정답과 풀이

4주 전 002
3주 전 014
2주 전 032
1주 전 041

4주 전

학교시험에 꼭 나오는 교과서 문제

● 1일차 본문 10~13쪽

01-1 ③	01-2 ⑤	02-1 ④	02-2 ②
03-1 ②	03-2 ②	04-1 ②	04-2 ③
04-3 ④	04-4 ④	05-1 ②	05-2 ④
06-1 ③	06-2 ⑤		

01-1 ① 8의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=8$

$x^3-8=0$, $(x-2)(x^2+2x+4)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

즉 2는 8의 세제곱근 중 하나이다.

② -27의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-27$

$x^3+27=0$, $(x+3)(x^2-3x+9)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\dfrac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

즉 -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

③ 16의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=16$

$x^4-16=0$, $(x^2+4)(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\pm2i$

④ n이 2 이상의 홀수일 때, -5의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{-5}$로 1개이다.

⑤ n이 2 이상의 짝수일 때, 5의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{5}$, $-\sqrt[n]{5}$로 2개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

Lecture ***n*제곱근**

n이 2 이상의 정수일 때, 실수 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.

01-2 ① -8의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-8$

$x^3+8=0$, $(x+2)(x^2-2x+4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

즉 -8의 세제곱근은 3개이다.

② 81의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=81$

$x^4-81=0$, $(x^2+9)(x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$ 또는 $x=\pm3i$

즉 81의 네제곱근 중 실수인 것은 -3, 3이다.

③ 0의 제곱근은 0이다.

④ n이 2 이상의 짝수일 때, -9의 n제곱근 중 실수인 것은 없다.

⑤ n이 2 이상의 홀수일 때, 7의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{7}$로 1개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

02-1
$$\begin{aligned}\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2^2}}\times\sqrt[6]{8}&=\sqrt[5]{2}\times\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^2}}\times\sqrt[6]{2^3}\\&=\sqrt[5]{2}\times\sqrt[15]{2^2}\times\sqrt[6]{2^3}\\&=\sqrt[30]{2^6}\times\sqrt[30]{2^4}\times\sqrt[30]{2^{15}}\\&=\sqrt[30]{2^6\times2^4\times2^{15}}\\&=\sqrt[30]{2^{6+4+15}}\\&=\sqrt[30]{2^{25}}\\&=\sqrt[6]{2^5}\end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2^2}}\times\sqrt[6]{8}&=\sqrt[5]{2}\times\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^2}}\times\sqrt[6]{2^3}\\&=\sqrt[5]{2}\times\sqrt[15]{2^2}\times\sqrt[6]{2^3}\\&=2^{\frac{1}{5}}\times2^{\frac{2}{15}}\times2^{\frac{3}{6}}\\&=2^{\frac{1}{5}+\frac{2}{15}+\frac{3}{6}}\\&=2^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{2^5}\end{aligned}$$

02-2
$$\begin{aligned}\sqrt[3]{a\sqrt{a\sqrt{a}}}&=\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{\sqrt{a}}\times\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{a}}}\\&=\sqrt[3]{a}\times\sqrt[6]{a}\times\sqrt[12]{a}\\&=\sqrt[12]{a^4}\times\sqrt[12]{a^2}\times\sqrt[12]{a}\\&=\sqrt[12]{a^4\times a^2\times a}\\&=\sqrt[12]{a^{4+2+1}}\\&=\sqrt[12]{a^7}\\&=a^{\frac{7}{12}}\end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{a\sqrt{a\sqrt{a}}}&=\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{\sqrt{a}}\times\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{a}}}\\&=\sqrt[3]{a}\times\sqrt[6]{a}\times\sqrt[12]{a}\\&=a^{\frac{1}{3}}\times a^{\frac{1}{6}}\times a^{\frac{1}{12}}\\&=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}}\\&=a^{\frac{7}{12}}\end{aligned}$$

03-1
$$\begin{aligned}\sqrt[4]{9^3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}&=\sqrt[4]{(3^2)^3}\times3^{\frac{3}{2}}=\sqrt[4]{3^6}\times3^{\frac{3}{2}}\\&=3^{\frac{6}{4}}\times3^{\frac{3}{2}}=3^{\frac{6}{4}+\frac{3}{2}}\\&=3^3=27\end{aligned}$$

03-2 $\sqrt[5]{3}\times9^{\frac{2}{5}}=3^{\frac{1}{5}}\times(3^2)^{\frac{2}{5}}$
$=3^{\frac{1}{5}}\times3^{\frac{4}{5}}=3^{\frac{1}{5}+\frac{4}{5}}$
$=3^1=3$

04-1 $\log_2 5+\log_2\frac{4}{5}=\log_2\left(5\times\frac{4}{5}\right)$
$=\log_2 4$
$=\log_2 2^2$
$=2$

다른 풀이

$\log_2 5+\log_2\frac{4}{5}=\log_2 5+(\log_2 4-\log_2 5)$
$=\log_2 4=\log_2 2^2$
$=2$

04-2 $\log_3 7-\log_3\frac{7}{81}=\log_3 7-(\log_3 7-\log_3 81)$
$=\log_3 7-\log_3 7+\log_3 81$
$=\log_3 81=\log_3 3^4$
$=4$

04-3 $3\log_3 3-\log_3 2+2\log_3\sqrt{18}$
$=\log_3 3^3-\log_3 2+\log_3(\sqrt{18})^2$
$=\log_3 3^3-\log_3 2+\log_3 18$
$=\log_3\frac{3^3\times18}{2}=\log_3 3^5$
$=5$

04-4 $\log_2 18+\log_2\frac{8}{3}-2\log_2\sqrt{3}$
$=\log_2 18+\log_2\frac{8}{3}-\log_2(\sqrt{3})^2$
$=\log_2 18+\log_2\frac{8}{3}-\log_2 3$
$=\log_2\left(18\times\frac{8}{3}\div3\right)$
$=\log_2\left(18\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{3}\right)$
$=\log_2 16=\log_2 2^4$
$=4$

05-1 ① $\log 48.2=\log(4.82\times10)$
$=\log 10+\log 4.82$
$=1+0.683$
$=1.683$
② $\log 0.482=\log(4.82\times10^{-1})$
$=\log 10^{-1}+\log 4.82$
$=-1+0.683$
$=-0.317$
③ $\log 482=\log(4.82\times10^2)$
$=\log 10^2+\log 4.82$
$=2+0.683$
$=2.683$
④ $\log 0.00482=\log(4.82\times10^{-3})$
$=\log 10^{-3}+\log 4.82$
$=-3+0.683$
$=-2.317$
⑤ $\log 4820=\log(4.82\times10^3)$
$=\log 10^3+\log 4.82$
$=3+0.683$
$=3.683$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

05-2 $\log 10.5=\log(1.05\times10)$
$=\log 10+\log 1.05$
$=1+0.0212$
$=1.0212$
$\therefore a=1.0212$
$\log 0.0105=\log(1.05\times10^{-2})$
$=\log 10^{-2}+\log 1.05$
$=-2+0.0212$
$=-1.9788$
$\therefore b=-1.9788$
$\therefore a-b=1.0212-(-1.9788)=3$

06-1 $\log 12=\log(2^2\times3)=\log 2^2+\log 3$
$=2\log 2+\log 3=2\times0.3010+0.4771$
$=1.0791$

06-2 $\log 4.5=\log\frac{9}{2}=\log 9-\log 2=\log 3^2-\log 2$
$=2\log 3-\log 2=2\times0.4771-0.3010$
$=0.6532$

● 2일차 　본문 14~17쪽

01-1 ③	01-2 ②	02-1 ⑤	02-2 ①
03-1 8	03-2 1	04-1 ③	04-2 ①
05-1 ③	05-2 ③	06-1 ③	06-2 ②
07-1 ③	07-2 ④		

01-1 $f(x)=2^x$, $g(x)=\sqrt{x}$라 하면

$f(\beta)=g\left(\frac{1}{4}\right)$이므로 $2^\beta=\sqrt{\frac{1}{4}}$

$2^\beta=\frac{1}{2}=2^{-1}$　　$\therefore \beta=-1$

또 $f\left(\frac{1}{4}\right)=g(\alpha)$이므로 $2^{\frac{1}{4}}=\sqrt{\alpha}$

위 식의 양변을 제곱하면

$\alpha=\left(2^{\frac{1}{4}}\right)^2=2^{\frac{1}{2}}$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2+(-1)^2=2+1=3$

01-2 $4=\left(\frac{1}{2}\right)^x$에서 $2^{-x}=2^2$이므로 $x=-2$

$\therefore$ A$(-2, 4)$

$4=2^x$에서 $2^x=2^2$이므로 $x=2$

$\therefore$ B$(2, 4)$

$\therefore \overline{\text{AB}}=2-(-2)=4$

02-1 함수 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

$y-n=2^{x-m}$　　$\therefore y=2^{x-m}+n$

따라서 $m=-2$, $n=4$이므로

$m+n=-2+4=2$

> **Lecture** 도형의 평행이동
>
> 방정식 $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 도형의 방정식은 방정식 $f(x, y)=0$에서 x 대신 $x-m$, y 대신 $y-n$을 대입하여 구한다.

02-2 함수 $y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

$y-n=3^{x-m}$　　$\therefore y=3^{x-m}+n$

이때 $y=9\cdot3^x+5=3^2\cdot3^x+5=3^{x+2}+5$이므로

$m=-2$, $n=5$

$\therefore m-n=-2-5=-7$

03-1 $2>1$이므로 함수 $y=2^{x-1}$은 증가함수이다.

따라서 $x=-1$일 때 최솟값은 $m=2^{-2}=\frac{1}{4}$

$x=2$일 때 최댓값은 $M=2^{2-1}=2$

$\therefore \frac{M}{m}=M\div m=2\div\frac{1}{4}=2\cdot4=8$

03-2 $0<\frac{1}{3}<1$이므로 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$은 감소함수이다.

따라서 $x=1$일 때 최솟값은 $m=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

$x=-3$일 때 최댓값은 $M=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=9$

$\therefore Mm=9\cdot\frac{1}{9}=1$

04-1 $9^{x^2}=3^{-x+1}$에서 $(3^2)^{x^2}=3^{-x+1}$

$\therefore 3^{2x^2}=3^{-x+1}$

즉 $2x^2=-x+1$이므로 $2x^2+x-1=0$

$(x+1)(2x-1)=0$　　$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 주어진 방정식을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합은

$-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

다른 풀이

이차방정식 $2x^2+x-1=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 실수 x의 값의 합은 $-\frac{1}{2}$이다.

> **Lecture** 이차방정식의 근과 계수의 관계
>
> 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 할 때
>
> (1) $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$　　(2) $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

04-2 $5^{x^2}-5^{-x+2}=0$에서 $5^{x^2}=5^{-x+2}$

즉 $x^2=-x+2$이므로 $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$　　$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

따라서 주어진 방정식을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 곱은

$-2\cdot1=-2$

다른 풀이

이차방정식 $x^2+x-2=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 실수 x의 값의 곱은 $\frac{-2}{1}=-2$이다.

05-1 $2^{2x+1}+3\cdot 2^x-2=0$에서

$2\cdot(2^x)^2+3\cdot 2^x-2=0$

$2^x=t\ (t>0)$라 하면 $2t^2+3t-2=0$

$(2t-1)(t+2)=0 \qquad \therefore t=\frac{1}{2}\ (\because t>0)$

즉 $2^x=\frac{1}{2}=2^{-1}$이므로 $x=-1$

05-2 $2^{2x+3}-4\cdot 2^x-4=0$에서

$2^3\cdot(2^x)^2-4\cdot 2^x-4=0$

$2^x=t\ (t>0)$라 하면 $8t^2-4t-4=0$

$4(2t^2-t-1)=0$

$4(2t+1)(t-1)=0 \qquad \therefore t=1\ (\because t>0)$

즉 $2^x=1=2^0$이므로 $x=0$

쌍둥이 문제

방정식 $3^{2x-1}-2\cdot 3^x-9=0$의 해는?

① $x=-1$ ② $x=1$ ③ $x=2$
④ $x=3$ ⑤ $x=-1$ 또는 $x=2$

[풀이]

$3^{2x-1}-2\cdot 3^x-9=0$에서

$3^{-1}\cdot(3^x)^2-2\cdot 3^x-9=0$

$3^x=t\ (t>0)$라 하면 $\frac{1}{3}t^2-2t-9=0$

$\frac{1}{3}(t^2-6t-27)=0$

$\frac{1}{3}(t+3)(t-9)=0 \qquad \therefore t=9\ (\because t>0)$

즉 $3^x=9=3^2$이므로 $x=2$

답 ③

06-1 $\left(\frac{1}{10}\right)^{x+1}<\left(\frac{1}{100}\right)^x$에서

$\left(\frac{1}{10}\right)^{x+1}<\left(\frac{1}{10}\right)^{2x}$

이때 밑 $\frac{1}{10}$은 1보다 작으므로

$x+1>2x \qquad \therefore x<1$

06-2 $\frac{1}{8}<2^{-x}\le 16$에서 $\frac{1}{8}=2^{-3}$, $16=2^4$이므로

$2^{-3}<2^{-x}\le 2^4$

이때 밑 2는 1보다 크므로 $-3<-x\le 4$

$\therefore -4\le x<3$

07-1 $4^x+2^{x+1}>8$에서 $(2^x)^2+2\cdot 2^x-8>0$

$2^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2+2t-8>0$

$(t+4)(t-2)>0 \qquad \therefore t<-4$ 또는 $t>2$

그런데 $t>0$이므로 $t>2$

즉 $2^x>2$이고 밑 2는 1보다 크므로

$x>1$

07-2 $16^x-5\cdot 4^x+4<0$에서 $(4^x)^2-5\cdot 4^x+4<0$

$4^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2-5t+4<0$

$(t-1)(t-4)<0 \qquad \therefore 1<t<4$

즉 $1<4^x<4$에서 $4^0<4^x<4^1$이고 밑 4는 1보다 크므로

$0<x<1$

● 3일차 본문 18~21쪽

01-1 ③	01-2 ①	02-1 -7	02-2 1
03-1 ④	03-2 ④	04-1 ③	04-2 ①
05-1 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$		05-2 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=8$	
06-1 ②	06-2 ④	07-1 ③	07-2 ②

01-1 $f(4)=\log_4 4+a\log_4 16$

$=\log_4 4+a\log_4 4^2$

$=1+2a$

$f(64)=\log_4 64+a\log_{64} 16$

$=\log_4 4^3+a\log_{4^3} 4^2$

$=3+\frac{2}{3}a$

이때 $f(4)=f(64)$이므로 $1+2a=3+\frac{2}{3}a$

$\frac{4}{3}a=2 \qquad \therefore a=\frac{3}{2}$

01-2 $(g\circ f)(x)=g(f(x))=\log_5\left(\frac{1}{5}\right)^x$

$=\log_5 5^{-x}=-x$

$\therefore (g\circ f)(9)=-9$

Lecture 합성함수의 함숫값

두 함수 f, g에 대하여 $(g\circ f)(a)$의 값

⇨ $(g\circ f)(a)=g(f(a))$이므로 $f(a)$의 값을 구하여 $g(x)$의 x에 대입한다.

02-1 함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

$y-n=\log_2(x-m)$

$\therefore y=\log_2(x-m)+n$

따라서 $m=-3$, $n=-4$이므로

$m+n=-3+(-4)=-7$

02-2 함수 $y=\log_{\frac{1}{3}} x$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면

$y-3=\log_{\frac{1}{3}}\{x-(-2)\}$

$\therefore y=\log_{\frac{1}{3}}(x+2)+3$

이 그래프가 점 $(7, k)$를 지나므로

$k=\log_{\frac{1}{3}} 9+3=\log_{3^{-1}} 3^2+3=-2+3=1$

03-1 $0<\frac{1}{2}<1$이므로 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-2$는 감소함수이다. 따라서

$x=9$일 때 최솟값은

$m=\log_{\frac{1}{2}} 8-2=\log_{2^{-1}} 2^3-2=-3-2=-5$

$x=3$일 때 최댓값은

$M=\log_{\frac{1}{2}} 2-2=\log_{2^{-1}} 2-2=-1-2=-3$

$\therefore Mm=-3\cdot(-5)=15$

03-2 $2>1$이므로 함수 $y=\log_2(x+1)-2$는 증가함수이다. 따라서

$x=1$일 때 최솟값은

$m=\log_2 2-2=1-2=-1$

$x=7$일 때 최댓값은

$M=\log_2 8-2=\log_2 2^3-2=3-2=1$

$\therefore M+m=1+(-1)=0$

04-1 진수의 조건에서 $2x+1>0$, $x+2>0$

$\therefore x>-\frac{1}{2}$ $\cdots\cdots$ ㉠

밑이 같으므로 $2x+1=x+2$ $\qquad \therefore x=1$

따라서 ㉠에 의하여 구하는 해는 $x=1$

04-2 진수의 조건에서 $x^2-2x+3>0$

이때 $x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0$이므로 부등식 $x^2-2x+3>0$은 모든 실수 x에 대하여 항상 성립한다.

$\log_3(x^2-2x+3)=1$에서

$\log_3(x^2-2x+3)=\log_3 3$

밑이 같으므로 $x^2-2x+3=3$에서 $x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$ $\qquad \therefore x=0$ 또는 $x=2$

따라서 주어진 방정식의 모든 해의 합은

$0+2=2$

05-1 진수의 조건에서 $x>0$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\log_2 x=t$라 하면 $t^2-t-2=0$

$(t+1)(t-2)=0$ $\qquad \therefore t=-1$ 또는 $t=2$

$t=-1$일 때, $\log_2 x=-1$에서 $x=2^{-1}=\frac{1}{2}$

$t=2$일 때, $\log_2 x=2$에서 $x=2^2=4$

따라서 ㉠에 의하여 구하는 해는

$x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$

05-2 진수의 조건에서 $x>0$, $x^2>0$이므로

$x>0$ $\cdots\cdots$ ㉠

$(\log_2 x)^2-\log_2 x^2-3=0$에서

$(\log_2 x)^2-2\log_2 x-3=0$

$\log_2 x=t$라 하면 $t^2-2t-3=0$

$(t+1)(t-3)=0$ $\quad\therefore t=-1$ 또는 $t=3$

$t=-1$일 때, $\log_2 x=-1$에서 $x=2^{-1}=\frac{1}{2}$

$t=3$일 때, $\log_2 x=3$에서 $x=2^3=8$

따라서 ㉠에 의하여 구하는 해는

$x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=8$

쌍둥이 문제

방정식 $(\log_5 x)^2-5\log_5 x+6=0$의 해를 구하시오.

[풀이]

진수의 조건에서 $x>0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_5 x=t$라 하면 $t^2-5t+6=0$

$(t-2)(t-3)=0$ $\quad\therefore t=2$ 또는 $t=3$

$t=2$일 때, $\log_5 x=2$에서 $x=5^2=25$

$t=3$일 때, $\log_5 x=3$에서 $x=5^3=125$

따라서 ㉠에 의하여 구하는 해는

$x=25$ 또는 $x=125$

답 $x=25$ 또는 $x=125$

06-1 진수의 조건에서 $x-5>0$, $x-3>0$

$\therefore x>5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$2\log_{\frac{1}{3}}(x-5)>\log_{\frac{1}{3}}(x-3)$에서

$\log_{\frac{1}{3}}(x-5)^2>\log_{\frac{1}{3}}(x-3)$

이때 밑 $\frac{1}{3}$은 $0<\frac{1}{3}<1$이므로 $(x-5)^2<x-3$

$x^2-10x+25<x-3$, $x^2-11x+28<0$

$(x-4)(x-7)<0$

$\therefore 4<x<7$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $5<x<7$

따라서 주어진 부등식의 해 중에서 정수인 것은 6이다.

06-2 진수의 조건에서 $x>0$, $x-2>0$

$\therefore x>2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_3 x+\log_3(x-2)<1$에서

$\log_3 x+\log_3(x-2)<\log_3 3$

$\log_3 x(x-2)<\log_3 3$

이때 밑 3은 1보다 크므로 $x(x-2)<3$

$x^2-2x-3<0$, $(x+1)(x-3)<0$

$\therefore -1<x<3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2<x<3$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로

$a+b=2+3=5$

07-1 진수의 조건에서 $x>0$, $x^3>0$

$\therefore x>0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$(\log_2 x)^2+3>1+\log_2 x^3$에서

$(\log_2 x)^2+3>1+3\log_2 x$

$(\log_2 x)^2-3\log_2 x+2>0$

$\log_2 x=t$라 하면 $t^2-3t+2>0$

$(t-1)(t-2)>0$ $\quad\therefore t<1$ 또는 $t>2$

즉 $\log_2 x<1$ 또는 $\log_2 x>2$이므로

$\log_2 x<\log_2 2$ 또는 $\log_2 x>\log_2 4$

이때 밑 2는 1보다 크므로

$x<2$ 또는 $x>4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$0<x<2$ 또는 $x>4$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x의 최솟값은 1이다.

07-2 진수의 조건에서 $4x>0$, $8x>0$

$\therefore x>0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_{\frac{1}{2}}4x\times\log_{\frac{1}{2}}8x\le 12$에서

$(\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}4)(\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}8)\le 12$

$(\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{2^{-1}}2^2)(\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{2^{-1}}2^3)\le 12$

$(\log_{\frac{1}{2}}x-2)(\log_{\frac{1}{2}}x-3)\le 12$

$\log_{\frac{1}{2}}x=t$라 하면 $(t-2)(t-3)\le 12$

$t^2-5t+6\le 12$, $t^2-5t-6\le 0$

$(t+1)(t-6)\le 0$ $\quad\therefore -1\le t\le 6$

즉 $-1\le\log_{\frac{1}{2}}x\le 6$이므로

$\log_{\frac{1}{2}}2\le\log_{\frac{1}{2}}x\le\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{64}$

이때 밑 $\frac{1}{2}$은 $0<\frac{1}{2}<1$이므로

$\frac{1}{64}\le x\le 2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$\frac{1}{64}\le x\le 2$

따라서 $a=\frac{1}{64}$, $b=2$이므로

$ab=\frac{1}{64}\cdot 2=\frac{1}{32}$

● 4일차 본문 22~25쪽

01-1 ①	01-2 ②	02-1 ③	02-2 ⑤
03-1 ③	03-2 ⑤	04-1 π	04-2 $\frac{4}{3}\pi$
05-1 $\frac{12}{13}$	05-2 -7	06-1 제2사분면	
06-2 제3사분면		07-1 ⑤	07-2 ④
08-1 ①	08-2 ③		

01-1 ① $-240°=360°\times(-1)+120°$
② $-60°=360°\times(-1)+300°$
③ $160°=360°\times0+160°$
④ $420°=360°\times1+60°$
⑤ $600°=360°\times1+240°$
따라서 각을 나타내는 동경이 $120°$를 나타내는 동경과 일치하는 것은 ①이다.

오답 피하기
$360°\times n+\alpha°$ (n은 정수)에서 $\alpha°$는 보통 $0°\le\alpha°<360°$인 것을 택한다.

01-2 ① $-280°=360°\times(-1)+80°$
② $-100°=360°\times(-1)+260°$
③ $440°=360°\times1+80°$
④ $800°=360°\times2+80°$
⑤ $1160°=360°\times3+80°$
따라서 각을 나타내는 동경이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

02-1 ① $120°$는 제2사분면의 각이다.
② $160°$는 제2사분면의 각이다.
③ $200°$는 제3사분면의 각이다.
④ $495°=360°\times1+135°$이므로 제2사분면의 각이다.
⑤ $510°=360°\times1+150°$이므로 제2사분면의 각이다.
따라서 각을 나타내는 동경이 나머지 넷과 다른 사분면에 속하는 것은 ③이다.

02-2 ① $-210°=360°\times(-1)+150°$이므로 제2사분면의 각이다.
② $-80°=360°\times(-1)+280°$이므로 제4사분면의 각이다.
③ $70°$는 제1사분면의 각이다.
④ $130°$는 제2사분면의 각이다.
⑤ $580°=360°\times1+220°$이므로 제3사분면의 각이다.
따라서 제3사분면의 각은 ⑤이다.

03-1 ① $36°=36\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{5}$
② $\frac{3}{5}\pi=\frac{3}{5}\pi\times\frac{180°}{\pi}=108°$
③ $210°=210\times\frac{\pi}{180}=\frac{7}{6}\pi$
④ $240°=240\times\frac{\pi}{180}=\frac{4}{3}\pi$
⑤ $\frac{8}{3}\pi=\frac{8}{3}\pi\times\frac{180°}{\pi}=480°$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

03-2 ① $30°=30\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{6}$
② $\frac{5}{18}\pi=\frac{5}{18}\pi\times\frac{180°}{\pi}=50°$
③ $150°=150\times\frac{\pi}{180}=\frac{5}{6}\pi$
④ $270°=270\times\frac{\pi}{180}=\frac{3}{2}\pi$
⑤ $\frac{7}{3}\pi=\frac{7}{3}\pi\times\frac{180°}{\pi}=420°$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04-1 부채꼴의 중심각의 크기를 θ라 하면
$6\theta=6\pi \qquad \therefore \theta=\pi$

04-2 부채꼴의 중심각의 크기를 θ라 하면
$\frac{1}{2}\cdot3^2\cdot\theta=6\pi$이므로 $\frac{9}{2}\theta=6\pi$
$\therefore \theta=\frac{4}{3}\pi$

05-1 $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{(-5)^2+12^2}=\sqrt{169}=13$이므로

$\sin\theta=\dfrac{12}{\overline{\mathrm{OP}}}=\dfrac{12}{13}$

05-2 $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$이므로

$\sin\theta=\dfrac{5}{\overline{\mathrm{OP}}}=\dfrac{5}{13}$, $\cos\theta=\dfrac{12}{\overline{\mathrm{OP}}}=\dfrac{12}{13}$

$\therefore 13(\sin\theta-\cos\theta)=13\left(\dfrac{5}{13}-\dfrac{12}{13}\right)=-7$

06-1 $\sin\theta>0$에서 각 θ는 제1사분면 또는 제2사분면의 각이다.
$\tan\theta<0$에서 각 θ는 제2사분면 또는 제4사분면의 각이다.
따라서 각 θ는 제2사분면의 각이다.

06-2 $\cos\theta<0$에서 각 θ는 제2사분면 또는 제3사분면의 각이다.
$\tan\theta>0$에서 각 θ는 제1사분면 또는 제3사분면의 각이다.
따라서 각 θ는 제3사분면의 각이다.

07-1 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$에서

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$

이때 θ가 제3사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$ $\quad\therefore \sin\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

또 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{1}{2}}=\sqrt{3}$

$\therefore \sin\theta+\tan\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

07-2 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$의 양변을 $\cos^2\theta$로 나누면

$\tan^2\theta+1=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=\left(-\dfrac{4}{3}\right)^2+1=\dfrac{25}{9}$ $\quad\therefore \cos^2\theta=\dfrac{9}{25}$

이때 $\dfrac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$이므로

$\cos\theta>0$ $\quad\therefore \cos\theta=\dfrac{3}{5}$

08-1 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{3}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{3}{4}$ $\quad\therefore \sin\theta\cos\theta=-\dfrac{1}{8}$

$\therefore \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$=\dfrac{1}{-\dfrac{1}{8}}=-8$

08-2 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$ $\quad\therefore \sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{8}$

$\therefore \sin^3\theta+\cos^3\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)\cdot(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=\dfrac{1}{2}\left\{1-\left(-\dfrac{3}{8}\right)\right\}$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{11}{8}=\dfrac{11}{16}$

● 5일차 본문 26~29쪽

01-1 ④	**01-2** ③	**02-1** ④	**02-2** ⑤
03-1 ⑤	**03-2** ②	**04-1** $\dfrac{1}{2}$	**04-2** $-\dfrac{3}{2}$
04-3 ②	**04-4** ②	**05-1** ④	**05-2** ③
06-1 $\dfrac{1}{2}$	**06-2** $\dfrac{3}{2}\pi$		

01-1 ① $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

② 함수 $f(x)$의 주기가 2π이므로
$f(x+2\pi)=f(x)$

③ 함수 $f(x)$의 치역은 $\{f(x)\,|\,-1\le f(x)\le 1\}$이므로 함수 $f(x)$의 최솟값은 -1이다.

④, ⑤ 함수 $y=f(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이므로
$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right)=-f\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

오답 피하기

함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이면
$f(-x)=-f(x)$

01-2 ① $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

② 함수 $f(x)$의 주기가 2π이므로
$f(x-2\pi)=f(x)$

③ 함수 $f(x)$의 치역은 $\{f(x)\,|\,-1\le f(x)\le 1\}$이므로 함수 $f(x)$의 최댓값은 1이다.

④, ⑤ 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로
$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right)=f\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

오답 피하기

함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이면
$f(-x)=f(x)$

02-1 각각의 함수의 주기는 다음과 같다.

① 2π　② 2π　③ $\frac{\pi}{|2|}=\frac{\pi}{2}$

④ $\frac{2\pi}{|2|}=\pi$　⑤ $\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|}=4\pi$

따라서 주기가 π인 함수는 ④이다.

02-2 각각의 함수의 주기는 다음과 같다.

① 2π　② $\frac{2\pi}{|4|}=\frac{\pi}{2}$

③ $\frac{\pi}{|2|}=\frac{\pi}{2}$　④ $\frac{2\pi}{|2|}=\pi$

⑤ $\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|}=4\pi$

따라서 주기가 4π인 함수는 ⑤이다.

03-1 ① 주기는 π이다.

② 최댓값과 최솟값은 없다.

③ 정의역은 $n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

④ 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

03-2 ① 치역은 실수 전체의 집합이다.

② 주기는 $\frac{\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|}=3\pi$이므로 $f(x+3\pi)=f(x)$

③ 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

④ $\frac{x}{3}=n\pi+\frac{\pi}{2}$에서 $x=3n\pi+\frac{3}{2}\pi$ (n은 정수)

⑤ 함수 $y=2\tan\left(-\frac{x}{3}\right)$의 그래프와 y축에 대하여 대칭이다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

04-1 $\sin\frac{49}{6}\pi=\sin\left(8\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

Lecture 삼각함수의 각 변환하기

(1) $\frac{n}{2}\pi\pm\theta$ (n은 정수)가 속한 사분면에서 삼각함수의 부호가 양이면 '+', 음이면 '−'를 붙인다.
(단, θ는 예각으로 생각한다.)

(2) $\frac{n}{2}\pi\pm\theta$에서 n이 짝수이면 그대로, n이 홀수이면
$\sin\to\cos$, $\cos\to\sin$, $\tan\to\frac{1}{\tan}$로 바꾼다.

04-2 $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right)=-\sin\frac{7}{3}\pi=-\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)$
$=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\frac{4}{3}\pi=\tan\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

$\therefore \sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right)\tan\frac{4}{3}\pi=-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=-\frac{3}{2}$

04-3 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$, $\cos(4\pi+\theta)=\cos\theta$

$\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right)=-\sin\theta$, $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$

$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{1+\cos\theta}{1+\cos\theta}\times\frac{1-\sin\theta}{1-\sin\theta}=1$

04-4 $\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\sin\theta$, $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

$\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right)=-\sin\theta$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$

$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}\times\frac{-\sin\theta}{1+\cos\theta}$

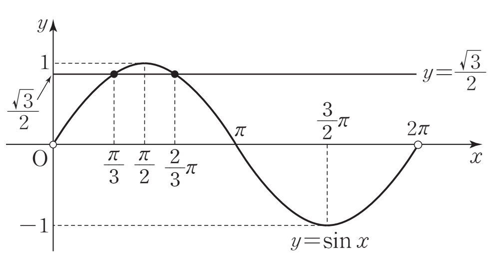
$=\frac{-\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta}$

$=\frac{-\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$

$=-1$

05-1 $2\sin x-\sqrt{3}=0$에서 $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0<x<2\pi$일 때, 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$은 다음 그림과 같으므로 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2}{3}\pi$이다.



따라서 구하는 방정식의 해는

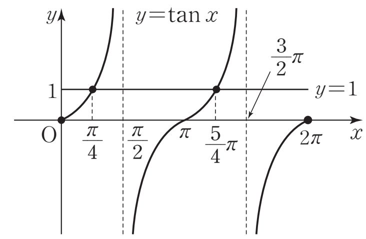
$x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}\pi$

$\therefore \frac{\pi}{3}+\frac{2}{3}\pi=\pi$

05-2 $\cos x\neq0$일 때, 양변을 $\cos x$로 나누면

$\frac{\sin x}{\cos x}=1$ $\quad\therefore \tan x=1$

$0\le x\le2\pi$일 때, 함수 $y=\tan x$의 그래프와 직선 $y=1$은 다음 그림과 같으므로 교점의 x좌표는 $\frac{\pi}{4}$, $\frac{5}{4}\pi$이다.



즉 구하는 방정식의 해는

$x=\frac{\pi}{4}$ 또는 $x=\frac{5}{4}\pi$

따라서 $\alpha=\frac{\pi}{4}$, $\beta=\frac{5}{4}\pi$ ($\because \alpha<\beta$)이므로

$\beta-\alpha=\frac{5}{4}\pi-\frac{\pi}{4}=\pi$

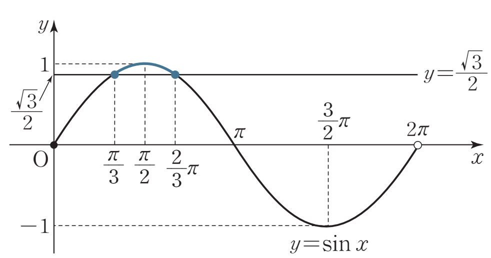
오답 피하기

$\cos x=0$일 때, $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}\pi$이다.

이때 $\sin\frac{\pi}{2}=1$, $\sin\frac{3}{2}\pi=-1$로 $\sin x\neq\cos x$이다.

따라서 $x=\frac{\pi}{2}$와 $x=\frac{3}{2}\pi$는 해가 아니다.

06-1 $0\le x<2\pi$일 때, 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$은 다음 그림과 같으므로 주어진 부등식의 해는 $\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{2}{3}\pi$



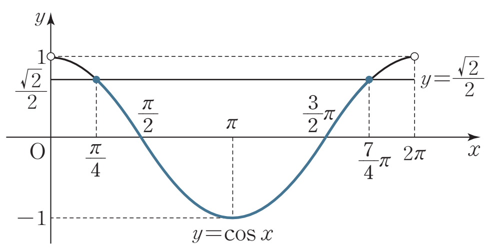
따라서 $a=\frac{\pi}{3}$, $b=\frac{2}{3}\pi$이므로

$\cos(b-a)=\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\frac{\pi}{3}\right)$

$=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

06-2 $2\cos x-\sqrt{2}\le 0$에서 $\cos x\le\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0<x<2\pi$일 때, 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$는 다음 그림과 같으므로 주어진 부등식의 해는 $\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{7}{4}\pi$



따라서 $a=\frac{\pi}{4}$, $b=\frac{7}{4}\pi$이므로

$b-a=\frac{7}{4}\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{6}{4}\pi=\frac{3}{2}\pi$

● 6일차 본문 30~33쪽

01-1 5	**01-2** $\sqrt{6}$	**02-1** ⑤	**02-2** ⑤
03-1 ⑤	**03-2** ③	**03-3** ②	**03-4** ③
04-1 ②	**04-2** ④	**05-1** ④	**05-2** ⑤
06-1 12	**06-2** 6	**07-1** ②	**07-2** ⑤

01-1 삼각형 ABC에서

$C=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$

외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여 $\frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=2R$

$\frac{5\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2R$, $10=2R$ $\quad\therefore R=5$

01-2 사인법칙에 의하여 $\frac{a}{\sin 60^\circ}=\frac{2}{\sin 45^\circ}$이므로

$a=\frac{2}{\sin 45^\circ}\cdot\sin 60^\circ$

$=\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$

02-1 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

위의 식을 주어진 등식에 대입하면

$\left(\frac{a}{2R}\right)^2+\left(\frac{b}{2R}\right)^2=\left(\frac{c}{2R}\right)^2$

$\therefore a^2+b^2=c^2$

따라서 △ABC는 $C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

Lecture **삼각형의 모양**

삼각형 ABC에서

(1) $a=b=c$

⇨ △ABC는 정삼각형이다.

(2) $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a$

⇨ △ABC는 이등변삼각형이다.

(3) $a^2+b^2=c^2$

⇨ △ABC는 $C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

02-2 삼각형 ABC에서 $A+B+C=180^\circ$

$\therefore A+B=180^\circ-C$

즉 $\sin(A+B)=\sin(180^\circ-C)=\sin C$이므로

$\sin^2(A+B)=\sin^2 A+\sin^2 B$에서

$\sin^2 C=\sin^2 A+\sin^2 B$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이때 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

위의 식을 ㉠에 대입하면

$\left(\frac{c}{2R}\right)^2=\left(\frac{a}{2R}\right)^2+\left(\frac{b}{2R}\right)^2$

$\therefore c^2=a^2+b^2$

따라서 △ABC는 $C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

03-1 코사인법칙에 의하여

$a^2=8^2+7^2-2\cdot 8\cdot 7\cdot\cos 120^\circ$

$=64+49+56=169$

$\therefore a=13$ ($\because a>0$)

03-2 코사인법칙에 의하여

$c^2=3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cdot\cos 60^\circ$

$=9+16-12=13$

$\therefore c=\sqrt{13}$ ($\because c>0$)

03-3 코사인법칙에 의하여

$b^2=(3\sqrt{2})^2+4^2-2\cdot3\sqrt{2}\cdot4\cdot\cos\frac{\pi}{4}$

$=18+16-24=10$

$\therefore b=\sqrt{10}$ ($\because b>0$)

03-4 코사인법칙에 의하여

$c^2=6^2+(5\sqrt{3})^2-2\cdot6\cdot5\sqrt{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}$

$=36+75-90=21$

$\therefore c=\sqrt{21}$ ($\because c>0$)

04-1 $\cos C=\frac{6^2+4^2-5^2}{2\cdot6\cdot4}=\frac{9}{16}$이므로

$16\cos C=16\cdot\frac{9}{16}=9$

04-2 삼각형 ABC에서 길이가 3인 변의 대각이 크기가 가장 작은 각이므로

$\cos A=\frac{5^2+6^2-3^2}{2\cdot5\cdot6}=\frac{13}{15}$

05-1 $2\sin A=3\sin B=4\sin C=k\ (k\neq0)$로 놓으면

$\sin A=\frac{k}{2}$, $\sin B=\frac{k}{3}$, $\sin C=\frac{k}{4}$

$\therefore a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

$=\frac{k}{2}:\frac{k}{3}:\frac{k}{4}$

$=6:4:3$

따라서 $a=6l$, $b=4l$, $c=3l\ (l>0)$이라 하면

$\cos B=\frac{(3l)^2+(6l)^2-(4l)^2}{2\cdot3l\cdot6l}$

$=\frac{29l^2}{36l^2}=\frac{29}{36}$

05-2 $3\sin A=3\sin B=4\sin C=k\ (k\neq0)$로 놓으면

$\sin A=\frac{k}{3}$, $\sin B=\frac{k}{3}$, $\sin C=\frac{k}{4}$

$\therefore a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

$=\frac{k}{3}:\frac{k}{3}:\frac{k}{4}$

$=4:4:3$

따라서 $a=4l$, $b=4l$, $c=3l\ (l>0)$이라 하면

$\cos C=\frac{(4l)^2+(4l)^2-(3l)^2}{2\cdot4l\cdot4l}$

$=\frac{23l^2}{32l^2}=\frac{23}{32}$

06-1 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot8\cdot6\cdot\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\cdot8\cdot6\cdot\frac{1}{2}=12$

06-2 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot4\cdot6\cdot\sin 150^\circ=\frac{1}{2}\cdot4\cdot6\cdot\frac{1}{2}=6$

07-1 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{abc}{4R}$이므로 $24=\frac{abc}{4\cdot5}$

$\therefore abc=480$

따라서 △ABC의 세 변의 길이의 곱은 480이다.

오답 피하기

반지름의 길이가 5인 원에 내접하는 삼각형 ABC

⇨ 반지름의 길이가 5인 원은 삼각형 ABC의 외접원

07-2 $A=180^\circ\cdot\frac{1}{6}=30^\circ$

$B=180^\circ\cdot\frac{2}{6}=60^\circ$

$C=180^\circ\cdot\frac{3}{6}=90^\circ$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$2\cdot4^2\cdot\sin 30^\circ\cdot\sin 60^\circ\cdot\sin 90^\circ$

$=2\cdot16\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot1=8\sqrt{3}$

3주 전

학교시험에 자주 나오는 대표 기출 24

● 1일차 본문 36~39쪽

01-1 ②	01-2 ⑤	01-3 ①	
02-1 ③	02-2 ③	02-3 ②	02-4 ③
03-1 ①	03-2 ④	03-3 ②	03-4 ③
04-1 ②	04-2 ⑤	04-3 ③	04-4 ①

대표 기출 01 거듭제곱근의 뜻

꼭 알고 있을 개념

n이 2 이상의 정수일 때, 실수 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.

01-1 ① $a<0$일 때, a의 제곱근 중 실수인 것은 없다.
② a의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{a}$로 항상 존재한다.
③ a의 n제곱근은 방정식 $x^n=a$의 근이므로 n개이다.
④, ⑤ n이 짝수이고 $a<0$이면 방정식 $x^n=a$의 실근은 없다.
따라서 옳은 것은 ②이다.

01-2 -64의 세제곱근 중 실수인 것은
$\sqrt[3]{-64}=\sqrt[3]{(-4)^3}=-4$이므로 $a=-4$
256의 네제곱근 중 음수인 것은
$-\sqrt[4]{256}=-\sqrt[4]{4^4}=-4$이므로 $b=-4$
$\therefore ab=-4\cdot(-4)=16$

01-3 ㄱ. -8의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=-8$
$x^3+8=0$, $(x+2)(x^2-2x+4)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$
ㄴ. 81의 네제곱근을 x라 하면 $x^4=81$
$x^4-81=0$, $(x^2+9)(x^2-9)=0$
$\therefore x=\pm3$ 또는 $x=\pm3i$
ㄷ. $\sqrt{16}=4$의 네제곱근을 x라 하면
$x^4=4$, $x^4-4=0$, $(x^2+2)(x^2-2)=0$
$\therefore x=\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$
즉 $\sqrt{16}$의 네제곱근 중 실수인 것은 $\pm\sqrt{2}$로 2개이다.
ㄹ. n이 짝수일 때, $\sqrt[n]{a^n}=|a|$
n이 홀수일 때, $\sqrt[n]{a^n}=a$
따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

오답 피하기

a의 n제곱근은 복소수 범위에서 n개이다.

대표 기출 02 거듭제곱근의 성질

꼭 알고 있을 개념

$a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 정수일 때

(1) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$
(2) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
(3) $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$
(4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$
(5) $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (p는 양의 정수)

02-1 $(\sqrt{2\sqrt[3]{4}})^3=\sqrt{(2\sqrt[3]{4})^3}=\sqrt{32}$
이때 $5^2<32<6^2$이므로 $5<\sqrt{32}<6$
따라서 $(\sqrt{2\sqrt[3]{4}})^3$보다 작은 자연수 중 가장 큰 것은 5이다.

02-2 $\sqrt[5]{9}\times\sqrt[5]{27}=\sqrt[5]{9\times27}=\sqrt[5]{3^2\times3^3}=\sqrt[5]{3^5}=3$

Lecture 지수법칙

a, b가 실수이고 m, n이 양의 정수일 때

(1) $a^ma^n=a^{m+n}$
(2) $(a^m)^n=a^{mn}$
(3) $(ab)^n=a^nb^n$
(4) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$ $(b\neq0)$
(5) $a^m\div a^n=\dfrac{a^m}{a^n}=\begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \ (a\neq0) \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases}$

02-3 $\sqrt[6]{ab^4}\times\sqrt{ab^4}\div\sqrt[3]{a^2b^5}=\dfrac{\sqrt[6]{ab^4}\times\sqrt[6]{a^3b^{12}}}{\sqrt[6]{a^4b^{10}}}$
$=\sqrt[6]{\dfrac{a^4b^{16}}{a^4b^{10}}}=\sqrt[6]{b^6}$
$=b$

02-4 $\sqrt{a\sqrt{a}}\times\sqrt[6]{a^4b^7}\div\sqrt[3]{a^5b}=\sqrt{a\times a^{\frac{1}{2}}}\times\sqrt[6]{a^4b^7}\div\sqrt[3]{a^5b}$

$=a^{\frac{3}{4}}\times a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{7}{6}}\div a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{1}{3}}$

$=a^{\frac{3}{4}+\frac{2}{3}-\frac{5}{3}}b^{\frac{7}{6}-\frac{1}{3}}$

$=a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{5}{6}}$

즉 $x=-\frac{1}{4}$, $y=\frac{5}{6}$이므로

$x+y=-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{7}{12}$

Lecture 지수의 확장

(1) $a\neq0$이고 n이 양의 정수일 때

$a^0=1,\ a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

(2) $a>0$이고 $m,\ n\ (n\geq2)$이 정수일 때

$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m},\ a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

(3) $a>0,\ b>0$이고 $x,\ y$가 실수일 때

① $a^xa^y=a^{x+y}$　② $a^x\div a^y=a^{x-y}$

③ $(a^x)^y=a^{xy}$　④ $(ab)^x=a^xb^x$

대표 기출 03 로그의 뜻과 성질

꼭 알고 있을 개념

$a>0,\ a\neq1,\ M>0,\ N>0$일 때

(1) $\log_a 1=0,\ \log_a a=1$

(2) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

(3) $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

(4) $\log_a M^k=k\log_a M$ (k는 실수)

03-1 $\log_{12}3+\log_{12}4=\log_{12}(3\times4)=\log_{12}12=1$

03-2 $k=2\log_2\sqrt{3}-\log_2 6+6\log_2\sqrt{2}$

$=\log_2(\sqrt{3})^2-\log_2 6+\log_2(\sqrt{2})^6$

$=\log_2 3-\log_2 6+\log_2 8$

$=\log_2\left(\frac{3\times8}{6}\right)$

$=\log_2 4$

$=\log_2 2^2$

$=2$

$\therefore \log_k 32=\log_2 32=\log_2 2^5=5$

03-3 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{-5}{1}=5,\ \alpha\beta=\frac{3}{1}=3$

$\therefore \log_3(\alpha+1)+\log_3(\beta+1)$

$=\log_3(\alpha+1)(\beta+1)$

$=\log_3(\alpha\beta+\alpha+\beta+1)$

$=\log_3(3+5+1)$

$=\log_3 9$

$=\log_3 3^2$

$=2$

Lecture 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때

(1) $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$　(2) $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

03-4 (주어진 식)

$=\log_2\frac{1}{2}+\log_2\frac{2}{3}+\log_2\frac{3}{4}+\cdots+\log_2\frac{15}{16}$

$=\log_2\left(\frac{1}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{15}}{16}\right)$

$=\log_2\frac{1}{16}=\log_2 2^{-4}=-4$

대표 기출 04 상용로그와 그 성질

꼭 알고 있을 개념

양수 A에 대하여 $\log A=k$일 때

(1) $\log 10^n=n,\ \log A^n=n\log A=nk$

(2) $\log(10^n\times A)=\log 10^n+\log A=n+k$

04-1 $\log 23.7=\log(10\times2.37)=\log 10+\log 2.37$

$=1+0.3747=1.3747$

04-2 $\log x=3.749=3+0.749=\log 10^3+\log 5.61$

$=\log(1000\times5.61)=\log 5610$

$\therefore x=5610$

$\log y=-1.251=-2+0.749$

$=\log 10^{-2}+\log 5.61$

$=\log\left(\frac{1}{100}\times5.61\right)$

$=\log 0.0561$

$\therefore y=0.0561$

04-3 $\log\left(\frac{5}{6}\right)^{100}=100\log\frac{5}{6}$

$=100(\log 5-\log 6)$

$=100\left\{\log\frac{10}{2}-\log(2\times 3)\right\}$

$=100\{1-\log 2-(\log 2+\log 3)\}$

$=100(1-2\log 2-\log 3)$

$=100(1-2\times 0.3010-0.4771)$

$=-7.91$

04-4 $\log\sqrt{x}$와 $\log x^2$의 차가 정수이므로

$\log x^2-\log\sqrt{x}=2\log x-\frac{1}{2}\log x$

$=\frac{3}{2}\log x$

$=$(정수)

$1<\log x<2$이므로 $\frac{3}{2}<\frac{3}{2}\log x<3$

이때 $\frac{3}{2}\log x$가 정수이므로 $\frac{3}{2}\log x=2$

$\log x=\frac{4}{3}$ $\quad\therefore x=10^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{10^4}=10\sqrt[3]{10}$

Lecture 상용로그의 차

두 상용로그의 차가 정수이면 두 상용로그의 소수 부분이 같다. 즉 $\log A$와 $\log B$의 차가 정수이면

$\log A-\log B=$(정수)

쌍둥이 문제

$10<x<100$이고 $\log x$와 $\log\frac{1}{x}$의 차가 정수일 때, x의 값은?

① -100 ② $-10\sqrt{10}$ ③ 10
④ $10\sqrt{10}$ ⑤ 100

[풀이]

$\log x$와 $\log\frac{1}{x}$의 차가 정수이므로

$\log x-\log\frac{1}{x}=\log x-(-\log x)$

$=2\log x$

$=$(정수)

$10<x<100$이므로 $1<\log x<2$

$\therefore 2<2\log x<4$

이때 $2\log x$가 정수이므로 $2\log x=3$

$\log x=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore x=10^{\frac{3}{2}}=\sqrt{10^3}=10\sqrt{10}$

답 ④

● 2일차 본문 40~43쪽

05-1 2	05-2 ⑤	05-3 ②	05-4 6
06-1 ③	06-2 ②	06-3 ①	06-4 ③
07-1 ①	07-2 ④	07-3 ③	07-4 ④
08-1 ④	08-2 ⑤	08-3 ②	08-4 ③

대표 기출 05 지수함수와 그래프

꼭 알고 있을 개념

지수함수 $y=a^x$ $(a>0, a\neq 1)$의 그래프를

(1) x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a^{x-m}+n$

(2) x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=-a^x$

(3) y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=a^{-x}=\left(\frac{1}{a}\right)^x$

(4) 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=-a^{-x}=-\left(\frac{1}{a}\right)^x$

05-1 함수 $y=2^{x-1}-1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$y-b=2^{(x-a)-1}-1$

$\therefore y=2^{x-a-1}+b-1$

즉 $-a-1=0$, $b-1=0$이므로

$a=-1$, $b=1$

$\therefore b-a=1-(-1)=2$

Lecture 도형의 평행이동

방정식 $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 도형의 방정식은

$f(x-a, y-b)=0$

x 대신 $x-a$, y 대신 $y-b$를 대입

05-2 함수 $y=2^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면 $y=2^{-x}$

이 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 $y-5=2^{-(x-3)}$

$\therefore y=2^{-x+3}+5=2^3\cdot 2^{-x}+5$

$=8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x+5$

Lecture 도형의 대칭이동

방정식 $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을

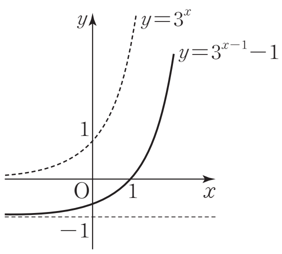
(1) x축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$f(x, -y)=0$ ⇨ y 대신 $-y$를 대입

(2) y축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$f(-x, y)=0$ ⇨ x 대신 $-x$를 대입

(3) 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$f(-x, -y)=0$
⇨ x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입

(4) 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$f(y, x)=0$ ⇨ x와 y를 바꾼다.

05-3 함수 $y=3^{x-1}-1$의 그래프는 함수 $y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

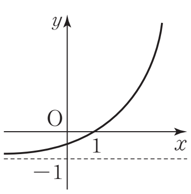


① 치역은 $\{y|y>-1\}$이다.
② 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.
③ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ 그래프의 점근선의 방정식은 $y=-1$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

05-4 함수 $y=3^x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 $y=3^x+b$
이 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로
$0=3^1+b$ $\quad\therefore b=-3$
즉 구하는 그래프의 식은 $y=3^x-3$이고 이 그래프가 점 $(0, a)$를 지나므로
$a=3^0-3=1-3=-2$
$\therefore ab=-2\cdot(-3)=6$

쌍둥이 문제

오른쪽 그림은 함수 $y=2^{x-a}$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프이다. 이때 $a-b$의 값은?



① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[풀이]
함수 $y=2^{x-a}$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 $y=2^{x-a}+b$
이 그래프의 점근선의 방정식이 $y=-1$이므로 $b=-1$
즉 함수 $y=2^{x-a}-1$의 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로 $0=2^{1-a}-1$
$2^{1-a}=1$, $1-a=0$ $\quad\therefore a=1$
$\therefore a-b=1-(-1)=2$

답 ⑤

대표 기출 06 지수함수의 최대·최소

꼭 알고 있을 개념

정의역이 $\{x|m\le x\le n\}$인 지수함수 $y=a^x$은
(1) $a>1$이면 $x=m$일 때 최솟값 a^m, $x=n$일 때 최댓값 a^n을 갖는다.
(2) $0<a<1$이면 $x=m$일 때 최댓값 a^m, $x=n$일 때 최솟값 a^n을 갖는다.

06-1 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}+2$에서 밑 $\frac{1}{2}$은 1보다 작으므로
함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}+2$는 감소함수이다. 따라서
$x=-3$일 때 최댓값은
$M=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+2=6$
$x=1$일 때 최솟값은
$m=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}+2=\frac{9}{4}$
$\therefore 2Mm=2\cdot6\cdot\frac{9}{4}=27$

06-2 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-b$에서 밑 $\frac{1}{3}$은 1보다 작으므로
함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-b$는 감소함수이다.
즉 $x=0$일 때 최댓값은
$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-b=3-b$이므로 $3-b=1$
$\therefore b=2$

따라서 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-2$의 최솟값은

$x=3$일 때 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^2-2=-\frac{17}{9}$

06-3 $y=2^{x^2-4x-1}$에서 $f(x)=x^2-4x-1$로 놓으면

$y=2^{f(x)}$이고, $f(x)=(x-2)^2-5$

$-1\le x\le 3$에서

$f(-1)=4$, $f(2)=-5$, $f(3)=-4$이므로

$-5\le f(x)\le 4$

이때 밑 2는 1보다 크므로 함수 $y=2^{f(x)}$은 $f(x)$가 최대일 때 최댓값을 갖고, $f(x)$가 최소일 때 최솟값을 갖는다.

$f(x)=4$일 때 최댓값은

$M=2^4=16$

$f(x)=-5$일 때 최솟값은

$m=2^{-5}=\frac{1}{32}$

$\therefore 4Mm=4\cdot 16\cdot\frac{1}{32}=2$

Lecture **함수 $y=a^{f(x)}$ $(a>0, a\ne 1)$의 최대·최소**

(1) $a>1$일 때
$f(x)$가 최대이면 y도 최대이다.
$f(x)$가 최소이면 y도 최소이다.

(2) $0<a<1$일 때
$f(x)$가 최대이면 y는 최소이다.
$f(x)$가 최소이면 y는 최대이다.

06-4 $y=a^{x^2-2x}$에서 $f(x)=x^2-2x$로 놓으면

$y=a^{f(x)}$이고, $f(x)=(x-1)^2-1$

$-1\le x\le 2$에서

$f(-1)=3$, $f(1)=-1$, $f(2)=0$이므로

$-1\le f(x)\le 3$

이때 밑 a는 1보다 작으므로 함수 $y=a^{f(x)}$은 $f(x)$가 최대일 때 최솟값을 갖고, $f(x)$가 최소일 때 최댓값을 갖는다.

$f(x)=-1$일 때 최댓값은 $y=a^{-1}$이므로

$a^{-1}=2$, $\frac{1}{a}=2$ $\qquad\therefore a=\frac{1}{2}$

대표 기출 07 지수방정식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

(1) 밑을 같게 할 수 있는 경우
방정식 $2^{-x+1}=2^{2x-5}$의 해를 구해 보자.
밑이 2로 같으므로 $-x+1=2x-5$
$-3x=-6$ $\qquad\therefore x=2$

(2) a^x 꼴이 반복되는 경우
$a^x=t$로 치환하고 t에 대한 방정식을 푼다.
이때 $a^x>0$이므로 $t>0$임에 주의한다.

07-1 $\frac{1}{4}=2^{-2}$이므로 $2^{-x+1}=2^{-2}$

$-x+1=-2$ $\qquad\therefore x=3$

07-2 $4^x-2^{x+2}-32=0$에서 $(2^x)^2-4\cdot 2^x-32=0$

$2^x=t$ $(t>0)$라 하면 $t^2-4t-32=0$

$(t+4)(t-8)=0$ $\qquad\therefore t=8$ $(\because t>0)$

즉 $2^x=8=2^3$이므로 $x=3$

오답 피하기

$2^x>0$이므로 $t>0$임에 주의한다.

쌍둥이 문제

방정식 $4^x-3\cdot 2^{x+1}+8=0$의 모든 실근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[풀이]

$4^x-3\cdot 2^{x+1}+8=0$에서 $(2^x)^2-6\cdot 2^x+8=0$

$2^x=t$ $(t>0)$라 하면 $t^2-6t+8=0$

$(t-2)(t-4)=0$ $\qquad\therefore t=2$ 또는 $t=4$

$t=2$일 때, $2^x=2$에서 $x=1$

$t=4$일 때, $2^x=4=2^2$에서 $x=2$

따라서 주어진 방정식의 모든 실근의 합은

$1+2=3$

답 ③

07-3 $9^x-3^{x+2}+8=0$에서 $(3^x)^2-9\cdot 3^x+8=0$

$3^x=t$ $(t>0)$라 하면 $t^2-9t+8=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이때 주어진 방정식의 두 근이 α, β이므로 방정식 ㉠의 두 근은 3^α, 3^β이다.

이차방정식 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$3^{\alpha}+3^{\beta}=9,\ 3^{\alpha}\cdot 3^{\beta}=8$

$\therefore\ 3^{2\alpha}+3^{2\beta}=(3^{\alpha}+3^{\beta})^2-2\cdot 3^{\alpha}\cdot 3^{\beta}$

$=9^2-2\cdot 8=65$

다른 풀이

$9^x-3^{x+2}+8=0$에서 $(3^x)^2-9\cdot 3^x+8=0$

$3^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2-9t+8=0$

$(t-1)(t-8)=0 \qquad \therefore\ t=1$ 또는 $t=8$

이때 $\alpha<\beta$라 하면 주어진 방정식의 두 근이 α, β이므로

$3^{\alpha}=1,\ 3^{\beta}=8$

$\therefore\ 3^{2\alpha}+3^{2\beta}=(3^{\alpha})^2+(3^{\beta})^2=1^2+8^2=65$

Lecture 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 할 때

(1) $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$ (2) $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

07-4 $25^x-5^{x+2}+k=0$에서 $(5^x)^2-25\cdot 5^x+k=0$

$5^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2-25t+k=0$ ······ ㉠

주어진 방정식의 두 근을 α, β라 하면 방정식 ㉠의 두 근은 5^{α}, 5^{β}이다.

이차방정식 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$5^{\alpha}\cdot 5^{\beta}=k$

이때 $\alpha+\beta=2$이므로

$k=5^{\alpha}\cdot 5^{\beta}=5^{\alpha+\beta}=5^2=25$

대표 기출 08 지수부등식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

(1) 밑을 같게 할 수 있는 경우

주어진 부등식을 $a^{f(x)}<a^{g(x)}\ (a>0,\ a\neq 1)$ 꼴로 변형한 후

① $a>1$이면 $f(x)<g(x)$

② $0<a<1$이면 $f(x)>g(x)$

(2) a^x 꼴이 반복되는 경우

$a^x=t$로 치환하고 t에 대한 부등식을 푼다.

이때 $a^x>0$이므로 $t>0$임에 주의한다.

08-1 $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-x+3}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2x+6}$이므로

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x+2}\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2x+6}$

이때 밑 $\dfrac{1}{2}$은 1보다 작으므로 $-x+2\ge -2x+6$

$\therefore\ x\ge 4$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x의 최솟값은 4이다.

08-2 $9^{-x-5}=\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x+5}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x+10}$이므로

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{3x+1}\ge\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x+10}$

이때 밑 $\dfrac{1}{3}$은 1보다 작으므로 $3x+1\le 2x+10$

$\therefore\ x\le 9$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, ⋯, 9로 그 개수는 9이다.

08-3 $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x+2\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\le 15$에서

$\left\{\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\right\}^2+2\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-15\le 0$

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2+2t-15\le 0$

$(t+5)(t-3)\le 0 \qquad \therefore\ -5\le t\le 3$

그런데 $t>0$이므로 $0<t\le 3$

$0<\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\le 3$, 즉 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\le\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}$

이때 밑 $\dfrac{1}{3}$은 1보다 작으므로 $x\ge -1$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 실수 x의 최솟값은 -1이다.

08-4 $9^x-4\cdot 3^{x+1}+27\le 0$에서

$(3^x)^2-12\cdot 3^x+27\le 0$

$3^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2-12t+27\le 0$

$(t-3)(t-9)\le 0 \qquad \therefore\ 3\le t\le 9$

즉 $3\le 3^x\le 9$이므로 $3\le 3^x\le 3^2$

이때 밑 3은 1보다 크므로

$1\le x\le 2$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x는 1, 2이므로 그 합은

$1+2=3$

● 3일차 본문 44~47쪽

09-1 2	09-2 ④	09-3 ③	
10-1 ⑤	10-2 ④	10-3 ③	10-4 ①
11-1 ③	11-2 ②	11-3 ④	11-4 ④
12-1 ④	12-2 ③	12-3 ③	12-4 ⑤

대표 기출 09 로그함수와 그래프

꼭 알고 있을 개념

로그함수 $y=\log_a x\ (a>0, a\neq 1)$의 그래프를

(1) x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\log_a(x-m)+n$

(2) x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y=-\log_a x$

(3) y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y=\log_a(-x)$

(4) 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y=-\log_a(-x)$

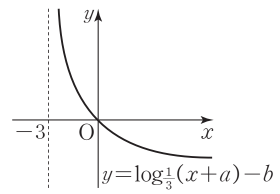
09-1 함수 $y=\log_2(x+3)+3$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면
$y-q=\log_2(x-p+3)+3$
$\therefore y=\log_2(x-p+3)+q+3$ …… ㉠
$y=\log_2 4(x-2)-2$에서
$y=\log_2(x-2)+\log_2 4-2$
$=\log_2(x-2)$ …… ㉡
이때 ㉠과 ㉡의 그래프가 일치하므로
$-p+3=-2,\ q+3=0$ $\therefore p=5,\ q=-3$
$\therefore p+q=5+(-3)=2$

09-2 ㄱ. 치역은 실수 전체의 집합이다.
ㄴ. $x-1>0$에서 $x>1$
즉 정의역은 $\{x|x>1\}$이다.
ㄷ. 그래프는 함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
ㄹ. 그래프의 점근선의 방정식은 $x=1$이다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

09-3 주어진 그래프에서 점근선의 방정식은 $x=-2$
함수 $y=\log_2(x-a)+b$의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=a$
$\therefore a=-2$
즉 함수 $y=\log_2(x+2)+b$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로 $2=\log_2 2+b$
$2=1+b$ $\therefore b=1$
$\therefore a+b=-2+1=-1$

쌍둥이 문제

함수
$y=\log_{\frac{1}{3}}(x+a)-b$
의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[풀이]
주어진 그래프에서 점근선의 방정식은 $x=-3$
함수 $y=\log_{\frac{1}{3}}(x+a)-b$의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=-a$
$\therefore a=3$
즉 함수 $y=\log_{\frac{1}{3}}(x+3)-b$의 그래프가 원점을 지나므로 $0=\log_{\frac{1}{3}} 3-b$
$0=-1-b$ $\therefore b=-1$
$\therefore a+b=3+(-1)=2$

답 ②

대표 기출 10 로그함수의 최대·최소

꼭 알고 있을 개념

정의역이 $\{x|m\le x\le n\}$인 로그함수 $y=\log_a x$는

(1) $a>1$이면 $x=m$일 때 최솟값 $\log_a m$, $x=n$일 때 최댓값 $\log_a n$을 갖는다.

(2) $0<a<1$이면 $x=m$일 때 최댓값 $\log_a m$, $x=n$일 때 최솟값 $\log_a n$을 갖는다.

10-1 $y=\log_3(x+4)-3$에서 밑 3은 1보다 크므로 함수 $y=\log_3(x+4)-3$은 증가함수이다. 즉 $x=-1$일 때 최솟값은
$y=\log_3 3-3=1-3=-2$

$x=5$일 때 최댓값은

$y=\log_3 9-3=\log_3 3^2-3=2-3=-1$

따라서 $p=5$, $a=-1$, $q=-1$, $b=-2$이므로

$p-(q+a+b)=5-\{-1+(-1)+(-2)\}$

$=9$

10-2 $y=\log_2(x^2-2x+5)$에서 $f(x)=x^2-2x+5$로 놓으면 $y=\log_2 f(x)$이고, $f(x)=(x-1)^2+4$

$-1\le x\le 2$에서 $f(-1)=8$, $f(1)=4$, $f(2)=5$이므로 $4\le f(x)\le 8$

이때 밑 2는 1보다 크므로 함수 $y=\log_2 f(x)$는 $f(x)$가 최대일 때 최댓값을 갖고, $f(x)$가 최소일 때 최솟값을 갖는다.

$f(x)=8$일 때 최댓값은

$M=\log_2 8=\log_2 2^3=3$

$f(x)=4$일 때 최솟값은

$m=\log_2 4=\log_2 2^2=2$

$\therefore M+m=3+2=5$

> **Lecture** 함수 $y=\log_a f(x)$ $(a>0, a\ne 1)$의 최대·최소
>
> (1) $a>1$일 때
>
> $f(x)$가 최대이면 y도 최대이다.
>
> $f(x)$가 최소이면 y도 최소이다.
>
> (2) $0<a<1$일 때
>
> $f(x)$가 최대이면 y는 최소이다.
>
> $f(x)$가 최소이면 y는 최대이다.

10-3 진수의 조건에서 $x+4>0$, $2-x>0$

즉 $x>-4$, $x<2$이므로 $-4<x<2$

$y=\log_{\frac{1}{3}}(x+4)+\log_{\frac{1}{3}}(2-x)$

$=\log_{\frac{1}{3}}(x+4)(2-x)$

$=\log_{\frac{1}{3}}(-x^2-2x+8)$

$f(x)=-x^2-2x+8$로 놓으면 $y=\log_{\frac{1}{3}} f(x)$이고, $f(x)=-(x+1)^2+9$ (단, $-4<x<2$)

즉 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값 9를 갖는다.

이때 $y=\log_{\frac{1}{3}} f(x)$에서 밑 $\frac{1}{3}$은 1보다 작으므로 함수 $y=\log_{\frac{1}{3}} f(x)$는 $f(x)$가 최대일 때 최솟값을 갖는다.

따라서 주어진 함수는 $f(x)=9$, 즉 $x=-1$일 때 최솟값은 $y=\log_{\frac{1}{3}} 9=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=-2$이므로

$p=-1$, $a=-2$

$\therefore ap=-2\cdot(-1)=2$

10-4 진수의 조건에서 $-x^2+6x+7>0$이므로

$x^2-6x-7<0$, $(x+1)(x-7)<0$

$\therefore -1<x<7$

$f(x)=-x^2+6x+7$이라 하면 $y=\log_a f(x)$이고, $f(x)=-(x-3)^2+16$ (단, $-1<x<7$)

$-1<x<7$에서 $f(-1)=0$, $f(3)=16$, $f(7)=0$이므로 $0<f(x)\le 16$

이때 $y=\log_a f(x)$에서 밑이 a이므로

(i) $a>1$일 때

함수 $y=\log_a f(x)$는 $f(x)$가 최대일 때 최댓값을 가지므로

$f(x)=16$일 때 최댓값은 $y=\log_a 16$

즉 $\log_a 16=4$이므로 $a^4=16$

$\therefore a=2$ ($\because a>1$)

(ii) $0<a<1$일 때

함수 $y=\log_a f(x)$는 $f(x)$가 최소일 때 최댓값을 갖는다. 그런데 $f(x)$는 최솟값이 없으므로 조건을 만족시키는 a의 값은 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 $a=2$

대표 기출 11 로그방정식의 풀이

> **꼭 알고 있을 개념**
>
> (1) 밑을 같게 할 수 있는 경우
>
> 방정식 $\log_3(x+1)=2$의 해를 구해 보자.
>
> 진수의 조건에서 $x+1>0$ $\quad\therefore x>-1$
>
> $\log_3(x+1)=2$에서 $\log_3(x+1)=\log_3 3^2$
>
> $x+1=9$ $\quad\therefore x=8$ → 진수의 조건을 만족시킨다.
>
> (2) $\log_a x$ 꼴이 반복되는 경우
>
> $\log_a x=t$로 치환하고 t에 대한 방정식을 푼다.
>
> 이때 진수의 조건을 반드시 확인한다.

11-1 진수의 조건에서 $x-2>0$, $2x-1>0$

$\therefore x>2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\log_{\frac{1}{3}}(x-2)=\log_{\frac{1}{9}}(2x-1)$에서

$\log_{\left(\frac{1}{3}\right)^2}(x-2)^2=\log_{\frac{1}{9}}(2x-1)$

즉 $\log_{\frac{1}{9}}(x-2)^2=\log_{\frac{1}{9}}(2x-1)$이므로

$(x-2)^2=2x-1$, $x^2-4x+4=2x-1$

$x^2-6x+5=0$, $(x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

이때 ㉠에 의하여 $x=5$

11-2 진수의 조건에서 $x>0$, $x+1>0$

$\therefore x>0$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\log_6 x+\log_6(x+1)=1$에서

$\log_6 x(x+1)=1$

즉 $\log_6 x(x+1)=\log_6 6$이므로

$x(x+1)=6$, $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

이때 ㉠에 의하여 $x=2$ $\quad\therefore a=2$

$\therefore a^2=2^2=4$

11-3 진수의 조건에서 $x>0$

$\log_3 x=t$라 하면 $t^2+4t-3=0$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 주어진 방정식의 두 근이 α, β이므로 방정식 ㉠의 두 근은 $\log_3\alpha$, $\log_3\beta$이다.

이차방정식 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_3\alpha+\log_3\beta=-4$이므로 $\log_3\alpha\beta=-4$

$\therefore \alpha\beta=3^{-4}=\dfrac{1}{81}$

쌍둥이 문제

방정식 $(\log_2 x)^2+\log_2 x^2-8=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\log_2\alpha\beta$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[풀이]

진수의 조건에서 $x>0$

$(\log_2 x)^2+\log_2 x^2-8=0$에서

$(\log_2 x)^2+2\log_2 x-8=0$

$\log_2 x=t$라 하면 $t^2+2t-8=0$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 주어진 방정식의 두 근이 α, β이므로 방정식 ㉠의 두 근은 $\log_2\alpha$, $\log_2\beta$이다.

이차방정식 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2\alpha+\log_2\beta=-2$ $\quad\therefore \log_2\alpha\beta=-2$

답 ①

11-4 $(\log_2 x)^2-\log_2 x^5+a=0$의 한 근이 $x=2$이므로

$(\log_2 2)^2-\log_2 2^5+a=0$, $1^2-5+a=0$

$\therefore a=4$

즉 방정식 $(\log_2 x)^2-\log_2 x^5+4=0$의 진수의 조건에서 $x>0$

$(\log_2 x)^2-\log_2 x^5+4=0$에서

$(\log_2 x)^2-5\log_2 x+4=0$

$\log_2 x=t$라 하면 $t^2-5t+4=0$

$(t-1)(t-4)=0$ $\quad\therefore t=1$ 또는 $t=4$

$t=1$일 때, $\log_2 x=1$에서 $x=2$

$t=4$일 때, $\log_2 x=4$에서 $x=2^4=16$

따라서 다른 한 근은 $x=16$이다.

대표 기출 12 로그부등식의 풀이

꼭 알고 있을 개념

(1) 밑을 같게 할 수 있는 경우

주어진 부등식을 $\log_a f(x)<\log_a g(x)$ 꼴로 변형한 후

① $a>1$이면 $0<f(x)<g(x)$

② $0<a<1$이면 $f(x)>g(x)>0$

(2) $\log_a x$ 꼴이 반복되는 경우

$\log_a x=t$로 치환하고 t에 대한 부등식을 푼다.

이때 진수의 조건을 반드시 확인한다.

12-1 진수의 조건에서 $x-1>0$

$\therefore x>1$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)>-2$에서

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)>\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}$

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)>\log_{\frac{1}{3}}9$

이때 밑 $\dfrac{1}{3}$은 1보다 작으므로 $x-1<9$

$\therefore x<10$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1<x<10$

따라서 $\alpha=1$, $\beta=10$이므로

$\alpha+\beta=1+10=11$

12-2 진수의 조건에서 $x+2>0$, $x+14>0$

$\therefore x>-2$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>\log_{\frac{1}{4}}(x+14)$에서

$\log_{\left(\frac{1}{2}\right)^2}(x+2)^2 > \log_{\frac{1}{4}}(x+14)$

$\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 > \log_{\frac{1}{4}}(x+14)$

이때 밑 $\frac{1}{4}$은 1보다 작으므로

$(x+2)^2 < x+14$, $x^2+4x+4 < x+14$

$x^2+3x-10<0$, $(x+5)(x-2)<0$

$\therefore -5<x<2$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-2<x<2$

따라서 $\alpha=-2$, $\beta=2$이므로

$\alpha\beta=-2\cdot 2=-4$

12-3 진수의 조건에서 $\log_2 x>0$, $x>0$

$\log_2 x>0$에서 $\log_2 x>\log_2 1$이므로 $x>1$

$\therefore x>1$ ...... ㉠

$\log_{0.5}(\log_2 x) \ge -1$에서

$\log_{0.5}(\log_2 x) \ge \log_{0.5} 0.5^{-1}$

$\log_{0.5}(\log_2 x) \ge \log_{0.5} 2$

이때 밑 0.5는 1보다 작으므로 $\log_2 x \le 2$

$\log_2 x \le 2$에서 $\log_2 x \le \log_2 2^2$

이때 밑 2는 1보다 크므로

$x \le 4$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $1<x\le 4$

따라서 자연수 x는 2, 3, 4로 그 개수는 3이다.

12-4 진수의 조건에서 $8x>0$, $\frac{x}{4}>0$

$\therefore x>0$ ...... ㉠

$(\log_{\frac{1}{2}} 8x)\left(\log_2 \frac{x}{4}\right)>0$에서

$(\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}} 8)(\log_2 x-\log_2 4)>0$

$(\log_{2^{-1}} x+\log_{2^{-1}} 2^3)(\log_2 x-\log_2 2^2)>0$

$(-\log_2 x-3)(\log_2 x-2)>0$

$\log_2 x=t$라 하면 $(-t-3)(t-2)>0$

$(t+3)(t-2)<0$ $\therefore -3<t<2$

즉 $-3<\log_2 x<2$이므로

$\log_2 2^{-3}<\log_2 x<\log_2 2^2$

이때 밑 2는 1보다 크므로 $\frac{1}{8}<x<4$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $\frac{1}{8}<x<4$

따라서 $\alpha=\frac{1}{8}$, $\beta=4$이므로

$\alpha\beta=\frac{1}{8}\cdot 4=\frac{1}{2}$

● 4일차

본문 48~51쪽

13-1 ⑤	13-2 ③	13-3 ④	13-4 ⑤
14-1 ③	14-2 ④	14-3 ④	14-4 ③
15-1 ①	15-2 ③	15-3 ②	15-4 ③
16-1 ①	16-2 ③	16-3 ①	16-4 ②

대표 기출 13 각과 동경의 위치

꼭 알고 있을 개념

(1) 동경의 위치

$\theta=360^\circ\times n+\alpha^\circ$ (n은 정수, $0^\circ\le\alpha^\circ<360^\circ$)이면 각 α°를 나타내는 동경과 각 θ를 나타내는 동경이 일치한다.

(2) 호도법과 육십분법 사이의 관계

1(라디안)$=\frac{180^\circ}{\pi}$, $1^\circ=\frac{\pi}{180}$ (라디안)

13-1 ① $-480^\circ=360^\circ\times(-2)+240^\circ$이므로 제3사분면의 각이다.

② $\frac{10}{3}\pi=2\pi\times 1+\frac{4}{3}\pi$이고

$\frac{4}{3}\pi=\frac{4}{3}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=240^\circ$이므로 제3사분면의 각이다.

③ $-\frac{2}{3}\pi=2\pi\times(-1)+\frac{4}{3}\pi$이고

$\frac{4}{3}\pi=\frac{4}{3}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=240^\circ$이므로 제3사분면의 각이다.

④ 제3사분면의 각이다.

⑤ $2n\pi+\frac{7}{4}\pi$ (n은 정수)에서

$\frac{7}{4}\pi=\frac{7}{4}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=315^\circ$이므로 제4사분면의 각이다.

따라서 각을 나타내는 동경이 나머지 넷과 다른 사분면에 속하는 것은 ⑤이다.

13-2 각 θ를 나타내는 동경과 각 5θ를 나타내는 동경이 일치하므로

$5\theta-\theta=2n\pi$ (n은 정수)

$4\theta=2n\pi$ $\therefore \theta=\frac{n}{2}\pi$ ...... ㉠

$0<\theta<\pi$이므로 $0<\frac{n}{2}\pi<\pi$

$\therefore 0<n<2$

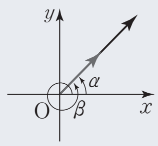
이때 n은 정수이므로 $n=1$

$n=1$을 ㉠에 대입하면 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$

Lecture **두 동경이 일치할 조건**

두 각 α, β를 나타내는 동경이 일치하면

$\beta-\alpha=2n\pi$ (n은 정수)



13-3 각 θ를 나타내는 동경과 각 5θ를 나타내는 동경이 원점에 대하여 대칭이므로

$5\theta-\theta=(2n+1)\pi$ (n은 정수)

$4\theta=(2n+1)\pi \qquad \therefore\ \theta=\dfrac{2n+1}{4}\pi \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$이므로 $0<\dfrac{2n+1}{4}\pi<\dfrac{\pi}{2}$

$0<2n+1<2 \qquad \therefore\ -\dfrac{1}{2}<n<\dfrac{1}{2}$

이때 n은 정수이므로 $n=0$

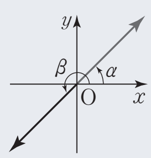
$n=0$을 ㉠에 대입하면 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$

$\therefore\ \sin\theta=\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Lecture **두 동경이 원점에 대하여 대칭일 조건**

두 각 α, β를 나타내는 동경이 원점에 대하여 대칭이면

$\beta-\alpha=(2n+1)\pi$ (n은 정수)



13-4 각 4θ를 나타내는 동경과 각 2θ를 나타내는 동경이 x축에 대하여 대칭이므로

$4\theta+2\theta=2n\pi$ (n은 정수)

$6\theta=2n\pi \qquad \therefore\ \theta=\dfrac{n}{3}\pi \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}$이므로 $0\le\dfrac{n}{3}\pi\le\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore\ 0\le n\le\dfrac{3}{2}$

이때 n은 정수이므로 $n=0$ 또는 $n=1$

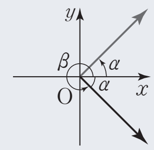
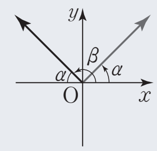
이것을 ㉠에 각각 대입하면

$\theta=0$ 또는 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore\ \cos 0+\cos\dfrac{\pi}{3}=1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$

Lecture **두 동경이 x축, y축에 대하여 대칭일 조건**

두 각 α, β를 나타내는 동경이 다음과 같이 좌표축에 대하여 대칭일 때

x축에 대하여 대칭	y축에 대하여 대칭
	
$\alpha+\beta=2n\pi$ (n은 정수)	$\alpha+\beta=(2n+1)\pi$ (n은 정수)

대표 기출 14 부채꼴의 호의 길이와 넓이

꼭 알고 있을 개념

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ(라디안)인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

(1) $l=r\theta$

(2) $S=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}rl$

14-1 부채꼴의 반지름의 길이를 r라 하면 부채꼴의 호의 길이가 π이므로 $r\cdot\dfrac{2}{3}\pi=\pi \qquad \therefore\ r=\dfrac{3}{2}$

따라서 부채꼴의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{2}\cdot\pi=\dfrac{3}{4}\pi$

14-2 부채꼴의 넓이가 6π이므로

$\dfrac{1}{2}r\cdot 4\pi=6\pi \qquad \therefore\ r=3$

부채꼴의 호의 길이가 4π이므로

$3\theta=4\pi \qquad \therefore\ \theta=\dfrac{4}{3}\pi$

$\therefore\ \dfrac{\theta}{r}=\theta\div r=\dfrac{4}{3}\pi\div 3=\dfrac{4}{3}\pi\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{9}\pi$

14-3 부채꼴의 중심각의 크기를 θ라 하면 부채꼴의 호의 길이는 4θ

즉 부채꼴의 둘레의 길이는 $2\cdot4+4\theta=16$이므로
$4\theta=8$ $\quad\therefore\ \theta=2$

오답 피하기

반지름의 길이가 r이고 호의 길이가 l인 부채꼴의 둘레의 길이는 $2r+l$임에 주의한다.

14-4 ① $S=\frac{1}{2}\cdot6\cdot2=6$

② $l=6\theta=4\pi$이므로 $\theta=\frac{2}{3}\pi=120^\circ$

③ $S=\frac{1}{2}\cdot6^2\cdot\theta=\pi$이므로 $\theta=\frac{\pi}{18}=10^\circ$

④ $\theta=30^\circ=\frac{\pi}{6}$이므로 $l=6\cdot\frac{\pi}{6}=\pi$

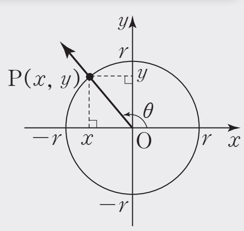
⑤ $S=\frac{1}{2}\cdot6^2\cdot\frac{1}{2}=9$

따라서 옳은 것은 ③이다.

대표 기출 15 삼각함수의 뜻

꼭 알고 있을 개념

좌표평면에서 일반각 θ를 나타내는 동경과 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원의 교점을 $P(x, y)$라 하면



(1) $r=\overline{OP}=\sqrt{x^2+y^2}$

(2) $\sin\theta=\frac{y}{r}$, $\cos\theta=\frac{x}{r}$, $\tan\theta=\frac{y}{x}\ (x\neq0)$

15-1 $\overline{OP}=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=5$이므로

$\cos\theta=\frac{-4}{5}=-\frac{4}{5}$

15-2 $\overline{OP}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$이므로

$\sin\alpha=\frac{1}{2}$

$\overline{OQ}=\sqrt{(-1)^2+(-\sqrt{3})^2}=2$이므로

$\cos\beta=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ \sin\alpha+\cos\beta=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)=0$

15-3 $x-2y-6=0$, $x+y=0$을 연립하여 풀면

$x=2$, $y=-2$ $\quad\therefore\ P(2, -2)$

$\overline{OP}=\sqrt{2^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}$이므로

$\sin\theta=\frac{-2}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\theta=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan\theta=\frac{-2}{2}=-1$

$$\begin{aligned}\therefore\ \sin\theta\cos\theta+\tan\theta&=-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+(-1)\\&=-\frac{1}{2}+(-1)\\&=-\frac{3}{2}\end{aligned}$$

15-4 각 θ가 제3사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

③ $\sin\theta\cos\theta>0$

④ $\sin\theta\tan\theta<0$

⑤ $\cos\theta\tan\theta<0$

따라서 값의 부호가 양수인 것은 ③이다.

대표 기출 16 삼각함수 사이의 관계

꼭 알고 있을 개념

(1) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

16-1 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$

이때 각 θ가 제3사분면의 각이므로 $\cos\theta<0$

$\therefore\ \cos\theta=-\sqrt{\frac{144}{169}}=-\frac{12}{13}$

16-2 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

이때 $\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$, 즉 각 θ가 제4사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$

$\therefore \sin\theta=-\sqrt{\frac{1}{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=-1$

$\therefore \tan\theta-\sqrt{2}\sin\theta=-1-\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=-1-(-1)$

$=0$

16-3 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{3}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{9}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$ $\qquad\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{4}{9}$

$\therefore \frac{\cos\theta}{\sin\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$=\frac{1}{-\frac{4}{9}}$

$=-\frac{9}{4}$

쌍둥이 문제

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$

④ 2 ⑤ $\frac{8}{3}$

[풀이]

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$ $\qquad\therefore \sin\theta\cos\theta=\frac{3}{8}$

$\therefore \tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$=\frac{1}{\frac{3}{8}}=\frac{8}{3}$

답 ⑤

16-4 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$, $\sin\theta\cos\theta=\frac{k}{2}$

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}$

즉 $\frac{k}{2}=-\frac{3}{8}$이므로 $k=-\frac{3}{4}$

5일차

본문 52~55쪽

17-1 ③	17-2 ④		
18-1 ③	18-2 ①	18-3 ②	18-4 ①
19-1 ④	19-2 ④		
20-1 ⑤	20-2 ②	20-3 ④	

대표 기출 17 삼각함수의 그래프의 성질

꼭 알고 있을 개념

삼각함수	최댓값	최솟값	주기
$y=a\sin(bx+c)+d$	$\lvert a\rvert+d$	$-\lvert a\rvert+d$	$\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}$
$y=a\cos(bx+c)+d$	$\lvert a\rvert+d$	$-\lvert a\rvert+d$	$\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}$
$y=a\tan(bx+c)+d$	없다.	없다.	$\frac{\pi}{\lvert b\rvert}$

17-1 각각의 함수의 주기를 구하면 다음과 같다.

① $\frac{\pi}{\lvert\sqrt{2}\pi\rvert}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{2\pi}{\lvert 4\rvert}=\frac{\pi}{2}$

③ $\frac{2\pi}{\lvert\pi\rvert}=2$ ④ $\frac{2\pi}{\left\lvert\frac{\pi}{2}\right\rvert}=4$

⑤ $\frac{2\pi}{\lvert\sqrt{2}\pi\rvert}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

따라서 $f(x)=f(x-2)$를 만족시키는 함수는 ③이다.

Lecture 주기함수

① 함수 f에서 정의역에 속하는 모든 x에 대하여

$$f(x+k)=f(x)$$

를 만족시키는 0이 아닌 상수 k가 존재할 때, 함수 f를 주기함수라 하고, k의 값 중에서 최소인 양수를 주기라 한다.

② 주기가 k인 함수 $f(x)$

⇨ $f(x)=f(x+k)=f(x+2k)=f(x+3k)=\cdots$

⇨ $f(x)=f(x+nk)$ (단, n은 정수)

쌍둥이 문제

다음 함수 중 모든 실수 x에 대하여 $f(x+\sqrt{2})=f(x)$를 만족시키는 것은?

① $f(x)=\tan 2\pi x-\sqrt{2}$

② $f(x)=3\cos\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi x$

③ $f(x)=\sqrt{2}\sin\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi x$

④ $f(x)=-\sin\sqrt{2}\pi x$

⑤ $f(x)=\cos\pi x+\sqrt{2}$

[풀이]

각각의 함수의 주기를 구하면 다음과 같다.

① $\dfrac{\pi}{|2\pi|}=\dfrac{1}{2}$

②, ③ $\dfrac{2\pi}{\left|\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi\right|}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

④ $\dfrac{2\pi}{|\sqrt{2}\pi|}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

⑤ $\dfrac{2\pi}{|\pi|}=2$

따라서 $f(x+\sqrt{2})=f(x)$를 만족시키는 함수는 ④이다.

답 ④

17-2 ㄱ. 주기는 $\dfrac{\pi}{\left|\dfrac{1}{2}\right|}=2\pi$이다.

ㄴ. 최솟값은 없다.

ㄷ. $\dfrac{x}{2}=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$에서 $x=2n\pi+\pi$

즉 점근선의 방정식은 $x=2n\pi+\pi$ (n은 정수)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

대표 기출 18 일반각에 대한 삼각함수의 성질

꼭 알고 있을 개념

(1) $2n\pi+\theta$ (n은 정수)의 삼각함수

$\sin(2n\pi+\theta)=\sin\theta$

$\cos(2n\pi+\theta)=\cos\theta$

$\tan(2n\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $-\theta$의 삼각함수

$\sin(-\theta)=-\sin\theta$

$\cos(-\theta)=\cos\theta$

$\tan(-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\pi\pm\theta$의 삼각함수

$\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$, $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$

$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$, $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

$\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$, $\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$

(4) $\dfrac{\pi}{2}\pm\theta$의 삼각함수

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$, $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$, $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=-\dfrac{1}{\tan\theta}$, $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\dfrac{1}{\tan\theta}$

18-1 $\sin 120^\circ=\sin(180^\circ-60^\circ)=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 225^\circ=\tan(180^\circ+45^\circ)=\tan 45^\circ=1$

$\cos\dfrac{5}{6}\pi=\cos\left(\pi-\dfrac{\pi}{6}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1-\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=1+\sqrt{3}$

18-2 $\sin\dfrac{7}{2}\pi=\sin\left(4\pi-\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=-\sin\dfrac{\pi}{2}=-1$

$\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$

$\tan\dfrac{5}{6}\pi=\tan\left(\pi-\dfrac{\pi}{6}\right)=-\tan\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ (주어진 식)$=-1\cdot\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=-\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$=-1$

18-3 $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

$\tan(-\theta)=-\tan\theta$

이때 $2x-5y+10=0$에서 $y=\frac{2}{5}x+2$이므로

$\tan\theta=\frac{2}{5}$

$\therefore$ (주어진 식) $=-\sin\theta+\sin\theta+(-\tan\theta)$

$=-\tan\theta$

$=-\frac{2}{5}$

Lecture 직선의 기울기

직선 $y=ax+b\ (a\neq0)$가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하면

(기울기) $=\tan\theta=a$

18-4 $\sin\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right)=-\cos\theta$, $\cos(2\pi-\theta)=\cos\theta$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$

$\therefore$ (주어진 식)

$=-\cos\theta+\cos\theta+\cos\theta+(-\sin\theta)$

$=\cos\theta-\sin\theta$

대표 기출 19 삼각함수의 미정계수의 결정

꼭 알고 있을 개념

함수 $y=a\sin(bx+c)+d$ 또는

$y=a\cos(bx+c)+d$의 그래프에서

(1) a, d의 값은 최댓값 또는 최솟값을 결정한다.

⇨ 최댓값: $|a|+d$, 최솟값: $-|a|+d$

(2) b의 값은 주기를 결정한다. ⇨ 주기: $\frac{2\pi}{|b|}$

(3) b, c, d의 값은 평행이동을 결정한다.

⇨ $y=a\sin b\left(x+\frac{c}{b}\right)+d$이므로 함수 $y=a\sin bx$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{c}{b}$만큼, y축의 방향으로 d만큼 평행이동

19-1 주어진 그래프에서 함수의 최댓값이 2, 최솟값이 -2이므로 $|a|=2$

이때 $a>0$이므로 $a=2$

주기는 $\frac{5}{4}\pi-\frac{\pi}{4}=\pi$이므로

$\frac{2\pi}{|b|}=\pi$에서 $|b|=2$

이때 $b>0$이므로 $b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

쌍둥이 문제

함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{b}+c$의 주기가 6π, 최댓값이 5, 최솟값이 -3일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+bc$의 값은? (단, $a>0$, $b>0$)

① -7 ② -3 ③ 0

④ 3 ⑤ 7

[풀이]

함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{b}+c$의 주기가 6π이므로

$\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{b}\right|}=6\pi$, $\left|\frac{1}{b}\right|=\frac{1}{3}$

이때 $b>0$이므로 $b=3$

$a>0$이고 최댓값이 5이므로

$a+c=5$ …… ㉠

또 최솟값이 -3이므로

$-a+c=-3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=4$, $c=1$

$\therefore a+bc=4+3\cdot1=7$

답 ⑤

19-2 주어진 그래프에서 함수의 최댓값이 2, 최솟값이 -2이므로 $|a|=2$

이때 $a>0$이므로 $a=2$

주기는 $\frac{3}{4}\pi-\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\pi$이므로

$\frac{2\pi}{|b|}=\pi$에서 $|b|=2$

이때 $b>0$이므로 $b=2$

또 $0\le c\le\pi$에서 주어진 그래프는 함수 $y=2\sin2x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{4}$만큼 평행이동한 것이므로

$f(x)=2\sin2\left\{x-\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right\}=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\frac{\pi}{3}$

$=2\cdot\frac{1}{2}=1$

대표 기출 20 삼각함수를 포함한 방정식과 부등식

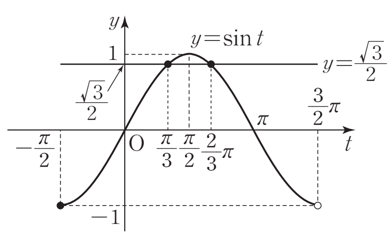
꼭 알고 있을 개념

(1) 방정식 $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$의 해는 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$의 교점의 x좌표이다.

(2) 부등식 $\cos x<\frac{1}{2}$의 해는 함수 $y=\cos x$의 그래프가 직선 $y=\frac{1}{2}$보다 아래쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이다.

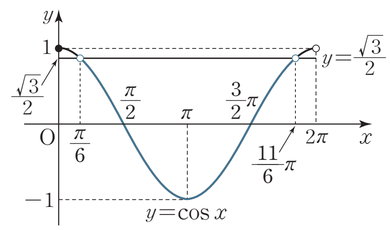
20-1 $\cos^2 x=1-\sin^2 x$이므로
$(1-\sin^2 x)-\sin x-1=0$, $\sin^2 x+\sin x=0$
$\sin x(\sin x+1)=0$
이때 $0\le x<2\pi$에서 $-1\le \sin x\le 1$이므로
$\sin x=0$ 또는 $\sin x=-1$
(i) $\sin x=0$일 때, $x=0$ 또는 $x=\pi$
(ii) $\sin x=-1$일 때, $x=\frac{3}{2}\pi$
따라서 모든 해의 합은
$0+\pi+\frac{3}{2}\pi=\frac{5}{2}\pi$

20-2 $2x-\frac{\pi}{2}=t$라 하면 $0\le x<\pi$에서
$0\le 2x<2\pi$, $-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{2}<\frac{3}{2}\pi$
$\therefore -\frac{\pi}{2}\le t<\frac{3}{2}\pi$
$\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\sin t=\frac{\sqrt{3}}{2}$
이때 $-\frac{\pi}{2}\le t<\frac{3}{2}\pi$에서 함수 $y=\sin t$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$의 교점은 다음 그림과 같으므로
$t=\frac{\pi}{3}$ 또는 $t=\frac{2}{3}\pi$



즉 $2x-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{3}$ 또는 $2x-\frac{\pi}{2}=\frac{2}{3}\pi$이므로
$x=\frac{5}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{7}{12}\pi$
따라서 모든 해의 합은 $\frac{5}{12}\pi+\frac{7}{12}\pi=\pi$

20-3 $2\cos x-\sqrt{3}<0$에서 $\cos x<\frac{\sqrt{3}}{2}$
$0\le x<2\pi$일 때, 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$은 다음 그림과 같으므로 주어진 부등식의 해는 $\frac{\pi}{6}<x<\frac{11}{6}\pi$



즉 $a=\frac{\pi}{6}$, $b=\frac{11}{6}\pi$이므로
$$\frac{b}{a}=\frac{\frac{11}{6}\pi}{\frac{\pi}{6}}=11$$

● 6일차 (본문 56~59쪽)

21-1 ①	21-2 ⑤	21-3 ④	21-4 ④
22-1 ①	22-2 ②	22-3 ②	
23-1 2	23-2 ⑤	23-3 ②	23-4 ④
24-1 ②	24-2 ④	24-3 ③	24-4 ⑤

대표 기출 21 사인법칙

꼭 알고 있을 개념

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면
$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

21-1 $B=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$
삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여
$2R=\frac{2}{\sin 30^\circ}=4$ $\quad\therefore R=2$
따라서 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 2이다.

21-2 $B=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$

사인법칙에 의하여

$\frac{b}{\sin B}=2\cdot 2$에서 $\frac{b}{\sin 45^\circ}=4$

$\therefore b=4\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

$\frac{c}{\sin C}=2\cdot 2$에서 $\frac{c}{\sin 60^\circ}=4$

$\therefore c=4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\therefore bc=2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3}=4\sqrt{6}$

21-3 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}:\overset{\frown}{\mathrm{CA}}=3:4:5$에서

$C:A:B=3:4:5$이므로

$C=180^\circ\cdot\frac{3}{12}=45^\circ$

이때 사인법칙에 의하여 $\frac{c}{\sin C}=2\cdot 4$

$\frac{c}{\sin 45^\circ}=8$

$\therefore c=8\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

21-4 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

위의 식을 주어진 등식에 대입하면

$\left(\frac{a}{2R}\right)^2=\left(\frac{b}{2R}\right)^2-\left(\frac{c}{2R}\right)^2$

$a^2=b^2-c^2$

$\therefore a^2+c^2=b^2$

따라서 △ABC는 $B=90^\circ$인 직각삼각형이다.

대표 기출 22 코사인법칙

꼭 알고 있을 개념

삼각형 ABC에서

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

22-1 코사인법칙에 의하여

$c^2=(\sqrt{3})^2+4^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot 4\cdot\cos 30^\circ$

$=3+16-12=7$

$\therefore c=\sqrt{7}$ ($\because c>0$)

22-2 코사인법칙에 의하여

$b^2=1^2+6^2-2\cdot 1\cdot 6\cdot\cos 60^\circ$

$=1+36-6=31$

$\therefore b=\sqrt{31}$ ($\because b>0$)

22-3 삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$b^2=2^2+3^2-2\cdot 2\cdot 3\cdot\cos 120^\circ$

$=4+9+6=19$

$\therefore b=\sqrt{19}$ ($\because b>0$)

사각형 ABCP에서 원에 내접하는 사각형의 대각의 크기의 합은 180°이므로

$P=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

삼각형 ACP에서 코사인법칙에 의하여

$(\sqrt{19})^2=x^2+y^2-2xy\cos 60^\circ$

$19=x^2+y^2-xy=(x+y)^2-3xy$

$\therefore xy=\frac{(x+y)^2-19}{3}=\frac{8^2-19}{3}=15$

대표 기출 23 코사인법칙과 각의 크기

꼭 알고 있을 개념

삼각형 ABC에서

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

23-1 코사인법칙에 의하여

$\cos C=\frac{7^2+8^2-9^2}{2\cdot 7\cdot 8}=\frac{2}{7}$이므로

$7\cos C=7\cdot\frac{2}{7}=2$

23-2 $\dfrac{\sin A}{2}=\dfrac{\sin B}{3}=\dfrac{\sin C}{2}=k\ (k\neq0)$로 놓으면

$\sin A=2k,\ \sin B=3k,\ \sin C=2k$

$$\begin{aligned}\therefore a:b:c&=\sin A:\sin B:\sin C\\&=2k:3k:2k\\&=2:3:2\end{aligned}$$

따라서 $a=2l,\ b=3l,\ c=2l\ (l>0)$이라 하면

$\cos C=\dfrac{(2l)^2+(3l)^2-(2l)^2}{2\cdot2l\cdot3l}=\dfrac{3}{4}$

23-3 $12\sin A=15\sin B=20\sin C=k\ (k\neq0)$로 놓으면

$\sin A=\dfrac{k}{12},\ \sin B=\dfrac{k}{15},\ \sin C=\dfrac{k}{20}$

$$\begin{aligned}\therefore a:b:c&=\sin A:\sin B:\sin C\\&=\frac{k}{12}:\frac{k}{15}:\frac{k}{20}\\&=5:4:3\end{aligned}$$

따라서 $a=5l,\ b=4l,\ c=3l\ (l>0)$이라 하면

$\cos A=\dfrac{(4l)^2+(3l)^2-(5l)^2}{2\cdot4l\cdot3l}=0$

23-4 코사인법칙에 의하여

$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca},\ \cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

위의 식을 주어진 등식에 대입하면

$a\cdot\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}-b\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-c$

$c^2+a^2-b^2-(b^2+c^2-a^2)=-2c^2$

$2a^2-2b^2+2c^2=0$

$\therefore b^2=a^2+c^2$

따라서 $\triangle$ABC는 $B=90^\circ$인 직각삼각형이다.

대표 기출 24 삼각형의 넓이

꼭 알고 있을 개념

삼각형 ABC의 넓이를 S, 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

(1) $S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}ab\sin C$

(2) $S=\dfrac{abc}{4R}=2R^2\sin A\sin B\sin C$

24-1
$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABC}&=\frac{1}{2}\cdot4\cdot3\cdot\sin60^\circ\\&=\frac{1}{2}\cdot4\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=3\sqrt{3}\end{aligned}$$

24-2 코사인법칙에 의하여

$\cos A=\dfrac{7^2+6^2-8^2}{2\cdot7\cdot6}=\dfrac{1}{4}$이므로

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{ABC}&=\frac{1}{2}\cdot7\cdot6\cdot\sin A\\&=\frac{1}{2}\cdot7\cdot6\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}\\&=\frac{21\sqrt{15}}{4}\end{aligned}$$

24-3 평행사변형에서 대각의 크기는 서로 같으므로

$A=120^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{ABD}&=\frac{1}{2}\cdot4\cdot6\cdot\sin120^\circ\\&=\frac{1}{2}\cdot4\cdot6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=6\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 평행사변형 ABCD의 넓이는

$2\triangle\mathrm{ABD}=2\cdot6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

24-4 코사인법칙에 의하여

$7^2=b^2+c^2-2bc\cos60^\circ$

$49=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc$

이때 $b+c=13$이므로

$49=13^2-3bc\qquad\therefore bc=40$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{ABC}&=\frac{1}{2}\cdot bc\cdot\sin60^\circ\\&=\frac{1}{2}\cdot40\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=10\sqrt{3}\end{aligned}$$

2주 전

학교시험에 나오는 창의융합, 코딩 서술형 기출 문제

● 1일차 본문 62~63쪽

1-1 2	1-2 6
2-1 -2	2-2 2

1-1 문제 제대로 읽기

$\sqrt[3]{-512}$의 세제곱근 중 실수인 것을 a라 하고 $2-a$의 네제곱근 중 양수인 것을 b라 할 때, $\left(\frac{a}{b}\right)^2$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

조건 질문의 핵심

$\sqrt[3]{-512}=\sqrt[3]{(-8)^3}=-8$
-8의 세제곱근 중 실수인 것은
$\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$이므로 $a=-2$
❶ 2점

$2-a=2-(-2)=4$
4의 네제곱근 중 양수인 것은
$\sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{2^2}=\sqrt{2}$이므로 $b=\sqrt{2}$
❷ 2점

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^2=\left(\frac{-2}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{(-2)^2}{(\sqrt{2})^2}=\frac{4}{2}=2$
❸ 2점

Lecture n제곱근

n이 2 이상의 정수일 때, 실수 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a},\ -\sqrt[n]{a}$	0	없다.

1-2 문제 제대로 읽기

두 집합 $A=\{2, 3, 4, 5\}$, $B=\{b\,|\,b=a-5, a\in A\}$에 대하여 $a\in A$, $b\in B$일 때, 집합

$$C=\{x\,|\,x=\sqrt[a]{b},\ x\text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 질문의 핵심

$B=\{-3, -2, -1, 0\}$이므로
❶ 1점

(i) $a=2$일 때, $\sqrt{-3}$, $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-1}$은 실수가 아니고 $\sqrt{0}=0$은 실수이다.
(ii) $a=3$일 때, $\sqrt[3]{-3}$, $\sqrt[3]{-2}$, $\sqrt[3]{-1}=-1$, $\sqrt[3]{0}=0$은 모두 실수이다.
(iii) $a=4$일 때, $\sqrt[4]{-3}$, $\sqrt[4]{-2}$, $\sqrt[4]{-1}$은 실수가 아니고 $\sqrt[4]{0}=0$은 실수이다.
(iv) $a=5$일 때, $\sqrt[5]{-3}$, $\sqrt[5]{-2}$, $\sqrt[5]{-1}=-1$, $\sqrt[5]{0}=0$은 모두 실수이다.
(i)~(iv)에서
$C=\{-1, 0, \sqrt[3]{-3}, \sqrt[3]{-2}, \sqrt[5]{-3}, \sqrt[5]{-2}\}$
❷ 5점

따라서 집합 C의 원소의 개수는 6이다.
❸ 1점

오답 피하기

$a=2, 3, 4, 5$일 때, 모두 0이 실수이지만 집합의 원소는 중복되는 것은 하나로 본다.

2-1 문제 제대로 읽기

다음 식의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]

질문의 핵심

$$\log\left(1-\frac{1}{2}\right)+\log\left(1-\frac{1}{3}\right)+\log\left(1-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\log\left(1-\frac{1}{100}\right)$$

조건

$$\log\left(1-\frac{1}{2}\right)+\log\left(1-\frac{1}{3}\right)+\log\left(1-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\log\left(1-\frac{1}{100}\right)$$
$$=\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\cdots+\log\frac{99}{100}$$
$$=\log\left(\frac{1}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{99}}{100}\right)$$
$$=\log\frac{1}{100}$$
❶ 4점

$=\log 10^{-2}=-2$
❷ 2점

2-2 문제 제대로 읽기

함수 $f(x)=\log_a\left(1+\dfrac{1}{x+3}\right)$에 대하여

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(60)=4$ 조건

일 때, 상수 a의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. 질문의 핵심

[7점]

로그의 밑의 조건에서 $a>0$, $a\neq1$

❶ 2점

$f(x)=\log_a\left(1+\dfrac{1}{x+3}\right)=\log_a\dfrac{x+4}{x+3}$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(60)$

$=\log_a\dfrac{5}{4}+\log_a\dfrac{6}{5}+\log_a\dfrac{7}{6}+\cdots+\log_a\dfrac{64}{63}$

$=\log_a\left(\dfrac{\cancel{5}}{4}\times\dfrac{\cancel{6}}{\cancel{5}}\times\dfrac{\cancel{7}}{\cancel{6}}\times\cdots\times\dfrac{64}{\cancel{63}}\right)$

$=\log_a\dfrac{64}{4}=\log_a 16$

❷ 3점

즉 $\log_a 16=4$이므로 $a^4=16=2^4$

$\therefore a=2$ ($\because a>0$)

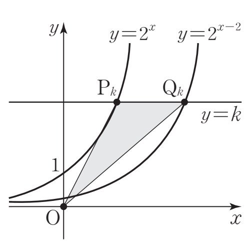
❸ 2점

● 2일차 본문 64~65쪽

3-1 22	3-2 $\dfrac{7}{2}$
4-1 $k\leq2\sqrt{3}$	4-2 $0\leq a\leq8$

3-1 문제 제대로 읽기

오른쪽 그림과 같이 두 함수 $y=2^x$, $y=2^{x-2}$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점을 각각 P_k, Q_k라 하자. $\triangle\mathrm{OQ}_k\mathrm{P}_k$의 넓이를 S_k 조건 라 할 때, $S_1+S_4+S_7+S_{10}$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. 질문의 핵심 (단, k는 자연수이고, O는 원점이다.) [6점]



점 P_k의 좌표를 $(a, 2^a)$이라 하면 점 Q_k와 점 P_k는 y좌표가 같으므로 점 Q_k의 y좌표는 2^a이다.

점 Q_k는 함수 $y=2^{x-2}$의 그래프 위의 점이므로

$2^a=2^{x-2}$에서 $a=x-2$

$\therefore x=a+2$

즉 점 Q_k의 좌표가 $(a+2, 2^a)$이므로

$\overline{\mathrm{P}_k\mathrm{Q}_k}=(a+2)-a=2$

❶ 3점

따라서 $\overline{\mathrm{P}_k\mathrm{Q}_k}$의 길이는 k의 값에 관계없이 항상 2이므로

$S_k=\dfrac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{P}_k\mathrm{Q}_k}\cdot k=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot k=k$

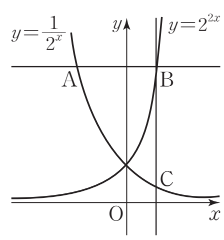
❷ 2점

$\therefore S_1+S_4+S_7+S_{10}=1+4+7+10=22$

❸ 1점

3-2 문제 제대로 읽기

오른쪽 그림과 같이 함수 $y=\dfrac{1}{2^x}$의 그래프 위의 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=2^{2x}$의 그래프와 만나는 점을 B라 하고, 점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 함수 $y=\dfrac{1}{2^x}$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=3$ 조건 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이를 구하고, 질문의 핵심 풀이 과정을 쓰시오. (단, 점 A는 제2사분면 위에 있다.) [7점]



점 A의 좌표를 $\left(a, \dfrac{1}{2^a}\right)$ $(a<0)$이라 하면 점 A와 점 B는 y좌표가 같으므로 점 B의 y좌표는 $\dfrac{1}{2^a}$이다.

점 B는 함수 $y=2^{2x}$의 그래프 위의 점이므로

$\dfrac{1}{2^a}=2^{2x}$에서 $2^{-a}=2^{2x}$

$2x=-a \qquad \therefore x=-\dfrac{a}{2}$

$\therefore \mathrm{B}\left(-\dfrac{a}{2}, \dfrac{1}{2^a}\right)$

또 점 B와 점 C는 x좌표가 같으므로 점 C의 x좌표는 $-\dfrac{a}{2}$이다. 점 C는 함수 $y=\dfrac{1}{2^x}$의 그래프 위의 점이므로

$y=\dfrac{1}{2^{-\frac{a}{2}}}=2^{\frac{a}{2}}$

$\therefore \mathrm{C}\left(-\dfrac{a}{2}, 2^{\frac{a}{2}}\right)$

❶ 3점

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=3$이므로 $-\frac{a}{2}-a=3$ $\quad\therefore a=-2$

❷ 2점

따라서 $\mathrm{B}(1, 4)$, $\mathrm{C}\left(1, \frac{1}{2}\right)$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

❸ 2점

4-1 문제 제대로 읽기

모든 실수 x에 대하여 부등식 $4^x-k\cdot 2^x+3\geq 0$이 성립할 때, 실수 k의 값의 범위를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 질문의 핵심

$4^x-k\cdot 2^x+3\geq 0$에서 $(2^x)^2-k\cdot 2^x+3\geq 0$

$2^x=t$ $(t>0)$라 하면 $t^2-kt+3\geq 0$

$\left(t-\frac{k}{2}\right)^2+3-\frac{k^2}{4}\geq 0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

주어진 부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 부등식 ㉠이 $t>0$인 모든 실수 t에 대하여 성립해야 한다.

❶ 1점

$f(t)=\left(t-\frac{k}{2}\right)^2+3-\frac{k^2}{4}$이라 하면

(i) $\frac{k}{2}>0$, 즉 $k>0$일 때

$f(t)$는 $t=\frac{k}{2}$에서 최솟값

$3-\frac{k^2}{4}$을 가지므로

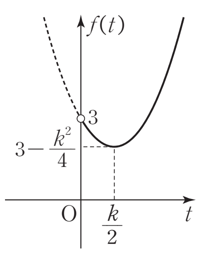
$3-\frac{k^2}{4}\geq 0$, $k^2-12\leq 0$

$(k+2\sqrt{3})(k-2\sqrt{3})\leq 0$

$\therefore -2\sqrt{3}\leq k\leq 2\sqrt{3}$

이때 $k>0$이므로

$0<k\leq 2\sqrt{3}$

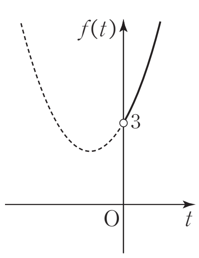


(ii) $\frac{k}{2}\leq 0$, 즉 $k\leq 0$일 때

$t=0$이면 $f(0)=3\geq 0$이므로

$t>0$인 모든 실수 t에 대하여 부등식 ㉠이 성립한다.

$\therefore k\leq 0$



❷ 4점

(i), (ii)에서 $k\leq 2\sqrt{3}$

❸ 2점

4-2 문제 제대로 읽기

모든 실수 x에 대하여 부등식

$4^x-(a-4)2^{x+1}+2a\geq 0$

이 성립할 때, 실수 a의 값의 범위를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 질문의 핵심

$4^x-(a-4)2^{x+1}+2a\geq 0$에서

$(2^x)^2-2(a-4)2^x+2a\geq 0$

$2^x=t$ $(t>0)$라 하면 $t^2-2(a-4)t+2a\geq 0$

$\{t-(a-4)\}^2-a^2+10a-16\geq 0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

주어진 부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 부등식 ㉠이 $t>0$인 모든 실수 t에 대하여 성립해야 한다.

❶ 1점

$f(t)=\{t-(a-4)\}^2-a^2+10a-16$이라 하면

(i) $a-4>0$, 즉 $a>4$일 때

$f(t)$는 $t=a-4$에서 최솟값

$-a^2+10a-16$을 가지므로

$-a^2+10a-16\geq 0$

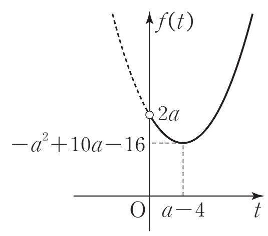
$a^2-10a+16\leq 0$

$(a-2)(a-8)\leq 0$

$\therefore 2\leq a\leq 8$

이때 $a>4$이므로

$4<a\leq 8$

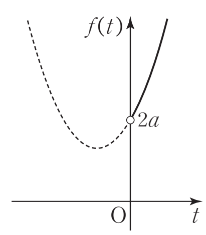


(ii) $a-4\leq 0$, 즉 $a\leq 4$일 때

$t=0$이면 $f(0)=2a\geq 0$이어야 하므로 $a\geq 0$

이때 $a\leq 4$이므로

$0\leq a\leq 4$



❷ 4점

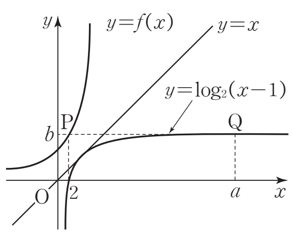
(i), (ii)에서 $0\leq a\leq 8$

❸ 2점

5-1 38	**5-2** $\frac{5}{2}$
6-1 7.4	**6-2** 2

5-1 문제 제대로 읽기

다음 그림과 같이 함수 $y=f(x)$의 그래프는 함수 $y=\log_2(x-1)$의 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다. 두 점 P$(2, b)$, Q(a, b)가 각각 함수 $y=f(x)$, $y=\log_2(x-1)$의 그래프 위의 점일 때, $a+b$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]
조건 질문의 핵심



함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x-1)$의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y=f(x)$, $y=\log_2(x-1)$은 서로 역함수 관계이다.

❶ 2점

점 P$(2, b)$는 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점이므로 점 $(b, 2)$는 함수 $y=\log_2(x-1)$의 그래프 위의 점이다.
즉 $2=\log_2(b-1)$이므로 $b-1=2^2$
$\therefore b=5$
또 점 Q(a, b), 즉 Q$(a, 5)$는 함수 $y=\log_2(x-1)$의 그래프 위의 점이므로 $5=\log_2(a-1)$
$a-1=2^5 \qquad \therefore a=33$

❷ 4점

$\therefore a+b=33+5=38$

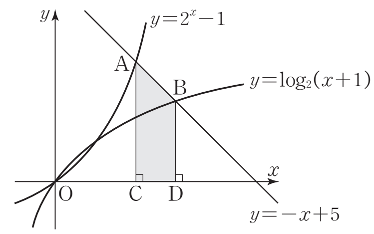
❸ 1점

Lecture 로그함수의 역함수

$a>0$, $a\neq1$일 때, 로그함수 $f(x)=\log_a x$의 역함수를 $g(x)$라 하면
(1) $g(x)=a^x$
(2) $f(p)=q \Longleftrightarrow g(q)=p$

5-2 문제 제대로 읽기

다음 그림과 같이 두 함수 $y=2^x-1$, $y=\log_2(x+1)$의 그래프와 직선 $y=-x+5$의 교점을 각각 A, B라 하고, 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 점 A의 좌표가 $(2, 3)$일 때, □ACDB의 넓이를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]
조건 질문의 핵심



$y=2^x-1$에서 $2^x=y+1$
위의 식의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면
$x=\log_2(y+1)$
x와 y를 서로 바꾸면 $y=\log_2(x+1)$
즉 두 함수 $y=2^x-1$, $y=\log_2(x+1)$은 서로 역함수 관계이므로 두 함수의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

❶ 2점

이때 직선 AB와 직선 $y=x$는 서로 수직이므로 점 A$(2, 3)$의 직선 $y=x$에 대한 대칭점은 점 B이고, 점 B의 좌표는 B$(3, 2)$이다.
$\therefore$ C$(2, 0)$, D$(3, 0)$

❷ 3점

따라서 $\overline{AC}=3$, $\overline{BD}=2$, $\overline{CD}=1$이므로
$\square ACDB=\frac{1}{2}(2+3)\cdot1=\frac{5}{2}$

❸ 2점

6-1 문제 제대로 읽기

어떤 용액의 수소 이온 농도가 x mol/L라 할 때, 이 용액의 산성도를 나타내는 pH는 $\log\frac{1}{x}$이라 한다. 어떤 용액의 수소 이온 농도가 3.98×10^{-8} mol/L일 때, 이 용액의 pH를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오.
조건 질문의 핵심
(단, $\log 3.98=0.6$으로 계산한다.) [6점]

수소 이온 농도가 x mol/L일 때, 이 용액의 산성도는

$\mathrm{pH}=\log\frac{1}{x}$이므로 수소 이온 농도가

3.98×10^{-8} mol/L인 용액의 산성도는

$\mathrm{pH}=\log\frac{1}{3.98\times10^{-8}}$

❶ 2점

$=-\log(3.98\times10^{-8})$

$=-\log 3.98-\log 10^{-8}$

$=-\log 3.98+8$

$=-0.6+8=7.4$

❷ 4점

6-2 문제 제대로 읽기

별의 등급 m과 별의 밝기 I 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$m=C-2.5\log I \text{ (단, } C\text{는 상수)}$$

조건

별의 밝기가 3인 별 A의 별의 등급이 3.5일 때, 별의 밝기가 12인 별 B의 별의 등급을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. (단, $\log 2=0.3$으로 계산한다.) [7점]

조건 질문의 핵심

별 A의 별의 등급이 3.5, 밝기가 3이므로 $m=3.5$, $I=3$을 $m=C-2.5\log I$에 대입하면

$3.5=C-2.5\log 3$

$\therefore C=3.5+2.5\log 3$

❶ 2점

따라서 별 B의 별의 등급은

$m=(3.5+2.5\log 3)-2.5\log 12$

❷ 2점

$=3.5+2.5\log 3-2.5\log(2^2\times3)$

$=3.5+2.5\log 3-2.5(2\log 2+\log 3)$

$=3.5+2.5\log 3-5\log 2-2.5\log 3$

$=3.5-5\log 2$

$=3.5-5\times0.3$

$=3.5-1.5=2$

❸ 3점

● 4일차 본문 68~69쪽

7-1 $\frac{2}{5}\pi$ 또는 $\frac{4}{5}\pi$

7-2 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면

8-1 2

8-2 $a=-\frac{2}{3}$, $\sin^3\theta+\cos^3\theta=-\frac{13}{27}$

7-1 문제 제대로 읽기

$0<\theta<\pi$이고 각 2θ를 나타내는 동경과 각 3θ를 나타내는 동경이 x축에 대하여 대칭일 때, 각 θ의 크기를 모두 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 질문의 핵심

각 2θ를 나타내는 동경과 각 3θ를 나타내는 동경이 x축에 대하여 대칭이므로

$2\theta+3\theta=2n\pi$ (n은 정수)

$5\theta=2n\pi$

$\therefore \theta=\frac{2n}{5}\pi$ …… ㉠

❶ 3점

$0<\theta<\pi$이므로 $0<\frac{2n}{5}\pi<\pi$

$\therefore 0<n<\frac{5}{2}$

이때 n은 정수이므로

$n=1$ 또는 $n=2$

❷ 3점

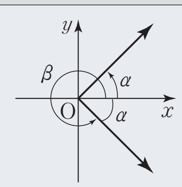
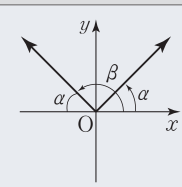
이것을 ㉠에 대입하면

$\theta=\frac{2}{5}\pi$ 또는 $\theta=\frac{4}{5}\pi$

❸ 1점

Lecture 두 동경이 x축, y축에 대하여 대칭일 조건

두 각 α, β를 나타내는 동경이 다음과 같이 좌표축에 대하여 대칭일 때

<table>
<tr><th>x축에 대하여 대칭</th><th>y축에 대하여 대칭</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$\alpha+\beta=2n\pi$
(n은 정수)</td><td>$\alpha+\beta=(2n+1)\pi$
(n은 정수)</td></tr>
</table>

7-2 문제 제대로 읽기

각 θ가 제1사분면의 각일 때, 각 $\frac{\theta}{3}$를 나타내는 동경이 존재할 수 있는 사분면을 모두 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 / 질문의 핵심

각 θ가 제1사분면의 각이므로

$2n\pi<\theta<2n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수)

$\therefore \frac{2n}{3}\pi<\frac{\theta}{3}<\frac{2n}{3}\pi+\frac{\pi}{6}$

❶ 2점

(i) $n=3k$ (k는 정수)일 때

$2k\pi<\frac{\theta}{3}<2k\pi+\frac{\pi}{6}$

즉 $\frac{\theta}{3}$는 제1사분면의 각이다.

(ii) $n=3k+1$ (k는 정수)일 때

$2k\pi+\frac{2}{3}\pi<\frac{\theta}{3}<2k\pi+\frac{5}{6}\pi$

즉 $\frac{\theta}{3}$는 제2사분면의 각이다.

(iii) $n=3k+2$ (k는 정수)일 때

$2k\pi+\frac{4}{3}\pi<\frac{\theta}{3}<2k\pi+\frac{3}{2}\pi$

즉 $\frac{\theta}{3}$는 제3사분면의 각이다.

❷ 4점

(i)~(iii)에서 각 $\frac{\theta}{3}$를 나타내는 동경이 존재할 수 있는 사분면은 제1사분면 또는 제2사분면 또는 제3사분면이다.

❸ 1점

Lecture 사분면의 각

(1) 각 θ가 제1사분면의 각이면

$2n\pi<\theta<2n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n은 정수)

(2) 각 θ가 제2사분면의 각이면

$2n\pi+\frac{\pi}{2}<\theta<2n\pi+\pi$ (n은 정수)

(3) 각 θ가 제3사분면의 각이면

$2n\pi+\pi<\theta<2n\pi+\frac{3}{2}\pi$ (n은 정수)

(4) 각 θ가 제4사분면의 각이면

$2n\pi+\frac{3}{2}\pi<\theta<2n\pi+2\pi$ (n은 정수)

8-1 문제 제대로 읽기

x에 대한 이차방정식 $x^2-2\sqrt{2}x+k=0$의 두 근이 $\frac{1}{\sin\theta}$, $\frac{1}{\cos\theta}$일 때, 상수 k의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. (단, $0°<\theta<90°$) [7점]

조건 / 질문의 핵심

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}=2\sqrt{2}$

$\frac{1}{\sin\theta}\cdot\frac{1}{\cos\theta}=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=k$ ······ ㉠

❶ 1점

이때 $0°<\theta<90°$이므로 $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$

$\therefore \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}>0$, 즉 $k>0$

$\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}=2\sqrt{2}$에서 $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}=2\sqrt{2}$

위의 식에 ㉠을 대입하면 $k(\sin\theta+\cos\theta)=2\sqrt{2}$

위의 식의 양변을 제곱하면

$k^2(\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)=8$

$k^2\left(1+\frac{2}{k}\right)=8$ ($\because$ ㉠, $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$)

❷ 4점

$k^2+2k=8$, $k^2+2k-8=0$

$(k+4)(k-2)=0$ $\quad\therefore k=2$ ($\because k>0$)

❸ 2점

Lecture 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 할 때

(1) $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ (2) $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

8-2 문제 제대로 읽기

x에 대한 이차방정식 $3x^2+x+2a=0$의 두 근이 $\sin\theta$, $\cos\theta$일 때, 실수 a의 값과 $\sin^3\theta+\cos^3\theta$의 값을 각각 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

조건 / 질문의 핵심

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{1}{3}$, $\sin\theta\cos\theta=\frac{2a}{3}$

❶ 1점

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{1}{3}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{9}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$, $2\sin\theta\cos\theta=-\frac{8}{9}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{4}{9}$

즉 $\frac{2a}{3}=-\frac{4}{9}$이므로 $a=-\frac{2}{3}$

❷ 3점

$\therefore \sin^3\theta+\cos^3\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(-\frac{1}{3}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=-\frac{1}{27}-\frac{4}{9}=-\frac{13}{27}$

❸ 3점

Lecture 곱셈 공식의 변형

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$\quad\quad=(a-b)^2+2ab$

(2) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

(3) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

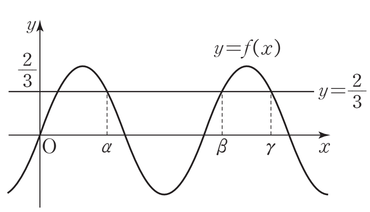
● 5일차 본문 70~71쪽

9-1 $-\frac{2}{3}$	**9-2** 1
10-1 4	**10-2** 26

9-1 문제 제대로 읽기

다음 그림과 같이 함수 $f(x)=\sin x$의 그래프와 직선 $y=\frac{2}{3}$의 교점 중에서 이웃하는 세 점의 x좌표를 차례대로 α, β, γ라 할 때, $f(\alpha+\beta+\gamma)$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]

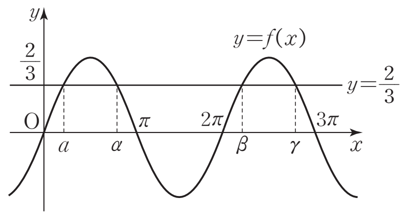
조건 질문의 핵심



$0<x<\frac{\pi}{2}$에서 $\sin x=\frac{2}{3}$를 만족시키는 x의 값을 a라 하면 $\sin a=\frac{2}{3}$

또 다음 그림에서 $a+\gamma=3\pi$, $\alpha+\beta=3\pi$이므로

$a+\alpha+\beta+\gamma=6\pi$



따라서 $\alpha+\beta+\gamma=6\pi-a$이므로

❶ 4점

$f(\alpha+\beta+\gamma)=\sin(\alpha+\beta+\gamma)=\sin(6\pi-a)$

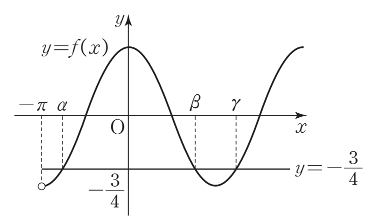
$=-\sin a=-\frac{2}{3}$

❷ 3점

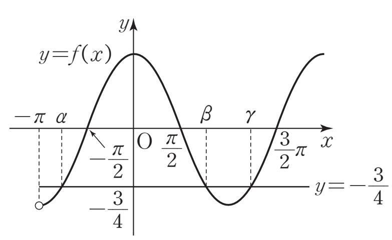
9-2 문제 제대로 읽기

다음 그림과 같이 함수 $f(x)=\cos x$의 그래프와 직선 $y=-\frac{3}{4}$의 교점의 x좌표를 작은 것부터 차례대로 α, β, γ라 할 때, $f(\alpha+2\beta+\gamma)$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. (단, $x>-\pi$) [7점]

조건 질문의 핵심



함수 $y=\cos x$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로 다음 그림에서 $\alpha=-\beta$, $\beta+\gamma=2\pi$



따라서 $\alpha+2\beta+\gamma=-\beta+2\beta+\gamma=\beta+\gamma$이므로

❶ 4점

$\therefore f(\alpha+2\beta+\gamma)=\cos(\alpha+2\beta+\gamma)=\cos(\beta+\gamma)$

$=\cos 2\pi=1$

❷ 3점

10-1 문제 제대로 읽기

함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{b}+c$의 주기가 4π이고 최댓값이 4, 최솟값이 -2일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오.
조건 질문의 핵심

(단, $a>0$, $b>0$) [7점]

주어진 함수의 주기가 4π이고 $b>0$이므로

$\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{b}\right|}=4\pi$, $2b\pi=4\pi$ $\quad\therefore b=2$

❶ 3점

또 $a>0$이고 주어진 함수의 최댓값이 4, 최솟값이 -2이므로 $a+c=4$, $-a+c=-2$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=3$, $c=1$

❷ 3점

$\therefore a+b-c=3+2-1=4$

❸ 1점

10-2 문제 제대로 읽기

함수 $f(x)=a\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{x}{p}\right)+b$의 주기가 2π이고 최솟값이 -5, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{2}$일 때, 상수 a, b, p에 대하여 $a+b+p$의 값을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오.
조건 질문의 핵심

(단, $a>0$, $p>0$) [7점]

주어진 함수의 주기가 2π이고 $p>0$이므로

$\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{p}\right|}=2\pi$, $2p\pi=2\pi$ $\quad\therefore p=1$

$\therefore f(x)=a\cos\left(\frac{3}{2}\pi-x\right)+b$

❶ 3점

또 $a>0$이고 주어진 함수의 최솟값이 -5이므로

$-a+b=-5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이때 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{2}$이므로

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=a\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{\pi}{6}\right)+b$$
$$=-a\sin\frac{\pi}{6}+b$$
$$=-\frac{1}{2}a+b=\frac{5}{2} \quad\cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=15$, $b=10$

❷ 3점

$\therefore a+b+p=15+10+1=26$

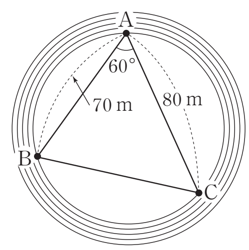
❸ 1점

● 6일차 본문 72~73쪽

11-1 $20\sqrt{19}\pi$ m	**11-2** (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ (3) $6\sqrt{6}$
12-1 (1) 6 (2) $\frac{12\sqrt{2}}{7}$	**12-2** (1) $24\sqrt{3}$ (2) $\frac{24}{5}$

11-1 문제 제대로 읽기

다음 그림과 같이 원 모양인 트랙의 안쪽 경계 위에 세 지점 A, B, C를 잡고 $\overline{AB}=70$ m, $\overline{AC}=80$ m, $\angle BAC=60^\circ$임을 측정하였다. 이때 트랙의 안쪽 둘레의 길이를 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [7점]
조건 조건 질문의 핵심



코사인법칙에 의하여

$\overline{BC}^2=80^2+70^2-2\cdot 80\cdot 70\cos 60^\circ$
$=5700$

$\therefore \overline{BC}=10\sqrt{57}$ (m)

❶ 3점

원 모양인 트랙의 안쪽 둘레, 즉 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$2R=\frac{\overline{BC}}{\sin(\angle BAC)}=\frac{10\sqrt{57}}{\sin 60^\circ}=20\sqrt{19}$

$\therefore R=10\sqrt{19}$ (m)

❷ 3점

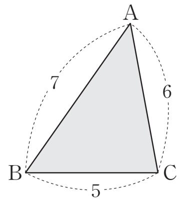
따라서 트랙의 안쪽 둘레의 길이는

$2\pi R=2\pi\cdot 10\sqrt{19}=20\sqrt{19}\pi$ (m)

❸ 1점

11–2 문제 제대로 읽기

오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC에서 $a=5$, $b=6$, $c=7$일 때, 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]
조건



(1) $\cos C$의 값 질문의 핵심

(2) $\sin C$의 값 질문의 핵심

(3) $\triangle$ABC의 넓이 질문의 핵심

(1) 코사인법칙에 의하여

$$\cos C=\frac{5^2+6^2-7^2}{2\cdot5\cdot6}=\frac{1}{5}$$

❶ 2점

(2) $0^\circ<C<180^\circ$이므로 $\sin C>0$

$$\therefore \sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

❷ 2점

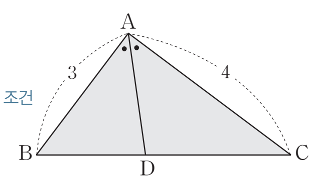
(3) $\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot5\cdot6\cdot\sin C=\frac{1}{2}\cdot5\cdot6\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$=6\sqrt{6}$

❸ 2점

12–1 문제 제대로 읽기

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\overline{\mathrm{AC}}=4$, $A=90^\circ$인 $\triangle$ABC에서 $\angle$A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]
조건



(1) $\triangle$ABC의 넓이 질문의 핵심

(2) $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이 질문의 핵심

(1) $\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot3\cdot4=6$

❶ 2점

(2) $\overline{\mathrm{AD}}=x$라 하면 $\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{ADC}$에서

$6=\frac{1}{2}\cdot3\cdot x\cdot\sin 45^\circ+\frac{1}{2}\cdot4\cdot x\cdot\sin 45^\circ$

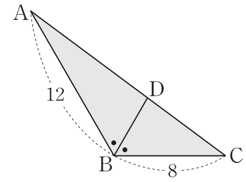
$6=\frac{3\sqrt{2}}{4}x+\sqrt{2}x$, $\frac{7\sqrt{2}}{4}x=6$

$\therefore x=\frac{12\sqrt{2}}{7}$

❷ 4점

12–2 문제 제대로 읽기

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=12$, $\overline{\mathrm{BC}}=8$, $B=120^\circ$인 $\triangle$ABC에서 $\angle$B의 이등분선이 변 AC와 만나는 점을 D라 할 때, 다음을 구하고, 풀이 과정을 쓰시오. [6점]
조건



(1) $\triangle$ABC의 넓이 질문의 핵심

(2) $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이 질문의 핵심

(1) $\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot12\cdot8\cdot\sin 120^\circ$

$=\frac{1}{2}\cdot12\cdot8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=24\sqrt{3}$

❶ 3점

(2) $\overline{\mathrm{BD}}=x$라 하면 $\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{BCD}$에서

$24\sqrt{3}=\frac{1}{2}\cdot12\cdot x\cdot\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\cdot8\cdot x\cdot\sin 60^\circ$

$24\sqrt{3}=3\sqrt{3}x+2\sqrt{3}x$, $5\sqrt{3}x=24\sqrt{3}$

$\therefore x=\frac{24}{5}$

❷ 3점

1주 전

미리 풀어보는 우리 학교 중간고사

● 1일차 본문 76~79쪽

01 ⑤	02 ②	03 ①	04 ②	05 ③
06 ④	07 ⑤	08 ④	09 ③	10 ③
11 ⑤	12 ③	13 ③	14 ③	15 ④
16 ①	17 ⑤			

[서술형 1] 8
[서술형 2] 55
[서술형 3] 9

01 ① $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$
② $\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$
③ 25의 제곱근은 -5, 5의 2개이다.
④ -1의 세제곱근 중 실수인 것은
$\sqrt[3]{-1}=\sqrt[3]{(-1)^3}=-1$
⑤ -27의 세제곱근 중 실수인 것은
$\sqrt[3]{-27}=\sqrt[3]{(-3)^3}=-3$의 1개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 $9^{\frac{3}{2}}\div27^{\frac{2}{3}}\times3^{-1}=(3^2)^{\frac{3}{2}}\div(3^3)^{\frac{2}{3}}\times3^{-1}$
$=3^3\div3^2\times3^{-1}$
$=3^{3-2+(-1)}$
$=3^0=1$

03 $\log_5 10+2\log_5 2-\log_5 8$
$=\log_5(2\times5)+2\log_5 2-\log_5 2^3$
$=\log_5 2+\log_5 5+2\log_5 2-3\log_5 2$
$=1$

04 $\log_{12}72=\dfrac{\log 72}{\log 12}=\dfrac{\log(2^3\times3^2)}{\log(2^2\times3)}$
$=\dfrac{3\log 2+2\log 3}{2\log 2+\log 3}$
$=\dfrac{3a+2b}{2a+b}$

05 $\log_2 2^2<\log_2 5<\log_2 2^3$이므로 $2<\log_2 5<3$
즉 $\log_2 5$의 정수 부분은 2이므로 $a=2$
또 소수 부분은 $\log_2 5-2$이므로
$b=\log_2 5-2=\log_2 5-\log_2 2^2=\log_2\dfrac{5}{4}$
$\therefore 4(a+2^b)=4\left(2+2^{\log_2\frac{5}{4}}\right)=4\left(2+\dfrac{5}{4}\right)=13$

오답 피하기

$k=2^{\log_2\frac{5}{4}}$이라 하고 양변에 밑이 2인 로그를 취하면
$\log_2 k=\log_2 2^{\log_2\frac{5}{4}}=\log_2\dfrac{5}{4}\times\log_2 2=\log_2\dfrac{5}{4}$
$\therefore k=\dfrac{5}{4}$

Lecture **로그의 정수 부분과 소수 부분**

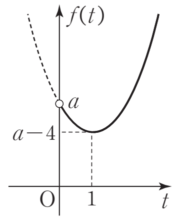
양수 M과 정수 n에 대하여
$a^n\le M<a^{n+1}$ $(a>1)$이면
(1) $n\le\log_a M<n+1$
(2) $\log_a M$의 정수 부분은 n이고 소수 부분은
$\log_a M-n$

06 함수 $y=a^x$의 그래프가 점 $(2, 9)$를 지나므로
$9=a^2$에서 $a^2=3^2$ $\quad\therefore a=3(\because a>0)$
즉 함수 $y=3^x$의 그래프가 점 $(-2, b)$를 지나므로
$b=3^{-2}=\dfrac{1}{9}$
$\therefore 6ab=6\cdot3\cdot\dfrac{1}{9}=2$

07 $0<\dfrac{1}{2}<1$이므로 함수 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}$은 감소함수이다.
따라서 $x=-2$일 때 최댓값은
$M=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}=2^3=8$
$x=0$일 때 최솟값은
$m=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}=2^1=2$
$\therefore M+m=8+2=10$

08 $4^{x+1}-2^{x+3}+a\ge0$에서 $4\cdot(2^x)^2-8\cdot2^x+a\ge0$
$2^x=t$ $(t>0)$라 하면 $4t^2-8t+a\ge0$
$4(t-1)^2+a-4\ge0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

주어진 부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 부등식 ㉠이 $t>0$인 모든 실수 t에 대하여 성립해야 한다.



$f(t)=4(t-1)^2+a-4$라 하면

$f(t)$는 $t=1$에서 최솟값 $a-4$를 가지므로

$a-4\geq 0$ $\qquad \therefore a\geq 4$

따라서 실수 a의 최솟값은 4이다.

09 함수 $y=\log_3 x$의 그래프가 점 $(3, a)$를 지나므로

$a=\log_3 3=1$

또 함수 $y=\log_3 x$의 그래프가 점 $(b, 2)$를 지나므로

$2=\log_3 b$ $\qquad \therefore b=3^2=9$

$\therefore a-b=1-9=-8$

10 $y=\log_2(x^2-8x+20)$에서 $f(x)=x^2-8x+20$으로 놓으면 $y=\log_2 f(x)$이고, $f(x)=(x-4)^2+4$

$2\leq x\leq 5$에서 $f(2)=8$, $f(4)=4$, $f(5)=5$이므로

$4\leq f(x)\leq 8$

이때 밑 2는 1보다 크므로 함수 $y=\log_2 f(x)$는 $f(x)$가 최대일 때 최댓값을 갖고, $f(x)$가 최소일 때 최솟값을 갖는다.

$f(x)=8$일 때 최댓값은

$M=\log_2 8=\log_2 2^3=3$

$f(x)=4$일 때 최솟값은

$m=\log_2 4=\log_2 2^2=2$

$\therefore Mm=3\cdot 2=6$

Lecture **이차함수의 최대·최소**

정의역이 $X=\{x\,|\,\alpha\leq x\leq\beta\}$인 이차함수 $f(x)=a(x-p)^2+q$의 최댓값과 최솟값은 다음과 같다.

(1) $p\in X$일 때, $f(\alpha)$, $f(\beta)$, q 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고, 가장 작은 값이 최솟값이다.

(2) $p\notin X$일 때, $f(\alpha)$, $f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고, 가장 작은 값이 최솟값이다.

11 진수의 조건에서 $3x+1>0$

$\therefore x>-\dfrac{1}{3}$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\log_2(3x+1)=4$에서 $\log_2(3x+1)=\log_2 2^4$

밑이 같으므로 $3x+1=2^4$ $\qquad \therefore x=5$

따라서 ㉠에 의하여 구하는 해는 $x=5$

12 ① $45^\circ=45\times\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{\pi}{4}$

② $120^\circ=120\times\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{2}{3}\pi$

③ $210^\circ=210\times\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{7}{6}\pi$

④ $\dfrac{11}{6}\pi=\dfrac{11}{6}\pi\times\dfrac{180^\circ}{\pi}=330^\circ$

⑤ $\dfrac{2}{5}\pi=\dfrac{2}{5}\pi\times\dfrac{180^\circ}{\pi}=72^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

13 ① $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$

이때 $\dfrac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$, 즉 각 θ가 제4사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$

$\therefore \sin\theta=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

② $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{1}{2}}=-\sqrt{3}$

③ $\dfrac{1}{\sin\theta}=-\dfrac{2}{\sqrt{3}}=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

④ $\dfrac{1}{\cos\theta}=2$

⑤ $\dfrac{1}{\tan\theta}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 옳은 것은 ③이다.

14 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{3}$, $\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{k}{3}$

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{3}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$

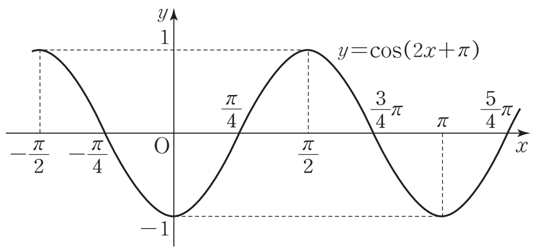
$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{4}{9}$, $2\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{5}{9}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\dfrac{5}{18}$

즉 $-\dfrac{k}{3}=-\dfrac{5}{18}$이므로 $k=\dfrac{5}{6}$

15 $y=\cos(2x+\pi)=\cos 2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

즉 함수 $y=\cos(2x+\pi)$의 그래프는 함수 $y=\cos 2x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



① 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

② 주어진 함수의 주기는 $\frac{2\pi}{|2|}=\pi$

③ 치역은 $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$이다.

⑤ 그래프는 함수 $y=\cos 2x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

16 주어진 그래프에서 함수의 최댓값이 3, 최솟값이 -3이므로 $|a|=3$

이때 $a>0$이므로 $a=3$

주기는 $\frac{3}{8}\pi-\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\pi}{2}$이므로 $\frac{2\pi}{|b|}=\frac{\pi}{2}$에서

$|b|=4$

이때 $b>0$이므로 $b=4$

또 $0\le c\le\pi$에서 주어진 그래프는 함수 $y=3\sin 4x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{8}$만큼 평행이동한 것이므로

$f(x)=3\sin 4\left\{x-\left(-\frac{\pi}{8}\right)\right\}=3\sin\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore f\left(\frac{\pi}{3}\right)=3\sin\left(\frac{4}{3}\pi+\frac{\pi}{2}\right)=3\sin\frac{11}{6}\pi$

$=3\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-3\sin\frac{\pi}{6}$

$=-3\cdot\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$

17 $\sin\frac{2}{3}\pi+\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\tan\frac{5}{4}\pi$

$=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\frac{\pi}{6}+\tan\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)$

$=\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{6}+\tan\frac{\pi}{4}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+1=1+\sqrt{3}$

[서술형 1] $(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})$

$=\{(a^{\frac{1}{4}})^2-(b^{\frac{1}{4}})^2\}(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})$

$=(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})$

$=(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2$

$=a-b$

❶

위의 식에 $a=12$, $b=4$를 대입하면

(주어진 식)$=12-4=8$

❷

채점 기준	배점
❶ 곱셈 공식을 이용하여 주어진 식을 전개할 수 있다.	4점
❷ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	2점

Lecture 곱셈 공식을 이용한 식의 전개

$a>0$, $b>0$이고 m, n이 실수일 때

(1) $(a^m+b^n)(a^m-b^n)=(a^m)^2-(b^n)^2=a^{2m}-b^{2n}$

(2) $(a^m\pm b^n)^2=(a^m)^2\pm 2a^mb^n+(b^n)^2$

$=a^{2m}\pm 2a^mb^n+b^{2n}$ (복부호동순)

[서술형 2] 점 A는 함수 $y=2^x-1$의 그래프 위의 점이므로 점 A의 좌표를 $(k, 2^k-1)$이라 하자.

이때 $\overline{OB}=6$이므로 $\triangle$AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot\overline{OB}\cdot(2^k-1)=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot(2^k-1)=3(2^k-1)$

즉 $3(2^k-1)=21$이므로 $2^k-1=7$

$2^k=8=2^3 \qquad \therefore k=3$

$\therefore$ A$(3, 7)$

❶

점 A$(3, 7)$은 함수 $y=2^{-x}+\frac{a}{8}$의 그래프 위의 점이므로 $7=2^{-3}+\frac{a}{8}$

$7=\frac{1}{8}+\frac{a}{8}$, $\frac{a}{8}=\frac{55}{8} \qquad \therefore a=55$

❷

채점 기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	4점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	3점

[서술형 3] 진수와 밑의 조건에서

$3x+10>0$, $x>0$, $x\ne 1$이므로

$x>0$, $x\ne 1 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

❶

$\dfrac{2}{\log_x 3}=2\log_3 x=\log_3 x^2$이므로

부등식 $\log_3(3x+10)>\dfrac{2}{\log_x 3}$에서

$\log_3(3x+10)>\log_3 x^2$

이때 밑 3은 1보다 크므로

$3x+10>x^2$, $x^2-3x-10<0$

$(x+2)(x-5)<0$

$\therefore -2<x<5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

❷

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x의 값의 범위는

$0<x<1$ 또는 $1<x<5$

따라서 정수 x는 2, 3, 4이므로 그 합은

$2+3+4=9$

❸

채점 기준	배점
❶ 진수와 밑의 조건을 만족시키는 x의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
❷ 부등식을 만족시키는 x의 값의 범위를 구할 수 있다.	3점
❸ 부등식을 만족시키는 정수 x의 값의 합을 구할 수 있다.	2점

● 2일차

본문 80~83쪽

01 ④	02 ①	03 ⑤	04 ①	05 ③
06 ③	07 ②	08 ①	09 ⑤	10 ①
11 ④	12 ③	13 ②	14 ④	15 ②
16 ⑤	17 ④			

[서술형 1] 50

[서술형 2] $-\dfrac{5}{3}$

[서술형 3] $-\dfrac{5\sqrt{2}}{8}$

01 ① 64의 세제곱근을 x라 하면 $x^3=64$

$x^3-64=0$, $(x-4)(x^2+4x+16)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=-2\pm2\sqrt{3}i$

즉 64의 세제곱근은 $\sqrt[3]{64}=4$, $-2\pm2\sqrt{3}i$의 3개이다.

② -8의 세제곱근 중 실수인 것은

$\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$

③ 8의 네제곱근 중 실수인 것은 $-\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[4]{8}$이다.

④ n이 홀수일 때, 3의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{3}$의 1개이다.

⑤ n이 짝수일 때, -4의 n제곱근 중 실수인 것은 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

02 $2^{\frac{2}{3}}\div8\times\sqrt[3]{4^2}=2^{\frac{2}{3}}\div2^3\times4^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{2}{3}}\div2^3\times(2^2)^{\frac{2}{3}}$

$=2^{\frac{2}{3}}\div2^3\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{2}{3}-3+\frac{4}{3}}$

$=2^{-1}=\dfrac{1}{2}$

03 ① $\log_2 3-\log_2 12=\log_2\dfrac{3}{12}=\log_2\dfrac{1}{4}$

$=\log_2 2^{-2}=-2$

② $\log_2\sqrt[3]{6}-\dfrac{1}{3}\log_2\dfrac{3}{4}$

$=\log_2 6^{\frac{1}{3}}-\dfrac{1}{3}(\log_2 3-\log_2 4)$

$=\dfrac{1}{3}\log_2(2\times3)-\dfrac{1}{3}(\log_2 3-\log_2 2^2)$

$=\dfrac{1}{3}(\log_2 2+\log_2 3)-\dfrac{1}{3}(\log_2 3-2)$

$=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}\log_2 3-\dfrac{1}{3}\log_2 3+\dfrac{2}{3}=1$

③ $\log_2 9\times\log_3\sqrt{2}=\log_2 3^2\times\log_3 2^{\frac{1}{2}}$

$=2\log_2 3\times\dfrac{1}{2}\log_3 2$

$=2\log_2 3\times\dfrac{1}{2\log_2 3}$

$=1$

④ $\log_2\dfrac{2}{3}+2\log_2\sqrt{12}$

$=\log_2 2-\log_2 3+2\log_2 12^{\frac{1}{2}}$

$=1-\log_2 3+\log_2 12$

$=1-\log_2 3+\log_2(2^2\times3)$

$=1-\log_2 3+\log_2 2^2+\log_2 3$

$=1+2=3$

⑤ $\log_{16}64+\log_{0.1}\sqrt[4]{10}=\log_{2^4}2^6+\log_{10^{-1}}10^{\frac{1}{4}}$

$=\dfrac{6}{4}\log_2 2-\dfrac{1}{4}\log_{10}10$

$=\dfrac{6}{4}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{4}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log a+\log b=2$, $\log a\times\log b=-2$

$\therefore \log_a b+\log_b a$

$=\dfrac{\log b}{\log a}+\dfrac{\log a}{\log b}=\dfrac{(\log a)^2+(\log b)^2}{\log a\times\log b}$

$=\dfrac{(\log a+\log b)^2-2\log a\times\log b}{\log a\times\log b}$

$=\dfrac{2^2-2\times(-2)}{-2}=-4$

05 $\log x=0.8762=2.8762-2$

$=\log 752-\log 10^2$

$=\log\left(\frac{752}{10^2}\right)$

$=\log 7.52$

$\therefore x=7.52$

06 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+4}-1=(2^{-1})^{-x+4}-1=2^{x-4}-1$

ㄱ. 그래프의 점근선의 방정식은 $y=-1$이다.

ㄴ. 밑 2는 1보다 크므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

ㄷ. 그래프는 함수 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

오답 피하기

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+4}-1$의 그래프는 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4}-1$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 것과 같으므로 증가함수이다.

07 함수 $y=2^{x-1}+2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$y=2^{x-a-1}+2+b$

이 그래프가 함수 $y=2^x$의 그래프와 일치하므로

$-a-1=0,\ 2+b=0$

따라서 $a=-1,\ b=-2$이므로

$a+b=-1+(-2)=-3$

08 $\left(\frac{1}{9}\right)^{-x+2}=\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^2\right\}^{-x+2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x+4}$이므로

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-x+3}\le\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x+4}$

이때 밑 $\frac{1}{3}$은 1보다 작으므로

$-x+3\ge-2x+4$

$\therefore x\ge1$

따라서 부등식을 만족시키는 정수 x의 최솟값은 1이다.

09 함수 $y=\log_2(x-5)-3$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면

$y=\log_2(x-p-5)-3+q$ …… ㉠

이때

$y=\log_2 8(x-2)-1$

$=\log_2 8+\log_2(x-2)-1$

$=\log_2 2^3+\log_2(x-2)-1$

$=\log_2(x-2)+2$ …… ㉡

이고, ㉠의 그래프가 ㉡의 그래프와 일치하므로

$-p-5=-2,\ -3+q=2$

따라서 $p=-3,\ q=5$이므로

$p+q=-3+5=2$

10 진수의 조건에서 $x>0$

$\log x=t$라 하면 $t^2-kt-2=0$ …… ㉠

주어진 방정식의 두 근을 α, β라 하면 방정식 ㉠의 두 실근은 $\log\alpha, \log\beta$이다.

이차방정식 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$\log\alpha+\log\beta=k \qquad \therefore \log\alpha\beta=k$

이때 $\alpha\beta=10$이므로

$k=\log\alpha\beta=\log 10=1$

11 ① $-570^\circ=360^\circ\times(-2)+150^\circ$이므로 제2사분면의 각이다.

② $485^\circ=360^\circ\times1+125^\circ$이므로 제2사분면의 각이다.

③ $-\frac{5}{4}\pi=2\pi\times(-1)+\frac{3}{4}\pi$이고

$\frac{3}{4}\pi=\frac{3}{4}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=135^\circ$이므로 제2사분면의 각이다.

④ $\frac{7}{3}\pi=2\pi\times1+\frac{\pi}{3}$이고 $\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}\times\frac{180^\circ}{\pi}=60^\circ$이므로 제1사분면의 각이다.

⑤ $2n\pi+\frac{5}{6}\pi$ (n은 정수)에서

$\frac{5}{6}\pi=\frac{5}{6}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=150^\circ$이므로 제2사분면의 각이다.

따라서 각을 나타내는 동경이 나머지 넷과 다른 사분면에 속하는 것은 ④이다.

Lecture **동경이 속하는 사분면**

$\theta=360^\circ\times n+\alpha^\circ$ (n은 정수, $0^\circ\le\alpha^\circ<360^\circ$)일 때, 각 θ를 나타내는 동경과 각 α°를 나타내는 동경은 일치하므로 같은 사분면에 속한다.

12 각 θ를 나타내는 동경과 각 -3θ를 나타내는 동경이 일직선 위에 있고 방향이 반대이므로 원점에 대하여 대칭이다.

즉 $\theta-(-3\theta)=(2n+1)\pi$ (n은 정수)이므로

$4\theta=(2n+1)\pi \qquad \therefore \theta=\frac{2n+1}{4}\pi \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$이므로 $0\le\frac{2n+1}{4}\pi\le\frac{\pi}{2}$

$0\le 2n+1\le 2$, $-1\le 2n\le 1$

$\therefore -\frac{1}{2}\le n\le\frac{1}{2}$

이때 n은 정수이므로 $n=0$

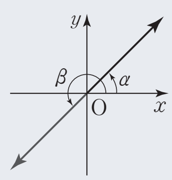
$n=0$을 ㉠에 대입하면 $\theta=\frac{\pi}{4}$

$\therefore \cos\theta=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Lecture 두 동경이 일직선 위에 있을 조건

두 각 α, β를 나타내는 동경이 일직선 위에 있고 방향이 반대이면 원점에 대하여 대칭이므로

$\beta-\alpha=(2n+1)\pi$ (n은 정수)



13 $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin\theta=\frac{-1}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\theta=\frac{-2}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)=\frac{2}{5}$

14 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{3}{7}\right)^2=\frac{40}{49}$

이때 각 θ가 제2사분면의 각이므로 $\cos\theta<0$

즉 $\cos\theta=-\sqrt{\frac{40}{49}}=-\frac{2\sqrt{10}}{7}$이므로

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{3}{7}}{-\frac{2\sqrt{10}}{7}}=-\frac{3\sqrt{10}}{20}$

$\therefore \sqrt{10}\tan\theta=\sqrt{10}\cdot\left(-\frac{3\sqrt{10}}{20}\right)=-\frac{3}{2}$

15 $\sin(-120^\circ)+\tan 210^\circ-\cos\frac{7}{6}\pi$

$=-\sin 120^\circ+\tan(180^\circ+30^\circ)-\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)$

$=-\sin(180^\circ-60^\circ)+\tan 30^\circ-\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)$

$=-\sin 60^\circ+\tan 30^\circ+\cos\frac{\pi}{6}$

$=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

16 $\sin^2 x=1-\cos^2 x$이므로

$(1-\cos^2 x)-\cos x-1=0$

$\cos^2 x+\cos x=0$, $\cos x(\cos x+1)=0$

이때 $0\le x<2\pi$에서 $-1\le\cos x\le 1$이므로

$\cos x=-1$ 또는 $\cos x=0$

(i) $\cos x=-1$일 때, $x=\pi$

(ii) $\cos x=0$일 때, $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}\pi$

따라서 모든 해의 합은

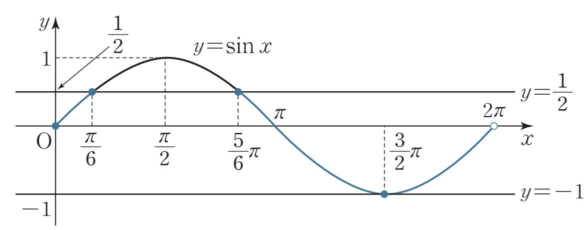
$\pi+\frac{\pi}{2}+\frac{3}{2}\pi=3\pi$

17 $2\sin^2 x+\sin x-1\le 0$에서

$(2\sin x-1)(\sin x+1)\le 0$

$\therefore -1\le\sin x\le\frac{1}{2}$

$0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 두 직선 $y=-1$, $y=\frac{1}{2}$은 다음 그림과 같다.



따라서 주어진 부등식의 해는

$0\le x\le\frac{\pi}{6}$ 또는 $\frac{5}{6}\pi\le x<2\pi$

[서술형 1] $\sqrt[4]{4^n}=\sqrt[4]{2^{2n}}=2^{\frac{n}{2}}$이므로 ❶

$2^{\frac{n}{2}}$이 정수가 되려면 n의 값은 2의 배수이어야 한다. ❷

따라서 100 이하의 자연수 중 2의 배수인 것은 2, 4, 6, ⋯, 98, 100으로 그 개수는 50이다.

❸

채점 기준	배점
❶ $\sqrt[4]{4^n}$을 밑이 2인 거듭제곱으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ n의 조건을 구할 수 있다.	2점
❸ 자연수 n의 개수를 구할 수 있다.	2점

[서술형 2] 진수의 조건에서 $x>0$

$y=(\log_3 x)^2+3\log_{27} x^2+3$

$=(\log_3 x)^2+3\log_{3^3} x^2+3$

$=(\log_3 x)^2+2\log_3 x+3$

❶

$\log_3 x=t$라 하면

$y=t^2+2t+3=(t+1)^2+2$이므로 주어진 함수는 $t=-1$에서 최솟값 2를 갖는다.

이때 $t=\log_3 x=-1$에서 $x=3^{-1}=\frac{1}{3}$

따라서 주어진 함수는 $x=\frac{1}{3}$에서 최솟값 2를 가지므로 $a=\frac{1}{3}$, $b=2$

❷

$\therefore a-b=\frac{1}{3}-2=-\frac{5}{3}$

❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 함수의 식을 $\log_3 x$에 대한 식으로 정리할 수 있다.	3점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

❶

$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{2}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}$, $2\sin\theta\cos\theta=-\frac{1}{2}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{1}{4}$

❷

$\therefore \sin^3\theta+\cos^3\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=-\frac{5\sqrt{2}}{8}$

❸

채점 기준	배점
❶ 이차방정식의 근과 계수의 관계를 사용하여 $\sin\theta+\cos\theta$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $\sin\theta\cos\theta$의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $\sin^3\theta+\cos^3\theta$의 값을 구할 수 있다.	2점

● 3일차

본문 84~87쪽

01 ④	02 ④	03 ①	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ③	08 ①	09 ④	10 ③
11 ④	12 ④	13 ②	14 ④	15 ⑤
16 ④	17 ②			

[서술형 1] 2

[서술형 2] 6

[서술형 3] 6

01 $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{25}+\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}=\sqrt[3]{5\times25}+\sqrt[5]{\frac{64}{2}}$

$=\sqrt[3]{125}+\sqrt[5]{32}$

$=\sqrt[3]{5^3}+\sqrt[5]{2^5}$

$=5+2=7$

02 밑의 조건에서 $x+2>0$, $x+2\neq1$

$x>-2$, $x\neq-1$

$\therefore -2<x<-1$ 또는 $x>-1$ ⋯⋯ ㉠

진수의 조건에서 $4-x>0$이므로

$x<4$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-2<x<-1$ 또는 $-1<x<4$

따라서 정수 x는 0, 1, 2, 3으로 그 개수는 4이다.

03 ㄱ. $\log_3 1=0$ ㄴ. $2^{\log_2 3}=3$

ㄷ. $\log_2 3=\dfrac{\log_3 3}{\log_3 2}=\dfrac{1}{\log_3 2}=(\log_3 2)^{-1}$

ㄹ. $2\log_3 5=\log_3 5^2$이므로 $(\log_3 5)^2\neq 2\log_3 5$

ㅁ. $\log_2 5+\log_2 7=\log_2(5\times 7)$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

04 리히터 규모가 4인 지진의 에너지를 E_1이라 하면

$\log E_1=11.8+1.5\times 4=17.8$

또 리히터 규모가 2인 지진의 에너지를 E_2라 하면

$\log E_2=11.8+1.5\times 2=14.8$

이때 $\log E_1-\log E_2=17.8-14.8=3$이므로

$\log\dfrac{E_1}{E_2}=3$ $\therefore \dfrac{E_1}{E_2}=10^3$

따라서 리히터 규모가 4인 지진의 에너지는 리히터 규모가 2인 지진의 에너지의 10^3배이다.

다른 풀이

리히터 규모가 4인 지진의 에너지를 E_1이라 하면

$\log E_1=11.8+1.5\times 4=17.8$ $\therefore E_1=10^{17.8}$

또 리히터 규모가 2인 지진의 에너지를 E_2라 하면

$\log E_2=11.8+1.5\times 2=14.8$ $\therefore E_2=10^{14.8}$

$\therefore \dfrac{E_1}{E_2}=\dfrac{10^{17.8}}{10^{14.8}}=10^{17.8-14.8}=10^3$

따라서 리히터 규모가 4인 지진의 에너지는 리히터 규모가 2인 지진의 에너지의 10^3배이다.

05 함수 $y=a-2^{x-b}$의 그래프에서 점근선의 방정식은 $y=a$

이때 주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $y=2$이므로 $a=2$

즉 $y=2-2^{x-b}$의 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로

$0=2-2^{1-b}$, $2^{1-b}=2$

$1-b=1$ $\therefore b=0$

$\therefore a+b=2+0=2$

06 $y=4^x-2^{x+3}+a=(2^x)^2-8\cdot 2^x+a$

$2^x=t\ (t>0)$라 하면

$y=t^2-8t+a=(t-4)^2+a-16$

즉 주어진 함수는 $t=2^x=4$일 때 최솟값 $a-16$을 가지므로 $x=2$, $a-16=1$

따라서 $a=17$, $b=2$이므로

$a+b=17+2=19$

07 $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x+\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\le 12$에서 $\left\{\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\right\}^2+\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-12\le 0$

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2+t-12\le 0$

$(t+4)(t-3)\le 0$ $\therefore -4\le t\le 3$

이때 $t>0$이므로 $0<t\le 3$

즉 $0<\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\le 3$이므로 $0<\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\le\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}$

밑 $\dfrac{1}{3}$이 1보다 작으므로 $x\ge -1$

따라서 실수 x의 최솟값은 -1이다.

08 $y=2^{x-1}+5$에서 $2^{x-1}=y-5$

위의 식의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2 2^{x-1}=\log_2(y-5)$

$x-1=\log_2(y-5)$ $\therefore x=\log_2(y-5)+1$

x와 y를 서로 바꾸면 $y=\log_2(x-5)+1$

따라서 $f^{-1}(x)=\log_2(x-5)+1$이므로

$a=-5$, $b=1$

$\therefore a+b=-5+1=-4$

09 함수 $y=\log_2(x-2)-3$의 그래프는 함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

ㄱ. 치역은 실수 전체의 집합이다.

ㄴ. 진수의 조건에서 $x-2>0$ $\therefore x>2$

즉 정의역은 $\{x|x>2$인 실수$\}$이다.

ㄷ. 밑 2는 1보다 크므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

ㄹ. 그래프의 점근선의 방정식은 $x=2$이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

10 진수의 조건에서 $x-2>0$, $2x-1>0$

$\therefore x>2$ ······ ㉠

$\log_2(x-2)\le\log_4(2x-1)$에서

$\log_4(x-2)^2\le\log_4(2x-1)$

이때 밑 4는 1보다 크므로 $(x-2)^2\le 2x-1$

$x^2-4x+4\le 2x-1$, $x^2-6x+5\le 0$

$(x-1)(x-5)\le 0$ $\therefore 1\le x\le 5$ ······ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2<x\le 5$

따라서 정수 x는 3, 4, 5로 그 개수는 3이다.

11 각 5θ를 나타내는 동경과 각 -2θ를 나타내는 동경이 y축에 대하여 대칭이므로

$5\theta+(-2\theta)=(2n+1)\pi$ (n은 정수)

$3\theta=(2n+1)\pi \qquad \therefore \theta=\frac{2n+1}{3}\pi \qquad \cdots\cdots ㉠$

$\pi<\theta<2\pi$이므로 $\pi<\frac{2n+1}{3}\pi<2\pi$

$3<2n+1<6 \qquad \therefore 1<n<\frac{5}{2}$

이때 n은 정수이므로 $n=2$

$n=2$를 ㉠에 대입하면 $\theta=\frac{5}{3}\pi$

12 호의 길이가 2π, 반지름의 길이가 r인 부채꼴의 넓이가 $\frac{5}{2}\pi$이므로

$\frac{1}{2}r\cdot 2\pi=\frac{5}{2}\pi \qquad \therefore r=\frac{5}{2}$

또 반지름의 길이가 $r=\frac{5}{2}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{a}$인 부채꼴의 호의 길이가 2π이므로

$\frac{5}{2}\cdot\frac{\pi}{a}=2\pi \qquad \therefore a=\frac{5}{4}$

$\therefore a+r=\frac{5}{4}+\frac{5}{2}=\frac{15}{4}$

13 각 θ가 제3사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$, $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$, $\sin\theta+\cos\theta<0$

$\therefore |\sin\theta|+|\cos\theta|+|\tan\theta|-\sqrt{(\sin\theta+\cos\theta)^2}$

$=|\sin\theta|+|\cos\theta|+|\tan\theta|-|\sin\theta+\cos\theta|$

$=-\sin\theta-\cos\theta+\tan\theta-\{-(\sin\theta+\cos\theta)\}$

$=-\sin\theta-\cos\theta+\tan\theta+\sin\theta+\cos\theta$

$=\tan\theta$

Lecture $\sqrt{a^2}$의 계산

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\ge 0) \\ -a & (a<0)\end{cases}$$

14 함수 $y=-\sin(2x-1)+2$에 대하여

최댓값은 $M=|-1|+2=3$

최솟값은 $m=-|-1|+2=1$

주기는 $\frac{2\pi}{|2|}=\pi$이므로 $p=1$

$\therefore M+m+p=3+1+1=5$

15 $\frac{\sin\theta\cos\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\sin\theta\cos\theta}{1+\cos\theta}$

$=\sin\theta\cos\theta\left(\frac{1}{1-\cos\theta}+\frac{1}{1+\cos\theta}\right)$

$=\sin\theta\cos\theta\times\frac{1+\cos\theta+1-\cos\theta}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$

$=\sin\theta\cos\theta\times\frac{2}{1-\cos^2\theta}$

$=\sin\theta\cos\theta\times\frac{2}{\sin^2\theta}$

$=\frac{2\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{2}{\tan\theta}$

$=1$

16 $\cos^2 5^\circ+\cos^2 10^\circ+\cdots+\cos^2 85^\circ+\cos^2 90^\circ$

$=\cos^2(90^\circ-85^\circ)+\cos^2(90^\circ-80^\circ)$

$\quad+\cdots+\cos^2(90^\circ-50^\circ)+\cos^2 45^\circ+\cos^2 50^\circ$

$\quad+\cdots+\cos^2 85^\circ+\cos^2 90^\circ$

$=\sin^2 85^\circ+\sin^2 80^\circ+\cdots+\sin^2 50^\circ+\cos^2 45^\circ$

$\quad+\cos^2 50^\circ+\cdots+\cos^2 85^\circ+\cos^2 90^\circ$

$=(\sin^2 85^\circ+\cos^2 85^\circ)+(\sin^2 80^\circ+\cos^2 80^\circ)+\cdots$

$\quad+(\sin^2 50^\circ+\cos^2 50^\circ)+\cos^2 45^\circ+\cos^2 90^\circ$

$=1\cdot 8+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+0^2$

$=8+\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$

Lecture 삼각함수의 성질

각의 크기의 합이 $\frac{\pi}{2}$인 경우, 즉 $A+B=\frac{\pi}{2}$일 때

$B=\frac{\pi}{2}-A$이므로

$\sin^2 A+\sin^2 B=\sin^2 A+\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-A\right)$

$\qquad=\sin^2 A+\cos^2 A=1$

$\cos^2 A+\cos^2 B=\cos^2 A+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-A\right)$

$\qquad=\cos^2 A+\sin^2 A=1$

17 주어진 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-\sqrt{2}\cos\theta)^2-1\cdot(\sin\theta+1)=0$

$2\cos^2\theta-\sin\theta-1=0$

$2(1-\sin^2\theta)-\sin\theta-1=0$

$2\sin^2\theta+\sin\theta-1=0$

$(2\sin\theta-1)(\sin\theta+1)=0$

$\therefore \sin\theta=\frac{1}{2}$ 또는 $\sin\theta=-1$

이때 $0\le\theta<\pi$이므로 $0\le\sin\theta\le1$

$\therefore \sin\theta=\frac{1}{2}$

따라서 $0\le\theta<\pi$에서 $\sin\theta=\frac{1}{2}$을 만족시키는 θ의 값은 $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5}{6}\pi$이므로

$\theta_1=\frac{\pi}{6}$, $\theta_2=\frac{5}{6}\pi$ ($\because \theta_1<\theta_2$)

$\therefore \theta_2-\theta_1=\frac{5}{6}\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{2}{3}\pi$

[서술형 1] 피자 8조각을 굽는 데 걸리는 시간은

$t_1=1.2\times8^{0.5}$(분) ❶

피자 2조각을 굽는 데 걸리는 시간은

$t_2=1.2\times2^{0.5}$(분) ❷

$\therefore \frac{t_1}{t_2}=\frac{1.2\times8^{0.5}}{1.2\times2^{0.5}}=\frac{8^{0.5}}{2^{0.5}}=\left(\frac{8}{2}\right)^{0.5}$

$=4^{0.5}=\sqrt{4}=2$ ❸

채점 기준	배점
❶ t_1의 값을 구할 수 있다.	1점
❷ t_2의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ $\frac{t_1}{t_2}$의 값을 구할 수 있다.	4점

[서술형 2] $\log A=n+\alpha$ (n은 정수, $0\le\alpha<1$)라 하면 이차방정식 $5x^2-17x+k=0$의 두 근은 n, α이다.
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$n+\alpha=\frac{17}{5}=3.4$, $n\alpha=\frac{k}{5}$ ❶

$n+\alpha=3.4=3+0.4$이므로

$n=3$, $\alpha=0.4=\frac{2}{5}$ ❷

즉 $n\alpha=3\cdot\frac{2}{5}=\frac{k}{5}$이므로 $\frac{6}{5}=\frac{k}{5}$

$\therefore k=6$ ❸

채점 기준	배점
❶ $\log A=n+\alpha$ (n은 정수, $0\le\alpha<1$)라 하고 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 $n+\alpha$, $n\alpha$를 구할 수 있다.	3점
❷ n, α의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ k의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 3] $b>0$이고 주기가 6π이므로

$\frac{2\pi}{\left|\frac{1}{b}\right|}=6\pi$, $2b\pi=6\pi$ $\quad\therefore b=3$ ❶

$a>0$이고
최댓값이 3이므로 $a+c=3$
최솟값이 -1이므로 $-a+c=-1$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $c=1$ ❷

$\therefore abc=2\cdot3\cdot1=6$ ❸

채점 기준	배점
❶ 주기를 이용하여 b의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 최댓값, 최솟값을 이용하여 a, c의 값을 구할 수 있다.	4점
❸ abc의 값을 구할 수 있다.	1점

4일차

본문 88~91쪽

01 ①	02 ①	03 ①	04 ②	05 ⑤
06 ④	07 ③	08 ②	09 ④	10 ⑤
11 ①	12 ②	13 ①	14 ④	15 ③
16 ⑤	17 ②			

[서술형 1] $-\frac{3}{2}$

[서술형 2] -1

[서술형 3] (1) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ (2) $6\sqrt{3}$

01 $a=\sqrt{2}$이므로 $a^2=2$

$b^3=\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$이므로 $b^2=(3^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}=3^{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}}=3^{\frac{1}{3}}$

$\therefore (ab)^2=a^2b^2=2\cdot3^{\frac{1}{3}}$

02 $\log_{81}27=\log_{3^4}3^3=\frac{3}{4}\log_3 3=\frac{3}{4}$

03 $b=2\sqrt{2}=2\cdot2^{\frac{1}{2}}=2^{1+\frac{1}{2}}=2^{\frac{3}{2}}$이므로

$a\log b=\log_2 10\cdot\log 2^{\frac{3}{2}}$

$=\frac{\log 10}{\log 2}\cdot\frac{3}{2}\log 2=\frac{3}{2}$

04 함수 $y=2^{x-a}+b$의 그래프의 점근선의 방정식은 $y=b$
이때 주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $y=-1$이므로 $b=-1$
즉 $y=2^{x-a}-1$의 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로
$0=2^{-1-a}-1$, $2^{-1-a}=1$
$-1-a=0 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore a+b=-1+(-1)=-2$

05 $y=3^{-x+2}+1=3^{-(x-2)}+1=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}+1$
$0<\frac{1}{3}<1$이므로 함수 $y=3^{-x+2}+1$은 감소함수이다.
따라서
$x=-2$일 때 최댓값은
$M=3^4+1=82$
$x=3$일 때 최솟값은
$m=3^{-1}+1=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$
$\therefore M+3m=82+3\cdot\frac{4}{3}=86$

06 $y=\log_9(x-3)+2$에서 $\log_9(x-3)=y-2$
$x-3=9^{y-2} \qquad \therefore x=9^{y-2}+3$
x와 y를 서로 바꾸면
$y=9^{x-2}+3=(3^2)^{x-2}+3$
$\quad=3^{2x-4}+3$
위의 식이 $y=a^{2x+b}+c$와 같으므로
$a=3$, $b=-4$, $c=3$
$\therefore a+b+c=3+(-4)+3=2$

07 함수 $y=\log_3(x-a)+b$의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=a$
이때 주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x=-3$이므로 $a=-3$
즉 $y=\log_3(x+3)+b$의 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로 $3=\log_3 3+b$
$3=1+b \qquad \therefore b=2$
$\therefore a+b=-3+2=-1$

08 진수의 조건에서 $x+2>0$, $6-x>0$
즉 $x>-2$, $x<6$이므로 $-2<x<6$
$y=\log_4(x+2)+\log_4(6-x)$
$\quad=\log_4(x+2)(6-x)$
$\quad=\log_4(-x^2+4x+12)$
$f(x)=-x^2+4x+12$라 하면
$f(x)=-(x-2)^2+16$ (단, $-2<x<6$)
이므로 함수 $f(x)$는 $x=2$일 때 최댓값이 16이다.
이때 밑 4는 1보다 크므로 함수 $y=\log_4 f(x)$는 $f(x)$가 최대일 때 최댓값을 갖는다.
따라서 $f(x)=16$일 때 최댓값은
$y=\log_4 16=\log_4 4^2=2$

09 ① $660°=360°\times1+300°$
② $300°=360°\times0+300°$
③ $-60°=360°\times(-1)+300°$
④ $-300°=360°\times(-1)+60°$
⑤ $-420°=360°\times(-2)+300°$
따라서 60°를 나타내는 동경과 일치하는 것은 ④이다.

10 $\overline{OP}=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$이므로
$\sin\alpha=\frac{1}{2}$
$\overline{OQ}=\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$이므로
$\cos\beta=\frac{1}{2}$
$\therefore \sin\alpha+\cos\beta=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

11 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$의 양변을 제곱하면
$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{3}$
$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{3}$, $2\sin\theta\cos\theta=-\frac{2}{3}$
$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{1}{3}$
$$\therefore \tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{-\frac{1}{3}}=-3$$

12 주어진 그래프에서 함수의 최댓값이 2, 최솟값이 -2이므로 $|a|=2$

이때 $a>0$이므로 $a=2$

주기는 $\frac{5}{6}\pi-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\pi$이므로 $\frac{2\pi}{|b|}=\pi$에서

$|b|=2$

이때 $b>0$이므로 $b=2$

또 $0<c<\frac{\pi}{2}$에서 주어진 그래프는 함수

$y=2\cos 2x$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{\pi}{6}$만큼 평행이동한 것이다.

즉 $y=2\cos 2\left\{x-\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right\}=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$이므로

$c=\frac{\pi}{3}$

$\therefore abc=2\cdot2\cdot\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}\pi$

13 (주어진 식)$=\cos\theta-\sin\theta-\cos\theta+\sin\theta=0$

14 함수 $y=-2\sin\frac{\pi}{3}x-1$에 대하여

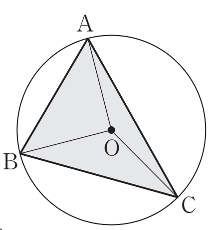
최댓값은 $a=|-2|-1=1$

최솟값은 $b=-|-2|-1=-3$

주기는 $c=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$

$\therefore a+b+c=1+(-3)+6=4$

15 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로



$\angle AOB=360^\circ\times\frac{3}{3+4+5}$

$=90^\circ$

$\angle BOC=360^\circ\times\frac{4}{3+4+5}=120^\circ$

$\angle COA=360^\circ\times\frac{5}{3+4+5}=150^\circ$

$\therefore \triangle ABC$

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$=\frac{1}{2}\cdot10\cdot10\cdot\sin 90^\circ+\frac{1}{2}\cdot10\cdot10\cdot\sin 120^\circ$

$+\frac{1}{2}\cdot10\cdot10\cdot\sin 150^\circ$

$=\frac{1}{2}\cdot10\cdot10\cdot1+\frac{1}{2}\cdot10\cdot10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\cdot10\cdot10\cdot\frac{1}{2}$

$=50+25\sqrt{3}+25$

$=75+25\sqrt{3}$

$=25(3+\sqrt{3})$

16 $2\sin A=4\sin B=3\sin C=k\ (k\neq0)$로 놓으면

$\sin A=\frac{k}{2}$, $\sin B=\frac{k}{4}$, $\sin C=\frac{k}{3}$

$\therefore a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

$=\frac{k}{2}:\frac{k}{4}:\frac{k}{3}$

$=6:3:4$

따라서 $a=6l$, $b=3l$, $c=4l\ (l>0)$이라 하면

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(4l)^2+(6l)^2-(3l)^2}{2\cdot4l\cdot6l}$

$=\frac{43l^2}{48l^2}=\frac{43}{48}$

17 $(a+b):(b+c):(c+a)=7:9:8$이므로

$a+b=7k$, $b+c=9k$, $c+a=8k\ (k>0)$라 하자.

위의 식을 변끼리 더하면

$2a+2b+2c=24k\qquad\therefore a+b+c=12k$

$\therefore a=3k$, $b=4k$, $c=5k$

ㄱ. $c^2=a^2+b^2$이므로 $\triangle ABC$는 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

ㄴ. $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=3:4:5$

ㄷ. 외접원의 반지름의 길이는 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

[서술형 1] $4^{2x}+a\cdot4^{x+1}+8=0$에서

$(4^x)^2+4a\cdot4^x+8=0$

$4^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^2+4at+8=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

이때 주어진 방정식의 두 근의 비가 $1:2$이므로 방정식 $4^{2x}+a\cdot4^{x+1}+8=0$의 두 근을 k, $2k\ (k\neq0)$라 하면 방정식 ㉠의 두 근은 4^k, 4^{2k}이다.

이차방정식 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$4^k+4^{2k}=-4a$, $4^k\cdot4^{2k}=8$

❶

$4^k\cdot4^{2k}=8$에서 $4^{k+2k}=4^{3k}=(2^2)^{3k}=2^{6k}=2^3$

$6k=3\qquad\therefore k=\frac{1}{2}$

❷

$k=\frac{1}{2}$을 $4^k+4^{2k}=-4a$에 대입하면

$4^{\frac{1}{2}}+4^1=-4a$, $2+4=-4a$

$\therefore a=-\frac{3}{2}$

❸

채점 기준	배점
❶ 방정식의 두 근을 k, $2k$ $(k\neq0)$로 놓고 이차방정식의 근과 계수의 관계를 사용할 수 있다.	3점
❷ k의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ a의 값을 구할 수 있다.	2점

[서술형 2] $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$이므로 $\cos\theta<0$, $\tan\theta>0$

❶

$\sin\theta=-\frac{1}{\sqrt{5}}$이므로

$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2=\frac{4}{5}$

$\therefore \cos\theta=-\sqrt{\frac{4}{5}}=-\frac{2}{\sqrt{5}}$ $(\because \cos\theta<0)$

이때 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{1}{\sqrt{5}}}{-\frac{2}{\sqrt{5}}}=\frac{1}{2}$

❷

$\therefore \sqrt{5}\cos\theta+2\tan\theta=\sqrt{5}\cdot\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+2\cdot\frac{1}{2}$

$=-2+1=-1$

❸

채점 기준	배점
❶ $\cos\theta$, $\tan\theta$의 부호를 알 수 있다.	2점
❷ $\cos\theta$, $\tan\theta$의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $\sqrt{5}\cos\theta+2\tan\theta$의 값을 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] (1) $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{7^2+3^2-8^2}{2\cdot7\cdot3}$

$=\frac{-6}{42}=-\frac{1}{7}$

이때 $0°<A<180°$이므로 $\sin A>0$

$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{7}\right)^2}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{7}$

❶

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot7\cdot3\cdot\frac{4\sqrt{3}}{7}$

$=6\sqrt{3}$

❷

채점 기준	배점
❶ $\sin A$의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ $\triangle ABC$의 넓이를 구할 수 있다.	3점

● 5일차

본문 92~95쪽

01 ③	02 ④	03 ①	04 ②	05 ⑤
06 ⑤	07 ①	08 ③	09 ③	10 ②
11 ⑤	12 ④	13 ③	14 ③	15 ②
16 ⑤	17 ③			

[서술형 1] 4

[서술형 2] 6

[서술형 3] (1) $2\sqrt{21}$ m (2) $2\sqrt{7}$ m (3) 28π m^2

01 $\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{250}-\sqrt[3]{16}$

$=\sqrt[3]{3^3\times2}+\sqrt[3]{5^3\times2}-\sqrt[3]{2^3\times2}$

$=3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}$

$=6\sqrt[3]{2}$

02 $\left(\frac{1}{256}\right)^{-\frac{1}{n}}=(2^{-8})^{-\frac{1}{n}}=2^{\frac{8}{n}}$이 자연수가 되려면 정수 n의 값은 8의 약수이어야 한다.

따라서 정수 n은 1, 2, 4, 8이므로 그 합은

$1+2+4+8=15$

03 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{\log_2 6}+\frac{1}{\log_{18} 6}=\log_6 2+\log_6 18$

$=\log_6(2\times18)=\log_6 36$

$=\log_6 6^2=2$

04 ① $\log_{10}\frac{1}{\sqrt{0.0001}}=\log_{10}\frac{1}{\sqrt{10^{-4}}}=\log_{10}\frac{1}{10^{-2}}$

$=\log_{10}10^2=2$

② $\log_5 \frac{1}{\sqrt{125}} = \log_5 \frac{1}{\sqrt{5^3}} = \log_5 \frac{1}{5^{\frac{3}{2}}}$

$= \log_5 5^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}$

③ $\log_3 9\sqrt{3} = \log_3 (3^2 \times 3^{\frac{1}{2}}) = \log_3 3^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$

④ $\log_3 243 = \log_3 3^5 = 5$

⑤ $\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

05 ① $y=2^{-x}+1$에 $x=0$을 대입하면

$y=2^0+1=2$

즉 그래프는 점 $(0, 2)$를 지난다.

② 그래프의 점근선의 방정식은 $y=1$이다.

③ 정의역은 실수 전체의 집합이다.

④ $y=2^{-x}+1$에서 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x+1$

즉 밑 $\frac{1}{2}$은 1보다 작으므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ 그래프는 함수 $y=2^{-x}$, 즉 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동하여 얻을 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

06 $8^x-13\cdot 2^x+12=0$에서 $(2^x)^3-13\cdot 2^x+12=0$

$2^x=t\ (t>0)$라 하면 $t^3-13t+12=0$

$(t-1)(t^2+t-12)=0$, $(t-1)(t+4)(t-3)=0$

$\therefore t=-4$ 또는 $t=1$ 또는 $t=3$

이때 $t>0$이므로 $t=1$ 또는 $t=3$

즉 $2^x=1$ 또는 $2^x=3$이므로

$4^{\alpha+\beta}=4^\alpha\cdot 4^\beta=(2^\alpha)^2\cdot(2^\beta)^2=1^2\cdot 3^2=9$

07 $0<\frac{1}{2}<1$이므로 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+4$는 감소함수이다. 따라서

$x=3$일 때 최댓값은

$M=\log_{\frac{1}{2}} 1+4=4$

$x=6$일 때 최솟값은

$m=\log_{\frac{1}{2}} 4+4=\log_{2^{-1}} 2^2+4=-2+4=2$

$\therefore M-m=4-2=2$

08 진수의 조건에서 $x-1>0$, $x+1>0$, $x+5>0$

$\therefore x>1$ …… ㉠

$\log_3(x-1)+\log_3(x+1)=\log_3(x+5)$에서

$\log_3(x-1)(x+1)=\log_3(x+5)$

즉 $(x-1)(x+1)=x+5$이므로

$x^2-1=x+5$, $x^2-x-6=0$

$(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

이때 ㉠에 의하여 $x=3$

따라서 $\alpha=3$이므로

$\log_9 \alpha=\log_9 3=\log_{3^2} 3=\frac{1}{2}$

09 진수의 조건에서 $5-x>0$, $5+x>0$

$\therefore -5<x<5$ …… ㉠

$\log_2(5-x)+\log_2(5+x)>4$에서

$\log_2(5-x)(5+x)>\log_2 2^4$

이때 밑 2는 1보다 크므로 $(5-x)(5+x)>2^4$

$25-x^2>16$, $x^2-9<0$

$(x+3)(x-3)<0$

$\therefore -3<x<3$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-3<x<3$

따라서 정수 x는 $-2, -1, 0, 1, 2$로 그 개수는 5이다.

10 $0<\theta<\frac{\pi}{4}$이므로 $\sin\theta>0$, $\cos\theta>0$, $\cos\theta>\sin\theta$

즉 $\sin\theta+\cos\theta>0$, $\sin\theta-\cos\theta<0$

이때 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로

$\sqrt{1+2\sin\theta\cos\theta}+\sqrt{1-2\sin\theta\cos\theta}$

$=\sqrt{\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta}$

$+\sqrt{\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta}$

$=\sqrt{(\sin\theta+\cos\theta)^2}+\sqrt{(\sin\theta-\cos\theta)^2}$

$=|\sin\theta+\cos\theta|+|\sin\theta-\cos\theta|$

$=(\sin\theta+\cos\theta)-(\sin\theta-\cos\theta)$

$=2\cos\theta$

11 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{3}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{9}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{9}$, $2\sin\theta\cos\theta=-\frac{8}{9}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{4}{9}$

$\therefore \sin^3\theta+\cos^3\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(\frac{1}{3}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)\cdot\frac{1}{3}$

$=\frac{13}{27}$

12 ① 함수 $f(x)$의 최댓값은 $|-2|+4=6$, 최솟값은 $-|-2|+4=2$이므로 $2\le f(x)\le 6$

② 정의역은 실수 전체의 집합이다.

③ 주기는 $\frac{2\pi}{|3|}=\frac{2}{3}\pi$이므로

$f\left(x+\frac{4}{3}\pi\right)=f\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)=f(x)$

④ $f(x)=-2\sin\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)+4$

$=-2\sin 3\left(x-\frac{\pi}{9}\right)+4$

즉 그래프는 직선 $x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{9}=\frac{5}{18}\pi$에 대하여 대칭이다.

⑤ 함수 $y=2\sin 3x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 $-y=2\sin 3x$

$\therefore y=-2\sin 3x$

위의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\pi}{9}$만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면

$y=-2\sin 3\left(x-\frac{\pi}{9}\right)+4$

$=-2\sin\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)+4$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 직선 $2x-4y+3=0$의 기울기는 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이므로

$\tan\theta=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin(\pi-\theta)+\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right)+\tan(-\theta)$

$=\sin\theta-\sin\theta-\tan\theta$

$=-\tan\theta=-\frac{1}{2}$

14 $y=-4\sin^2\theta+4\cos\theta+1$

$=-4(1-\cos^2\theta)+4\cos\theta+1$

$=4\cos^2\theta+4\cos\theta-3$

$\cos\theta=t$라 하면 $-1\le t\le 1$이고

$y=4t^2+4t-3=4\left(t+\frac{1}{2}\right)^2-4$

$t=-1$일 때, $y=-3$

$t=1$일 때, $y=5$

$t=-\frac{1}{2}$일 때, $y=-4$

즉 최댓값은 5, 최솟값은 -4이므로

$M=5,\ m=-4$

$\therefore M+m=5+(-4)=1$

15 $\sin\alpha : \sin\beta=1:3$에서 $\sin\beta=3\sin\alpha$

$\overline{AD}=x$라 하면

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot x\cdot\sin\alpha=\frac{3}{2}x\sin\alpha$

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\cdot x\cdot 2\cdot\sin\beta=x\sin\beta=3x\sin\alpha$

$\triangle ABD:\triangle ADC=\frac{3}{2}x\sin\alpha : 3x\sin\alpha$

$=1:2$

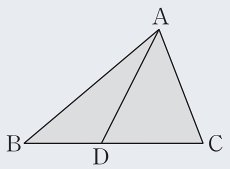
이때 $\triangle ABD$와 $\triangle ADC$는 높이가 같으므로

$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}=1:2$

$\therefore \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}=2$

Lecture **높이가 같은 삼각형의 넓이**

높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.
즉 오른쪽 그림에서
$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}$



16 코사인법칙에 의하여

$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab},\ \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

위의 식을 주어진 등식에 대입하면

$a\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}-c\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-b$

$\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}-\frac{b^2+c^2-a^2}{2b}=-b$

양변에 $2b$를 곱하면

$a^2+b^2-c^2-(b^2+c^2-a^2)=-2b^2$

$2a^2-2c^2=-2b^2$, $2a^2+2b^2=2c^2$

$\therefore a^2+b^2=c^2$

따라서 $\triangle$ABC는 빗변의 길이가 c, 즉 $C=90^\circ$인 직각삼각형이다.

17 $\dfrac{\sin A}{2}=\dfrac{\sin B}{3}=\dfrac{\sin C}{3}=k\ (k\neq 0)$로 놓으면

$\sin A=2k$, $\sin B=3k$, $\sin C=3k$

$\therefore a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$
$=2k:3k:3k$
$=2:3:3$

따라서 $a=2l$, $b=3l$, $c=3l\ (l>0)$이라 하면

$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{(2l)^2+(3l)^2-(3l)^2}{2\cdot 2l\cdot 3l}$
$=\dfrac{4l^2}{12l^2}=\dfrac{1}{3}$

[서술형 1] 함수 $y=\log_a x+m$의 그래프와 그 역함수의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 그 교점은 직선 $y=x$ 위의 점이다.
즉 함수 $y=\log_a x+m$의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점의 좌표는 $(1, 1)$, $(3, 3)$이다.

❶

이때 두 점 $(1, 1)$, $(3, 3)$은 함수 $y=\log_a x+m$의 그래프 위의 점이므로

$1=\log_a 1+m$, $3=\log_a 3+m$

$1=\log_a 1+m$에서 $m=1$

$m=1$을 $3=\log_a 3+m$에 대입하면

$3=\log_a 3+1$, $\log_a 3=2$

$\therefore a^2=3$

❷

$\therefore m^2+a^2=1^2+3=4$

❸

채점 기준	배점
❶ 함수 $y=\log_a x+m$의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점의 좌표를 구할 수 있다.	2점
❷ m, a^2의 값을 구할 수 있다.	4점
❸ m^2+a^2의 값을 구할 수 있다.	1점

[서술형 2] 부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 $r\ (r>0)$라 하면 $\overline{OP}=\dfrac{1}{3}\overline{OA}=\dfrac{1}{3}r$, $\overline{OQ}=\dfrac{2}{3}\overline{OB}=\dfrac{2}{3}r$

❶

이때 $\angle AOB=30^\circ=\dfrac{\pi}{6}$이므로 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOB의 넓이)$-\triangle$POQ

$=\dfrac{1}{2}\cdot r^2\cdot\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}r\cdot\dfrac{2}{3}r\cdot\sin\dfrac{\pi}{6}$

$=\dfrac{r^2}{12}\pi-\dfrac{r^2}{9}\cdot\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{r^2}{12}\pi-\dfrac{r^2}{18}$

$=\dfrac{r^2}{36}(3\pi-2)$

❷

즉 $\dfrac{r^2}{36}(3\pi-2)=3\pi-2$이므로 $r^2=36$

$\therefore r=6\ (\because r>0)$

따라서 부채꼴 AOB의 반지름의 길이는 6이다.

❸

채점 기준	배점
❶ 부채꼴의 반지름의 길이를 r로 놓고 $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$의 길이를 r에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ 색칠한 부분의 넓이를 r에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	3점
❸ 부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	2점

[서술형 3] (1) $\triangle$ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AC}^2=8^2+10^2-2\cdot 8\cdot 10\cdot\cos 60^\circ=84$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}\ (\mathrm{m})\ (\because \overline{AC}>0)$

❶

(2) 호수의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$2R=\dfrac{\overline{AC}}{\sin B}=\dfrac{2\sqrt{21}}{\sin 60^\circ}=\dfrac{2\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4\sqrt{7}$

$\therefore R=2\sqrt{7}\ (\mathrm{m})$

따라서 호수의 반지름의 길이는 $2\sqrt{7}$ m이다.

❷

(3) 호수의 넓이는

$\pi R^2=\pi\cdot(2\sqrt{7})^2=28\pi\ (\mathrm{m}^2)$

❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ 호수의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ 호수의 넓이를 구할 수 있다.	2점

● 6일차 본문 96~99쪽

01 ⑤	02 ②	03 ①	04 ④	05 ②
06 ②	07 ⑤	08 ⑤	09 ④	10 ③
11 ②	12 ④	13 ③	14 ③	15 ④
16 ③	17 ⑤			

[서술형 1] 2

[서술형 2] $\frac{4}{7}$

[서술형 3] $3\sqrt{2}$

01 $\sqrt[4]{3\sqrt[3]{81}}\times\sqrt{\sqrt[6]{27}}=\sqrt[4]{3}\times\sqrt[12]{3^4}\times\sqrt[12]{3^3}$

$=\sqrt[12]{3^3}\times\sqrt[12]{3^4}\times\sqrt[12]{3^3}$

$=\sqrt[12]{3^3\times3^4\times3^3}$

$=\sqrt[12]{3^{3+4+3}}$

$=\sqrt[12]{3^{10}}$

$\therefore\ k=10$

다른 풀이

$\sqrt[4]{3\sqrt[3]{81}}\times\sqrt{\sqrt[6]{27}}=\sqrt[4]{3\sqrt[3]{3^4}}\times\sqrt{\sqrt[6]{3^3}}=\sqrt[4]{3\cdot3^{\frac{4}{3}}}\times\sqrt{3^{\frac{3}{6}}}$

$=\sqrt[4]{3^{\frac{7}{3}}}\times\sqrt{3^{\frac{3}{6}}}=3^{\frac{7}{12}}\times3^{\frac{3}{12}}=3^{\frac{7}{12}+\frac{3}{12}}$

$=3^{\frac{10}{12}}$

이때 $\sqrt[12]{3^k}=3^{\frac{k}{12}}$이므로 $3^{\frac{k}{12}}=3^{\frac{10}{12}}$ $\qquad\therefore\ k=10$

02 구하는 식의 분모와 분자에 각각 a^x을 곱하면

$\frac{(a^{3x}-a^{-3x})\cdot a^x}{(a^x-a^{-x})\cdot a^x}=\frac{a^{4x}-a^{-2x}}{a^{2x}-1}=\frac{(a^{2x})^2-(a^{2x})^{-1}}{a^{2x}-1}$

$=\frac{5^2-\frac{1}{5}}{5-1}=\frac{31}{5}$

03 $\frac{1}{\log_2 5}+\frac{1}{\log_4 5}+\frac{1}{\log_6 5}$

$=\log_5 2+\log_5 4+\log_5 6$

$=\log_5(2\cdot4\cdot6)$

$=\log_5 48$

즉 $k=\log_5 48$이므로 $5^k=48$

Lecture 로그의 밑의 변환

$a>0,\ a\neq1,\ b>0,\ b\neq1,\ c>0,\ c\neq1$일 때

(1) $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$ (2) $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$

04 $2^a=3$에서 $a=\log_2 3$

$2^b=5$에서 $b=\log_2 5$

$\therefore\ \log_{10}15=\frac{\log_2 15}{\log_2 10}=\frac{\log_2(3\cdot5)}{\log_2(2\cdot5)}$

$=\frac{\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 5}$

$=\frac{a+b}{1+b}$

05 함수 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$y=2^{x-5}-1$

이 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면

$y=2^{-x-5}-1=\frac{1}{32}\cdot2^{-x}-1=\frac{1}{32}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x-1$

따라서 $a=\frac{1}{32}$, $b=-1$이므로

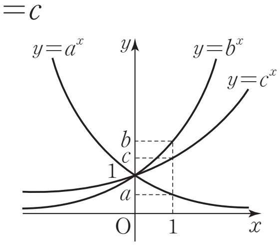
$ab=\frac{1}{32}\cdot(-1)=-\frac{1}{32}$

06 세 함수 $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$에서 $x=1$일 때 y의 값을 차례대로 구하면

$y=a^1=a,\ y=b^1=b,\ y=c^1=c$

따라서 오른쪽 그림에서

$a<c<b$



07 $a^{2x}-14a^x+48=0$에서

$(a^x)^2-14a^x+48=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$a^x=t\ (t>0)$라 하면

$t^2-14t+48=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

방정식 ㉠의 서로 다른 두 실근이 α, β이므로 방정식 ㉡의 서로 다른 두 실근은 a^α, a^β이다.

이차방정식 ㉡에서 근과 계수의 관계에 의하여

$a^\alpha\cdot a^\beta=48$ $\qquad\therefore\ a^{\alpha+\beta}=48$

이때 $\alpha+\beta=2$이므로 $a^2=48$

$\therefore\ a=4\sqrt{3}\ (\because\ a>0)$

08 점근선의 방정식이 $x=-5$이므로 $a=5$

즉 함수 $y=\log_{\frac{1}{5}}(x+5)+b$의 그래프가 점 $(0, -4)$를 지나므로 $-4=\log_{\frac{1}{5}}5+b$에서

$-4=-1+b \qquad \therefore b=-3$

$\therefore a+b=5+(-3)=2$

09 진수의 조건에서 $x>0$

$\log_3 x=t$라 하면 $t^2+kt-8=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

주어진 방정식의 서로 다른 두 실근이 α, β이므로 방정식 ㉠의 서로 다른 두 실근은 $\log_3\alpha$, $\log_3\beta$이다.

이차방정식 ㉠에서 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_3\alpha+\log_3\beta=-k \qquad \therefore \log_3\alpha\beta=-k$

이때 $\alpha\beta=9$이므로 $\log_3 9=\log_3 3^2=2=-k$

$\therefore k=-2$

즉 $t^2-2t-8=0$이므로 $(t+2)(t-4)=0$

$\therefore t=-2$ 또는 $t=4$

따라서 $\log_3 x=-2$ 또는 $\log_3 x=4$이므로

$x=3^{-2}=\dfrac{1}{9}$ 또는 $x=3^4=81$

이때 $\alpha>\beta$이므로 $\alpha=81$, $\beta=\dfrac{1}{9}$

$\therefore \log_3\dfrac{\alpha}{\beta}=\log_3(81\times9)=\log_3 3^6=6$

다른 풀이

$k=-2$이므로 ㉠에서 $t^2-2t-8=0$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_3\alpha+\log_3\beta=2$, $\log_3\alpha\cdot\log_3\beta=-8$

$(\log_3\alpha-\log_3\beta)^2=(\log_3\alpha+\log_3\beta)^2-4\log_3\alpha\cdot\log_3\beta$

$=2^2-4\cdot(-8)=36$

이때 $\alpha>\beta$이므로 $\log_3\alpha-\log_3\beta>0$

$\therefore \log_3\dfrac{\alpha}{\beta}=\log_3\alpha-\log_3\beta=6$

10 $y=4+\log_2(x^2-6x+13)$에서

$f(x)=x^2-6x+13$이라 하면 $f(x)=(x-3)^2+4$이므로 함수 $f(x)$는 $x=3$일 때, 최솟값이 4이다.

이때 밑 2는 1보다 크므로 함수 $y=4+\log_2 f(x)$는 $f(x)$가 최소일 때 최솟값을 갖는다.

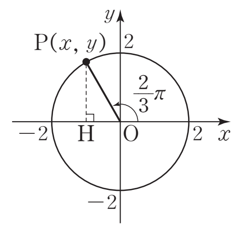
즉 $f(x)=4$일 때, 최솟값은

$y=4+\log_2 4=4+\log_2 2^2=4+2=6$

따라서 $a=3$, $b=6$이므로

$a+b=3+6=9$

11 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$OPH에서



$\angle\text{POH}=\dfrac{\pi}{3}$이므로

$\overline{\text{OH}}=1$, $\overline{\text{PH}}=\sqrt{3}$

이때 $\dfrac{2}{3}\pi$가 제2사분면의 각이므로

$x=-1$, $y=\sqrt{3}$

$\therefore x-\sqrt{3}y=-1-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=-4$

12 $\tan\theta=2$이므로 $\dfrac{-2}{a}=2 \qquad \therefore a=-1$

즉 점 P의 좌표는 $(-1, -2)$이고

$\overline{\text{OP}}=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin\theta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin^2\theta-\cos^2\theta=\left(-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2-\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)^2$

$=\dfrac{4}{5}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{3}{5}$

13 $a>0$이고 최댓값이 3, 최솟값이 -3이므로 $a=3$

$b>0$이고 주기가 4π이므로

$\dfrac{2\pi}{|b|}=4\pi \qquad \therefore b=\dfrac{1}{2}$

$\therefore y=3\cos\left(\dfrac{x}{2}-c\right)$

이때 주어진 함수의 그래프는 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=3\cos(-c)$, $\cos c=0$

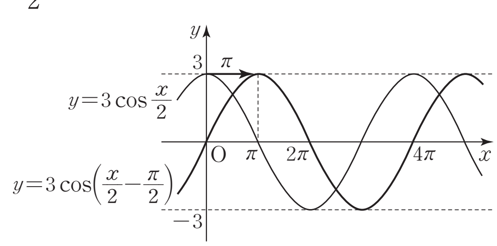
$\therefore c=\dfrac{\pi}{2}$ $(\because 0<c<\pi)$

$\therefore abc=3\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{3}{4}\pi$

다른 풀이

주어진 함수의 그래프는 다음 그림과 같이 함수 $y=3\cos\dfrac{x}{2}$의 그래프를 x축의 방향으로 π만큼 평행이동한 것이므로 $y=3\cos\dfrac{1}{2}(x-\pi)=3\cos\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\therefore c=\dfrac{\pi}{2}$ $(\because 0<c<\pi)$



14 (주어진 식)

$$=\frac{\cos\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{4}}+\frac{-\sin\frac{\pi}{3}}{-\cos\frac{\pi}{6}-\cos\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}+\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})+\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$=3+\sqrt{6}+3-\sqrt{6}$$

$$=6$$

15 이차방정식 $t^2-(4\cos\theta)t-4\cos\theta+3=0$의 판별식을 D라 하면 이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4}=(-2\cos\theta)^2-(-4\cos\theta+3)=0$$

$$4\cos^2\theta+4\cos\theta-3=0$$

$$(2\cos\theta-1)(2\cos\theta+3)=0$$

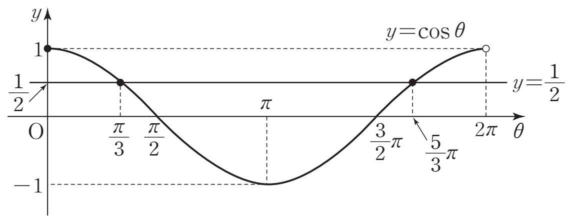
$\therefore \cos\theta=\frac{1}{2}$ 또는 $\cos\theta=-\frac{3}{2}$

이때 $0\le\theta<2\pi$이므로 $-1\le\cos\theta\le1$

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{2}$

$0\le\theta<2\pi$에서 함수 $y=\cos\theta$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}$의 교점은 다음 그림과 같으므로

$\theta=\frac{\pi}{3}$ 또는 $\theta=\frac{5}{3}\pi$



따라서 모든 실수 θ의 값의 합은

$$\frac{\pi}{3}+\frac{5}{3}\pi=2\pi$$

Lecture 이차방정식의 판별식

이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$의 판별식을 D라 하면 $D=b^2-4ac$

(1) $D>0$이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(2) $D=0$이면 중근을 갖는다.

(3) $D<0$이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

16 $2\sin A=2\sqrt{3}\sin B=\sqrt{3}\sin C=k\ (k\neq0)$로 놓으면

$$\sin A=\frac{k}{2},\ \sin B=\frac{k}{2\sqrt{3}},\ \sin C=\frac{k}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$$

$$=\frac{k}{2}:\frac{k}{2\sqrt{3}}:\frac{k}{\sqrt{3}}$$

$$=\sqrt{3}:1:2$$

따라서 $a=\sqrt{3}l,\ b=l,\ c=2l\ (l>0)$이라 하면

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{l^2+(2l)^2-(\sqrt{3}l)^2}{2\cdot l\cdot 2l}$$

$$=\frac{2l^2}{4l^2}=\frac{1}{2}$$

이때 $0^\circ<A<180^\circ$이므로 $A=60^\circ$

17 $C=180^\circ-(A+B)$

$$=180^\circ-(45^\circ+60^\circ)=75^\circ$$

$\triangle$ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BC}}{\sin 45^\circ}=\frac{4}{\sin 60^\circ}=\frac{\overline{AB}}{\sin 75^\circ}=2R$$

ㄱ. $\frac{\overline{BC}}{\sin 45^\circ}=\frac{4}{\sin 60^\circ}$에서

$$\overline{BC}=\frac{4}{\sin 60^\circ}\cdot\sin 45^\circ$$

$$=4\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$$

ㄴ. $\frac{\overline{AB}}{\sin 75^\circ}=\frac{4}{\sin 60^\circ}$에서

$$\overline{AB}=\frac{4}{\sin 60^\circ}\cdot\sin 75^\circ=4\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sin 75^\circ$$

$$=\frac{8\sqrt{3}}{3}\sin 75^\circ$$

이때 $0<\sin 75^\circ<1$이므로

$$0<\frac{8\sqrt{3}}{3}\sin 75^\circ<\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \overline{AB}<\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

ㄷ. $\frac{4}{\sin 60^\circ}=2R$에서

$$R=\frac{2}{\sin 60^\circ}=2\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

즉 $\triangle$ABC의 외접원의 넓이는

$$\pi\cdot\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{16}{3}\pi$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

[서술형 1] 주어진 그래프에서 $A(a,\ 4^a)$, $B(a,\ 2^a)$이므로 $\overline{AB}=4^a-2^a=12$

$(2^a)^2-2^a-12=0$

❶

$2^a=t\ (t>0)$라 하면 $t^2-t-12=0$

$(t+3)(t-4)=0 \qquad \therefore t=4\ (\because t>0)$

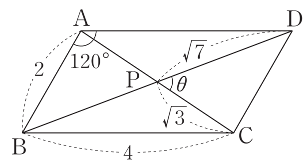
즉 $2^a=4$이므로 $2^a=4=2^2$

$\therefore a=2$

❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}=12$를 이용하여 지수방정식을 세울 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	4점

다른 풀이



평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 P라 할 때, $\overline{AC}=2\sqrt{3}$, $\overline{BD}=2\sqrt{7}$

이므로

$\overline{PC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\sqrt{3}$

$\overline{PD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\sqrt{7}$

△PCD에서 코사인법칙에 의하여

$\cos\theta=\frac{(\sqrt{7})^2+(\sqrt{3})^2-2^2}{2\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

$\therefore \sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{\sqrt{21}}{7}\right)^2=\frac{4}{7}$

[서술형 2] △ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{BD}^2=4^2+2^2-2\cdot4\cdot2\cdot\cos 120^\circ=28$

$\therefore \overline{BD}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}\ (\because \overline{BD}>0)$

❶

△ABC에서 ∠ABC=60°이므로 코사인법칙에 의하여

$\overline{AC}^2=4^2+2^2-2\cdot4\cdot2\cdot\cos 60^\circ=12$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\ (\because \overline{AC}>0)$

❷

이때 평행사변형 ABCD의 넓이는

$\left(\frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AD}\cdot\sin 120^\circ\right)\cdot2=\frac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{BD}\cdot\sin\theta$

$\frac{1}{2}\cdot2\cdot4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot2=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}\cdot2\sqrt{7}\cdot\sin\theta$

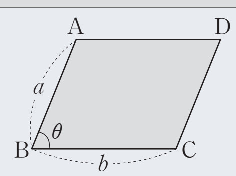
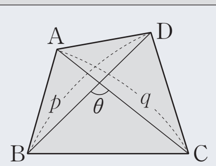
$4\sqrt{3}=2\sqrt{21}\sin\theta \qquad \therefore \sin\theta=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

$\therefore \sin^2\theta=\left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)^2=\frac{4}{7}$

❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{BD}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ $\sin^2\theta$의 값을 구할 수 있다.	3점

Lecture 사각형의 넓이

평행사변형	사각형
 $S=ab\sin\theta$	 $S=\frac{1}{2}pq\sin\theta$

[서술형 3] 각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:4=3:2$

$\therefore \overline{BD}=\frac{3}{3+2}\overline{BC}=\frac{3}{5}\times5=3$

❶

△ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\cos B=\frac{6^2+5^2-4^2}{2\cdot6\cdot5}=\frac{3}{4}$

❷

△ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AD}^2=6^2+3^2-2\cdot6\cdot3\cdot\cos B$

$=36+9-36\cdot\frac{3}{4}=18$

$\therefore \overline{AD}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\ (\because \overline{AD}>0)$

❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{BD}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ $\cos B$의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $\overline{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	3점