정답과 해설

정답과 해설 | 중간

1주 1일 개념 돌파 전략 ①

9, 11쪽

1-2 $-5x^2-3y^2$
2-2 $a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca$
3-2 몫: $2x^2-3x+1$, 나머지: -3
4-2 1
5-2 -5
6-2 $(a+b+1)^2$

1-2

$$\begin{aligned}B-A&=(-2x^2-y^2)-(3x^2+2y^2)\\&=-2x^2-y^2-3x^2-2y^2\\&=-5x^2-3y^2\end{aligned}$$

2-2

$$\begin{aligned}(a-b+c)^2&=a^2+(-b)^2+c^2+2\times a\times(-b)\\&\qquad+2\times(-b)\times c+2\times c\times a\\&=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca\end{aligned}$$

3-2

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & 1 & -5 & -1\\ & & -4 & 6 & -2\\ \hline & 2 & -3 & 1 & \boxed{-3}\end{array}$$

$\therefore$ 몫: $2x^2-3x+1$, 나머지: -3

4-2

주어진 등식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$3b=-4 \qquad \therefore b=-\frac{4}{3}$

양변에 $x=-2$를 대입하면

$-3a=-7 \qquad \therefore a=\frac{7}{3}$

$\therefore a+b=1$

다른 풀이

주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$(a+b)x-a+2b=x-5$

양변의 동류항의 계수를 비교하면

$a+b=1$, $-a+2b=-5$

두 식을 연립하여 풀면

$a=\frac{7}{3}$, $b=-\frac{4}{3}$

$\therefore a+b=1$

5-2

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-5=-5$

6-2

$$\begin{aligned}&a^2+b^2+2ab+2a+2b+1\\&=a^2+b^2+1^2+2\times a\times b+2\times b\times 1+2\times 1\times a\\&=(a+b+1)^2\end{aligned}$$

1주 1일 개념 돌파 전략 ②

12~13쪽

1 ②	**2** ⑤	**3** ④	**4** ②
5 ④	**6** ④		

1

$(x-2)(3x^2-4x+1)$의 전개식에서 x^2항은

$x\times(-4x)+(-2)\times 3x^2=-10x^2$

따라서 x^2의 계수는 -10이다.

2

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 4 & -2 & 2 & 3\\ & & 2 & 0 & 1\\ \hline & 4 & 0 & 2 & \boxed{4}\end{array}$$

$$\begin{aligned}4x^3-2x^2+2x+3&=\left(x-\frac{1}{2}\right)(4x^2+2)+4\\&=2\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2+1)+4\\&=(2x-1)(2x^2+1)+4\end{aligned}$$

따라서 몫이 $2x^2+1$, 나머지가 4이므로 몫과 나머지의 합은 $2x^2+5$이다.

3

주어진 등식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$3+1-6=-a+b \qquad \therefore a-b=2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

양변에 $x=2$를 대입하면

$12+2-6=3+b \qquad \therefore b=5$

$b=5$를 ㉠에 대입하면 $a=7$

$\therefore ab=35$

4

$f(2)=-1$이므로

$8-8+2a+1=-1 \qquad \therefore a=-1$

5

$f(-3)=0$이므로

$-27+9a+9+9=0 \qquad \therefore a=1$

6

$x^2-3x=X$로 놓으면

$$\begin{aligned}X^2-5X+4&=(X-1)(X-4)\\&=(x^2-3x-1)(x^2-3x-4) \leftarrow X=x^2-3x \text{ 대입}\\&=(x^2-3x-1)(x+1)(x-4)\end{aligned}$$

따라서 인수가 적힌 카드를 들고 있는 사람은 유찬이다.

1주 2일 필수 체크 전략 ①

14~17쪽

1-1 $6x^2+2x+2$	**1-2** ③
2-1 ①	**2-2** 4
3-1 ④	**3-2** -1
4-1 몫: $x-3$, 나머지: $x-1$	**4-2** ④

1-1

$$\begin{aligned}A-(2B-A)&=A-2B+A\\&=2A-2B\\&=2(x^3+x^2-2x+1)-2(x^3-2x^2-3x)\\&=2x^3+2x^2-4x+2-2x^3+4x^2+6x\\&=6x^2+2x+2\end{aligned}$$

1-2

$X+A=-A+B$에서

$$\begin{aligned}X&=-2A+B\\&=-2(x^2-2xy+3y^2)+(3x^2+xy-y^2)\\&=-2x^2+4xy-6y^2+3x^2+xy-y^2\\&=x^2+5xy-7y^2\end{aligned}$$

2-1

$(x^2+x+a)^2=(x^2+x+a)(x^2+x+a)$의 전개식에서 x^2항은

$x^2\times a+x\times x+a\times x^2=(2a+1)x^2$

이때, x^2의 계수가 -17이므로

$2a+1=-17,\ 2a=-18$

$\therefore a=-9$

2-2

$(x^2+3x-1)(x^3+2x-3)$의 전개식에서

x^3항은

$x^2\times 2x+(-1)\times x^3=x^3 \qquad \therefore a=1$

x^2항은

$x^2\times(-3)+3x\times 2x=3x^2 \qquad \therefore b=3$

$\therefore a+b=4$

3-1

$x^2-3x-1=0$에서 $x\neq 0$이므로 양변을 x로 나누면

$x-3-\dfrac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\dfrac{1}{x}=3$

$$\begin{aligned}\therefore x^3-\frac{1}{x^3}&=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)\\&=3^3+3\times 3=36\end{aligned}$$

3-2

$a+b+c=3,\ a^2+b^2+c^2=7$이므로

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에서

$7=3^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=1$

이때, $abc=-1$이므로

$$\begin{aligned}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}&=\frac{bc+ca+ab}{abc}\\&=\frac{1}{-1}=-1\end{aligned}$$

4-1

다항식 A를 $x+1$로 나누었을 때의 몫이 x^2-3x, 나머지가 2이므로

$$\begin{aligned}A&=(x+1)(x^2-3x)+2\\&=x^3-2x^2-3x+2\end{aligned}$$

이때, 다항식 A를 x^2+x-1로 나누면

$$\begin{array}{r|l} & x-3 \\ \hline x^2+x-1 & x^3-2x^2-3x+2 \\ & x^3+x^2-x \\ \hline & -3x^2-2x+2 \\ & -3x^2-3x+3 \\ \hline & x-1 \end{array}$$

따라서 다항식 A를 x^2+x-1로 나누었을 때의 몫은 $x-3$, 나머지는 $x-1$이다.

4-2

다항식 $f(x)$를 $x-\dfrac{1}{3}$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R이므로

$f(x)=\left(x-\frac{1}{3}\right)Q(x)+R$

$\quad=(3x-1)\times\frac{1}{3}Q(x)+R$

따라서 $f(x)$를 $3x-1$로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{3}Q(x)$, 나머지는 R이다.

1주 2일 필수 체크 전략 ②

18~19쪽

1 ③	2 ②	3 ⑤	4 ②
5 ③	6 ①		

1

$A+B=3x^2-2xy-y^2$ ······ ㉠

$A-B=-x^2+4xy+5y^2$ ······ ㉡

㉠+㉡을 하면 $2A=2x^2+2xy+4y^2$

$\therefore A=x^2+xy+2y^2$

즉, ㉠에서

$B=3x^2-2xy-y^2-A$

$\quad=3x^2-2xy-y^2-(x^2+xy+2y^2)$

$\quad=3x^2-2xy-y^2-x^2-xy-2y^2$

$\quad=2x^2-3xy-3y^2$

$\therefore 3A+2B=3(x^2+xy+2y^2)+2(2x^2-3xy-3y^2)$

$\quad=3x^2+3xy+6y^2+4x^2-6xy-6y^2$

$\quad=7x^2-3xy$

2

$(x^2+x-7)(4x^2-x+a)$의 전개식에서 x항은

$x\times a+(-7)\times(-x)=(a+7)x$

이때, x의 계수가 13이므로

$a+7=13 \qquad \therefore a=6$

따라서 $(x^2+x-7)(4x^2-x+6)$의 전개식에서 x^2항은

$x^2\times 6+x\times(-x)+(-7)\times 4x^2=-23x^2$

이므로 x^2의 계수는 -23이다.

3

$x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$에서

$x+y=4$, $xy=1$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$\quad=4^3-3\times1\times4$

$\quad=64-12=52$

4

$x^2+3x-1=0$에서 $x\neq0$이므로 양변을 x로 나누면

$x+3-\frac{1}{x}=0$

$\therefore x-\frac{1}{x}=-3$

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

$\quad=(-3)^2+2=11$

$x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$\quad=(-3)^3+3\times(-3)=-36$

이므로

$x^3+x^2+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)$

$\quad=11+(-36)=-25$

5

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$에서

$3=1^2-2(xy+yz+zx)$

$\therefore xy+yz+zx=-1$

$\therefore x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2$

$\quad=(xy)^2+(yz)^2+(zx)^2$

$\quad=(xy+yz+zx)^2-2(xy^2z+yz^2x+zx^2y)$

$\quad=(xy+yz+zx)^2-2xyz(x+y+z)$

$\quad=(-1)^2-2\times(-1)\times1$

$\quad=1+2=3$

6

$$
\begin{array}{r|l}
 & 4x^2+4x+3 \\ \hline
x^2-x+1 & 4x^4 \qquad +3x^2+x-6 \\
 & 4x^4-4x^3+4x^2 \\ \cline{2-2}
 & \quad 4x^3-x^2+x \\
 & \quad 4x^3-4x^2+4x \\ \cline{2-2}
 & \qquad 3x^2-3x-6 \\
 & \qquad 3x^2-3x+3 \\ \cline{2-2}
 & \qquad\qquad -9
\end{array}
$$

$\therefore 4x^4+3x^2+x-6=(x^2-x+1)(4x^2+4x+3)-9$

이때, $x^2-x+1=0$이므로 구하는 식의 값은 -9이다.

다른 풀이

$x^2-x+1=0$에서 $(x+1)(x^2-x+1)=x^3+1=0$이므로

$x^3=-1$

$\therefore 4x^4+3x^2+x-6=4x\times x^3+3x^2+x-6$

$\quad=4x\times(-1)+3x^2+x-6$

$\quad=3x^2-3x-6$

$\quad=3(x^2-x)-6$

$\quad=3\times(-1)-6=-9$

1주 3일 필수 체크 전략 ①

20~23쪽

1-1 2	**1-2** ③
2-1 ①	**2-2** $-x$
3-1 $(x+2)^2(x^2+4x-6)$	**3-2** ③
4-1 3	**4-2** ②

1-1

주어진 등식의 좌변을 x, y에 대하여 정리하면
$(a+3b)x-(2a-b)y=5x-3y$
이 등식이 x, y에 대한 항등식이므로
$a+3b=5$, $2a-b=3$
두 식을 연립하여 풀면
$a=2$, $b=1$
$\therefore ab=2$

1-2

$2x^3-x^2+8x+6$을 ax^2+bx+c로 나누었을 때의 몫이 $2x+1$, 나머지가 $-x+1$이므로
$2x^3-x^2+8x+6=(ax^2+bx+c)(2x+1)-x+1$
우변을 전개하여 정리하면
$2x^3-x^2+8x+6=2ax^3+(a+2b)x^2+(b+2c-1)x+c+1$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로 양변의 동류항의 계수를 비교하면
$2a=2$, $a+2b=-1$, $b+2c-1=8$, $c+1=6$
$\therefore a=1$, $b=-1$, $c=5$
$\therefore a-b-c=1-(-1)-5=-3$

2-1

$f(x)=x^3+2x^2+ax+b$로 놓으면 $f(x)$가
x^2+3x+2, 즉 $(x+1)(x+2)$로 나누어떨어지므로
$f(-1)=0$, $f(-2)=0$
$f(-1)=0$에서 $-1+2-a+b=0$
$\therefore a-b=1$ …… ㉠
$f(-2)=0$에서 $-8+8-2a+b=0$
$\therefore 2a-b=0$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=-2$
$\therefore a+b=-3$

2-2

$f(x)$를 x^2-4로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$(a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x^2-4)Q(x)+ax+b$
$\quad=(x+2)(x-2)Q(x)+ax+b$
$f(x)$를 $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 2이므로
$f(-2)=2 \qquad \therefore -2a+b=2$ …… ㉠
또, $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 -2이므로
$f(2)=-2 \qquad \therefore 2a+b=-2$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=0$
따라서 구하는 나머지는 $-x$이다.

3-1

$(x-1)(x+1)(x+3)(x+5)-9$
$=\{(x-1)(x+5)\}\{(x+1)(x+3)\}-9$
$=(x^2+4x-5)(x^2+4x+3)-9$
$=(X-5)(X+3)-9$ ← $x^2+4x=X$로 치환
$=X^2-2X-24$
$=(X+4)(X-6)$
$=(x^2+4x+4)(x^2+4x-6)$ ← $X=x^2+4x$ 대입
$=(x+2)^2(x^2+4x-6)$

공통부분이 생기도록
두 일차식의 상수항의
합이 같게 두 개씩
짝을 지어야 해.

3-2

$x^4-8x^2+4=(x^4-4x^2+4)-4x^2$
$\quad=(x^2-2)^2-(2x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형
$\quad=(x^2+2x-2)(x^2-2x-2)$
이때, a, b는 양수이므로 $a=2$, $b=2$
$\therefore a+b=4$

4-1

x에 대하여 내림차순으로 정리하면
$2x^2+4xy+2y^2-x-y-1$
$=2x^2+(4y-1)x+2y^2-y-1$
$=2x^2+(4y-1)x+(2y+1)(y-1)$
$=\{2x+(2y+1)\}\{x+(y-1)\}$
$=(2x+2y+1)(x+y-1)$
따라서 $a=2$, $b=1$, $c=1$, $d=-1$이므로
$a+b+c+d=3$

y에 대하여
내림차순으로
정리하여 인수분해
해도 돼.

4-2

$f(x)=2x^3+5x^2-6x+a$로 놓으면 $f(x)$가 $x+1$을 인수로 가지므로
$f(-1)=-2+5+6+a=0$
$\therefore a=-9$

즉, $f(x)=2x^3+5x^2-6x-9$이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 5 & -6 & -9 \\ & & -2 & -3 & 9 \\ \hline & 2 & 3 & -9 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(2x^2+3x-9)$
$\quad=(x+1)(x+3)(2x-3)$
따라서 $a=-9$, $b=3$, $c=-3$이므로
$a+b+c=-9$

1주 3일 필수 체크 전략 ②

24~25쪽

1 ⑤	**2** ①	**3** ③	**4** ②
5 ②	**6** ②		

1

주어진 등식의 양변에 $x=-1$을 대입하면
$-1+a+b=0 \qquad \therefore a+b=1$ …… ㉠
양변에 $x=2$를 대입하면
$8+4a+b=0 \qquad \therefore 4a+b=-8$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $b=4$
$\therefore a+2b=5$

2

주어진 등식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$3^4=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_8$ …… ㉠
양변에 $x=-1$을 대입하면
$1^4=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_8$ …… ㉡
㉠$-$㉡을 하면 $80=2(a_1+a_3+a_5+a_7)$
$\therefore a_1+a_3+a_5+a_7=40$

3

$f(x)$를 x^2-1로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면
$f(x)=(x^2-1)Q(x)+2x+1$
$\quad=(x+1)(x-1)Q(x)+2x+1$
$\therefore f(-1)=-1$
$f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 5이므로
$f(2)=5$
$f(x)$를 x^2-x-2로 나누었을 때의 몫을 $Q'(x)$,
나머지를 $ax+b$(a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x^2-x-2)Q'(x)+ax+b$
$\quad=(x+1)(x-2)Q'(x)+ax+b$
$\therefore f(-1)=-a+b=-1$ …… ㉠
$f(2)=2a+b=5$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=1$
따라서 구하는 나머지는 $2x+1$이다.

이차식으로 나누었을 때의
나머지는 상수 또는 일차식이므로
나머지를 $ax+b$로 놓고 생각해야 해.

4

$x^4-6x^2+5=X^2-6X+5$ ← $x^2=X$로 치환
$\quad=(X-1)(X-5)$
$\quad=(x^2-1)(x^2-5)$ ← $X=x^2$ 대입
$\quad=(x-1)(x+1)(x^2-5)$
따라서 $a=1$, $b=-5$이므로
$a+b=-4$

5

$f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x-4$로 놓으면
$f(1)=1-1-2+6-4=0$,
$f(-2)=16+8-8-12-4=0$
이므로 $f(x)$는 $x-1$, $x+2$를 인수로 갖는다.
조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & -2 & 6 & -4 \\ & & 1 & 0 & -2 & 4 \\ \hline -2 & 1 & 0 & -2 & 4 & \boxed{0} \\ & & -2 & 4 & -4 & \\ \hline & 1 & -2 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(1)=0$, $f(-2)=0$이니까
두 번 연속하여 조립제법을
이용할 수 있어.

$f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x-4$
$\quad=(x-1)(x+2)(x^2-2x+2)$
따라서 $a=-1$, $b=2$, $c=-2$ 또는 $a=2$, $b=-1$, $c=-2$이므로
$a+b+c=-1$

6

$2020=x$로 놓으면

$$\frac{2020^3-3\times2020+2}{2020\times2021-2}=\frac{x^3-3x+2}{x(x+1)-2}$$
$$=\frac{(x-1)(x^2+x-2)}{x^2+x-2}$$
$$=x-1=2020-1=2019$$

중간

1주 4일 교과서 대표 전략 ①

26~29쪽

1 ⑤	**2** ⑤	**3** ④	**4** ⑤
5 ②	**6** ⑤	**7** 1	**8** 7
9 ④	**10** ①	**11** ①	**12** 16
13 ③	**14** ④	**15** ③	**16** ②

1

$A-3B+2(A+B)$
$=A-3B+2A+2B$
$=3A-B$
$=3(x^3-x^2+3x-2)-(2x^3+4x-6)$
$=3x^3-3x^2+9x-6-2x^3-4x+6$
$=x^3-3x^2+5x$

2

$(1+2x+3x^2+4x^3)^2$
$=(1+2x+3x^2+4x^3)(1+2x+3x^2+4x^3)$
의 전개식에서 x^3항은
$1\times 4x^3+2x\times 3x^2+3x^2\times 2x+4x^3\times 1$
$=4x^3+6x^3+6x^3+4x^3=20x^3$
따라서 x^3의 계수는 20이다.

3

$x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$이므로
$10=3^2-xy$에서 $xy=-1$
$\therefore\ x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$
$=3^3-3\times(-1)\times 3$
$=27+9=36$

4

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
$=1^2-2\times(-1)$
$=1+2=3$
이므로
$a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=1\times\{3-(-1)\}+3\times 5$
$=4+15=19$

5

다항식 $3x^3+4x^2+ax+4$를 $3x+1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|cccc} -\frac{1}{3} & 3 & 4 & a & 4 \\ & & -1 & -1 & -\frac{1}{3}a+\frac{1}{3} \\ \hline & 3 & 3 & a-1 & \boxed{1} \end{array}$$

이때, $e=-\frac{1}{3}$, $c=-1$, $a-1=b$, $-\frac{1}{3}a+\frac{1}{3}=d=-3$이므로
$e=-\frac{1}{3}$, $c=-1$, $d=-3$, $a=10$, $b=9$
따라서 옳지 않은 것은 ② $b=-11$이다.

6

$f(x)$를 x^2+1로 나누었을 때의 몫이 $x+3$, 나머지가 $-2x+1$이므로
$f(x)=(x^2+1)(x+3)-2x+1$
$\therefore\ f(0)=1\times 3-0+1=4$

7

주어진 등식의 양변에 $x=0$을 대입하면
$2=2c \qquad \therefore\ c=1$
양변에 $x=1$을 대입하면
$9=-b \qquad \therefore\ b=-9$
양변에 $x=2$를 대입하면
$22=2a \qquad \therefore\ a=11$
$\therefore\ a+b-c=11+(-9)-1=1$

8

주어진 등식의 양변에 $x=0$을 대입하면
$1^2=a_0$ …… ㉠
양변에 $x=1$을 대입하면
$4^2=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_6$ …… ㉡
양변에 $x=-1$을 대입하면
$0^2=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_6$ …… ㉢
㉡+㉢을 하면 $16=2(a_0+a_2+a_4+a_6)$
$\therefore\ a_0+a_2+a_4+a_6=8$
㉠에서 $a_0=1$이므로
$1+a_2+a_4+a_6=8$
$\therefore\ a_2+a_4+a_6=7$

9

$f(x)$를 x^2-2x-3으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$,
나머지를 $ax+b$(a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x^2-2x-3)Q(x)+ax+b$
$=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$

이때, 나머지정리에 의하여

$f(-1)=1$, $f(3)=5$

$f(-1)=1$에서 $-a+b=1$ …… ㉠

$f(3)=5$에서 $3a+b=5$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=2$

따라서 구하는 나머지는 $x+2$이다.

10

$f(x)=x^3+2x^2+ax+b$로 놓으면 $f(x)$가

x^2+2x-8, 즉 $(x+4)(x-2)$로 나누어떨어지므로

$f(-4)=0$, $f(2)=0$

$f(-4)=0$에서 $-64+32-4a+b=0$

$\therefore -4a+b=32$ …… ㉠

$f(2)=0$에서 $8+8+2a+b=0$

$\therefore 2a+b=-16$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-8$, $b=0$

$\therefore a-b=-8$

11

$2020=x$로 놓으면

$2020^{10}+2020^5+1=x^{10}+x^5+1$

$2021=x+1$

$f(x)=x^{10}+x^5+1$이라 할 때, $f(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 나머지는 $f(-1)=1$이므로 몫을 $Q(x)$라 하면

$x^{10}+x^5+1=(x+1)Q(x)+1$

이 식의 양변에 $x=2020$을 대입하면

$2020^{10}+2020^5+1=2021Q(2020)+1$

따라서 $2020^{10}+2020^5+1$을 2021로 나누었을 때의 나머지는 1이다.

12

$(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$

$=\{(x-1)(x-7)\}\{(x-3)(x-5)\}+k$

$=(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k$

$=(X+7)(X+15)+k$ ← $x^2-8x=X$로 치환

$=X^2+22X+105+k$ …… ㉠

주어진 식이 x에 대한 이차식의 완전제곱식으로 인수분해되려면 ㉠이 X에 대한 완전제곱식이 되어야 하므로

$105+k=\left(\frac{22}{2}\right)^2=121$ $\quad\therefore k=16$

13

$x^4-11x^2+25=(x^4-10x^2+25)-x^2$

$=(x^2-5)^2-x^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2+x-5)(x^2-x-5)$

따라서 $a=1$, $b=-5$, $c=-1$, $d=-5$ 또는 $a=-1$, $b=-5$, $c=1$, $d=-5$이므로

$ab+cd=0$

14

$2x^2-xy-y^2-4x+y+2$

$=2x^2-(y+4)x-(y^2-y-2)$

$=2x^2-(y+4)x-(y+1)(y-2)$

$=\{x-(y+1)\}\{2x+(y-2)\}$

$=(x-y-1)(2x+y-2)$

따라서 $a=1$, $b=-1$, $c=2$, $d=1$이므로

$a+b+c+d=3$

15

$f(x)=x^3+2x^2+ax+b$로 놓으면 $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$이므로 $f(x)$는 $x-2$, $x+1$을 모두 인수로 갖는다.

$f(2)=8+8+2a+b=0$에서

$2a+b=-16$ …… ㉠

$f(-1)=-1+2-a+b=0$에서

$a-b=1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-5$, $b=-6$

$\therefore f(x)=x^3+2x^2-5x-6$

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & 2 & 8 & 6 \\ \hline -1 & 1 & 4 & 3 & 0 \\ & & -1 & -3 & \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(x+1)(x+3)$

따라서 이 다항식의 인수인 것은 ③ $x+3$이다.

16

$220=x$로 놓으면

$$\frac{221^3+1}{220^3-1}=\frac{(x+1)^3+1^3}{x^3-1^3}$$

$$=\frac{(x+1+1)\{(x+1)^2-(x+1)+1\}}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$=\frac{(x+2)(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$=\frac{x+2}{x-1}=\frac{220+2}{220-1}$$

$$=\frac{222}{219}=\frac{74}{73}$$

1주 4일 교과서 대표 전략 ②

30~31쪽

1 ③	**2** ①	**3** ②	**4** $\sqrt{30}$ cm
5 ④	**6** ①	**7** ⑤	**8** ③

1

$(2x^2-ax+1)(x^2-x-b)$의 전개식에서 x^3의 계수가 3이므로

$2x^2\times(-x)+(-ax)\times x^2=(-2-a)x^3=3x^3$

$-2-a=3 \qquad \therefore a=-5$

또, 상수항이 5이므로

$1\times(-b)=5 \qquad \therefore b=-5$

$\therefore a-b=-5-(-5)=0$

2

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$5=3^2-2xy \qquad \therefore xy=2$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$\qquad =3^3-3\times2\times3=9$

$x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-(xy)^2(x+y)$

$\qquad =5\times9-2^2\times3=33$

$\therefore x^3+y^3+x^5+y^5=9+33=42$

3

$x^4-6x^2+1=0$의 양변을 x^2으로 나누면

$x^2-6+\dfrac{1}{x^2}=0 \qquad \therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=6$

$\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}-2=6-2=4$에서

$x-\dfrac{1}{x}=-2\left(\because 0<x<1\text{이므로 } x-\dfrac{1}{x}<0\right)$

$\therefore x^3-\dfrac{1}{x^3}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

$\qquad =(-2)^3+3\times(-2)=-14$

4

직육면체 상자의 가로, 세로의 길이와 높이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면 모든 모서리의 길이의 합이 32 cm이므로

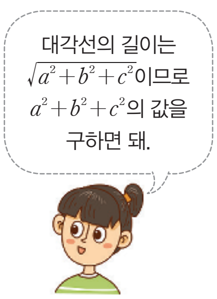
$4(a+b+c)=32$

$\therefore a+b+c=8$

상자의 겉넓이가 34 cm^{2}이므로

$2(ab+bc+ca)=34$

$\therefore ab+bc+ca=17$



따라서 직육면체 상자의 대각선의 길이는

$\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)}$

$\qquad =\sqrt{8^2-2\times17}=\sqrt{30}$ (cm)

5

$f(x)=x^{10}+x^9+1$로 놓으면

$f(1)=3$

다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$이므로

$f(x)=x^{10}+x^9+1=(x-1)Q(x)+3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$Q(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$Q(-1)$

㉠에 $x=-1$을 대입하면

$(-1)^{10}+(-1)^9+1=-2\times Q(-1)+3$

$1-1+1=-2Q(-1)+3$

$\therefore Q(-1)=1$

따라서 구하는 나머지는 1이다.

6

x^3+ax^2+bx-2를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면

$x^3+ax^2+bx-2=(x-1)^2Q(x) \qquad \cdots\cdots$ ㉠

양변에 $x=1$을 대입하면

$1+a+b-2=0 \qquad \therefore b=1-a \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$x^3+ax^2+(1-a)x-2=(x-1)^2Q(x)$

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & 1-a & -2 \\ & & 1 & a+1 & 2 \\ \hline & 1 & a+1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$(x-1)\{x^2+(a+1)x+2\}$

$=(x-1)^2Q(x)$

양변을 $x-1$로 나누면

$x^2+(a+1)x+2=(x-1)Q(x)$

이 식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$1+a+1+2=0 \qquad \therefore a=-4$

$a=-4$를 ㉡에 대입하면 $b=5$

$\therefore a-b=-4-5=-9$

다른 풀이

다항식 x^3+ax^2+bx-2가 $(x-1)^2$으로 나누어떨어지므로 $x-1$로 두 번 연속하여 조립제법을 이용하면 나머지가 0이 된다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & -2 \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 \\ \hline 1 & 1 & a+1 & a+b+1 & \boxed{a+b-1} \\ & & 1 & a+2 & \\ \hline & 1 & a+2 & \boxed{2a+b+3} & \end{array}$$

즉, 주어진 다항식을 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 0이므로

$a+b-1=0$ $\cdots\cdots$ ㉠

또, 몫을 다시 $x-1$로 나누었을 때의 나머지도 0이므로

$2a+b+3=0$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

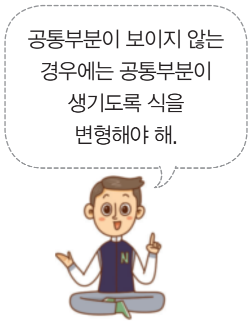
$a=-4,\ b=5$

$\therefore\ a-b=-4-5=-9$

7

$20=a$로 놓으면

$$\begin{aligned}
&\sqrt{20\times22\times24\times26+16}\\
&=\sqrt{a(a+2)(a+4)(a+6)+16}\\
&=\sqrt{a(a+6)(a+2)(a+4)+16}\\
&=\sqrt{(a^2+6a)(a^2+6a+8)+16}\\
&=\sqrt{A(A+8)+16} \leftarrow a^2+6a=A\text{로 치환}\\
&=\sqrt{A^2+8A+16}=\sqrt{(A+4)^2}\\
&=\sqrt{(a^2+6a+4)^2} \leftarrow A=a^2+6a\text{ 대입}\\
&=a^2+6a+4\ (\because\ a^2+6a+4>0)\\
&=20^2+6\times20+4\\
&=524
\end{aligned}$$



다른 풀이

$23=a$로 놓으면

$$\begin{aligned}
&\sqrt{20\times22\times24\times26+16}\\
&=\sqrt{(a-3)(a-1)(a+1)(a+3)+16}\\
&=\sqrt{(a+3)(a-3)(a+1)(a-1)+16}\\
&=\sqrt{(a^2-9)(a^2-1)+16}\\
&=\sqrt{a^4-10a^2+25}\\
&=\sqrt{(a^2-5)^2}=a^2-5\ (\because\ a^2-5>0)\\
&=23^2-5=529-5\\
&=524
\end{aligned}$$

8

$f(x)=x^3-9x^2+23x-15$에서

$f(1)=1-9+23-15=0$

이므로 인수정리에 의하여 $f(x)$는 $x-1$로 나누어떨어진다.

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr}
1 & 1 & -9 & 23 & -15\\
 & & 1 & -8 & 15\\
\hline
 & 1 & -8 & 15 & \boxed{0}
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
f(x)&=(x-1)(x^2-8x+15)\\
&=(x-1)(x-3)(x-5)
\end{aligned}$$

$\therefore\ f(11)=10\times8\times6=480$

1주 누구나 합격 전략

32~33쪽

1 ④	**2** ③	**3** 2	**4** ⑤
5 ②	**6** $2x^2-x-5$	**7** ④	**8** ①
9 ①	**10** 정빈		

1

$$\begin{aligned}
2A-(A-2B)&=2A-A+2B\\
&=A+2B\\
&=(4x^2-2x-1)+2(-3x^2+4)\\
&=4x^2-2x-1-6x^2+8\\
&=-2x^2-2x+7
\end{aligned}$$

2

$(x+2)(2x^2-3x+1)$의 전개식에서 x^2항은

$x\times(-3x)+2\times2x^2=x^2$

따라서 x^2의 계수는 1이다.

3

$(x+1)(x^2-x+1)-(x-1)(x^2+x+1)$

$=x^3+1-(x^3-1)=2$

4

$$\begin{aligned}
x^3-y^3&=(x-y)^3+3xy(x-y)\\
&=5^3+3\times1\times5\\
&=125+15=140
\end{aligned}$$

5

$a\times1=-2,\ 5+2=b$이므로

$a=-2,\ b=7$ $\quad\therefore\ ab=-14$

6

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr}
-\frac{1}{2} & 4 & 0 & 3 & -5\\
 & & -2 & 1 & -2\\
\hline
 & 4 & -2 & 4 & \boxed{-7}
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
4x^3+3x-5&=\left(x+\frac{1}{2}\right)(4x^2-2x+4)-7\\
&=2\left(x+\frac{1}{2}\right)(2x^2-x+2)-7\\
&=(2x+1)(2x^2-x+2)-7
\end{aligned}$$

따라서 몫은 $2x^2-x+2$, 나머지는 -7이므로 몫과 나머지의 합은 $2x^2-x-5$이다.

7

등식 $(a+1)x^2+(b-2)x+c=0$이 x에 대한 항등식이므로

$a+1=0,\ b-2=0,\ c=0$

$\therefore\ a=-1,\ b=2,\ c=0$

$\therefore\ a+b+c=1$

8

나머지정리에 의하여 $f(1)=-4$

즉, $1-4+a+1=-4$

$\therefore\ a=-2$

9

$f(x)=x^3+ax^2-x+6$으로 놓으면 $f(x)$가 $x-2$로 나누어떨어지므로 $f(2)=0$

즉, $8+4a-2+6=0$

$\therefore\ a=-3$

10

$x^2+x=X$로 놓으면

$(x^2+x-14)(x^2+x-12)-48$

$=(X-14)(X-12)-48$

$=X^2-26X+120$

$=(X-6)(X-20)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-20)$ ← $X=x^2+x$ 대입

$=(x+3)(x-2)(x+5)(x-4)$

따라서 인수가 아닌 것을 들고 있는 사람은 정빈이다.

1주 창의·융합·코딩 전략

34~37쪽

1 (1) $5x^2+7x+3$　(2) x^2+3x-1　(3) 18

2 $4x^3-98x^2+600x$　　**3** 997002999원

4 70 m　　**5** 81

6 ⑤　　**7** ②

8 풀이 참조

1

(1) (가)의 위치에 알맞은 다항식이 $f(x)$이므로 대각선 방향(↘)의 다항식의 합은

$f(x)+(2x^2+4x)+(-x^2+x-3)=6x^2+12x$

$\therefore\ f(x)=6x^2+12x-\{(2x^2+4x)+(-x^2+x-3)\}$

$=6x^2+12x-(x^2+5x-3)$

$=5x^2+7x+3$

(2) (나)의 위치에 알맞은 다항식이 $g(x)$이므로 첫 번째 세로 방향(↓)의 다항식의 합은

$(5x^2+7x+3)+(2x-2)+g(x)=6x^2+12x$

$\therefore\ g(x)=6x^2+12x-\{(5x^2+7x+3)+(2x-2)\}$

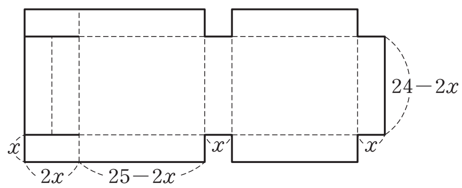
$=6x^2+12x-(5x^2+9x+1)$

$=x^2+3x-1$

(3) $f(1)+g(1)=15+3=18$

2

선물 상자의 전개도는 다음 그림과 같다.



따라서 만들어지는 선물 상자의 부피는

$x\left\{\frac{1}{2}(50-4x)\right\}(24-2x)=x(25-2x)(24-2x)$

$=2x(25-2x)(12-x)$

$=2x(300-49x+2x^2)$

$=4x^3-98x^2+600x$

3

(총 매출액)

$=$(매장 수)$\times$(매장별 커피 판매 잔 수)$\times$(커피 한 잔의 가격)

$=999\times999\times999$

$=(1000-1)^3$

$=1000^3-3\times1000^2\times1+3\times1000\times1^2-1^3$

$=1000000000-3000000+3000-1$

$=997002999$(원)

4

$\overline{OR}=x$ m, $\overline{OP}=y$ m라 하면

$xy=450,\ x^2+y^2=\overline{PR}^2=\overline{OQ}^2=40^2$

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$

$=40^2+2\times450$

$=2500$

$x>0,\ y>0$이므로 $x+y=50$

이때, □ORQP에서 $\overline{PR}=\overline{OQ}=40$ m

따라서 구하는 길이는

$\overline{AP}+\overline{PR}+\overline{RB}=(40-y)+40+(40-x)$

$=120-(x+y)$

$=120-50=70$ (m)

5

$$x^3+8=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$$
$$=(x-1)\{a(x-1)^2+b(x-1)+c\}+d \quad \cdots\cdots ㉠$$
$$=(x-1)[(x-1)\{a(x-1)+b\}+c]+d \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠에서 x^3+8을 $x-1$로 나누었을 때의 몫은 $a(x-1)^2+b(x-1)+c$이고 나머지는 d이다.
또, ㉡에서 $a(x-1)^2+b(x-1)+c$를 $x-1$로 나누었을 때의 몫은 $a(x-1)+b$, 나머지는 c이고, $a(x-1)+b$를 $x-1$로 나누었을 때의 몫은 a, 나머지는 b이다.
따라서 다음과 같이 조립제법을 반복하여 이용하면

1	1	0	0	8
		1	1	1
1	1	1	1	$9=d$
		1	2	
1	1	2	$3=c$	
		1		
	1	$3=b$		
	$\Vert$			
	a			

$\therefore a=1,\ b=3,\ c=3,\ d=9$

$\therefore abcd=81$

6

오른쪽 그림에서 $2x^3-3x+a$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 0이므로 $f(x)=2x^3-3x+a$로 놓으면

$f(1)=2-3+a=0 \qquad \therefore a=1$

$\therefore f(x)=2x^3-3x+1$

$f(x)=2x^3-3x+1$을 $x+1,\ x-2$로 나누었을 때의 나머지는 각각 $f(-1),\ f(2)$이므로

$f(-1)=-2+3+1=2=b$

$f(2)=16-6+1=11=c$

$\therefore a+b+c=1+2+11=14$

$$2x^3-3x+a \;\to\; x-1 \;\to\; 0$$

7

$f(x)=x^4+x^3+x^2-x-2$로 놓으면 $f(1)=0,\ f(-1)=0$이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

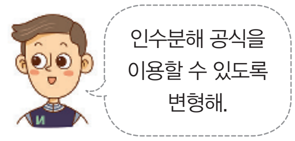
1	1	1	1	-1	-2
		1	2	3	2
-1	1	2	3	2	0
		-1	-1	-2	
	1	1	2	0	

$x^4+x^3+x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x^2+x+2)$

따라서 $a=1,\ b=1,\ c=1,\ d=2$이므로 비밀번호는 1112이다.

8

$1027=1000+27$
$=10^3+3^3$
$=(10+3)(10^2-10\times3+3^2)$
$=13\times79$



따라서 1027은 1과 자기 자신 외에 다른 약수를 가지므로 소수가 아니다.

2주 1일 개념 돌파 전략 ①

41, 43쪽

1-2 $x=2,\ y=-3$ **2-2** $4+2\sqrt{5}i$
3-2 $k>\frac{1}{4}$ **4-2** $k>6$
5-2 최댓값: 3, 최솟값: 없다.
6-2 $x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-4$

1-2

$(2x-1)+(y+5)i=3+2i$에서

$2x-1=3,\ y+5=2$

$\therefore x=2,\ y=-3$

2-2

$\sqrt{-20}-\sqrt{-8}\sqrt{-2}=\sqrt{20}i-\sqrt{8}i\times\sqrt{2}i$
$=2\sqrt{5}i-4i^2$
$=4+2\sqrt{5}i$

3-2

이차방정식 $x^2-3x+k+2=0$의 판별식을 D라 하면 서로 다른 두 허근을 가지므로

$D=(-3)^2-4(k+2)<0$

$1-4k<0$

$\therefore k>\frac{1}{4}$

4-2

이차방정식 $-x^2+2x+2=-2x+k$, 즉 $x^2-4x+k-2=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않으므로

$\frac{D}{4}=(-2)^2-(k-2)<0$

$6-k<0$

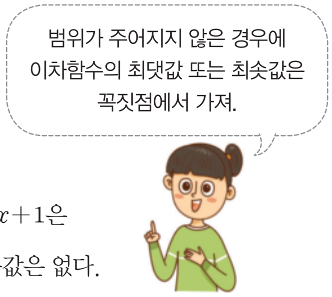
$\therefore k>6$

5-2

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4)+3$

$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$



따라서 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$은

$x=2$에서 최댓값 3을 갖고, 최솟값은 없다.

6-2

$f(x)=x^3+5x^2+2x-8$로 놓으면 $f(1)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 5 & 2 & -8 \\ & & 1 & 6 & 8 \\ \hline & 1 & 6 & 8 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+6x+8)$

$=(x-1)(x+2)(x+4)$

즉, 주어진 방정식은

$(x-1)(x+2)(x+4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-4$

2주 1일 개념 돌파 전략 ②

44~45쪽

1 ②	**2** $\sqrt{2}i$	**3** ①	**4** ③
5 ⑤	**6** ②		

1

$x-yi+y-2xi=3-5i$에서

$(x+y)-(2x+y)i=3-5i$

$\therefore x+y=3,\ 2x+y=5$

두 식을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=1$

$\therefore xy=2$

2

$\frac{\sqrt{-9}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-6}}=\sqrt{\frac{-9}{2}}-\sqrt{\frac{3}{-6}}=\sqrt{\frac{9}{2}}i-\sqrt{\frac{1}{2}}i$

$=\frac{3\sqrt{2}}{2}i-\frac{\sqrt{2}}{2}i=\sqrt{2}i$

다른 풀이

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-6}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}i}=\frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{6}i^2}=-\frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{6}}$

$=-\frac{i}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{3\sqrt{2}}{2}i-\frac{\sqrt{2}}{2}i=\sqrt{2}i$

3

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=3$

$\therefore (\alpha^2+1)(\beta^2+1)=\alpha^2\beta^2+\alpha^2+\beta^2+1$

$=(\alpha\beta)^2+(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+1$

$=3^2+(-2)^2-2\times3+1$

$=8$

4

이차함수 $y=x^2+4kx+2k$의 그래프와 직선 $y=4x-10$이 접하므로 이차방정식 $x^2+4kx+2k=4x-10$, 즉

$x^2+4(k-1)x+2k+10=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{2(k-1)\}^2-(2k+10)=0$

$4k^2-10k-6=0,\ 2k^2-5k-3=0$

$(2k+1)(k-3)=0 \qquad \therefore k=-\frac{1}{2}$ 또는 $k=3$

그런데 $k>0$이므로 $k=3$

5

$f(x)=-x^2+2x+2$

$=-(x^2-2x+1)+3$

$=-(x-1)^2+3$

꼭짓점의 x좌표 1이 $0\le x\le3$에 포함되므로

$f(0)=2,\ f(1)=3,\ f(3)=-1$

을 비교한다.

따라서 최댓값은 3, 최솟값은 -1이므로 구하는 합은 2이다.

6

$x^4+5x^2-14=0$에서 $x^2=X$로 치환하면

$X^2+5X-14=0,\ (X+7)(X-2)=0$

$\therefore X=-7$ 또는 $X=2$

(i) $X=-7$일 때, $x^2=-7$에서 $x=\pm\sqrt{7}i$

(ii) $X=2$일 때, $x^2=2$에서 $x=\pm\sqrt{2}$

(i), (ii)에서 두 실근의 곱은 -2, 두 허근의 곱은 7이므로

$\alpha\beta-\gamma\delta=-2-7=-9$

2주 2일 필수 체크 전략 ①

46~49쪽

1-1 ④	**1-2** $2-3i$
2-1 ②	**2-2** $2i$
3-1 ⑤	**3-2** -5
4-1 ⑤	**4-2** 15

1-1

$z=x(2-i)-6(1+i)$

$\quad=2x-xi-6-6i$

$\quad=(2x-6)-(x+6)i$

z^2이 음의 실수가 되려면 z는 순허수이어야 하므로

$2x-6=0,\ x+6\neq0$에서 $x=3$

참고

$z=x+yi$(x, y는 실수)로 놓으면

$z^2=(x+yi)^2=(x^2-y^2)+2xyi$

z^2이 음의 실수이려면 $xy=0$이어야 하므로

$x=0$ 또는 $y=0$

(ⅰ) $x=0$이면 $z^2=-y^2$에서 $y\neq0$ ← z^2이 음의 실수

(ⅱ) $y=0$이면 $z^2=x^2$에서 $z^2\geq0$ ← z^2이 음이 아닌 실수

따라서 $z=x+yi$에 대하여 z^2이 음의 실수이려면 $x=0$, $y\neq0$이어야 하므로 제곱하여 음의 실수가 되는 복소수는 순허수이다.

1-2

$z=a+bi$(a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(3+i)z+(2+3i)\bar{z}=(3+i)(a+bi)+(2+3i)(a-bi)$

$\quad=3a+3bi+ai+bi^2+2a-2bi+3ai-3bi^2$

$\quad=(5a+2b)+(4a+b)i$

즉, $(5a+2b)+(4a+b)i=4+5i$이므로

$5a+2b=4,\ 4a+b=5$

두 식을 연립하여 풀면

$a=2,\ b=-3$

$\therefore z=2-3i$

2-1

$1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{50}$

$=(1+i+i^2+i^3)+(i^4+i^5+i^6+i^7)$

$\quad+\cdots+(i^{44}+i^{45}+i^{46}+i^{47})+i^{48}+i^{49}+i^{50}$

$=(1+i-1-i)+(1+i-1-i)$

$\quad+\cdots+(1+i-1-i)+1+i-1$

$=i$

따라서 $a=0$, $b=1$이므로

$a-b=-1$

$1+i+\underbrace{i^2}_{-1}+\underbrace{i^3}_{-i}=0$

2-2

$\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{2i}{2}=i$

$\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{-2i}{2}=-i$

$\therefore \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{45}+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{55}=i^{45}+(-i)^{55}$

$\quad=(i^4)^{11}\times i-(i^4)^{13}\times i^3$

$\quad=i-i^3=2i$

3-1

$(k-2)x^2-2kx+k+3=0$이 이차방정식이므로

$k-2\neq0 \qquad \therefore k\neq2$ …… ㉠

또, 실근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-k)^2-(k-2)(k+3)\geq0$

$-k+6\geq0 \qquad \therefore k\leq6$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $k<2$ 또는 $2<k\leq6$이므로 구하는 정수 k의 최댓값은 6이다.

3-2

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(k-a-1)^2-(k^2+a^2-b+3)=0$

$k^2+a^2+1-2ak+2a-2k-k^2-a^2+b-3=0$

$-2ak+2a-2k+b-2=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$-2(a+1)k+(2a+b-2)=0$에서

$a+1=0,\ 2a+b-2=0 \qquad \therefore a=-1,\ b=4$

$\therefore a-b=-5$

4-1

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-5,\ \alpha\beta=5$

이때, $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$에서

$(\alpha-\beta)^2=(-5)^2-4\times5=5$

$\therefore \alpha-\beta=\sqrt{5}\ (\because\ \alpha>\beta)$

$\therefore \dfrac{\alpha^2}{\beta}-\dfrac{\beta^2}{\alpha}=\dfrac{\alpha^3-\beta^3}{\alpha\beta}$

$\quad=\dfrac{(\alpha-\beta)^3+3\alpha\beta(\alpha-\beta)}{\alpha\beta}$

$\quad=\dfrac{(\sqrt{5})^3+3\times5\times\sqrt{5}}{5}$

$\quad=\dfrac{20\sqrt{5}}{5}=4\sqrt{5}$

4-2

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-1$

$\therefore \alpha^3-\alpha\beta+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)-\alpha\beta$

$\quad=2^3-3\times(-1)\times2-(-1)$

$\quad=15$

2주 2일 필수 체크 전략 ②

50~51쪽

1 ⑤	2 ③	3 ②	4 ④
5 ⑤	6 ④		

1

z^2이 음의 실수가 되려면 z는 순허수이어야 하므로

$a^2-a-6=0,\ a^2+2a\neq0$에서

$(a-3)(a+2)=0,\ a(a+2)\neq0$

$\therefore a=3$

순허수가 되려면
➡ (실수부분)$=0$
(허수부분)$\neq0$

2

$z=a+bi$(a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1+i)\bar{z}-3iz$

$=(1+i)(a-bi)-3i(a+bi)$

$=a-bi+ai-bi^2-3ai-3bi^2$

$=(a+4b)-(2a+b)i$

즉, $(a+4b)-(2a+b)i=-1-5i$이므로

$a+4b=-1,\ 2a+b=5$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=-1$

$\therefore z=3-i$

3

$\frac{1}{i}+\frac{2}{i^2}+\frac{3}{i^3}+\frac{4}{i^4}+\cdots+\frac{10}{i^{10}}$

$=\left(\frac{1}{i}+\frac{2}{i^2}+\frac{3}{i^3}+\frac{4}{i^4}\right)+\left(\frac{5}{i^5}+\frac{6}{i^6}+\frac{7}{i^7}+\frac{8}{i^8}\right)+\frac{9}{i^9}+\frac{10}{i^{10}}$

$=\left(\frac{1}{i}-2-\frac{3}{i}+4\right)+\left(\frac{5}{i}-6-\frac{7}{i}+8\right)+\frac{9}{i}-10$

$=\left(2-\frac{2}{i}\right)+\left(2-\frac{2}{i}\right)+\frac{9}{i}-10$

$=-6+\frac{5}{i}=-6-5i$

따라서 $a=-6,\ b=-5$이므로

$a-b=-1$

4

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k+2a)^2-(k^2+bk+4a-1)=0$

$k^2+4ak+4a^2-k^2-bk-4a+1=0$

$4ak+4a^2-bk-4a+1=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$(4a-b)k+(4a^2-4a+1)=0$에서

$4a-b=0,\ 4a^2-4a+1=0$

$4a-b=0,\ (2a-1)^2=0$

$\therefore a=\frac{1}{2},\ b=2 \qquad \therefore ab=1$

5

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=\frac{k}{3}$

이때,

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$\qquad=2^3-3\times\frac{k}{3}\times2=8-2k$

즉, $8-2k=10$이므로 $k=-1$

6

이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=a,\ \alpha\beta=b$ $\cdots\cdots$ ㉠

또, 이차방정식 $x^2-bx+a=0$의 두 근이 $\alpha-1$, $\beta-1$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$(\alpha-1)+(\beta-1)=b,\ (\alpha-1)(\beta-1)=a$

$\therefore \alpha+\beta-2=b,\ \alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=a$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a-2=b,\ b-a+1=a$

$\therefore a-b=2,\ 2a-b=1$

두 식을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=-3$

$\therefore a^2+b^2=1+9=10$

2주 3일 필수 체크 전략 ①

52~55쪽

1-1 ④	1-2 -15
2-1 8	2-2 ⑤
3-1 0	3-2 ④
4-1 $\begin{cases}x=-3\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$	4-2 ⑤

1-1

이차방정식 $x^2+2kx+k^2-2k+8=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수의 그래프와 x축이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4}=k^2-(k^2-2k+8)>0$$

$2k-8>0 \qquad \therefore k>4$

1-2

이차방정식 $x^2+1=ax+b$, 즉 $x^2-ax+1-b=0$의 판별식을 D_1이라 하면 이차함수의 그래프와 직선이 접하므로

$D_1=a^2-4(1-b)=0$

$a^2+4b-4=0$

$\therefore a^2+4b=4 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, 이차방정식 $x^2+2x-1=ax+b$, 즉 $x^2+(2-a)x-1-b=0$의 판별식을 D_2라 하면 이차함수의 그래프와 직선이 접하므로

$D_2=(2-a)^2-4(-1-b)=0$

$4-4a+a^2+4+4b=0$

$\therefore a^2+4b=4a-8 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$4=4a-8 \qquad \therefore a=3$

이것을 ㉠에 대입하면

$9+4b=4 \qquad \therefore b=-\frac{5}{4}$

$\therefore 4ab=4\times3\times\left(-\frac{5}{4}\right)=-15$

2-1

$f(x)=x^2-4x+k=(x-2)^2+k-4$

꼭짓점의 x좌표 2가 $-1\le x\le 3$에 포함되므로

$f(-1)=k+5,\ f(2)=k-4,\ f(3)=k-3$

즉, $f(x)$는 $x=2$에서 최솟값 $k-4$를 갖고, $x=-1$에서 최댓값 $k+5$를 갖는다.

이때, $k+5=7$이므로 $k=2$

따라서 주어진 함수의 최솟값은 $m=k-4=-2$이므로

$k^2+m^2=4+4=8$

2-2

$$\begin{aligned} f(x)&=-ax^2+2ax+b \\ &=-a(x^2-2x+1)+a+b \\ &=-a(x-1)^2+a+b\ (a>0) \end{aligned}$$

꼭짓점의 x좌표 1이 $-2\le x\le 2$에 포함되므로

$f(-2)=-8a+b,\ f(1)=a+b,\ f(2)=b$

즉, $f(x)$는 $x=1$에서 최댓값 $a+b$를 갖고, $x=-2$에서 최솟값 $-8a+b$를 가지므로

$a+b=10,\ -8a+b=-8$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=8$

$\therefore ab=16$

3-1

$x^3+1=0$, 즉 $(x+1)(x^2-x+1)=0$의 한 허근이 ω이므로

$\omega^3=-1,\ \omega^2-\omega+1=0$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\omega}{1+\omega^2}+\frac{\omega^2}{1+\omega^4}&=\frac{\omega}{1+\omega^2}+\frac{\omega^2}{1+\omega^3\times\omega} \\ &=\frac{\omega}{\omega}+\frac{\omega^2}{1-\omega} \\ &=1+\frac{\omega^2}{-\omega^2} \\ &=1-1=0 \end{aligned}$$

3-2

$x^3-1=0$에서 $(x-1)(x^2+x+1)=0$

즉, 방정식 $x^2+x+1=0$의 한 허근이 ω, 다른 한 허근이 $\overline{\omega}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$

$$\begin{aligned} \therefore (1-2\omega)(1-2\overline{\omega})&=1-2(\omega+\overline{\omega})+4\omega\overline{\omega} \\ &=1-2\times(-1)+4\times1=7 \end{aligned}$$

4-1

$x+y=2$에서 $y=2-x \qquad \cdots\cdots$ ㉠

㉠을 $x^2-xy-y^2=-1$에 대입하면

$x^2-x(2-x)-(2-x)^2=-1$

$x^2-2x+x^2-4+4x-x^2=-1$

$x^2+2x-3=0,\ (x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

이것을 ㉠에 대입하면 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

4-2

$2x^2-xy-y^2=0$에서 $(2x+y)(x-y)=0$

$\therefore y=-2x$ 또는 $y=x$

(i) $y=-2x$를 $5x^2-y^2=4$에 대입하면

$5x^2-4x^2=4,\ x^2=4$

$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$

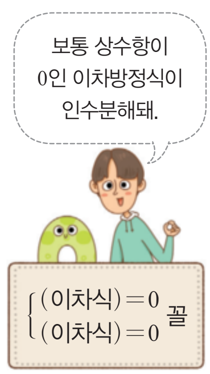
(ii) $y=x$를 $5x^2-y^2=4$에 대입하면

$5x^2-x^2=4,\ x^2=1$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$

(i), (ii)에서 $\alpha^2+\beta^2$의 최댓값은

$4+16=20$



2주 3일 필수 체크 전략 ②

56~57쪽

1 ⑤	**2** ④	**3** ⑤	**4** ④
5 ④	**6** ③		

1

이차방정식 $x^2+2(a-k)x+k^2-2k+b=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수의 그래프가 x축에 접하므로

$\frac{D}{4}=(a-k)^2-(k^2-2k+b)=0$

$a^2-2ak+2k-b=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$2(1-a)k+a^2-b=0$에서

$1-a=0,\ a^2-b=0$

$\therefore\ a=1,\ b=1$

$\therefore\ a+b=2$

2

이차방정식 $x^2+2x-1=3x+k+1$, 즉 $x^2-x-k-2=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수의 그래프와 직선이 적어도 한 점에서 만나므로

$D=(-1)^2-4(-k-2)\geq 0$

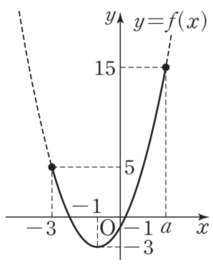
$4k+9\geq 0 \qquad \therefore\ k\geq -\frac{9}{4}$

따라서 정수 k의 최솟값은 -2이다.

3

$f(x)=2x^2+4x-1=2(x+1)^2-3$

이때, $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $f(x)$는 $x=a$에서 최댓값 15를 갖는다.



$2a^2+4a-1=15$에서 $2a^2+4a-16=0$

$a^2+2a-8=0,\ (a+4)(a-2)=0$

$\therefore\ a=2\ (\because\ a\geq -3)$

4

$x^3-1=0$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$의 한 허근이 ω이므로

$\omega^3=1,\ \omega^2+\omega+1=0$

또, 방정식 $x^2+x+1=0$의 다른 한 허근이 $\overline{\omega}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$

$$\therefore\ \frac{\overline{\omega}}{\omega^2+\omega}+\frac{\omega^5}{1+\omega^2}=\frac{\overline{\omega}}{-1}+\frac{\omega^3\times\omega^2}{-\omega}$$
$$=-\overline{\omega}-\omega$$
$$=-(\omega+\overline{\omega})$$
$$=1$$

방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 하면 다른 한 허근은 $\overline{\omega}$야.

5

$x^2-2xy-3y^2=0$에서 $(x+y)(x-3y)=0$

$\therefore\ x=-y$ 또는 $x=3y$

(i) $x=-y$를 $x^2+xy=6$에 대입하면

$y^2-y^2=6$

$0\neq 6$이므로 해가 없다.

(ii) $x=3y$를 $x^2+xy=6$에 대입하면

$9y^2+3y^2=6,\ y^2=\frac{1}{2}$

$$\therefore\ \begin{cases} x=\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ y=-\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

(i), (ii)에서 $\alpha=\frac{3\sqrt{2}}{2},\ \beta=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\alpha^2+\beta^2=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}=5$

6

$-x+y=a$에서 $y=x+a$ …… ㉠

㉠을 $2x^2+y^2=6$에 대입하면

$2x^2+(x+a)^2=6,\ 2x^2+x^2+2ax+a^2=6$

$3x^2+2ax+a^2-6=0$

이때, 주어진 연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면 이차방정식 $3x^2+2ax+a^2-6=0$이 중근을 가져야 한다.

따라서 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=a^2-3(a^2-6)=0$

$-2a^2+18=0,\ a^2=9$

$\therefore\ a=3\ (\because\ a>0)$

2주 4일 교과서 대표 전략 ①

58~61쪽

1 2	**2** ①	**3** ②	**4** ④
5 ⑤	**6** ④	**7** $2x^2+12x+50=0$	
8 ⑤	**9** ③	**10** ④	**11** ②
12 ④	**13** ③	**14** ②	**15** ③
16 5			

1

$z=(\sqrt{2}+ai)(1-\sqrt{-2})$

$=(\sqrt{2}+ai)(1-\sqrt{2}i)$

$=\sqrt{2}-2i+ai-a\sqrt{2}i^2$

$=\sqrt{2}(1+a)+(a-2)i$

z가 실수가 되려면

$a-2=0 \qquad \therefore a=2$

2

$z=a+bi$(a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$$
\begin{aligned}
(1+i)z+3i\bar{z}&=(1+i)(a+bi)+3i(a-bi)\\
&=a+bi+ai+bi^2+3ai-3bi^2\\
&=(a+2b)+(4a+b)i
\end{aligned}
$$

즉, $(a+2b)+(4a+b)i=-1+3i$이므로

$a+2b=-1$, $4a+b=3$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-1$

따라서 $z=1-i$, $\bar{z}=1+i$이므로

$z\bar{z}=(1-i)(1+i)=1-i^2=2$

3

$$z=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$$

이므로

$$
\begin{aligned}
&1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2022}\\
&=1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{2022}\\
&=(1+i+i^2+i^3)+(i^4+i^5+i^6+i^7)\\
&\qquad+\cdots+(i^{2016}+i^{2017}+i^{2018}+i^{2019})+i^{2020}+i^{2021}+i^{2022}\\
&=(1+i-1-i)+(1+i-1-i)+\cdots+(1+i-1-i)+1+i-1\\
&=i
\end{aligned}
$$

4

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$에서 $a>0$, $b<0$이므로 $a-b>0$

$$
\begin{aligned}
\therefore \sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}&=(a-b)+a+(-b)\\
&=2a-2b
\end{aligned}
$$

5

이차방정식 $x^2-2(a+2)x+2a^2-1=0$의 판별식을 D_1이라 하면

$\dfrac{D_1}{4}=(a+2)^2-(2a^2-1)=0$

$a^2+4a+4-2a^2+1=0$, $a^2-4a-5=0$

$(a+1)(a-5)=0 \qquad \therefore a=-1$ 또는 $a=5$ …… ㉠

이차방정식 $x^2+2x+2a+1=0$의 판별식을 D_2라 하면

$\dfrac{D_2}{4}=1^2-(2a+1)<0$

$-2a<0 \qquad \therefore a>0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a=5$

$D>0 \Longleftrightarrow$ 서로 다른 두 실근
$D=0 \Longleftrightarrow$ 중근
$D<0 \Longleftrightarrow$ 서로 다른 두 허근

6

α, β는 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근이므로

$\alpha^2-4\alpha+1=0$, $\beta^2-4\beta+1=0$

즉, $\alpha^2-3\alpha+1=\alpha$, $\beta^2-3\beta+1=\beta$

또, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=1$

$$
\begin{aligned}
\therefore \frac{1}{\alpha^2-3\alpha+1}+\frac{1}{\beta^2-3\beta+1}&=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\\
&=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\\
&=\frac{4}{1}=4
\end{aligned}
$$

7

이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=5$

두 근 α^2, β^2의 합과 곱을 구하면

$$
\begin{aligned}
(\text{두 근의 합})&=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\\
&=2^2-2\times5=-6
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\text{두 근의 곱})&=\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2\\
&=5^2=25
\end{aligned}
$$

따라서 α^2, β^2을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x^2+6x+25)=0$

$\therefore 2x^2+12x+50=0$

8

이차방정식 $x^2-3(k-1)x+2=0$의 한 근이 다른 근의 2배이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq0)$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=\alpha+2\alpha=3(k-1)$에서

$k=\alpha+1$ …… ㉠

(두 근의 곱)$=\alpha\times2\alpha=2$에서

$\alpha=\pm1$

$\alpha=\pm1$을 ㉠에 대입하면

$k=2$ 또는 $k=0$

따라서 구하는 모든 실수 k의 값의 합은 2이다.

9

이차방정식 $x^2+3x+k+5=x+2k$, 즉 $x^2+2x-k+5=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않으므로

$\dfrac{D}{4}=1^2-(-k+5)<0$

$k-4<0 \qquad \therefore k<4$

따라서 구하는 정수 k의 최댓값은 3이다.

10

이차함수 $y=x^2-ax-4$의 그래프와 직선 $y=-x+b$의 두 교점의 x좌표는 이차방정식 $x^2-ax-4=-x+b$, 즉 $x^2-(a-1)x-b-4=0$의 두 실근과 같다.

이때, x좌표의 합이 4이므로

(두 근의 합)$=a-1=4$에서

$a=5$

또, x좌표의 곱이 -3이므로

(두 근의 곱)$=-b-4=-3$에서

$b=-1$

$\therefore ab=-5$

11

$f(x)=x^2+8x-3k+1=(x+4)^2-3k-15$

꼭짓점의 x좌표 -4가 $-3\le x\le -1$에 포함되지 않으므로

$f(-3)=-3k-14$, $f(-1)=-3k-6$

즉, $x=-3$에서 최솟값 $-3k-14$를 갖는다.

이때, $-3k-14=-2$이므로

$-3k=12$

$\therefore k=-4$

12

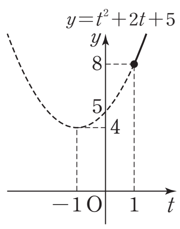
$x^2+1=t$로 놓으면 $t\ge 1$

이때, 주어진 함수를 t에 대한 함수로 나타내면

$y=t^2+2t+5$

$\quad=(t+1)^2+4$

$t\ge 1$이므로 오른쪽 그림에서 $t=1$일 때 최솟값 8을 갖는다.



13

$x^3-kx^2-5x+6=0$에 $x=2$를 대입하면

$8-4k-10+6=0 \qquad \therefore k=1$

즉, 주어진 방정식은

$x^3-x^2-5x+6=0$

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

2	1	−1	−5	6
		2	2	−6
	1	1	−3	0

$(x-2)(x^2+x-3)=0$

이때, α, β는 이차방정식 $x^2+x-3=0$의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=-3$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$\qquad\qquad =(-1)^2-2\times(-3)=7$

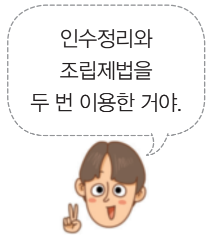
14

$f(x)=x^4+2x^3+3x^2-2x-4$로 놓으면

$f(1)=0$, $f(-1)=0$

이므로 조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

1	1	2	3	−2	−4
		1	3	6	4
−1	1	3	6	4	0
		−1	−2	−4	
	1	2	4	0	



$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2+2x+4)$

즉, 주어진 방정식은

$(x-1)(x+1)(x^2+2x+4)=0$

이 방정식의 두 허근은 이차방정식 $x^2+2x+4=0$의 두 허근과 같으므로 구하는 두 허근의 합은 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 -2이다.

15

$x^3+1=0$, 즉 $(x+1)(x^2-x+1)=0$의 한 허근이 ω이므로

$\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$

$$\begin{aligned}\therefore \omega^{102}+\frac{1}{\omega^{102}}-\omega^5-\frac{1}{\omega^5}&=(\omega^3)^{34}+\frac{1}{(\omega^3)^{34}}-\omega^3\times\omega^2-\frac{1}{\omega^3\times\omega^2}\\&=1+\frac{1}{1}+\omega^2+\frac{1}{\omega^2}\\&=2+\frac{\omega^4+1}{\omega^2}\\&=2+\frac{\omega^3\times\omega+1}{\omega^2}\\&=2+\frac{-\omega+1}{\omega^2}\\&=2+\frac{-\omega^2}{\omega^2}\\&=2-1=1\end{aligned}$$

16

$2x^2+xy-y^2=0$에서 $(x+y)(2x-y)=0$

$\therefore y=-x$ 또는 $y=2x$

(i) $y=-x$를 $x^2+xy+y^2=7$에 대입하면

$x^2-x^2+x^2=7$, $x^2=7$

$\therefore \begin{cases}x=\sqrt{7}\\y=-\sqrt{7}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-\sqrt{7}\\y=\sqrt{7}\end{cases}$

(ii) $y=2x$를 $x^2+xy+y^2=7$에 대입하면

$x^2+2x^2+4x^2=7$, $x^2=1$

$\therefore \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$

(i), (ii)에서 $\alpha^2+\beta^2$의 최솟값은

$1+4=5$

2주 4일 교과서 대표 전략 ②

62~63쪽

1 ③	2 ①	3 ③	4 ④
5 2	6 10	7 ⑤	8 ②

1

$z^2=\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{2i}{2}=i$이므로

$z^4=(z^2)^2=i^2=-1$

$z^8=(z^4)^2=(-1)^2=1$

즉, $z^n=1$을 만족시키는 자연수 n은

$n=8k$(k는 자연수)

꼴이다.

이때, $100=8\times12+4$이므로 $z^n=1$을 만족시키는 100 이하의 자연수 n의 개수는 12이다.

2

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}}$에서 $a>0$, $b<0$

$\therefore \sqrt{ab}-\sqrt{a}\sqrt{b}-\sqrt{b}\sqrt{b}+\sqrt{b^2}$

$=\sqrt{ab}-\sqrt{ab}-(-\sqrt{b^2})+\sqrt{b^2}$

$=2\sqrt{b^2}=-2b$

3

이차방정식 $x^2-3x-2=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-2$

두 근 $\alpha+\frac{1}{\beta}$, $\beta+\frac{1}{\alpha}$의 합과 곱을 구하면

$$(\text{두 근의 합})=\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)+\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=\alpha+\beta+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=3+\frac{3}{-2}=\frac{3}{2}$$

$$(\text{두 근의 곱})=\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=\alpha\beta+1+1+\frac{1}{\alpha\beta}=-2+2+\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}$$

즉, $\alpha+\frac{1}{\beta}$, $\beta+\frac{1}{\alpha}$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

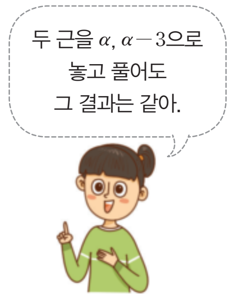
$x^2-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$

따라서 $a=-\frac{3}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$이므로

$b-a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$

4

이차방정식 $x^2-(m+2)x+3m+1=0$의 두 근의 차가 3이므로 두 근을 α, $\alpha+3$이라 하면 근과 계수의 관계에 의하여



(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+3)=m+2$에서

$m=2\alpha+1$ …… ㉠

(두 근의 곱)$=\alpha(\alpha+3)=3m+1$에서

$\alpha^2+3\alpha=3m+1$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$\alpha^2+3\alpha=3(2\alpha+1)+1$, $\alpha^2-3\alpha-4=0$

$(\alpha+1)(\alpha-4)=0$

$\therefore \alpha=-1$ 또는 $\alpha=4$

이것을 ㉠에 대입하면

$m=-1$ 또는 $m=9$

따라서 구하는 모든 실수 m의 값의 합은 8이다.

5

이차함수 $y=-3x^2-x+7$의 그래프와 직선 $y=ax+b$의 두 교점의 x좌표 -2, 1은 이차방정식 $-3x^2-x+7=ax+b$, 즉 $3x^2+(a+1)x+b-7=0$의 두 실근과 같다.

(두 근의 합)$=-\frac{a+1}{3}=-1$에서

$a+1=3$ $\quad\therefore a=2$

(두 근의 곱)$=\frac{b-7}{3}=-2$에서

$b-7=-6$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore ab=2$

6

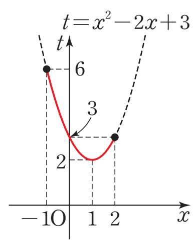
$x^2-2x+3=t$로 놓으면

$t=x^2-2x+3$

$\ =(x-1)^2+2$

$-1\le x\le 2$이므로 [그림 1]에서

$2\le t\le 6$



[그림 1]

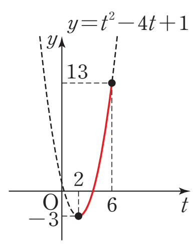
이때, 주어진 함수를 t에 대한 함수로 나타내면

$y=t^2-4t+1$

$\ =(t-2)^2-3$

$2\le t\le 6$이므로 [그림 2]에서 $t=6$일 때 최댓값 $M=13$, $t=2$일 때 최솟값 $m=-3$을 갖는다.

$\therefore M+m=10$



[그림 2]

7

$x^3+ax^2+bx+3=0$에 $x=1$을 대입하면

$1+a+b+3=0 \qquad \therefore b=-a-4$ …… ㉠

즉, 주어진 방정식은 $x^3+ax^2+(-a-4)x+3=0$

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

1	1	a	$-a-4$	3
		1	$a+1$	-3
	1	$a+1$	-3	0

$(x-1)\{x^2+(a+1)x-3\}=0$

이 삼차방정식이 $x=1$을 중근으로 가지려면 이차방정식 $x^2+(a+1)x-3=0$이 $x=1$을 근으로 가져야 한다.

$1+a+1-3=0 \qquad \therefore a=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=-5$

$\therefore a-b=6$

8

$x-2y=1$에서 $x=2y+1$을 $x^2-xy+m=0$에 대입하면

$(2y+1)^2-(2y+1)y+m=0$

$4y^2+4y+1-2y^2-y+m=0$

$\therefore 2y^2+3y+m+1=0$

이때, 주어진 연립방정식의 실근이 존재하지 않으려면 이차방정식 $2y^2+3y+m+1=0$이 허근을 가져야 한다.

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=3^2-4\times2\times(m+1)<0$

$1-8m<0 \qquad \therefore m>\frac{1}{8}$

따라서 구하는 정수 m의 최솟값은 1이다.

2주 누구나 합격 전략 64~65쪽

1 ③	**2** 수아	**3** ①	**4** ④
5 ⑤	**6** ④	**7** ⑤	**8** ③
9 -2			

1

$(a-1)+(b+1)i=2+2i$에서

$a-1=2,\ b+1=2$

$\therefore a=3,\ b=1 \qquad \therefore a+b=4$

2

유찬: $\sqrt{-8}+\sqrt{-2}=\sqrt{8}i+\sqrt{2}i=2\sqrt{2}i+\sqrt{2}i=3\sqrt{2}i$

세은: $\sqrt{-16}-\sqrt{-25}=\sqrt{16}i-\sqrt{25}i=4i-5i=-i$

민호: $\sqrt{-2}\sqrt{-18}=\sqrt{2}i\times\sqrt{18}i=6i^2=-6$

수아: $\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{-5}}=\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}i}=\dfrac{3}{i}=\dfrac{3i}{i^2}=-3i$

따라서 계산을 바르게 한 사람은 수아이다.

3

이차방정식 $x^2-4x+2k-1=0$의 판별식을 D라 하면 서로 다른 두 실근을 가지므로

$\frac{D}{4}=(-2)^2-(2k-1)>0$

$5-2k>0 \qquad \therefore k<\frac{5}{2}$

따라서 k의 값이 될 수 있는 것은 2이다.

4

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=2$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{6}{2}=3$

5

이차방정식 $x^2+2x+3=ax-1$, 즉 $x^2+(2-a)x+4=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수의 그래프와 직선이 한 점에서 만나므로

$D=(2-a)^2-4\times1\times4=0$

$4-4a+a^2-16=0,\ a^2-4a-12=0$

$(a+2)(a-6)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=6$

따라서 구하는 모든 실수 a의 값의 합은 4이다.

6

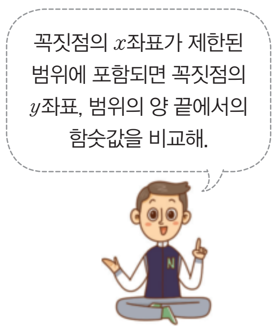
$f(x)=x^2-6x+10=(x-3)^2+1$

꼭짓점의 x좌표 3이 $-1\le x\le 4$에 포함되므로

$f(-1)=17,\ f(3)=1,\ f(4)=2$

따라서 $M=17,\ m=1$이므로

$M+m=18$



7

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=-2,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-3,\ \alpha\beta\gamma=-4$

$\therefore (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$

$=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$

$=1-(-2)-3-(-4)=4$

8

$x^2-2x=t$로 놓으면 주어진 방정식은

$t^2-11t+24=0$, $(t-3)(t-8)=0$

$\therefore t=3$ 또는 $t=8$

(ⅰ) $t=3$일 때, $x^2-2x-3=0$에서

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

(ⅱ) $t=8$일 때, $x^2-2x-8=0$에서

$(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 주어진 방정식의 양수인 근의 합은

$3+4=7$

9

$x+y=-1$에서 $y=-x-1$ …… ㉠

㉠을 $x^2-y^2=3$에 대입하면

$x^2-(-x-1)^2=3$, $x^2-x^2-2x-1=3$

$2x=-4$ $\therefore x=-2$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=1$

따라서 $\alpha=-2$, $\beta=1$이므로

$\alpha\beta=-2$

2주 창의·융합·코딩 전략 66~69쪽

1 ②	**2** 1	**3** ⑤	**4** 4 cm
5 4 m	**6** 2250000원	**7** 6 cm	**8** 8 cm

1

$z=a+bi$(a, b는 실수)로 놓으면

$\bar{z}=a-bi$

z의 실수부분은 허수부분의 2배보다 5만큼 작으므로

$a=2b-5$ …… ㉠

$\bar{z}$의 허수부분은 실수부분보다 7만큼 작으므로

$-b=a-7$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=3$, $b=4$

따라서 구하는 복소수 z는 $3+4i$이다.

2

처음 프로그램에 입력한 수를 z라 하면 나온 결과는 $z(1+i)$이다.

이것을 다시 입력하여 나온 결과는

$z(1+i)\times(1+i)=z(1+i)^2$

이것을 다시 입력하여 나온 결과는

$z(1+i)^2\times(1+i)=z(1+i)^3$

이와 같이 이 프로그램에 z를 입력하여 출력하는 과정을 10번 시행하면 나온 결과는 $z(1+i)^{10}$이다.

$\therefore z(1+i)^{10}=32i$ …… ㉠

이때, $(1+i)^2=1+2i-1=2i$이므로

$z(1+i)^{10}=z\{(1+i)^2\}^5=z(2i)^5=2^5i^5z=32i\times z$

㉠에서 $32i\times z=32i$이므로

$z=1$

따라서 컴퓨터 프로그램에 처음 입력한 수는 1이다.

3

뽑은 2장의 카드 중에서 처음에 x의 계수와 상수항의 자리에 놓은 카드에 적힌 수를 각각 p, q라 하자.

이차방정식 $x^2+px+q=0$의 판별식을 D_1이라 하면 서로 다른 두 실근을 가지므로

$D_1=p^2-4q>0$ …… ㉠

이차방정식 $x^2+qx+p=0$의 판별식을 D_2라 하면 중근을 가지므로

$D_2=q^2-4p=0$ …… ㉡

이때, ㉡을 만족시키는 순서쌍 (p, q)는

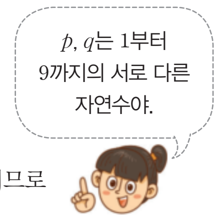
$(1, 2)$, $(9, 6)$

이중에서 ㉠을 만족시키는 순서쌍 (p, q)는

$(9, 6)$

따라서 뽑은 2장의 카드에 적힌 수는 9와 6이므로

구하는 합은 15이다.



4

케이크의 밑면의 가로와 세로의 길이를 각각 x cm씩 줄였을 때, 줄인 밑면의 가로와 세로의 길이는 각각 $(16-x)$ cm, $(20-x)$ cm이므로 케이크의 부피는

$10(16-x)(20-x)$ cm^3

원래 케이크에서 부피를 40 %만큼 줄이면

$\frac{60}{100}\times16\times20\times10=1920$ (cm^3)

이때, $10(16-x)(20-x)=1920$이므로

$x^2-36x+128=0$, $(x-4)(x-32)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=32$

그런데 밑면의 가로의 길이에서 $0<x<16$이므로

$x=4$

따라서 케이크의 밑면의 가로와 세로의 길이는 각각 4 cm씩 줄여야 한다.

5

분수대에서 나온 물이 수면에 떨어지는 것은 $y=0$일 때이므로

이차방정식 $-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=0$에서

$x^2-3x-4=0$

$(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$

따라서 구하는 수평 거리는 4 m이다.

6

입장료를 x % 인상하였을 때

(입장료)$=2000\left(1+\frac{x}{100}\right)$

$=20x+2000$(원)

(하루 입장객 수)$=1000\left(1-\frac{x}{200}\right)$

$=-5x+1000$(명)

공원의 하루 입장료 수입을 y원이라 하면

$y=(20x+2000)(-5x+1000)$

$=-100x^2+10000x+2000000$

$=-100(x-50)^2+2250000$

이때, $0<x<100$이므로 $x=50$일 때

최댓값은 2250000이다.

따라서 공원의 하루 입장료 수입의 최댓값은 2250000원이다.

(하루 입장료 수입)
=(입장료)
×(하루 입장객 수)

7

가장 작은 선물 상자의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면 가장 큰 선물 상자의 부피가 나머지 세 선물 상자의 부피의 합과 같으므로

$x^3+(x+1)^3+(x+2)^3=(x+3)^3$

$x^3+x^3+3x^2+3x+1+x^3+6x^2+12x+8=x^3+9x^2+27x+27$

$\therefore x^3-6x-9=0$

$f(x)=x^3-6x-9$라 하면 $f(3)=0$이므로 조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 0 & -6 & -9 \\ & & 3 & 9 & 9 \\ \hline & 1 & 3 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$(x-3)(x^2+3x+3)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3}i}{2}$

그런데 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 가장 큰 선물 상자의 한 모서리의 길이는

$3+3=6$ (cm)

8

원에 내접하는 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면

직사각형의 대각선의 길이는 원의 지름의 길이와 같으므로

$x^2+y^2=10^2 \quad \therefore x^2+y^2=100$ ⋯⋯ ㉠

직사각형의 둘레의 길이는 28 cm이므로

$2(x+y)=28 \quad \therefore y=14-x$ ⋯⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$x^2+(14-x)^2=100$, $x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=8$

$x=6$을 ㉡에 대입하면 $y=8$

$x=8$을 ㉡에 대입하면 $y=6$

따라서 수학 동아리 마크에 있는 직사각형의 긴 변의 길이는 8 cm이다.

신유형·신경향·서술형 전략

72~75쪽

1 풀이 참조 **2** ③ **3** $a=4$, $b=5$ **4** ②
5 (1) -5 (2) 4 (3) -5, 1 **6** 지섭, $\frac{1}{1-\omega}+\frac{1}{1-\bar{\omega}}=1$
7 10 **8** (1) $x^3-12x^2+44x-48=0$ (2) 2, 4, 6

1

지우가 구해야 하는 식은 $2A$이므로

$2A=2(x^3+x^2-x-5)$

$=2x^3+2x^2-2x-10$

준수가 구해야 하는 식은 $-B$이므로

$-B=-(2x^3-2x^2+3x)$

$=-2x^3+2x^2-3x$

유라가 구해야 하는 식은 $2A-B$이므로

$2A-B=2(x^3+x^2-x-5)-(2x^3-2x^2+3x)$

$=2x^3+2x^2-2x-10-2x^3+2x^2-3x$

$=4x^2-5x-10$

2

면 B의 넓이가 $x^2+8x+15=(x+5)(x+3)$이므로 면 B의 세로의 길이, 즉 면 A의 세로의 길이는 $x+3$이다.

이때, 면 A의 넓이는 x^3+x^2-5x+3이고 $x+3$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 1 & 1 & -5 & 3 \\ & & -3 & 6 & -3 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3+x^2-5x+3=(x+3)(x^2-2x+1)$

따라서 구하는 면 A의 가로의 길이는 x^2-2x+1이다.

3

[방법 1] 민호가 말한 방법 (나머지정리)

$f(x)$를 $(x+1)^2$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면

$f(x)=x^3+ax^2+bx+2=(x+1)^2Q(x)$ …… ㉠

이때, $f(-1)=0$이므로

$-1+a-b+2=0 \quad \therefore b=a+1$ …… ㉡

㉡을 $f(x)$에 대입하면

$f(x)=x^3+ax^2+(a+1)x+2$

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a & a+1 & 2 \\ & & -1 & -a+1 & -2 \\ \hline & 1 & a-1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)\{x^2+(a-1)x+2\}$ …… ㉢

㉠=㉢이므로 $(x+1)Q(x)=x^2+(a-1)x+2$

이 식의 양변에 $x=-1$을 대입하면

$1-(a-1)+2=0 \quad \therefore a=4$

$a=4$를 ㉡에 대입하면 $b=5$

[방법 2] 희진이가 말한 방법 (조립제법)

$f(x)=x^3+ax^2+bx+2$를 $x+1$로 두 번 연속해서 나누는 것을 조립제법으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a & b & 2 \\ & & -1 & -a+1 & a-b-1 \\ \hline -1 & 1 & a-1 & -a+b+1 & \boxed{a-b+1} \\ & & -1 & -a+2 & \\ \hline & 1 & a-2 & \boxed{-2a+b+3} & \end{array}$$

이때, $f(x)$는 $x+1$로 나누어떨어지고, 그 몫도 $x+1$로 나누어떨어지므로

$a-b+1=0 \quad \therefore a-b=-1$ …… ㉠

$-2a+b+3=0 \quad \therefore 2a-b=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=4, b=5$

4

연산 장치 $\boxed{\text{T}}$에 $2+3i$를 입력하면 $\overline{2+3i}=2-3i$가 출력되므로

$z_1=2-3i$

연산 장치 Ⓘ에 $\dfrac{1}{1-i}$을 입력하면 $\dfrac{1}{\dfrac{1}{1-i}}=1-i$가 출력되므로

$z_2=1-i$

연산 장치 ⓢ에 $2-3i$, $1-i$를 입력하면

$(2-3i)+(1-i)=3-4i$

가 출력된다.

따라서 $x+yi=3-4i$이므로

$x=3, y=-4$

$\therefore x+y=-1$

5

(1) 다빈이는 b를 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 곱은

$b=(-1)\times5=-5$

(2) 예준이는 a를 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 합은

$-a=(-2+\sqrt{3})+(-2-\sqrt{3})=-4 \quad \therefore a=4$

(3) 주어진 이차방정식은 $x^2+4x-5=0$이므로

$(x+5)(x-1)=0 \quad \therefore x=-5$ 또는 $x=1$

따라서 옳은 근은 $-5, 1$이다.

6

$x^3-1=0$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$의 한 허근이 ω이므로

$\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$

세빈: $\omega^{12}+\omega^8+\omega^4=(\omega^3)^4+(\omega^3)^2\times\omega^2+\omega^3\times\omega$

$=\omega^2+\omega+1=0$ (참)

시현: $\omega+1=-\omega^2$, $-\omega^2-1=\omega$이므로

$-(\omega+1)^5+(-\omega^2-1)^5=-(-\omega^2)^5+\omega^5$

$=\omega^{10}+\omega^5=(\omega^3)^3\times\omega+\omega^3\times\omega^2$

$=\omega^2+\omega=-1$ (참)

효진: ω, $\overline{\omega}$는 $x^2+x+1=0$의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\omega+\overline{\omega}=-1, \omega\overline{\omega}=1$

$\therefore \omega^2+\overline{\omega}^2=(\omega+\overline{\omega})^2-2\omega\overline{\omega}$

$=(-1)^2-2\times1=-1$ (참)

지섭: $\dfrac{1}{1-\omega}+\dfrac{1}{1-\overline{\omega}}=\dfrac{1-\overline{\omega}+1-\omega}{(1-\omega)(1-\overline{\omega})}$

$=\dfrac{2-(\omega+\overline{\omega})}{1-(\omega+\overline{\omega})+\omega\overline{\omega}}$

$=\dfrac{2-(-1)}{1-(-1)+1}=1$ (거짓)

따라서 잘못 말한 사람은 지섭이고, 바르게 고치면

$\dfrac{1}{1-\omega}+\dfrac{1}{1-\overline{\omega}}=1$

7

$f(x)$를 $x-1$, $x-2$, $x-3$으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, 2, 3이므로 나머지정리에 의하여

$f(1)=1, f(2)=2, f(3)=3$ …… [배점 20 %]

즉, $f(1)-1=f(2)-2=f(3)-3=0$

이고 $f(x)-x$는 삼차항의 계수가 1인 삼차다항식이므로

$f(x)-x=(x-1)(x-2)(x-3)$

$\therefore f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)+x$

…… [배점 50 %]

따라서 $f(x)$를 $x-4$로 나누었을 때의 나머지는

$f(4)=3\times2\times1+4=10$

…… [배점 30 %]

$f(\alpha)-\alpha=0$이면
$f(x)-x$는 일차식
$x-\alpha$로 나누어떨어진다.

8

(1) 가려진 세 수를 각각 α, β, γ라 하면

$\alpha+\beta+\gamma=12$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=44$, $\alpha\beta\gamma=48$ …… [배점 30 %]

이므로 세 수 α, β, γ를 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식은

$x^3-12x^2+44x-48=0$ …… [배점 20 %]

(2) $f(x)=x^3-12x^2+44x-48$로 놓으면 $f(2)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

2	1	-12	44	-48
		2	-20	48
	1	-10	24	0

$f(x)=(x-2)(x^2-10x+24)$

$=(x-2)(x-4)(x-6)$

$f(x)=0$에서

$x=2$ 또는 $x=4$ 또는 $x=6$

따라서 가려진 세 수는 2, 4, 6이다. …… [배점 50 %]

적중 예상 전략 1회

76~79쪽

1 ⑤	**2** ①	**3** ③	**4** ④
5 ⑤	**6** ②	**7** ⑤	**8** ⑤
9 ①	**10** ②	**11** ②	**12** ②
13 $34\sqrt{5}$	**14** 339	**15** 2	

16 빗변의 길이가 c인 직각삼각형

1

$X+B=A-3B$에서

$X=A-4B$

$=(2x-y)^2-4(x^2+2xy)$

$=4x^2-4xy+y^2-4x^2-8xy$

$=y^2-12xy$

2

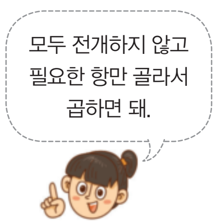
$(2x+1)^3(x-2)$

$=(8x^3+12x^2+6x+1)(x-2)$

에서 x^2항은

$12x^2\times(-2)+6x\times x=-18x^2$

따라서 x^2의 계수는 -18이다.



3

주어진 등식의 양변에 $x=0$을 대입하면

$(-3)^3=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$ …… ㉠

양변에 $x=-2$를 대입하면

$(4-2-3)^3=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면

$2(a_0+a_2+a_4+a_6)=-28$

$\therefore a_0+a_2+a_4+a_6=-14$

4

$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$에서

$26=2^3+3ab\times2$, $6ab=18$

$\therefore ab=3$

$\therefore (a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

$=2^2+4\times3=16$

5

$f(x)=(2x-1)Q(x)+4$이므로

$xf(x)=x(2x-1)Q(x)+4x$

$=2x\left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+4\left(x-\frac{1}{2}\right)+2$

$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\{2xQ(x)+4\}+2$

따라서 $xf(x)$를 $x-\frac{1}{2}$로 나누었을 때의 몫은 $2xQ(x)+4$, 나머지는 2이므로

$a=2$, $b=4$, $c=2$

$\therefore abc=16$

6

조립제법을 이용하면

$-\frac{1}{2}$	2	3	-5	1
		-1	-1	3
	2	2	-6	4

$2x^3+3x^2-5x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)(2x^2+2x-6)+4$

$=(2x+1)(x^2+x-3)+4$

따라서 $Q(x)=x^2+x-3$이므로

$Q(1)=1+1-3=-1$

7

$f(x+1)$을 $(x+2)(x-1)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$(a, b는 상수)라 하면

$f(x+1)=(x+2)(x-1)Q(x)+ax+b$ …… ㉠

$f(x)$는 $x+1$로 나누어떨어지므로

$f(-1)=0$

즉, ㉠에 $x=-2$를 대입하면 $-2a+b=0$ …… ㉡

또, $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는 3이므로

$f(2)=3$

즉, ㉠에 $x=1$을 대입하면 $a+b=3$ …… ㉢

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=2$

따라서 $R(x)=x+2$이므로

$R(3)=5$

8

$f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 5이므로

$f(x)=(x-2)Q(x)+5$

이때, $Q(x)$를 $x+3$으로 나누었을 때의 몫을 $Q'(x)$라 하면

$f(x)=(x-2)\{(x+3)Q'(x)-1\}+5$

따라서 $f(x)$를 $x+3$으로 나누었을 때의 나머지는

$f(-3)=-5\times(-1)+5=10$

9

$f(x)$를 $(x-2)^2(x-3)$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면

$f(x)=(x-2)^2(x-3)Q(x)+ax^2+bx+c$

이때, $(x-2)^2(x-3)Q(x)$는 $(x-2)^2$으로 나누어떨어지므로 $f(x)$를 $(x-2)^2$으로 나누었을 때의 나머지는 ax^2+bx+c를 $(x-2)^2$으로 나누었을 때의 나머지와 같다.

즉, ax^2+bx+c를 $(x-2)^2$으로 나누었을 때의 나머지가 $2x-5$이므로

$ax^2+bx+c=a(x-2)^2+2x-5$ …… ㉠

$\therefore f(x)=(x-2)^2(x-3)Q(x)+a(x-2)^2+2x-5$

한편 $f(x)$를 $x-3$으로 나누었을 때의 나머지가 1이므로 나머지정리에 의하여 $f(3)=1$에서

$a+6-5=1 \qquad \therefore a=0$

따라서 ㉠에서 $bx+c=2x-5$이므로

$b=2$, $c=-5$

$\therefore a+b+c=-3$

10

$f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면

$f(x)=x^3+ax^2-7x+b=(x-1)^2Q(x)$ …… ㉠

이때, $f(1)=0$이므로

$1+a-7+b=0 \qquad \therefore b=6-a$ …… ㉡

㉡을 $f(x)$에 대입하면

$f(x)=x^3+ax^2-7x+6-a$

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & a & -7 & 6-a \\ & & 1 & a+1 & a-6 \\ \hline & 1 & a+1 & a-6 & \multicolumn{1}{|c}{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)\{x^2+(a+1)x+a-6\}$ …… ㉢

㉠=㉢이므로 $(x-1)Q(x)=x^2+(a+1)x+a-6$

이 식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$1+a+1+a-6=0$, $2a=4 \qquad \therefore a=2$

$a=2$를 ㉡에 대입하면 $b=4$

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

11

$(x+1)(x+3)(x+4)(x+6)+k$

$=\{(x+1)(x+6)\}\{(x+3)(x+4)\}+k$

$=(x^2+7x+6)(x^2+7x+12)+k$

$=(X+6)(X+12)+k$ ← $x^2+7x=X$로 치환

$=X^2+18X+72+k$ …… ㉠

주어진 식이 x에 대한 이차식의 완전제곱식으로 인수분해되려면 ㉠이 X에 대한 완전제곱식이 되어야 하므로

$72+k=\left(\dfrac{18}{2}\right)^2=81 \qquad \therefore k=9$

12

$x^2-xy-6y^2+x+7y-2=x^2+(1-y)x-(6y^2-7y+2)$

$=x^2+(1-y)x-(2y-1)(3y-2)$

$=\{x+(2y-1)\}\{x-(3y-2)\}$

$=(x+2y-1)(x-3y+2)$

따라서 $a=-3$, $b=2$, $c=-1$이므로

$2b-a+c=4+3-1=6$

13

$a+b=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$

$ab=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=5-4=1$ …… [배점 40 %]

$\therefore a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=(2\sqrt{5})^3-3\times1\times2\sqrt{5}$

$=40\sqrt{5}-6\sqrt{5}=34\sqrt{5}$ …… [배점 60 %]

14

$20=x$로 놓으면 …… [배점 20 %]

$\dfrac{400\times389+1}{20\times23-1}=\dfrac{x^2(x^2-11)+1}{x(x+3)-1}$

$=\dfrac{x^4-11x^2+1}{x^2+3x-1}$ …… [배점 20 %]

$=\dfrac{(x^4-2x^2+1)-9x^2}{x^2+3x-1}$

$=\dfrac{(x^2-1)^2-(3x)^2}{x^2+3x-1}$

$=\dfrac{(x^2+3x-1)(x^2-3x-1)}{x^2+3x-1}$

$=x^2-3x-1$ …… [배점 40 %]

$=400-60-1=339$ …… [배점 20 %]

15

주어진 등식의 양변에 $x=-2$를 대입하면

$-8+8+6=c \quad \therefore c=6$ …… [배점 20 %]

양변에 $x=-1$을 대입하면

$-1+4+6=1+a+b+6$

$\therefore a+b=2$ …… ㉠

양변에 $x=-3$을 대입하면

$-27+12+6=-1+a-b+6$

$\therefore a-b=-14$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-6$, $b=8$ …… [배점 60 %]

$\therefore 2a+b+c=-12+8+6=2$ …… [배점 20 %]

16

주어진 식의 좌변을 b에 대하여 내림차순으로 정리하면

$a^3+a^2c+ab^2-ac^2+b^2c-c^3$

$=(a+c)b^2+a^3+a^2c-ac^2-c^3$

$=(a+c)b^2+(a+c)a^2-(a+c)c^2$

$=(a+c)(a^2+b^2-c^2)$ … [배점 50 %]

즉, $(a+c)(a^2+b^2-c^2)=0$에서

$a+c\neq 0$이므로 $a^2+b^2-c^2=0$

$\therefore a^2+b^2=c^2$ …… [배점 30 %]

따라서 주어진 조건을 만족시키는 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다. …… [배점 20 %]

적중 예상 전략 2회

80~83쪽

1 ①	2 ⑤	3 ③	4 ①
5 ③	6 ②	7 ⑤	8 ②
9 ②	10 ⑤	11 ②	12 ③
13 $-1+i$	14 -1	15 9	16 -1

1

$(1+i)x^2+2(2-i)x+3(1-i)$

$=x^2+x^2i+4x-2xi+3-3i$

$=(x^2+4x+3)+(x^2-2x-3)i$

이 복소수가 순허수가 되려면

$x^2+4x+3=0$ …… ㉠

$x^2-2x-3\neq 0$ …… ㉡

㉠에서 $(x+1)(x+3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-3$

㉡에서 $(x+1)(x-3)\neq 0$

$\therefore x\neq -1,\ x\neq 3$

따라서 구하는 x의 값은 $x=-3$

2

$z=a+bi$(a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1-i)z+3i\bar{z}=(1-i)(a+bi)+3i(a-bi)$

$=a+bi-ai-bi^2+3ai-3bi^2$

$=(a+4b)+(2a+b)i$

즉, $(a+4b)+(2a+b)i=-2+3i$이므로

$a+4b=-2,\ 2a+b=3$

두 식을 연립하여 풀면

$a=2,\ b=-1$

따라서 $z=2-i$, $\bar{z}=2+i$이므로

$z\bar{z}=(2-i)(2+i)=2^2-i^2=5$

3

$\sqrt{-12}\sqrt{3}+\sqrt{-2}\sqrt{-3}-\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{-5}}$

$=\sqrt{12}i\times\sqrt{3}+\sqrt{2}i\times\sqrt{3}i-\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}i}$

$=6i+\sqrt{6}i^2-\dfrac{4}{i}$

$=6i-\sqrt{6}-\dfrac{4i}{i^2}$

$=-\sqrt{6}+10i$

따라서 $a=-\sqrt{6}$, $b=10$이므로

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{10}{-\sqrt{6}}=-\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$

4

이차방정식 $x^2+2(k+1)x+k^2+5=0$의 판별식을 D라 하면 서로 다른 두 허근을 가지므로

$\dfrac{D}{4}=(k+1)^2-(k^2+5)<0$

$k^2+2k+1-k^2-5<0,\ 2k-4<0$

$\therefore k<2$

따라서 자연수 k는 1이므로 그 개수는 1이다.

5

α, β는 이차방정식 $x^2+2x-7=0$의 두 근이므로

$\alpha^2+2\alpha-7=0,\ \beta^2+2\beta-7=0$

즉, $\alpha^2+\alpha-7=-\alpha,\ \beta^2+\beta-7=-\beta$

또, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-7$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha^2+\alpha-7}+\frac{\alpha}{\beta^2+\beta-7}=\frac{\beta}{-\alpha}+\frac{\alpha}{-\beta}$$
$$=-\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$$
$$=-\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$
$$=-\frac{(-2)^2-2\times(-7)}{-7}$$
$$=\frac{18}{7}$$

6

주어진 방정식의 두 근을 α, $3\alpha(\alpha\neq0)$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+3\alpha=4(k-1)$ …… ㉠

$\alpha\times3\alpha=-12k$ …… ㉡

㉠에서 $\alpha=k-1$

이것을 ㉡에 대입하면

$3(k-1)^2=-12k$, $(k-1)^2=-4k$

$k^2+2k+1=0$, $(k+1)^2=0$

$\therefore k=-1$

7

이차방정식 $x^2+2ax+b=0$의 판별식을 D_1이라 하면 이차함수의 그래프와 x축이 접하므로

$\frac{D_1}{4}=a^2-b=0$ $\quad\therefore b=a^2$ …… ㉠

또, 이차방정식 $x^2+2ax+b=4x+3$, 즉

$x^2+2(a-2)x+b-3=0$의 판별식을 D_2라 하면 이차함수의 그래프와 직선이 접하므로

$\frac{D_2}{4}=(a-2)^2-(b-3)=0$

이 식에 ㉠을 대입하면

$a^2-4a+4-a^2+3=0$, $4a=7$

$\therefore a=\frac{7}{4}$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{a^2}{a}=a=\frac{7}{4}$

8

$f(x)=2x^2-8x+k=2(x-2)^2+k-8$

꼭짓점의 x좌표 2가 $0\le x\le3$에 포함되므로

$f(0)=k$, $f(2)=k-8$, $f(3)=k-6$

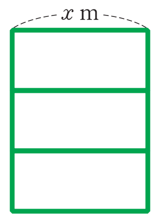
즉, $f(x)$는 $x=2$일 때 최솟값 -4를 갖는다.

이때, $k-8=-4$에서 $k=4$

$\therefore f(x)=2(x-2)^2-4$

따라서 구하는 최댓값은 $x=0$일 때 4이다.

9



체험장의 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는

$\frac{1}{2}\times(40-4x)=20-2x$ (m)

체험장의 넓이를 y m^{2}라 하면

$y=x(20-2x)$

$=-2x^2+20x$

$=-2(x-5)^2+50$

이때, $0<x<10$이므로 $x=5$일 때 최댓값 50을 갖는다.

$0<4x<40$에서 $0<x<10$

따라서 구하는 체험장의 넓이의 최댓값은 50 m^{2}이다.

10

a, b가 실수이므로 한 근이 $1+i$이면 $1-i$도 근이다.

세 근을 $1+i$, $1-i$, α라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

(세 근의 합)$=3$에서

$(1+i)+(1-i)+\alpha=3$

$2+\alpha=3$ $\quad\therefore \alpha=1$

(두 근끼리의 곱의 합)$=a$에서

$(1+i)(1-i)+\alpha(1-i)+\alpha(1+i)=a$

$2+2\alpha=a$ $\quad\therefore a=4$

(세 근의 곱)$=b$에서

$(1+i)(1-i)\alpha=b$

$2\alpha=b$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore ab=4\times2=8$

11

$x^4+x^2-6=0$에서 $x^2=X$로 치환하면

$X^2+X-6=0$

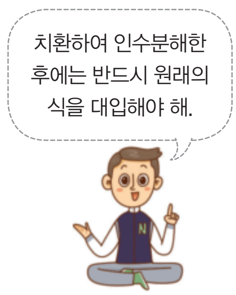
$(X+3)(X-2)=0$

$\therefore (x^2+3)(x^2-2)=0$

이때, α, β는 방정식 $x^2+3=0$의 두 허근이므로

$\alpha^2=-3$, $\beta^2=-3$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=-6$



12

연립방정식 $\begin{cases}x^2+y^2=a\\x+y=-3\end{cases}$과 $\begin{cases}ay+bx=1\\xy=-4\end{cases}$가 공통인 해를 가지므로

이 공통인 해는 연립방정식

$\begin{cases}x+y=-3 & \cdots\cdots ㉠\\xy=-4 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

의 해이다.

㉠에서 $y=-x-3$
이것을 ㉡에 대입하면
$x(-x-3)=-4,\ -x^2-3x=-4$
$x^2+3x-4=0,\ (x+4)(x-1)=0$
$\therefore \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$

(i) $x=-4,\ y=1$일 때
$x^2+y^2=a$에서 $a=17$
$ay+bx=1$에서 $17-4b=1$
$\therefore b=4$

(ii) $x=1,\ y=-4$일 때
$x^2+y^2=a$에서 $a=17$
$ay+bx=1$에서 $17\times(-4)+b=1$
$\therefore b=69$

이때, $a>b$이므로
$a=17,\ b=4,\ x=-4,\ y=1$
$\therefore a+b+x+y=17+4-4+1=18$

참고
연립방정식 $\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$에서 x, y는 이차방정식 $t^2+3t-4=0$의 두 근이므로
$(t+4)(t-1)=0$
$\therefore t=-4$ 또는 $t=1$
즉, $\begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$

13

$\alpha=\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{2i}{2}=i$

$\beta=\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{-2i}{2}=-i$ …… [배점 40 %]

$\therefore \alpha^{2022}+\beta^{2023}=i^{2022}+(-i)^{2023}$
$=(i^4)^{505}\times i^2-(i^4)^{505}\times i^3$
$=i^2-i^3$
$=-1+i$ …… [배점 60 %]

14

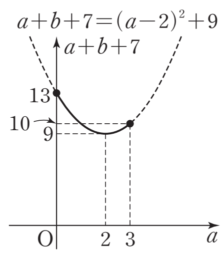
이차방정식 $x^2-2(m+a+2)x+m^2+a^2-2b=0$의 판별식을 D라 하면 중근을 가지므로
$\dfrac{D}{4}=(m+a+2)^2-(m^2+a^2-2b)=0$
$m^2+a^2+4+2am+4a+4m-m^2-a^2+2b=0$
$2am+4m+4a+2b+4=0$
$(2a+4)m+4a+2b+4=0$ …… [배점 50 %]

이 식이 m의 값에 관계없이 항상 성립하므로
$2a+4=0,\ 4a+2b+4=0$
따라서 $a=-2,\ b=2$이므로
$\dfrac{a}{b}=-1$ …… [배점 50 %]

15

이차함수 $y=x^2-5x+6$의 그래프가 y축과 만나는 점이 A이므로
A$(0, 6)$
x축과 만나는 두 점이 B, C이므로
$x^2-5x+6=0,\ (x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$
즉, B$(2, 0)$, C$(3, 0)$이다. …… [배점 20 %]
한편 점 P(a, b)는
$y=x^2-5x+6$의 그래프
위의 점이므로
$b=a^2-5a+6$ (단, $0\le a\le 3$) …… [배점 20 %]

$\therefore a+b+7=a+a^2-5a+6+7$
$=a^2-4a+13$
$=(a-2)^2+9$
이때, 꼭짓점의 a좌표 2가 $0\le a\le 3$에 포함되므로 구하는 최솟값은 9이다. …… [배점 60 %]



16

$x^3-1=0$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$의 한 허근이 ω이므로
$\omega^3=1,\ \omega^2+\omega+1=0$ …… [배점 30 %]

$\therefore 1+\omega^2+\omega^4+\omega^{200}+\dfrac{1}{\omega^{200}}$
$=1+\omega^2+\omega^3\times\omega+(\omega^3)^{66}\times\omega^2+\dfrac{1}{(\omega^3)^{66}\times\omega^2}$
$=\underbrace{1+\omega^2+\omega}_{0}+\omega^2+\dfrac{1}{\omega^2}$
$=\omega^2+\dfrac{1}{\omega^2}$
$=\dfrac{\omega^3\times\omega+1}{\omega^2}$
$=\dfrac{\omega+1}{\omega^2}$
$=\dfrac{-\omega^2}{\omega^2}=-1$ …… [배점 70 %]

1주 1일 개념 돌파 전략 ①

7, 9쪽

1-2 $x>4$	**2-2** $x\ge\frac{1}{3}$	**3-2** 5	**4-2** $2<x<4$
5-2 10	**6-2** 2		

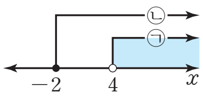
1-2

$x<2x-4$에서 $x>4$ …… ㉠

$2x-4\le5x+2$에서 $-3x\le6$ $\quad\therefore x\ge-2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$x>4$



2-2

(i) $x<1$일 때, $-(x-1)\le2x$

$-3x\le-1$ $\quad\therefore x\ge\frac{1}{3}$

그런데 $x<1$이므로 $\frac{1}{3}\le x<1$

(ii) $x\ge1$일 때, $x-1\le2x$ $\quad\therefore x\ge-1$

그런데 $x\ge1$이므로 $x\ge1$

(i), (ii)에서 구한 해를 합하면 $x\ge\frac{1}{3}$

3-2

$x^2-4x-12<0$에서 $(x+2)(x-6)<0$

$\therefore -2<x<6$

따라서 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5이므로 그 개수는 5이다.

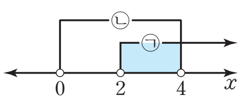
4-2

$x+1>3$에서 $x>2$ …… ㉠

$x^2-4x<0$에서 $x(x-4)<0$ $\quad\therefore 0<x<4$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$2<x<4$



5-2

$\sqrt{(5-a)^2+(4-1)^2}=5$에서

$\sqrt{a^2-10a+34}=5$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2-10a+9=0$, $(a-1)(a-9)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=9$

따라서 구하는 모든 a의 값의 합은 10이다.

6-2

선분 AB를 1 : 2로 외분하는 점의 좌표가 $(-5, b)$이므로

$\frac{1\times a-2\times(-1)}{1-2}=-5$, $\frac{1\times3-2\times2}{1-2}=b$

$\therefore a=3$, $b=1$

$\therefore a-b=2$

1주 1일 개념 돌파 전략 ②

10~11쪽

1 ④	**2** ④	**3** ②	**4** ③
5 ④	**6** ②		

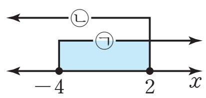
1

$x-3\le2x+1$에서 $x\ge-4$ …… ㉠

$2x+1\le5$에서 $x\le2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-4\le x\le2$



따라서 정수 x는 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2이므로 그 개수는 7이다.

2

(i) $x<2$일 때, $-(x-2)\le2x-1$

$-3x\le-3$ $\quad\therefore x\ge1$

그런데 $x<2$이므로 $1\le x<2$

(ii) $x\ge2$일 때, $x-2\le2x-1$ $\quad\therefore x\ge-1$

그런데 $x\ge2$이므로 $x\ge2$

(i), (ii)에서 구한 해를 합하면 $x\ge1$

따라서 정수 x의 최솟값은 1이다.

3

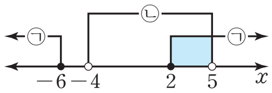
$x^2+4x-12\ge0$에서 $(x+6)(x-2)\ge0$

$\therefore x\le-6$ 또는 $x\ge2$ …… ㉠

$x^2-x-20<0$에서 $(x+4)(x-5)<0$

$\therefore\ -4<x<5$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면



$2\le x<5$

따라서 $M=4$, $m=2$이므로

$M-m=2$

4

$\overline{AC}=\overline{BC}$이므로 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$

$(-4-1)^2+(5-0)^2=(-4-a)^2+(5-4)^2$

$50=a^2+8a+17$, $a^2+8a-33=0$

$(a-3)(a+11)=0$

$\therefore\ a=3\ (\because\ a>0)$

5

선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점 P의 좌표는

$\mathrm{P}\left(\dfrac{2\times3+3\times8}{2+3}, \dfrac{2\times1+3\times(-4)}{2+3}\right)$

$\therefore\ \mathrm{P}(6, -2)$

선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$\mathrm{Q}\left(\dfrac{2\times3-3\times8}{2-3}, \dfrac{2\times1-3\times(-4)}{2-3}\right)$

$\therefore\ \mathrm{Q}(18, -14)$

따라서 선분 PQ의 중점 M의 좌표는

$\mathrm{M}\left(\dfrac{6+18}{2}, \dfrac{-2+(-14)}{2}\right)$

즉, $\mathrm{M}(12, -8)$이므로 $a=12$, $b=-8$

$\therefore\ a+b=4$

선분 PQ의 중점

$\Rightarrow \left(\dfrac{(x\text{좌표끼리의 합})}{2}, \dfrac{(y\text{좌표끼리의 합})}{2}\right)$

6

삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(1, 2)$이므로

$\dfrac{3+2+a}{3}=1$, $\dfrac{4+1+b}{3}=2$에서

$a=-2$, $b=1$

$\therefore\ ab=-2$

1주 2일 필수 체크 전략 ①

12~15쪽

1-1 ①	**1-2** $x\ge1$
2-1 $a\le-1$	**2-2** ②
3-1 ④	**3-2** $-\dfrac{2}{3}$
4-1 ④	**4-2** $-8\le a\le0$

1-1

$2(3x-1)-6<9x-1$에서

$6x-2-6<9x-1$

$-3x<7\qquad \therefore\ x>-\dfrac{7}{3}$ ...... ㉠

$\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{x+1}{4}\le\dfrac{7}{8}$에서

$4(x-1)-2(x+1)\le7$

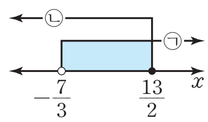
$4x-4-2x-2\le7$, $2x\le13$

$\therefore\ x\le\dfrac{13}{2}$ ...... ㉡

따라서 주어진 연립부등식의 해는

$-\dfrac{7}{3}<x\le\dfrac{13}{2}$이므로 정수 x의 최댓값은

6이다.



1-2

$\dfrac{5x-3}{4}-\dfrac{x-2}{3}>-1$에서

$3(5x-3)-4(x-2)>-12$

$15x-9-4x+8>-12$, $11x>-11$

$\therefore\ x>-1$ ...... ㉠

$0.5(x+2)-0.7\ge0.2(x+3)$에서

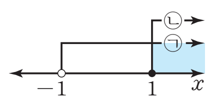
$5(x+2)-7\ge2(x+3)$

$5x+10-7\ge2x+6$, $3x\ge3$

$\therefore\ x\ge1$ ...... ㉡

따라서 주어진 연립부등식의 해는

$x\ge1$



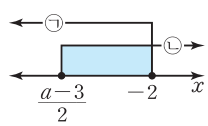
2-1

$x\ge2(x+1)$에서 $x\ge2x+2$

$-x\ge2\qquad \therefore\ x\le-2$ ...... ㉠

$2x+1\ge a-2$에서 $x\ge\dfrac{a-3}{2}$ ...... ㉡

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$\dfrac{a-3}{2}\le-2$, $a-3\le-4$

$\therefore a \le -1$

2-2

$3x+16 \le 5(x+2)$에서

$3x+16 \le 5x+10$, $-2x \le -6$

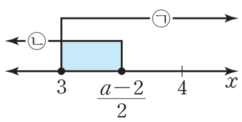
$\therefore x \ge 3$ ······ ㉠

$4x-a \le 2(x-1)$에서

$4x-a \le 2x-2$, $2x \le a-2$

$\therefore x \le \frac{a-2}{2}$ ······ ㉡

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x가 하나뿐이려면 오른쪽 그림에서



$3 \le \frac{a-2}{2} < 4$, $6 \le a-2 < 8$

$\therefore 8 \le a < 10$

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ②이다.

3-1

$ax^2+8x-6>0$의 해가 $1<x<b$이므로

$a<0$

해가 $1<x<b$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-1)(x-b)<0$

양변에 a를 곱하면

$a(x-1)(x-b)>0$

즉, $ax^2-a(b+1)x+ab>0$에서

$-a(b+1)=8$, $ab=-6$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=3$

$\therefore a+b=1$

다른 풀이

$ax^2+8x-6>0$의 해가 $1<x<b$이므로 1, b는 이차방정식 $ax^2+8x-6=0$의 두 근이다.

이 이차방정식에 $x=1$을 대입하면

$a+8-6=0$ $\quad \therefore a=-2$

근과 계수의 관계에 의하여

$1 \times b = \frac{-6}{a} = 3$ $\quad \therefore b=3$

$\therefore a+b=1$

3-2

$ax^2+bx+c \le 0$의 해가 $x \le 2$ 또는 $x \ge 6$이므로 $a<0$

해가 $x \le 2$ 또는 $x \ge 6$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-2)(x-6) \ge 0$

양변에 a를 곱하면 $a(x-2)(x-6) \le 0$

즉, $ax^2-8ax+12a \le 0$에서 $b=-8a$, $c=12a$

$\therefore \frac{b}{c} = \frac{-8a}{12a} = -\frac{2}{3}$

4-1

이차부등식 $a(x^2-2x+2)>4x-1$, 즉

$ax^2-2(a+2)x+2a+1>0$의 해가 모든 실수이므로 $a>0$

이차방정식 $ax^2-2(a+2)x+2a+1=0$의 판별식을 D라 하면

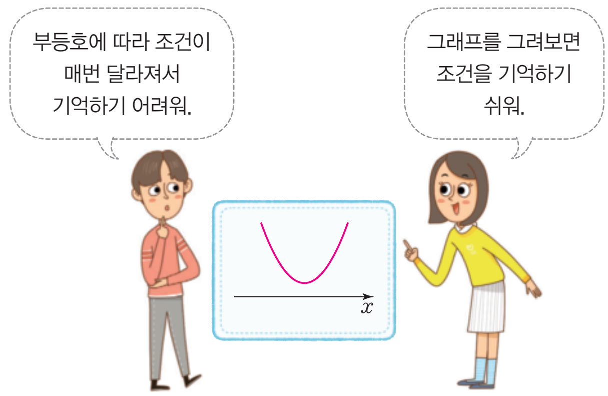
$\frac{D}{4}=\{-(a+2)\}^2-a(2a+1)<0$, $-a^2+3a+4<0$

$a^2-3a-4>0$, $(a+1)(a-4)>0$

$\therefore a<-1$ 또는 $a>4$

그런데 $a>0$이므로 $a>4$

따라서 정수 a의 최솟값은 5이다.



4-2

실수 x의 값에 관계없이 이차부등식 $x^2-3ax+2a(a-1) \ge 0$이 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2-3ax+2a(a-1)=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-3a)^2-4 \times 2a(a-1) \le 0$, $a^2+8a \le 0$

$a(a+8) \le 0$ $\quad \therefore -8 \le a \le 0$

1주 2일 필수 체크 전략 ②

16~17쪽

1 ④	2 ⑤	3 ⑤	4 ①
5 ②	6 ③		

1

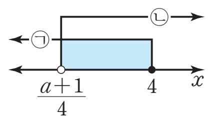
$3(x-1) \le 2x+1$에서 $3x-3 \le 2x+1$

$\therefore x \le 4$ ...... ㉠

$2x+1 < 6x-a$에서 $-4x < -a-1$

$\therefore x > \dfrac{a+1}{4}$ ...... ㉡

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$\dfrac{a+1}{4} < 4$, $a+1 < 16$

$\therefore a < 15$

2

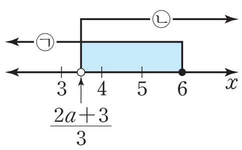
$0.2(x+3) \le 0.1x+1.2$에서 $2(x+3) \le x+12$

$2x+6 \le x+12$ $\quad\therefore x \le 6$ ...... ㉠

$\dfrac{x-1}{4} > \dfrac{a}{6}$에서 $3(x-1) > 2a$

$3x > 2a+3$ $\quad\therefore x > \dfrac{2a+3}{3}$ ...... ㉡

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x가 3개이려면 오른쪽 그림에서



$3 \le \dfrac{2a+3}{3} < 4$, $9 \le 2a+3 < 12$

$6 \le 2a < 9$

$\therefore 3 \le a < \dfrac{9}{2}$

따라서 실수 a의 최솟값은 3이다.

3

$x^2-4|x|-5<0$에서

(i) $x<0$일 때, $x^2+4x-5<0$

$(x+5)(x-1)<0$ $\quad\therefore -5<x<1$

그런데 $x<0$이므로 $-5<x<0$

(ii) $x \ge 0$일 때, $x^2-4x-5<0$

$(x+1)(x-5)<0$ $\quad\therefore -1<x<5$

그런데 $x \ge 0$이므로 $0 \le x < 5$

(i), (ii)에서 구한 해를 합하면

$-5<x<5$

따라서 정수 x는 $-4, -3, -2, \cdots, 4$이므로 그 개수는 9이다.

다른 풀이

$x^2=|x|^2$이므로 $x^2-4|x|-5<0$에서

$|x|^2-4|x|-5<0$, $(|x|+1)(|x|-5)<0$

$\therefore -1<|x|<5$

그런데 $|x| \ge 0$이므로 $0 \le |x| < 5$

$\therefore -5<x<5$

따라서 정수 x는 $-4, -3, -2, \cdots, 4$이므로 그 개수는 9이다.

4

$ax^2+bx+c>0$의 해가 $x<-3$ 또는 $x>1$이므로

$a>0$

해가 $x<-3$ 또는 $x>1$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+3)(x-1)>0$

양변에 a를 곱하면

$a(x+3)(x-1)>0$

즉, $ax^2+2ax-3a>0$에서 $b=2a$, $c=-3a$

이것을 $cx^2-bx+a>0$에 대입하면

$-3ax^2-2ax+a>0$

이때, $-a<0$이므로 $3x^2+2x-1<0$

$(x+1)(3x-1)<0$

$\therefore -1<x<\dfrac{1}{3}$

따라서 정수 x는 0이므로 그 개수는 1이다.

5

이차부등식 $ax^2-2(a+4)x+2a+2 \ge 0$의 해가 하나뿐이므로

$a<0$

이차방정식 $ax^2-2(a+4)x+2a+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=\{-(a+4)\}^2-a(2a+2)=0$

$-a^2+6a+16=0$, $a^2-6a-16=0$

$(a+2)(a-8)=0$ $\quad\therefore a=-2$ ($\because a<0$)

이것을 주어진 부등식에 대입하면

$-2x^2-4x-2 \ge 0$, $x^2+2x+1 \le 0$

$(x+1)^2 \le 0$ $\quad\therefore x=-1$

$\therefore b=-1$

6

이차부등식 $x^2-4ax+2a^2+a+3<0$의 해가 존재하지 않으려면 모든 실수 x에 대하여 $x^2-4ax+2a^2+a+3 \ge 0$이 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2-4ax+2a^2+a+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-2a)^2-(2a^2+a+3) \le 0$, $2a^2-a-3 \le 0$

$(a+1)(2a-3) \le 0$

$\therefore -1 \le a \le \dfrac{3}{2}$

따라서 정수 a는 $-1, 0, 1$이므로 그 합은 0이다.

1주 3일 필수 체크 전략 ①

18~21쪽

1-1 ①	1-2 $k\geq-3$
2-1 P(1, 3)	2-2 ①
3-1 ②	3-2 21
4-1 C(4, −3)	4-2 ③

1-1

$x^2+5x+6<0$에서 $(x+3)(x+2)<0$

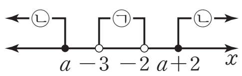
$\therefore -3<x<-2$ ······ ㉠

$x^2-2(a+1)x+a^2+2a\geq0$에서

$x^2-2(a+1)x+a(a+2)\geq0$, $(x-a)(x-a-2)\geq0$

$\therefore x\leq a$ 또는 $x\geq a+2$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x의 값이 없으려면 오른쪽 그림에서



$a\leq-3$, $a+2\geq-2$ $\quad\therefore -4\leq a\leq-3$

따라서 정수 a는 -4, -3이므로 그 개수는 2이다.

1-2

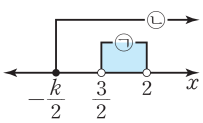
$2x^2+6<7x$에서 $2x^2-7x+6<0$

$(2x-3)(x-2)<0$ $\quad\therefore \frac{3}{2}<x<2$ ······ ㉠

$7x\leq9x+k$에서 $2x+k\geq0$ $\quad\therefore x\geq-\frac{k}{2}$ ······ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분이 $\frac{3}{2}<x<2$이므로

오른쪽 그림에서 $-\frac{k}{2}\leq\frac{3}{2}$



$\therefore k\geq-3$

참고

연립부등식 $f(x)<g(x)<h(x)$의 해

➡ 두 부등식 $f(x)<g(x)$, $g(x)<h(x)$를 풀어 공통부분을 구한다.

2-1

직선 $y=x+2$ 위의 점 P의 좌표를 $(a, a+2)$라 하면

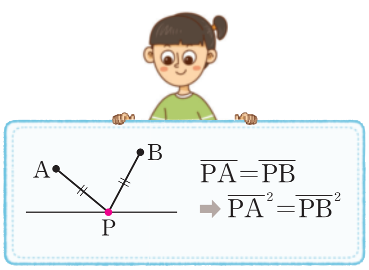
$\overline{PA}=\overline{PB}$에서 $\overline{PA}^2=\overline{PB}^2$이므로

$(a+4)^2+(a+2-0)^2=(a-4)^2+(a+2+2)^2$

$2a^2+12a+20=2a^2+32$, $12a=12$

$\therefore a=1$

따라서 점 P의 좌표는 (1, 3)이다.



2-2

x축 위의 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2+\overline{BP}^2&=(a-2)^2+(0-2)^2+(a-6)^2+(0-1)^2\\&=2a^2-16a+45\\&=2(a-4)^2+13\end{aligned}$$

따라서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$은 $a=4$일 때 최솟값 13을 갖는다.

3-1

선분 AB를 $2:t$로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{2\times0+t\times2}{2+t}, \frac{2\times\frac{11}{2}+t\times0}{2+t}\right)$ $\quad\therefore \left(\frac{2t}{2+t}, \frac{11}{2+t}\right)$

이 점이 직선 $y=x+1$ 위에 있으므로

$\frac{11}{2+t}=\frac{2t}{2+t}+1$, $11=2t+2+t$

$3t=9$ $\quad\therefore t=3$

3-2

마름모의 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{3+5}{2}=\frac{a+b}{2}$, $\frac{-1+1}{2}=\frac{-3+c}{2}$에서

$a+b=8$, $c=3$ ······ ㉠

마름모의 정의에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}$, 즉 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2$이므로

$(a-3)^2+(-3+1)^2=(5-a)^2+(1+3)^2$

$a^2-6a+13=a^2-10a+41$

$4a=28$ $\quad\therefore a=7$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=1$

$\therefore abc=7\times1\times3=21$

4-1

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$이라 하면

변 AB의 중점의 좌표가 (1, 0)이므로

$\frac{x_1+x_2}{2}=1$, $\frac{y_1+y_2}{2}=0$에서

$x_1+x_2=2$, $y_1+y_2=0$ ······ ㉠

삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (2, −1)이므로

$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=2$, $\frac{y_1+y_2+y_3}{3}=-1$에서

$x_1+x_2+x_3=6$, $y_1+y_2+y_3=-3$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $x_3=4$, $y_3=-3$

따라서 점 C의 좌표는 $(4,\ -3)$이다.

4-2

점 B의 좌표를 $(a,\ b)$라 하면 $\overline{AB}$의 중점의 좌표가 $(2,\ 0)$이므로

$\frac{7+a}{2}=2$, $\frac{5+b}{2}=0$에서

$a=-3$, $b=-5$ $\quad\therefore$ B$(-3,\ -5)$

점 C의 좌표를 $(c,\ d)$라 하면 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(2,\ 1)$이므로

$\frac{7+(-3)+c}{3}=2$, $\frac{5+(-5)+d}{3}=1$에서

$c=2$, $d=3$ $\quad\therefore$ C$(2,\ 3)$

$\overline{BC}$를 $2:3$으로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{2\times2+3\times(-3)}{2+3},\ \frac{2\times3+3\times(-5)}{2+3}\right)$, 즉 $\left(-1,\ -\frac{9}{5}\right)$

따라서 $p=-1$, $q=-\frac{9}{5}$이므로 $p-q=\frac{4}{5}$

1주 3일 필수 체크 전략 ②

22~23쪽

1 ④	**2** ①	**3** ①	**4** ③
5 ①	**6** ⑤		

1

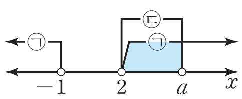
$x^2-x-2>0$에서 $(x+1)(x-2)>0$

$\therefore x<-1$ 또는 $x>2$ …… ㉠

$x^2-2x<ax-2a$에서 $x^2-(2+a)x+2a<0$

$(x-2)(x-a)<0$ …… ㉡

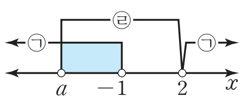
(ⅰ) $a>2$이면 $2<x<a$ …… ㉢



㉠, ㉢의 해는 $2<x<a$이므로 적합

(ⅱ) $a=2$이면 ㉡의 해가 없으므로 부적합

(ⅲ) $a<2$이면 $a<x<2$ …… ㉣



㉠, ㉣의 공통인 해가 존재하려면

$a<-1$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 주어진 연립부등식의 해가 존재하도록 하는 실수 a의 값의 범위는

$a<-1$ 또는 $a>2$

2

직선 $y=x$ 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ a)$라 하면

$\overline{PA}=\overline{PB}$에서 $\overline{PA}^2=\overline{PB}^2$이므로

$(a+3)^2+(a-2)^2=(a-1)^2+(a-0)^2$

$2a^2+2a+13=2a^2-2a+1$

$4a=-12$ $\quad\therefore a=-3$

따라서 점 P의 좌표는 $(-3,\ -3)$이다.

3

직선 $y=x-1$ 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ a-1)$이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2+\overline{BP}^2&=(a-1)^2+(a-1+5)^2+(a-5)^2+(a-1-1)^2\\&=(a-1)^2+(a+4)^2+(a-5)^2+(a-2)^2\\&=4a^2-8a+46\\&=4(a-1)^2+42\end{aligned}$$

따라서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$은 $a=1$일 때 최솟값 42를 가지므로 구하는 점 P의 x좌표는 1이다.

4

점 D의 좌표를 $(a,\ b)$라 하면 평행사변형의 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{-1+5}{2}=\frac{-2+a}{2}$, $\frac{6+4}{2}=\frac{3+b}{2}$에서 $a=6$, $b=7$

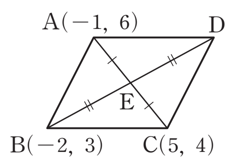
따라서 D$(6,\ 7)$이므로 대각선 BD의 길이는

$\overline{BD}=\sqrt{(6+2)^2+(7-3)^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

다른 풀이

두 대각선 AC와 BD의 교점을 E라 하면

점 E는 $\overline{AC}$의 중점이므로



E$\left(\frac{-1+5}{2},\ \frac{6+4}{2}\right)$ $\quad\therefore$ E$(2,\ 5)$

이때, $\overline{BD}=2\overline{BE}$이고

$\overline{BE}=\sqrt{(2+2)^2+(5-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로

$\overline{BD}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

5

$\overline{AB}=\sqrt{(-4-1)^2+(-8-4)^2}=\sqrt{169}=13$

$\overline{AC}=\sqrt{(5-1)^2+(1-4)^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=13:5$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$를 $13:5$로 내분하는 점이므로

$a=\frac{13\times5+5\times(-4)}{13+5}=\frac{45}{18}=\frac{5}{2}$

$b=\frac{13\times1+5\times(-8)}{13+5}=-\frac{27}{18}=-\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=1$

6

세 점 L, M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$를 $1:2$로 내분하는 점이므로 삼각형 LMN의 무게중심은 삼각형 ABC의 무게중심과 일치한다.

즉, $\frac{1+2+a}{3}=2$, $\frac{6+7+b}{3}=5$에서

$a=3$, $b=2$

$\therefore a+b=5$

1주 4일 교과서 대표 전략 ①

24~27쪽

1 ④	**2** -4	**3** ⑤	**4** ③
5 ①	**6** -4	**7** ①	**8** ⑤
9 ③	**10** ③	**11** (1) $P(0, -5)$ (2) $P\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$	
12 ④	**13** $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형	**14** ②	
15 ②	**16** ⑤		

1

$3x-a<5x+a+4$에서

$-2x<2a+4 \quad \therefore x>-a-2$ …… ㉠

$2x-3\le 7$에서

$2x\le 10 \quad \therefore x\le 5$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분이 $-3<x\le b$이므로

$-a-2=-3$, $b=5 \quad \therefore a=1$, $b=5$

$\therefore a+b=6$

2

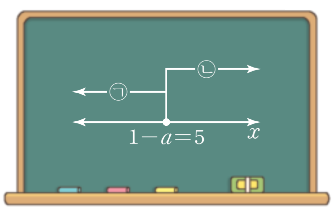
$x+7\ge 4(x-2)$에서 $x+7\ge 4x-8$

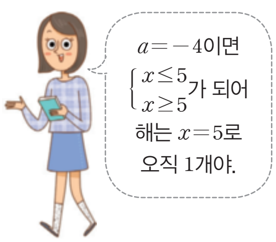
$-3x\ge -15 \quad \therefore x\le 5$ …… ㉠

$5x+a\ge 4x+1$에서 $x\ge 1-a$ …… ㉡

이때, 연립부등식의 해가 오직 1개이므로

$1-a=5 \quad \therefore a=-4$





3

$7(x-3)<3x-5$에서

$7x-21<3x-5$

$4x<16 \quad \therefore x<4$ …… ㉠

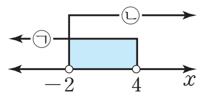
$3x-5<5-4(2-x)$에서

$3x-5<5-8+4x$

$-x<2 \quad \therefore x>-2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-2<x<4$



따라서 정수 x는 $-1, 0, 1, 2, 3$이므로 구하는 합은 5이다.

4

$3|2x-5|-2x<3$에서

(i) $x<\frac{5}{2}$일 때, $-3(2x-5)-2x<3$

$-8x<-12 \quad \therefore x>\frac{3}{2}$

그런데 $x<\frac{5}{2}$이므로 $\frac{3}{2}<x<\frac{5}{2}$

(ii) $x\ge\frac{5}{2}$일 때, $3(2x-5)-2x<3$

$4x<18 \quad \therefore x<\frac{9}{2}$

그런데 $x\ge\frac{5}{2}$이므로 $\frac{5}{2}\le x<\frac{9}{2}$

(i), (ii)에서 구한 해를 합하면 $\frac{3}{2}<x<\frac{9}{2}$

따라서 자연수 x는 $2, 3, 4$이므로 그 개수는 3이다.

5

$|x-1|+|x+1|<4$에서

(i) $x<-1$일 때, $-(x-1)-(x+1)<4$

$-2x<4 \quad \therefore x>-2$

그런데 $x<-1$이므로 $-2<x<-1$

(ii) $-1\le x<1$일 때, $-(x-1)+(x+1)<4$

$0\times x<2 \quad \therefore$ 모든 실수

그런데 $-1\le x<1$이므로 $-1\le x<1$

(iii) $x\ge 1$일 때, $(x-1)+(x+1)<4$

$2x<4 \quad \therefore x<2$

그런데 $x\ge 1$이므로 $1\le x<2$

(i), (ii), (iii)에서 구한 해를 합하면 $-2<x<2$

따라서 정수 x는 $-1, 0, 1$이므로 그 개수는 3이다.

6

$ax^2-ax-7a-4>0$의 해가 $-2<x<3$이므로

$a<0$

해가 $-2<x<3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+2)(x-3)<0$

양변에 a를 곱하면

$a(x+2)(x-3)>0$

즉, $ax^2-ax-6a>0$에서

$-6a=-7a-4$

$\therefore\ a=-4$

7

모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $ax^2+4x+a-3\le 0$이 성립해야 하므로

$a<0$

이차방정식 $ax^2+4x+a-3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-a(a-3)\le 0$

$a^2-3a-4\ge 0,\ (a+1)(a-4)\ge 0$

$\therefore\ a\le -1$ 또는 $a\ge 4$

그런데 $a<0$이므로

$a\le -1$

8

이차함수 $y=x^2+(k-3)x+5$의 그래프가 직선 $y=x+1$보다 항상 위쪽에 있으려면 $x^2+(k-3)x+5>x+1$이어야 하므로

$x^2+(k-4)x+4>0$

이 이차부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2+(k-4)x+4=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(k-4)^2-16<0$

$k^2-8k<0,\ k(k-8)<0$

$\therefore\ 0<k<8$

따라서 정수 k의 최댓값은 7이다.

9

$x^2-2x-8\ge 0$에서 $(x+2)(x-4)\ge 0$

$\therefore\ x\le -2$ 또는 $x\ge 4$ …… ㉠

$x^2-(a+1)x+a<0$에서

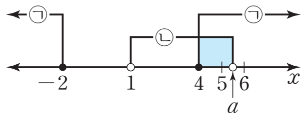
$(x-1)(x-a)<0$

이 부등식과 ㉠을 동시에 만족시키는 정수 x의 값이 4, 5이므로

$a>1$

즉, $(x-1)(x-a)<0$에서 $1<x<a$ …… ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 정수 x의 값이 4, 5뿐이려면 오른쪽 그림에서



$5<a\le 6$

10

$x^2-kx+2=0$이 실근을 가지므로 판별식을 D_1이라 하면

$D_1=k^2-8\ge 0,\ (k+2\sqrt{2})(k-2\sqrt{2})\ge 0$

$\therefore\ k\le -2\sqrt{2}$ 또는 $k\ge 2\sqrt{2}$ …… ㉠

$x^2+2kx-4k+5=0$이 서로 다른 두 허근을 가지므로 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=k^2-(-4k+5)<0$

$k^2+4k-5<0,\ (k+5)(k-1)<0$

$\therefore\ -5<k<1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 범위를 구하면

$-5<k\le -2\sqrt{2}$

11

(1) y축 위의 점 P의 좌표를 $(0,\ a)$라 하면 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$에서

$\sqrt{(0-1)^2+(a-3)^2}=\sqrt{(0-4)^2+(a-2)^2}$

양변을 제곱하면

$a^2-6a+10=a^2-4a+20$

$2a=-10 \qquad \therefore\ a=-5$

$\therefore\ \mathrm{P}(0,\ -5)$

(2) 직선 $y=x$ 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ a)$라 하면 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$에서

$\sqrt{(a-1)^2+(a-3)^2}=\sqrt{(a-4)^2+(a-2)^2}$

양변을 제곱하면

$(a-1)^2+(a-3)^2=(a-4)^2+(a-2)^2$

$2a^2-8a+10=2a^2-12a+20$

$4a=10 \qquad \therefore\ a=\frac{5}{2}$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(\frac{5}{2},\ \frac{5}{2}\right)$

12

x축 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=\{(a-1)^2+(0+3)^2\}+\{(a-5)^2+(0+2)^2\}$

$=2a^2-12a+39$

$=2(a-3)^2+21$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$은 $a=3$일 때 최솟값 21을 갖는다.

13

$\overline{AB}=\sqrt{(2-3)^2+(1+4)^2}=\sqrt{26}$

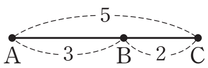
$\overline{BC}=\sqrt{(-2-2)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

$\overline{CA}=\sqrt{(3+2)^2+(-4+3)^2}=\sqrt{26}$

따라서 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다.

14

$2\overline{AB}=3\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$



이때, $a>0$이므로 직선 AB 위의 세 점 A, B, C는 이 순서대로 놓여 있고, 점 C는 선분 AB를 $5:2$로 외분하는 점이다.

즉, $a=\dfrac{5\times2-2\times(-4)}{5-2}=6$, $b=\dfrac{5\times3-2\times(-3)}{5-2}=7$에서

$a+b=13$

다른 풀이

$2\overline{AB}=3\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$

이때, $a>0$이므로 점 B는 선분 AC를 $3:2$로 내분하는 점이다.

즉, $\dfrac{3a+2\times(-4)}{3+2}=2$, $\dfrac{3b+2\times(-3)}{3+2}=3$에서

$3a-8=10$, $3b-6=15$ $\quad\therefore a=6, b=7$

$\therefore a+b=13$

15

두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\dfrac{1+b}{2}=\dfrac{a+5}{2}$, $\dfrac{3-3}{2}=\dfrac{-1+1}{2}$에서

$a=b-4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

마름모의 정의에 의하여 $\overline{AD}=\overline{DC}$, 즉 $\overline{AD}^2=\overline{DC}^2$이므로

$(5-1)^2+(1-3)^2=(5-b)^2+(1+3)^2$

$20=b^2-10b+41$, $b^2-10b+21=0$

$(b-3)(b-7)=0$

$\therefore b=3$ 또는 $b=7$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$a=-1, b=3$ 또는 $a=3, b=7$

그런데 주어진 조건에서 $a<0$이므로

$a=-1, b=3$

$\therefore a+b=2$

16

$B(a, b)$라 하면 $\overline{AB}$의 중점의 좌표가 $(-2, -2)$이므로

$\dfrac{-4+a}{2}=-2$, $\dfrac{-6+b}{2}=-2$에서

$a=0, b=2$ $\quad\therefore B(0, 2)$

$C(c, d)$라 하면 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(0, -3)$이므로

$\dfrac{-4+0+c}{3}=0$, $\dfrac{-6+2+d}{3}=-3$에서

$c=4, d=-5$ $\quad\therefore C(4, -5)$

$\overline{BC}$를 $1:2$로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{1\times4-2\times0}{1-2}, \dfrac{1\times(-5)-2\times2}{1-2}\right)$, 즉 $(-4, 9)$

따라서 $p=-4$, $q=9$이므로

$p+q=5$

1주 4일 교과서 대표 전략 ②

28~29쪽

1 ④	2 ①	3 ①	4 ③
5 ③	6 ②	7 ④	8 ①

1

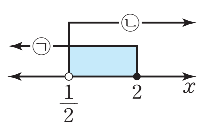
$3(x-2)\le -x+2$에서 $3x-6\le -x+2$

$4x\le 8$ $\quad\therefore x\le 2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$7+4x>-2(x-5)$에서 $7+4x>-2x+10$

$6x>3$ $\quad\therefore x>\dfrac{1}{2}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면



$\dfrac{1}{2}<x\le 2$

따라서 $a=\dfrac{1}{2}$, $b=2$이므로

$ab=1$

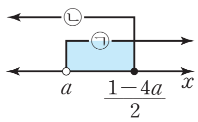
2

$3x+a<4x$에서 $-x<-a$ $\quad\therefore x>a$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\dfrac{1-2x}{4}\ge a$에서 $1-2x\ge 4a$

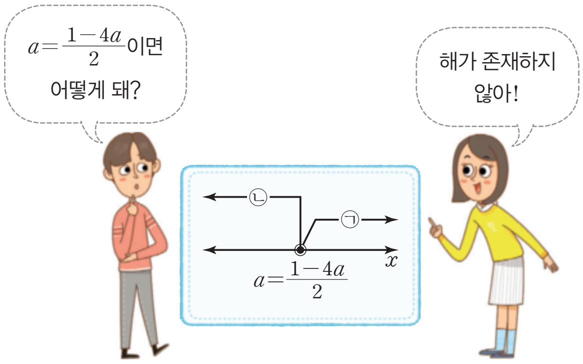
$-2x\ge 4a-1$ $\quad\therefore x\le\dfrac{1-4a}{2}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$a<\frac{1-4a}{2}$, $2a<1-4a$

$6a<1$ $\quad\therefore a<\frac{1}{6}$



3

$2|x+2|+|x-1|\le 6$에서

(ⅰ) $x<-2$일 때, $-2(x+2)-(x-1)\le 6$

$-3x\le 9$ $\quad\therefore x\ge -3$

그런데 $x<-2$이므로 $-3\le x<-2$

(ⅱ) $-2\le x<1$일 때, $2(x+2)-(x-1)\le 6$

$\therefore x\le 1$

그런데 $-2\le x<1$이므로 $-2\le x<1$

(ⅲ) $x\ge 1$일 때, $2(x+2)+(x-1)\le 6$

$3x\le 3$ $\quad\therefore x\le 1$

그런데 $x\ge 1$이므로 $x=1$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구한 해를 합하면 $-3\le x\le 1$

따라서 $a=-3$, $b=1$이므로

$a+b=-2$

4

모든 실수 x에 대하여 부등식 $(a+1)x^2+2(a+1)x+3>0$이 성립해야 하므로

(ⅰ) $a+1=0$, 즉 $a=-1$일 때

$0\times x^2+0\times x+3>0$이므로 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

$\therefore a=-1$

(ⅱ) $a+1\ne 0$, 즉 $a\ne -1$일 때

$a+1>0$이어야 하므로 $a>-1$ …… ㉠

이차방정식 $(a+1)x^2+2(a+1)x+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a+1)^2-3(a+1)<0$, $a^2-a-2<0$

$(a+1)(a-2)<0$ $\quad\therefore -1<a<2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 범위를 구하면

$-1<a<2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-1\le a<2$

따라서 정수 a는 -1, 0, 1이므로 그 개수는 3이다.

5

이차함수 $y=-2x^2+2x+3$의 그래프가 직선 $y=2ax+5$보다 항상 아래쪽에 있으려면

$-2x^2+2x+3<2ax+5$에서

$2x^2+2(a-1)x+2>0$

이 이차부등식이 모든 실수 x에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식 $2x^2+2(a-1)x+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a-1)^2-4<0$, $a^2-2a-3<0$

$(a+1)(a-3)<0$ $\quad\therefore -1<a<3$

따라서 정수 a는 0, 1, 2이므로 그 합은 3이다.

6

$(k+3)x^2-kx+k=0$이 이차방정식이므로

$k\ne -3$

이차방정식 $(k+3)x^2-kx+k=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 D_1이라 하면

$D_1=(-k)^2-4k(k+3)>0$, $3k^2+12k<0$

$3k(k+4)<0$ $\quad\therefore -4<k<0$

그런데 $k\ne -3$이므로

$-4<k<-3$ 또는 $-3<k<0$ …… ㉠

이차방정식 $x^2+2kx-2k+3=0$이 허근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=k^2-(-2k+3)<0$, $k^2+2k-3<0$

$(k+3)(k-1)<0$ $\quad\therefore -3<k<1$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-3<k<0$

따라서 정수 k는 -2, -1이므로 그 개수는 2이다.

7

$\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\overline{BC}=\sqrt{(-1-5)^2+(-3+1)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\overline{CA}=\sqrt{(1+1)^2+(1+3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

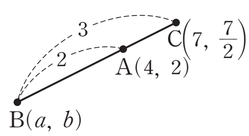
이므로 $\overline{AB}=\overline{CA}$, $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$

따라서 삼각형 ABC는 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

8

$3\overline{AB}=2\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$

점 C는 점 A의 방향으로 그은 $\overline{AB}$의 연장선 위에 있으므로 세 점 A, B, C의 위치는 오른쪽 그림과 같다.



이때, 점 B는 선분 AC를 2 : 3으로 외분하는 점이므로

$a=\dfrac{2\times7-3\times4}{2-3}=-2,\ b=\dfrac{2\times\frac{7}{2}-3\times2}{2-3}=-1$

$\therefore\ b-a=1$

다른 풀이

$3\overline{AB}=2\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$

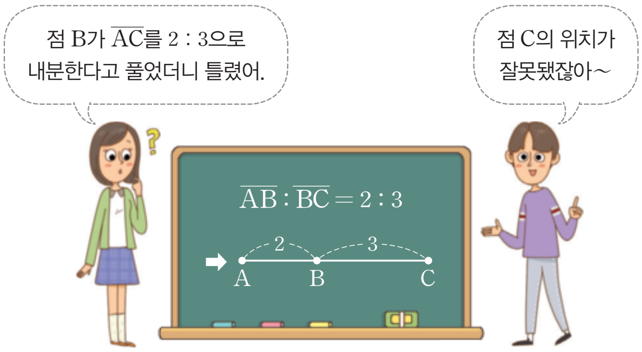
점 A는 선분 BC를 2 : 1로 내분하는 점이므로

$\dfrac{2\times7+1\times a}{2+1}=4,\ \dfrac{2\times\frac{7}{2}+1\times b}{2+1}=2$에서

$14+a=12,\ 7+b=6$

$\therefore\ a=-2,\ b=-1$

$\therefore\ b-a=1$



1주 누구나 합격 전략

30~31쪽

1 3	**2** ①	**3** ⑤	**4** 유찬, 세은
5 ⑤	**6** ④	**7** ①	**8** P(3, 0)
9 ①	**10** ④		

1

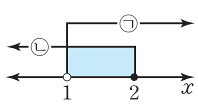
$5-2x<x+2$에서

$-3x<-3 \qquad \therefore\ x>1$ …… ㉠

$x+2\le-\dfrac{1}{3}(x-14)$에서

$3x+6\le-x+14,\ 4x\le8 \qquad \therefore\ x\le2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면



$1<x\le2$

따라서 $a=1,\ b=2$이므로

$a+b=3$

2

$|2x-3|\ge7$에서

(i) $x<\dfrac{3}{2}$일 때, $-(2x-3)\ge7$

$-2x\ge4 \qquad \therefore\ x\le-2$

그런데 $x<\dfrac{3}{2}$이므로 $x\le-2$

(ii) $x\ge\dfrac{3}{2}$일 때, $2x-3\ge7$

$2x\ge10 \qquad \therefore\ x\ge5$

그런데 $x\ge\dfrac{3}{2}$이므로 $x\ge5$

(i), (ii)에서 구한 해를 합하면 $x\le-2$ 또는 $x\ge5$

따라서 $a=-2,\ b=5$이므로 $ab=-10$

3

해가 $x<-3$ 또는 $x>1$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+3)(x-1)>0$이므로

$x^2+2x-3>0$

이 부등식이 $x^2-ax-b>0$과 같으므로

$a=-2,\ b=3 \qquad \therefore\ b-a=5$

4

희진: $2x^2-x-15<0$에서 $(2x+5)(x-3)<0$

$\therefore\ -\dfrac{5}{2}<x<3$

유찬: $3x^2-2x-1\ge0$에서 $(3x+1)(x-1)\ge0$

$\therefore\ x\le-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x\ge1$

세은: $4x^2+12x+9\le0$에서 $(2x+3)^2\le0$

$\therefore\ x=-\dfrac{3}{2}$

민호: $x^2-2x+3<0$에서 $(x-1)^2+2<0$

∴ 해는 없다.

따라서 해를 바르게 구한 사람은 유찬, 세은이다.

5

이차부등식 $x^2+2kx+2k(k-1)\ge0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하기 위해서는 $D\le0$이어야 하므로

$\dfrac{D}{4}=k^2-2k(k-1)\le0,\ k^2-2k\ge0$

$k(k-2)\ge0 \qquad \therefore\ k\le0$ 또는 $k\ge2$

6

$x^2-4\ge0$에서 $(x+2)(x-2)\ge0$

$\therefore\ x\le-2$ 또는 $x\ge2$ …… ㉠

$x^2-2x-15<0$에서 $(x+3)(x-5)<0$

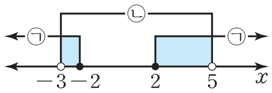
$\therefore\ -3<x<5$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-3<x\le-2$ 또는 $2\le x<5$

따라서 정수 x는 $-2, 2, 3, 4$이므로

그 개수는 4이다.



7

$\sqrt{(-1-3)^2+(a+2)^2}=5$

양변을 제곱하면 $a^2+4a+20=25$

$a^2+4a-5=0$, $(a+5)(a-1)=0$ $\quad\therefore\ a=1\ (\because\ a>0)$

8

x축 위의 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a+1)^2+(0-2)^2=(a-5)^2+(0-4)^2$

$a^2+2a+5=a^2-10a+41$, $12a=36$ $\quad\therefore\ a=3$

따라서 점 P의 좌표는 $(3, 0)$이다.

9

$P\left(\frac{3\times(-3)+2\times7}{3+2}, \frac{3\times(-4)+2\times6}{3+2}\right)$ $\quad\therefore\ P(1, 0)$

$Q\left(\frac{2\times(-3)-1\times7}{2-1}, \frac{2\times(-4)-1\times6}{2-1}\right)$ $\quad\therefore\ Q(-13, -14)$

따라서 구하는 선분 PQ의 중점의 좌표는

$\left(\frac{1-13}{2}, \frac{0-14}{2}\right)$, 즉 $(-6, -7)$

10

$\frac{a+b-1}{3}=0$, $\frac{b-2a+5}{3}=0$에서 $a+b=1$, $2a-b=5$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-1$ $\quad\therefore\ a-b=3$

1주 창의·융합·코딩 전략

32~35쪽

1 ① **2** $1\le t\le2$

3 (1) $(10+x)(100-4x)$ (2) 15원 이상 20원 이하

4 $40\le x\le60$ **5** ③

6 (1) $(300, 400)$ (2) 500 m **7** $3\sqrt{5}$ km

8 (1) $A(0, 4)$, $B(3, -1)$, $C(6, 3)$ (2) $(3, 2)$

1

지우의 힌트를 식으로 나타내면

$|3x+1|\le x+5$

(i) $x<-\frac{1}{3}$일 때, $-(3x+1)\le x+5$

$-4x\le6$ $\quad\therefore\ x\ge-\frac{3}{2}$

그런데 $x<-\frac{1}{3}$이므로 $-\frac{3}{2}\le x<-\frac{1}{3}$

(ii) $x\ge-\frac{1}{3}$일 때, $3x+1\le x+5$

$2x\le4$ $\quad\therefore\ x\le2$

그런데 $x\ge-\frac{1}{3}$이므로 $-\frac{1}{3}\le x\le2$

(i), (ii)에서 구한 해를 합하면 $-\frac{3}{2}\le x\le2$

따라서 정수 x는 $-1, 0, 1, 2$이고, 그 합은 2이므로 지우의 생일은 7월 2일이다.

2

$-20t^2+60t\ge40$에서 $20t^2-60t+40\le0$

$t^2-3t+2\le0$, $(t-1)(t-2)\le0$

$\therefore\ 1\le t\le2$

3

(1) 가격을 x원 인상할 때

물건 한 개의 가격은 $(10+x)$원이고

하루 판매량은 $(100-4x)$개이므로

총 판매액을 x에 대한 식으로 나타내면

$(10+x)(100-4x)$

(2) $(10+x)(100-4x)\ge1200$에서

$4x^2-60x+200\le0$, $x^2-15x+50\le0$

$(x-5)(x-10)\le0$ $\quad\therefore\ 5\le x\le10$

따라서 물건 한 개의 인상 가격이 5원 이상 10원 이하이므로 물건 한 개의 가격은 15원 이상 20원 이하로 하면 된다.

4

직사각형 모양의 합판의 가로의 길이가 200 cm이므로

$2x+4y=200$ $\quad\therefore\ y=50-\frac{1}{2}x$ $\cdots\cdots$ ㉠

정리함의 부피가 48000 cm^3 이상이어야 하므로

$40xy\ge48000$ $\quad\therefore\ xy\ge1200$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x\left(50-\frac{1}{2}x\right)\ge1200$, $50x-\frac{1}{2}x^2\ge1200$

$x^2-100x+2400\le0$, $(x-40)(x-60)\le0$

$\therefore\ 40\le x\le60$

5

로고가 들어갈 직사각형의 가로의 길이를 x로 놓으면 세로의 길이는 가로의 길이보다 3만큼 짧으므로

$x-3$ …… ㉠

직사각형의 넓이는 4 이상 10 이하가 되어야 하므로

$4 \le x(x-3) \le 10$

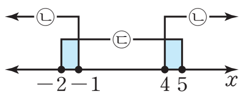
$x(x-3) \ge 4$에서 $x^2-3x-4 \ge 0$

$(x+1)(x-4) \ge 0$ $\quad \therefore x \le -1$ 또는 $x \ge 4$ …… ㉡

$x(x-3) \le 10$에서 $x^2-3x-10 \le 0$

$(x+2)(x-5) \le 0$ $\quad \therefore -2 \le x \le 5$ …… ㉢

㉡, ㉢의 공통부분을 구하면



$-2 \le x \le -1$ 또는 $4 \le x \le 5$

이때, ㉠에서 $x>3$이므로 $4 \le x \le 5$

따라서 가로의 길이는 4 이상 5 이하이다.

6

(1) 학교는 집에서 서쪽으로 600 m 거리에 있으므로 $(-600, 0)$

우체국은 집에서 동쪽으로 1200 m 거리에 있으므로 $(1200, 0)$

약국은 학교와 우체국의 가운데에 있으므로

$\left(\dfrac{-600+1200}{2}, 0\right)$, 즉 $(300, 0)$

병원은 약국에서 북쪽으로 400 m 거리에 있으므로 $(300, 400)$

(2) 유미네 집의 위치는 $(0, 0)$, 병원의 위치는 $(300, 400)$이므로

$\sqrt{300^2+400^2}=500\ (\mathrm{m})$

7

주어진 그림에서 집의 위치는 $(4, 2)$, 도서관의 위치는 $(9, 12)$이다.

이때, 공원의 위치는 집에서 도서관까지 가는 직선 길 위에 집과 도서관에서의 거리의 비가 $3:2$인 지점이므로

$\left(\dfrac{3\times9+2\times4}{3+2}, \dfrac{3\times12+2\times2}{3+2}\right)$, 즉 $(7, 8)$

따라서 주원이네 집에서 공원까지의 거리는

$\sqrt{(7-4)^2+(8-2)^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\ (\mathrm{km})$

8

(2) $A(0, 4)$, $B(3, -1)$, $C(6, 3)$이므로 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표는 $\left(\dfrac{0+3+6}{3}, \dfrac{4-1+3}{3}\right)$, 즉 $(3, 2)$

2주 1일 개념 돌파 전략 ①

39, 41쪽

1-2 $y=\dfrac{3}{2}x+3$ **2-2** $-\dfrac{1}{2}$

3-2 서로 다른 두 점에서 만난다.

4-2 $x+2y=-5$ **5-2** $(x-1)^2+(y+1)^2=3$

6-2 $2x+y+3=0$

1-2

$\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}=1$ $\quad \therefore y=\dfrac{3}{2}x+3$

2-2

$-2\times k+1\times(-1)=0$ $\quad \therefore k=-\dfrac{1}{2}$

3-2

원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $x-y+2=0$ 사이의 거리 d는

$d=\dfrac{|2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$

이때, 원의 반지름의 길이는 2이고 $\sqrt{2}<2$

따라서 원 $x^2+y^2=4$와 직선 $x-y+2=0$은 서로 다른 두 점에서 만난다.

4-2

$-1\times x+(-2)\times y=5$

$\therefore x+2y=-5$

5-2

$\{(x-2)+1\}^2+(y+1)^2=3$

$\therefore (x-1)^2+(y+1)^2=3$

6-2

직선 $2x-y+3=0$을 y축에 대하여 대칭이동하면

$-2x-y+3=0$

이 직선을 원점에 대하여 대칭이동하면

$2x+y+3=0$

2주 1일 개념 돌파 전략 ②

42~43쪽

1 ⑤ **2** ① **3** ①, ⑤ **4** ④

5 유찬 **6** ④

기말

1

두 점 $(1, -3)$, $(-1, 5)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-(-3)=\dfrac{5-(-3)}{-1-1}(x-1)$

$\therefore\ y=-4x+1$

따라서 x절편은 $\dfrac{1}{4}$, y절편은 1이므로

$a=\dfrac{1}{4}$, $b=1$

$\therefore\ a+b=\dfrac{5}{4}$

2

직선 $x+2y-4=0$, 즉 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$의 기울기는 $-\dfrac{1}{2}$이므로 이 직선에 수직인 직선의 기울기를 m이라 하면

$-\dfrac{1}{2}\times m=-1\qquad\therefore\ m=2$

점 $(2, 3)$을 지나고 기울기가 2인 직선의 방정식은

$y-3=2(x-2)\qquad\therefore\ y=2x-1$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로

$ab=-2$

3

원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $x-2y+k=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\dfrac{|k|}{\sqrt{5}}$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 원과 직선이 접하려면

$\dfrac{|k|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$, $|k|=5\qquad\therefore\ k=\pm5$

4

원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(2, -1)$에서의 접선의 방정식은

$2\times x+(-1)\times y=5$

$\therefore\ 2x-y-5=0$

이 직선이 점 $(3, a)$를 지나므로

$2\times3-a-5=0\qquad\therefore\ a=1$

5

점 $(-1, 3)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(0, -5)$라 하면

$-1+a=0$, $3+b=-5$

$\therefore\ a=1$, $b=-8$

따라서 점 $(2, -2)$를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -8만큼 평행이동하면

$(2+1, -2-8)$, 즉 $(3, -10)$

이때, $(3, -10)$이 적힌 카드를 들고 있는 사람은 유찬이다.

6

직선 $y=ax+b$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$x=ay+b\qquad\therefore\ x-ay-b=0$

이 직선이 직선 $x+2y+5=0$과 일치하므로

$a=-2$, $b=-5\qquad\therefore\ a-b=3$

2주 2일 필수 체크 전략 ①

44~47쪽

1-1 ⑤	**1-2** 2
2-1 $y=\dfrac{1}{3}x$	**2-2** ④
3-1 7	**3-2** ②
4-1 ①	
4-2 $(x-3)^2+(y+3)^2=9$ 또는 $(x-15)^2+(y+15)^2=225$	

1-1

두 점 $(-1, 7)$, $(4, 12)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-7=\dfrac{12-7}{4-(-1)}\{x-(-1)\}$

$\therefore\ y=x+8$

두 점 $(2, a)$, $(b, 1)$이 직선 $y=x+8$ 위의 점이므로

$a=2+8=10$, $1=b+8$에서 $b=-7$

$\therefore\ a+b=3$

1-2

x절편이 3이고 y절편이 a인 직선의 방정식은

$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{a}=1$

이 직선이 점 $(-3, 4)$를 지나므로

$\dfrac{-3}{3}+\dfrac{4}{a}=1$, $\dfrac{4}{a}=2\qquad\therefore\ a=2$

2-1

직선 AB의 기울기는

$\dfrac{-1-2}{2-1}=-3$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}$에 수직인 직선의 기울기는 $\dfrac{1}{3}$이다.

또, $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표는

$\left(\dfrac{1+2}{2}, \dfrac{2-1}{2}\right)$, 즉 $\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$

따라서 선분 AB의 수직이등분선은 기울기가 $\dfrac{1}{3}$이고 점 $\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$을 지나는 직선이므로

$y-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\qquad\therefore\ y=\dfrac{1}{3}x$

2-2

두 점 $A(3, 4)$, $B(-3, m)$을 지나는 직선 AB의 기울기는

$\dfrac{m-4}{-3-3}$

직선 AB와 직선 $y=3x+n$이 서로 수직이므로

$\dfrac{m-4}{-6}\times 3=-1$, $m-4=2$ $\quad\therefore m=6$

$\overline{AB}$의 중점의 좌표는 $\left(\dfrac{3-3}{2}, \dfrac{4+6}{2}\right)$, 즉 $(0, 5)$

직선 $y=3x+n$이 이 점을 지나므로

$5=3\times 0+n$ $\quad\therefore n=5$

$\therefore m-n=6-5=1$

3-1

점 $(3, 6)$과 직선 $mx+y+3=0$ 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$이므로

$\dfrac{|m\times 3+1\times 6+3|}{\sqrt{m^2+1^2}}=3\sqrt{2}$

$|3m+9|=3\sqrt{2}\times\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하면

$9m^2+54m+81=18m^2+18$

$m^2-6m-7=0$, $(m+1)(m-7)=0$

$\therefore m=7$ ($\because m>0$)

3-2

두 직선이 평행하므로 직선 $x-2y-3=0$ 위의 한 점 $(3, 0)$과 직선 $x-2y+k=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$이다.

즉, $\dfrac{|1\times 3-2\times 0+k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{5}$에서 $|k+3|=5$

$k+3=\pm 5$ $\quad\therefore k=2$ ($\because k>0$)

4-1

원의 중심의 좌표를 $(a, 5)$라 하면 반지름의 길이는 $|a|$이므로

$(x-a)^2+(y-5)^2=a^2$

이 원이 점 $(-1, 4)$를 지나므로

$(-1-a)^2+(4-5)^2=a^2$, $2a=-2$

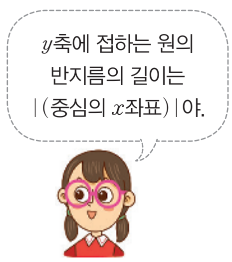
$\therefore a=-1$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x+1)^2+(y-5)^2=1$이므로

$m=1$, $n=-5$, $l=1$

$\therefore m+n+l=-3$



4-2

x축과 y축에 동시에 접하는 원이 점 $(6, -3)$을 지나므로 원의 중심이 제4사분면 위에 있어야 한다.

즉, 원의 반지름의 길이를 r라 하면 중심의 좌표는 $(r, -r)$이므로 원의 방정식은

$(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$

이 원이 점 $(6, -3)$을 지나므로

$(6-r)^2+(-3+r)^2=r^2$, $r^2-18r+45=0$

$(r-3)(r-15)=0$

$\therefore r=3$ 또는 $r=15$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y+3)^2=9$ 또는 $(x-15)^2+(y+15)^2=225$

2주 2일 필수 체크 전략 ②

48~49쪽

1 희진	**2** ⑤	**3** ③	**4** ⑤
5 ④	**6** ④		

1

세은: $y-(-3)=2\{x-(-1)\}$에서 $y=2x-1$

유찬: 두 점 $A(2, 1)$, $B(-1, 4)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{1\times(-1)-2\times 2}{1-2}, \dfrac{1\times 4-2\times 1}{1-2}\right)$, 즉 $(5, -2)$

따라서 두 점 $(5, -2)$, $(1, -2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y=-2$

민호: x좌표가 1로 같으므로 $x=1$

희진: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}=1$에서 $3x-2y=6$

$\therefore 3x-2y-6=0$

따라서 옳은 말을 한 사람은 희진이다.

2

직선 $y=mx-1$, 즉 $mx-y-1=0$이 직선 $nx+5y+4=0$과 수직이므로

$mn+(-1)\times 5=0$ $\quad\therefore mn=5$

또, 직선 $y=mx-1$이 직선 $y=(5-n)x-3$과 평행하므로

$m=5-n$ $\quad\therefore m+n=5$

$\therefore m^2+n^2=(m+n)^2-2mn$

$=5^2-2\times 5=15$

3

직선 AB의 기울기는 $\dfrac{2-(-4)}{-1-2}=-2$이므로 $\overline{AB}$에 수직인 직선의 기울기는 $\dfrac{1}{2}$이다.

또, $\overline{AB}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{2-1}{2}, \frac{-4+2}{2}\right)$, 즉 $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

따라서 선분 AB의 수직이등분선은 기울기가 $\frac{1}{2}$이고 점 $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$을 지나는 직선이므로

$y-(-1)=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right) \qquad \therefore y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}$

이때, 직선 $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}$가 점 $(4, a)$를 지나므로

$a=\frac{1}{2}\times4-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}$

4

점 $(2, -1)$을 지나는 직선의 기울기를 m이라 하면

$y-(-1)=m(x-2)$, 즉 $mx-y-2m-1=0$ …… ㉠

이 직선과 원점 사이의 거리가 2이므로

$\frac{|-2m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$, $|-2m-1|=2\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하면 $4m^2+4m+1=4m^2+4$

$4m=3 \qquad \therefore m=\frac{3}{4}$

$m=\frac{3}{4}$을 ㉠에 대입하면 구하는 직선의 방정식은

$\frac{3}{4}x-y-\frac{5}{2}=0$

$\therefore 3x-4y-10=0$

따라서 $a=3$, $b=-4$이므로

$a-b=3-(-4)=7$

5

두 직선 $x+2y-1=0$, $mx+(m^2-3)y-3=0$이 서로 평행하므로

$\frac{1}{m}=\frac{2}{m^2-3}\neq\frac{-1}{-3}$ …… ㉠

$\frac{1}{m}=\frac{2}{m^2-3}$에서 $m^2-3=2m$

$m^2-2m-3=0$, $(m+1)(m-3)=0$

$\therefore m=-1$ 또는 $m=3$

이때, ㉠에서 $m\neq3$이므로 $m=-1$

두 직선 $x+2y-1=0$, $x+2y+3=0$ 사이의 거리는 직선 $x+2y-1=0$ 위의 한 점 $(1, 0)$과 직선 $x+2y+3=0$ 사이의 거리와 같으므로

$\frac{|1\times1+2\times0+3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

6

x축과 y축에 동시에 접하는 원이 점 $(1, 2)$를 지나므로 원의 중심이 제1사분면 위에 있어야 한다.

즉, 원의 반지름의 길이를 r라 하면 중심의 좌표는 (r, r)이므로 원의 방정식은

$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$

이 원이 점 $(1, 2)$를 지나므로

$(1-r)^2+(2-r)^2=r^2$, $r^2-6r+5=0$

$(r-1)(r-5)=0$

$\therefore r=1$ 또는 $r=5$

따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(1, 1)$, $(5, 5)$이므로 두 원의 중심 사이의 거리는

$\sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2}=4\sqrt{2}$

2주 3일 필수 체크 전략 ①

50~53쪽

1-1 $-\frac{5}{4}$	**1-2** ③
2-1 ②	**2-2** $m<-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 또는 $m>\frac{\sqrt{3}}{3}$
3-1 $y=\pm\sqrt{3}x+2$	**3-2** ④
4-1 $(x-4)^2+(y-7)^2=4$	**4-2** ②

1-1

두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x^2+y^2-6x-4-(x^2+y^2+2x-2y+1)=0$

$-8x+2y-5=0$

$\therefore 8x-2y+5=0$

이 직선이 점 $(k, 2k)$를 지나므로

$8k-4k+5=0$, $4k=-5$

$\therefore k=-\frac{5}{4}$

1-2

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식을

$x^2+y^2+3x-2y-1+k(x^2+y^2+2x+y)=0\ (k\neq-1)$ … ㉠

으로 놓으면 이 원이 점 $(1, -1)$을 지나므로

$1+1+3+2-1+k(1+1+2-1)=0$

$6+3k=0 \qquad \therefore k=-2$

$k=-2$를 ㉠에 대입하면

$x^2+y^2+3x-2y-1-2(x^2+y^2+2x+y)=0$

$\therefore x^2+y^2+x+4y+1=0$

따라서 $a=1$, $b=4$, $c=1$이므로

$abc=4$

2-1

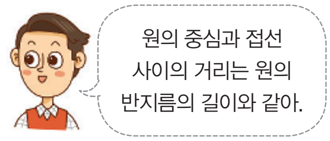
$x^2+y^2-4x-2y+c=0$에서

$(x-2)^2+(y-1)^2=5-c$

원의 중심 $(2, 1)$과 직선 $x-y+5=0$ 사이의 거리는

$\frac{|2-1+5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

이때, 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5-c}$이므로 원과 직선이 접하려면



$3\sqrt{2}=\sqrt{5-c}$

양변을 제곱하면

$18=5-c \qquad \therefore c=-13$

다른 풀이

$x-y+5=0$에서 $y=x+5$

이것을 $x^2+y^2-4x-2y+c=0$에 대입하면

$x^2+(x+5)^2-4x-2(x+5)+c=0$

$\therefore 2x^2+4x+15+c=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 할 때 원과 직선이 접하려면

$\frac{D}{4}=2^2-2(15+c)=0, \ -26-2c=0$

$\therefore c=-13$

2-2

$x^2+y^2-2x=0$에서 $(x-1)^2+y^2=1$

원의 중심 $(1, 0)$과 직선 $y=m(x-3)$, 즉 $mx-y-3m=0$ 사이의 거리는

$\frac{|m-3m|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\frac{|-2m|}{\sqrt{m^2+1}}$

이때, 원의 반지름의 길이는 1이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$\frac{|-2m|}{\sqrt{m^2+1}}>1, \ |-2m|>\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하면

$4m^2>m^2+1, \ 3m^2>1, \ m^2>\frac{1}{3}$

$\therefore m<-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 또는 $m>\frac{\sqrt{3}}{3}$

다른 풀이

$y=m(x-3)$을 $x^2+y^2-2x=0$에 대입하면

$x^2+m^2(x-3)^2-2x=0$

$\therefore (1+m^2)x^2-2(3m^2+1)x+9m^2=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 할 때 원과 직선이 만나지 않으려면

$\frac{D}{4}=(3m^2+1)^2-(1+m^2)\times 9m^2<0$

$-3m^2+1<0, \ m^2>\frac{1}{3}$

$\therefore m<-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 또는 $m>\frac{\sqrt{3}}{3}$

3-1

접선의 기울기를 m이라 하면 점 $(0, 2)$를 지나는 접선의 방정식은

$y-2=m(x-0)$, 즉 $mx-y+2=0$ ······ ㉠

원의 중심 $(0, 0)$과 직선 ㉠ 사이의 거리가 반지름의 길이 1과 같으므로

$\frac{|2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1, \ 2=\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면

$m^2=3 \qquad \therefore m=\pm\sqrt{3}$

이것을 ㉠에 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$\pm\sqrt{3}x-y+2=0$

$\therefore y=\pm\sqrt{3}x+2$

3-2

접선의 기울기를 m이라 하면 점 $(-3, -3)$을 지나는 접선의 방정식은

$y+3=m(x+3)$, 즉 $mx-y+3m-3=0$ ······ ㉠

원의 중심 $(1, -1)$과 직선 ㉠ 사이의 거리가 반지름의 길이 $\sqrt{3}$과 같으므로

$\frac{|m+1+3m-3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{3}, \ |4m-2|=\sqrt{3m^2+3}$

양변을 제곱하여 정리하면

$13m^2-16m+1=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 두 접선의 기울기의 곱은 $\frac{1}{13}$이다.

4-1

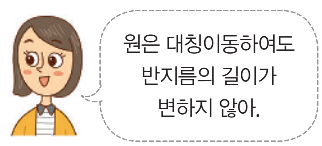
원 $x^2+y^2-4x-2y+1=0$, 즉 $(x-2)^2+(y-1)^2=4$의 중심의 좌표는 $(2, 1)$이고 반지름의 길이는 2이다.

원의 중심 $(2, 1)$을 점 $(3, 4)$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라 하면

$\frac{2+a}{2}=3, \ \frac{1+b}{2}=4$

$\therefore a=4, \ b=7$

따라서 구하는 도형은 중심의 좌표가 $(4, 7)$이고 반지름의 길이가 2인 원이므로



$(x-4)^2+(y-7)^2=4$

4-2

두 점 $P(-1, -2)$, $Q(a, b)$에 대하여 $\overline{PQ}$의 중점

$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{-2+b}{2}\right)$가 직선 $y=\frac{1}{2}x+1$ 위의 점이므로

$\frac{-2+b}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{-1+a}{2}+1, \ -4+2b=-1+a+4$

$\therefore a-2b=-7$ ······ ㉠

또, 직선 PQ와 직선 $y=\frac{1}{2}x+1$이 서로 수직이므로

$\frac{b-(-2)}{a-(-1)}\times\frac{1}{2}=-1$, $b+2=-2a-2$

$\therefore 2a+b=-4$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-3$, $b=2$　　$\therefore a+b=-1$

2주 3일 필수 체크 전략 ②

54~55쪽

1 ①	**2** ②	**3** ②	**4** ③
5 ③	**6** ②		

1

두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x^2+y^2-x+3y-2-(x^2+y^2+3x+ay-1)=0$

$\therefore 4x+(a-3)y+1=0$

이 직선이 직선 $3x+2y+1=0$과 수직이므로

$4\times3+(a-3)\times2=0$

$\therefore a=-3$

2

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식을

$x^2+y^2-4x+ay+4+k(x^2+y^2-2x)=0$ $(k\neq-1)$ …… ㉠

으로 놓으면 이 원이 점 $(1, 0)$을 지나므로

$1-4+4+k(1-2)=0$

$1-k=0$　　$\therefore k=1$

$k=1$을 ㉠에 대입하면

$x^2+y^2-4x+ay+4+(x^2+y^2-2x)=0$

$x^2+y^2-3x+\frac{a}{2}y+2=0$

$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{a}{4}\right)^2=\frac{a^2+4}{16}$

이 원의 넓이가 $\frac{\pi}{2}$이므로

$\frac{a^2+4}{16}=\frac{1}{2}$, $a^2=4$

$\therefore a=2$ $(\because a>0)$

3

접선의 기울기를 m이라 하면 점 $(0, a)$를 지나는 접선의 방정식은

$y-a=mx$　　$\therefore mx-y+a=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같으므로

$\frac{|a|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$, $|a|=\sqrt{2m^2+2}$

양변을 제곱하여 정리하면

$m=\pm\sqrt{\frac{a^2-2}{2}}$

두 접선이 서로 수직이므로

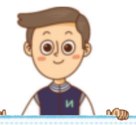
$\sqrt{\frac{a^2-2}{2}}\times\left(-\sqrt{\frac{a^2-2}{2}}\right)=-1$

양변을 제곱하여 정리하면

$\left(\frac{a^2-2}{2}\right)^2=1$, $a^4-4a^2=0$

$a^2(a^2-4)=0$

$\therefore a=2$ $(\because a>0)$



두 직선이 서로 수직
➡ (기울기의 곱)$=-1$

4

접선의 기울기를 m이라 하면 점 $(0, -1)$을 지나는 접선의 방정식은

$y+1=mx$　　$\therefore mx-y-1=0$ …… ㉠

원의 중심 $(1, 2)$와 직선 ㉠ 사이의 거리가 반지름의 길이 $\sqrt{5}$와 같으므로

$\frac{|m-2-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|m-3|=\sqrt{5m^2+5}$

양변을 제곱하면

$m^2-6m+9=5m^2+5$, $4m^2+6m-4=0$

$2m^2+3m-2=0$, $(2m-1)(m+2)=0$

$\therefore m=\frac{1}{2}$ $(\because m>0)$

$m=\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{1}{2}x-y-1=0$　　$\therefore x-2y-2=0$

따라서 $a=-2$, $b=-2$이므로

$a-b=0$

5

두 점 $(a, 3)$, $(-2, b)$를 이은 선분의 중점의 좌표가 $(2, 5)$이므로

$\frac{a-2}{2}=2$, $\frac{3+b}{2}=5$　　$\therefore a=6$, $b=7$

$\therefore a+b=13$

6

두 원의 중심 $(0, 0)$, $(5, 5a)$를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5a}{2}\right)$가 직선 $y=mx+5$ 위의 점이므로

$\frac{5a}{2}=\frac{5}{2}m+5$　　$\therefore a-m=2$

또, 두 원의 중심 $(0, 0)$, $(5, 5a)$를 지나는 직선과 직선 $y=mx+5$가 서로 수직이므로

$\dfrac{5a-0}{5-0}\times m=-1$ $\qquad\therefore am=-1$

$\therefore a^2+m^2=(a-m)^2+2am$

$\qquad=2^2+2\times(-1)=2$

2주 4일 교과서 대표 전략 ①

56~59쪽

1 ②	**2** 7	**3** ④	**4** ②
5 ⑤	**6** 5	**7** ②	**8** ④
9 ③	**10** ①	**11** ③	**12** $\frac{17}{5}$
13 ④	**14** ③	**15** ③	**16** -2

1

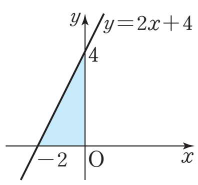
두 점 $(-1, 2)$, $(1, 6)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-2=\dfrac{6-2}{1-(-1)}\{x-(-1)\}$

$\therefore y=2x+4$

오른쪽 그림과 같이 직선 $y=2x+4$와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times2\times4=4$



2

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으려면 직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 한다.

(직선 AB의 기울기)$=\dfrac{3-2}{-1-1}=-\dfrac{1}{2}$

(직선 BC의 기울기)$=\dfrac{-1-3}{a-(-1)}=\dfrac{-4}{a+1}$

즉, $\dfrac{-4}{a+1}=-\dfrac{1}{2}$이므로

$a+1=8$ $\qquad\therefore a=7$

3

두 점 $(2, -3)$, $(3, 5)$를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{5-(-3)}{3-2}=8$

기울기가 8이고 점 $(-2, 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-4=8\{x-(-2)\}$ $\qquad\therefore y=8x+20$

따라서 $a=8$, $b=20$이므로

$a+b=28$

4

$x-y=0$ ⋯ ㉠, $x+y=2$ ⋯ ㉡, $3x-ky=9$ ⋯ ㉢이라 하자.

(ⅰ) 두 직선 ㉠, ㉢이 평행할 때

$\dfrac{1}{3}=\dfrac{-1}{-k}\neq\dfrac{0}{9}$ $\qquad\therefore k=3$

(ⅱ) 두 직선 ㉡, ㉢이 평행할 때

$\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{-k}\neq\dfrac{2}{9}$ $\qquad\therefore k=-3$

(ⅲ) 직선 ㉢이 두 직선 ㉠, ㉡의 교점 $(1, 1)$을 지날 때

$3-k=9$ $\qquad\therefore k=-6$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 모든 상수 k의 값의 합은

$3+(-3)+(-6)=-6$

5

두 직선 $3x+y+1=0$, $x+2y+5=0$의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$3x+y+1+k(x+2y+5)=0$ (k는 실수) $\cdots\cdots$ ㉠

으로 놓으면 이 직선이 점 $(2, -3)$을 지나므로

$6-3+1+k(2-6+5)=0$

$4+k=0$ $\qquad\therefore k=-4$

$k=-4$를 ㉠에 대입하면

$3x+y+1-4(x+2y+5)=0$

$\therefore x+7y+19=0$

이 직선이 점 $(a, -1)$을 지나므로

$a-7+19=0$ $\qquad\therefore a=-12$

6

$\overline{AB}=\sqrt{(1-2)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{10}$

두 점 A$(2, 2)$, B$(1, -1)$을 지나는 직선 AB의 방정식은

$y-2=\dfrac{-1-2}{1-2}(x-2)$

$\therefore 3x-y-4=0$

점 C$(-1, 3)$과 직선 AB 사이의 거리는

$\dfrac{|3\times(-1)-1\times3-4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{10}=5$

7

원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{a+4}{2}, \dfrac{3+b}{2}\right)$

주어진 원 $x^2+y^2=c$의 중심의 좌표가 $(0, 0)$이므로

$\frac{a+4}{2}=0$, $\frac{3+b}{2}=0$에서 $a=-4$, $b=-3$

이때, 점 $(-4, 3)$이 원 $x^2+y^2=c$ 위의 점이므로

$(-4)^2+3^2=c$에서 $c=25$

$\therefore a+b+c=18$

8

$x^2+y^2-4x+8y+k+10=0$에서

$(x^2-4x+4)+(y^2+8y+16)+k-10=0$

$\therefore (x-2)^2+(y+4)^2=10-k$

이 방정식이 원을 나타내려면

$10-k>0 \qquad \therefore k<10$

따라서 자연수 k는 $1, 2, 3, \cdots, 9$이므로 그 개수는 9이다.

9

x축과 y축에 동시에 접하는 원이 점 $(-2, 4)$를 지나므로 원의 중심이 제2사분면 위에 있어야 한다.

즉, 원의 반지름의 길이를 r라 하면 중심의 좌표는 $(-r, r)$이므로 원의 방정식은

$(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$

이 원이 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$(-2+r)^2+(4-r)^2=r^2$, $r^2-12r+20=0$

$(r-2)(r-10)=0 \qquad \therefore r=2$ 또는 $r=10$

따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(-2, 2)$, $(-10, 10)$이므로 두 원의 중심 사이의 거리는

$\sqrt{(-10+2)^2+(10-2)^2}=8\sqrt{2}$

10

$x^2+y^2-2x+10y+10=0$에서

$(x-1)^2+(y+5)^2=16$

원의 중심 $(1, -5)$와 점 $\mathrm{A}(-3, 1)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(-3-1)^2+(1+5)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

이때, 원의 반지름의 길이가 4이므로

$\overline{\mathrm{AP}}$의 길이의 최댓값은 $2\sqrt{13}+4$, 최솟값은 $2\sqrt{13}-4$이다.

따라서 구하는 최댓값과 최솟값의 곱은

$(2\sqrt{13}+4)(2\sqrt{13}-4)=52-16=36$

11

직선 $x+3y-1=0$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$과 수직인 직선의 기울기는 3이므로 접선의 방정식을 $y=3x+k$, 즉, $3x-y+k=0$으로 놓으면 원의 중심 $(0, 0)$과 이 접선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 2와 같다.

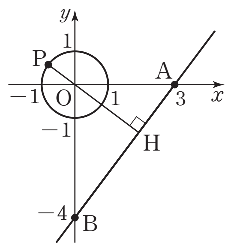
즉, $\frac{|k|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=2$에서 $|k|=2\sqrt{10}$

$\therefore k=\pm 2\sqrt{10}$

따라서 두 직선의 y절편의 합은

$2\sqrt{10}+(-2\sqrt{10})=0$

12



원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자.

두 점 $\mathrm{A}(3, 0)$, $\mathrm{B}(0, -4)$를 지나는 직선의 방정식은

$\frac{x}{3}+\frac{y}{-4}=1$

$\therefore 4x-3y-12=0$

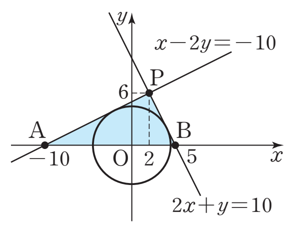
원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $4x-3y-12=0$ 사이의 거리는

$\frac{|-12|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{12}{5}$

이때, 원의 반지름의 길이는 1이므로 $\overline{\mathrm{PH}}$의 길이의 최댓값은

$\frac{12}{5}+1=\frac{17}{5}$

13



원 $x^2+y^2=20$ 위의 점 $(-2, 4)$에서의 접선의 방정식은

$-2x+4y=20$

$\therefore x-2y=-10 \qquad \cdots\cdots ㉠$

이 접선이 x축과 만나는 점은 $\mathrm{A}(-10, 0)$이다.

원 $x^2+y^2=20$ 위의 점 $(4, 2)$에서의 접선의 방정식은

$4x+2y=20 \qquad \therefore 2x+y=10 \qquad \cdots\cdots ㉡$

이 접선이 x축과 만나는 점은 $\mathrm{B}(5, 0)$이다.

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=6$이므로 두 접선의 교점 P의 좌표는 $(2, 6)$이다.

따라서 위의 그림에서 삼각형 PAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 15\times 6=45$

14

직선 $y=3x+k$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y+1=3(x-2)+k$

$\therefore 3x-y+k-7=0$

이 직선이 원 $x^2+y^2=10$에 접하므로 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 $\sqrt{10}$과 같다.

즉, $\dfrac{|k-7|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\sqrt{10}$에서

$|k-7|=10$, $k-7=\pm10$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=17$

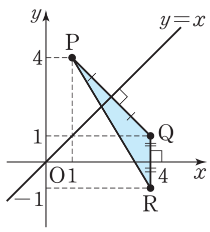
따라서 모든 상수 k의 값의 합은 14이다.

15

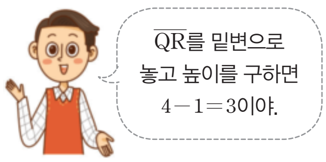
점 P(1, 4)를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 Q(4, 1)

점 Q(4, 1)을 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 R(4, −1)

따라서 오른쪽 그림에서 삼각형 PQR의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times2\times3=3$



16

직선 $y=x+3$을 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y-m=x+3$　　$\therefore y=x+m+3$

이 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-y=-x+m+3$　　$\therefore y=x-m-3$

이 직선이 원 $x^2+y^2+2x+4y+1=0$, 즉 $(x+1)^2+(y+2)^2=4$의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(-1, -2)$를 지나야 하므로

$-2=-1-m-3$

$\therefore m=-2$

2주 4일 교과서 대표 전략 ②

60~61쪽

1 ④	**2** ②	**3** ②, ③	**4** ④
5 ①	**6** ③	**7** ②	**8** ②

1

두 점 A(−2, 7), B(7, 10)에 대하여 선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{1\times7+2\times(-2)}{1+2}, \dfrac{1\times10+2\times7}{1+2}\right)$, 즉 (1, 8)

점 (1, 8)을 지나고 기울기가 −3인 직선의 방정식은

$y-8=-3(x-1)$

$\therefore y=-3x+11$

따라서 $a=-3$, $b=11$이므로

$a+b=8$

2

두 직선 $2x+(a-2)y-4=0$, $(a-1)x+3y+4=0$에 대하여

(i) 두 직선이 수직으로 만날 때

$2(a-1)+(a-2)\times3=0$

$5a=8$　　$\therefore a=\dfrac{8}{5}$

(ii) 두 직선이 만나지 않을 때, 즉 평행할 때

$\dfrac{2}{a-1}=\dfrac{a-2}{3}\neq\dfrac{-4}{4}$

$(a-1)(a-2)=6$, $a^2-3a-4=0$

$(a+1)(a-4)=0$　　$\therefore a=-1$ 또는 $a=4$

그런데 $a=-1$일 때 $\dfrac{2}{-2}=\dfrac{-3}{3}=\dfrac{-4}{4}$이므로 두 직선이 일치한다.

$\therefore a=4$

(i), (ii)에서 $\alpha=\dfrac{8}{5}$, $\beta=4$이므로

$5\alpha\beta=32$

3

y축 위의 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$\dfrac{|-a-3|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{|-3a-1|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}$

$|a+3|=|3a+1|$

양변을 제곱하면

$a^2+6a+9=9a^2+6a+1$

$a^2-1=0$, $(a+1)(a-1)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=1$

따라서 점 P의 좌표는 (0, −1), (0, 1)이다.

4

x축과 y축에 동시에 접하는 원이 점 (1, −2)를 지나므로 원의 중심이 제4사분면 위에 있어야 한다.

즉, 원의 반지름의 길이를 r라 하면 중심의 좌표는 $(r, -r)$이므로 원의 방정식은

$(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$

이 원이 점 (1, −2)를 지나므로

$(1-r)^2+(-2+r)^2=r^2$, $r^2-6r+5=0$

$(r-1)(r-5)=0$

$\therefore r=1$ 또는 $r=5$

따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 (1, −1), (5, −5)이므로 두 원의 중심 사이의 거리는

$\sqrt{(5-1)^2+(-5+1)^2}=4\sqrt{2}$

5
원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $y=\sqrt{15}x+k$, 즉 $\sqrt{15}x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{(\sqrt{15})^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{4}$$

원의 반지름의 길이가 5이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$\frac{|k|}{4}<5$, $|k|<20$ $\qquad\therefore -20<k<20$

따라서 정수 k의 최댓값은 19이다.

6
$x^2+y^2-2x+2y-14=0$에서

$(x-1)^2+(y+1)^2=16$

원의 중심 $(1,\ -1)$과 직선 $3x-4y+18=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3+4+18|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5$$

이때, 원의 반지름의 길이는 4이므로

$M=5+4=9$, $m=5-4=1$

$\therefore Mm=9$

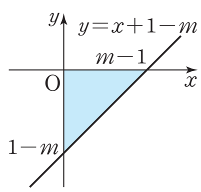
7
직선 $x-y+3=0$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$(x-m)-(y+2)+3=0$

$\therefore x-y+1-m=0$

이 직선의 x절편은 $\overset{y=0\text{일 때}}{\underline{m-1}}$, y절편은 $\overset{x=0\text{일 때}}{\underline{1-m}}$

이고 $m>1$이므로 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



이 부분의 넓이가 18이므로

$\frac{1}{2}(m-1)^2=18$, $(m-1)^2=36$

$m-1=\pm6$

$\therefore m=7$ $(\because m>1)$

8
$3x-y+4=0$을 x축에 대하여 대칭이동하면

$3x-(-y)+4=0$ $\qquad\therefore y=-3x-4$

$y=-3x-4$를 $y=x^2+a$에 대입하면

$-3x-4=x^2+a$ $\qquad\therefore x^2+3x+a+4=0$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉠

직선 $y=-3x-4$와 $y=x^2+a$의 그래프가 접하므로 이차방정식 ㉠의 판별식을 D라 하면

$D=3^2-4(a+4)=0$

$\therefore a=-\frac{7}{4}$

2주 누구나 합격 전략

62~63쪽

1 ②	**2** ①	**3** ②	**4** ④
5 ④	**6** ②	**7** ③	**8** ④
9 -3			

1
두 점 $(2,\ 5)$, $(4,\ 1)$을 이은 선분의 중점 $\left(\frac{2+4}{2},\ \frac{5+1}{2}\right)$, 즉 $(3,\ 3)$을 지나고 기울기가 2인 직선의 방정식은

$y-3=2(x-3)$ $\qquad\therefore 2x-y-3=0$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로

$ab=-6$

2
주어진 직선을 y에 대하여 정리하면

희진: $2x+3y-3=0$이므로 $y=-\frac{2}{3}x+1$

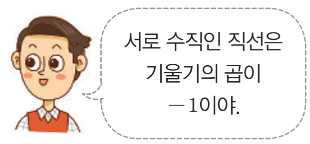
정빈: $3x-2y-2=0$이므로 $y=\frac{3}{2}x-1$

민호: $y=3x-2$

유찬: $y=-\frac{3}{2}x-2$

세은: $x-3y+9=0$이므로 $y=\frac{1}{3}x+3$

따라서 기울기의 곱이 -1인 두 직선의 방정식이 적힌 카드를 들고 있는 사람은 희진, 정빈이다.



3
두 직선이 평행하므로 직선 $x+2y-4=0$ 위의 한 점 $(4,\ 0)$과 직선 $x-y+m=0$ 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$이다.

즉, $\frac{|1\times4-1\times0+m|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=3\sqrt{2}$에서

$|m+4|=6$, $m+4=\pm6$

$\therefore m=2$ 또는 $m=-10$

따라서 모든 실수 m의 값의 합은 -8이다.

4
중심의 좌표가 $(2,\ a)$이고 반지름의 길이가 1인 원의 방정식은

$(x-2)^2+(y-a)^2=1$

이 방정식이 $(x+b)^2+(y-2)^2=c$와 같으므로

$a=2$, $b=-2$, $c=1$

$\therefore a+b+c=1$

5

$x^2+y^2-8x+10y+21=0$에서

$(x-4)^2+(y+5)^2=20$

원의 중심 $(4, -5)$와 점 $(-1, 5)$를 지나는 직선의 방정식은

$y+5=\frac{5+5}{-1-4}(x-4)$

$\therefore y=-2x+3$

따라서 $a=-2$, $b=3$이므로

$a+b=1$

6

중심이 점 $(2, 5)$인 원이 y축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$\therefore (x-2)^2+(y-5)^2=4$

즉, $x^2+y^2-4x-10y+25=0$이므로

$a=-10$, $b=25$

$\therefore a+b=15$

7

원의 중심 $(1, -2)$와 직선 $3x-y-10=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 r와 같으므로

$r=\frac{|3+2-10|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

따라서 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}\pi$

다른 풀이

$y=3x-10$을 $(x-1)^2+(y+2)^2=r^2$에 대입하면

$(x-1)^2+(3x-8)^2=r^2$

$\therefore 10x^2-50x+65-r^2=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 할 때 원과 직선이 접하려면

$\frac{D}{4}=(-25)^2-10(65-r^2)=0$

$10r^2-25=0$, $r^2=\frac{5}{2}$

$\therefore r=\frac{\sqrt{10}}{2}$ $(\because r>0)$

따라서 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}\pi$

8

접선의 기울기를 m이라 하면 기울기가 m이고 점 $(3, -1)$을 지나는 접선의 방정식은

$y-(-1)=m(x-3)$

$\therefore mx-y-3m-1=0$

원의 중심 $(1, 3)$과 접선 $mx-y-3m-1=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 1과 같으므로

$\frac{|m-3-3m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1$

$|-2m-4|=\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하면

$4m^2+16m+16=m^2+1$

$3m^2+16m+15=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 구하는 두 접선의 기울기의 곱은

$\frac{15}{3}=5$이다.

9

포물선 $y=x^2+a$를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$y+2=(x-4)^2+a$

$\therefore y=x^2-8x+a+14$

이 포물선을 x축에 대하여 대칭이동한 포물선의 방정식은

$-y=x^2-8x+a+14$

$\therefore y=-x^2+8x-a-14$

이 포물선이 포물선 $y=-x^2+8x-11$과 일치하므로

$-a-14=-11$ $\quad\therefore a=-3$

평행이동과 대칭이동이 연속적으로 이루어진 경우 주어진 순서대로 적용해야 해.

2주 창의·융합·코딩 전략

64~67쪽

1 ① **2** ②

3 ⑤

4 (1) $x^2+(y-24)^2=26^2$

(2) 중심의 좌표: $(0, 24)$, 반지름의 길이: 26

5 (1) 20 (2) 10 **6** 풀이 참조

7 ⑤ **8** ③

1

점 A의 좌표는 $(0, 160)$, 점 B의 좌표는 $(400, 50)$

두 점 $(0, 160)$, $(400, 50)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-160=\frac{50-160}{400-0}(x-0)$

$\therefore y=-\frac{11}{40}x+160$

따라서 $a=-\frac{11}{40}$, $b=160$이므로

$ab=-44$

다른 풀이

직선의 y절편이 160이므로 $y=ax+160$으로 놓고 점 $(400, 50)$을 대입하면

$50=400a+160 \qquad \therefore a=-\frac{11}{40}$

두 점 A, B를 연결하는 직선의 방정식은

$y=-\frac{11}{40}x+160$

따라서 $a=-\frac{11}{40}$, $b=160$이므로

$ab=-44$

2

선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-5+7}{2}, \frac{6+8}{2}\right)$, 즉 $(1, 7)$이고, 직선 AB의 기울기는 $\frac{8-6}{7+5}=\frac{1}{6}$이므로 수직이등분선의 기울기는 -6이다.

따라서 선분 AB의 수직이등분선의 방정식은

$y-7=-6(x-1)$

$\therefore y=-6x+13 \qquad \cdots\cdots ㉠$

선분 CD의 중점의 좌표는 $\left(\frac{6+14}{2}, \frac{-6+2}{2}\right)$, 즉 $(10, -2)$이고, 직선 CD의 기울기는 $\frac{2+6}{14-6}=1$이므로 수직이등분선의 기울기는 -1이다.

따라서 선분 CD의 수직이등분선의 방정식은

$y-(-2)=-(x-10)$

$\therefore y=-x+8 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=7$이므로 분수대 I의 위치는 $(1, 7)$이다.

3

희진: $A(-2, 1)$, $B(6, -3)$이 지름의 양 끝점이므로 중심의 좌표는 $\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{1+(-3)}{2}\right)$, 즉 $(2, -1)$

점 $(2, -1)$은 직선 $y=x-3$ 위에 있다. (참)

유찬: $r=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{(6+2)^2+(-3-1)^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{80}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}=2\sqrt{5}$ (거짓)

세은: 중심이 점 $(2, -1)$이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{5}$인 원이므로 구하는 원의 방정식은

$(x-2)^2+(y+1)^2=(2\sqrt{5})^2$

$\therefore x^2+y^2-4x+2y-15=0$ (참)

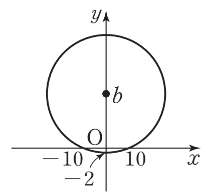
민호: 반지름의 길이가 $2\sqrt{5}$이므로 원의 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{5})^2=20\pi$ (참)

따라서 옳게 말한 사람은 희진, 세은, 민호이다.

4

(1) 오른쪽 그림과 같이 원이 x축과 만나서 생기는 현의 수직이등분선이 y축이므로 원의 중심은 y축 위에 있다.



이때, 원의 중심의 좌표를 $(0, b)$라 하면 반지름의 길이는 $b+2$이므로 원의 방정식을

$x^2+(y-b)^2=(b+2)^2$

으로 놓을 수 있다.

이 원이 점 $(10, 0)$을 지나므로

$10^2+b^2=(b+2)^2$, $4b=96$

$\therefore b=24$

따라서 구하는 원의 방정식은

$x^2+(y-24)^2=26^2$

(2) (1)에서 원의 중심의 좌표는 $(0, 24)$이고 반지름의 길이는 26이다.

5

(1) 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $3x+4y+100=0$ 사이의 거리는

$\frac{|100|}{\sqrt{3^2+4^2}}=20$

(2) 호수인 원의 반지름의 길이는 10이므로 호수 둘레에서 관리실까지의 최소 거리는

$20-10=10$

6

점 $(3, -1)$은 원 $x^2+y^2=2$ 위의 점이 아니므로 재민 학생이 푼 공식을 이용할 수 없습니다.

바르게 풀어 보면 다음과 같습니다.

접선의 기울기를 m이라 하면 점 $(3, -1)$을 지나는 접선의 방정식은

$y+1=m(x-3)$

$\therefore mx-y-3m-1=0 \qquad \cdots\cdots ㉠$

원과 직선이 접하므로 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 ㉠ 사이의 거리는 반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같아야 합니다.

즉, $\frac{|-3m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$이므로

$|3m+1|=\sqrt{2m^2+2}$

양변을 제곱하면 $9m^2+6m+1=2m^2+2$

$7m^2+6m-1=0$, $(m+1)(7m-1)=0$

$\therefore m=-1$ 또는 $m=\frac{1}{7}$

$m=-1$을 ㉠에 대입하면

$-x-y+2=0 \quad \therefore y=-x+2$

$m=\frac{1}{7}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{1}{7}x-y-\frac{10}{7}=0 \quad \therefore y=\frac{1}{7}x-\frac{10}{7}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=-x+2$ 또는 $y=\frac{1}{7}x-\frac{10}{7}$

7

안드로메다의 위치가 $(2, 6)$이고 점 $(2, 6)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(6, 2)$, 점 $(2, 6)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2, -6)$이다.

즉, 황소자리 위치는 $(6, 2)$, 처녀자리 위치는 $(-2, -6)$이다.

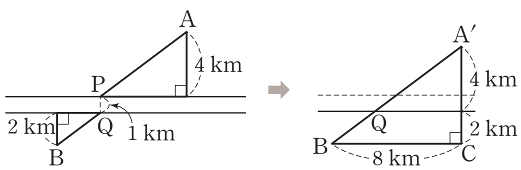
이때, 구하려는 별자리의 x좌표는 황소자리의 x좌표와 같고, y좌표는 처녀자리의 y좌표와 같으므로 그 좌표는 $(6, -6)$

따라서 주어진 그림에서 $(6, -6)$의 위치에 있는 별자리는 오리온이다.

8

다음 그림에서 $\overline{PQ}$의 길이는 항상 1 km로 일정하므로 이동 거리가 최소가 되려면 $\overline{AP}+\overline{BQ}$의 값이 최소가 되어야 한다.

점 P가 점 Q와 겹쳐지도록 $\overline{AP}$를 아래로 1 km 평행이동하면 $\overline{A'Q}$가 되므로 $\overline{A'B}$의 길이는 $\overline{AP}+\overline{BQ}$의 값의 최솟값이다.



삼각형 A′BC에서 $\overline{A'B}=\sqrt{8^2+6^2}=10$ (km)

$\therefore \overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{BQ} \geq \overline{A'B}+\overline{PQ}$

$=10+1=11$ (km)

따라서 구하는 이동 거리의 최솟값은 11 km이다.

신유형·신경향·서술형 전략

70~73쪽

1 8줄 이상 10줄 이하	**2** ④
3 ⑤	**4** $(-1, 1)$
5 ①	**6** ④
7 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $x+y-7=0$ (3) 6	
8 $-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}$	

1

가로의 줄 수를 x로 놓으면 가로, 세로의 줄 수를 합하여 18줄이 되어야 하므로 세로의 줄 수는

$18-x$

앉을 수 있는 의자의 수가 80개 이상이어야 하므로

$x(18-x) \geq 80$

$x^2-18x+80 \leq 0, (x-8)(x-10) \leq 0$

$\therefore 8 \leq x \leq 10$

따라서 의자를 배열할 때 가로 줄은 8줄 이상 10줄 이하로 해야 한다.

2

철선은 항상 다리 바닥보다 위쪽에 있으므로 다리 바닥이 x축이고 철선이 나타내는 포물선의 식이 $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x+a$일 때, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이 항상 성립해야 한다.

즉, 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2+x+a=0$의 판별식 $D<0$이어야 하므로

$D=1-a<0 \quad \therefore a>1$

3

$\overline{AC}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{1+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$

$\overline{BD}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

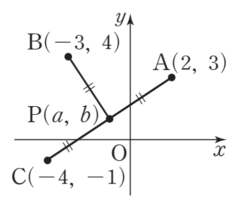
$\frac{1+a}{2}=\frac{5}{2}$에서 $a=4$

$\frac{1+b}{2}=\frac{5}{2}$에서 $b=4$

$\therefore ab=16$

4

도서관이 세워지는 지점 P의 좌표를 (a, b)라 하면



$\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{CP}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a-2)^2+(b-3)^2$

$=(a+3)^2+(b-4)^2$

$10a-2b=-12 \quad \therefore 5a-b=-6$ …… ㉠

$\overline{BP}=\overline{CP}$에서 $\overline{BP}^2=\overline{CP}^2$이므로

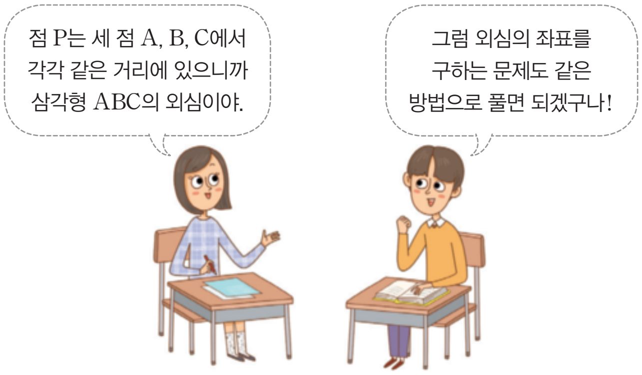
$(a+3)^2+(b-4)^2=(a+4)^2+(b+1)^2$

$2a+10b=8 \quad \therefore a+5b=4$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1, b=1$

따라서 도서관이 세워지는 지점 P의 좌표는 $(-1, 1)$이다.



5

$x^2+y^2-6x+4y+8=0$을 변형하면

$(x-3)^2+(y+2)^2=5$

원의 중심의 좌표는 $(3, -2)$이고, x축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2|=2$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-3)^2+(y+2)^2=4$

6

원 $(x+4)^2+(y-2)^2=9$의 중심이 점 $(-4, 2)$이므로 네 사람이 평행이동 또는 대칭이동한 원의 중심의 좌표를 각각 구하면

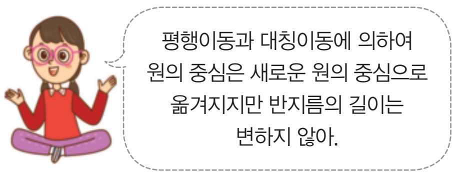
세은: $(-4, 2) \xrightarrow[\text{대칭}]{y\text{축}} (4, 2) \xrightarrow[\text{대칭}]{\text{원점}} (-4, -2)$

유찬: $(-4, 2) \xrightarrow[\text{대칭}]{\text{직선 } y=x} (2, -4)$

민호: $(-4, 2) \xrightarrow[\text{대칭}]{x\text{축}} (-4, -2) \xrightarrow[\text{평행이동}]{y\text{축으로 2만큼}} (-4, 0)$

희진: $(-4, 2) \xrightarrow[-6\text{만큼 평행이동}]{x\text{축으로 4, }y\text{축으로}} (0, -4) \xrightarrow[\text{대칭}]{\text{직선 } y=x} (-4, 0)$

따라서 주어진 원을 이동시켜 서로 겹치게 한 사람은 민호, 희진이다.



7

(1) $\overline{BC}=\sqrt{(4-2)^2+(3-5)^2}=2\sqrt{2}$ …… [배점 20 %]

(2) 직선 BC의 방정식은

$y-5=\frac{3-5}{4-2}(x-2)$ $\quad\therefore x+y-7=0$ …… [배점 30 %]

(3) 점 $A(0, 1)$과 직선 $x+y-7=0$ 사이의 거리는

$\frac{|1-7|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

따라서 구하는 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6$ …… [배점 50 %]

8

원 $x^2+y^2=4$에 접하는 접선의 기울기를 m이라 하면 점 $(0, 3)$을 지나는 접선의 방정식은

$y-3=mx$ $\quad\therefore mx-y+3=0$ …… [배점 30 %]

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y+3=0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 2와 같으므로

$\frac{|3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$, $2\sqrt{m^2+1}=3$

양변을 제곱하면

$4(m^2+1)=9$, $m^2=\frac{5}{4}$

$\therefore m=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ …… [배점 50 %]

따라서 시계의 지붕을 나타내는 두 직선의 기울기는 $-\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$이다. …… [배점 20 %]

적중 예상 전략 1회

74~77쪽

1 ④	**2** ③	**3** ③	**4** ②
5 ③	**6** ⑤	**7** ④	**8** ②
9 ③	**10** ④	**11** ⑤	**12** ①
13 7	**14** $-2\le k\le 3$	**15** 30	**16** 1

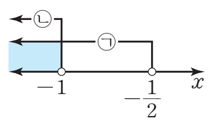
1

① $3-2x>4$에서 $-2x>1$ $\quad\therefore x<-\frac{1}{2}$ …… ㉠

$3x+1<-2$에서 $3x<-3$ $\quad\therefore x<-1$ …… ㉡

따라서 주어진 연립부등식의 해는

$x<-1$

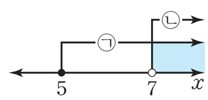


② $3x-5\ge 2x$에서 $x\ge 5$ …… ㉠

$x+1<3x-13$에서 $-2x<-14$ $\quad\therefore x>7$ …… ㉡

따라서 주어진 연립부등식의 해는

$x>7$



③ $0.2x-0.9<0.5x$에서 $2x-9<5x$

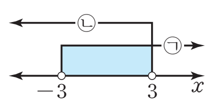
$-3x<9$ $\quad\therefore x>-3$ …… ㉠

$\frac{5}{3}x-1<4$에서 $5x-3<12$

$5x<15$ $\quad\therefore x<3$ …… ㉡

따라서 주어진 연립부등식의 해는

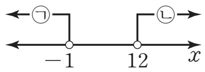
$-3<x<3$



④ $x+5<1-3x$에서 $4x<-4$　　$\therefore x<-1$　　$\cdots\cdots$ ㉠

$\frac{x}{2}-1>\frac{x+3}{3}$에서 $3x-6>2x+6$　　$\therefore x>12$　　$\cdots\cdots$ ㉡

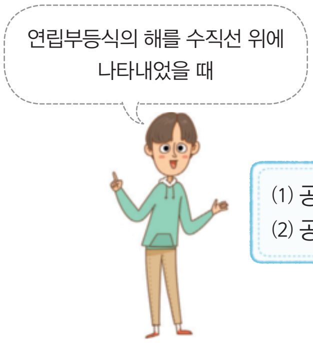
따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.



⑤ $7\le 6x-5<13$에서

$12\le 6x<18$　　$\therefore 2\le x<3$

따라서 주어진 연립부등식 중 해가 없는 것은 ④이다.



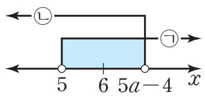
(1) 공통부분이 한 점 ➡ 해가 한 개
(2) 공통부분이 × ➡ 해가 없다.

2

$3x-9>x+1$에서 $2x>10$　　$\therefore x>5$　　$\cdots\cdots$ ㉠

$2x+4<x+5a$에서 $x<5a-4$　　$\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분에 정수인 해가 존재하려면 오른쪽 그림에서



$5a-4>6$

$\therefore a>2$

따라서 정수 a의 최솟값은 3이다.

3

해가 $x\le -3$ 또는 $x\ge 5$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+3)(x-5)\ge 0$　　$\therefore x^2-2x-15\ge 0$

이 부등식이 $x^2+ax+b\ge 0$과 같으므로 $a=-2$, $b=-15$

$a=-2$, $b=-15$를 $ax^2+bx+50<0$에 대입하면

$-2x^2-15x+50<0$, $2x^2+15x-50>0$

$(x+10)(2x-5)>0$　　$\therefore x<-10$ 또는 $x>\frac{5}{2}$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 x의 값이 될 수 없는 것은 ③ 2이다.

4

$ax^2+(b-p)x+c-q\ge 0$에서

$ax^2+bx+c\ge px+q$

주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 직선 $y=px+q$보다 위쪽에 있거나 만나는 x의 값의 범위와 같으므로

$x\le 1$ 또는 $x\ge 4$

따라서 $\alpha=1$, $\beta=4$이므로

$\alpha^2+\beta^2=17$

5

모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2-2(k-3)x-3k+9>0$이 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2-2(k-3)x-3k+9=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k-3)\}^2-(-3k+9)<0$, $k^2-3k<0$

$k(k-3)<0$　　$\therefore 0<k<3$

따라서 $a=0$, $b=3$이므로 $a+b=3$

6

$6x+3<x^2+4x$에서 $x^2-2x-3>0$

$(x+1)(x-3)>0$　　$\therefore x<-1$ 또는 $x>3$　　$\cdots\cdots$ ㉠

$x^2+4x\le 11x-10$에서 $x^2-7x+10\le 0$

$(x-2)(x-5)\le 0$　　$\therefore 2\le x\le 5$　　$\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $3<x\le 5$

따라서 $a=3$, $b=5$이므로 $ab=15$

7

점 $P(\alpha, \beta)$가 직선 $y=x-3$ 위의 점이므로

$\beta=\alpha-3$　　$\therefore P(\alpha, \alpha-3)$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(\alpha+1)^2+\alpha^2=2(\alpha-2)^2$, $2\alpha^2+2\alpha+1=2\alpha^2-8\alpha+8$

$10\alpha=7$　　$\therefore \alpha=\frac{7}{10}$

$\beta=\alpha-3$에서 $\beta=-\frac{23}{10}$

$\therefore \alpha+\beta=-\frac{16}{10}=-\frac{8}{5}$

8

x축 위의 점 Q의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AQ}^2+\overline{BQ}^2&=(a+3)^2+(0-1)^2+(a-2)^2+(0-5)^2\\&=a^2+6a+10+a^2-4a+29\\&=2a^2+2a+39\\&=2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{77}{2}\end{aligned}$$

따라서 $\overline{AQ}^2+\overline{BQ}^2$은 $a=-\frac{1}{2}$일 때 최솟값 $\frac{77}{2}$을 갖는다.

9

선분 AB를 $t : (1-t)$로 내분하는 점 P의 좌표는

$\left(\frac{t\times 4+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}, \frac{t\times(-1)+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}\right)$

$\therefore (6t-2, t-2)$

점 P가 제4사분면 위에 있으므로

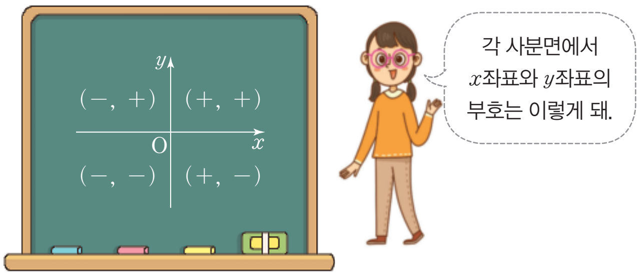
$6t-2>0$, $t-2<0$　　$\therefore \frac{1}{3}<t<2$　　$\cdots\cdots$ ㉠

또, 이 점이 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하므로

$t>0$, $1-t>0$ $\quad \therefore 0<t<1$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$\frac{1}{3}<t<1$



10

$\overline{AB}=\sqrt{(-2-4)^2+(-1-5)^2}=6\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{(7-4)^2+(2-5)^2}=3\sqrt{2}$

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=6\sqrt{2}:3\sqrt{2}=2:1$

즉, 점 D는 $\overline{BC}$를 2 : 1로 내분하는 점이므로

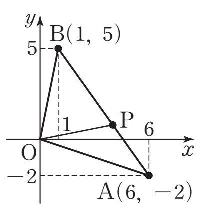
$D\left(\frac{2\times7+1\times(-2)}{2+1}, \frac{2\times2+1\times(-1)}{2+1}\right)$

$\therefore D(4, 1)$

따라서 선분 AD의 길이는 4이다.

11

오른쪽 그림의 삼각형 ABO에서 두 삼각형 AOP와 BOP의 밑변을 각각 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$로 하면 두 삼각형의 높이가 같으므로 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.



이때, $\triangle AOP=\frac{2}{3}\triangle BOP$이므로

$\triangle AOP:\triangle BOP=2:3$, 즉 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$

따라서 점 P는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점이므로

$P\left(\frac{2\times1+3\times6}{2+3}, \frac{2\times5+3\times(-2)}{2+3}\right)$

$\therefore P\left(4, \frac{4}{5}\right)$

12

삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA의 중점 P, Q, R에 대하여 삼각형 PQR의 무게중심은 삼각형 ABC의 무게중심과 일치한다.

삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{6+1+8}{3}, \frac{-3+5+7}{3}\right)$, 즉 $(5, 3)$

따라서 $a=5$, $b=3$이므로 $a+b=8$

다른 풀이

변 AB의 중점 P의 좌표는 $P\left(\frac{6+1}{2}, \frac{-3+5}{2}\right)$

$\therefore P\left(\frac{7}{2}, 1\right)$

변 BC의 중점 Q의 좌표는 $Q\left(\frac{1+8}{2}, \frac{5+7}{2}\right)$

$\therefore Q\left(\frac{9}{2}, 6\right)$

변 CA의 중점 R의 좌표는 $R\left(\frac{8+6}{2}, \frac{7-3}{2}\right)$

$\therefore R(7, 2)$

삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{\frac{7}{2}+\frac{9}{2}+7}{3}, \frac{1+6+2}{3}\right)$, 즉 $(5, 3)$

따라서 $a=5$, $b=3$이므로 $a+b=8$

13

$f(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$f(1)=1-2a+3-a^2+4=-a^2-2a+8$ …… [배점 30 %]

이때, 나머지가 0 이상이므로 $-a^2-2a+8\geq0$

$a^2+2a-8\leq0$, $(a+4)(a-2)\leq0$

$\therefore -4\leq a\leq2$ …… [배점 50 %]

따라서 정수 a는 $-4, -3, \cdots, 2$이므로 그 개수는 7이다.

…… [배점 20 %]

14

모든 실수 x에 대하여 $\sqrt{x^2-2kx+k+6}$이 실수가 되려면 모든 실수 x에 대하여 $x^2-2kx+k+6\geq0$이 성립해야 한다.

…… [배점 40 %]

이차방정식 $x^2-2kx+k+6=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-k)^2-(k+6)\leq0$, $k^2-k-6\leq0$

$(k+2)(k-3)\leq0$

$\therefore -2\leq k\leq3$ …… [배점 60 %]

15

$P(a, b)$라 하면

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\overline{CP}^2$

$=(a-1)^2+(b-7)^2+(a-1)^2+(b-1)^2+(a-4)^2+(b-1)^2$

$=3a^2-12a+3b^2-18b+69$

$=3(a-2)^2+3(b-3)^2+30$ …… [배점 60 %]

이때, a, b가 실수이므로

$(a-2)^2\geq0$, $(b-3)^2\geq0$

$\therefore \overline{AP}^2+\overline{BP}^2+\overline{CP}^2\geq30$

따라서 $a=2$, $b=3$일 때 최솟값 30을 갖는다. …… [배점 40 %]

다음과 같은 실수의 성질을 기억해 둬.

모든 실수 A, B에 대하여
$A^2\geq 0$, $B^2\geq 0$ $\quad\therefore A^2+B^2\geq 0$
특히, $A^2+B^2=0$이면 $A=0$, $B=0$

16

선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점 P의 좌표는

$\mathrm{P}\left(\dfrac{3\times(-4)+1\times 2}{3+1}, \dfrac{3\times(-1)+1\times 7}{3+1}\right)$

$\therefore \mathrm{P}\left(-\dfrac{5}{2}, 1\right)$ …… [배점 30 %]

선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q의 좌표는

$\mathrm{Q}\left(\dfrac{3\times(-4)-1\times 2}{3-1}, \dfrac{3\times(-1)-1\times 7}{3-1}\right)$

$\therefore \mathrm{Q}(-7, -5)$ …… [배점 30 %]

따라서 선분 PQ의 중점 M의 좌표는

$\mathrm{M}\left(\dfrac{-\frac{5}{2}-7}{2}, \dfrac{1-5}{2}\right)$, 즉 $\mathrm{M}\left(-\dfrac{19}{4}, -2\right)$이므로

$a=-\dfrac{19}{4}$, $b=-2$ …… [배점 20 %]

$\therefore -4a+9b=19-18=1$ …… [배점 20 %]

적중 예상 전략 2회

78~81쪽

1 ④	2 ①	3 ④	4 ②
5 ③	6 ③	7 ②	8 ④
9 ②	10 ⑤	11 ④	12 ②
13 $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$		14 4	15 2
16 $\sqrt{2}$			

1

삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는

$\mathrm{G}\left(\dfrac{-1-3+1}{3}, \dfrac{3-1+4}{3}\right)$, 즉 $\mathrm{G}(-1, 2)$

직선 BG의 방정식은

$y-2=\dfrac{2+1}{-1+3}(x+1)$ $\quad\therefore y=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{7}{2}$

따라서 $a=\dfrac{3}{2}$, $b=\dfrac{7}{2}$이므로

$4ab=21$

2

두 직선의 교점이 존재하지 않으므로 두 직선 $(k+4)x-y+2=0$, $3x+ky+k(k+2)=0$이 서로 평행하다.

$\dfrac{k+4}{3}=\dfrac{-1}{k}\neq\dfrac{2}{k(k+2)}$

$k(k+4)=-3$, $k^2+4k+3=0$

$(k+1)(k+3)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=-3$ …… ㉠

이때, ㉠이 $\dfrac{-1}{k}\neq\dfrac{2}{k(k+2)}$를 만족시키므로

$k=-1$ 또는 $k=-3$

따라서 구하는 실수 k의 값의 합은

$-1+(-3)=-4$

3

두 식 $2x+3y-1=0$, $x-2y-4=0$을 연립하여 풀면

$x=2$, $y=-1$

이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(2, -1)$이다.

직선 $4x+y=3$, 즉 $y=-4x+3$에 평행한 직선의 기울기는 -4이다.

점 $(2, -1)$을 지나고 기울기가 -4인 직선의 방정식은

$y+1=-4(x-2)$ $\quad\therefore y=-4x+7$

따라서 $a=-4$, $b=7$이므로

$a+b=3$

다른 풀이

두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식을

$2x+3y-1+k(x-2y-4)=0$ (k는 실수) …… ㉠

으로 놓으면

$(k+2)x+(-2k+3)y-4k-1=0$

이 직선이 직선 $4x+y-3=0$에 평행하므로

$\dfrac{k+2}{4}=\dfrac{-2k+3}{1}\neq\dfrac{-4k-1}{-3}$

$-8k+12=k+2$ $\quad\therefore k=\dfrac{10}{9}$

$k=\dfrac{10}{9}$을 ㉠에 대입하여 정리하면

$9(2x+3y-1)+10(x-2y-4)=0$

$28x+7y-49=0$ $\quad\therefore y=-4x+7$

따라서 $a=-4$, $b=7$이므로

$a+b=3$

4

$x^2+y^2-4y+3=0$, $x^2+y^2+4x+8y+16=0$을 각각 변형하면

$x^2+(y-2)^2=1$, $(x+2)^2+(y+4)^2=4$

이때, 두 원의 넓이를 각각 이등분하는 직선은 두 원의 중심 $(0, 2)$, $(-2, -4)$를 지나는 직선이므로

$y-2=\frac{-4-2}{-2-0}(x-0)$

$\therefore y=3x+2$

따라서 $a=3$, $b=2$이므로

$ab=6$

5

원의 중심이 직선 $y=x-2$ 위에 있으므로 중심의 좌표를 $(a, a-2)$로 놓자.

이때, 원이 x축에 접하므로 반지름의 길이는 $|a-2|$이다.

즉, 원의 방정식은

$(x-a)^2+(y-a+2)^2=(a-2)^2$

이 원이 점 $(2, 2)$를 지나므로

$(2-a)^2+(4-a)^2=(a-2)^2$, $(4-a)^2=0$

$\therefore a=4$

따라서 원의 방정식은 $(x-4)^2+(y-2)^2=4$이므로 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times2=4\pi$

6

원의 중심의 좌표는

$\left(\frac{1+7}{2}, \frac{1+5}{2}\right)$, 즉 $(4, 3)$

반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\sqrt{(7-1)^2+(5-1)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{52}=\sqrt{13}$

따라서 원의 방정식은

$(x-4)^2+(y-3)^2=13$

원의 중심 $(4, 3)$과 직선 $2x-3y+k=0$ 사이의 거리는

$\frac{|8-9+k|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{|k-1|}{\sqrt{13}}$

이때, 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{13}$이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$\frac{|k-1|}{\sqrt{13}}<\sqrt{13}$, $|k-1|<13$

$-13<k-1<13 \qquad \therefore -12<k<14$

따라서 정수 k의 최댓값은 13이다.

7

두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x^2+y^2-2x+2y-3-(x^2+y^2-4x-ay-1)=0$

$\therefore 2x+(2+a)y-2=0$

이 직선이 직선 $4x-y+1=0$과 수직이므로

$2\times4+(2+a)\times(-1)=0$

$\therefore a=6$

8

원 $x^2+y^2=16$의 반지름의 길이가 4이고 두 점 A, B가 원 위의 점이므로

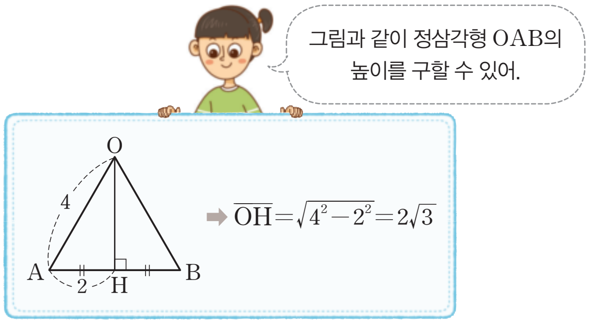
$\overline{OA}=\overline{OB}=4$

즉, 삼각형 OAB는 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다.

원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리는 정삼각형 OAB의 높이와 같으므로

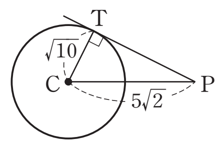
$\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{3}$

$|k|=2\sqrt{6} \qquad \therefore k=2\sqrt{6}\ (\because k>0)$



$\Rightarrow \overline{OH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

9



오른쪽 그림과 같이 원 $x^2+y^2+2x-6y=0$, 즉 $(x+1)^2+(y-3)^2=10$의 중심을 C라 하면 $C(-1, 3)$이므로

$\overline{CP}=\sqrt{(4+1)^2+(-2-3)^2}=5\sqrt{2}$

$\overline{CT}$는 원의 반지름이므로 $\overline{CT}=\sqrt{10}$

$\overline{CT}\perp\overline{PT}$이므로 직각삼각형 CPT에서

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{PT}=\sqrt{\overline{CP}^2-\overline{CT}^2}$

$=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-(\sqrt{10})^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

10

점 $(2, 3)$에서 주어진 원에 그은 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-3=m(x-2) \qquad \therefore mx-y-2m+3=0$

원의 중심 $(-1, -5)$와 접선 $mx-y-2m+3=0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 2와 같으므로

$\frac{|-m+5-2m+3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$, $|-3m+8|=2\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하면

$9m^2-48m+64=4m^2+4$

$5m^2-48m+60=0$

따라서 두 접선의 기울기는 이 이차방정식의 두 실근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 접선의 기울기의 곱은

$\frac{60}{5}=12$

11

직선 $y=x-5$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

$x=y-5$ $\quad\therefore y=x+5$

이 직선이 원 $(x+2)^2+(y-a)^2=16$의 중심 $(-2, a)$를 지나야 하므로

$a=-2+5=3$

12

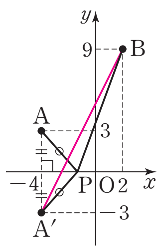
점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\ge\overline{A'B}$

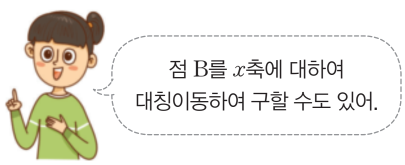
이때, $A'(-4, -3)$이므로 직선 A′B의 방정식은

$y-9=\frac{9+3}{2+4}(x-2)$

$\therefore y=2x+5$



따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$가 최소가 되는 점 P의 좌표는 직선 A′B가 x축과 만나는 점의 좌표이므로 $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$이다.



13

직선 AB의 기울기가 $\frac{-2-4}{3+1}=-\frac{3}{2}$이므로 선분 AB의 수직이등분선의 기울기를 m이라 하면

$-\frac{3}{2}\times m=-1$ $\quad\therefore m=\frac{2}{3}$ …… [배점 40 %]

한편, 선분 AB의 수직이등분선은 선분 AB의 중점 $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{4-2}{2}\right)$, 즉 $(1, 1)$을 지난다. …… [배점 30 %]

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y-1=\frac{2}{3}(x-1)$

$\therefore y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$ …… [배점 30 %]

14

원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고 주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$(0, 0) \Rightarrow C=0$ …… ㉠

$(-2, -4) \Rightarrow 2A+4B-C=20$ …… ㉡

$(-1, -1) \Rightarrow A+B-C=2$ …… ㉢

㉠을 ㉡, ㉢에 각각 대입하면

$A+2B=10$, $A+B=2$

두 식을 연립하여 풀면

$A=-6$, $B=8$ …… [배점 60 %]

따라서 구하는 원의 방정식은

$x^2+y^2-6x+8y=0$

$\therefore (x-3)^2+(y+4)^2=25$ …… [배점 20 %]

이때, 원의 중심의 좌표는 $(3, -4)$, 반지름의 길이는 5이므로

$a=3$, $b=-4$, $r=5$

$\therefore a+b+r=3-4+5=4$ …… [배점 20 %]

15

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식을

$x^2+y^2+2x-8y-32+k(x^2+y^2-10x+8y+32)=0$ $(k\neq-1)$

…… ㉠ …… [배점 30 %]

으로 놓으면 이 원이 원점을 지나므로

$-32+32k=0$ $\quad\therefore k=1$ …… [배점 20 %]

$k=1$을 ㉠에 대입하여 정리하면

$x^2+y^2-4x=0$

$\therefore (x-2)^2+y^2=4$ …… [배점 30 %]

따라서 $a=2$, $b=0$이므로

$a+b=2$ …… [배점 20 %]

16

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면

$y-5=(x+2)^2$

$\therefore y=x^2+4x+9$ …… [배점 40 %]

이차함수 $y=x^2+4x+9$의 그래프와 직선 $y=-x+3$이 만나는 두 점의 x좌표는

$x^2+4x+9=-x+3$, $x^2+5x+6=0$

$(x+2)(x+3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-3$

따라서 두 점을 $A(-2, 5)$, $B(-3, 6)$이라 하면 …… [배점 40 %]

$\overline{AB}=\sqrt{(-3+2)^2+(6-5)^2}=\sqrt{2}$ …… [배점 20 %]