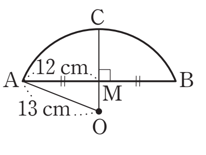
튼튼! 만점 예상 문제 1회 p.10~11

01 $4\sqrt{5}$ cm	**02** 16π cm^2	**03** 8 cm	**04** ②	**05** ③	**06** 144°
07 9 cm	**08** ④	**09** $9\sqrt{3}$	**10** 6 cm	**11** ③	**12** 28π cm^2
13 9 cm	**14** ②	**15** ⑤	**16** ③		

01 $\overline{OM}=6-2=4$ (cm)이므로 $\triangle OMB$에서
$\overline{BM}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ (cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ (cm)

02 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (cm)이고
$\angle AOM=60^\circ$이므로 $\triangle OAM$에서
$\overline{OA}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=2\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4$ (cm)
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

03 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12$ (cm)
오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\triangle AOM$에서

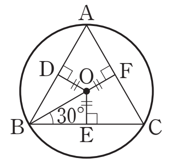


$\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=5$ (cm)
$\therefore \overline{CM}=\overline{OC}-\overline{OM}$
$=13-5=8$ (cm)

05 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 원의 중심 O와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는 3 cm이다.
$\therefore \triangle OCD=\frac{1}{2}\times10\times3=15\ (\mathrm{cm}^2)$

06 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$
따라서 $\square AMON$에서
$\angle MON=360^\circ-(90^\circ+36^\circ+90^\circ)=144^\circ$

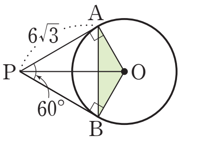
07 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{OB}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (cm),
$\angle OBE=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
$\triangle OBE$에서
$\overline{BE}=3\sqrt{3}\cos 30^\circ=3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9}{2}$ (cm)
$\therefore \overline{BC}=2\overline{BE}=2\times\frac{9}{2}=9$ (cm)

08 $\angle OTP=90^\circ$이므로 $\triangle OPT$에서
$\overline{OP}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=10$ (cm)
$\therefore \overline{PQ}=10-5=5$ (cm)

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면
$\triangle APO$에서 $\angle PAO=90^\circ$,

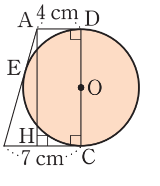


$\angle APO=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$이므로
$\overline{OA}=6\sqrt{3}\tan 30^\circ=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6$
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$

10 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로
$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=11+9+8=28$ (cm)
이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\overline{AF}=\frac{1}{2}\times28=14$ (cm)
$\therefore \overline{CF}=\overline{AF}-\overline{AC}=14-8=6$ (cm)

11 $\angle APO=90^\circ$이므로 $\triangle PAO$에서
$\overline{AP}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$ (cm)
$\overline{BD}=\overline{BP}$, $\overline{CD}=\overline{CQ}$이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AP}+\overline{AQ}=2\overline{AP}$
$=2\times6\sqrt{2}=12\sqrt{2}$ (cm)

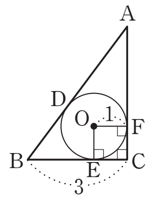
12 $\overline{AE}=\overline{AD}=4$ cm, $\overline{BE}=\overline{BC}=7$ cm이므로
$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}=4+7=11$ (cm)
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{CH}=\overline{AD}=4$ cm이므로
$\overline{BH}=7-4=3$ (cm)
$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}$ (cm)
$\therefore \overline{CD}=\overline{AH}=4\sqrt{7}$ cm
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{7}$ cm이므로 원 O의 넓이는
$\pi\times(2\sqrt{7})^2=28\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

13 $\overline{AF}=\overline{AD}=12-7=5$ (cm)
$\overline{BE}=\overline{BD}=7$ cm이므로 $\overline{CF}=\overline{CE}=11-7=4$ (cm)
$\therefore \overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=5+4=9$ (cm)

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\square$OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{OF}=1$

$\overline{BD}=\overline{BE}=3-1=2$

$\overline{AD}=x$라고 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x$

$\triangle$ABC에서 $(x+2)^2=3^2+(x+1)^2$

$2x=6 \qquad \therefore x=3$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=3+2=5$

15 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+\overline{CD}=7+12 \qquad \therefore \overline{CD}=9\,(\text{cm})$

$\triangle$DBC에서 $\overline{BD}=\sqrt{12^2+9^2}=15\,(\text{cm})$

16 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=16+14=30\,(\text{cm})$

$\overline{AB}:\overline{CD}=2:3$이므로 $\overline{CD}=\dfrac{3}{2+3}\times 30=18\,(\text{cm})$

튼튼! 만점 예상 문제 2회 p.12~13

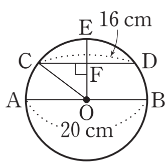
01 ③ **02** ③ **03** ③ **04** 32 cm **05** ⑤ **06** 9 cm
07 $2\sqrt{10}$ cm **08** 9π cm^2 **09** ⑤ **10** 3 cm **11** ②, ⑤
12 $(28\sqrt{10}-20\pi)$ cm^2 **13** ④ **14** 1 **15** 7 cm **16** 6

01 $\triangle$OHB에서 $\overline{BH}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$

$\overline{AH}=\overline{BH}=8$ cm, $\overline{CH}=10-6=4\,(\text{cm})$이므로

$\triangle$ACH에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

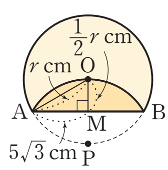


$\overline{OC}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 20=10\,(\text{cm})$

$\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times 16=8\,(\text{cm})$

$\triangle$COF에서 $\overline{OF}=\sqrt{10^2-8^2}=6\,(\text{cm})$

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=\dfrac{1}{2}r$ cm

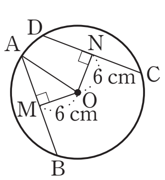
$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 10\sqrt{3}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

$\triangle$OAM에서 $r^2=(5\sqrt{3})^2+\left(\dfrac{1}{2}r\right)^2$

$r^2=100 \qquad \therefore r=10\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이다.

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\triangle$OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 8=16\,(\text{cm})$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=16$ cm

$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=16+16=32\,(\text{cm})$

05 ① $\square$AMON에서

$\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$이고,

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle$ABC는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC}=\overline{AB}=4\sqrt{3}$ cm

② $\overline{CN}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

③, ④ $\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\angle OBM=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$이므로 $\triangle$OMB에서

$\overline{OM}=2\sqrt{3}\tan 30^\circ=2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\,(\text{cm})$

$\overline{OB}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=2\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\,(\text{cm})$

⑤ 원 O의 반지름의 길이가 4 cm이므로 그 넓이는

$\pi\times 4^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$

06 $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\angle P=60^\circ$이므로 $\triangle$APB는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB}=\overline{PA}=9$ cm

07 $\overline{CO}=\overline{AO}=3$ cm이므로 $\overline{PO}=4+3=7\,(\text{cm})$

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle$APO에서

$\overline{PA}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}\,(\text{cm})$

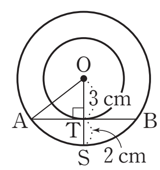
$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{10}$ cm

08 $\triangle$OPT는 $\angle OTP=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times\overline{OT}=6\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{OT}=3\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 3^2=9\pi\,(\text{cm}^2)$

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{AB}\perp\overline{OT}$이므로 $\triangle$OAT에서

$\overline{AT}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AT}=2\times 4=8\,(\text{cm})$

10 $\overline{CE}=\overline{CF}=7-6=1\,(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{AF}=7$ cm이므로 $\overline{BE}=\overline{BD}=7-5=2\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=2+1=3\,(\text{cm})$

11 ② $\overline{CE}=\overline{CA}$, $\overline{DE}=\overline{DB}$이지만 $\overline{CE}=\overline{DE}$인지는 알 수 없다.

⑤ $\angle AOP=\dfrac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$이므로 $\triangle$POA에서

$\overline{PA}=10\tan 60^\circ=10\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{CE}=\overline{CA}$, $\overline{DE}=\overline{DB}$이므로

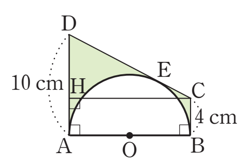
($\triangle$PDC의 둘레의 길이)$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$

$=2\times 10\sqrt{3}=20\sqrt{3}\,(\text{cm})$

12 $\overline{DE}=\overline{AD}=10$ cm, $\overline{CE}=\overline{BC}=4$ cm이므로

$\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{CE}=10+4=14\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AH}=\overline{BC}=4$ cm이므로



$\overline{DH}=10-4=6\,(\text{cm})$

$\triangle$DHC에서 $\overline{CH}=\sqrt{14^2-6^2}=4\sqrt{10}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square ABCD-$(반원 O의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(10+4)\times4\sqrt{10}-\frac{1}{2}\times\pi\times(2\sqrt{10})^2$

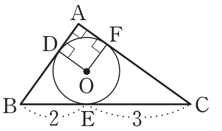
$=28\sqrt{10}-20\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

13 $\overline{AF}=\overline{AD}=3\,\mathrm{cm}$, $\overline{BD}=\overline{BE}=4\,\mathrm{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=5\,\mathrm{cm}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=2\times(3+4+5)=24\ (\mathrm{cm})$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면 $\square ADOF$는 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$

이때 $\overline{BD}=\overline{BE}=2$, $\overline{CF}=\overline{CE}=3$이므로

$\overline{AB}=2+r$, $\overline{AC}=3+r$

$\triangle ABC$에서 $(2+r)^2+(3+r)^2=5^2$, $r^2+5r-6=0$

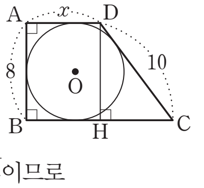
$(r-1)(r+6)=0$ $\quad\therefore r=1\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 1이다.

15 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$11+8=\overline{AD}+12$ $\quad\therefore \overline{AD}=7\ (\mathrm{cm})$

16 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{DH}=\overline{AB}=8$이므로 $\triangle DHC$에서



$\overline{CH}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\overline{BC}=x+6$이고 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$8+10=x+(x+6)$, $2x=12$ $\quad\therefore x=6$

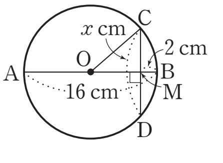
별별! 서술형 문제 p.14~15

01 (1) $\frac{17}{3}$ (2) $4\sqrt{7}$	**02** (1) 3 (2) 10	**03** $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
04 $\frac{9}{5}\,\mathrm{cm}$	**05** $8\pi\,\mathrm{m}$	**06** $21\,\mathrm{cm}^2$
07-1 4 cm	**07-2** 2 cm	**07-3** 10 cm

01 (1) $\overline{OM}=(x-3)\,\mathrm{cm}$이므로 $\triangle OAM$에서

$x^2=5^2+(x-3)^2$, $6x=34$ $\quad\therefore x=\frac{17}{3}$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\ (\mathrm{cm})$

$\overline{OM}=8-2=6\ (\mathrm{cm})$이므로

$\triangle COM$에서

$\overline{CM}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore x=2\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$

02 (1) $\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times4=8\ (\mathrm{cm})$

즉 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

$\triangle OCN$에서 $\overline{ON}=\sqrt{5^2-4^2}=3\ (\mathrm{cm})$ $\quad\therefore x=3$

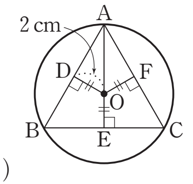
(2) $\triangle OCN$에서 $\overline{CN}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-5^2}=5\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times5=10\ (\mathrm{cm})$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=10\,\mathrm{cm}$ $\quad\therefore x=10$

03 (1) $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle OAD=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$이므로

$\triangle ADO$에서

$\overline{AD}=\frac{2}{\tan30^\circ}=2\times\frac{3}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(3) $\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=3\overline{AB}=3\times4\sqrt{3}=12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

04 (1) $\overline{DG}=\overline{CG}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{DH}=\overline{DG}=3\,\mathrm{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CG}=3\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{BI}=\overline{BF}=8-3=5\ (\mathrm{cm})$

(2) $\overline{EH}=\overline{EI}=x\,\mathrm{cm}$이므로 $\overline{AE}=8-(x+3)=5-x\ (\mathrm{cm})$

(3) $\triangle ABE$에서 $(5+x)^2=6^2+(5-x)^2$

$20x=36$ $\quad\therefore x=\frac{9}{5}$

따라서 $\overline{EI}$의 길이는 $\frac{9}{5}\,\mathrm{cm}$이다.

05 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

$\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ …… [2점]

따라서 $\widehat{AQB}$는 반지름의 길이가 6 m, 중심각의 크기가 $360^\circ-120^\circ=240^\circ$인 호의 길이이므로

$2\pi\times6\times\frac{240}{360}=8\pi\ (\mathrm{m})$ …… [2점]

06 $\overline{CE}=\overline{BC}$, $\overline{DE}=\overline{AD}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{DE}+\overline{CE}=\overline{DC}=7\ (\mathrm{cm})$ …… [3점]

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times7\times6=21\ (\mathrm{cm}^2)$ …… [2점]

07-1 $\overline{BD}=\overline{BE}=6\,\mathrm{cm}$ …… [1점]

$\overline{AF}=\overline{AD}=12-6=6\ (\mathrm{cm})$ …… [1점]

$\therefore \overline{CE}=\overline{CF}=10-6=4\ (\mathrm{cm})$ …… [1점]

07-2 $\overline{BE}=\overline{BD}=5\,\mathrm{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=9\,\mathrm{cm}$ …… [1점]

$\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$라고 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$

이때 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 32 cm이므로

$(x+5)+(5+9)+(x+9)=32$, $2x=4$ $\quad\therefore x=2$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 2 cm이다. …… [3점]

07-3 $\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$라고 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$,

$\overline{BE}=\overline{BD}=(12-x)\,\mathrm{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=(7-x)\,\mathrm{cm}$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $9=(12-x)+(7-x)$

$2x=10$ $\quad\therefore x=5$ …… [3점]

이때 $\overline{PG}=\overline{PD}$, $\overline{QG}=\overline{QF}$이므로

($\triangle APQ$의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}$

$=2\times5=10\ (\mathrm{cm})$ …… [2점]

2 원주각

교과서가 한눈에 p.17

01 (1) 62° (2) 130° (3) 40° (4) 150°
02 (1) $\angle x=20^\circ$, $\angle y=45^\circ$ (2) $\angle x=50^\circ$, $\angle y=30^\circ$
03 (1) 30° (2) 75°
04 (1) 28 (2) 4
05 (1) 10 (2) 25
06 ㉠, ㉡, ㉢

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 124^\circ=62^\circ$
(2) $\angle x=2\times 65^\circ=130^\circ$
(3) $\angle x=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$
(4) $\angle x=2\times 75^\circ=150^\circ$

03 (1) $\angle APB=90^\circ$이므로 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$
(2) $\angle APB=90^\circ$이므로 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+15^\circ)=75^\circ$

04 (1) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle APB=\angle CQD$ $\therefore x=28$
(2) $\angle APB=\angle CQD$이므로 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ $\therefore x=4$

05 (1) $30^\circ : 60^\circ=5 : x$에서
$1 : 2=5 : x$ $\therefore x=10$
(2) $x^\circ : 50^\circ=7 : 14$에서
$x : 50=1 : 2$ $\therefore x=25$

06 ㉣ $\triangle ABP$에서 $\angle BAP=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$
이때 $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

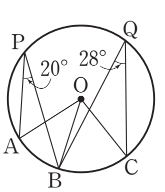
또또! 나오는 문제 p.18~21

01 ④ **02** 96° **03** 70° **04** $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **05** ⑤ **06** 54° **07** ②
08 23° **09** ② **10** ① **11** 30° **12** ② **13** $\frac{4}{5}$ **14** $\frac{\sqrt{7}}{4}$ **15** ①
16 80° **17** 45° **18** ② **19** 10 cm **20** ③ **21** 50° **22** 60°
23 ① **24** ① **25** ② **26** ③ **27** 45°

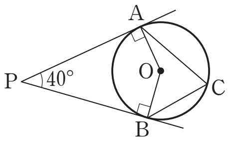
실수하기 쉬운 문제

01 20° **02** 27π **03** $\frac{9}{2}$ cm

01 $\angle x=2\times 75^\circ=150^\circ$
$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)=105^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=150^\circ+105^\circ=255^\circ$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면


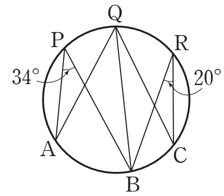
$\angle AOB=2\angle APB=2\times 20^\circ=40^\circ$
$\angle BOC=2\angle BQC=2\times 28^\circ=56^\circ$
$\therefore \angle AOC=\angle AOB+\angle BOC$
$=40^\circ+56^\circ=96^\circ$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면


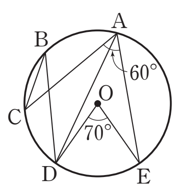
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\angle AOB=180^\circ-40^\circ=140^\circ$
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$

04 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times 60^\circ=120^\circ$
$\therefore \triangle OBC=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

05 $\angle ADC=\angle ABC=65^\circ$
$\triangle APD$에서 $\angle x=45^\circ+65^\circ=110^\circ$

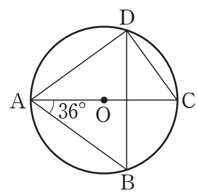
06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면


$\angle AQB=\angle APB=34^\circ$
$\angle BQC=\angle BRC=20^\circ$
$\therefore \angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$
$=34^\circ+20^\circ=54^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면


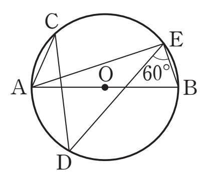
$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$
$\therefore \angle CBD=\angle CAD=60^\circ-35^\circ$
$=25^\circ$

08 $\triangle PBD$에서 $\angle PDB=58^\circ-35^\circ=23^\circ$
$\therefore \angle ACB=\angle ADB=23^\circ$

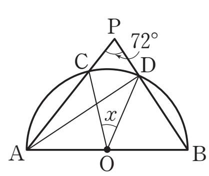
09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면


$\angle BDC=\angle BAC=36^\circ$
이때 $\angle ADC=90^\circ$이므로
$\angle ADB=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

10 $\angle ADB=90^\circ$이므로 $\angle ADC=90^\circ-42^\circ=48^\circ$
$\angle ABC=\angle ADC=48^\circ$이므로 $\triangle PCB$에서
$\angle CPB=180^\circ-(34^\circ+48^\circ)=98^\circ$

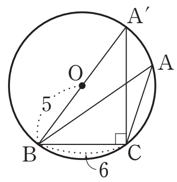
11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면


$\angle AEB=90^\circ$이므로
$\angle AED=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
$\therefore \angle ACD=\angle AED=30^\circ$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면


$\angle ADB=90^\circ$이므로
$\triangle ADP$에서
$\angle PAD=90^\circ-72^\circ=18^\circ$
$\therefore \angle x=2\angle CAD=2\times 18^\circ=36^\circ$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'C}$를 그으면



$\angle BCA'=90^\circ$, $\angle BA'C=\angle BAC$

$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=2\overline{OB}=2\times5=10$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore \cos A=\cos A'=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

14 $\overline{AB}=2\overline{OA}=2\times4=8$

$\angle ACB=90^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서

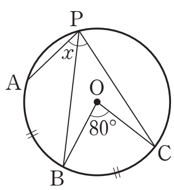
$\overline{AC}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

$\therefore \sin B=\dfrac{2\sqrt{7}}{8}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

15 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로 $\angle DCB=\angle ABC=18^\circ$

따라서 $\triangle PCB$에서 $\angle APC=18^\circ+18^\circ=36^\circ$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BP}$를 그으면



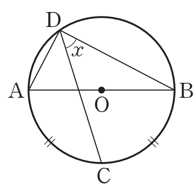
$\angle BPC=\dfrac{1}{2}\angle BOC=\dfrac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle APB=\angle BPC=40^\circ$

$\therefore \angle x=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC=\angle CDB=\angle x$

이때 $\angle ADB=90^\circ$이므로

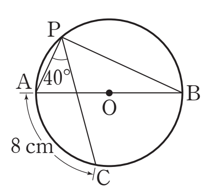
$\angle x=\dfrac{1}{2}\times90^\circ=45^\circ$

18 $\overset{\frown}{BC}=2\overset{\frown}{AD}$이므로 $\angle BAC=2\angle ABD=2\angle x$

따라서 $\triangle ABP$에서

$2\angle x+\angle x=72^\circ$, $3\angle x=72^\circ$ $\quad\therefore \angle x=24^\circ$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BP}$를 그으면



$\angle APB=90^\circ$이므로

$\angle CPB=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

$40^\circ:50^\circ=8:\overset{\frown}{BC}$이므로

$4:5=8:\overset{\frown}{BC}$

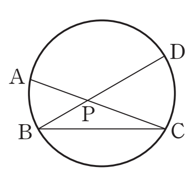
$\therefore \overset{\frown}{BC}=10\ (\text{cm})$

20 $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=3:1$이므로

$\angle BCD=\dfrac{1}{3}\angle ABC=\dfrac{1}{3}\times57^\circ=19^\circ$

따라서 $\triangle BCP$에서 $\angle x=57^\circ-19^\circ=38^\circ$

21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



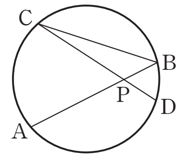
$\angle ACB=\dfrac{1}{9}\times180^\circ=20^\circ$

$\angle CBD=\dfrac{1}{6}\times180^\circ=30^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle APB=20^\circ+30^\circ=50^\circ$

22 $\angle CAB=\dfrac{4}{3+4+5}\times180^\circ=60^\circ$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



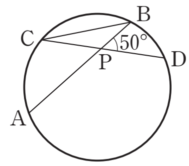
$\angle BCD=\dfrac{1}{12}\times180^\circ=15^\circ$

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=3:1$이므로

$\angle CBA=3\angle BCD=3\times15^\circ=45^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle BPD=15^\circ+45^\circ=60^\circ$

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\triangle BCP$에서

$\angle CBP+\angle BCP=50^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 50°이므로

$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=2\pi\times9\times\dfrac{50}{180}=5\pi\ (\text{cm})$

25 ① $\angle ABD=\angle ACD$

③ $\angle BDC=110^\circ-80^\circ=30^\circ$이므로 $\angle BAC=\angle BDC$

④ $\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(40^\circ+60^\circ+40^\circ)=40^\circ$이므로 $\angle BAC=\angle BDC$

⑤ $\angle BAC=\angle BDC$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ②이다.

26 $\triangle ABP$에서 $\angle BAP=180^\circ-(65^\circ+73^\circ)=42^\circ$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x=\angle BAC=42^\circ$

27 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle BDC=\angle BAC=65^\circ$

$\therefore \angle ACB=\angle ADB=110^\circ-65^\circ=45^\circ$

실수하기 쉬운 문제

01 $\angle BAC=\angle x$라고 하면 $\triangle AQC$에서

$\angle ACD=\angle x+40^\circ$

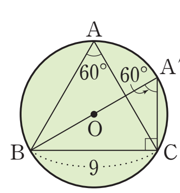
$\angle BDC=\angle BAC=\angle x$

$\triangle PCD$에서 $(\angle x+40^\circ)+\angle x=80^\circ$

$2\angle x=40^\circ\qquad\therefore \angle x=20^\circ$

따라서 $\angle BAC$의 크기는 20°이다.

02 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'B}$를 긋고 $\overline{A'C}$를 그으면



$\angle BCA'=90^\circ$,

$\angle BA'C=\angle BAC=60^\circ$

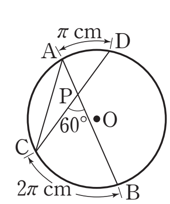
$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=\dfrac{9}{\sin 60^\circ}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{3}$이므로 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{3})^2=27\pi$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}=\pi:2\pi=1:2$이므로

$\angle ACD:\angle CAB=1:2$

$\triangle ACP$에서 $\angle ACP+\angle CAP=60^\circ$

이므로 $\angle ACP=\frac{1}{1+2}\times 60^\circ=20^\circ$

이때 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$2\pi r\times\frac{20}{180}=\pi\qquad\therefore\ r=\frac{9}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{9}{2}$ cm이다.

튼튼! 만점 예상 문제 1회 p.22~23

01 ③ **02** ③ **03** ⑤ **04** $(6\pi-9\sqrt{3})$ cm^2 **05** 58° **06** 145°
07 ③ **08** ⑤ **09** 6 cm **10** ③ **11** ② **12** ① **13** 54° **14** 90°
15 ② **16** 85°

01 $\angle AOB=2\angle APB=2\times 50^\circ=100^\circ$

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

02 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(360^\circ-140^\circ)=110^\circ$

따라서 □AOCB에서

$\angle x=360^\circ-(140^\circ+50^\circ+110^\circ)=60^\circ$

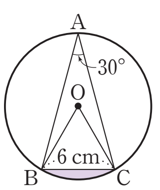
03 $\overline{AB}=\overline{PB}$이므로 $\angle BAP=\angle P=35^\circ$

$\triangle APB$에서 $\angle ABC=35^\circ+35^\circ=70^\circ$이므로

$\angle AOC=2\angle ABC=2\times 70^\circ=140^\circ$

$\therefore$ (부채꼴 AOC의 넓이)$=\pi\times 6^2\times\frac{140}{360}=14\pi\ (\text{cm}^2)$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 30^\circ=60^\circ$

따라서 $\triangle OBC$는 정삼각형이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{BC}=6$ cm

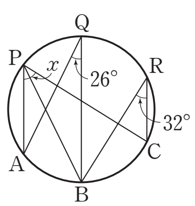
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 BOC의 넓이)$-\triangle OBC$

$=\pi\times 6^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin 60^\circ$

$=6\pi-9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BP}$를 그으면



$\angle APB=\angle AQB=26^\circ$

$\angle BPC=\angle BRC=32^\circ$

$\therefore\ \angle x=26^\circ+32^\circ=58^\circ$

06 $\angle x=\angle BAC=40^\circ$

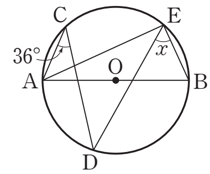
$\triangle PCD$에서 $\angle y=40^\circ+65^\circ=105^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=40^\circ+105^\circ=145^\circ$

07 $\angle ACB=90^\circ$이므로 $15^\circ+3\angle x=90^\circ$

$3\angle x=75^\circ\qquad\therefore\ \angle x=25^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면

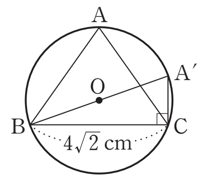


$\angle AED=\angle ACD=36^\circ$

이때 $\angle AEB=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

09 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심을 지나는 $\overline{A'B}$를 긋고 $\overline{A'C}$를 그으면



$\angle BCA'=90^\circ$, $\angle BA'C=\angle BAC$

$\tan A=\tan A'=\frac{4\sqrt{2}}{\overline{A'C}}=2\sqrt{2}$

이므로 $\overline{A'C}=2$ (cm)

$\therefore\ \overline{A'B}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+2^2}=6$ (cm)

따라서 원 O의 지름의 길이는 6 cm이다.

10 $\angle BDC=\angle BAC=30^\circ$

$\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\angle DBC=\angle BDC=30^\circ$

따라서 $\triangle BCD$에서

$\angle BCD=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

11 $\angle ACD=\angle x$라고 하면 $\widehat{BC}:\widehat{AD}=2:1$이므로

$\angle CAB=2\angle ACD=2\angle x$

따라서 $\triangle ACP$에서 $2\angle x+\angle x=78^\circ$

$3\angle x=78^\circ\qquad\therefore\ \angle x=26^\circ$

12 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

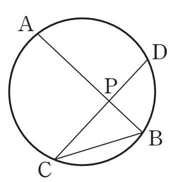
$70^\circ:40^\circ=21:\widehat{BC}$이므로

$7:4=21:\widehat{BC}\qquad\therefore\ \widehat{BC}=12$ (cm)

13 $\angle ADC$는 $\widehat{ABC}$에 대한 원주각이므로

$\angle ADC=\frac{1+2}{1+2+3+4}\times 180^\circ=54^\circ$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle DCB=\frac{1}{6}\times 180^\circ=30^\circ$

$\widehat{AC}:\widehat{BD}=2:1$이므로

$\angle ABC=2\angle DCB=2\times 30^\circ=60^\circ$

따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle APC=30^\circ+60^\circ=90^\circ$

15 ① $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

② $\triangle PCD$에서 $\angle PDC=85^\circ-45^\circ=40^\circ$

이때 $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

③ $\triangle ABP$에서 $\angle ABP=180^\circ-(80^\circ+80^\circ)=20^\circ$

이때 $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

④ $\angle ADB=\angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

⑤ △DBC에서 $\angle DBC = 180^\circ - (35^\circ + 105^\circ) = 40^\circ$
이때 $\angle DAC = \angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ②이다.

16 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle x = \angle ACB = 20^\circ$
△DPB에서 $\angle y = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$
$\therefore \angle x + \angle y = 20^\circ + 65^\circ = 85^\circ$

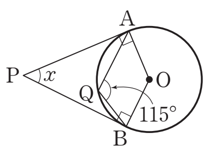
튼튼! 만점 예상 문제 2회 p.24~25

01 80° **02** ④ **03** 50° **04** $(18\pi - 36)\ \mathrm{cm}^2$ **05** ① **06** ④
07 ③ **08** ② **09** ② **10** ③ **11** ① **12** 60° **13** ④ **14** 81°
15 ② **16** 86°

01 $\angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$
$\angle y = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 100^\circ) = 130^\circ$
$\therefore \angle y - \angle x = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$

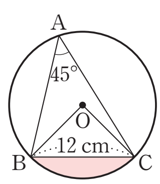
02 △ACE에서 $\angle ACE = 87^\circ - 32^\circ = 55^\circ$
$\therefore \angle AOD = 2\angle ACD = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$



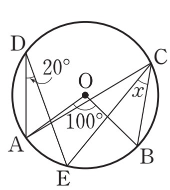
$\angle AOB = 360^\circ - 2\angle AQB$
$= 360^\circ - 2 \times 115^\circ = 130^\circ$
$\therefore \angle x = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$
△OBC에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ)$
$= \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$
$\overline{OB} = \overline{OC} = 12 \sin 45^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$
∴ (색칠한 부분의 넓이)
=(부채꼴 BOC의 넓이)$-$△OBC
$= \pi \times (6\sqrt{2})^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$
$= 18\pi - 36\ (\mathrm{cm}^2)$

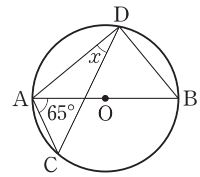
05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACE = \angle ADE = 20^\circ$
$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$
이므로
$20^\circ + \angle x = 50^\circ$ $\qquad \therefore \angle x = 30^\circ$

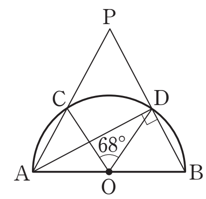
06 $\angle x = \angle ACB = 32^\circ$, $\angle y = \angle CBD = 26^\circ$
△CAP에서 $\angle z = 32^\circ + 26^\circ = 58^\circ$
$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 32^\circ + 26^\circ + 58^\circ = 116^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



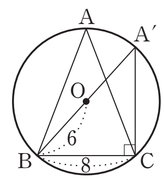
$\angle CDB = \angle CAB = 65^\circ$
이때 $\angle ADB = 90^\circ$이므로
$\angle x = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



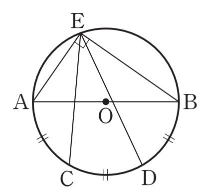
$\angle ADB = 90^\circ$
$\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$
따라서 △PAD에서
$\angle P = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'C}$를 그으면



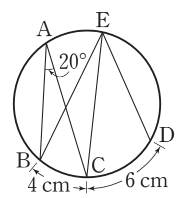
$\angle BCA' = 90^\circ$, $\angle BA'C = \angle BAC$
△A′BC에서
$\overline{A'B} = 2\overline{OB} = 2 \times 6 = 12$이므로
$\overline{A'C} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$
$\therefore \cos A = \cos A' = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BE}$를 그으면 $\angle AEB = 90^\circ$



이때 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$이므로
$\angle CED = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

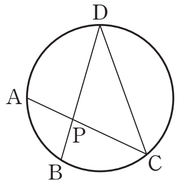


$\angle BEC = \angle BAC = 20^\circ$
$20^\circ : \angle CED = 4 : 6$이므로
$20^\circ : \angle CED = 2 : 3$
$\therefore \angle CED = 30^\circ$
$\therefore \angle BED = \angle BEC + \angle CED$
$= 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$

12 $\angle BCD = \angle x$라고 하면 $\widehat{AC} = 3\widehat{BD}$이므로
$\angle ABC = 3\angle BCD = 3\angle x$
△BCP에서 $\angle x + 40^\circ = 3\angle x$
$2\angle x = 40^\circ$ $\qquad \therefore \angle x = 20^\circ$
$\therefore \angle ABC = 3\angle x = 3 \times 20^\circ = 60^\circ$

13 △ACP에서 $\angle CAP = 85^\circ - 25^\circ = 60^\circ$
$60^\circ : 180^\circ = 3$: (원의 둘레의 길이)이므로
$1 : 3 = 3$: (원의 둘레의 길이)
∴ (원의 둘레의 길이)$= 9\ (\mathrm{cm})$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\angle ACD=\frac{1}{4}\times180^\circ=45^\circ$

$\angle BDC=\frac{1}{5}\times180^\circ=36^\circ$

따라서 $\triangle DPC$에서

$\angle APD=36^\circ+45^\circ=81^\circ$

15 ① $\triangle ABC$에서 $\angle ACB=180^\circ-(60^\circ+70^\circ)=50^\circ$

이때 $\angle ADB=\angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

② $\angle ADB\neq\angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

③ $\triangle ABP$에서 $\angle ABP=80^\circ-50^\circ=30^\circ$

이때 $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

④ $\triangle ABP$에서 $\angle ABP=180^\circ-(70^\circ+80^\circ)=30^\circ$

이때 $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

⑤ $\triangle DBC$에서 $\angle DBC=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

이때 $\angle DAC=\angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ②이다.

16 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

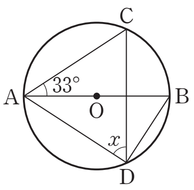
$\angle DBC=\angle DAC=54^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle DPC=54^\circ+32^\circ=86^\circ$

별별! 서술형 문제 p.26~27

01 (1) 57° (2) 64°		**02** (1) 한 원 위에 있다. (2) 한 원 위에 있지 않다.	
03 25°	**04** $\frac{1}{4}$배	**05** 76°	**06** $400\sqrt{2}$ m
07-1 115°	**07-2** 12 cm	**07-3** 30°	

01 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

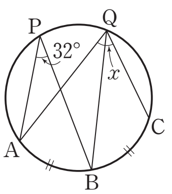


$\angle CDB=\angle CAB=33^\circ$

이때 $\angle ADB=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-33^\circ=57^\circ$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=32^\circ$

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle BQC=\angle APB=32^\circ$

$\therefore \angle x=32^\circ+32^\circ=64^\circ$

02 (1) $\triangle APC$에서 $\angle ACP=65^\circ-35^\circ=30^\circ$이므로

$\angle ADB=\angle ACB$

따라서 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

(2) $\triangle PCD$에서 $\angle PDC=80^\circ-30^\circ=50^\circ$이므로

$\angle BAC\neq\angle BDC$

따라서 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

03 (1) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

(2) $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=180^\circ-(40^\circ+90^\circ)=50^\circ$

이때 $\widehat{AD}=\widehat{CD}$이므로

$\angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$

(3) $\angle x=\angle ABD=25^\circ$

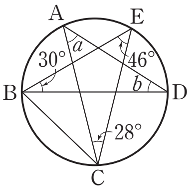
04 (1) $\widehat{BC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle BDC=\frac{1}{5}\times180^\circ=36^\circ$

(2) $\triangle ACD$에서 $\angle ADB=180^\circ-(70^\circ+29^\circ+36^\circ)=45^\circ$

(3) $\widehat{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{45}{180}=\frac{1}{4}$(배)이다.

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle CBD=\angle CAD=\angle a$

$\angle BCA=\angle BDA=\angle b$ …… [2점]

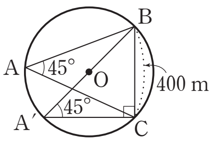
$\triangle BCE$에서

$(30^\circ+\angle a)+(\angle b+28^\circ)+46^\circ$

$=180^\circ$ …… [2점]

$\therefore \angle a+\angle b=76^\circ$ …… [1점]

06 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'B}$를 긋고 $\overline{A'C}$를 그으면



$\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB=90^\circ$ …… [1점]

$\angle BA'C=\angle BAC=45^\circ$ …… [2점]

$\triangle A'CB$에서

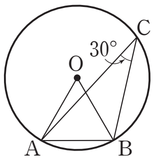
$\overline{A'B}=\frac{400}{\sin 45^\circ}=400\times\frac{2}{\sqrt{2}}=400\sqrt{2}\ (\mathrm{m})$

따라서 위험 지역을 나타내는 원 O의 지름의 길이는 $400\sqrt{2}$ m이다. …… [3점]

07-1 $\angle x=\frac{1}{2}\times(360^\circ-130^\circ)$ …… [2점]

$=115^\circ$ …… [1점]

07-2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

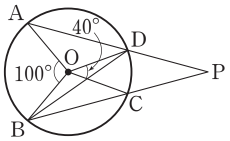


$\angle AOB=2\angle ACB=2\times30^\circ=60^\circ$ …… [1점]

이때 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\triangle OAB$는 정삼각형이다. …… [2점]

$\therefore \overline{AB}=\overline{OA}=\overline{OB}=12$ cm …… [1점]

07-3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times100^\circ$

$=50^\circ$ …… [1.5점]

$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle DOC=\frac{1}{2}\times40^\circ=20^\circ$ …… [1.5점]

따라서 $\triangle DBP$에서 $\angle P=50^\circ-20^\circ=30^\circ$ …… [2점]

3 원주각의 활용

교과서가 한눈에 p.29

01 (1) $60°$ (2) $110°$ (3) $80°$ (4) $105°$
02 (1) ○ (2) ○ (3) ○ (4) × (5) × (6) ○
03 (1) $82°$ (2) $65°$ (3) $100°$ (4) $110°$
04 (1) $80°$ (2) $65°$ (3) $65°$ (4) $60°$
05 (1) $90°$ (2) $58°$

02 (4) $\angle BCD \neq \angle BAE$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접하지 않는다.
(5) $\triangle ABC$에서 $\angle ABC = 180° - (45° + 35°) = 100°$
$\angle ABC + \angle ADC = 100° + 70° = 170°$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접하지 않는다.

04 (3) $\angle BPT = \angle BAP = \angle x$이므로
$55° + 60° + \angle x = 180°$ $\therefore \angle x = 65°$
(4) $\angle ABP = \angle APT = \angle x$이므로 $\triangle ABP$에서
$\angle x = 180° - (70° + 50°) = 60°$

05 (2) $\angle ABP = \angle APT = 32°$이므로 $\triangle APB$에서
$\angle BAP = 180° - (90° + 32°) = 58°$

또또! 나오는 문제 p.30~33

01 ② **02** ② **03** $231°$ **04** $35°$ **05** $115°$ **06** $90°$ **07** ⑤ **08** $95°$
09 ② **10** ⑤ **11** $51°$ **12** $160°$ **13** ④ **14** ㉠, ㉣, ㉤ **15** $75°$
16 $50°$ **17** ③ **18** ⑤ **19** $99°$ **20** $84°$ **21** ① **22** $72°$ **23** $34°$
24 ① **25** ② **26** $60°$ **27** 12π

실수하기 쉬운 문제
01 $110°$ **02** $55°$ **03** $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

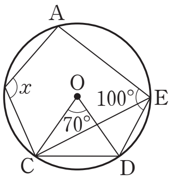
01 $\angle x + 90° = 180°$에서 $\angle x = 90°$
$55° + \angle y = 180°$에서 $\angle y = 125°$
$\therefore \angle y - \angle x = 125° - 90° = 35°$

02 $\angle ADB = 90°$이므로 $\triangle DAB$에서
$\angle DAB = 180° - (90° + 15°) = 75°$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle BCD = 180° - 75° = 105°$

03 $\angle x = 180° - 103° = 77°$
$\angle y = 2\angle BAD = 2 \times 77° = 154°$
$\therefore \angle x + \angle y = 77° + 154° = 231°$

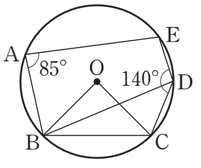
04 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle ADC = 180° - 110° = 70°$
이때 $\overparen{AB} = \overparen{BC}$이므로
$\angle ADB = \angle BDC = \frac{1}{2}\angle ADC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



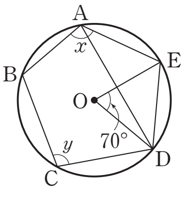
$\angle CED = \frac{1}{2}\angle COD$
$= \frac{1}{2} \times 70° = 35°$
$\therefore \angle AEC = 100° - 35° = 65°$
이때 $\square ABCE$가 원 O에 내접하므로
$\angle x + 65° = 180°$ $\therefore \angle x = 115°$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle BDE = 180° - 85° = 95°$
이때 $\angle BDC = 140° - 95° = 45°$이므로
$\angle BOC = 2\angle BDC = 2 \times 45° = 90°$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle EAD = \frac{1}{2}\angle EOD$
$= \frac{1}{2} \times 70° = 35°$
이때 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD + \angle BCD = 180°$
$\therefore \angle x + \angle y = (\angle BAD + \angle EAD) + \angle BCD$
$= (\angle BAD + \angle BCD) + \angle EAD$
$= 180° + 35° = 215°$

08 $\angle ABE = \angle ADC = \frac{1}{2} \times 190° = 95°$

09 $\triangle ABD$에서 $\angle BAD = 180° - (45° + 62°) = 73°$
이때 $\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle DCE = \angle BAD = 73°$

10 $\angle x = \angle DCE = 80°$, $\angle y = 180° - 60° = 120°$
$\therefore \angle y - \angle x = 120° - 80° = 40°$

11 $\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle CDQ = \angle ABC = \angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ = \angle x + 40°$
$\triangle DCQ$에서 $\angle x + (\angle x + 40°) + 38° = 180°$
$2\angle x = 102°$ $\therefore \angle x = 51°$

12 $\angle PQB = \angle PDC = 100°$
$\angle BAP + \angle PQB = 180°$이므로
$\angle BAP = 180° - 100° = 80°$
$\therefore \angle x = 2\angle BAP = 2 \times 80° = 160°$

13 ④ $\angle BDC = 100° - 52° = 48°$이므로 $\angle BAC \neq \angle BDC$
따라서 $\square ABCD$는 원에 내접하지 않는다.

14 ㉠, ㉤ : 정사각형과 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 $90°$이므로 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$이다.
㉣ : 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 서로 같으므로 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$이다.
따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

15 △ACD에서 $\angle D=180^\circ-(35^\circ+40^\circ)=105^\circ$
$\angle B+\angle D=180^\circ$이어야 하므로
$\angle B=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

16 $\angle BCA=\angle BAT=80^\circ$이므로
△ABC에서 $\angle CAB=180^\circ-(50^\circ+80^\circ)=50^\circ$

17 $\angle BCA=\angle BAT=60^\circ$이므로
$\angle x=2\angle BCA=2\times60^\circ=120^\circ$

18 △BAT에서 $\overline{AB}=\overline{BT}$이므로
$\angle BAT=\angle BTA=35^\circ$
$\therefore \angle CBA=35^\circ+35^\circ=70^\circ$
이때 $\angle BCA=\angle BAT=35^\circ$이므로 △CAB에서
$35^\circ+\angle x+70^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=75^\circ$

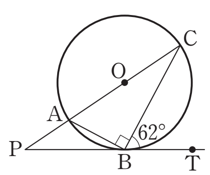
19 $\angle ACB=\angle ABT=65^\circ$이므로
△ABC에서 $\angle ABC=180^\circ-(34^\circ+65^\circ)=81^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ADC=180^\circ-81^\circ=99^\circ$

20 $\angle BCA=\dfrac{7}{7+5+3}\times180^\circ=84^\circ$
$\therefore \angle BAT=\angle BCA=84^\circ$

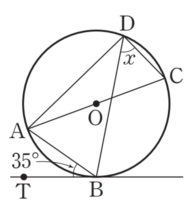
21 $\angle BTQ=\angle BAT=75^\circ$, $\angle CTQ=\angle CDT=55^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-(75^\circ+55^\circ)=50^\circ$

22 $\angle ATP=\angle ABT=70^\circ$, $\angle DTQ=\angle DCT=\angle x$이므로
$\angle x=180^\circ-(38^\circ+70^\circ)=72^\circ$

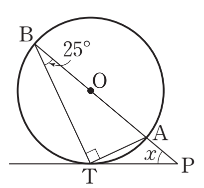
23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면
$\angle ABC=90^\circ$이므로
$\angle ABP=180^\circ-(90^\circ+62^\circ)=28^\circ$
$\angle CAB=\angle CBT=62^\circ$이므로
△APB에서
$\angle P=62^\circ-28^\circ=34^\circ$



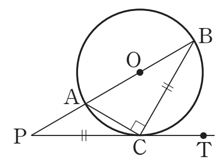
24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADC=90^\circ$
이때 $\angle ADB=\angle ABT=35^\circ$이므로
$35^\circ+\angle x=90^\circ \quad \therefore \angle x=55^\circ$



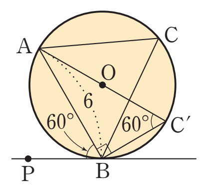
25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\angle BTA=90^\circ$이므로
△BTA에서
$\angle BAT=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$
$\angle ATP=\angle ABT=25^\circ$이므로
△ATP에서
$\angle x=65^\circ-25^\circ=40^\circ$



26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle ACB=90^\circ$
△PCB에서 $\overline{BC}=\overline{PC}$이므로
$\angle BPC=\angle PBC=\angle x$라고 하면
$\angle ACP=\angle ABC=\angle x$
△APC에서 $\angle BAC=\angle x+\angle x=2\angle x$
따라서 △ACB에서 $2\angle x+90^\circ+\angle x=180^\circ$
$3\angle x=90^\circ \quad \therefore \angle x=30^\circ$
$\therefore \angle BCT=\angle BAC=2\angle x=2\times30^\circ=60^\circ$



27 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심을 지나는 $\overline{AC'}$을 긋고 $\overline{BC'}$을 그으면
$\angle ABC'=90^\circ$
$\angle AC'B=\angle ABP=60^\circ$
△ABC′에서
$\overline{AC'}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin 60^\circ}=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$이므로
(원 O의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi$



실수하기 쉬운 문제

01 $\angle ABE=\angle a$라고 하면
$\overparen{AE}=\overparen{DE}$이므로 $\angle DCE=\angle ABE=\angle a$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$에서
$\angle BAD+(70^\circ+\angle a)=180^\circ$
$\therefore \angle BAD=110^\circ-\angle a$
따라서 △ABP에서
$\angle x=(110^\circ-\angle a)+\angle a=110^\circ$

02 $\angle DEF=\angle ADF=60^\circ$
△BED에서 $\overline{BE}=\overline{BD}$이므로
$\angle BED=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\therefore \angle FEC=180^\circ-(65^\circ+60^\circ)=55^\circ$

03 △ATB에서 $\angle ATB=90^\circ$
$\angle ABT=\angle ATP=30^\circ$이므로
$\overline{AT}=\overline{AB}\sin 30^\circ=12\times\dfrac{1}{2}=6\ (\text{cm})$
$\overline{BT}=\overline{AB}\cos 30^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\ (\text{cm})$
$\therefore \triangle ATB=\dfrac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}=18\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

튼튼! 만점 예상 문제 1회 p.34~35

01 ③ **02** ② **03** 18 cm **04** ③ **05** 65° **06** ③ **07** 47°
08 ④ **09** ② **10** 5 cm **11** ④ **12** 110° **13** ⑤ **14** 62° **15** ③
16 42°

01 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\therefore\ \angle ADC=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

02 □ABCD가 반원 O에 내접하므로

$\angle ABC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\angle ACB=90^\circ$이므로 △ABC에서

$\angle x=180^\circ-(70^\circ+90^\circ)=20^\circ$

03 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\widehat{AB}=\widehat{AD}$이므로 $\angle ADB=\angle ABD$

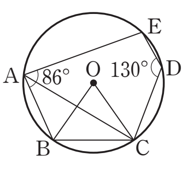
즉 △ABD에서

$\angle ABD=\angle ADB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 △ABD는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로

(△ABD의 둘레의 길이)$=3\times6=18$ (cm)

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle EAC=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

이때 $\angle BAC=86^\circ-50^\circ=36^\circ$이므로

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times36^\circ=72^\circ$

05 △DCE에서 $\angle DCE=100^\circ-35^\circ=65^\circ$

$\therefore\ \angle BAD=\angle DCE=65^\circ$

06 $\angle BDC=\angle BAC=45^\circ$이므로

$\angle ABE=\angle ADC=55^\circ+45^\circ=100^\circ$

07 $\angle ABC=\angle x$라고 하면

□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$

△PBC에서 $\angle PCQ=\angle x+34^\circ$

△DCQ에서 $\angle x+(\angle x+34^\circ)+52^\circ=180^\circ$

$2\angle x=94^\circ \qquad \therefore\ \angle x=47^\circ$

따라서 ∠ABC의 크기는 47°이다.

08 $\angle y=\angle PBD=95^\circ$

$\angle CAP+\angle y=180^\circ$이므로

$\angle CAP=180^\circ-95^\circ=85^\circ$

$\therefore\ \angle x=2\angle CAP=2\times85^\circ=170^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=170^\circ+95^\circ=265^\circ$

09 ② $\angle ACD=180^\circ-(40^\circ+100^\circ)=40^\circ$이므로

$\angle ABD\neq\angle ACD$

따라서 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

10 $\angle BCA=\angle BAT$이므로 $\angle BCA=\angle BAC$

따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=5$ cm

11 $\angle BTP=\angle BAT=30^\circ$

□ABTC가 원에 내접하므로

$\angle ABT=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

따라서 △BPT에서 $\angle P=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

12 $\angle DAP=\angle DCA=\angle x$라고 하면

△DPA에서 $\angle CDA=30^\circ+\angle x$

△CDA에서 $\overline{CD}=\overline{CA}$이므로

$\angle CAD=\angle CDA=30^\circ+\angle x$

즉 $\angle x+(30^\circ+\angle x)+(30^\circ+\angle x)=180^\circ$

$3\angle x=120^\circ \qquad \therefore\ \angle x=40^\circ$

따라서 $\angle CDA=30^\circ+40^\circ=70^\circ$이고

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle CBA=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

13 $\angle CTQ=\angle CAT=68^\circ$, $\angle BTQ=\angle BDT=34^\circ$

$\therefore\ \angle ATC=180^\circ-(68^\circ+34^\circ)=78^\circ$

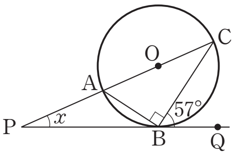
14 △CFE에서 $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\angle CEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

$\angle EDF=\angle CEF=64^\circ$

따라서 △DEF에서 $\angle DFE=180^\circ-(64^\circ+54^\circ)=62^\circ$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 $\angle ABC=90^\circ$이므로



$\angle ABP=180^\circ-(90^\circ+57^\circ)$

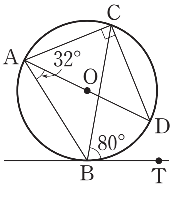
$=33^\circ$

$\angle CAB=\angle CBQ=57^\circ$

따라서 △APB에서

$\angle x=57^\circ-33^\circ=24^\circ$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\angle ACD=90^\circ$

$\angle CAB=\angle CBT=80^\circ$이므로

$\angle CAD=80^\circ-32^\circ=48^\circ$

△ADC에서

$\angle ADC=180^\circ-(48^\circ+90^\circ)=42^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=\angle ADC=42^\circ$

튼튼! 만점 예상 문제 2회

p.36~37

01 ④ **02** ② **03** 45° **04** 60° **05** ② **06** ④ **07** 32° **08** 75°
09 ④ **10** 40° **11** 40° **12** 112° **13** ⑤ **14** ① **15** $9\sqrt{3}$ cm
16 30°

01 △ABC에서 $\angle ABC=180^\circ-(55^\circ+70^\circ)=55^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

02 □ABCE가 원 O에 내접하므로

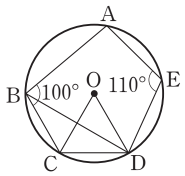
$(\angle x+92^\circ)+62^\circ=180^\circ \qquad \therefore\ \angle x=26^\circ$

$\angle EAD=\angle ECD$이므로 $\angle y=\angle x=26^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=26^\circ+26^\circ=52^\circ$

03 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90^\circ$
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이므로
$(90^\circ+25^\circ)+(20^\circ+\angle x)=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=45^\circ$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\angle ABD=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이므로
$\angle CBD=100^\circ-70^\circ=30^\circ$
$\therefore \angle COD=2\angle CBD=2\times30^\circ=60^\circ$

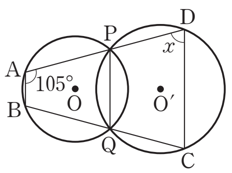


05 $\angle x=\angle BAD=75^\circ$, $\angle y=180^\circ-95^\circ=85^\circ$
$\therefore \angle y-\angle x=85^\circ-75^\circ=10^\circ$

06 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times170^\circ=85^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAD=85^\circ$

07 □ABCD가 원에 내접하므로 $\angle CDP=\angle ABC=55^\circ$
△QBC에서 $\angle QCP=38^\circ+55^\circ=93^\circ$
△DCP에서
$55^\circ+93^\circ+\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=32^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면 □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQC=\angle BAP=105^\circ$
□PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle x=180^\circ-105^\circ=75^\circ$



09 ① $\angle ADH+\angle AFH=180^\circ$이므로 □ADHF는 원에 내접한다.
② $\angle BDH+\angle BEH=180^\circ$이므로 □DBEH는 원에 내접한다.
③ $\angle ADC=\angle AEC$이므로 □ADEC는 원에 내접한다.
⑤ $\angle BDC=\angle BFC$이므로 □DBCF는 원에 내접한다.
따라서 원에 내접하지 않는 사각형은 ④이다.

10 $\angle CBA=\angle CAT=50^\circ$이므로
$\angle COA=2\angle CBA=2\times50^\circ=100^\circ$
△OCA에서 $\overline{OC}=\overline{OA}$이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

11 $\angle CPT'=\angle CAP=60^\circ$, $\angle BPT'=\angle BDP=80^\circ$
$\therefore \angle BPD=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$

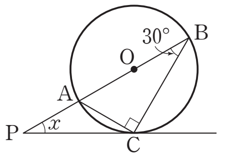
12 $\angle x=\angle CBT'=32^\circ$
$\angle ABC=180^\circ-(48^\circ+32^\circ)=100^\circ$이고
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle y=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=32^\circ+80^\circ=112^\circ$

13 $\angle BTP=\angle BAT=34^\circ$
$\widehat{AB}:\widehat{BT}=2:1$이므로
$\angle ATB=2\angle BAT=2\times34^\circ=68^\circ$
따라서 △APT에서
$\angle P=180^\circ-(34^\circ+34^\circ+68^\circ)=44^\circ$

14 △PAB에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\angle CBA=\angle CAD=75^\circ$
$\therefore \angle CBE=180^\circ-(65^\circ+75^\circ)=40^\circ$

15 △APB에서 $\angle ABP=90^\circ$, $\angle BAP=\angle BPT=60^\circ$이므로
$\overline{BP}=\overline{AP}\sin60^\circ=18\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle ACB=90^\circ$이므로 △ACB에서
$\angle BAC=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)$
$=60^\circ$
$\angle ACP=\angle ABC=30^\circ$
따라서 △APC에서 $\angle x=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

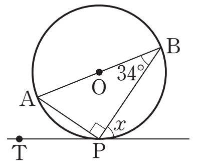


별별! 서술형 문제 p.38~39

01 (1) $\angle x=54^\circ$, $\angle y=126^\circ$ (2) $\angle x=80^\circ$, $\angle y=80^\circ$
02 (1) 38° (2) 56° **03** 30°
04 86° **05** 35° **06** 108°
07-1 67° **07-2** 71° **07-3** 40°

01 (1) $\angle BAC=90^\circ$이므로 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)=54^\circ$
$\angle y=180^\circ-54^\circ=126^\circ$
(2) △ABD에서 $\angle x=180^\circ-(35^\circ+65^\circ)=80^\circ$
$\angle y=\angle x=80^\circ$

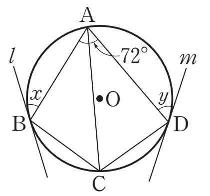
02 (1) $\angle ABP=\angle APT=87^\circ$
따라서 △ABP에서
$\angle x=180^\circ-(87^\circ+55^\circ)=38^\circ$
(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면
$\angle APB=90^\circ$이므로 △APB에서
$\angle BAP=180^\circ-(34^\circ+90^\circ)$
$=56^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAP=56^\circ$



03 (1) △BPD에서 $\angle ADB=\angle x+20^\circ$
(2) $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{DA}$이므로
$\angle ABD=\angle BDC=\angle ADB=\angle x+20^\circ$
(3) □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$에서
$(\angle x+20^\circ+\angle x)+(\angle x+20^\circ+\angle x+20^\circ)=180^\circ$
$4\angle x=120^\circ$ $\quad\therefore \angle x=30^\circ$

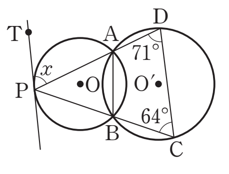
04 (1) $\triangle$TBP에서 $\overline{TB}=\overline{TP}$이므로
$\angle TBA=\angle TPA=43°$
(2) $\angle ATP=\angle TBA=43°$
(3) $\triangle$TAP에서 $\angle x=43°+43°=86°$

05 □ABTC가 원에 내접하므로
$\angle ABT=180°-100°=80°$ …… [1점]
$\angle BTP=\angle BAT=45°$ …… [2점]
따라서 $\triangle$BPT에서 $\angle P=80°-45°=35°$ …… [1점]

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle ACB=\angle x$, $\angle ACD=\angle y$
…… [3점]


□ABCD가 원 O에 내접하므로
$72°+(\angle x+\angle y)=180°$
$\therefore \angle x+\angle y=108°$ …… [3점]

07-1 $\angle CTQ=\angle CAT=70°$
$\angle BTQ=\angle BDT=43°$ …… [2점]
$\therefore \angle x=180°-(70°+43°)=67°$ …… [1점]

07-2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면
□ABCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle ABP=\angle ADC=71°$
…… [2점]


$\therefore \angle x=\angle ABP=71°$
…… [2점]

07-3 $\angle BAX=\angle BCA=60°$이므로
$\angle EDA=\angle EAX=60°$ …… [2점]
$\angle BDE=\angle DAE=\angle x$ …… [1점]
따라서 $\triangle$BAD에서
$40°+\angle x+(\angle x+60°)=180°$이므로
$2\angle x=80°$ $\therefore \angle x=40°$ …… [2점]

Ⅶ 통계

1 대푯값과 산포도

교과서가 한눈에 p.41

01 (1) 8 (2) 24 **02** (1) 4 (2) 15.5
03 (1) 9 (2) 4, 11 **04** (1) 26.5 m (2) 28 m
05 (1) 11 (2) 2, -4, 4, -2, 0 **06** (1) 1 (2) -9
07 (1) 7점 (2) 0, 2, -2, 1, 0 / 0, 4, 4, 1, 10 (3) 2 (4) $\sqrt{2}$점

01 (1) (평균)$=\dfrac{7+9+11+5+8}{5}=\dfrac{40}{5}=8$
(2) (평균)$=\dfrac{15+21+24+34+17+33}{6}=\dfrac{144}{6}=24$

02 (1) 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 4, 4, 5, 6이므로 중앙값은 4이다.
(2) 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 10, 12, 15, 16, 18, 19이므로
(중앙값)$=\dfrac{15+16}{2}=15.5$

04 (1) 주어진 변량이 10개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째 변량과 6번째 변량의 평균이다.
$\therefore$ (중앙값)$=\dfrac{25+28}{2}=26.5$ (m)

05 (1) (평균)$=\dfrac{13+7+15+9+11}{5}=\dfrac{55}{5}=11$

06 (1) $5+(-7)+1+x=0$
$-1+x=0$ $\therefore x=1$
(2) $11+(-5)+9+(-6)+x=0$
$9+x=0$ $\therefore x=-9$

07 (1) (평균)$=\dfrac{7+9+5+8+6}{5}=\dfrac{35}{5}=7$(점)
(3) (분산)$=\dfrac{10}{5}=2$

또또! 나오는 문제 p.42~45

01 22 **02** 7시간 **03** 11 **04** ④ **05** 14.5초 **06** ⑤
07 ① **08** 6.5회 **09** 2 **10** 미국 **11** 68 **12** ⑤ **13** 6.5
14 26 **15** 9 **16** 64점 **17** 3 **18** ③ **19** ③ **20** 6.8 **21** ⑤
22 $\sqrt{2}$ cm **23** 4 **24** ⑤ **25** ① **26** ④

실수하기 **쉬운 문제**

01 19 **02** 149 cm **03** $2\sqrt{3}$점

01 평균이 15점이므로
$\dfrac{14+11+x+16+8+19}{6}=15$
$\dfrac{x+68}{6}=15$, $x+68=90$ $\therefore x=22$

02 $(\text{평균})=\frac{6+7+5+6+7+6+9+10}{8}=\frac{56}{8}=7(\text{시간})$

03 a, b, c의 평균이 12이므로

$\frac{a+b+c}{3}=12 \qquad \therefore a+b+c=36$

따라서 7, a, b, c, 12의 평균은

$\frac{7+a+b+c+12}{5}=\frac{7+36+12}{5}=\frac{55}{5}=11$

04 $(\text{평균})=\frac{75\times24+70\times26}{24+26}=\frac{3620}{50}=72.4(\text{점})$

05 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 12, 13, 14, 14, 15, 16, 17, 18이므로

$(\text{중앙값})=\frac{14+15}{2}=14.5(\text{초})$

06 중앙값을 각각 구하면

① 8 ② 6.5 ③ 8 ④ 7.5 ⑤ 10

따라서 중앙값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

07 중앙값이 25이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 15, 20, 25, x, 30 또는 15, 20, 25, 30, x이어야 한다.

따라서 x는 25 이상인 수이므로 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

08 평균이 7회이므로

$\frac{10+9+5+7+x+4+6+6+8+9}{10}=7$

$\frac{x+64}{10}=7$, $x+64=70 \qquad \therefore x=6$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 9, 9, 10이므로

$(\text{중앙값})=\frac{6+7}{2}=6.5(\text{회})$

10 가장 많은 학생이 선택한 나라는 미국이므로 최빈값은 미국이다.

11 x를 제외한 자료에서 변량이 모두 다르므로 최빈값은 x g이다.

이때 평균과 최빈값이 같으므로

$\frac{65+68+x+70+69}{5}=x$

$x+272=5x$, $4x=272 \qquad \therefore x=68$

12 평균이 10이므로

$\frac{a+13+13+b+7+9+9}{7}=10$

$a+b+51=70 \qquad \therefore a+b=19$

이때 $a-b=-7$이므로 두 식을 연립하여 풀면

$a=6$, $b=13$

따라서 최빈값은 13이다.

13 주어진 변량이 16개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째 변량과 9번째 변량의 평균이다.

$\therefore (\text{중앙값})=\frac{9+10}{2}=9.5$, 즉 $a=9.5$

최빈값은 3이므로 $b=3$

$\therefore a-b=9.5-3=6.5$

14 최빈값이 28이므로 $a=8$

주어진 변량이 20개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 10번째 변량과 11번째 변량의 평균이다.

$\therefore (\text{중앙값})=\frac{24+28}{2}=26$

15 $(\text{평균})=\frac{1\times2+2\times3+3\times5+4\times3+5\times2}{15}=\frac{45}{15}=3(\text{회})$

$\therefore a=3$

중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째 변량인 3회이다.

$\therefore b=3$

최빈값은 3회이므로 $c=3$

$\therefore a+b+c=3+3+3=9$

16 편차의 총합은 0이므로

$10+(-8)+2+x+(-3)+5=0 \qquad \therefore x=-6$

따라서 민지의 국어 성적은 $70+(-6)=64(\text{점})$

17 편차의 총합은 0이므로

$-4+6+(-3)+x+(-2)=0 \qquad \therefore x=3$

18 ㉠ 편차의 총합은 0이므로

$2+(-1)+x+0+1=0 \qquad \therefore x=-2$

㉡ D의 편차가 0점이므로 D의 점수는 평균과 같은 75점이다.

㉢ A와 B의 점수의 차는 $2-(-1)=3(\text{점})$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

19 $(\text{평균})=\frac{49+52+36+42+38+41}{6}=\frac{258}{6}=43(\text{회})$

따라서 각 변량의 편차는 차례로 6회, 9회, -7회, -1회, -5회, -2회이므로 편차가 될 수 없는 것은 ③이다.

20 $(\text{평균})=\frac{11+13+6+12+13}{5}=\frac{55}{5}=11(\text{점})$

$\therefore (\text{분산})=\frac{0^2+2^2+(-5)^2+1^2+2^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8$

21 $(\text{평균})=\frac{2+5+3+1+4+6+7}{7}=\frac{28}{7}=4(\text{시간})$

$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+1^2+(-1)^2+(-3)^2+0^2+2^2+3^2}{7}$

$=\frac{28}{7}=4$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{4}=2(\text{시간})$

22 편차의 총합은 0이므로

$2+0+x+(-2)+1=0 \qquad \therefore x=-1$

$(\text{분산})=\frac{2^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2}{5}=\frac{10}{5}=2$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2}\,(\text{cm})$

23 평균이 41이므로

$\dfrac{42+x+44+38+39+42}{6}=41$

$\dfrac{x+205}{6}=41$, $x+205=246$ $\quad\therefore x=41$

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{1^2+0^2+3^2+(-3)^2+(-2)^2+1^2}{6}=\dfrac{24}{6}=4$

24 성적이 가장 고르게 분포된 학생은 표준편차가 가장 작은 형수이다.

25 각 자료의 평균은 모두 3이므로 표준편차가 가장 큰 것은 자료가 평균으로부터 가장 멀리 흩어져 있는 ①이다.

26 ①, ② 평균이 같으므로 어느 반의 성적이 우수하다고 할 수 없다.
③, ④ 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 B반의 성적이 A반의 성적보다 더 고르다고 할 수 있다.
⑤ A, B 두 반의 성적의 표준편차가 다르므로 산포도는 같다고 할 수 없다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

실수하기 쉬운 문제

01 평균이 6이므로

$\dfrac{4+x+y+7+11}{5}=6$

$x+y+22=30$ $\quad\therefore x+y=8$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

분산이 6.4이므로

$\dfrac{(-2)^2+(x-6)^2+(y-6)^2+1^2+5^2}{5}=6.4$

$x^2+y^2-12(x+y)+102=32$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-12\times8+102=32$ $\quad\therefore x^2+y^2=26$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$26=8^2-2xy$, $2xy=38$ $\quad\therefore xy=19$

02 미영이를 제외한 학생 9명의 키의 합을 A cm, 잘못 측정한 미영이의 키를 x cm라고 하면

$\dfrac{A+159}{10}-1=\dfrac{A+x}{10}$

$A+159-10=A+x$ $\quad\therefore x=149$

따라서 미영이의 키를 149 cm로 잘못 측정하였다.

03 A반의 (편차)^{2}의 총합은 $30\times(\sqrt{10})^2=300$
B반의 (편차)^{2}의 총합은 $20\times(\sqrt{15})^2=300$
두 반의 평균이 같으므로 (분산)$=\dfrac{300+300}{30+20}=\dfrac{600}{50}=12$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(점)

튼튼! 만점 예상 문제 1회 p.46~47

01 ③	02 6	03 ③	04 77점	05 5	06 12	07 ③	08 3
09 51	10 ②, ④	11 ⑤	12 $\sqrt{2}$개	13 ③	14 89	15 ③	16 ②

02 평균이 7권이므로

$\dfrac{8+9+4+6+6+7+5+x+10+9}{10}=7$

$\dfrac{x+64}{10}=7$, $x+64=70$ $\quad\therefore x=6$

03 5명의 국어 성적의 평균이 65점이므로 5명의 국어 성적의 총합은

$65\times5=325$(점)

따라서 국어 성적이 77점인 학생을 포함한 6명의 국어 성적의 평균은

$\dfrac{325+77}{6}=\dfrac{402}{6}=67$(점)

04 남학생의 미술 성적의 평균을 x점이라고 하면 전체 미술 성적의 평균이 79점이므로

$\dfrac{10\times x+20\times80}{10+20}=79$

$10x+1600=2370$, $10x=770$ $\quad\therefore x=77$

따라서 남학생의 미술 성적의 평균은 77점이다.

05 평균이 6이므로

$\dfrac{5+4+x+8+4+9+8}{7}=6$

$\dfrac{x+38}{7}=6$, $x+38=42$ $\quad\therefore x=4$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4, 4, 4, 5, 8, 8, 9이므로 중앙값은 5이다.

06 중앙값이 11이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 6, 8, 10, x, 15, 18이어야 한다.

즉 $\dfrac{10+x}{2}=11$에서

$10+x=22$ $\quad\therefore x=12$

08 x를 제외한 자료에서 6이 가장 많이 나왔으므로 최빈값은 6회이다. 이때 평균과 최빈값이 같으므로

$\dfrac{12+6+x+6+2+7+6}{7}=6$

$x+39=42$ $\quad\therefore x=3$

09 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째 변량과 9번째 변량의 평균이므로

(중앙값)$=\dfrac{28+30}{2}=29$(세) $\quad\therefore a=29$

최빈값은 22세이므로 $b=22$

$\therefore a+b=29+22=51$

10 ① 편차의 총합은 0이므로
$3+0+(-1)+x=0$ $\quad\therefore x=-2$
② 1회의 편차가 가장 크므로 1회의 기록이 가장 느리다.
③ 2회의 편차가 0초이므로 2회의 기록은 평균과 같다.
④ 3회의 편차는 음수이므로 3회의 기록은 평균보다 빠르다.
⑤ 4회의 편차는 3회의 편차보다 1초 작으므로 4회의 기록은 3회의 기록보다 1초 빠르다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

11 ① 편차의 총합은 항상 0이다.
② 평균보다 큰 변량의 편차는 양수이다.
③ 편차의 절댓값이 클수록 변량은 평균에서 멀다.
④ 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.

12 $(\text{평균})=\dfrac{10+7+9+8+6}{5}=\dfrac{40}{5}=8(\text{개})$

$(\text{분산})=\dfrac{2^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2}(\text{개})$

13 평균이 54 kg이므로

$\dfrac{68+x+53+48+52}{5}=54$

$\dfrac{x+221}{5}=54,\ x+221=270 \qquad \therefore x=49$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{14^2+(-5)^2+(-1)^2+(-6)^2+(-2)^2}{5}$

$=\dfrac{262}{5}=52.4$

14 평균이 5이므로

$\dfrac{1+4+8+a+b}{5}=5$

$a+b+13=25 \qquad \therefore a+b=12$ ...... ㉠

표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$\dfrac{(-4)^2+(-1)^2+3^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{5}=9$

$a^2+b^2-10(a+b)+76=45$ ...... ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-10\times12+76=45 \qquad \therefore a^2+b^2=89$

15 각 자료의 평균은 모두 4이므로 표준편차가 가장 큰 것은 자료가 평균으로부터 가장 멀리 흩어져 있는 ③이다.

16 수면 시간이 가장 규칙적인 학생은 표준편차가 가장 작은 B이고, 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 E이다.

튼튼! 만점 예상 문제 2회 p.48~49

01 87점 **02** ③ **03** ⑤ **04** ④ **05** ② **06** 2개 **07** ⑤ **08** ③
09 7.5 **10** -1 **11** ③, ⑤ **12** ② **13** 1.2 **14** 4 **15** 6 **16** ②, ③

01 $(\text{평균})=\dfrac{84+92+88+91+82+85}{6}=\dfrac{522}{6}=87(\text{점})$

02 a, b, c, d, e의 평균이 3이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=3 \qquad \therefore a+b+c+d+e=15$

따라서 $a+4,\ b+2,\ c-1,\ d-3,\ e+5$의 평균은

$\dfrac{(a+4)+(b+2)+(c-1)+(d-3)+(e+5)}{5}$

$=\dfrac{a+b+c+d+e+7}{5}=\dfrac{15+7}{5}=\dfrac{22}{5}=4.4$

03 다음 번 시험에서 수학 성적을 x점 받는다고 하면 평균이 80점 이상이 되어야 하므로

$\dfrac{76\times3+x}{4}\geq80,\ 228+x\geq320 \qquad \therefore x\geq92$

따라서 다음 번 시험에서 수학 성적을 92점 이상 받아야 한다.

04 ④ 자료에 매우 큰 값인 300이 있으므로 대푯값으로 평균이 적절하지 않다.

05 중앙값이 10이므로 평균도 10이다.

즉 $\dfrac{5+8+10+13+x}{5}=10$에서

$x+36=50 \qquad \therefore x=14$

06 (가) 중앙값이 37이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 a, 36, 38, 40이어야 한다. $\qquad \therefore a\leq36$
(나) 중앙값이 35이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 25, 30, 35, a, 40 또는 25, 30, 35, 40, a이어야 한다. $\qquad \therefore a\geq35$

따라서 $35\leq a\leq36$이므로 주어진 두 조건을 모두 만족하는 자연수 a는 35, 36의 2개이다.

07 최빈값을 각각 구하면
① 4 ② 1 ③ 4 ④ 3 ⑤ 5
따라서 최빈값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

08 $(\text{평균})=\dfrac{3+7+5+6+7+8+3+7+1+8}{10}=\dfrac{55}{10}=5.5$

$\therefore a=5.5$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 1, 3, 3, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 8이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{6+7}{2}=6.5 \qquad \therefore b=6.5$

최빈값은 7이므로 $c=7$

$\therefore a+b+c=5.5+6.5+7=19$

09 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 9번째 변량과 10번째 변량의 평균이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{3+4}{2}=3.5(\text{권}) \qquad \therefore a=3.5$

최빈값은 4권이므로 $b=4$

$\therefore a+b=3.5+4=7.5$

10 편차의 총합은 0이므로

$-4+x+11+(-8)+2=0 \qquad \therefore x=-1$

11 ③ 최빈값은 2개 이상일 수도 있다.
⑤ 편차의 제곱의 평균을 분산이라고 한다.

12 편차의 총합은 0이므로

$2+(-2)+(-1)+x+(-5)=0 \qquad \therefore x=6$

$(\text{분산})=\dfrac{2^2+(-2)^2+(-1)^2+6^2+(-5)^2}{5}=\dfrac{70}{5}=14$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{14}(\text{개})$

13 $(\text{평균})=\dfrac{1\times1+2\times2+3\times4+4\times2+5\times1}{10}=\dfrac{30}{10}=3(\text{점})$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}$

$=\dfrac{12}{10}=1.2$

14 변량 a, b, c, d의 평균이 5이고 분산이 4이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=5 \qquad \therefore a+b+c+d=20$

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=4$

$\therefore (a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2=16$

변량 $2a+3, 2b+3, 2c+3, 2d+3$에서

$(\text{평균})=\dfrac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)}{4}$

$=\dfrac{2(a+b+c+d)+12}{4}=\dfrac{2\times20+12}{4}=13$

(분산)

$=\dfrac{(2a-10)^2+(2b-10)^2+(2c-10)^2+(2d-10)^2}{4}$

$=\dfrac{4\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2\}}{4}$

$=\dfrac{4\times16}{4}=16$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{16}=4$

15 A 모둠의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $8\times3=24$

B 모둠의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $12\times8=96$

두 모둠의 평균이 같으므로

$(\text{분산})=\dfrac{24+96}{8+12}=\dfrac{120}{20}=6$

16 ①, ② 수학 성적의 평균이 영어 성적의 평균보다 더 높으므로 수학 성적이 영어 성적보다 더 우수하다.

③, ④ 영어 성적의 표준편차가 수학 성적의 표준편차보다 더 작으므로 영어 성적이 수학 성적보다 더 고르다.

⑤ 학생 수는 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

별별! 서술형 문제 p.50~51

01 (1) 8시간 (2) 6시간 (3) 3시간, 6시간		
02 (1) 3 (2) 33	**03** 9	**04** $\sqrt{7}$점
05 172 cm	**06** 49회	
07-1 $2\sqrt{2}$	**07-2** $\sqrt{38}$권	**07-3** $\sqrt{14.8}$점

01 (1) $(\text{평균})=\dfrac{20+3+15+9+6+12+4+3+2+6}{10}$

$=\dfrac{80}{10}=8(\text{시간})$

(2) 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 3, 3, 4, 6, 6, 9, 12, 15, 20이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{6+6}{2}=6(\text{시간})$

(3) 가장 많이 나타나는 값은 3, 6이므로 최빈값은 3시간, 6시간이다.

02 (1) $(\text{평균})=\dfrac{(5-a)+5+(5+a)}{3}=\dfrac{15}{3}=5$

분산이 6이므로

$\dfrac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=6$

$2a^2=18,\ a^2=9 \qquad \therefore a=3\ (\because a>0)$

(2) 평균이 3이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=3 \qquad \therefore a+b+c=9$ …… ㉠

분산이 2이므로

$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=2$

$a^2+b^2+c^2-6(a+b+c)+27=6$ …… ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-6\times9+27=6 \qquad \therefore a^2+b^2+c^2=33$

03 (1) 자료 A의 중앙값이 10이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 8, a, 12, 15이어야 한다.

$\therefore a=10$

(2) $a=10$, $a-3=7$이므로 A, B 두 자료 전체를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 6, 7, 7, 8, 10, 12, 12, 15, 16

(3) $(\text{중앙값})=\dfrac{8+10}{2}=9$

04 (1) $(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량의 개수})}$이므로 $(\text{편차})^2$의 총합은 (변량의 개수)×(분산)이다.

따라서 남학생과 여학생의 수학 성적의 $(\text{편차})^2$의 총합은 각각 $4\times2^2=16$, $6\times3^2=54$

(2) 전체 학생 10명의 수학 성적의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $16+54=70$

(3) 전체 학생 10명의 수학 성적의 분산은 $\dfrac{70}{10}=7$이므로 표준편차는 $\sqrt{7}$점이다.

05 한 학생이 동아리를 옮기기 전의 사진 동아리 학생 8명의 키의 총합은 $165\times8=1320$ (cm) …… [1점]

동아리를 옮긴 학생의 키를 x cm라고 하면

$\dfrac{1320-x}{7}=164$ …… [2점]

$1320-x=1148 \qquad \therefore x=172$

따라서 동아리를 옮긴 학생의 키는 172 cm이다. …… [2점]

06 편차의 총합은 0이므로

$5+2+(-2)+(-3)+(-1)+x=0 \qquad \therefore x=-1$

…… [2점]

따라서 민경이의 줄넘기 기록은

$50+(-1)=49(\text{회})$ …… [2점]

07-1 $(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+5^2+(-3)^2+2^2+(-3)^2+(-1)^2+2^2}{7}$

$=\dfrac{56}{7}=8$ …… [2점]

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ …… [1점]

07-2 평균이 20권이므로

$\dfrac{16+27+24+x+23}{5}=20$

$\dfrac{x+90}{5}=20,\ x+90=100 \quad \therefore x=10$ …… [2점]

$(\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+7^2+4^2+(-10)^2+3^2}{5}=\dfrac{190}{5}=38$

…… [2점]

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{38}$(권) …… [1점]

07-3 성하의 수학 점수를 x점이라고 하면 각 학생의 수학 점수는 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
점수(점)	$x-8$	$x-5$	x	$x+1$	$x+2$

이때 5명의 수학 점수의 평균은

$\dfrac{(x-8)+(x-5)+x+(x+1)+(x+2)}{5}$

$=\dfrac{5x-10}{5}=x-2$(점) …… [3점]

즉 각 학생의 수학 점수의 편차는 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-6	-3	2	3	4

…… [3점]

따라서 5명의 수학 점수의 분산은

$\dfrac{(-6)^2+(-3)^2+2^2+3^2+4^2}{5}=\dfrac{74}{5}=14.8$

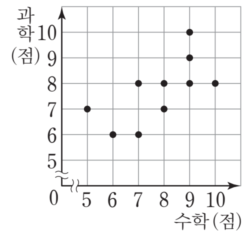
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{14.8}$(점) …… [1점]

2 산점도와 상관관계

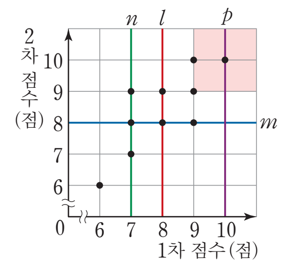
교과서가 한눈에 p.53

01 풀이 참조 02 (1) 6명 (2) 2명 (3) 8명 (4) 3명
03 (1) ㉠, ㉢ (2) ㉡, ㉣ (3) ㉤, ㉥ 04 무 05 음 06 양

01



02 (1) 1차의 점수가 8점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 오른쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



(2) 2차의 점수가 8점 미만인 학생 수는 (1)의 산점도에서 직선 m을 제외하고 직선 m의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 2명이다.

(3) 1차의 점수가 7점 이상 10점 미만인 학생 수는 (1)의 산점도에서 직선 n은 포함하고 직선 p는 제외한 두 직선 n, p 사이에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

(4) 1차와 2차의 점수가 모두 9점 이상인 학생 수는 (1)의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

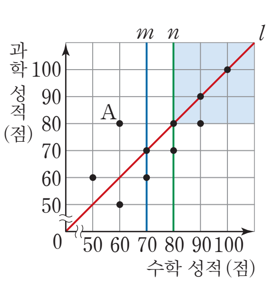
또또! 나오는 문제 p.54~57

01 ⑤ 02 ③ 03 ④ 04 ⑤ 05 ② 06 ⑤ 07 ③ 08 ④
09 ① 10 ③ 11 ⑤ 12 ⑤ 13 ⑤ 14 ① 15 ② 16 ④
17 ④ 18 ③ 19 ②, ⑤ 20 ⑤ 21 ④

실수하기 쉬운 문제

01 2가지 02 2명

01 ① 수학 성적과 과학 성적이 모두 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.



② 과학 성적이 수학 성적보다 높은 학생 수는 위 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 2명이다.

③ 수학 성적이 70점 미만인 학생 수는 위 산점도에서 직선 m을 제외하고 직선 m의 왼쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

$\therefore \frac{3}{10}\times 100=30\ (\%)$

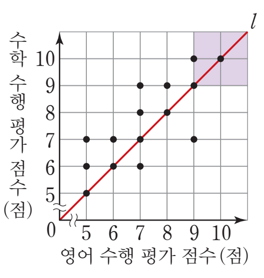
④ 과학 성적이 70점 미만인 학생들의 수학 성적은 50점, 60점, 70점이므로 그 평균은

$\frac{50+60+70}{3}=\frac{180}{3}=60$(점)

⑤ 수학 성적이 80점 미만인 학생 중 과학 성적이 가장 좋은 학생은 위 산점도에서 직선 n을 제외하고 직선 n의 왼쪽에 속하는 점 중에서 A이다.

따라서 A의 과학 성적은 80점이다.

02 영어 수행 평가 점수와 수학 수행 평가 점수가 모두 9점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

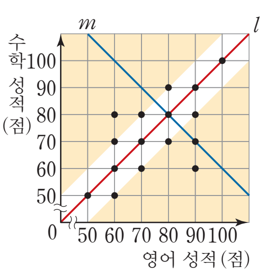


03 영어 수행 평가 점수와 수학 수행 평가 점수가 같은 학생 수는 02의 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \frac{6}{15}\times 100=40\ (\%)$

04 수학 성적보다 영어 성적이 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \frac{6}{16}\times 100=37.5\ (\%)$



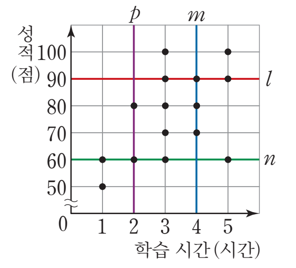
05 영어 성적이 90점인 학생들의 수학 성적은 60점, 70점, 80점, 90점이므로 그 평균은

$\frac{60+70+80+90}{4}=\frac{300}{4}=75$(점)

06 영어 성적과 수학 성적의 차가 10점 이상인 학생 수는 04의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.

07 영어 성적과 수학 성적의 평균이 80점 이상인 학생 수는 04의 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

08 ① 은서네 반 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 15명이다.



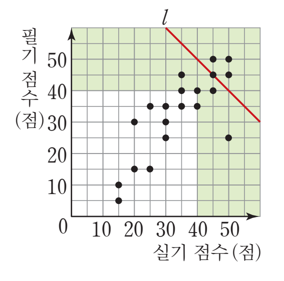
② 성적이 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

③ 학습 시간이 4시간 이상인 학생 수는 위 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 오른쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

④ 성적이 60점 미만인 학생 수는 위 산점도에서 직선 n을 제외하고 직선 n의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 1명이다.

⑤ 학습 시간이 2시간 이상 4시간 미만인 학생 수는 위 산점도에서 직선 p는 포함하고 직선 m은 제외한 두 직선 p, m 사이에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.

09 미술 실기 점수와 필기 점수의 합이 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.



10 미술 실기 점수와 필기 점수 중 적어도 하나의 점수가 40점 이상인 학생 수는 09의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.

12 학습 시간과 쉬는 시간 사이에는 음의 상관관계가 있으므로 음의 상관관계를 나타내는 산점도는 ⑤이다.

13 ① 음의 상관관계

②, ③, ④ 상관관계가 없다.

⑤ 양의 상관관계

14 주어진 산점도는 상관관계가 없으므로 두 변량 사이에 상관관계가 없는 것은 ①이다.

참고

②, ④, ⑤ 양의 상관관계

③ 음의 상관관계

15 보기 1, 보기 2, 보기 3을 바르게 짝 지으면

ⓐ-㉢-㈐, ⓑ-㉠-㈎, ⓒ-㉡-㈏이다.

16 ①, ②, ③, ⑤ 양의 상관관계

④ 음의 상관관계

따라서 두 변량 사이의 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

17 ④ A는 영어 성적에 비해 수학 성적이 우수하다.
⑤ A, B, C, D, E 중 D의 영어 성적과 수학 성적이 모두 가장 낮으므로 두 과목의 평균이 가장 낮은 학생은 D이다.

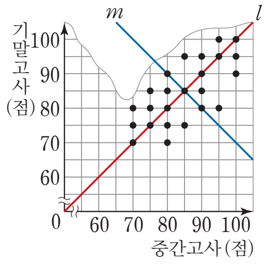
19 ① A, B, C, D, E 중 키가 가장 큰 학생은 E이다.
③ B는 E에 비해 키도 작고 발의 크기도 작다.
④ D는 키에 비해 발의 크기가 작은 편이다.

20 주어진 산점도는 양의 상관관계가 있으므로 두 변량 사이에 양의 상관관계가 있는 것은 ⑤이다.

참고
①, ③ 음의 상관관계
②, ④ 상관관계가 없다.

실수하기 쉬운 문제

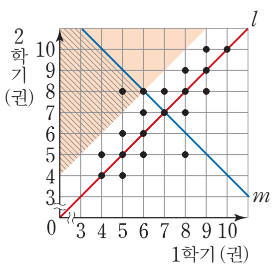
01 (가) 중간고사 성적에 비해 기말고사의 성적이 향상된 학생은 10명이므로 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점이 10개이어야 한다. 즉 찢어진 부분에 있는 점은 1개이다.



(나) 찢어진 부분에 있는 점이 나타내는 학생의 중간고사 성적과 기말고사 성적의 평균이 85점이므로 찢어진 부분에 있는 점은 주어진 산점도에서 직선 m 위에 있어야 한다.

따라서 찢어진 부분에 나올 수 있는 자료를 순서쌍 (중간고사, 기말고사)로 나타내면 (70, 100), (75, 95)의 2가지이다.

02 (가) 1학기보다 2학기 동안 책을 더 많이 읽은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같다.



(나) (가)에서 1학기 동안 읽은 책의 수와 2학기 동안 읽은 책의 수의 차가 2권 이상인 학생 수는 위 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같다.

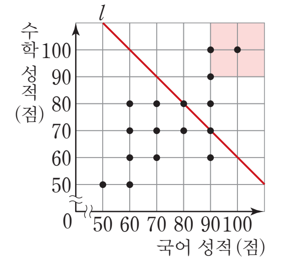
(다) (나)에서 1학기와 2학기 동안 읽은 책의 수의 평균이 7권 이하인 학생 수는 직선 m을 포함하고 직선 m의 아래쪽 빗금 친 부분에 속하는 점의 개수와 같다.

따라서 세 조건을 모두 만족하는 학생 수는 2명이다.

튼튼! 만점 예상 문제 1회 p.58~59

01 ②	02 ③	03 ④	04 ③	05 ①	06 ②	07 ①	08 ④
09 ③	10 ④	11 ②	12 ②	13 ④			

01 국어 성적과 수학 성적이 모두 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.



02 국어 성적과 수학 성적의 평균이 80점 이상인 학생 수는 01의 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

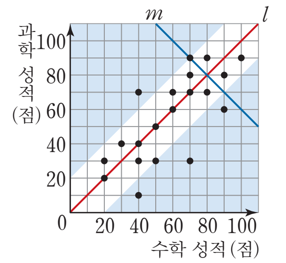
$\therefore \frac{6}{16}\times 100=37.5\ (\%)$

03 과학 성적이 50점인 학생들의 수학 성적은 40점, 50점, 60점, 70점이므로 그 평균은

$\frac{40+50+60+70}{4}=\frac{220}{4}=55$(점)

04 수학 성적보다 과학 성적이 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.

$\therefore \frac{7}{20}\times 100=35\ (\%)$



05 수학 성적과 과학 성적의 차가 20점 이상인 학생 수는 04의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

06 과학 성적이 80점 이상인 학생들의 수학 성적은 70점, 70점, 80점, 90점, 100점이므로 그 평균은

$\frac{70+70+80+90+100}{5}=\frac{410}{5}=82$(점)

07 수학 성적과 과학 성적의 평균이 80점 이상인 학생 수는 04의 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

$\therefore \frac{4}{20}\times 100=20\ (\%)$

09 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타내므로 두 변량 사이에 음의 상관관계가 있는 것은 ③이다.

참고
①, ④ 상관관계가 없다.
②, ⑤ 양의 상관관계

10 키와 몸무게 사이에는 양의 상관관계가 있으므로 두 변량 사이에 양의 상관관계가 있는 것은 ④이다.

참고
①, ③ 상관관계가 없다.
②, ⑤ 음의 상관관계

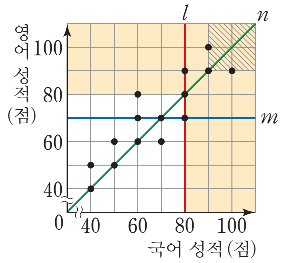
12 ① A는 과학 성적과 수학 성적 모두 낮은 편이다.
③ C는 D보다 과학 성적이 낮다.
④ E는 과학 성적과 수학 성적 모두 높은 편이다.
⑤ 과학 성적과 수학 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.

13 ④ C는 지능지수는 높지만 성적은 낮은 편이므로 공부를 잘한다고 할 수 없다.

튼튼! 만점 예상 문제 2회 p.60~61

01 ③, ⑤ **02** ④ **03** ③ **04** ①, ④ **05** ④ **06** ③ **07** ② **08** ⑤
09 ①, ③ **10** ⑤ **11** ④ **12** ②

01 ② 국어 성적이 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 오른쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

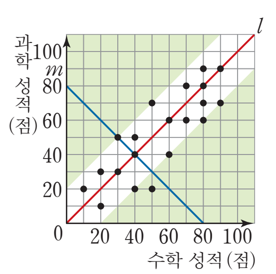


③ 영어 성적이 70점 미만인 학생 수는 위 산점도에서 직선 m을 제외하고 직선 m의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.
④ 국어 성적과 영어 성적이 모두 90점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.
$\therefore \frac{3}{15}\times 100=20\ (\%)$
⑤ 국어 성적이 60점인 학생들의 영어 성적은 60점, 70점, 80점이므로 그 평균은
$\frac{60+70+80}{3}=\frac{210}{3}=70$(점)

02 국어 성적과 영어 성적 중 적어도 한 과목의 성적이 80점 이상인 학생 수는 01의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.

03 국어 성적과 영어 성적이 같은 학생 수는 01의 산점도에서 직선 n 위에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.
$\therefore \frac{6}{15}\times 100=40\ (\%)$

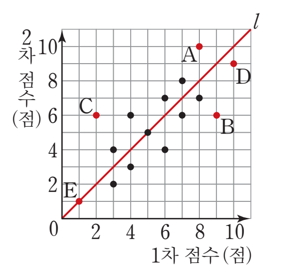
04 ① 수학 성적과 과학 성적 사이에 양의 상관관계가 있으므로 수학 성적이 높은 학생은 대체로 과학 성적도 높다고 할 수 있다.
② 수학 성적보다 과학 성적이 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



③ 과학 성적보다 수학 성적이 높은 학생 수는 위 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.
$\therefore \frac{8}{20}\times 100=40\ (\%)$
④ 수학 성적과 과학 성적의 차가 20점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.
$\therefore \frac{7}{20}\times 100=35\ (\%)$
⑤ 수학 성적이 70점인 학생들의 과학 성적은 60점, 80점이므로 그 평균은
$\frac{60+80}{2}=\frac{140}{2}=70$(점)

05 수학 성적과 과학 성적의 평균이 40점 미만인 학생 수는 04의 산점도에서 직선 m을 제외하고 직선 m의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.
따라서 보충학습을 해야 하는 학생은 6명이다.

06 1차 점수에 비해 2차 점수가 향상된 학생은 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점이므로 A, C이다.



이때 A의 1차 점수와 2차 점수는 각각 8점, 10점이므로 향상된 점수는 $10-8=2$(점)이고, C의 1차 점수와 2차 점수는 각각 2점, 6점이므로 향상된 점수는 $6-2=4$(점)이다.
따라서 1차 점수에 비해 2차 점수가 가장 많이 향상된 학생은 C이다.

07 ① 두 변량의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸 그래프를 산점도라고 한다.
③ 두 변량 x, y 사이에 x의 값이 증가함에 따라 y의 값은 감소하는 관계를 음의 상관관계라고 한다.
④ 두 변량 사이에 양의 상관관계가 있는 산점도에서 점들이 한 직선에 가까이 몰려 있을수록 상관관계가 강하다고 한다.
⑤ 산점도에서 점들이 흩어져 있거나 좌표축에 평행한 경우에는 상관관계가 없다고 한다.

09 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타내므로 두 변량 사이에 양의 상관관계가 있는 것은 ①, ③이다.

참고
② 상관관계가 없다.
④, ⑤ 음의 상관관계

10 ① 양의 상관관계
②, ③, ④ 상관관계가 없다.
⑤ 음의 상관관계

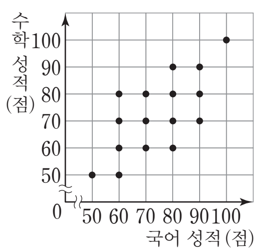
11 ㈎ 키와 ㈐ 앉은키, ㈎ 키와 ㈒ 몸무게 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 상관관계가 있는 것끼리 짝 지은 것은 ④이다.

12 ① A는 B보다 1차 점수가 낮다.
③ C는 1차 점수는 낮지만 2차 점수는 높은 편이다.
④ D는 2차 점수가 낮은 편이다.
⑤ E는 1차 점수와 2차 점수의 차가 작은 편이다.

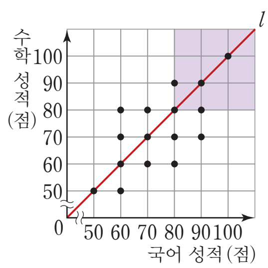
별별! 서술형 문제 p.62~63

01 (1) 풀이 참조 (2) 양의 상관관계 (3) 5명 (4) 25 %
02 25 % **03** 7.4점 **04** 30점
05-1 7명 **05-2** 37.5 % **05-3** 9권

01 (1)

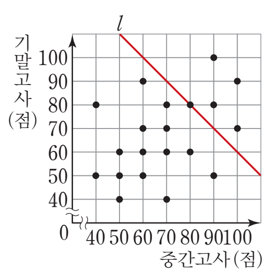


(3) 국어 성적과 수학 성적이 모두 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.



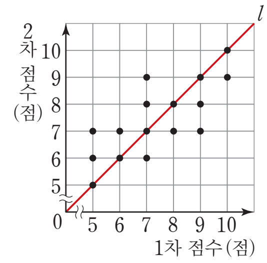
(4) 국어 성적보다 수학 성적이 높은 학생 수는 (3)의 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.
$\therefore \frac{4}{16}\times 100=25\ (\%)$

02 (1) 전체 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 20명이다.
(2) $2\times 80=160$(점)
(3) 두 시험 성적의 합이 160점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.



(4) $\frac{5}{20}\times 100=25\ (\%)$

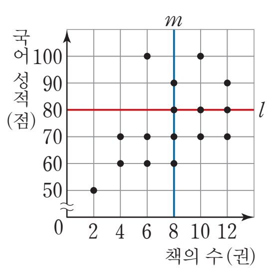
03 1차 점수에 비해 2차 점수가 향상된 학생들은 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속한다. …… [2점]



따라서 이 학생들의 2차 점수는 6점, 7점, 7점, 8점, 9점이므로 그 평균은
$\frac{6+7+7+8+9}{5}=\frac{37}{5}=7.4$(점) …… [2점]

04 A, B, C, D, E 중 전 과목 평균도 높고 수학 성적도 높은 학생은 E이고 전 과목 평균에 비해 수학 성적이 높은 학생은 B이다. …… [2점]
이때 E의 전 과목 평균은 100점이고 B의 전 과목 평균은 70점이므로 그 차는
$100-70=30$(점) …… [2점]

05-1 국어 성적이 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



05-2 지난 1년 동안 읽은 책의 수가 8권 미만인 학생 수는 05-1의 산점도에서 직선 m을 제외하고 직선 m의 왼쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.
$\therefore \frac{6}{16}\times 100=37.5\ (\%)$

05-3 전체 학생 수가 16명이므로 국어 성적이 상위 25 % 이내에 드는 학생 수는
$16\times\frac{25}{100}=4$(명)
이때 국어 성적이 상위 4명 이내에 드는 학생들이 지난 1년 동안 읽은 책의 수는 6권, 8권, 10권, 12권이므로 그 평균은
$\frac{6+8+10+12}{4}=\frac{36}{4}=9$(권)

대단원 마무리 문제 p.65~72

VI 원의 성질

01 ③ 02 ② 03 ② 04 ④ 05 ⑤ 06 ⑤ 07 ④ 08 ④
09 ⑤ 10 ④ 11 ② 12 ② 13 ⑤ 14 ④ 15 ②, ⑤
16 ① 17 ③ 18 ②

서술형

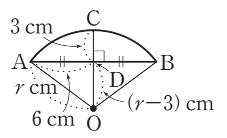
19 36 cm 20 162 cm^2 21 70° 22 40° 23 216° 24 62°

01 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12\,(cm)$이므로

$\triangle OAM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=5\,(cm)$

02 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(cm)$

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-3)$ cm

$\triangle AOD$에서 $6^2+(r-3)^2=r^2$

$6r=45 \quad \therefore r=\frac{15}{2}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.

03 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=4\sqrt{3}$ cm

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(cm)$

$\triangle OMB$에서 $\overline{OB}=\frac{2\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=2\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\,(cm)$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 4^2=16\pi\,(cm^2)$

04 $\triangle AOD$에서 $\angle ADO=90^\circ$이므로

$\overline{AD}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

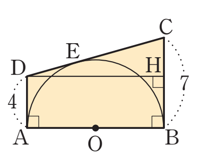
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}$

$=2\times 12=24$

05 $\overline{CE}=\overline{BC}=7$, $\overline{DE}=\overline{AD}=4$이므로 $\overline{CD}=7+4=11$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



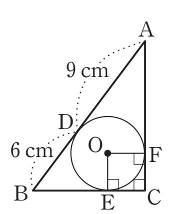
$\overline{BH}=\overline{AD}=4$이므로

$\overline{CH}=7-4=3$

$\triangle CDH$에서 $\overline{DH}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+7)\times 4\sqrt{7}=22\sqrt{7}$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\square OECF$는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm

$\overline{AF}=\overline{AD}=9$ cm, $\overline{BE}=\overline{BD}=6$ cm 이므로

$\overline{AC}=(9+r)$ cm, $\overline{BC}=(6+r)$ cm

$\triangle ABC$에서 $(6+r)^2+(9+r)^2=15^2$, $r^2+15r-54=0$

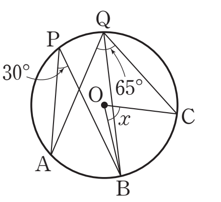
$(r-3)(r+18)=0 \qquad \therefore r=3\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

07 $\angle BAC=\angle BDC=55^\circ$이므로

$\triangle ABP$에서 $\angle x=55^\circ+32^\circ=87^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면

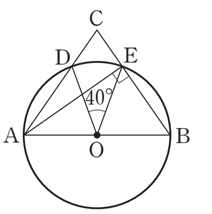


$\angle AQB=\angle APB=30^\circ$

$\angle BQC=65^\circ-30^\circ=35^\circ$이므로

$\angle x=2\angle BQC=2\times 35^\circ=70^\circ$

09 오른쪽 그림과 $\overline{AE}$를 그으면



$\angle AEB=90^\circ$

$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE$

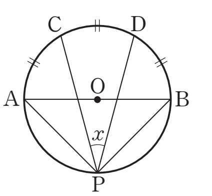
$=\frac{1}{2}\times 40^\circ=20^\circ$

따라서 $\triangle CAE$에서

$\angle C=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

10 $\angle ABC=\frac{5}{1+3+5}\times 180^\circ=100^\circ$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$를 그으면 $\angle APB=90^\circ$

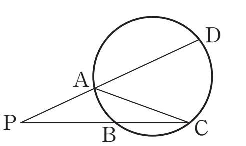


이때 $\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DB}$이므로

$\angle APC=\angle CPD=\angle DPB$

$\therefore \angle x=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB=\frac{1}{9}\times 180^\circ=20^\circ$

$\angle DAC=\frac{1}{4}\times 180^\circ=45^\circ$

따라서 $\triangle APC$에서

$\angle P=45^\circ-20^\circ=25^\circ$

13 $\angle AOB=2\angle ADB=2\times 60^\circ=120^\circ$

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-(20^\circ+30^\circ)=130^\circ$

14 $\angle CDQ=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle ABC=\angle CDQ=65^\circ$

$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=30^\circ+65^\circ=95^\circ$

따라서 $\triangle DCQ$에서

$\angle x=180^\circ-(65^\circ+95^\circ)=20^\circ$

15 ① $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

③ $\angle ABC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

즉 $\angle ABC=\angle EDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

④ $\triangle ABC$에서 $\angle B=180^\circ-(60^\circ+40^\circ)=80^\circ$

즉 $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

16 $\angle BEQ=\angle BAE=60^\circ$, $\angle DEQ=\angle DCE=70^\circ$

$\therefore \angle AEB=180^\circ-(60^\circ+70^\circ)=50^\circ$

17 $\angle ACB=\angle ABT=40^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$(28^\circ+\angle x)+(46^\circ+40^\circ)=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=66^\circ$

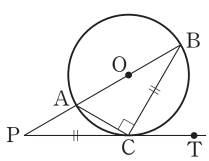
$\triangle ABC$에서 $\angle y=180^\circ-(66^\circ+40^\circ)=74^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=74^\circ-66^\circ=8^\circ$

18 $\angle BPC=\angle x$라고 하면

$\overline{PC}=\overline{BC}$이므로 $\angle PBC=\angle BPC=\angle x$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB=90^\circ$

$\angle ACP=\angle ABC=\angle x$이므로

$\triangle BPC$에서

$\angle x+\angle x+(\angle x+90^\circ)=180^\circ$

$3\angle x=90^\circ$ $\quad\therefore \angle x=30^\circ$

따라서 $\angle BPC$의 크기는 30°이다.

서술형

19 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 정삼각형이다. …… [40 %]

이때 $\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times 6=12\ (cm)$이므로 …… [30 %]

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=3\times 12=36\ (cm)$ …… [30 %]

20 $\overline{DC}=2\times 6=12\ (cm)$이고

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$15+12=\overline{AD}+18$ $\quad\therefore \overline{AD}=9\ (cm)$ …… [50 %]

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(9+18)\times 12=162\ (cm^2)$ …… [50 %]

21 $\triangle DPB$에서 $\angle DBC=20^\circ+30^\circ=50^\circ$ …… [30 %]

$\angle ACB=\angle ADC=20^\circ$ …… [30 %]

따라서 $\triangle QBC$에서 $\angle DQC=50^\circ+20^\circ=70^\circ$ …… [40 %]

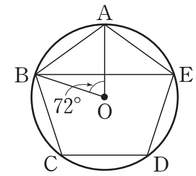
22 $\angle ABC : \angle DCB=\widehat{AC} : \widehat{BD}=2 : 1$이므로

$\angle ABC=2\angle DCB=2\angle x$ …… [50 %]

따라서 $\triangle PCB$에서 $\angle x+2\angle x=120^\circ$

$3\angle x=120^\circ$ $\quad\therefore \angle x=40^\circ$ …… [50 %]

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\angle AEB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 72^\circ$

$=36^\circ$ …… [30 %]

□BCDE가 원 O에 내접하므로

$\angle BCD+\angle BED=180^\circ$ …… [30 %]

$\therefore \angle BCD+\angle AED=\angle BCD+(\angle AEB+\angle BED)$

$=(\angle BCD+\angle BED)+\angle AEB$

$=180^\circ+36^\circ=216^\circ$ …… [40 %]

24 $\triangle BED$에서 $\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$ …… [40 %]

$\angle DFE=\angle BED=56^\circ$ …… [40 %]

따라서 $\triangle DEF$에서 $\angle DEF=180^\circ-(62^\circ+56^\circ)=62^\circ$

…… [20 %]

VII 통계

01 ⑤ **02** ④ **03** ② **04** ⑤ **05** ⑤ **06** ② **07** ② **08** ②
09 ③ **10** ②, ④ **11** ④ **12** ③ **13** ⑤ **14** ② **15** ③ **16** ①
17 ③ **18** ①, ②

서술형

19 (1) 평균 : 90호, 중앙값 : 92.5호, 최빈값 : 95호 (2) 최빈값
20 2 **21** 4반, 1반 **22** 산점도는 풀이 참조, 양의 상관관계
23 80점 **24** 12.5 %

01 ㉠ (평균)$=\frac{4+8+4+5+9}{5}=\frac{30}{5}=6$

㉡ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4, 4, 5, 8, 9이므로 중앙값은 5이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

02 중앙값이 12이므로 $\frac{10+x}{2}=12$

$10+x=24$ $\quad\therefore x=14$

03 2가 가장 많이 나타나므로 최빈값은 만족이다.

04 (평균)$=\frac{18+13+12+19+17+11}{6}=\frac{90}{6}=15$(점)

따라서 각 변량의 편차는 차례로 3점, -2점, -3점, 4점, 2점, -4점이므로 편차가 될 수 없는 것은 ⑤이다.

05 편차의 총합은 0이므로

$4+(-2)+x+1+(-6)+(-1)=0$ $\quad\therefore x=4$

따라서 학생 C의 키는 $165+4=169\ (cm)$

06 ② 최빈값은 2개 이상일 수도 있다.

07 편차의 총합은 0이므로

$2+0+3+(-1)+x+(-1)=0 \qquad \therefore x=-3$

$(\text{분산})=\dfrac{2^2+0^2+3^2+(-1)^2+(-3)^2+(-1)^2}{6}$

$=\dfrac{24}{6}=4$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$ (kg)

08 변량 a, b, c의 평균이 9이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=9 \qquad \therefore a+b+c=27$

변량 a, b, c의 표준편차가 $\sqrt{5}$, 즉 분산이 5이므로

$\dfrac{(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2}{3}=5$

$\therefore (a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2=15$

변량 4, a, b, c, 14에서

$(\text{평균})=\dfrac{4+a+b+c+14}{5}=\dfrac{4+27+14}{5}=\dfrac{45}{5}=9$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-5)^2+(a-9)^2+(b-9)^2+(c-9)^2+5^2}{5}$

$=\dfrac{25+15+25}{5}=\dfrac{65}{5}=13$

09 ①, ② 평균이 같으므로 어느 과목의 성적이 더 우수하다고 할 수 없다.

③, ④, ⑤ 수학 성적의 표준편차가 과학 성적의 표준편차보다 더 작으므로 수학 성적이 과학 성적보다 더 고르다.

10 ①, ② 국어 성적이 좋을수록 대체로 영어 성적도 좋은 편이므로 국어 성적과 영어 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.

③ 두 학생 A, B의 국어 성적과 영어 성적의 평균을 각각 구하면

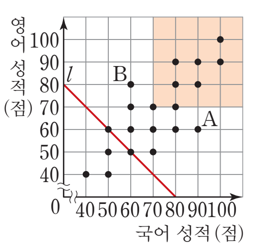
(A의 평균)$=\dfrac{90+60}{2}=\dfrac{150}{2}=75$(점),

(B의 평균)$=\dfrac{60+80}{2}=\dfrac{140}{2}=70$(점)

따라서 두 학생 A, B의 국어 성적과 영어 성적의 평균은 같지 않다.

⑤ 전체 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 20명이다.

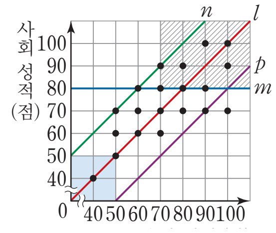
11 국어 성적과 영어 성적이 모두 70점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.



12 국어 성적과 영어 성적의 평균이 55점 이하인 학생 수는 11의 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

$\therefore \dfrac{5}{20}\times 100=25\ (\%)$

13 ① 수학 성적과 사회 성적이 모두 50점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 2명이다.



② 수학 성적과 사회 성적이 같은 학생 수는 위 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

③ 수학 성적보다 사회 성적이 높은 학생 수는 위 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

④ 사회 성적이 80점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.

⑤ 수학 성적이 70점 이상이고 사회 성적이 80점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

14 수학 성적과 사회 성적의 차가 20점인 학생 수는 13의 산점도에서 두 직선 n, p 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

$\therefore \dfrac{4}{20}\times 100=20\ (\%)$

15 수학 성적이 90점 이상인 학생들의 사회 성적은 70점, 70점, 80점, 90점, 100점, 100점이므로 그 평균은

$\dfrac{70+70+80+90+100+100}{6}=\dfrac{510}{6}=85$(점)

17 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타내므로 두 변량 사이에 양의 상관관계가 있는 것은 ③이다.

참고

①, ④ 음의 상관관계

②, ⑤ 상관관계가 없다.

18 ③ 두 학생 A, C의 몸무게는 각각 45 kg, 50 kg으로 같지 않다.

④ A, B, C, D, E 중 몸무게가 가장 적게 나가는 학생은 A, B이다.

⑤ B는 키에 비해 몸무게가 적게 나간다.

서술형

19 (1) (평균)

$=\dfrac{80+95+90+80+100+95+85+95+95+85}{10}$

$=\dfrac{900}{10}=90$(호) …… [20 %]

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

80, 80, 85, 85, 90, 95, 95, 95, 95, 100

$\therefore$ (중앙값)$=\dfrac{90+95}{2}=92.5$(호) …… [20 %]

95호가 가장 많이 나타나므로 최빈값은 95호이다.

…… [20 %]

(2) 가장 많이 판매한 티셔츠의 사이즈를 가장 많이 주문해야 하므로 최빈값이 대푯값으로 가장 적절하다. …… [40 %]

20 A : $(\text{평균})=\dfrac{6+9+9+8+8}{5}=\dfrac{40}{5}=8(\text{점})$

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+1^2+1^2+0^2+0^2}{5}=\dfrac{6}{5}$ …… [40 %]

B : $(\text{평균})=\dfrac{9+7+9+8+7}{5}=\dfrac{40}{5}=8(\text{점})$

$(\text{분산})=\dfrac{1^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{4}{5}$

…… [40 %]

따라서 $x=\dfrac{6}{5}$, $y=\dfrac{4}{5}$이므로 $x+y=\dfrac{6}{5}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

…… [20 %]

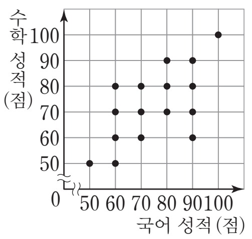
21 성적이 가장 우수한 반은 평균이 가장 높은 4반이다.

…… [50 %]

성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 1반이다.

…… [50 %]

22



…… [50 %]

국어 성적이 높은 학생이 수학 성적도 대체로 높으므로 국어 성적과 수학 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.

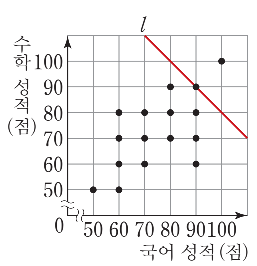
…… [50 %]

23 국어 성적이 80점인 학생들의 수학 성적은 70점, 80점, 90점이다. …… [50 %]

따라서 국어 성적이 80점인 학생들의 수학 성적의 평균은

$\dfrac{70+80+90}{3}=\dfrac{240}{3}=80(\text{점})$ …… [50 %]

24 국어 성적과 수학 성적의 평균이 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 2명이다. …… [50 %]



$\therefore\ \dfrac{2}{16}\times100=12.5\,(\%)$

…… [50 %]

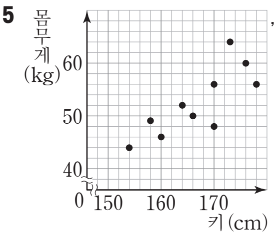
실전 모의고사 1회 p.73~76

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ②	05 ④	06 ④	07 ②	08 ⑤
09 ③	10 ⑤	11 ④	12 ①	13 ③	14 ③	15 ②	16 ③
17 ③	18 ②	19 ②	20 ②				

서술형

1 $23\pi\ \text{cm}^2$ **2** 105° **3** 30° **4** 11

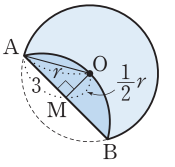
5



, 양의 상관관계

01 $\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8\,(\text{cm})$

02 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



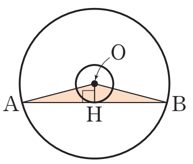
$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\dfrac{1}{2}r$

$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times6=3$이므로 △OAM에서

$r^2=3^2+\left(\dfrac{1}{2}r\right)^2$, $r^2=12$ $\quad\therefore\ r=2\sqrt{3}\ (\because\ r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$이다.

03 오른쪽 그림과 같이 작은 원과 $\overline{AB}$가 접하는 점을 H라고 하면 $\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로

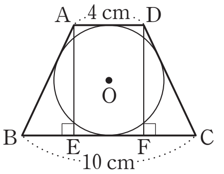


△OAH에서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}$

$\therefore\ \triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{15}\times1=\sqrt{15}$

04 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하면



△ABE≡△DCF (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\times(10-4)=3\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이고 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2\overline{AB}=4+10=14$ $\quad\therefore\ \overline{AB}=7\,(\text{cm})$

△ABE에서 $\overline{AE}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}\,(\text{cm})$

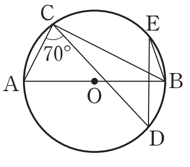
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{10}$ cm이다.

05 $\angle ACB=\angle ADB$이므로 $\angle x=30^\circ$

$\angle CBD=\angle CAD=25^\circ$이므로 △PBD에서

$\angle y=180^\circ-(30^\circ+25^\circ)=125^\circ$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

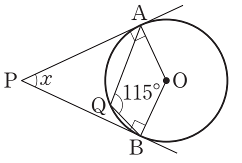


$\angle ACB=90^\circ$이므로

$\angle DCB=90^\circ-70^\circ=20^\circ$

$\therefore\ \angle DEB=\angle DCB=20^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB = 360° - 2 \times 115°$

$= 130°$

$\angle PAO = \angle PBO = 90°$이므로

$\angle x = 180° - 130° = 50°$

08 $\angle ACB = \angle ADB = 26°$, $\angle DAC = \angle DBC = 14°$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$(\angle y + 14°) + (\angle x + 26°) = 180°$

$\therefore \angle x + \angle y = 140°$

09 $\angle BAD = \frac{1}{2} \times 210° = 105°$

$\therefore \angle DCE = \angle BAD = 105°$

10 ① $\angle BDC = 80° - 40° = 40°$

즉 $\angle BAC = \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

② △ABC에서 $\angle ABC = 180° - (60° + 40°) = 80°$

즉 $\angle B + \angle D = 180°$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

③ $\angle ADB = 50° - 30° = 20°$

즉 $\angle ADB = \angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

④ $\angle ADB = \angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

11 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$100° + \angle y = 180°$ $\quad \therefore \angle y = 80°$

△ABC에서 $\angle ACB = 180° - (60° + 80°) = 40°$

$\therefore \angle x = \angle BCA = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 80° = 120°$

12 $\angle CPT = \angle CAP = 70°$, $\angle BPT = \angle BDP = 52°$

$\therefore \angle x = 180° - (70° + 52°) = 58°$

13 ③ 표준편차가 작을수록 변량들이 평균 주위에 모여 있다.

14 중앙값이 72점이므로 $71 < x < 75$임을 알 수 있다.

$\frac{71 + x}{2} = 72$에서 $71 + x = 144$ $\quad \therefore x = 73$

15 $-5 + (-3) + a + 2 + b = 0$ $\quad \therefore a + b = 6$

(분산)$= \frac{(-5)^2 + (-3)^2 + a^2 + 2^2 + b^2}{5} = (\sqrt{11.6})^2$에서

$25 + 9 + a^2 + 4 + b^2 = 58$ $\quad \therefore a^2 + b^2 = 20$

이때 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$이므로

$20 = 6^2 - 2ab$, $2ab = 16$ $\quad \therefore ab = 8$

16 평균이 6, 분산이 12이므로

$\frac{9 + 5 + 11 + x + y}{5} = 6$에서 $x + y = 5$ …… ㉠

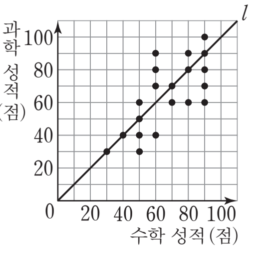
$\frac{(9-6)^2 + (5-6)^2 + (11-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 12$

에서 $x^2 + y^2 - 12(x + y) = -47$ …… ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$x^2 + y^2 = -47 + 12 \times 5 = 13$

17 과학 성적이 수학 성적보다 낮은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.



$\therefore \frac{8}{20} \times 100 = 40$ (%)

18 과학 성적이 90점 이상인 학생들의 수학 성적은 60점, 80점, 90점, 90점이므로 그 평균은

$\frac{60 + 80 + 90 + 90}{4} = \frac{320}{4} = 80$(점)

19 ①, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계

② 음의 상관관계

따라서 두 변량 사이의 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

서술형

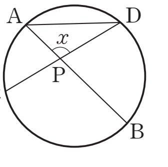
1 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이므로

$\angle AOB = 180° - 50° = 130°$ …… [4점]

따라서 색칠한 부분은 중심각의 크기가 $360° - 130° = 230°$인 부채꼴이므로 넓이는

$\pi \times 6^2 \times \frac{230}{360} = 23\pi$ (cm^2) …… [4점]

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC = \frac{1}{6} \times 180° = 30°$ …… [3점]

$\angle DAB = \frac{1}{4} \times 180° = 45°$ …… [3점]

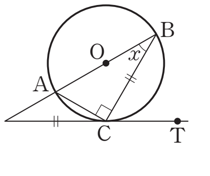
따라서 △APD에서

$\angle x = 180° - (45° + 30°) = 105°$ …… [2점]

3 △BPC에서 $\overline{PC} = \overline{BC}$이므로

$\angle BPC = \angle PBC = \angle x$ …… [2점]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACP = \angle ABC = \angle x$이므로

△APC에서

$\angle BAC = \angle x + \angle x = 2\angle x$ …… [4점]

△ACB에서 $2\angle x + 90° + \angle x = 180°$

$3\angle x = 90°$ $\quad \therefore \angle x = 30°$ …… [4점]

4 최빈값이 9이므로 평균은 9이다. …… [4점]

$\frac{9 + 8 + 7 + 9 + 10 + x + 9}{7} = 9$

$52 + x = 63$ $\quad \therefore x = 11$ …… [4점]

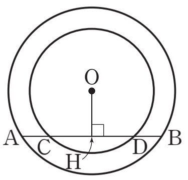
실전 모의고사 2회 p.77~80

01 ② 02 ③ 03 ⑤ 04 ③ 05 ③ 06 ③ 07 ② 08 ②
09 ⑤ 10 ④ 11 ② 12 ④ 13 ③ 14 ④ 15 ④ 16 ③
17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ③

서술형

1 $\frac{29}{3}$ cm **2** 85° **3** 4 **4** 24 **5** 82 cm

01 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AH}=\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10$

$=5\ (\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 6=3\ (\text{cm})$

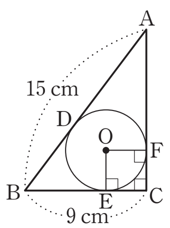
$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}=5-3=2\ (\text{cm})$

02 $\overline{PA}=\overline{PB}=8$ cm, $\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle APO$에서

$\overline{PO}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}\ (\text{cm})$

03 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-9^2}=12\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



□OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}=(12-r)$ cm,

$\overline{BD}=\overline{BE}=(9-r)$ cm이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$에서

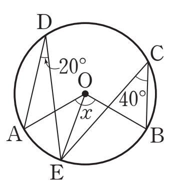
$15=(12-r)+(9-r)$, $2r=6$ $\quad\therefore\ r=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

04 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$5+\overline{CD}=3+8$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=6\ (\text{cm})$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\angle AOE=2\angle ADE=2\times 20^\circ=40^\circ$

$\angle BOE=2\angle BCE=2\times 40^\circ=80^\circ$

$\therefore\ \angle x=40^\circ+80^\circ=120^\circ$

06 $\angle BPA=\frac{1}{2}\times 240^\circ=120^\circ$

$\angle PAB=\angle x$라고 하면 $\widehat{PA}:\widehat{PB}=2:1$이므로

$\angle PBA=2\angle PAB=2\angle x$

$\triangle PBA$에서 $120^\circ+2\angle x+\angle x=180^\circ$

$3\angle x=60^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=20^\circ$

따라서 $\angle PAB$의 크기는 20°이다.

07 $\triangle ACP$에서 $\angle CAP=60^\circ-15^\circ=45^\circ$

12 : (원의 둘레의 길이)$=45^\circ:180^\circ$이므로

12 : (원의 둘레의 길이)$=1:4$

$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=48\ (\text{cm})$

08 $\angle BDC=\angle BAC=60^\circ$

따라서 $\triangle DPC$에서

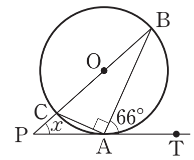
$\angle DPC=180^\circ-(60^\circ+40^\circ)=80^\circ$

09 $\angle x=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

$\angle y=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

$\therefore\ 2\angle x-\angle y=2\times 108^\circ-80^\circ=136^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BAC=90^\circ$이므로

$\angle CAP=180^\circ-(90^\circ+66^\circ)=24^\circ$

이때 $\angle BCA=\angle BAT=66^\circ$이므로

$\triangle CPA$에서 $\angle x=66^\circ-24^\circ=42^\circ$

11 ②, ③ $\angle ACQ=\angle BPQ$이고

$\angle BPQ+\angle BDQ=180^\circ$이므로

$\angle ACQ+\angle BDQ=180^\circ$

12 $\angle ABC=\angle a$, $\angle ADE=\angle BDE=\angle b$라고 하면

$\angle DAC=\angle ABC=\angle a$이므로

$\triangle ABD$에서 $(40^\circ+\angle a)+\angle a+2\angle b=180^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b=70^\circ$

따라서 $\triangle EBD$에서 $\angle AED=\angle a+\angle b=70^\circ$

13 $a=\frac{12+15+18+20+15+18+15+18+18+12}{10}=16.1$

$b=\frac{15+18}{2}=16.5$, $c=18$

$\therefore\ a+b+c=16.1+16.5+18=50.6$

14 최빈값이 80점이므로 $x=80$

(4회까지의 평균)$=\frac{100+80+60+80}{4}=\frac{320}{4}=80$(점)

5회의 성적을 y점이라고 하면

(5회까지의 평균)$=\frac{100+80+60+80+y}{5}=82$(점)에서

$320+y=410$ $\quad\therefore\ y=90$

따라서 5회의 성적은 90점이다.

16 $\frac{a+b+c+d}{4}=6$에서 $a+b+c+d=24$

$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2}{4}=3$에서

$(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2=12$

변량 $2a-4$, $2b-4$, $2c-4$, $2d-4$에서

(평균)$=\frac{(2a-4)+(2b-4)+(2c-4)+(2d-4)}{4}$

$=\frac{2\times 24-16}{4}=8$

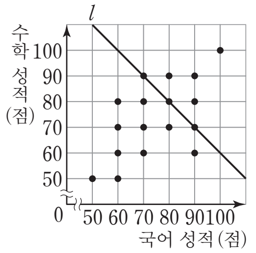
(분산)$=\frac{(2a-12)^2+(2b-12)^2+(2c-12)^2+(2d-12)^2}{4}$

$=\frac{4\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2\}}{4}$

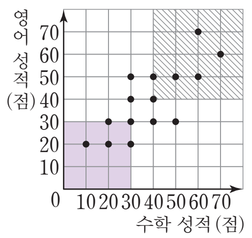
$=\frac{4\times 12}{4}=12$

따라서 $M=8$, $V=12$이므로 $M+V=8+12=20$

17 국어 성적과 수학 성적의 평균이 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



18 ①, ④ 수학 성적이 높을수록 영어 성적도 높은 편이므로 수학 성적과 영어 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.



② 수학 성적과 영어 성적이 모두 30점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

③ 수학 성적과 영어 성적이 모두 40점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \dfrac{6}{15}\times 100=40\ (\%)$

⑤ 진수네 반 학생 수는 점의 개수와 같으므로 15명이다.

20 ① 수학 성적에 비해 과학 성적이 좋은 학생은 B이다.

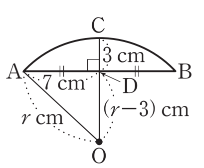
② 주어진 산점도에서 수학 성적과 과학 성적 사이에는 양의 상관관계가 있고, 산의 높이와 기온 사이에는 음의 상관관계가 있다.

④ 수학 성적이 좋은 학생은 과학 성적도 좋다.

⑤ B는 과학 성적이 높은 편이다.

서술형

1 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-3)$ cm …… [4점]

$\triangle$AOD에서 $r^2=7^2+(r-3)^2$

$6r=58 \quad \therefore r=\dfrac{29}{3}$ …… [3점]

따라서 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{29}{3}$ cm이다. …… [1점]

2 $\angle BCD=\angle x$라고 하면 $\angle EAD=\angle BCD=\angle x$

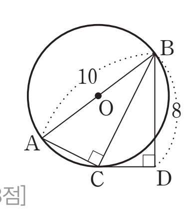
$\triangle$FCD에서 $\angle FDE=40^\circ+\angle x$ …… [3점]

$\triangle$EAD에서 $30^\circ+\angle x+(40^\circ+\angle x)=180^\circ$

$2\angle x=110^\circ \quad \therefore \angle x=55^\circ$ …… [3점]

$\therefore \angle ADC=30^\circ+55^\circ=85^\circ$ …… [2점]

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle$BAC와 $\triangle$BCD에서

$\angle BCA=\angle BDC=90^\circ$,

$\angle BAC=\angle BCD$이므로

$\triangle BAC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음) …… [3점]

이때 $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$10:\overline{BC}=\overline{BC}:8$

$\overline{BC}^2=80 \quad \therefore \overline{BC}=4\sqrt{5}\ (\because \overline{BC}>0)$ …… [3점]

따라서 $\triangle$BCD에서

$\overline{CD}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-8^2}=4$ …… [2점]

4 학생 6명의 점수를 각각 a, b, c, d, e, f라고 하면

$\dfrac{a+b+c+d+e+f}{6}=50$에서 $a+b+c+d+e+f=300$

$\dfrac{(a-50)^2+(b-50)^2+(c-50)^2+(d-50)^2+(e-50)^2+(f-50)^2}{6}$

$=20$에서

$(a-50)^2+(b-50)^2+(c-50)^2+(d-50)^2+(e-50)^2$

$+(f-50)^2=120$ …… [4점]

이때 $f=50$이라고 하면 $a+b+c+d+e=250$

$(a-50)^2+(b-50)^2+(c-50)^2+(d-50)^2+(e-50)^2$

$=120$

따라서 나머지 학생 5명의 평균과 분산을 구하면

(평균)$=\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=\dfrac{250}{5}=50$(점) …… [3점]

(분산)

$=\dfrac{(a-50)^2+(b-50)^2+(c-50)^2+(d-50)^2+(e-50)^2}{5}$

$=\dfrac{120}{5}=24$ …… [3점]

5 키가 158 cm 미만인 학생들의 앉은키는 78 cm, 82 cm, 84 cm, 84 cm이므로 …… [3점]

그 평균은

$\dfrac{78+82+84+84}{4}=\dfrac{328}{4}=82$ (cm) …… [3점]

실전 모의고사 3회 p.81~84

01 ④ **02** ⑤ **03** ② **04** ④ **05** ③ **06** ② **07** ⑤ **08** ③
09 ⑤ **10** ④ **11** ① **12** ② **13** ① **14** ② **15** ① **16** ⑤
17 ③ **18** ①, ④ **19** ②, ③ **20** ④

서술형

1 $\dfrac{48}{7}$ cm

2 (A, B, D, E), (A, F, D, C), (A, F, H, E), (B, C, E, F), (B, D, H, F), (H, D, C, E)

3 40° **4** (1) 17 (2) 36 **5** 60 %

01 $\triangle$OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{5^2-(\sqrt{10})^2}=\sqrt{15}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\sqrt{15}$

02 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$이므로

$\overline{CN}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times 6=3$

따라서 $\triangle$OCN에서 $x=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

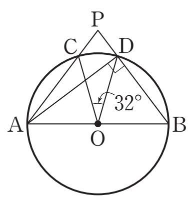
03 $\triangle$OCT에서 $\angle$OTC$=90^\circ$이므로
$\overline{\text{CT}}=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}$
$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{BC}}+\overline{\text{CA}}$
$=2\overline{\text{CT}}=2\sqrt{55}$

04 $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{BD}}=6$ cm이므로
$\overline{\text{CF}}=\overline{\text{CE}}=14-6=8$ (cm)
$\therefore$ $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AF}}=20-8=12$ (cm)

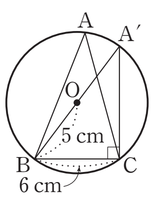
05 $\angle x=2\angle\text{ABP}=2\times34^\circ=68^\circ$
$\angle y=\angle\text{ABP}=34^\circ$
$\therefore$ $\angle x+\angle y=68^\circ+34^\circ=102^\circ$

06 $\triangle$BPC에서 $\angle\text{BCD}=\angle x+20^\circ$
$\angle\text{ADC}=\angle\text{ABC}=\angle x$
$\triangle$QCD에서 $(\angle x+20^\circ)+\angle x=70^\circ$
$2\angle x=50^\circ$　　$\therefore$ $\angle x=25^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AD}}$를 그으면
$\angle\text{ADB}=90^\circ$
$\angle\text{CAD}=\frac{1}{2}\angle\text{COD}=\frac{1}{2}\times32^\circ=16^\circ$
$\triangle$PAD에서
$\angle\text{CPD}=90^\circ-16^\circ=74^\circ$

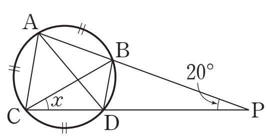


08 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{\text{A}'\text{B}}$를 긋고 $\overline{\text{A}'\text{C}}$를 그으면
$\angle\text{A}'\text{CB}=90^\circ$, $\angle\text{BA}'\text{C}=\angle\text{BAC}$
$\triangle$A′BC에서 $\overline{\text{A}'\text{B}}=10$ cm이므로
$\overline{\text{A}'\text{C}}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (cm)
$\therefore$ $\cos A=\cos A'=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$



09 ⑤ $\angle\text{A}+\angle\text{C}=180^\circ$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.

10 $\triangle$BCP에서 $\angle\text{ABC}=\angle x+20^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AC}}$, $\overline{\text{BD}}$를 그으면
$\widehat{\text{AB}}=\widehat{\text{AC}}=\widehat{\text{CD}}$이므로
$\angle\text{ACB}=\angle\text{CBD}=\angle\text{ABC}$
$=\angle x+20^\circ$
이때 □ACDB가 원에 내접하므로
$(\angle x+20^\circ+\angle x)+(\angle x+20^\circ+\angle x+20^\circ)=180^\circ$
$4\angle x=120^\circ$　　$\therefore$ $\angle x=30^\circ$



11 $\angle\text{CBT}'=\angle\text{CAB}=\frac{5}{3+5+7}\times180^\circ=60^\circ$

12 $\triangle$BDF에서 $\overline{\text{BD}}=\overline{\text{BF}}$이므로
$\angle\text{BDF}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$
$\angle\text{DEF}=\angle\text{BDF}=75^\circ$
따라서 $\triangle$DEF에서 $\angle\text{FDE}=180^\circ-(50^\circ+75^\circ)=55^\circ$

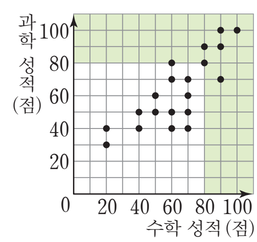
13 $\frac{a+b+c+d+e}{5}=3$에서 $a+b+c+d+e=15$
따라서 주어진 5개의 변량의 평균은
$\frac{(a+4)+(b-2)+(c+6)+(d-3)+(e+10)}{5}$
$=\frac{(a+b+c+d+e)+15}{5}=\frac{15+15}{5}=6$

14 a, b를 제외한 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 1, 3, 5, 6, 6, 6, 7이고 $a<b<5$이므로 중앙값은 5, 최빈값은 6이다.
따라서 중앙값과 최빈값의 합은 $5+6=11$

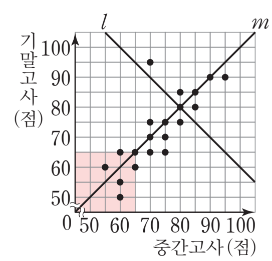
15 편차의 총합은 0이므로
$-5+3+x+2+4+(-2)=0$　　$\therefore$ $x=-2$

16 ①~⑤의 평균은 모두 3으로 같다.
이때 표준편차가 가장 큰 것은 평균으로부터 흩어진 정도가 가장 심한 ⑤이다.

17 수학 성적과 과학 성적 중 적어도 한 과목의 성적이 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



18 ② 중간고사와 기말고사 성적이 모두 65점 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 경계선을 제외하고 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.



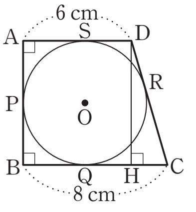
③ 중간고사와 기말고사 성적의 평균이 80점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.
④ 중간고사 성적보다 기말고사 성적이 향상된 학생 수는 위 산점도에서 직선 m을 제외하고 직선 m의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.
$\therefore$ $\frac{5}{20}\times100=25$ (%)
⑤ 기말고사 성적이 90점 이상인 학생들의 중간고사 성적은 70점, 90점, 95점이므로 그 평균은
$\frac{70+90+95}{3}=\frac{255}{3}=85$(점)

19 ①, ④ 양의 상관관계
⑤ 상관관계가 없다.

20 ① A는 수학 성적에 비해 과학 성적이 높은 편이다.
② B는 수학 성적과 과학 성적 모두 낮은 편이다.
③ C는 과학 성적에 비해 수학 성적이 높은 편이다.
⑤ 두 과목의 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.

서술형

1 원 O의 지름의 길이를 $2r$ cm라고 하면 $\overline{AB}=2r$ cm
이때 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$2r+\overline{CD}=6+8$ $\quad\therefore \overline{CD}=14-2r\,(\text{cm})$ …… [4점]
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{DH}=\overline{AB}=2r$ cm
$\overline{BH}=\overline{AD}=6$ cm이므로
$\overline{HC}=8-6=2\,(\text{cm})$
$\triangle$DHC에서 $(14-2r)^2=(2r)^2+2^2$
$56r=192$ $\quad\therefore r=\dfrac{24}{7}$ …… [4점]
$\therefore$ (원 O의 지름의 길이)$=2\times\dfrac{24}{7}=\dfrac{48}{7}\,(\text{cm})$ …… [2점]

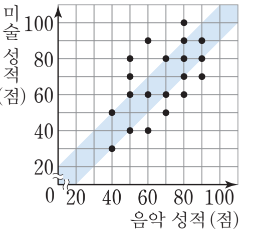
2 $\angle AEB=\angle ADB=90^\circ$이므로 네 점 A, B, D, E는 한 원 위에 있다.
$\angle AFC=\angle ADC=90^\circ$이므로 네 점 A, F, D, C는 한 원 위에 있다.
$\angle AFH+\angle AEH=180^\circ$이므로 네 점 A, F, H, E는 한 원 위에 있다.
$\angle BFC=\angle BEC=90^\circ$이므로 네 점 B, C, E, F는 한 원 위에 있다.
$\angle BFH+\angle BDH=180^\circ$이므로 네 점 B, D, H, F는 한 원 위에 있다.
$\angle HDC+\angle HEC=180^\circ$이므로 네 점 H, D, C, E는 한 원 위에 있다. …… [각 1점]

3 □ABTC가 원 O에 내접하므로
$\angle PBT=\angle ACT=100^\circ$ …… [2점]
$\angle BTP=\angle BAT=40^\circ$ …… [2점]
따라서 $\triangle$BPT에서
$\angle BPT=180^\circ-(100^\circ+40^\circ)=40^\circ$ …… [2점]

4 (1) $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=5$에서 $a+b+c+d+e=25$
$\therefore$ (평균)
$=\dfrac{(3a+2)+(3b+2)+(3c+2)+(3d+2)+(3e+2)}{5}$
$=\dfrac{3\times25+10}{5}=17$

(2) $\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}=4$
에서
$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2=20$
$\therefore$ (분산)
$=\dfrac{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2+(3d-15)^2+(3e-15)^2}{5}$
$=\dfrac{9\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2\}}{5}$
$=\dfrac{9\times20}{5}=36$

5 음악 성적과 미술 성적의 차가 10점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 12명이다. …… [4점]



$\therefore \dfrac{12}{20}\times100=60\,(\%)$ …… [4점]

실전 모의고사 4회 p.85~88

01 ④	02 ④	03 ⑤	04 ④	05 ③	06 ②	07 ①	08 ④
09 ③	10 ②	11 ②	12 ①	13 ③	14 ①	15 ②	16 ③
17 ⑤	18 ④	19 ①	20 ④				

서술형

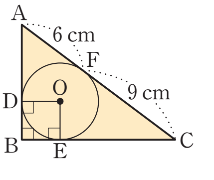
1 $\dfrac{26}{3}$ **2** 30° **3** 45° **4** 중앙값 : 8.5, 최빈값 : 20 **5** 55 %

01 $\overline{OC}=\overline{OA}=5$ cm이므로 $\overline{OD}=5-2=3\,(\text{cm})$
$\triangle$OAD에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=4$ cm

02 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle C=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

03 $\angle APO=90^\circ$이므로 $\triangle$AOP에서
$\overline{AP}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\overline{BD}=\overline{BP}$, $\overline{CD}=\overline{CQ}$이므로
($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AP}+\overline{AQ}=2\overline{AP}$
$=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\text{cm})$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 □DBEO는 정사각형이므로

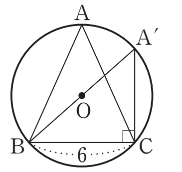


$\overline{DB}=\overline{BE}=r$ cm
$\overline{AD}=\overline{AF}=6$ cm,
$\overline{CE}=\overline{CF}=9$ cm이므로
$\triangle$ABC에서 $(6+r)^2+(r+9)^2=15^2$, $r^2+15r-54=0$
$(r+18)(r-3)=0$ $\quad\therefore r=3\ (\because r>0)$
따라서 $\overline{BC}=3+9=12\,(\text{cm})$, $\overline{AB}=6+3=9\,(\text{cm})$이므로
$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times12\times9=54\,(\text{cm}^2)$

05 $\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)=105^\circ$

06 $\angle x=\angle BDC=20^\circ$
$20^\circ : \angle y=3:6$이므로
$20^\circ : \angle y=1:2$ $\quad\therefore \angle y=40^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=20^\circ+40^\circ=60^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'B}$를 긋고 $\overline{A'C}$를 그으면



$\angle A'CB=90^\circ$, $\angle BA'C=\angle BAC$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=8$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

$\therefore \cos A=\cos A'=\dfrac{2\sqrt{7}}{8}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

08 $\angle ABD=\angle ACD=36^\circ$,

$\angle ACB=\angle ADB=\angle x$이므로

$\triangle ABC$에서 $63^\circ+(36^\circ+44^\circ)+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=37^\circ$

09 $\angle ADB=90^\circ$이고 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$(25^\circ+90^\circ)+(\angle CBD+15^\circ)=180^\circ$ $\quad\therefore \angle CBD=50^\circ$

10 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDF=\angle ABC=\angle x$

$\triangle EBC$에서 $\angle ECF=27^\circ+\angle x$

$\triangle DCF$에서 $\angle x+(27^\circ+\angle x)+53^\circ=180^\circ$

$2\angle x=100^\circ$ $\quad\therefore \angle x=50^\circ$

12 $\overline{AB}/\!/\overleftrightarrow{CD}$이므로 $\angle BTD=\angle TBP=35^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle BQT=\angle BTD=35^\circ$

따라서 $\triangle QPB$에서

$\angle PBQ=180^\circ-(35^\circ+114^\circ)=31^\circ$

13 $\dfrac{-2+1+3+2+(-1)+0+a+b}{8}=1.5$에서 $a+b=9$

그런데 최빈값이 3이므로 a 또는 b가 3이 되어야 한다.

이때 $a>b$이므로 $a=6$, $b=3$

따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

-2, -1, 0, 1, 2, 3, 3, 6이므로

(중앙값)$=\dfrac{1+2}{2}=1.5$

14 편차의 총합은 0이므로

$2+0+x+(-2)+1=0$ $\quad\therefore x=-1$

따라서 수학 성적의 분산은

$\dfrac{2^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

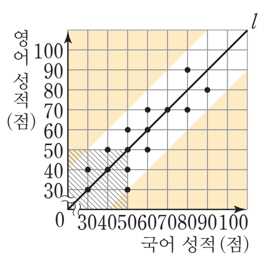
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2}$(점)

15 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 성적이 가장 고른 학생은 B이다.

16 두 조의 평균이 같으므로

(분산)$=\dfrac{8\times5+12\times15}{8+12}=\dfrac{220}{20}=11$

17 ② 국어 성적과 영어 성적이 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.



③ 영어 성적이 국어 성적보다 높은 학생 수는 위 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

④ 국어 성적과 영어 성적의 차가 20점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 1명이다.

⑤ 국어 성적과 영어 성적이 모두 50점 이하인 학생 수는 위 산점도에서 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.

18 학습 시간이 늘어날수록 수면 시간은 줄어들므로 음의 상관관계가 있다.

20 ④ C는 독서 시간이 길고 게임 시간은 짧은 편이다.

서술형

1 $\overline{CE}=x$라고 하면 $\overline{AB}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{BC}$이므로

$8+x=\overline{AE}+10$ $\quad\therefore \overline{AE}=x-2$ …… [3점]

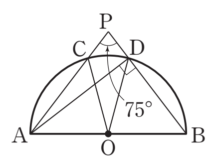
$\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=10-(x-2)=12-x$ …… [2점]

$\triangle ECD$에서 $x^2=(12-x)^2+8^2$

$24x=208$ $\quad\therefore x=\dfrac{26}{3}$ …… [3점]

따라서 $\overline{CE}$의 길이는 $\dfrac{26}{3}$이다. …… [2점]

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADB=90^\circ$이므로

$\triangle PAD$에서

$\angle PAD=90^\circ-75^\circ=15^\circ$ …… [5점]

$\therefore \angle COD=2\angle CAD=2\times15^\circ=30^\circ$ …… [3점]

3 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle D=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ …… [2점]

$\triangle ACD$에서 $\angle DAC=180^\circ-(55^\circ+80^\circ)=45^\circ$ …… [2점]

$\therefore \angle DCT=\angle DAC=45^\circ$ …… [2점]

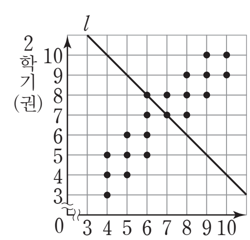
4 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 20, 20, 58이므로 …… [2점]

(중앙값)$=\dfrac{8+9}{2}=8.5$ …… [3점]

가장 많이 나타나는 값이 20이므로 최빈값은 20이다. …… [3점]

5 1학기와 2학기 동안 읽은 책의 수가 14권 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 11명이다. …… [4점]



$\therefore \dfrac{11}{20}\times100=55\ (\%)$ …… [4점]

실전 모의고사 5회 p.89~92

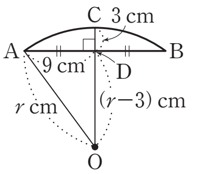
01 ① **02** ④ **03** ③ **04** ② **05** ② **06** ⑤ **07** ④ **08** ⑤
09 ④ **10** ⑤ **11** ⑤ **12** ③ **13** ④ **14** ② **15** ② **16** ②, ③
17 ③ **18** ④ **19** ③ **20** ④

서술형

1 3 cm **2** 130° **3** 145° **4** 평균 : 26, 분산 : 36 **5** 87점

01 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{HB}=\overline{AH}=12$ cm
원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\overline{OB}=r$ cm, $\overline{OH}=(r-6)$ cm
$\triangle$OHB에서 $r^2=(r-6)^2+12^2$, $12r=180$ $\quad\therefore r=15$
이때 $\overline{OH}=15-6=9$ (cm)이므로
$\triangle\text{OHB}=\frac{1}{2}\times12\times9=54$ (cm²)

02 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-3)$ cm
$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times18=9$ (cm)
이므로 $\triangle$AOD에서
$r^2=9^2+(r-3)^2$, $6r=90$ $\quad\therefore r=15$
따라서 원의 반지름의 길이는 15 cm이다.

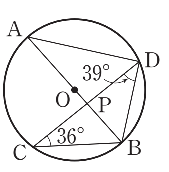
03 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이다.
$\square$DBEO에서 $\angle\text{DBE}=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$
$\therefore \angle\text{BAC}=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

04 $\overline{AD}=\overline{AF}=z$, $\overline{BE}=\overline{BD}=x$, $\overline{CF}=\overline{CE}=y$이므로
$x+z=9$ ⋯⋯ ㉠, $x+y=12$ ⋯⋯ ㉡,
$y+z=11$ ⋯⋯ ㉢
㉠+㉡+㉢을 하면 $2(x+y+z)=32$
$\therefore x+y+z=16$ ⋯⋯ ㉣
㉣−㉠을 하면 $y=7$, ㉣−㉡을 하면 $z=4$, ㉣−㉢을 하면 $x=5$
$\therefore xyz=5\times7\times4=140$

05 $\angle\text{ADB}=\angle\text{ACB}=45^\circ$
따라서 $\triangle$DAP에서 $\angle x=45^\circ+55^\circ=100^\circ$

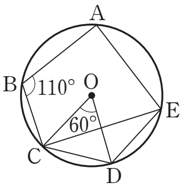
06 $30^\circ : \angle x=2:3$이므로 $\angle x=45^\circ$
$30^\circ : \angle y=2:4$이므로 $30^\circ : \angle y=1:2$ $\quad\therefore \angle y=60^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=45^\circ+60^\circ=105^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle\text{ADB}=90^\circ$이므로
$\angle\text{ADC}=90^\circ-39^\circ=51^\circ$
$\angle\text{ABC}=\angle\text{ADC}=51^\circ$
따라서 $\triangle$PCB에서
$\angle\text{BPC}=180^\circ-(36^\circ+51^\circ)=93^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle\text{CED}=\frac{1}{2}\angle\text{COD}=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
$\square$ABCE가 원 O에 내접하므로
$\angle\text{AEC}=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
$\therefore \angle\text{AED}=\angle\text{AEC}+\angle\text{CED}$
$=70^\circ+30^\circ=100^\circ$

09 $\angle\text{EAB}=\angle\text{DCB}=\angle x$이므로
$\triangle$AEB에서 $\angle x=110^\circ-40^\circ=70^\circ$

10 ① $\angle\text{A}+\angle\text{C}=180^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
② $\angle\text{ADB}=\angle\text{ACB}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
③ $\triangle$BCD에서 $\overline{BC}=\overline{DC}$이므로
$\angle\text{BDC}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$
즉 $\angle\text{BAC}=\angle\text{BDC}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
④ $\angle\text{BDC}=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$
즉 $\angle\text{BAC}=\angle\text{BDC}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

11 $\angle\text{CQP}=\angle\text{PBD}=98^\circ$
$\square$ACQP가 원 O에 내접하므로
$\angle\text{CAP}=180^\circ-98^\circ=82^\circ$
$\therefore \angle x=2\angle\text{CAP}=2\times82^\circ=164^\circ$

12 $\angle\text{BAF}=\angle\text{DAF}=\angle a$, $\angle\text{BCD}=\angle b$라고 하면
$\angle\text{ABD}=\angle\text{BCD}=\angle b$
$\triangle$ABF에서 $\angle\text{BFE}=\angle a+\angle b$
$\triangle$CAE에서 $\angle\text{BEF}=\angle a+\angle b$
즉 $\angle\text{BFE}=\angle\text{BEF}$이므로 $\triangle$BEF는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{BE}=\overline{BF}=4$

13 (평균)$=\frac{5+9+7+5+9+2+9+2}{8}=\frac{48}{8}=6$
자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 2, 5, 5, 7, 9, 9, 9이므로
(중앙값)$=\frac{5+7}{2}=6$, (최빈값)$=9$
따라서 $a=6$, $b=6$, $c=9$이므로
$a+b+c=6+6+9=21$

14 중앙값이 48이므로 $42<x<51$임을 알 수 있다.
즉 $\frac{x+51}{2}=48$에서 $x+51=96$ $\quad\therefore x=45$

15 편차의 총합은 0이므로
$-3+6+0+x+(-2)=0$ $\quad\therefore x=-1$
따라서 국어 성적의 분산은
$\frac{(-3)^2+6^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}=\frac{50}{5}=10$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$ (점)

16 ①, ② (A 선수의 평균)$=\frac{35}{5}=7$(점),

(B 선수의 평균)$=\frac{35}{5}=7$(점)

③ (A 선수의 분산)$=\frac{34}{5}$

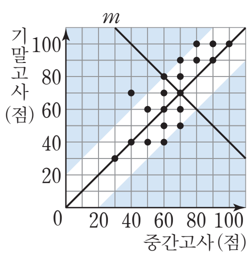
④ (B 선수의 분산)$=\frac{10}{5}=2$이므로

(B 선수의 표준편차)$=\sqrt{2}$(점)

⑤ A 선수보다 B 선수의 분산이 더 낮으므로 B 선수의 점수가 A 선수의 점수보다 더 고르다.

17 영어 말하기와 듣기 점수의 합이 큰 쪽부터 크기순으로 나열하면 200점, 190점, 190점, 180점, 170점, 170점, 160점, 150점, …이다.
따라서 7등인 학생의 영어 말하기와 듣기 점수의 합은 160점이고, 그 학생의 듣기 점수는 70점이다.

18 ① 중간고사 성적보다 기말고사 성적이 오른 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.



③ 중간고사 성적이 80점 이상인 학생들의 기말고사 성적은 90점, 90점, 100점, 100점, 100점이므로 그 평균은

$\frac{90+90+100+100+100}{5}=\frac{480}{5}=96$(점)

④ 중간고사 성적과 기말고사 성적의 평균이 70점 이상인 학생 수는 직선 m을 포함하고 직선 m의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.

$\therefore \frac{9}{20}\times 100=45\ (\%)$

⑤ 중간고사 성적과 기말고사 성적의 차가 20점 이상인 학생 수는 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \frac{6}{20}\times 100=30\ (\%)$

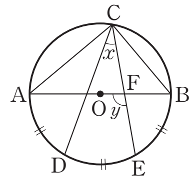
19 ㉠ 변량이 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값은 산포도라고 한다.
㉣ x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 대체로 일정한 경우 상관관계가 없다고 한다.

20 ④ C는 키에 비해 몸무게가 적게 나간다.

서술형

1 $\overline{AT}=x$ cm라고 하면
$\overline{AC}=\overline{AT}=x$ cm, $\overline{BT'}=\overline{BC}=(4-x)$ cm …… [4점]
이때 $\overline{PT}=\overline{PT'}$이므로
$6+x=8+(4-x)$, $2x=6$ $\quad\therefore x=3$
따라서 $\overline{AT}$의 길이는 3 cm이다. …… [4점]

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 그으면 $\angle ACB=90^\circ$이므로



$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB$
$=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$
$\therefore \angle x=30^\circ$ …… [3점]
$\angle ABC : \angle BAC=\widehat{AC} : \widehat{BC}=5 : 4$이고 $\triangle ABC$에서
$\angle ABC+\angle BAC=90^\circ$이므로
$\angle ABC=\frac{5}{5+4}\times 90^\circ=50^\circ$
따라서 $\triangle CFB$에서 $\angle CFB=180^\circ-(30^\circ+50^\circ)=100^\circ$
$\therefore \angle y=\angle CFB=100^\circ$ (맞꼭지각) …… [4점]
$\therefore \angle x+\angle y=30^\circ+100^\circ=130^\circ$ …… [1점]

3 $\angle x=\angle BAT'=50^\circ$ …… [2점]
$\angle DAB=180^\circ-(45^\circ+50^\circ)=85^\circ$이고
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle y=180^\circ-85^\circ=95^\circ$ …… [4점]
$\therefore \angle x+\angle y=50^\circ+95^\circ=145^\circ$ …… [2점]

4 $\frac{a+b+c+d+e}{5}=8$에서 $a+b+c+d+e=40$

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2}{5}$
$=2^2=4$에서
$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2=20$ …… [2점]

변량 $3a+2$, $3b+2$, $3c+2$, $3d+2$, $3e+2$에서
(평균)
$=\frac{(3a+2)+(3b+2)+(3c+2)+(3d+2)+(3e+2)}{5}$
$=\frac{3\times 40+10}{5}=26$ …… [3점]

(분산)
$=\frac{(3a-24)^2+(3b-24)^2+(3c-24)^2+(3d-24)^2+(3e-24)^2}{5}$
$=\frac{9\{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2\}}{5}$
$=\frac{9\times 20}{5}=36$ …… [3점]

5 전체 학생 수가 10명이므로 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는
$10\times\frac{30}{100}=3$(명) …… [3점]
이때 중간고사와 기말고사의 성적의 평균이 상위 3명에 속하는 학생들의 중간고사의 성적은 100점, 90점, 70점이므로 그 평균은
$\frac{100+90+70}{3}=\frac{260}{3}=86.666\cdots$(점) …… [3점]
따라서 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하면 87점이다. …… [2점]

실전 모의고사 6회 p.93~96

01 ② **02** ③ **03** ① **04** ③ **05** ④ **06** ② **07** ④ **08** ④
09 ② **10** ② **11** ③ **12** ① **13** ④ **14** ① **15** ③, ⑤ **16** ③
17 ⑤ **18** ④ **19** ③, ④ **20** ③

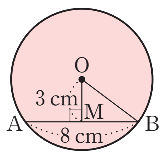
서술형

1 $\sqrt{91}(2+\pi)$ **2** $75°$ **3** $47.5°$ **4** B의 몸무게 : 54 kg, 분산 : $\frac{22}{5}$
5 80점

---

01 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면

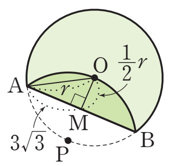


△OMB에서

$\overline{OB}=\sqrt{3^2+4^2}=5\ (\text{cm})$

∴ (원 O의 넓이)$=\pi\times5^2=25\pi\ (\text{cm}^2)$

02 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}r$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$이므로

△OAM에서

$r^2=(3\sqrt{3})^2+\left(\frac{1}{2}r\right)^2$, $r^2=36$ ∴ $r=6\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6이다.

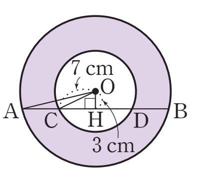
03 △OCH에서 $\overline{CH}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}\ (\text{cm})$이므로

$\overline{CD}=2\overline{CH}=2\times2\sqrt{10}=4\sqrt{10}\ (\text{cm})$

이때 $\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{10}=2\sqrt{10}\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AH}=\overline{AC}+\overline{CH}=2\sqrt{10}+2\sqrt{10}=4\sqrt{10}\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



△OAH에서

$\overline{OA}=\sqrt{(4\sqrt{10})^2+3^2}=13\ (\text{cm})$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times13^2-\pi\times7^2=120\pi\ (\text{cm}^2)$

04 $\overline{BP}=\overline{BQ}=x$ cm라고 하면

$\overline{AR}=\overline{AP}=(6-x)$ cm, $\overline{CR}=\overline{CQ}=(7-x)$ cm

$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$이므로

$5=(6-x)+(7-x)$, $2x=8$ ∴ $x=4$

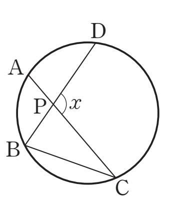
∴ (△DBE의 둘레의 길이)$=\overline{BP}+\overline{BQ}=4+4=8\ (\text{cm})$

05 $\angle CBD=\angle CAD=23°$

$\angle COD=2\angle CAD=2\times23°=46°$

∴ $\angle CBD+\angle COD=23°+46°=69°$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=\frac{1}{6}\times180°=30°$

이때 $\angle ACB:\angle DBC=\widehat{AB}:\widehat{CD}$

$=2:5$

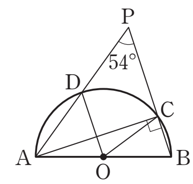
이므로

$30°:\angle DBC=2:5$ ∴ $\angle DBC=75°$

따라서 △PBC에서

$\angle x=75°+30°=105°$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB=90°$이므로

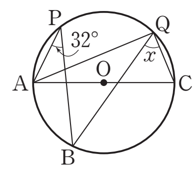
△PAC에서

$\angle PAC=90°-54°=36°$

∴ $\angle DOC=2\angle DAC=2\times36°$

$=72°$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=32°$

이때 $\angle AQC=90°$이므로

$\angle x=90°-32°=58°$

09 $\angle x=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times160°=80°$

$\angle y=180°-80°=100°$

∴ $\angle y-\angle x=100°-80°=20°$

10 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DAC=\angle DBC=55°$

∴ $\angle x=85°-55°=30°$

11 $\angle x=\angle BAT=70°$

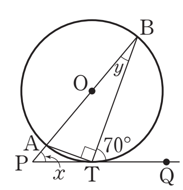
$\angle AOB=2\angle x=2\times70°=140°$이고

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle y=\frac{1}{2}\times(180°-140°)=20°$

∴ $\angle x+\angle y=70°+20°=90°$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면



$\angle ATB=90°$,

$\angle BAT=\angle BTQ=70°$이므로

△ATB에서

$\angle y=180°-(70°+90°)=20°$

△BPT에서 $\angle x=70°-20°=50°$

∴ $\angle x-\angle y=50°-20°=30°$

13 ㉠ (평균)$=\frac{1\times2+2\times4+3\times5+4\times3+5\times1}{15}$

$=\frac{42}{15}=2.8$(회)

㉡ 윗몸일으키기 횟수가 낮은 쪽부터 8번째인 학생이 3회에 속하므로 중앙값은 3회이다.

㉢ 막대그래프에서 막대가 가장 높은 횟수가 3회이므로 최빈값은 3회이다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

14 $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=3$에서 $a+b+c+d+e=15$

따라서 주어진 5개의 변량의 평균은

$\dfrac{(a+4)+(b-2)+(c+6)+(d-3)+(e+10)}{5}$

$=\dfrac{a+b+c+d+e+15}{5}=\dfrac{15+15}{5}=6$

15 ① 최고득점자가 어느 반에 있는지 알 수 없다.

② 편차의 총합은 항상 0이다.

③ B반의 표준편차가 가장 작으므로 B반 학생들의 성적이 가장 고르게 분포되어 있다.

④ 표준편차가 크면 분산이 크므로 표준편차만으로 분산이 가장 큰 학급을 알 수 있다.

16 $\dfrac{9+(-5)+3+x+y}{5}=2$에서 $x+y=3$ …… ㉠

$\dfrac{(9-2)^2+(-5-2)^2+(3-2)^2+(x-2)^2+(y-2)^2}{5}=20$

에서 $x^2+y^2-4(x+y)=-7$ …… ㉡

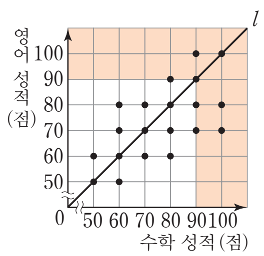
㉡에 ㉠을 대입하면 $x^2+y^2=5$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$5=3^2-2xy$ $\quad\therefore xy=2$

17 ① 이 학급의 학생 수는 점의 개수와 같으므로 20명이다.

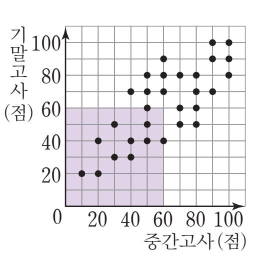
③ 수학 성적이 영어 성적보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.



④ 수학 성적과 영어 성적이 같은 학생은 위 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

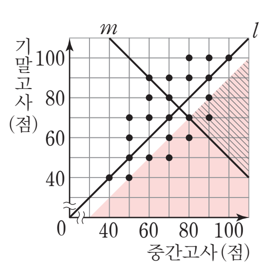
⑤ 수학 성적과 영어 성적 중 적어도 하나는 90점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

18 중간고사와 기말고사 성적 모두 60점 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 경계선을 제외하고 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.



$\therefore \dfrac{9}{30}\times100=30\ (\%)$

20 (가) 중간고사보다 기말고사 성적이 떨어진 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 아래쪽에 속하는 점의 개수와 같다.



(나) (가)에서 중간고사와 기말고사 성적의 차가 10점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같다.

(다) (나)에서 중간고사와 기말고사 성적의 총점이 150점 이상인 학생 수는 위 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같다.

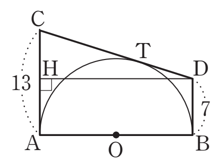
따라서 세 조건을 동시에 만족하는 학생 수는 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

서술형

1 $\overline{CT}=\overline{CA}=13$, $\overline{DT}=\overline{DB}=7$이므로

$\overline{CD}=13+7=20$ …… [2점]

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{CA}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AH}=\overline{BD}=7$이므로

$\overline{CH}=13-7=6$

$\triangle CHD$에서 $\overline{HD}=\sqrt{20^2-6^2}=2\sqrt{91}$이므로

반원 O의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{91}=\sqrt{91}$ …… [4점]

$\therefore$ (반원 O의 둘레의 길이)$=2\sqrt{91}+\dfrac{1}{2}\times2\pi\times\sqrt{91}$

$=\sqrt{91}(2+\pi)$ …… [4점]

2 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle CBD=\angle BAC=30^\circ$ …… [3점]

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle BCA=180^\circ-(30^\circ+45^\circ+30^\circ)=75^\circ$ …… [3점]

3 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDE=\angle ABC=\angle x$ …… [2점]

$\triangle FBC$에서 $\angle FCE=\angle x+45^\circ$ …… [3점]

따라서 $\triangle DCE$에서 $\angle x+(\angle x+45^\circ)+40^\circ=180^\circ$

$2\angle x=95^\circ$ $\quad\therefore \angle x=47.5^\circ$ …… [3점]

4 편차의 총합은 0이므로

$-2+x+(-1)+4+0=0$ $\quad\therefore x=-1$

$\therefore$ (B의 몸무게)$=55-1=54$ (kg) …… [3점]

(분산)$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+(-1)^2+4^2+0^2}{5}=\dfrac{22}{5}$ …… [3점]

5 수학 성적이 80점 이상인 학생들의 과학 성적은 60점, 70점, 70점, 80점, 80점, 90점, 90점, 100점이므로 …… [5점]

그 평균은

$\dfrac{60+70+70+80+80+90+90+100}{8}=\dfrac{640}{8}=80$(점)

…… [5점]

VI 원의 성질

1. 원과 직선 p.98~103

01 $5\sqrt{3}$	02 $\sqrt{11}$ cm	03 $4\sqrt{3}$ cm	04 $\frac{29}{4}$	05 100π	06 $4\sqrt{2}$
07 1 cm	08 17 cm	09 26 cm	10 $8\sqrt{3}$ cm	11 12 cm	
12 20	13 $2\sqrt{13}$ cm	14 $4\sqrt{3}$ cm^2	15 12 cm	16 ④	
17 50°	18 50°	19 55°	20 4 cm	21 12π cm^2	22 $2\sqrt{21}$ cm
23 210°	24 44°	25 $\frac{47}{2}\pi$ cm^2	26 5 cm	27 64π cm^2	28 $\frac{16}{3}\pi$
29 5 cm	30 10 cm	31 12 cm	32 3	33 10 cm	
34 ③	35 12 cm	36 $7\sqrt{10}$	37 10 cm	38 7 cm	
39 6 cm	40 $\frac{13}{2}$ cm	41 3 cm	42 4π cm^2	43 10 cm	
44 8 cm	45 26 cm	46 3	47 72 cm^2	48 $\frac{25}{2}$ cm	

01 $\triangle$OAH에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BH}=\overline{AH}=5\sqrt{3}$

02 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\text{cm})$

$\triangle$AOH에서 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}\ (\text{cm})$

03 $\overline{OA}=\overline{OC}=4$ cm이므로

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times 4=2\ (\text{cm})$

$\triangle$CMO에서 $\overline{CM}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CM}=2\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\ (\text{cm})$

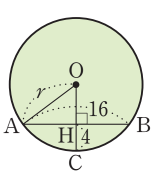
04 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=5$

$\overline{OC}=\overline{OA}=x$이므로 $\overline{OH}=x-2$

$\triangle$OAH에서 $x^2=5^2+(x-2)^2$, $4x=29$ $\quad\therefore x=\frac{29}{4}$

05 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 16=8$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면 $\overline{OH}=r-4$

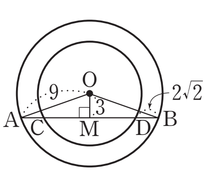


$\triangle$OAH에서 $r^2=8^2+(r-4)^2$

$8r=80 \quad \therefore r=10$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 10^2=100\pi$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{OB}=\overline{OA}=9$이므로

$\triangle$OMB에서 $\overline{BM}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$

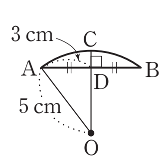
$\overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}$

$\quad =6\sqrt{2}-2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

따라서 $\overline{CD}\perp\overline{OM}$이므로 $\overline{CM}=\overline{DM}=4\sqrt{2}$

07 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\ (\text{cm})$

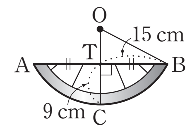
오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\triangle$AOD에서



$\overline{OD}=\sqrt{5^2-3^2}=4\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\overline{OC}-\overline{OD}=5-4=1\ (\text{cm})$

08 오른쪽 그림과 같이 자전거 바퀴의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OB}=r$ cm, $\overline{OT}=(r-9)$ cm

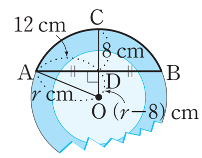
$\triangle$OTB에서 $(r-9)^2+15^2=r^2$

$18r=306 \quad \therefore r=17$

따라서 자전거 바퀴의 반지름의 길이는 17 cm이다.

09 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면



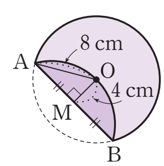
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-8)$ cm

$\triangle$AOD에서 $12^2+(r-8)^2=r^2$

$16r=208 \quad \therefore r=13$

따라서 원래 접시의 지름의 길이는 $2\times 13=26\ (\text{cm})$

10 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



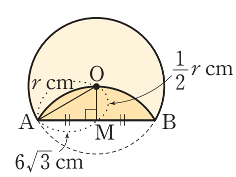
$\overline{OA}=8$ cm, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\times 8=4\ (\text{cm})$

$\triangle$OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\ (\text{cm})$

11 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=\frac{1}{2}r$ cm

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12\sqrt{3}=6\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\triangle$OAM에서 $r^2=(6\sqrt{3})^2+\left(\frac{1}{2}r\right)^2$

$r^2=144 \quad \therefore r=12\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 12 cm이다.

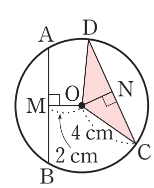
12 $\overline{AB}=\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times 10=20$

13 $\triangle$AMO에서 $\overline{AM}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{13}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times\sqrt{13}=2\sqrt{13}\ (\text{cm})$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=2\sqrt{13}$ cm

14 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라고 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=2$ cm

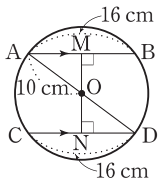
$\triangle$OCN에서 $\overline{CN}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

따라서

$\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\ (\text{cm})$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2=4\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

15 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 두 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

$\triangle$AOM에서 $\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6\,(\text{cm})$

이때 두 현 AB와 CD 사이의 거리는 $\overline{MN}$의 길이와 같으므로

$\overline{MN}=2\overline{OM}=2\times6=12\,(\text{cm})$

16 ④ $\angle OBM=\angle CON$인지는 알 수 없다.

17 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$

18 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

19 □APOQ에서 $\angle PAQ=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

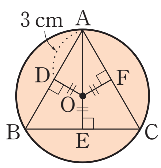
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

20 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times2=4\,(\text{cm})$

21 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle DAO=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\triangle$ADO에서

$\overline{OA}=\frac{3}{\cos30^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\,(\text{cm}^2)$

22 $\overline{OC}=\overline{OB}=4$ cm이므로 $\overline{PO}=6+4=10\,(\text{cm})$

이때 $\angle PBO=90^\circ$이므로 $\triangle$PBO에서

$\overline{PB}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PA}=\overline{PB}=2\sqrt{21}$ cm

23 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle x=180^\circ-40^\circ=140^\circ$

$\triangle$PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle y=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=140^\circ+70^\circ=210^\circ$

24 $\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle PBA=90^\circ-22^\circ=68^\circ$

이때 $\triangle$PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle P=180^\circ-2\times68^\circ=44^\circ$

25 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle AOB=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

따라서 색칠한 부분은 중심각의 크기가 $360^\circ-125^\circ=235^\circ$인 부채꼴이므로 구하는 넓이는

$\pi\times6^2\times\frac{235}{360}=\frac{47}{2}\pi\,(\text{cm}^2)$

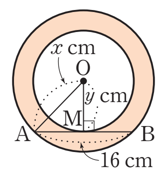
26 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle$OPA에서

$(r+8)^2=12^2+r^2$, $16r=80$ $\quad\therefore r=5$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 작은 원의 접점을 M이라고 하면 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

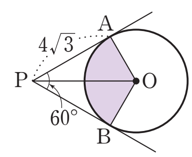
큰 원의 반지름의 길이를 x cm, 작은 원의 반지름의 길이를 y cm라고 하면

$\triangle$OAM에서 $x^2=8^2+y^2$, $x^2-y^2=64$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times x^2-\pi\times y^2$

$=\pi(x^2-y^2)=64\pi\,(\text{cm}^2)$

28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면



$\triangle$APO에서 $\angle PAO=90^\circ$,

$\angle APO=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$이므로

$\overline{OA}=4\sqrt{3}\tan30^\circ=4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\pi\times4^2\times\frac{120}{360}=\frac{16}{3}\pi$

29 $\overline{BE}=\overline{BD}=7-4=3\,(\text{cm})$

$\overline{AF}=\overline{AD}=7$ cm이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=7-5=2\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=3+2=5\,(\text{cm})$

30 $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{CD}=\overline{CA}$, $\overline{ED}=\overline{EB}$이므로

($\triangle$PEC의 둘레의 길이)$=\overline{PE}+\overline{EC}+\overline{CP}$

$=\overline{PA}+\overline{PB}$

$=2\overline{PB}$

$=2\times5=10\,(\text{cm})$

31 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=7+8+9=24\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\times24=12\,(\text{cm})$

32 $\overline{PA}=\overline{PB}=10$이므로 $\overline{AC}=10-8=2$

$\therefore \overline{CE}=\overline{AC}=2$

$\overline{DE}=5-2=3$이므로 $\overline{BD}=\overline{DE}=3$

33 $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{CA}=\overline{CE}$, $\overline{DB}=\overline{DE}$이므로

($\triangle$PCD의 둘레의 길이)$=\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{DP}$

$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PB}$

이때 $\triangle$PCD의 둘레의 길이가 16 cm이므로

$2\overline{PB}=16$ $\quad\therefore \overline{PB}=8\,(\text{cm})$

$\angle PBO=90^\circ$이므로 $\triangle$POB에서 $\overline{PO}=\sqrt{6^2+8^2}=10\,(\text{cm})$

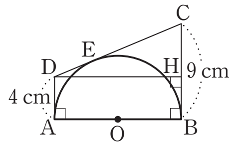
34 ③ $\overline{DA}=\overline{DE}$, $\overline{CB}=\overline{CE}$이므로

$\overline{DA}+\overline{CB}=\overline{DE}+\overline{CE}=\overline{DC}$

35 $\overline{DE}=\overline{AD}=4$ cm, $\overline{CE}=\overline{BC}=9$ cm이므로

$\overline{DC}=4+9=13$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=4$ cm이므로

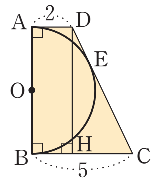
$\overline{CH}=9-4=5$ (cm)

$\triangle$CDH에서 $\overline{DH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DH}=12$ cm

36 $\overline{DE}=\overline{AD}=2$, $\overline{CE}=\overline{BC}=5$이므로 $\overline{DC}=2+5=7$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



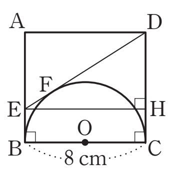
$\overline{BH}=\overline{AD}=2$이므로 $\overline{HC}=5-2=3$

$\triangle$DHC에서 $\overline{DH}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$

$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(2+5)\times 2\sqrt{10}$

$=7\sqrt{10}$

37 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{EF}=x$ cm라고 하면



$\overline{HC}=\overline{EB}=\overline{EF}=x$ cm이므로

$\overline{DH}=(8-x)$ cm

$\overline{DF}=\overline{DC}=8$ cm이므로

$\overline{DE}=(8+x)$ cm

$\triangle$DEH에서 $(8+x)^2=8^2+(8-x)^2$

$32x=64\qquad\therefore\ x=2$

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{DF}+\overline{EF}=8+2=10$ (cm)

38 $\overline{AD}=\overline{AF}=3$ cm

$\overline{CE}=\overline{CF}=9-3=6$ (cm)이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=10-6=4$ (cm)

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=3+4=7$ (cm)

39 $\overline{CE}=\overline{CF}=3$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=7-3=4$ (cm)

$\overline{AD}=x$ cm라고 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x$ cm

이때 $\triangle$ABC의 둘레의 길이가 26 cm이므로

$(x+4)+7+(x+3)=26$, $2x=12\qquad\therefore\ x=6$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 6 cm이다.

40 $\overline{AF}=x$ cm라고 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm

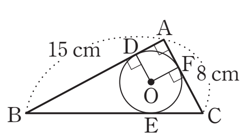
$\overline{CE}=\overline{CF}=(8-x)$ cm, $\overline{BE}=\overline{BD}=(10-x)$ cm

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $5=(10-x)+(8-x)$

$2x=13\qquad\therefore\ x=\frac{13}{2}$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 $\frac{13}{2}$ cm이다.

41 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 $\square$ADOF는 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm, $\overline{BE}=\overline{BD}=(15-r)$ cm,

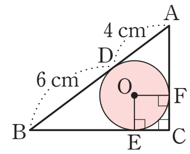
$\overline{CE}=\overline{CF}=(8-r)$ cm

이때 $\overline{BC}=\sqrt{15^2+8^2}=17$ (cm)이고 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$17=(15-r)+(8-r)$, $2r=6\qquad\therefore\ r=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

42 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 $\square$OECF는 정사각형이므로



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm

이때 $\overline{AF}=\overline{AD}=4$ cm, $\overline{BE}=\overline{BD}=6$ cm이므로

$\overline{AC}=(4+r)$ cm, $\overline{BC}=(6+r)$ cm

$\triangle$ABC에서 $(4+r)^2+(6+r)^2=10^2$, $r^2+10r-24=0$

$(r-2)(r+12)=0\qquad\therefore\ r=2\ (\because r>0)$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 2^2=4\pi$ (cm^2)

43 $\overline{BF}=x$ cm라고 하면 $\overline{BG}=\overline{BF}=x$ cm

$\overline{AH}=\overline{AF}=(9-x)$ cm, $\overline{CH}=\overline{CG}=(11-x)$ cm

이때 $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}$이므로 $10=(9-x)+(11-x)$

$2x=10\qquad\therefore\ x=5$

$\therefore$ ($\triangle$BED의 둘레의 길이)$=\overline{BE}+\overline{ED}+\overline{DB}$

$=\overline{BF}+\overline{BG}$

$=2\overline{BF}$

$=2\times 5=10$ (cm)

44 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$12+14=10+(8+\overline{CP})\qquad\therefore\ \overline{CP}=8$ (cm)

45 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=6+7=13$ (cm)이므로

($\square$ABCD의 둘레의 길이)$=2\times 13=26$ (cm)

46 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$9+(3x-1)=(x+2)+12$

$2x=6\qquad\therefore\ x=3$

47 원 O의 반지름의 길이가 4 cm이므로 $\overline{AB}=2\times 4=8$ (cm)

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=8+10=18$ (cm)이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 18\times 8=72$ (cm^2)

48 $\overline{AE}=x$ cm라고 하면

$\square$AECD가 원 O에 외접하므로 $\overline{AE}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{EC}$

$x+10=15+\overline{EC}\qquad\therefore\ \overline{EC}=(x-5)$ cm

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=15-(x-5)=20-x$ (cm)

$\triangle$ABE에서 $10^2+(20-x)^2=x^2$

$40x=500\qquad\therefore\ x=\frac{25}{2}$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 $\frac{25}{2}$ cm이다.

2. 원주각 p.104~107

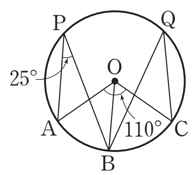
49 30° **50** 50° **51** 30° **52** 118° **53** 45° **54** 18° **55** 25° **56** 35°
57 26° **58** 25° **59** 34° **60** 115° **61** 52° **62** 40° **63** $\frac{\sqrt{39}}{8}$ **64** 8
65 24° **66** 25° **67** 30° **68** 22° **69** 12 cm **70** 54° **71** 45°
72 80° **73** 66° **74** 30° **75** $20\pi\text{ cm}$ **76** $6\pi\text{ cm}$ **77** ㉠, ㉣
78 45° **79** 45° **80** 100°

---

49 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times60^\circ=120^\circ$
$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

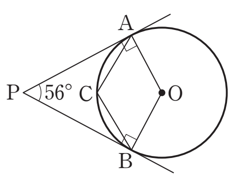
50 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$
$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-130^\circ)=115^\circ$
$\therefore \angle y-\angle x=115^\circ-65^\circ=50^\circ$

51 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



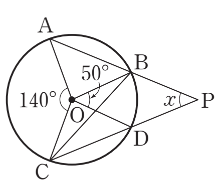
$\angle AOB=2\angle APB=2\times25^\circ=50^\circ$
$\angle BOC=110^\circ-50^\circ=60^\circ$
$\therefore \angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

52 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\angle AOB=180^\circ-56^\circ=124^\circ$
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\times(360^\circ-124^\circ)$
$=118^\circ$

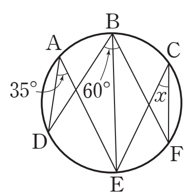
53 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$
$=\frac{1}{2}\times140^\circ=70^\circ$
$\angle BCD=\frac{1}{2}\angle BOD$
$=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$
따라서 $\triangle BCP$에서 $\angle x=70^\circ-25^\circ=45^\circ$

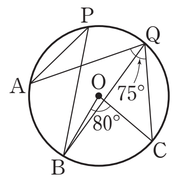
54 $\angle x=\angle DCB=36^\circ$
$\triangle APD$에서 $\angle y=90^\circ-36^\circ=54^\circ$
$\therefore \angle y-\angle x=54^\circ-36^\circ=18^\circ$

55 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\angle DBE=\angle DAE=35^\circ$
$\therefore \angle x=\angle EBF=60^\circ-35^\circ$
$=25^\circ$

56 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$
$\therefore \angle APB=\angle AQB=75^\circ-40^\circ$
$=35^\circ$

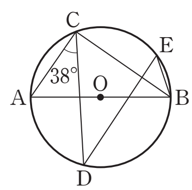
57 $\triangle APC$에서 $\angle PAC=58^\circ-32^\circ=26^\circ$
$\therefore \angle BDC=\angle BAC=26^\circ$

58 $\angle BCD=\angle x$라고 하면
$\triangle BCP$에서 $\angle ABC=\angle x+20^\circ$
$\angle BAD=\angle BCD=\angle x$
$\triangle AQB$에서 $\angle x+(\angle x+20^\circ)=70^\circ$
$2\angle x=50^\circ$ $\quad\therefore \angle x=25^\circ$
따라서 $\angle BCD$의 크기는 25°이다.

59 $\angle BCD=90^\circ$, $\angle BDC=\angle BAC=56^\circ$이므로
$\triangle BCD$에서 $\angle DBC=180^\circ-(90^\circ+56^\circ)=34^\circ$

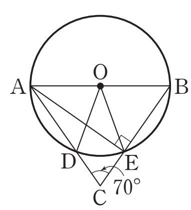
60 $\angle BCD=90^\circ$이므로 $\angle ACD=90^\circ-50^\circ=40^\circ$
$\angle DAC=\angle DBC=25^\circ$
따라서 $\triangle ACD$에서
$\angle ADC=180^\circ-(25^\circ+40^\circ)=115^\circ$

61 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=90^\circ$이므로
$\angle DEB=\angle DCB=90^\circ-38^\circ$
$=52^\circ$

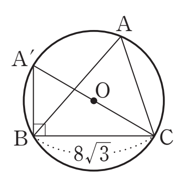
62 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\angle AEB=90^\circ$이므로
$\triangle ACE$에서
$\angle CAE=90^\circ-70^\circ=20^\circ$
$\therefore \angle DOE=2\angle DAE=2\times20^\circ$
$=40^\circ$

63 $\angle ACB=90^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{8^2-5^2}=\sqrt{39}\text{ (cm)}$
$\therefore \sin B=\frac{\sqrt{39}}{8}$

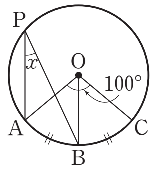
64 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{A'C}$를 긋고 $\overline{A'B}$를 그으면



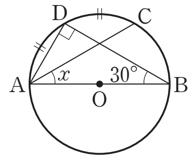
$\angle A'BC=90^\circ$, $\angle BA'C=\angle BAC$
$\sin A=\sin A'=\frac{8\sqrt{3}}{\overline{A'C}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로
$\overline{A'C}=16$
따라서 원 O의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\overline{A'C}=\frac{1}{2}\times16=8$

65 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle ACB=\angle DBC=12°$
따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle DPC=12°+12°=24°$

66 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로
$\angle AOB=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times100°=50°$
$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times50°=25°$

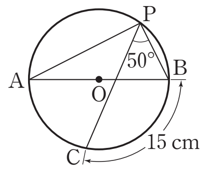


67 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADB=90°$
$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$이므로
$\angle DAC=\angle DBA=30°$
따라서 $\triangle ABD$에서
$90°+(30°+\angle x)+30°=180°$
$\therefore\ \angle x=30°$



68 $\overset{\frown}{BC}=2\overset{\frown}{AD}$이므로 $\angle BAC=2\angle ABD=2\angle x$
따라서 $\triangle ABP$에서 $2\angle x+\angle x=66°$
$3\angle x=66°\qquad\therefore\ \angle x=22°$

69 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면
$\angle APB=90°$이므로
$\angle APC=90°-50°=40°$
$40°:50°=\overset{\frown}{AC}:15$이므로
$4:5=\overset{\frown}{AC}:15$
$\therefore\ \overset{\frown}{AC}=12\ (cm)$

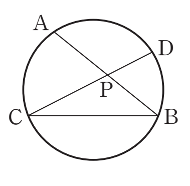


70 $\overset{\frown}{AC}=3\overset{\frown}{BD}$이므로 $\angle ABC=3\angle BCD=3\times27°=81°$
따라서 $\triangle BCP$에서 $\angle P=81°-27°=54°$

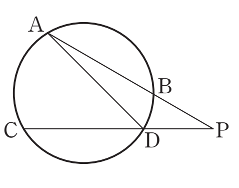
71 $\angle ABC=\angle x$라고 하면 $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=1:4$이므로
$\angle BAD=4\angle ABC=4\angle x$
$\triangle AQB$에서 $4\angle x+\angle x=75°$
$5\angle x=75°\qquad\therefore\ \angle x=15°$
따라서 $\angle BAD=60°$, $\angle ADC=\angle ABC=15°$이므로
$\triangle APD$에서 $\angle P=60°-15°=45°$

72 $\angle ABC=\frac{4}{3+2+4}\times180°=80°$

73 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
$\angle ABC=\frac{1}{5}\times180°=36°$
$\angle BCD=\frac{1}{6}\times180°=30°$
따라서 $\triangle PCB$에서
$\angle APC=30°+36°=66°$



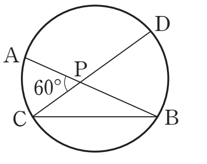
74 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADC=\frac{1}{4}\times180°=45°$
$\angle BAD=\frac{1}{12}\times180°=15°$



따라서 $\triangle ADP$에서
$\angle P=45°-15°=30°$

75 $\triangle ABP$에서 $\angle BAP=65°-20°=45°$
$45°:180°=5\pi:$(원의 둘레의 길이)이므로
$1:4=5\pi:$(원의 둘레의 길이)
$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=20\pi\ (cm)$

76 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
$\triangle PCB$에서
$\angle PBC+\angle PCB=60°$
따라서 $\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 $60°$이므로
$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=2\pi\times9\times\frac{60}{180}$
$=6\pi\ (cm)$



77 ㉠ $\angle BDC=110°-80°=30°$
이때 $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
㉣ $\angle DBC=30°+35°=65°$
이때 $\angle DAC=\angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㉠, ㉣이다.

78 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BAC=\angle BDC=35°$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle x=180°-(35°+100°)=45°$

79 $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로
$\angle BAC=\angle BCA=45°$
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BDC=\angle BAC=45°$

80 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle x=\angle DAC=25°$
$\triangle DBP$에서 $\angle y=25°+50°=75°$
$\therefore\ \angle x+\angle y=25°+75°=100°$

3. 원주각의 활용 p.108~111

81 $20°$ **82** $120°$ **83** $220°$ **84** $40°$ **85** $95°$ **86** $214°$ **87** $125°$ **88** $65°$
89 $255°$ **90** $63°$ **91** $100°$ **92** ①, ② **93** ③ **94** $80°$ **95** 6개 **96** $80°$
97 $20°$ **98** $50°$ **99** $30°$ **100** $108°$ **101** $56°$ **102** $65°$ **103** $63°$
104 $110°$ **105** $38°$ **106** $40°$ **107** $30°$ **108** $54°$ **109** 5 cm **110** 27π
111 $2\sqrt{13}\pi$

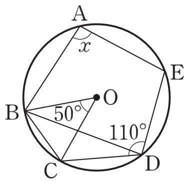
81 $\angle x+85°=180°$에서 $\angle x=95°$
$105°+\angle y=180°$에서 $\angle y=75°$
$\therefore\ \angle x-\angle y=95°-75°=20°$

82 $\angle BDC=90^\circ$이므로 $\triangle BCD$에서
$\angle BCD=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

83 $\angle x=180^\circ-40^\circ=140^\circ$
$\angle y=2\angle BAD=2\times 40^\circ=80^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=140^\circ+80^\circ=220^\circ$

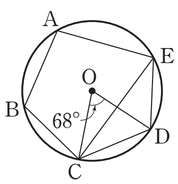
84 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ADC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
이때 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로
$\angle BDC=\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ADC=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$

85 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



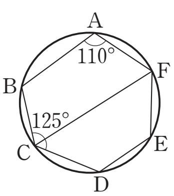
$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 50^\circ$
$=25^\circ$
$\therefore\ \angle BDE=110^\circ-25^\circ=85^\circ$
□ABDE가 원 O에 내접하므로
$\angle x+85^\circ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle x=95^\circ$

86 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 68^\circ$
$=34^\circ$
□ABCE가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC+\angle AEC=180^\circ$
$\therefore\ \angle ABC+\angle AED=\angle ABC+(\angle AEC+\angle CED)$
$=(\angle ABC+\angle AEC)+\angle CED$
$=180^\circ+34^\circ=214^\circ$

87 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$를 그으면



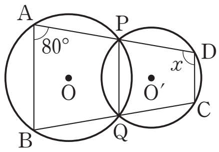
□ABCF가 원에 내접하므로
$\angle BCF=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
$\therefore\ \angle DCF=125^\circ-70^\circ=55^\circ$
□CDEF가 원에 내접하므로
$\angle DEF=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

88 $\triangle APB$에서 $\angle PAB=100^\circ-35^\circ=65^\circ$
$\therefore\ \angle BCD=\angle PAB=65^\circ$

89 $\angle x=\angle DCE=85^\circ$, $\angle y=2\angle x=2\times 85^\circ=170^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=85^\circ+170^\circ=255^\circ$

90 $\angle ABC=\angle x$라고 하면
□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=\angle x+21^\circ$
$\triangle DCQ$에서 $\angle x+(\angle x+21^\circ)+33^\circ=180^\circ$이므로
$2\angle x=126^\circ\qquad\therefore\ \angle x=63^\circ$
따라서 $\angle ABC$의 크기는 63°이다.

91 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



□ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQC=\angle BAP=80^\circ$
□PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle x=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

93 ① $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.
② $\angle B+\angle D\neq 180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.
③ $\triangle ACD$에서 $\angle ADC=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$
이때 $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
④ $\triangle PBC$에서 $\angle PCB=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$
이때 $\angle ADB\neq\angle ACB$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.
⑤ $\angle DCE\neq\angle A$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.
따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ③이다.

94 $\triangle ABC$에서 $\angle B=180^\circ-(48^\circ+32^\circ)=100^\circ$
$\angle B+\angle D=180^\circ$이어야 하므로
$\angle D=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

95 (i) $\angle AFH+\angle AEH=180^\circ$이므로 □AFHE는 원에 내접한다.
같은 방법으로 □FBDH, □HDCE도 원에 내접한다.
(ii) $\angle AEB=\angle ADB$이므로 □ABDE는 원에 내접한다.
같은 방법으로 □FBCE, □AFDC도 원에 내접한다.
따라서 원에 내접하는 사각형은 모두 6개가 만들어진다.

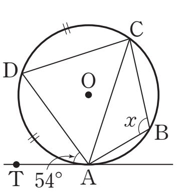
96 $\angle BCA=\angle BAT=55^\circ$이므로
$\triangle ABC$에서 $\angle x=180^\circ-(45^\circ+55^\circ)=80^\circ$

97 $\angle BCA=\angle BAT=70^\circ$이므로
$\angle AOB=2\angle BCA=2\times 70^\circ=140^\circ$
$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

98 $\angle BDA=\angle BAT=60^\circ$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
따라서 $\triangle DAB$에서 $\angle x=180^\circ-(60^\circ+70^\circ)=50^\circ$

99 $\angle ACB=\frac{2}{2+3+7}\times 180^\circ=30^\circ$
$\therefore\ \angle BAT=\angle ACB=30^\circ$

100 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle DCA=\angle DAT=54^\circ$
$\widehat{AD}=\widehat{CD}$이므로
$\angle DAC=\angle DCA=54^\circ$
$\triangle ACD$에서

$\angle CDA=180^\circ-(54^\circ+54^\circ)=72^\circ$

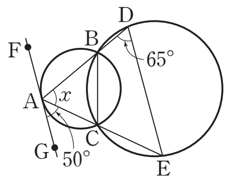
□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

101 $\angle BTQ=\angle BAT=66^\circ$, $\angle CTQ=\angle CDT=58^\circ$

$\therefore\ \angle CTD=180^\circ-(66^\circ+58^\circ)=56^\circ$

102 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 □BCED가 원에 내접하므로



$\angle BCA=\angle BDE=65^\circ$

$\angle BAF=\angle BCA=65^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(65^\circ+50^\circ)=65^\circ$

103 △BED에서 $\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

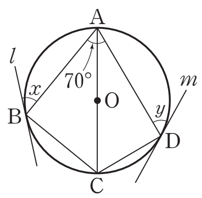
$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-46^\circ)=67^\circ$

$\angle DFE=\angle BED=67^\circ$

따라서 △DEF에서

$\angle EDF=180^\circ-(50^\circ+67^\circ)=63^\circ$

104 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



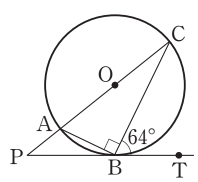
$\angle ACB=\angle x$, $\angle ACD=\angle y$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$70^\circ+(\angle x+\angle y)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=110^\circ$

105 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 $\angle ABC=90^\circ$이므로



$\angle ABP=180^\circ-(90^\circ+64^\circ)$

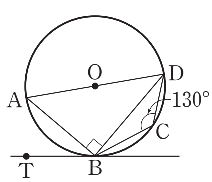
$=26^\circ$

$\angle CAB=\angle CBT=64^\circ$

따라서 △APB에서

$\angle P=64^\circ-26^\circ=38^\circ$

106 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\angle ABD=90^\circ$



□ABCD가 원 O에 내접하므로

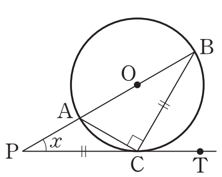
$\angle BAD=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

△ABD에서

$\angle ADB=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)=40^\circ$

$\therefore\ \angle ABT=\angle ADB=40^\circ$

107 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\angle ACB=90^\circ$



△PCB에서 $\overline{PC}=\overline{BC}$이므로

$\angle PBC=\angle BPC=\angle x$

$\angle ACP=\angle ABC=\angle x$

따라서 △PCB에서 $\angle x+(\angle x+90^\circ)+\angle x=180^\circ$

$3\angle x=90^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=30^\circ$

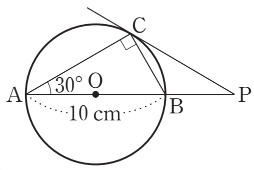
108 $\angle ABC=90^\circ$이므로 $\angle ACB+\angle CAB=90^\circ$

이때 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=2:3$이므로

$\angle CAB=\frac{3}{2+3}\times90^\circ=54^\circ$

$\therefore\ \angle CBT=\angle CAB=54^\circ$

109 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\angle ACB=90^\circ$이므로



$\angle CBA$

$=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

$\angle BCP=\angle BAC=30^\circ$이므로

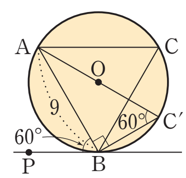
△BPC에서 $\angle BPC=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

즉 △BPC는 $\overline{BC}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이다.

이때 △ABC에서 $\overline{BC}=\overline{AB}\sin30^\circ=10\times\frac{1}{2}=5\ (cm)$

$\therefore\ \overline{BP}=\overline{BC}=5\ cm$

110 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심을 지나는 $\overline{AC'}$을 긋고 $\overline{BC'}$을 그으면



$\angle ABC'=90^\circ$

$\angle AC'B=\angle ABP=60^\circ$

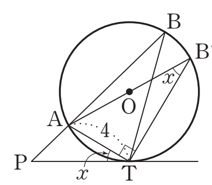
△ABC′에서

$\overline{AC'}=\frac{\overline{AB}}{\sin60^\circ}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{3}$이므로

(원 O의 넓이)$=\pi\times(3\sqrt{3})^2=27\pi$

111 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심을 지나는 $\overline{AB'}$을 긋고 $\overline{B'T}$를 그으면



$\angle ATB'=90^\circ$

$\angle AB'T=\angle ATP=x$

△ATB′에서

$\overline{B'T}=\frac{\overline{AT}}{\tan x}=4\times\frac{3}{2}=6$

따라서 $\overline{AB'}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$이므로

원 O의 둘레의 길이는

$\pi\times2\sqrt{13}=2\sqrt{13}\pi$

Ⅶ 통계

1. 대푯값과 산포도 p.112~115

01 6권 **02** ⑤ **03** 176.5 cm **04** 96점 **05** 3 : 2 **06** 51 **07** ④
08 12 **09** 73 **10** 4개 **11** 운동 **12** 68 **13** ④ **14** $a=2$, $b=4$
15 36회 **16** 26회 **17** ⑤ **18** 1 **19** 78점 **20** ⑤ **21** 10 **22** 8
23 2시간 **24** $\sqrt{11}$회 **25** 12 **26** 204 **27** D팀 **28** ④
29 C, B, A

01 D가 읽은 책의 수를 x권이라고 하면 평균이 12권이므로

$\frac{10+6+8+x+18+24}{6}=12$

$\frac{x+66}{6}=12$, $x+66=72$ $\quad\therefore x=6$

따라서 D가 읽은 책의 수는 6권이다.

02 변량 a, b, c, d, e의 평균이 20이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=20$ $\quad\therefore a+b+c+d+e=100$

변량 $2a-4$, $2b-4$, $2c-4$, $2d-4$, $2e-4$에서

$(\text{평균})=\frac{(2a-4)+(2b-4)+(2c-4)+(2d-4)+(2e-4)}{5}$

$=\frac{2(a+b+c+d+e)-20}{5}=\frac{2\times100-20}{5}=36$

03 2명의 학생이 새로 입단하기 전의 농구부 23명의 키의 총합은

$174\times23=4002$ (cm)

새로 입단한 학생 2명의 키의 평균을 x cm라고 하면

$\frac{4002+2\times x}{25}=174.2$

$4002+2x=4355$, $2x=353$ $\quad\therefore x=176.5$

따라서 새로 입단한 학생 2명의 키의 평균은 176.5 cm이다.

04 2학기 기말고사에서 과학 성적을 x점 받는다고 하면 평균이 85점 이상이 되어야 하므로

$\frac{78+81+85+x}{4}\geq85$, $244+x\geq340$ $\quad\therefore x\geq96$

따라서 2학기 기말고사에서 과학 성적을 96점 이상 받아야 한다.

05 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라고 하면

전체 학생의 몸무게의 평균은 62 kg이므로

$\frac{68\times x+53\times y}{x+y}=62$

$68x+53y=62x+62y$, $6x=9y$

$\therefore x:y=9:6=3:2$

06 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 18, 31, 48, 54, 62, 73이므로

$(\text{중앙값})=\frac{48+54}{2}=51$

07 중앙값을 각각 구하면

① 5 ② 4 ③ 3.5 ④ 6.5 ⑤ 4

따라서 중앙값이 가장 큰 것은 ④이다.

08 중앙값이 x이므로 평균도 x이다.

즉 $\frac{6+10+x+13+19}{5}=x$에서

$x+48=5x$, $4x=48$ $\quad\therefore x=12$

09 중앙값이 72점이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 65, 71, x, 75이어야 한다.

즉 $\frac{71+x}{2}=72$에서

$71+x=144$ $\quad\therefore x=73$

10 14, 8, a, 10, 12의 중앙값이 12이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 8, 10, 12, a, 14 또는 8, 10, 12, 14, a이어야 한다.

$\therefore a\geq12$ ⋯⋯ ㉠

11, 15, a의 중앙값이 a이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 11, a, 15이어야 한다.

$\therefore 11\leq a\leq15$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $12\leq a\leq15$

따라서 구하는 자연수 a는 12, 13, 14, 15의 4개이다.

12 $(\text{평균})=\frac{35+31+17+30+17+22+31+17}{8}=\frac{200}{8}=25$

$\therefore a=25$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 17, 17, 17, 22, 30, 31, 31, 35이므로

$(\text{중앙값})=\frac{22+30}{2}=26$ $\quad\therefore b=26$

최빈값은 17이므로 $c=17$

$\therefore a+b+c=25+26+17=68$

13 ① 자료 A의 평균은

$\frac{1+2+2+3+3+4+4+5}{8}=\frac{24}{8}=3$,

중앙값은 $\frac{3+3}{2}=3$이므로 평균과 중앙값은 서로 같다.

② 자료 B의 평균은

$\frac{1+2+3+3+3+3+4+5}{8}=\frac{24}{8}=3$,

중앙값은 $\frac{3+3}{2}=3$, 최빈값은 3이므로 평균, 중앙값, 최빈값은 모두 같다.

③ 자료 C의 중앙값은 $\frac{3+3}{2}=3$이므로 자료 A, B, C의 중앙값은 모두 같다.

④ 자료 A의 최빈값은 2, 3, 4이므로 최빈값은 대푯값으로 적절하지 않다.

⑤ 자료 C는 매우 큰 값인 98이 있으므로 평균보다 중앙값이 대푯값으로 적절하다.

14 평균이 2이므로

$\frac{2+7+1+0+(-2)+a+b}{7}=2$

$\frac{a+b+8}{7}=2$, $a+b+8=14$ $\therefore a+b=6$ ······ ㉠

최빈값이 2이므로 a, b의 값 중 하나는 2이다.

그런데 $a<b$이므로 ㉠에서 $a=2$, $b=4$

16 평균이 26회이므로

$\frac{14+18+21+(20+a)+(20+a)+28+31+32+32+36}{10}$

$=26$

$252+2a=260$, $2a=8$ $\therefore a=4$

주어진 변량이 10개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째 변량과 6번째 변량의 평균이다.

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{24+28}{2}=26$(회)

17 ㉡ (평균)$=\frac{1\times1+2\times1+3\times4+4\times3+5\times1}{10}$

$=\frac{32}{10}=3.2$(점)

최빈값은 3점이므로 평균과 최빈값은 같지 않다.

㉢ 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째 변량과 6번째 변량의 평균이다.

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{3+3}{2}=3$(점)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

18 편차의 총합은 0이므로

$-3+2+x+(-1)+4+(-3)=0$ $\therefore x=1$

19 편차의 총합은 0이므로

$9+(-7)+x+6+(-4)=0$ $\therefore x=-4$

따라서 예빈이의 체육 성적은 $82+(-4)=78$(점)

20 ①, ④ 편차의 총합은 0이므로

$-1+x+3+(-2)+5=0$ $\therefore x=-5$

② A의 편차가 음수이므로 A의 맥박 수는 평균보다 낮다.

③ 평균보다 맥박 수가 높은 학생은 C, E의 2명이다.

⑤ D의 맥박 수는 $60+(-2)=58$(회)이다.

21 편차의 총합은 0이므로

$9+4+(-1)+(-5)+c=0$ $\therefore c=-7$

(평균)=(변량)−(편차)이므로 (평균)$=19-9=10$(점)

(변량)=(평균)+(편차)이므로

$a=10+4=14$, $b=10+(-7)=3$

$\therefore a+b+c=14+3+(-7)=10$

22 (평균)$=\frac{4+10+6+8+12}{5}=\frac{40}{5}=8$(점)

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-4)^2+2^2+(-2)^2+0^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$

23 평균이 7시간이므로

$\frac{6+4+8+x+10}{5}=7$

$\frac{x+28}{5}=7$, $x+28=35$ $\therefore x=7$

(분산)$=\frac{(-1)^2+(-3)^2+1^2+0^2+3^2}{5}=\frac{20}{5}=4$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(시간)

24 편차의 총합은 0이므로

$5+x+(-3)+1=0$ $\therefore x=-3$

(분산)$=\frac{5^2+(-3)^2+(-3)^2+1^2}{4}=\frac{44}{4}=11$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{11}$(회)

25 평균이 7이므로

$\frac{x+y+12+6+10}{5}=7$

$x+y+28=35$ $\therefore x+y=7$ ······ ㉠

분산이 12이므로

$\frac{(x-7)^2+(y-7)^2+5^2+(-1)^2+3^2}{5}=12$

$x^2+y^2-14(x+y)+133=60$ ······ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-14\times7+133=60$ $\therefore x^2+y^2=25$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$25=7^2-2xy$, $2xy=24$ $\therefore xy=12$

26 평균이 8이므로

$\frac{4(x+y+z)}{12}=8$ $\therefore x+y+z=24$ ······ ㉠

표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$\frac{4\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\}}{12}=4$

$(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2=12$

$x^2+y^2+z^2-16(x+y+z)+192=12$ ······ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-16\times24+192=12$ $\therefore x^2+y^2+z^2=204$

27 3점슛 성공률이 가장 고른 팀은 표준편차가 가장 작은 D팀이다.

28 ① 산포도가 가장 작은 시험은 표준편차가 가장 작은 기말고사이다.

② 편차의 총합은 항상 0이다.

③ 기말고사 성적의 평균이 중간고사 성적의 평균보다 더 높으므로 기말고사 성적이 중간고사 성적보다 더 우수하다.

④ 표준편차가 가장 작은 기말고사 성적이 가장 고르다.

⑤ 성취도 평가 성적의 표준편차가 중간고사 성적의 표준편차보다 더 작으므로 성취도 평가 성적이 중간고사 성적보다 더 고르다.

29 A, B, C가 화살을 쏘아서 얻은 점수는 각각 다음과 같다.

A : 6, 7, 8, 9, 10 B : 7, 7, 8, 9, 9 C : 7, 8, 8, 8, 9

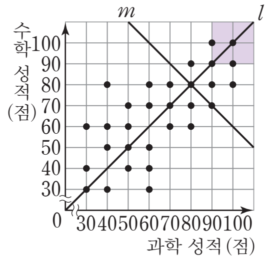
A, B, C의 평균은 모두 8점이므로 자료가 평균 주위에 모여 있을수록 표준편차가 작다.

따라서 점수의 표준편차가 작은 사람부터 차례로 나열하면 C, B, A이다.

2. 산점도와 상관관계 p.116~119

30 ④	**31** ③	**32** ④	**33** ⑤	**34** ④	**35** ①	**36** ③	**37** ⑤
38 ①	**39** ①	**40** 5명	**41** 48 %	**42** ③	**43** ③	**44** ②	**45** ②
46 ③	**47** ②	**48** ②	**49** ②	**50** ③	**51** ④	**52** ②	**53** ③

30 과학 성적과 수학 성적이 모두 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.



31 과학 성적과 수학 성적이 같은 학생 수는 **30**의 산점도에서 직선 l 위에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \frac{6}{30} \times 100 = 20\ (\%)$

32 과학 성적이 90점인 학생들의 수학 성적은 70점, 80점, 90점, 100점이므로 그 평균은

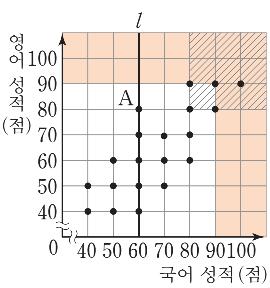
$\frac{70+80+90+100}{4} = \frac{340}{4} = 85$(점)

33 과학 성적과 수학 성적의 평균이 80점 이상인 학생 수는 **30**의 산점도에서 직선 m을 포함하고 직선 m의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.

34 태도 점수가 문제 해결력 점수보다 좋은 학생 수는 주어진 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.

$\therefore \frac{7}{20} \times 100 = 35\ (\%)$

35 국어 성적과 영어 성적 중 적어도 한 과목의 성적이 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.



36 ① A는 국어 성적보다 영어 성적이 높다.

② 국어 성적과 영어 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.

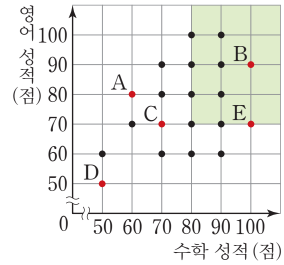
③ A보다 국어 성적이 낮은 학생 수는 **35**의 산점도에서 직선 l을 제외하고 직선 l의 왼쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

④ A의 국어 성적은 60점, 영어 성적은 80점이므로 그 평균은

$\frac{60+80}{2} = \frac{140}{2} = 70$(점)

⑤ 국어 성적과 영어 성적이 모두 80점 이상인 학생 수는 **35**의 산점도에서 빗금친 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

37 수학 성적이 80점 이상이고 영어 성적이 70점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.



$\therefore \frac{10}{20} \times 100 = 50\ (\%)$

38 영어 성적이 90점 이상인 학생들의 수학 성적은 70점, 80점, 80점, 90점, 90점, 100점이므로 그 평균은

$\frac{70+80+80+90+90+100}{6} = \frac{510}{6} = 85$(점)

39 ① A의 수학 성적은 60점, 영어 성적은 80점이고 D의 수학 성적은 50점, 영어 성적은 50점이므로 A는 D보다 수학 성적과 영어 성적 모두 높다.

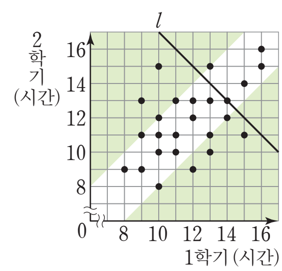
② B는 수학 성적도 높고 영어 성적도 높다.

③ C는 수학 성적과 영어 성적이 같다.

④ E는 B와 수학 성적이 같다.

⑤ 수학 성적과 영어 성적 사이에는 양의 상관관계가 있다.

40 1학기와 2학기의 봉사 활동 시간을 합하여 27시간 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l을 포함하고 직선 l의 위쪽에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다.



41 1학기와 2학기의 봉사 활동 시간의 차가 2시간 이상인 학생 수는 **40**의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 12명이다.

$\therefore \frac{12}{25} \times 100 = 48\ (\%)$

42 전체 학생 수가 20명이므로 상위 25 % 이내에 드는 학생 수는

$20 \times \frac{25}{100} = 5$(명)

이때 두 과목 성적의 합이 상위 5명 이내에 드는 학생들의 두 과목 성적을 순서쌍 (과학 성적, 수학 성적)으로 나타내면 (100, 100), (100, 90), (90, 100), (90, 90), (80, 100)이므로 도 경시대회 출전자의 두 과목 성적의 합은 200점, 190점, 190점, 180점, 180점이다.

따라서 평균은

$\frac{200+190+190+180+180}{5} = \frac{940}{5} = 188$(점)

44 두 변량 사이에 가장 강한 음의 상관관계를 나타내는 것은 ②이다.

45 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타내므로 두 변량 사이에 양의 상관관계가 있는 것은 ②이다.

참고

①, ④ 상관관계가 없다.

③, ⑤ 음의 상관관계

46 ㉠ 상관관계가 없다.

㉡, ㉢ 음의 상관관계

㉣ 양의 상관관계

47 ①, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계

② 음의 상관관계

따라서 두 변량 사이의 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

49 ㉡ A, B, C, D 중 발이 가장 작은 학생은 B이다.

㉢ B는 키에 비해 발이 작은 편이다.

50 ① 수입액과 저축액 사이에는 양의 상관관계가 있다.

② A는 수입액도 많고 저축액도 많다.

④ C는 D보다 수입액은 적지만 저축액은 많다.

⑤ A, B, C, D, E 중 저축을 가장 많이 하는 사람은 A이다.

51 ③ C는 키에 비해 몸무게가 적게 나가므로 마른 편이다.

④ D는 키에 비해 몸무게가 많이 나가는 편이다.

53 A와 전 과목 평균이 같은 학생은 A를 포함하여 4명이고 이들의 수학 성적은 30점, 50점, 70점, 90점이므로 그 평균은

$\frac{30+50+70+90}{4}=\frac{240}{4}=60$(점)

Memo