체크체크 기출심화 N제

정답과 해설

중 2-1

빠른 정답

1 유리수와 순환소수

01 | 유한소수

개념 확인 7쪽

01 ④ **02** 1 **03** ㄴ, ㄹ, ㅁ **04** ③, ⑤
05 (1) $\frac{11}{80}$ (2) 0.1375 **06** 9

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~14쪽

01 11 **02** $0.\dot{9}7\dot{2}$ **03** 5 **04** 9 **05** 25
06 ③, ④ **07** 67 **08** 11개 **09** 20 **10** ③
11 $7, 9$ **12** 33 **13** 1008 **14** 2 **15** 9
16 24 **17** 6 **18** $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ **19** 6
20 25 **21** $x=91, y=10$ **22** 55 **23** 61
24 12 **25** 300 **26** 35 **27** 52 **28** 33개
29 220 **30** 185 **31** (1) x는 3의 배수이다. (2) x는 33의 배수이다. (3) 132 **32** 4 **33** 7 **34** 975
35 6 **36** 11 **37** 14 **38** 6 **39** 7
40 8

적중 & 심화 실전 TEST 15쪽~17쪽

01 17번 **02** 419 **03** 16 **04** 84 **05** 99
06 3 **07** 31 **08** 446 **09** 10
10 최솟값 : 14, 최댓값 : 98 **11** 17 **12** 18

02 | 순환소수의 분수 표현

개념 확인 19쪽

01 ④ **02** ② **03** 5 **04** 104
05 ㄹ, ㄱ, ㅁ, ㄴ, ㄷ **06** ⑤

적중 & 심화 유형 연습 20쪽~23쪽

01 11 **02** ①, ⑤ **03** 1 **04** 16 **05** ③
06 165 **07** 132 **08** $23.\dot{7}$ **09** $0.1\dot{5}$ **10** 4
11 $0.\dot{1}\dot{2}$ **12** $0.\dot{1}\dot{3}$ **13** 2 **14** 6 **15** 39
16 5 **17** 10 **18** ㄴ, ㄹ **19** ② **20** 18
21 83 **22** 35 **23** 7 **24** 5
25 $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$

적중 & 심화 실전 TEST 24쪽~25쪽

01 12 **02** 110 **03** $0.\dot{0}\dot{5}$ **04** 105 **05** $0.\dot{9}\dot{3}$
06 $0.2\dot{4}\dot{8}$ **07** 18 **08** 90 **09** ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ
10 $\frac{4}{7}$ **11** 33 **12** 7

학교 시험 최상위 기출 도전 26쪽~28쪽

01 16 **02** ②, ④ **03** 16개 **04** 2 **05** 41
06 $\frac{15}{2}$ **07** $101, 103, 105$ **08** $14, 19$ **09** 1507
10 2 **11** $9.\dot{0}\dot{9}$ **12** $0.\dot{1}\dot{8}$

2 식의 계산

01 | 단항식의 계산

개념 확인 31쪽

01 ⑤ **02** ③ **03** ④ **04** ⑤ **05** 111
06 $3a^2b^3$

적중 & 심화 유형 연습 32쪽~39쪽

01 ⑤ **02** 21 **03** 0.36 **04** 7 **05** 24
06 81 **07** 3 **08** 2 **09** 2 **10** 1
11 7 **12** 5 **13** 18 **14** A^4 **15** $9a^6$
16 $\frac{a^2}{49}$ **17** $\frac{a^4}{25}$ **18** (1) $a=225, n=7$ (2) 10자리
19 25 **20** 5 **21** 2 **22** $4x^3y$
23 (가) $\frac{1}{8}ab^3$ (나) $\frac{1}{2}a^5b^5$ **24** $4a^2b^6$ **25** $\frac{2}{3}x^3y$ **26** 12

27 25　28 3　29 1　30 -1
31 1 또는 -3　32 $a^2b^2c^4$　33 $\frac{5}{4}ab$　34 $\frac{72b^2}{a}$
35 12　36 16자리　37 2　38 B, C, A　39 ③
40 4개　41 2100초　42 28　43 4
44 3^{14}마리　45 2　46 27　47 61　48 $\frac{2}{3}b$
49 5　50 3배

적중 & 심화 실전 TEST　40쪽~41쪽

01 24　02 4　03 2　04 24　05 1
06 a　07 $\frac{9}{5}a^2b$　08 38　09 ②　10 5^5배
11 ④　12 $\frac{3}{b}$

02 | 단항식과 다항식의 계산

개념 확인　43쪽

01 1　02 -6　03 $-2x+6y$
04 $-12ab-26b^2$　05 $6y$　06 $7x+10y-11$

적중 & 심화 유형 연습　44쪽~47쪽

01 18　02 $9x^2+4x-8$　03 $2x-y+5$
04 $5x-14y$　05 ③
06 $A=-x^3y^2-2x$, $B=-4x^5y^3-8x^3y$
07 $-2a^3b^2+2a^2b^2$　08 $\frac{21}{2}ab+4b^2$
09 $12b-\frac{3}{a}$　10 -1　11 -2　12 17
13 $7x^2-2x-3$　14 $31x-13y$　15 -1
16 $39x^2-19x$　17 $8a+10b$　18 $4xy+y+3x$
19 $\frac{8}{3}a+\frac{4}{3}$　20 $16\pi r^2+12\pi r$　21 $5x-y$
22 10　23 -1　24 $-\frac{11}{4}$

적중 & 심화 실전 TEST　48쪽~49쪽

01 $3x+2y-4$　02 $-3x-y$　03 $(10x^2+10y^2)$ km
04 6　05 $3x^2-5x-8$　06 -7　07 3
08 $-17x+26y$　09 13　10 $84x^2+25x-21$
11 -1　12 49

학교 시험 최상위 기출 도전　50쪽

01 47　02 9번　03 144　04 15
05 $\frac{22}{3}ab^4$

3 일차부등식

01 | 일차부등식

개념 확인　53쪽

01 ⑤　02 ③　03 ①　04 2　05 ④
06 ②

적중 & 심화 유형 연습　54쪽~59쪽

01 ②, ④　02 ⑤　03 ③　04 16　05 -2
06 $-14<x\le-2$　07 6　08 4　09 $x<6$
10 72　11 $x>-\frac{2}{a}$　12 $x\ge\frac{1}{a-1}$　13 $x<2$　14 $x>3$
15 $x<-5$　16 ③　17 9　18 -13　19 15
20 -1　21 ㉠, ㉢　22 ③　23 ④, ⑤　24 ②, ④
25 21　26 $a\le\frac{3}{4}$　27 $a<6$　28 $3\le a<\frac{7}{2}$
29 ④　30 $-9\le y<-7$　31 3
32 $x<-2$　33 $x>5$　34 $x<-5$　35 -2　36 $x>3$

적중 & 심화 실전 TEST　60쪽~61쪽

01 ①, ③　02 $A\ge-12$　03 $-2, -1, 0$　04 -9
05 2　06 2　07 $a\le6$　08 ③　09 ⑤
10 $2<a\le3$　11 $-\frac{7}{3}\le k<-2$　12 $x>-\frac{2}{5}$

02 | 일차부등식의 활용

개념 확인 63쪽

01 10, 11, 12 **02** 5개 **03** 27개 **04** 27 cm **05** 9권
06 6 km

적중 & 심화 유형 연습 64쪽~70쪽

01 12, 14 **02** 63 **03** 96점 **04** 10그릇 **05** ①
06 155분 **07** 8 cm **08** ① **09** 5자루 **10** 23명
11 30000원 **12** 8일 **13** 800 m
14 케이크, 초콜릿, 액세서리 **15** $\frac{3}{2}$ km **16** 35분
17 $\frac{5000}{7}$ m **18** 25000원 **19** 6000원 **20** 50 % **21** 12 %
22 100 g **23** 75 g **24** 60 g **25** 10 %
26 600 mL **27** 6대 **28** 24회 **29** 14 cm
30 10 cm **31** $5<a\le 6$ **32** 2250초 **33** 880 m **34** 2시간
35 5분 **36** 2700 m **37** 시속 $\frac{500}{9}$ km

적중 & 심화 실전 TEST 71쪽~72쪽

01 53점 **02** 31장 **03** 105분 **04** 9권 **05** 4개
06 $\frac{8}{5}$ km **07** $\frac{22000}{3}$ m **08** 25 % **09** 300 g **10** 6명
11 9 cm **12** 시속 $\frac{2340}{31}$ km

학교 시험 최상위 기출 도전 73쪽~74쪽

01 ④ **02** ① **03** 2 **04** $13\le k<18$
05 40 % **06** 39개 **07** 분속 80 m 초과 분속 160 m 이하
08 2점

4 연립방정식

01 | 연립방정식의 풀이

개념 확인 77쪽

01 ③ **02** ② **03** 2 **04** -1
05 (1) $x=1, y=1$ (2) $x=4, y=-6$ (3) $x=-11, y=-13$
06 $x=-2, y=1$ **07** ①, ③

적중 & 심화 유형 연습 78쪽~83쪽

01 ⑤ **02** ③, ⑤ **03** 8 **04** 2 **05** -12
06 0 **07** 9 **08** 2 **09** 4 **10** 6
11 $x=4, y=3$ **12** $a=\frac{3}{5}, b=\frac{6}{5}$ **13** 5
14 $x=2, y=-2$ **15** $\frac{12}{5}$ **16** 10 **17** -3
18 12 **19** $x=-\frac{2}{3}, y=1$ **20** 5 **21** 1
22 -9 **23** 1 **24** -3 **25** 8
26 $x=-\frac{4}{3}, y=\frac{11}{3}$ **27** $x=2, y=-1$ **28** 18
29 28 **30** ②, ④ **31** 3 : 4 **32** -13
33 $x=\frac{1}{2}, y=-1$ **34** $x=7, y=6$ **35** 4, 44
36 $-\frac{75}{4}$ **37** -4

적중 & 심화 실전 TEST 84쪽~85쪽

01 ㉠, ㉢ **02** -4 **03** 15 **04** 5 **05** 3
06 -2 **07** 5 **08** -3 **09** $x=-30, y=-7$
10 ㉠, ㉡, ㉣ **11** -4 **12** -1

02 | 연립방정식의 활용

개념 확인 87쪽

01 29 **02** 6250원 **03** 12대
04 아버지 : 42살, 아들 : 14살 **05** 9 cm **06** 3 km

적중 & 심화 유형 연습 88쪽~94쪽

01 64 **02** 275 **03** 45점 **04** 12살 **05** 64
06 32개 **07** 11월 3일 **08** 17100원 **09** 8회 **10** 3회
11 4회 **12** $\frac{11}{5}$ cm **13** 긴 변 : 7 cm, 짧은 변 : 3 cm
14 4 **15** 54분 **16** 20일 **17** 30분 **18** 6 km
19 3 km
20 학교에서 미술관까지의 거리 : 110 km, 예상 시간 : 2시간
21 60분 **22** 민호 : 분속 120 m, 수지 : 분속 80 m
23 5 %의 소금물 : 100 g, 8 %의 소금물 : 200 g **24** 525 g
25 식품 A : 40 g, 식품 B : 20 g
26 합금 A : 140 g, 합금 B : 280 g
27 630명 **28** 650000원 **29** 77000원
30 시속 25 km **31** $\frac{15}{2}$ km **32** 초속 25 m
33 900 m **34** 24개 **35** 40000원 **36** 36000원
37 내린 승객 수 : 12명, 탄 승객 수 : 10명 **38** 31명

적중 & 심화 실전 TEST
95쪽~96쪽

01 322 **02** 1100000원
03 이긴 횟수 : 5회, 비긴 횟수 : 2회 **04** 20 cm **05** 70분
06 분속 110 m **07** 시속 13 km
08 우유 : 500 mL, 두유 : 300 mL **09** 248000원
10 초속 15 m **11** 21000원 **12** 22명

학교 시험 최상위 기출 도전
97쪽~98쪽

01 $x=4,\ y=1$ **02** 2 **03** 18
04 $x=-2,\ y=7$ **05** $\frac{12}{7}$ **06** 25점 **07** 150명
08 (1) 100분 (2) 2 km **09** $\frac{20}{27}$시간 **10** 7곡

5 일차함수와 그래프 (1)

01 | 함수와 일차함수

개념 확인
101쪽

01 ㄷ, ㄹ **02** 9 **03** $a=3,\ b\neq0$ **04** ③
05 12 **06** -3

적중 & 심화 유형 연습
102쪽~109쪽

01 ①, ⑤ **02** ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ **03** 8 **04** 8
05 1 **06** ③, ④ **07** ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ **08** ②
09 -2 **10** -2 **11** 10 **12** 6 **13** -7
14 $a=3,\ b=1$ **15** 4 **16** 제1사분면
17 4 **18** -2 **19** 3 **20** 1 **21** -3
22 제1, 2, 4사분면 **23** $-\frac{4}{3}$ **24** -2 **25** 8
26 -60 **27** 6 **28** 2 **29** 2 **30** 4
31 40 **32** $\frac{1}{3}$ **33** 14 **34** 16 **35** -1
36 252 **37** 2 **38** 25 **39** 1 **40** -8
41 10 **42** 15 **43** $\frac{15}{4}$ **44** 16 **45** $\frac{144}{169}$
46 $\mathrm{A}(1, 4)$

적중 & 심화 실전 TEST
110쪽~112쪽

01 6 **02** -2 **03** ㄱ, ㄷ **04** 4 **05** ⑤
06 $\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ **07** 13 **08** 5 **09** -2 **10** ④
11 3 **12** 2 **13** -16 **14** 15 **15** -2
16 4 **17** $a=-\frac{4}{3},\ b=4$ **18** $a+4$

학교 시험 최상위 기출 도전
113쪽~114쪽

01 ㄴ, ㄷ, ㄹ **02** 120 **03** 17 **04** 6 **05** 5
06 $\frac{1}{3}$ **07** -1 **08** $p=10,\ q=2$ **09** $\frac{25}{4}$

6 일차함수와 그래프 (2)

01 | 일차함수의 그래프의 성질

개념 확인
117쪽

01 ③ **02** $a<0,\ b<0$ **03** $a=3,\ b=7$
04 4 **05** 4 **06** $y=\frac{3}{2}x-1$

적중 & 심화 유형 연습
118쪽~123쪽

01 ㄱ, ㄹ **02** ② **03** ③ **04** 제1, 2, 4사분면
05 ③ **06** 제2사분면 **07** 8 **08** 7 **09** -11
10 -8 **11** $y=-\frac{2}{3}x+1$ **12** 8 **13** -10
14 $-\frac{1}{2}$ **15** $y=-2x+4$ **16** $y=-x+3$
17 $\frac{10}{3}$ **18** $\frac{1}{8}$ **19** ④ **20** $y=\frac{2}{7}x-2$
21 ㄱ, ㄹ **22** 제1사분면 **23** ③, ⑤ **24** 8 **25** 6
26 -5 **27** 24 **28** 3 **29** $y=x-2$ **30** 6
31 $\mathrm{P}(17, 5)$ **32** $-\frac{3}{2}$ **33** 36 **34** 10

적중 & 심화 실전 TEST
124쪽~125쪽

01 ②, ③ **02** 35 **03** ㄷ, ㄹ **04** ②
05 제1사분면 **06** 9 **07** 3 **08** 12 **09** ④
10 4 **11** $\frac{23}{4}$ **12** ④

02 | 일차함수의 활용

개념 확인 126쪽

01 15분 **02** 25초 **03** 11기압 **04** 10분

적중 & 심화 유형 연습 127쪽~131쪽

01 16분 **02** 10 cm **03** 60분 **04** 286 km **05** 6 cm
06 56초 **07** 60 km **08** 50분 **09** 20초
10 15 cm^2 **11** 4초 **12** 20초 **13** $\frac{9}{2}$분
14 375 km **15** 300초 **16** 70분 **17** 31분 **18** 50분
19 600 km **20** 105분 **21** 4초 **22** $\frac{5}{2}$초 **23** 25
24 546 **25** 60 cm **26** 9

적중 & 심화 실전 TEST 132쪽

01 350 m **02** 6분 **03** $\frac{13}{2}$시간 **04** 50 L
05 (1) $y=\begin{cases} 12x & (0<x\le 4) \\ 48 & (4<x\le 10) \\ 168-12x & (10<x<14) \end{cases}$ (2) 36 cm^2
06 128 cm

학교 시험 최상위 기출 도전 133쪽~134쪽

01 ㉠ – ㈏, ㉡ – ㈐, ㉢ – ㈎ **02** 제1사분면
03 8 **04** ㉠, ㉣ **05** $y=-5x-8$ **06** $\frac{49}{12}$
07 $y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$ **08** 25 ℃ **09** 11 L

7 일차함수와 일차방정식의 관계

01 | 일차함수와 일차방정식의 관계

개념 확인 137쪽

01 $a=-3, b=2$ **02** 4 **03** 제4사분면
04 (1) $y=5$ (2) $x=3$ **05** 3 **06** 12

적중 & 심화 유형 연습 138쪽~143쪽

01 ⑤ **02** $a=-2, b=7$ **03** $y=3x+4$
04 18 **05** $0\le a\le 2$ **06** 제2사분면 **07** ⑤
08 $y=-\frac{7}{5}$ **09** $a=7, b=-\frac{12}{5}$ **10** 1 **11** -6
12 $-3\le b\le \frac{7}{2}$ **13** $\frac{1}{2}\le a\le 2$ **14** -2
15 2 **16** 14 **17** $y=\frac{1}{5}x+\frac{9}{5}$
18 $a=-7$, 교점의 좌표 : $\left(-7, -\frac{7}{2}\right)$ **19** $\frac{1}{4}$ **20** -3
21 $-\frac{1}{2}$ **22** ㉠, ㉡, ㉣ **23** $\frac{2}{3}$ **24** 8 **25** 45
26 $\frac{5}{4}$ **27** 2 **28** 제3, 4사분면
29 $a<0, b=0$ **30** $\frac{1}{6}$ **31** $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$
32 $y=-3x-3$ **33** 6분 **34** 52575

적중 & 심화 실전 TEST 144쪽~146쪽

01 ④ **02** 1 **03** 6 **04** 제4사분면
05 ② **06** 5 **07** 9 **08** ① **09** -15
10 $-3<a<\frac{3}{2}$ **11** $y=\frac{2}{3}$ **12** 6 **13** 2
14 -3 **15** $\frac{11}{3}$ **16** $-\frac{2}{9}$ **17** $\frac{3}{2}$

학교 시험 최상위 기출 도전 147쪽~148쪽

01 $\frac{32}{7}$ **02** $\frac{1}{2}\le a\le \frac{5}{3}$ **03** 1 : 2
04 $\frac{122}{3}\pi$ **05** 7 **06** -8 **07** -2 **08** $\frac{25}{34}$

1 유리수와 순환소수

01 | 유한소수

개념 확인 7쪽

01 답 ④

④ $1.081081081\cdots=1.\dot{0}8\dot{1}$

02 답 1

$\frac{41}{333}=0.\dot{1}2\dot{3}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 3이다.
이때 $100=3\times33+1$이므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환마디의 1번째 숫자인 1과 같다.

03 답 ㉡, ㉣, ㉤

㉠ $\frac{11}{14}=\frac{11}{2\times7}$ ➡ 순환소수

㉡ $\frac{6}{2^2\times3\times5}=\frac{1}{2\times5}$ ➡ 유한소수

㉢ $\frac{5}{12}=\frac{5}{2^2\times3}$ ➡ 순환소수

㉣ $\frac{21}{2^2\times5\times7}=\frac{3}{2^2\times5}$ ➡ 유한소수

㉤ $\frac{15}{48}=\frac{5}{16}=\frac{5}{2^4}$ ➡ 유한소수

㉥ $\frac{21}{2\times3^2\times7}=\frac{1}{2\times3}$ ➡ 순환소수

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ㉡, ㉣, ㉤이다.

04 답 ③, ⑤

① $\frac{7}{80}=\frac{7}{2^4\times5}$ ➡ 유한소수

② $\frac{55}{44}=\frac{5}{4}=\frac{5}{2^2}$ ➡ 유한소수

③ $\frac{18}{2\times5^2\times7}=\frac{9}{5^2\times7}$ ➡ 순환소수

④ $\frac{39}{2^4\times3\times5}=\frac{13}{2^4\times5}$ ➡ 유한소수

⑤ $\frac{2}{13}$ ➡ 순환소수

따라서 순환소수로 나타낼 수 있는 것은 ③, ⑤이다.

05 답 (1) $\frac{11}{80}$ (2) 0.1375

(2) $\frac{11}{80}=\frac{11}{2^4\times5}=\frac{11\times5^3}{2^4\times5^4}=\frac{1375}{10^4}=0.1375$

06 답 9

$\frac{15}{180}=\frac{1}{12}=\frac{1}{2^2\times3}$이므로 $\frac{15}{180}\times A$가 유한소수가 되려면 A는 3의 배수이어야 한다.

따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 한 자리의 자연수는 9이다.

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~14쪽

01 답 11

$\frac{3}{7}=0.\dot{4}2857\dot{1}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이다.
$\therefore a=6$
이때 $40=6\times6+4$이므로 소수점 아래 40번째 자리의 숫자는 순환마디의 4번째 숫자인 5와 같다.
$\therefore b=5$
$\therefore a+b=6+5=11$

02 답 $0.\dot{9}7\dot{2}$

(가)에서 A의 순환마디의 숫자의 개수는 3이다.
(나)에서 $A=0.\dot{\square}\square\dot{2}$
(다)에서 $5=3\times1+2$이므로 소수점 아래 5번째 자리의 숫자 7은 순환마디의 2번째 숫자와 같다. ➡ $A=0.\dot{\square}7\dot{2}$
(라)에서 $7=3\times2+1$이므로 소수점 아래 7번째 자리의 숫자 9는 순환마디의 1번째 숫자와 같다. ➡ $A=0.\dot{9}7\dot{2}$

03 답 5

$1.4\dot{1}2\dot{5}$에서 순환마디의 숫자의 개수는 3이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 4는 순환하지 않는다.
따라서 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환하는 부분만으로 99번째 자리의 숫자이고 $99=3\times33$이므로 순환마디의 3번째 숫자인 5와 같다.

04 답 9

$0.a\dot{b}cd\dot{e}$에서 순환마디의 숫자의 개수는 4이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 a는 순환하지 않는다.
이때 소수점 아래 33번째 자리의 숫자 5는 순환하는 부분만으로 32번째 자리의 숫자이고 $32=4\times8$이므로 순환마디의 4번째 숫자와 같다.
따라서 구하는 순환소수는 $0.a\dot{9}27\dot{5}$이므로 $c=2$, $d=7$
$\therefore c+d=2+7=9$

05 답 25

$\frac{6}{13}=0.\dot{4}6153\dot{8}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이다.
$\therefore a=6$ …… ❶
이때 $113=6\times18+5$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 113번째 자리까지의 숫자는 순환마디가 18번 반복되고 순환마디의 5번째 숫자인 3까지 한 번 더 나온다.
따라서 5의 개수는 19이므로 $b=19$ …… ❷
$\therefore a+b=6+19=25$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

06 답 ③, ④

① $\frac{21}{2\times7}=\frac{3}{2}$ ➡ 유한소수

② $-\frac{51}{102}=-\frac{1}{2}$ ➡ 유한소수

③ $\frac{17\times11}{2\times121}=\frac{17}{2\times11}$ ➡ 순환소수

④ $-\frac{63}{6\times36}=-\frac{7}{2^3\times3}$ ➡ 순환소수

⑤ $\frac{35}{28}=\frac{5}{2^2}$ ➡ 유한소수

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 ③, ④이다.

07 답 67

$\frac{13}{20}=\frac{13}{2^2\times5}=\frac{13\times5}{2^2\times5^2}=\frac{65}{10^2}$

이때 n의 값이 커지면 a의 값도 커지므로 $a+n$의 값은 $a=65$, $n=2$일 때 가장 작다.

따라서 $a+n$의 최솟값은 $65+2=67$

08 답 11개

유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 개수를 세어 보면

(i) 분모의 소인수가 2뿐인 경우 :

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}$의 5개

(ii) 분모의 소인수가 5뿐인 경우 :

$\frac{1}{5}, \frac{1}{5^2}$의 2개

(iii) 분모의 소인수에 2와 5가 있는 경우 :

$\frac{1}{2\times5}, \frac{1}{2^2\times5}, \frac{1}{2^3\times5}, \frac{1}{2\times5^2}$의 4개

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 수는

$5+2+4=11$(개)

09 답 20

$\frac{x}{30}=\frac{x}{2\times3\times5}$($x$는 30 이하의 자연수)를 순환소수로 나타낼 수 있으려면 x는 3의 배수가 아니어야 한다.

이때 30 이하의 자연수 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30의 10개이다.

따라서 순환소수로 나타낼 수 있는 수는 $30-10=20$(개)

10 답 ③

$\frac{12}{2^3\times5^2\times a}=\frac{3}{2\times5^2\times a}$에 보기의 수를 각각 대입하면

① $\frac{3}{2\times5^2\times4}=\frac{3}{2^3\times5^2}$ ➡ 유한소수

② $\frac{3}{2\times5^2\times5}=\frac{3}{2\times5^3}$ ➡ 유한소수

③ $\frac{3}{2\times5^2\times9}=\frac{1}{2\times3\times5^2}$ ➡ 순환소수

④ $\frac{3}{2\times5^2\times12}=\frac{1}{2^3\times5^2}$ ➡ 유한소수

⑤ $\frac{3}{2\times5^2\times15}=\frac{1}{2\times5^3}$ ➡ 유한소수

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

11 답 7, 9

$\frac{12}{5^2\times a}$가 순환소수가 되려면 기약분수의 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

(i) $a=3$일 때, $\frac{12}{5^2\times3}=\frac{4}{5^2}$이므로 유한소수가 된다.

(ii) $a=6$일 때, $\frac{12}{5^2\times6}=\frac{2}{5^2}$이므로 유한소수가 된다.

(iii) $a=7$일 때, $\frac{12}{5^2\times7}$이므로 순환소수가 된다.

(iv) $a=9$일 때, $\frac{12}{5^2\times9}=\frac{4}{3\times5^2}$이므로 순환소수가 된다.

따라서 a의 값은 7, 9이다.

12 답 33

$\frac{2}{44}=\frac{1}{2\times11}$, $\frac{11}{15}=\frac{11}{3\times5}$이므로 $\frac{1}{2\times11}\times x$, $\frac{11}{3\times5}\times x$가 모두 유한소수가 되려면 x는 11과 3의 공배수, 즉 33의 배수이어야 한다.

따라서 x의 값 중 가장 작은 자연수는 33이다.

13 답 1008

$\frac{n}{140}=\frac{n}{2^2\times5\times7}$, $\frac{n}{45}=\frac{n}{3^2\times5}$을 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 n은 7과 9의 공배수, 즉 63의 배수이어야 한다.

따라서 63의 배수 중 1000에 가장 가까운 수는 $63\times16=1008$

주의

63의 배수 중 1000보다 작은 수인 945로 오답을 쓰기 쉽다. 1000에 가장 가까운 수이므로 1000보다 큰 수도 꼭 확인하도록 한다.

14 답 2

$\frac{a}{84}=\frac{a}{2^2\times3\times7}$가 유한소수가 되려면 a는 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다.

$\frac{126}{a}=\frac{2\times3^2\times7}{a}$이 순환소수가 되려면 기약분수의 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

따라서 a가 될 수 있는 수는

$3\times7\times7=147$

$3\times7\times3^2=189$

$3\times7\times11=231$

⋮

이므로 200 이하의 자연수 a는 147, 189의 2개이다.

15 답 9

$\frac{1}{3}=\frac{20}{60}$, $\frac{4}{5}=\frac{48}{60}$이고 $60=2^2\times3\times5$이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 $\frac{a}{60}$라 하면 a는 $20<a<48$인 3의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 $\frac{21}{60}$, $\frac{24}{60}$, $\frac{27}{60}$, $\frac{30}{60}$, $\frac{33}{60}$, $\frac{36}{60}$, $\frac{39}{60}$, $\frac{42}{60}$, $\frac{45}{60}$의 9개이다.

16 답 24

$\frac{1}{8}=\frac{7}{56}$, $\frac{9}{14}=\frac{36}{56}$이고 $56=2^3\times7$이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 $\frac{a}{56}$라 하면 a는 $7<a<36$인 7의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 $\frac{14}{56}$, $\frac{21}{56}$, $\frac{28}{56}$, $\frac{35}{56}$의 4개이므로 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 $28-4=24$(개)

17 답 6

$\frac{1}{8}=\frac{3}{24}$, $\frac{1}{2}=\frac{12}{24}$이고 $24=2^3\times3$이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 $\frac{a}{24}$라 하면 a는 $3<a<12$인 3의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 $\frac{6}{24}$, $\frac{9}{24}$의 2개이므로 순환소수로 나타낼 수 있는 분수는 $8-2=6$(개)

18 답 $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$

[전략] 0과 1 사이를 15등분 하는 유리수를 나열하고, 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 찾는다. 이때 기약분수로 답하는 것에 주의한다.

0과 1 사이를 15등분 하는 14개의 점에 대응하는 유리수는

$\frac{1}{15}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{15}$, $\cdots$, $\frac{14}{15}$ …… ❶

이때 $15=3\times5$이므로 유한소수로 나타낼 수 있으려면 분자가 3의 배수이어야 한다. …… ❷

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 수는

$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$, $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$, $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$, $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 0과 1 사이를 15등분 하는 유리수 구하기	20 %
❷ 유한소수로 나타낼 수 있는 조건 구하기	30 %
❸ 유한소수로 나타낼 수 있는 수 구하기	50 %

19 답 6

$\frac{1}{4}=\frac{12}{48}$, $\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$이므로 $20<a\le48$

이때 $12=2^2\times3$이므로 $\frac{12}{a}$를 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 자연수 a는 다음과 같다.

(ⅰ) 분모의 소인수가 2나 5뿐인 경우 : 5^2, 2^5, $2^3\times5$의 3개

(ⅱ) 분모의 소인수에 3이 있는 경우 : $2^3\times3$, $2\times3\times5$, $2^4\times3$의 3개

따라서 자연수 a의 개수는 $3+3=6$

20 답 25

$\frac{x}{150}=\frac{x}{2\times3\times5^2}$이므로 $\frac{x}{150}$가 유한소수가 되려면 x는 3의 배수이어야 한다.

이때 $20\le x\le30$이므로 x가 될 수 있는 수는 21, 24, 27, 30

$\frac{21}{150}=\frac{7}{50}$, $\frac{24}{150}=\frac{4}{25}$, $\frac{27}{150}=\frac{9}{50}$, $\frac{30}{150}=\frac{1}{5}$이므로

$x=30$, $y=5$

$\therefore x-y=30-5=25$

21 답 $x=91$, $y=10$

$\frac{x}{130}=\frac{x}{2\times5\times13}$이므로 $\frac{x}{130}$가 유한소수가 되려면 x는 13의 배수이어야 한다.

이때 $50<x<100$이므로 x가 될 수 있는 수는 52, 65, 78, 91

$\frac{52}{130}=\frac{2}{5}$, $\frac{65}{130}=\frac{1}{2}$, $\frac{78}{130}=\frac{3}{5}$, $\frac{91}{130}=\frac{7}{10}$이므로

$x=91$, $y=10$

22 답 55

$\frac{a}{135}=\frac{a}{3^3\times5}$이므로 $\frac{a}{135}$가 유한소수가 되려면 a는 27의 배수이어야 한다.

이때 $27<a<63$이므로 $a=54$

$\frac{54}{135}=\frac{2}{5}$이므로 $b=5$, $c=2$

$\therefore a+b-2c=54+5-4=55$

23 답 61

$\frac{x}{120}=\frac{x}{2^3\times3\times5}$이므로 $\frac{x}{120}$가 유한소수가 되려면 x는 3의 배수이어야 한다.

이때 $\frac{x}{120}<0.3$에서 $x<36$이므로

x가 될 수 있는 수는 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33

$\frac{3}{120}=\frac{1}{40}$, $\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$, $\frac{9}{120}=\frac{3}{40}$, $\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$, $\frac{15}{120}=\frac{1}{8}$,

$\frac{18}{120}=\frac{3}{20}$, $\frac{21}{120}=\frac{7}{40}$, $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$, $\frac{27}{120}=\frac{9}{40}$, $\frac{30}{120}=\frac{1}{4}$,

$\frac{33}{120}=\frac{11}{40}$이므로 $x=21$, $y=40$

$\therefore x+y=21+40=61$

24 답 12

$\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이다.

이때 $40=6\times6+4$이므로 x_{40}은 순환마디의 4번째 숫자인 7과 같다.

$47=6\times7+5$이므로 x_{47}은 순환마디의 5번째 숫자인 1과 같다.
$54=6\times9$이므로 x_{54}는 순환마디의 6번째 숫자인 4와 같다.
$\therefore\ x_{40}+x_{47}+x_{54}=7+1+4=12$

25 답 300

$\frac{3}{14}=0.2\dot{1}4285\dot{7}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 2는 순환하지 않는다.
이때 소수점 아래 68번째 자리의 숫자는 순환하는 부분만으로 67번째 자리의 숫자이고 $67=6\times11+1$이므로 소수점 아래 2번째 자리부터 68번째 자리까지의 숫자는 순환마디가 11번 반복되고 순환마디의 1번째 숫자인 1이 한 번 더 나온다.
따라서 구하는 합은
$2+(1+4+2+8+5+7)\times11+1=300$

26 답 35

$\frac{7}{13}=0.\dot{5}3846\dot{1}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이다.
이때 $20=6\times3+2$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 20번째 자리까지의 숫자는 순환마디가 3번 반복되고 순환마디의 2번째 숫자인 3까지 한 번 더 나온다.

$$\begin{aligned}\therefore\ &a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{19}-a_{20}\\&=(5-3+8-4+6-1)\times3+5-3\\&=35\end{aligned}$$

27 답 52

[전략] 291을 순환마디의 숫자의 합에 대한 식으로 나타낸다.

$\frac{8}{27}=0.\dot{2}9\dot{6}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 3이고 합은 $2+9+6=17$이다.
이때 $291=17\times17+2$이므로 291은 순환마디의 숫자의 합 17번과 순환마디의 1번째 숫자인 2가 더해진 값이다.
따라서 소수점 아래 첫째 자리부터 $3\times17+1=52$(번째) 자리까지의 숫자의 합이 291이므로 $n=52$

28 답 33개

$$\begin{aligned}&4.1+0.02+0.005+0.0003+0.00002+0.000005\\&+0.0000003+0.00000002+\cdots\\&=4.1253253253\cdots\\&=4.1\dot{2}5\dot{3}\end{aligned}$$

이므로 순환마디의 숫자의 개수는 3이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 1은 순환하지 않는다.
이때 소수점 아래 102번째 자리의 숫자는 순환하는 부분만으로 101번째 자리의 숫자이고 $101=3\times33+2$이므로 소수점 아래 2번째 자리부터 102번째 자리까지의 숫자는 순환마디가 33번 반복되고 순환마디의 2번째 숫자인 5까지 한 번 더 나온다.
따라서 3은 모두 33개이다.

29 답 220

$\frac{13}{27}=0.\dot{4}8\dot{1}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 3이다.
이때 $50=3\times16+2$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 50번째 자리까지의 숫자는 순환마디가 16번 반복되고 순환마디의 2번째 숫자인 8까지 한 번 더 나온다.
$\therefore\ x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{50}=(4+8+1)\times16+4+8=220$

참고

$$\begin{aligned}\frac{13}{27}&=0.\dot{4}8\dot{1}=0.481481\cdots\\&=\frac{4}{10}+\frac{8}{10^2}+\frac{1}{10^3}+\frac{4}{10^4}+\frac{8}{10^5}+\frac{1}{10^6}+\cdots\end{aligned}$$

30 답 185

$\frac{5}{12}=0.41\dot{6}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 1이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 4와 소수점 아래 2번째 자리의 숫자 1은 순환하지 않는다.
이때 소수점 아래 32번째 자리의 숫자는 순환하는 부분만으로 30번째 자리의 숫자이다.
$\therefore\ x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{32}=4+1+6\times30=185$

참고

$$\frac{5}{12}=0.41\dot{6}=0.41666\cdots=\frac{4}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{6}{10^3}+\frac{6}{10^4}+\frac{6}{10^5}+\cdots$$

31 답 (1) x는 3의 배수이다. (2) x는 33의 배수이다. (3) 132

(2) (가)에서 x는 3의 배수이고 (나)에서 x는 11의 배수이므로 x는 3과 11의 공배수, 즉 33의 배수이다.
(3) (다)에서 x는 세 자리의 자연수이므로 x의 값 중 가장 작은 수는 $33\times4=132$

32 답 4

(다)에서 $\frac{A}{280}=\frac{A}{2^3\times5\times7}$가 유한소수가 되려면 A는 7의 배수이어야 한다. …… ❶
(가)에서 A는 3의 배수이므로 A는 7과 3의 공배수, 즉 21의 배수이다. …… ❷
(나)에서 A는 두 자리의 자연수이므로 A는 21, 42, 63, 84의 4개이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ A가 7의 배수임을 찾기	30 %
❷ A가 21의 배수임을 찾기	40 %
❸ A의 개수 구하기	30 %

33 답 7

(가)에서 x와 21은 서로소이므로 x는 3의 배수도 아니고 7의 배수도 아니다.
(나)에서 $\frac{21}{x}=\frac{3\times7}{x}$이 유한소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수는 2나 5뿐이어야 한다.

즉 (가), (나)를 모두 만족하는 x는 2의 배수 또는 5의 배수이다.
(다)에서 $2 \le x \le 20$이므로 조건을 모두 만족하는 자연수 x는 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20의 7개이다.

34 답 975

(가)에서 $\frac{A}{240}=\frac{A}{2^4 \times 3 \times 5}$가 유한소수가 되려면 A는 3의 배수이어야 한다.
(나)에서 A는 13의 배수이므로 A는 3과 13의 공배수, 즉 39의 배수이다.
(다)에서 A와 $120=2^3 \times 3 \times 5$의 최대공약수가 $15=3\times5$이므로 A는 $3\times5\times13=195$의 배수이면서 2의 배수가 아니어야 한다.
따라서 A가 될 수 있는 수는
$195\times1=195$
$195\times3=585$
$195\times5=975$
$195\times7=1365$
⋮
이므로 세 자리의 자연수 A의 값 중 가장 큰 수는 975이다.

35 답 6

$\frac{3}{70}\times\frac{a}{b}=\frac{3}{2\times5\times7}\times\frac{a}{b}$가 유한소수가 되려면 a는 7의 배수이어야 한다. $\therefore a=7$
$\frac{3}{2\times5\times7}\times\frac{7}{b}=\frac{3}{2\times5}\times\frac{1}{b}$이 유한소수가 되려면
$b=3, 4, 5, 6, 8, 10$
따라서 $\frac{a}{b}$는 $\frac{7}{3}, \frac{7}{4}, \frac{7}{5}, \frac{7}{6}, \frac{7}{8}, \frac{7}{10}$의 6개이다.

36 답 11

기약분수가 순환소수가 되려면 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.
(i) $y=3$일 때, x는 3, 9를 제외한 수이므로 3개
(ii) $y=7$일 때, x는 7을 제외한 수이므로 4개
(iii) $y=9$일 때, x는 9를 제외한 수이므로 4개
따라서 순서쌍 (x, y)의 개수는 $3+4+4=11$

37 답 14

기약분수가 순환소수가 되려면 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.
(i) $b=3$일 때, $\frac{3\times a}{2\times5\times3}=\frac{a}{2\times5}$이므로 유한소수가 된다.
(ii) $b=6$일 때, $\frac{3\times a}{2\times5\times6}=\frac{a}{2^2\times5}$이므로 유한소수가 된다.
(iii) $b=7$일 때, $\frac{3\times a}{2\times5\times7}$에서 a는 7을 제외한 수이므로 8개
(iv) $b=9$일 때, $\frac{3\times a}{2\times5\times9}=\frac{a}{2\times5\times3}$에서 a는 3, 6, 9를 제외한 수이므로 6개
따라서 순서쌍 (a, b)의 개수는 $8+6=14$

38 답 6

$35x+4=3a$에서 $x=\frac{3a-4}{35}$
$\frac{3a-4}{35}=\frac{3a-4}{5\times7}$가 유한소수가 되려면 $3a-4$는 7의 배수이어야 한다.
(i) $3a-4=7$일 때, $a=\frac{11}{3}$
(ii) $3a-4=14$일 때, $a=\frac{18}{3}=6$
(iii) $3a-4=21$일 때, $a=\frac{25}{3}$
(iv) $3a-4=28$일 때, $a=\frac{32}{3}$
⋮
따라서 $a<10$인 자연수 a의 값은 6이다.

39 답 7

$330x-6=18a$에서 $x=\frac{18a+6}{330}=\frac{3a+1}{55}$
$\frac{3a+1}{55}=\frac{3a+1}{5\times11}$이 유한소수가 되려면 $3a+1$은 11의 배수이어야 한다.
(i) $3a+1=11$일 때, $a=\frac{10}{3}$
(ii) $3a+1=22$일 때, $a=\frac{21}{3}=7$
(iii) $3a+1=33$일 때, $a=\frac{32}{3}$
⋮
따라서 a가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7이다.

40 답 8

[전략] $\frac{10m-3}{2m}=5-\frac{3}{2m}$이므로 $\frac{3}{2m}$이 순환소수이면 $5-\frac{3}{2m}$이 순환소수가 됨을 이용한다.

$\frac{10m-3}{2m}=5-\frac{3}{2m}$이므로 $\frac{3}{2m}$이 순환소수가 되면 $\frac{10m-3}{2m}$이 순환소수가 된다.
따라서 $\frac{3}{2m}$이 순환소수가 되려면 기약분수의 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 하므로 m은 7, 9, 11, 13, 14, 17, 18, 19의 8개이다.

주의

m이 3, 6, 12, 15인 경우는 $\frac{3}{2m}$을 기약분수로 나타내면 유한소수가 됨에 주의한다.
(i) $m=3$일 때, $\frac{3}{2\times3}=\frac{1}{2}$이므로 유한소수가 된다.
(ii) $m=6$일 때, $\frac{3}{2\times6}=\frac{1}{2^2}$이므로 유한소수가 된다.
(iii) $m=12$일 때, $\frac{3}{2\times12}=\frac{1}{2^3}$이므로 유한소수가 된다.
(iv) $m=15$일 때, $\frac{3}{2\times15}=\frac{1}{2\times5}$이므로 유한소수가 된다.

적중 & 심화 실전 TEST 15쪽~17쪽

01 답 17번

$\frac{5}{13}=0.\dot{3}8461\dot{5}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이다.
이때 $100=6\times16+4$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 100번째 자리까지의 숫자는 순환마디가 16번 반복되고 순환마디의 4번째 숫자인 6까지 한 번 더 나온다.
따라서 4는 모두 17번 나온다.

02 답 419

$\frac{156}{375}=\frac{52}{125}=\frac{2^2\times13}{5^3}=\frac{2^2\times13\times2^3}{5^3\times2^3}=\frac{416}{10^3}$
이때 n의 값이 커지면 a의 값도 커지므로 $a+n$의 값은 $a=416$, $n=3$일 때 가장 작다.
따라서 $a+n$의 값 중 가장 작은 수는
$416+3=419$

03 답 16

$\frac{39}{500\times a}=\frac{3\times13}{2^2\times5^3\times a}$을 유한소수로 나타낼 수 없으려면 기약분수의 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.
(i) $a=3$일 때, $\frac{3\times13}{2^2\times5^3\times3}=\frac{13}{2^2\times5^3}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
(ii) $a=6$일 때, $\frac{3\times13}{2^2\times5^3\times6}=\frac{13}{2^3\times5^3}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
(iii) $a=7$일 때, $\frac{3\times13}{2^2\times5^3\times7}$이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.
(iv) $a=9$일 때, $\frac{3\times13}{2^2\times5^3\times9}=\frac{13}{2^2\times3\times5^3}$이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.
따라서 a의 값은 7, 9이므로 그 합은
$7+9=16$

04 답 84

$\frac{8}{192}=\frac{1}{24}=\frac{1}{2^3\times3}$, $\frac{9}{140}=\frac{9}{2^2\times5\times7}$이므로 …… ❶
$\frac{8}{192}\times A$, $\frac{9}{140}\times A$를 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다. …… ❷
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리의 자연수는
$21\times4=84$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 두 분수를 기약분수로 나타내고 분모를 소인수분해하기	40 %
❷ A가 21의 배수임을 찾기	40 %
❸ A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리의 자연수 구하기	20 %

05 답 99

$\frac{x}{165}=\frac{x}{3\times5\times11}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 x는 3과 11의 공배수, 즉 33의 배수이어야 한다.
$\frac{165}{x}=\frac{3\times5\times11}{x}$을 순환소수로 나타낼 수 있으려면 기약분수의 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.
따라서 x가 될 수 있는 수는
$3\times11\times3=99$
$3\times11\times6=198$
⋮
이므로 두 자리의 자연수 x의 값은 99이다.

06 답 3

$\frac{1}{4}=\frac{6}{24}$, $\frac{2}{3}=\frac{16}{24}$이고 $24=2^3\times3$이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 $\frac{a}{24}$라 하면 a는 $6<a<16$인 3의 배수이다.
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 $\frac{9}{24}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{15}{24}$의 3개이다.

07 답 31

$\frac{x}{450}=\frac{x}{2\times3^2\times5^2}$이므로 $\frac{x}{450}$가 유한소수가 되려면 x는 9의 배수이어야 한다.
이때 $80\le x\le100$이므로 x가 될 수 있는 수는 81, 90, 99
$\frac{81}{450}=\frac{9}{50}$, $\frac{90}{450}=\frac{1}{5}$, $\frac{99}{450}=\frac{11}{50}$이므로 $x=81$, $y=50$
$\therefore x-y=81-50=31$

08 답 446

$\frac{2}{21}=0.\dot{0}9523\dot{8}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이다.
이때 $99=6\times16+3$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 99번째 자리까지의 숫자는 순환마디가 16번 반복되고 순환마디의 3번째 숫자인 5까지 한 번 더 나온다.
$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{99}$
$=(0+9+5+2+3+8)\times16+0+9+5$
$=446$

09 답 10

$\frac{2}{11}=0.\dot{1}\dot{8}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 2이다.
이때 $x_1=x_3=x_5=\cdots=1$,
$x_2=x_4=x_6=\cdots=8$이므로
$x_2+x_{15}+x_{23}=8+1+1=10$

10 답 최솟값 : 14, 최댓값 : 98

(다)에서 $\frac{x}{70}=\frac{x}{2\times5\times7}$가 유한소수가 되므로 x는 7의 배수이어야 한다.

(가)에서 x는 2의 배수이므로 x는 7과 2의 공배수, 즉 14의 배수이다.
(나)에서 x는 두 자리의 자연수이므로 x의 최솟값은 14, 최댓값은 $14\times7=98$

11 답 17

$\dfrac{a}{2^3\times3\times5\times b}$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 한다. ······ ❶

(i) $a=3$일 때, $\dfrac{3}{2^3\times3\times5\times b}=\dfrac{1}{2^3\times5\times b}$에서 b는 3, 6, 7, 9를 제외한 수이므로 5개

(ii) $a=6$일 때, $\dfrac{6}{2^3\times3\times5\times b}=\dfrac{1}{2^2\times5\times b}$에서 b는 3, 6, 7, 9를 제외한 수이므로 5개

(iii) $a=9$일 때, $\dfrac{9}{2^3\times3\times5\times b}=\dfrac{3}{2^3\times5\times b}$에서 b는 7, 9를 제외한 수이므로 7개 ······ ❷

따라서 순서쌍 (a, b)의 개수는
$5+5+7=17$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ a의 조건 구하기	20 %
❷ 각 경우의 b의 개수 구하기	60 %
❸ 순서쌍 (a, b)의 개수 구하기	20 %

12 답 18

$550x-15=n$에서 $x=\dfrac{n+15}{550}$

$\dfrac{n+15}{550}=\dfrac{n+15}{2\times5^2\times11}$가 유한소수가 되려면 $n+15$는 11의 배수이어야 한다.

(i) $n+15=11$일 때, $n=-4$
(ii) $n+15=22$일 때, $n=7$
(iii) $n+15=33$일 때, $n=18$
⋮
따라서 n이 될 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수는 18이다.

02 | 순환소수의 분수 표현

개념 확인 19쪽

01 답 ④

02 답 ②

① $0.\dot{7}=\dfrac{7}{9}$

② $1.\dot{0}\dot{6}=\dfrac{106-1}{99}=\dfrac{105}{99}=\dfrac{35}{33}$

③ $0.2\dot{3}=\dfrac{23-2}{90}=\dfrac{21}{90}=\dfrac{7}{30}$

④ $1.8\dot{3}\dot{5}=\dfrac{1835-18}{990}=\dfrac{1817}{990}$

⑤ $1.\dot{0}4\dot{8}=\dfrac{1048-1}{999}=\dfrac{1047}{999}=\dfrac{349}{333}$

따라서 옳은 것은 ②이다.

03 답 5

$0.\dot{3}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$이므로 $a=3$

$1.\dot{6}=\dfrac{16-1}{9}=\dfrac{15}{9}=\dfrac{5}{3}$이므로 $b=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \dfrac{a}{b}=3\div\dfrac{3}{5}=3\times\dfrac{5}{3}=5$

04 답 104

$3.\dot{1}\dot{5}=\dfrac{315-3}{99}=\dfrac{312}{99}=\dfrac{104}{33}$이므로 $a=104$

05 답 ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

㉠ $1.\dot{2}\dot{3}=1.232323\cdots$
㉡ $1.\dot{2}3\dot{2}=1.232232232\cdots$
㉢ $1.\dot{2}=1.22222\cdots$
㉣ $1.2\dot{3}=1.23333\cdots$
㉤ 1.2323
따라서 큰 것부터 크기순으로 나열하면 ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢이다.

06 답 ⑤

⑤ 유한소수로 나타낼 수 없는 정수가 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

적중 & 심화 유형 연습 20쪽~23쪽

01 답 11

$0.18333\cdots=0.18\dot{3}=\dfrac{183-18}{900}=\dfrac{165}{900}=\dfrac{11}{60}$

$\therefore a=11$

02 답 ①, ⑤

① $3.12\dot{3}\dot{5}=\dfrac{31235-312}{9900}$

② $3.12\dot{3}\dot{5}=3+0.12\dot{3}\dot{5}=3+\dfrac{1235-12}{9900}$

③ $3.12\dot{3}\dot{5}=3.1+0.02\dot{3}\dot{5}=3.1+\dfrac{235-2}{9900}$

④, ⑤ $3.12\dot{3}\dot{5}=3.12+0.00\dot{3}\dot{5}=3.12+\dfrac{35}{9900}$

따라서 그 값이 같은 것은 ①, ⑤이다.

03 답 1

[전략] $0.\dot{8}\dot{k}$를 분수로 나타내면 $\frac{80+k}{99}$이므로 기약분수의 분모가 11이 되려면 $80+k$는 9의 배수이면서 11의 배수가 아니어야 한다.

$0.\dot{8}\dot{k}=\frac{80+k}{99}=\frac{80+k}{9\times11}$의 기약분수의 분모가 11이 되려면 $80+k$는 9의 배수이면서 11의 배수가 아니어야 한다.
즉 $80+k=81,\ 90,\ 108,\ \cdots$ $\qquad\therefore k=1,\ 10,\ 28,\ \cdots$
그런데 k는 한 자리의 자연수이므로 k의 값은 1이다.

04 답 16

[전략] 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수를 분수로 나타내면 분모가 9, 99, 999, ⋯ 꼴임을 이용한다.

소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수를 분수로 나타내면 분모는 9, 99, 999, ⋯ 꼴이다.
$\frac{x}{594}=\frac{x}{9\times66}=\frac{x}{99\times6}$에서 x는 66의 배수이거나 6의 배수이어야 하므로 x는 6의 배수이다.
따라서 100 이하의 자연수 중 6의 배수의 개수는 16이다.

05 답 ③

$1.0\dot{6}=\frac{106-10}{90}=\frac{96}{90}=\frac{16}{15}=\frac{16}{3\times5}$이므로
$1.0\dot{6}\times x=\frac{16}{3\times5}\times x$가 유한소수가 되려면 x는 3의 배수이어야 한다.
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

06 답 165

$1.\dot{3}\dot{6}=\frac{136-1}{99}=\frac{135}{99}=\frac{15}{11}=\frac{3\times5}{11}$이므로
$1.\dot{3}\dot{6}\times n=\frac{3\times5}{11}\times n$이 어떤 자연수의 제곱이 되려면
$n=11\times3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 n의 값은
$11\times3\times5\times1^2=165$

07 답 132

$0.\dot{2}\dot{7}=\frac{27}{99}=\frac{3}{11}$이므로
$\frac{x}{0.\dot{2}\dot{7}}=x\div\frac{3}{11}=x\times\frac{11}{3}$이 어떤 자연수의 제곱이 되려면
$x=3\times11\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 x의 값이 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수는
$3\times11\times2^2=132$

08 답 $23.\dot{7}$

$2.\dot{1}\dot{6}=\frac{216-2}{99}=\frac{214}{99}$에서 우진이는 분자를 바르게 보았으므로 분자는 214이다.
$1.\dot{5}=\frac{15-1}{9}=\frac{14}{9}$에서 성훈이는 분모를 바르게 보았으므로 분모는 9이다.
따라서 처음 기약분수는 $\frac{214}{9}$이고 순환소수로 나타내면 $23.\dot{7}$이다.

09 답 $0.1\dot{5}$

$1.5\dot{7}=\frac{157-15}{90}=\frac{142}{90}=\frac{71}{45}$에서 경수는 분모를 바르게 보았으므로 분모는 45이다. ⋯⋯ ❶
$0.1\dot{2}\dot{7}=\frac{127-1}{990}=\frac{126}{990}=\frac{7}{55}$에서 제이는 분자를 바르게 보았으므로 분자는 7이다. ⋯⋯ ❷
따라서 처음 기약분수는 $\frac{7}{45}$이고 ⋯⋯ ❸
순환소수로 나타내면 $0.1\dot{5}$이다. ⋯⋯ ❹

채점 기준	비율
❶ 바르게 본 분모 구하기	25 %
❷ 바르게 본 분자 구하기	25 %
❸ 처음 기약분수 구하기	25 %
❹ 순환소수로 나타내기	25 %

10 답 4

$0.\dot{0}\dot{8}=\frac{8}{99}$에서 태준이는 분자를 바르게 보았으므로 분자는 8이다.
$0.3\dot{0}\dot{9}=\frac{309-3}{990}=\frac{306}{990}=\frac{17}{55}$에서 소윤이는 분모를 바르게 보았으므로 분모는 55이다.
즉 처음 기약분수는 $\frac{8}{55}$이고 순환소수로 나타내면 $0.1\dot{4}\dot{5}$이다.
$0.1\dot{4}\dot{5}$에서 순환마디의 숫자의 개수는 2이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 1은 순환하지 않는다.
따라서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 순환하는 부분만으로 49번째 자리의 숫자이고 $49=2\times24+1$이므로 순환마디의 1번째 숫자인 4와 같다.

11 답 $0.\dot{1}\dot{2}$

$0.3\dot{6}=3.3\times a$에서 $\frac{33}{90}=\frac{33}{10}\times a$
$\therefore a=\frac{33}{90}\times\frac{10}{33}=\frac{1}{9}$
$0.\dot{5}\dot{7}=57\times b$에서 $\frac{57}{99}=57\times b$
$\therefore b=\frac{57}{99}\times\frac{1}{57}=\frac{1}{99}$
$\therefore a+b=\frac{1}{9}+\frac{1}{99}=\frac{12}{99}=0.\dot{1}\dot{2}$

12 답 $0.\dot{1}\dot{3}$

$\frac{3}{11}=x+0.\dot{1}\dot{4}$에서 $\frac{3}{11}=x+\frac{14}{99}$
$\therefore x=\frac{3}{11}-\frac{14}{99}=\frac{13}{99}=0.\dot{1}\dot{3}$

13 답 2

$0.7\dot{a}=\frac{70+a-7}{90}=\frac{63+a}{90}$이므로

$\frac{63+a}{90}=\frac{5a+3}{18}$, $63+a=25a+15$

$24a=48$ $\quad\therefore a=2$

14 답 6

$0.0\dot{8}\times\frac{b}{a}=0.1\dot{3}$에서 $\frac{8}{90}\times\frac{b}{a}=\frac{12}{90}$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{12}{90}\times\frac{90}{8}=\frac{3}{2}$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로

$ab=2\times3=6$

15 답 39

$2.\dot{3}x-2.3x=1.3$이므로

$\frac{21}{9}x-\frac{23}{10}x=\frac{13}{10}$, $210x-207x=117$

$3x=117$ $\quad\therefore x=39$

16 답 5

$1.\dot{4}a-1.4a=0.\dot{2}$이므로

$\frac{13}{9}a-\frac{14}{10}a=\frac{2}{9}$, $130a-126a=20$

$4a=20$ $\quad\therefore a=5$

17 답 10

$0.\dot{6}a-0.6a=1$이므로

$\frac{6}{9}a-\frac{6}{10}a=1$, $60a-54a=90$

$6a=90$ $\quad\therefore a=15$

따라서 바르게 계산한 값은

$1.5\times0.\dot{6}=15\times\frac{6}{9}=10$

18 답 ㄴ, ㄹ

ㄱ 순환소수는 유리수이다.

ㄷ 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수가 아니다.

19 답 ②

① $\frac{21}{84}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$은 분모의 소인수가 2뿐이므로 유한소수이다.

③ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

④ 순환소수는 모두 유리수이다.

⑤ 기약분수의 분모에 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

20 답 18

$$\frac{1}{80}\times(4+0.4+0.04+0.004+\cdots)=\frac{1}{80}\times4.\dot{4}$$
$$=\frac{1}{80}\times\frac{40}{9}$$
$$=\frac{1}{18}$$

$\therefore x=18$

21 답 83

$$\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots\right)\times\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{500}+\frac{1}{5000}+\cdots\right)$$
$$=\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots\right)\times\left(\frac{2}{100}+\frac{2}{1000}+\frac{2}{10000}+\cdots\right)$$
$$=1.\dot{1}\times0.0\dot{2}$$
$$=\frac{10}{9}\times\frac{2}{90}=\frac{2}{81}$$

따라서 $A=2$, $B=81$이므로 $A+B=2+81=83$

22 답 35

$2+\frac{6}{10^2}+\frac{6}{10^4}+\frac{6}{10^6}+\cdots=2.\dot{0}\dot{6}=\frac{204}{99}=\frac{68}{33}$

따라서 $x=68$, $y=33$이므로

$x-y=68-33=35$

23 답 7

[전략] $0.\dot{a}\dot{b}$를 분수로 나타내면 $\frac{10a+b}{99}$이고,

$0.\dot{b}\dot{a}$를 분수로 나타내면 $\frac{10b+a}{99}$이다.

$0.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{6}\dot{3}$에서

$\frac{10a+b}{99}-\frac{10b+a}{99}=\frac{63}{99}$, $\frac{9a-9b}{99}=\frac{63}{99}$

$9a-9b=63$ $\quad\therefore a-b=7$

24 답 5

[전략] $0.a\dot{b}$를 분수로 나타내면 $\frac{10a+b-a}{90}$이고,

$0.b\dot{a}$를 분수로 나타내면 $\frac{10b+a-b}{90}$이다.

$0.a\dot{b}-0.b\dot{a}=0.\dot{4}$에서

$\frac{10a+b-a}{90}-\frac{10b+a-b}{90}=\frac{4}{9}$, $\frac{8a-8b}{90}=\frac{4}{9}$

$8a-8b=40$ $\quad\therefore a-b=5$

25 답 $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$

$0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{5}$에서

$\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99}=\frac{5}{9}$ ⋯⋯ ❶

$\frac{11a+11b}{99}=\frac{5}{9}$, $11a+11b=55$ $\quad\therefore a+b=5$ ⋯⋯ ❷

이때 a, b는 한 자리의 자연수이므로 순서쌍 (a, b)는 $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$이다. ⋯⋯ ❸

채점 기준	비율
❶ 두 순환소수의 합을 분수로 나타내기	40 %
❷ $a+b$의 값 구하기	30 %
❸ 순서쌍 (a, b) 구하기	30 %

적중 & 심화 실전 TEST

24쪽~25쪽

01 답 12

$0.2\dot{a}=\dfrac{20+a-2}{90}=\dfrac{18+a}{90}=\dfrac{18+a}{2\times 3^2\times 5}$의 기약분수의 분모가 45가 되려면 $18+a$는 2의 배수이면서 3의 배수와 5의 배수가 아니어야 한다.

즉 $18+a=22, 26, 28, 32, \cdots$ $\quad\therefore a=4, 8, 10, 14, \cdots$

그런데 a는 9 이하의 자연수이므로 a의 값은 4, 8이다.

따라서 구하는 합은 $4+8=12$

참고

$a=4$일 때, $0.2\dot{4}=\dfrac{22}{90}=\dfrac{11}{45}$

$a=8$일 때, $0.2\dot{8}=\dfrac{26}{90}=\dfrac{13}{45}$

02 답 110

소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수를 분수로 나타내면 분모는 9, 99, 999, ⋯ 꼴이다.

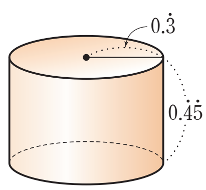
$\dfrac{x}{2\times 3^2\times 5\times 11}=\dfrac{x}{9\times 110}=\dfrac{x}{99\times 10}$에서 x는 110의 배수이거나 10의 배수이어야 하므로 x는 10의 배수이다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 10, 가장 작은 세 자리의 자연수 x의 값은 100이므로 $a=10$, $b=100$

$\therefore a+b=10+100=110$

03 답 $0.\dot{0}\dot{5}$

회전체는 오른쪽 그림과 같은 원기둥이므로



$$\begin{aligned}(\text{부피})&=\pi\times(0.\dot{3})^2\times 0.\dot{4}\dot{5}\\&=\pi\times\left(\frac{3}{9}\right)^2\times\frac{45}{99}\\&=\pi\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{5}{11}=\pi\times\frac{1}{9}\times\frac{5}{11}\\&=\frac{5}{99}\pi=0.\dot{0}\dot{5}\pi\end{aligned}$$

$\therefore a=0.\dot{0}\dot{5}$

100점 TIP

(1) 직사각형의 한 변을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원기둥이다.

(2) 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 h인 원기둥에서 (부피)=(밑넓이)×(높이)$=\pi r^2h$

04 답 105

$0.4\dot{6}=\dfrac{46-4}{90}=\dfrac{42}{90}=\dfrac{7}{15}=\dfrac{7}{3\times 5}$이므로 ⋯⋯ ❶

$0.4\dot{6}\times A=\dfrac{7}{3\times 5}\times A$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면

$A=3\times 5\times 7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. ⋯⋯ ❷

따라서 가장 작은 자연수 A의 값은

$3\times 5\times 7\times 1^2=105$ ⋯⋯ ❸

채점 기준	비율
❶ $0.4\dot{6}$을 분수로 나타내기	30 %
❷ A의 조건 구하기	40 %
❸ 가장 작은 자연수 A의 값 구하기	30 %

05 답 $0.\dot{9}\dot{3}$

$0.51\dot{6}=\dfrac{516-51}{900}=\dfrac{465}{900}=\dfrac{31}{60}$에서 서이는 분자를 바르게 보았으므로 분자는 31이다.

$0.\dot{3}\dot{0}=\dfrac{30}{99}=\dfrac{10}{33}$에서 은아는 분모를 바르게 보았으므로 분모는 33이다.

따라서 처음 기약분수는 $\dfrac{31}{33}$이므로 순환소수로 나타내면 $0.\dot{9}\dot{3}$이다.

06 답 $0.2\dot{4}\dot{8}$

$\dfrac{37}{165}=A-0.0\dot{2}\dot{4}$에서 $\dfrac{37}{165}=A-\dfrac{24}{990}$

$\therefore A=\dfrac{37}{165}+\dfrac{24}{990}=\dfrac{41}{165}=0.2\dot{4}\dot{8}$

07 답 18

(가) $0.3\dot{a}=\dfrac{30+a-3}{90}=\dfrac{27+a}{90}$이므로

$\dfrac{27+a}{90}=\dfrac{3a+1}{45}$, $27+a=6a+2$

$5a=25$ $\quad\therefore a=5$

(나) $0.5\dot{3}\times\dfrac{c}{b}=0.6\dot{2}$에서 $\dfrac{48}{90}\times\dfrac{c}{b}=\dfrac{56}{90}$

$\dfrac{c}{b}=\dfrac{56}{90}\times\dfrac{90}{48}=\dfrac{7}{6}$ $\quad\therefore b=6, c=7$

$\therefore a+b+c=5+6+7=18$

08 답 90

$6.2\dot{5}A-6.25A=0.5$이므로

$\dfrac{563}{90}A-\dfrac{625}{100}A=\dfrac{5}{10}$, $\dfrac{563}{90}A-\dfrac{25}{4}A=\dfrac{1}{2}$

$1126A-1125A=90$ $\quad\therefore A=90$

09 답 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

㉡ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

㉥ 유리수는 정수 또는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉦ 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수는 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이다.

10 답 $\frac{4}{7}$

$x=3\times(0.1+0.02+0.001+0.0002+0.00001$
$\quad+0.000002+0.0000001+0.00000002+\cdots)$
$=3\times0.\dot{1}\dot{2}=3\times\frac{12}{99}=\frac{12}{33}=\frac{4}{11}$

$\therefore \frac{x}{1-x}=\frac{4}{11}\div\left(1-\frac{4}{11}\right)=\frac{4}{11}\div\frac{7}{11}=\frac{4}{11}\times\frac{11}{7}=\frac{4}{7}$

11 답 33

$\frac{3}{50}\times\left(\frac{5}{10}+\frac{5}{10^2}+\frac{5}{10^3}+\cdots\right)=\frac{3}{50}\times0.\dot{5}=\frac{3}{50}\times\frac{5}{9}$
$=\frac{1}{30}=0.0\dot{3}$

따라서 $a=30$, $b=3$이므로
$a+b=30+3=33$

12 답 7

$0.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{1}\dot{8}$에서
$\frac{10a+b}{99}-\frac{10b+a}{99}=\frac{18}{99}$, $\frac{9a-9b}{99}=\frac{18}{99}$
$9a-9b=18 \quad \therefore a-b=2$
이때 a, b는 $a>b$인 9 이하의 자연수이므로 순서쌍 (a, b)는
$(9, 7)$, $(8, 6)$, $(7, 5)$, $(6, 4)$, $(5, 3)$, $(4, 2)$, $(3, 1)$의 7개이다.

학교 시험 최상위 기출 도전 26쪽~28쪽

01 답 16

[전략] 분수 $\frac{7}{33}$을 순환소수로 나타내어 a, b의 값을 먼저 구한다.

$\frac{7}{33}=0.\dot{2}\dot{1}$이므로 $a=2$, $b=1$
$\frac{a+b}{x}=\frac{2+1}{x}=\frac{3}{x}$을 순환소수로 나타낼 수 있으려면 기약분수의 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.
따라서 x의 값이 될 수 있는 수는 7, 9이므로 그 합은
$7+9=16$

02 답 ②, ④

[전략] 주어진 분수를 순환소수로 나타낸다.

$\frac{4}{13}=0.\dot{3}0769\dot{2}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6이다.

① $55=6\times9+1$이므로 $A(55)$는 순환마디의 1번째 숫자인 3과 같다. $\quad\therefore A(55)=3$

② $10=6\times1+4$이므로 $A(10)$은 순환마디의 4번째 숫자인 6과 같다.
$101=6\times16+5$이므로 $A(101)$은 순환마디의 5번째 숫자인 9와 같다.
$1002=6\times167$이므로 $A(1002)$는 순환마디의 6번째 숫자인 2와 같다.
$\therefore A(10)+A(101)+A(1002)=6+9+2=17$

③ 순환마디의 숫자의 개수가 6이므로
$A(n)=A(n+6)$
$\therefore A(n)=A(n+6\times5)=A(n+30)$

④ $A(3)=A(9)=A(15)=A(21)=\cdots=A(99)=7$이므로 100 이하의 자연수 n은 3, 9, 15, 21, $\cdots$, 99의 17개이다.

⑤ $A(6n+2)$는 순환마디의 2번째 숫자인 0과 같으므로
$A(m)\times\{A(6n+2)+1\}=A(m)\times(0+1)=A(m)$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

03 답 16개

[전략] 주어진 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디의 숫자가 같아지는 경우를 찾는다.

$\frac{23419}{9999}=2.\dot{3}42\dot{1}$이므로 순환마디의 숫자는 3, 4, 2, 1의 4개이다.
$\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$이므로 순환마디의 숫자는 5, 7, 1, 4, 2, 8의 6개이다.
두 순환소수의 순환마디는 다음 표와 같이 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 12개마다 2개씩 숫자가 같다.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_n	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1
b_n	5	7	1	4	2	8	5	7	1	4	2	8

따라서 $100=12\times8+4$이므로 $a_n=b_n$을 만족하는 자연수 n은
$8\times2=16$(개)

04 답 2

[전략] $\frac{13}{10^2}=\frac{1}{10}+\frac{3}{10^2}$임을 이용한다.

$\frac{13}{10^2}=\frac{10}{10^2}+\frac{3}{10^2}=\frac{1}{10}+\frac{3}{10^2}$이므로
$\frac{13}{10^2}-\frac{3}{10^3}+\frac{3}{10^4}-\frac{3}{10^5}+\frac{3}{10^6}-\cdots$
$=\frac{1}{10}+\frac{3}{10^2}-\frac{3}{10^3}+\frac{3}{10^4}-\frac{3}{10^5}+\frac{3}{10^6}-\cdots$
$=0.1+0.03-0.003+0.0003-0.00003+0.000003-\cdots$
$=0.1+0.027+0.00027+0.0000027+\cdots$
$=0.1272727\cdots$
$=0.1\dot{2}\dot{7}$
$0.1\dot{2}\dot{7}$에서 순환마디의 숫자의 개수는 2이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 1은 순환하지 않는다.
따라서 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환하는 부분만으로 99번째 자리의 숫자이고 $99=2\times49+1$이므로 순환마디의 1번째 숫자인 2와 같다.

05 답 41

[전략] $\frac{k}{60}=\frac{k}{2^2\times3\times5}$($k$는 $1\le k\le n$인 자연수)를 정수나 유한소수로 나타낼 수 없으려면 k는 3의 배수가 아니어야 한다.

$\frac{k}{60}=\frac{k}{2^2\times3\times5}$($k$는 $1\le k\le n$인 자연수)를 정수나 유한소수로 나타낼 수 없으려면 k는 3의 배수가 아니어야 한다.

100 이하의 자연수 k에 대하여 3의 배수가 33개 있으므로 $\frac{k}{60}$를 정수나 유한소수로 나타낼 수 없는 수는 $100-33=67$(개)이다.

즉 67번째 수가 $\frac{100}{60}$, 68번째 수가 $\frac{101}{60}$, 69번째 수가 $\frac{103}{60}$, 70번째 수가 $\frac{104}{60}$이다.

따라서 $x=\frac{104}{60}=\frac{26}{15}$이므로 $a=26$, $b=15$

$\therefore a+b=26+15=41$

다른 풀이

$\frac{k}{60}=\frac{k}{2^2\times3\times5}$($k$는 $1\le k\le n$인 자연수)를 정수나 유한소수로 나타낼 수 없으려면 k는 3의 배수가 아니어야 한다.

위와 같은 수를 작은 수부터 차례로 나열하고 2개씩 묶으면

$\left(\frac{1}{60}, \frac{2}{60}\right), \left(\frac{4}{60}, \frac{5}{60}\right), \left(\frac{7}{60}, \frac{8}{60}\right), \cdots, \left(\frac{3m-2}{60}, \frac{3m-1}{60}\right), \cdots$ (m은 자연수)

이므로 70번째 수는 35번째 묶음의 2번째 수이다.

이때 35번째 묶음의 2번째 수는 $\frac{3\times35-1}{60}=\frac{104}{60}$

따라서 $x=\frac{104}{60}=\frac{26}{15}$이므로 $a=26$, $b=15$

$\therefore a+b=26+15=41$

06 답 $\frac{15}{2}$

[전략] 1과 4 사이를 28등분 하는 수를 나열하고, 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 찾는다.

두 점 1과 4 사이의 거리는 $4-1=3$이므로 1과 4 사이를 28등분 한 점들 중에서 이웃하는 두 점 사이의 거리는 $\frac{3}{28}$이다.

즉 $1=\frac{28}{28}$, $4=\frac{112}{28}$이므로

$a_1=\frac{31}{28}$, $a_2=\frac{34}{28}$, $a_3=\frac{37}{28}$, $\cdots$, $a_{27}=\frac{109}{28}$

이때 $28=2^2\times7$이므로 유한소수로 나타낼 수 있으려면 분자가 7의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 $\frac{49}{28}$, $\frac{70}{28}$, $\frac{91}{28}$이므로 그 합은

$\frac{49}{28}+\frac{70}{28}+\frac{91}{28}=\frac{15}{2}$

07 답 101, 103, 105

[전략] $0.3\dot{2}\dot{a}=\frac{317+a}{990}=\frac{b}{330}$이므로 $317+a$는 3의 배수이어야 함을 이용한다.

$0.3\dot{2}\dot{a}=\frac{320+a-3}{990}=\frac{317+a}{990}$이므로

$\frac{317+a}{990}=\frac{b}{330}$, $317+a=3b$ $\quad\therefore b=\frac{317+a}{3}$

이때 b는 자연수이므로 $317+a$는 3의 배수이어야 하고, a는 한 자리의 자연수이므로 $a=1, 4, 7$

(i) $a=1$일 때, $b=\frac{317+1}{3}=106$

$\quad\therefore b-a=106-1=105$

(ii) $a=4$일 때, $b=\frac{317+4}{3}=107$

$\quad\therefore b-a=107-4=103$

(iii) $a=7$일 때, $b=\frac{317+7}{3}=108$

$\quad\therefore b-a=108-7=101$

따라서 $b-a$의 값은 101, 103, 105이다.

08 답 14, 19

[전략] 순환소수를 분수로 나타내고 a, b, c 사이의 관계식을 찾는다.

$0.0\dot{b}=\frac{b}{90}$, $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$, $0.00\dot{c}=\frac{c}{900}$이므로

$(0.0\dot{b})^2=0.\dot{a}\times0.00\dot{c}$에서

$\left(\frac{b}{90}\right)^2=\frac{a}{9}\times\frac{c}{900}$, $\frac{b^2}{8100}=\frac{ac}{8100}$ $\quad\therefore b^2=ac$

(i) $a=2$일 때, $b^2=2c$이므로 $b=4$, $c=8$

$\quad\therefore a+b+c=2+4+8=14$

(ii) $a=3$일 때, $b^2=3c$이므로 이를 만족하는 b, c의 값은 존재하지 않는다.

(iii) $a=4$일 때, $b^2=4c$이므로 $b=6$, $b=9$

$\quad\therefore a+b+c=4+6+9=19$

따라서 $a+b+c$의 값은 14, 19이다.

09 답 1507

[전략] 주어진 조건을 모두 만족하는 순환소수를 분수로 나타내면 $\frac{k}{999}$ (k는 자연수) 꼴이다.

주어진 조건을 모두 만족하는 순환소수를 분수로 나타내면

$\frac{k}{999}$(k는 자연수) 꼴이다.

$\frac{k}{999}$를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 될 수 있는 수는 1을 제외한 $999=3^3\times37$의 약수이므로 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999이다.

그런데 분모가 3, 9이면 순환마디의 숫자의 개수가 1이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 분모가 될 수 있는 수는 27, 37, 111, 333, 999이므로 그 합은

$27+37+111+333+999=1507$

10 답 2

[전략] 주어진 등식을 간단히 하여 x의 값을 구한다.

$1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=1-\frac{x}{x+1}=\frac{1}{x+1}$

$0.\dot{8}\dot{1}=\frac{81}{99}=\frac{9}{11}$

즉 $\frac{1}{x+1}=\frac{9}{11}$이므로 $9x+9=11$

$9x=2$ $\quad\therefore x=\frac{2}{9}=0.\dot{2}$

따라서 a의 값은 2이다.

다른 풀이

$0.\dot{8}\dot{1}=\frac{81}{99}=\frac{9}{11}$이므로

$\frac{9}{11}=1-\frac{2}{11}=1-\frac{1}{\frac{11}{2}}=1-\frac{1}{1+\frac{9}{2}}$

즉 $\frac{1}{x}=\frac{9}{2}$이므로 $x=\frac{2}{9}=0.\dot{2}$

$\therefore a=2$

100점 TIP

$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}}=\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$ (단, $BCD\neq0$)

11 답 $9.\dot{0}\dot{9}$

[전략] 처음 원에서 반지름의 길이를 $\frac{9}{10}$씩 줄이는 과정을 계속할 때 생기는 원의 넓이의 규칙성을 찾는다.

처음 원의 반지름의 길이는 3이므로

넓이는 $\pi\times3^2=9\pi$

두 번째 원의 반지름의 길이는 $3\times\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$이므로

넓이는 $\pi\times\left(\frac{3}{10}\right)^2=\pi\times\frac{9}{10^2}$

세 번째 원의 반지름의 길이는 $\frac{3}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{3}{10^2}$이므로

넓이는 $\pi\times\left(\frac{3}{10^2}\right)^2=\pi\times\frac{9}{10^4}$

⋮

따라서 모든 원의 넓이의 합은

$$9\pi+\pi\times\frac{9}{10^2}+\pi\times\frac{9}{10^4}+\cdots=\pi\times\left(9+\frac{9}{10^2}+\frac{9}{10^4}+\cdots\right)$$
$$=\pi\times9.0909\cdots$$
$$=9.\dot{0}\dot{9}\pi$$

$\therefore a=9.\dot{0}\dot{9}$

12 답 $0.\dot{1}\dot{8}$

[전략] 순환소수를 분수로 나타내고 a와 b 사이의 관계식을 찾는다.

$0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{4}$에서

$\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99}=\frac{4}{9}$, $\frac{11a+11b}{99}=\frac{4}{9}$

$11a+11b=44$ $\quad\therefore a+b=4$

이때 a, b는 서로 다른 한 자리의 자연수이므로 $a=1$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=1$

(i) $a=1$, $b=3$일 때, $0.\dot{b}\dot{a}>0.\dot{a}\dot{b}$이므로

$0.\dot{b}\dot{a}-0.\dot{a}\dot{b}=0.\dot{3}\dot{1}-0.\dot{1}\dot{3}=\frac{31}{99}-\frac{13}{99}=\frac{18}{99}=0.\dot{1}\dot{8}$

(ii) $a=3$, $b=1$일 때, $0.\dot{a}\dot{b}>0.\dot{b}\dot{a}$이므로

$0.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{3}\dot{1}-0.\dot{1}\dot{3}=\frac{31}{99}-\frac{13}{99}=\frac{18}{99}=0.\dot{1}\dot{8}$

따라서 $0.\dot{a}\dot{b}$와 $0.\dot{b}\dot{a}$의 차는 $0.\dot{1}\dot{8}$이다.

2 식의 계산

01 | 단항식의 계산

개념 확인 31쪽

01 답 ⑤

① $(x^3)^2\times(x^3)^4=x^6\times x^{12}=x^{18}$

② $(x^4)^5\times x^2\div(x^2)^8=x^{20}\times x^2\div x^{16}=x^6$

③ $(x^2)^7\div(x^3)^5\div x^4=x^{14}\div x^{15}\div x^4=\frac{1}{x^5}$

⑤ $\left(-\frac{2x^3}{3y^5}\right)^4=\frac{16x^{12}}{81y^{20}}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 답 ③

① $x^\square\times x^3=x^{\square+3}=x^7$에서 $\square+3=7$ $\quad\therefore \square=4$

② $(x^4)^\square=x^{4\times\square}=x^{20}$에서 $4\times\square=20$ $\quad\therefore \square=5$

③ $x^3\div x^9=\frac{1}{x^6}$ $\quad\therefore \square=6$

④ $x^5\div x^\square=x^{5-\square}=x^3$에서 $5-\square=3$ $\quad\therefore \square=2$

⑤ $(x^\square y^2)^4=x^{\square\times4}y^8=x^{12}y^8$에서 $\square\times4=12$ $\quad\therefore \square=3$

따라서 □ 안에 들어갈 수가 가장 큰 것은 ③이다.

03 답 ④

① $a^3\times a^3\div a^4=a^2$

② $a^3\times(a\div a^2)=a^3\times\frac{1}{a}=a^2$

③ $(a^3)^2\div(a^2)^2=a^6\div a^4=a^2$

④ $a^2\div(a^3\times a)=a^2\div a^4=\frac{1}{a^2}$

⑤ $a^3\div(a^3\div a^2)=a^3\div a=a^2$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

04 답 ⑤

① $9x^2\times4x^5\div6x^4=9x^2\times4x^5\times\frac{1}{6x^4}=6x^3$

② $8x^4y^2\times\left(-\frac{3}{2}xy^2\right)^2=8x^4y^2\times\frac{9}{4}x^2y^4=18x^6y^6$

③ $(3xy^3)^3\div\frac{9}{2}x^2y^4=27x^3y^9\times\frac{2}{9x^2y^4}=6xy^5$

④ $(-3x^3y)^2\div2x^2y^3\div\frac{x}{3y}=9x^6y^2\times\frac{1}{2x^2y^3}\times\frac{3y}{x}=\frac{27}{2}x^3$

⑤ $(-2xy^2)^3\times\frac{2}{3}x^2\div(-16x^5y^3)$

$=-8x^3y^6\times\frac{2}{3}x^2\times\left(-\frac{1}{16x^5y^3}\right)=\frac{1}{3}y^3$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 답 111

$(-2x^Ay^2)^2\times(3xy^B)^3=4x^{2A}y^4\times27x^3y^{3B}$
$=108x^{2A+3}y^{4+3B}$
$=Cx^5y^{10}$

$C=108$
$2A+3=5$에서 $A=1$
$4+3B=10$에서 $B=2$
$\therefore A+B+C=1+2+108=111$

06 답 $3a^2b^3$

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times4ab^2\times3a^4b^2=6a^5b^4$이므로
(직사각형의 가로의 길이)$\times2a^3b=6a^5b^4$
$\therefore$ (직사각형의 가로의 길이)$=6a^5b^4\div2a^3b$
$=\frac{6a^5b^4}{2a^3b}$
$=3a^2b^3$

적중 & 심화 유형 연습

32쪽~39쪽

01 답 ⑤

① $(x^4y^{\square})^2=x^8y^{\square\times2}=x^8y^6$에서
$\square\times2=6$ $\quad\therefore\square=3$
② $x^8\div(x^3)^4=x^8\div x^{12}=\frac{1}{x^4}$ $\quad\therefore\square=4$
③ $(x^2)^3\times x^{\square}=x^6\times x^{\square}=x^{6+\square}=x^{11}$에서
$6+\square=11$ $\quad\therefore\square=5$
④ $x^5\times x^{\square}\div x^4=x^{5+\square-4}=x^7$에서
$5+\square-4=7$ $\quad\therefore\square=6$
⑤ $x^{10}\div x^2\div(x^3)^{\square}=x^{10}\div x^2\div x^{3\times\square}=x^{8-3\times\square}=x^2$에서
$8-3\times\square=2$ $\quad\therefore\square=2$
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수가 가장 작은 것은 ⑤이다.

02 답 21

$\left(\frac{ax^2}{y^4z^b}\right)^c=\frac{a^cx^{2c}}{y^{4c}z^{bc}}=\frac{125x^6}{y^dz^3}$이므로
$2c=6$에서 $c=3$
$a^c=125$에서 $a^3=125=5^3$ $\quad\therefore a=5$
$4c=d$에서 $d=4\times3=12$
$bc=3$에서 $3b=3$ $\quad\therefore b=1$
$\therefore a+b+c+d=5+1+3+12=21$

03 답 0.36

$3^{10}=60000=6\times10^4$이므로
$0.9^{10}=\left(\frac{9}{10}\right)^{10}=\frac{(3^2)^{10}}{10^{10}}=\frac{(3^{10})^2}{10^{10}}=\frac{(6\times10^4)^2}{10^{10}}$
$=\frac{6^2\times10^8}{10^{10}}=\frac{36}{100}=0.36$

04 답 7

$12\times14\times15\times16\times18\times20$
$=(2^2\times3)\times(2\times7)\times(3\times5)\times2^4\times(2\times3^2)\times(2^2\times5)$
$=2^{2+1+4+1+2}\times3^{1+1+2}\times5^{1+1}\times7$
$=2^{10}\times3^4\times5^2\times7$
따라서 $a=10$, $b=4$, $c=2$, $d=1$이므로
$a-b+c-d=10-4+2-1=7$

05 답 24

$16^3\times18^4=(2^4)^3\times(2\times3^2)^4=2^{12}\times2^4\times3^8=2^{16}\times3^8$
따라서 $a=16$, $b=8$이므로
$a+b=16+8=24$

06 답 81

$ab=3^{2x}\times3^{2y}=3^{2x+2y}=3^{2(x+y)}=3^{2\times2}=3^4=81$

07 답 3

$7^{15}\times49^{20}=7^{15}\times(7^2)^{20}=7^{15}\times7^{40}=7^{55}$
이때 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1이 순서대로 반복되고 $55=4\times13+3$이므로 7^{55}의 일의 자리의 숫자는 7^3의 일의 자리의 숫자와 같다.
따라서 $7^{15}\times49^{20}$의 일의 자리의 숫자는 3이다.

08 답 2

$2^{2x}\times16^{2x}=2^{2x}\times(2^4)^{2x}=2^{10x}$
$4^6\times2^{3x+2}=(2^2)^6\times2^{3x+2}=2^{3x+14}$
즉 $2^{10x}=2^{3x+14}$이므로
$10x=3x+14$, $7x=14$ $\quad\therefore x=2$

09 답 2

$27^{3x}\div81=(3^3)^{3x}\div3^4=3^{9x-4}$ …… ❶
$9^{2x}\div\frac{1}{9^3}=9^{2x}\times9^3=(3^2)^{2x}\times(3^2)^3=3^{4x+6}$ …… ❷
즉 $3^{9x-4}=3^{4x+6}$이므로
$9x-4=4x+6$, $5x=10$ $\quad\therefore x=2$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 좌변을 3의 거듭제곱으로 나타내기	40 %
❷ 우변을 3의 거듭제곱으로 나타내기	40 %
❸ x의 값 구하기	20 %

10 답 1

$$\frac{9^4+9^4+9^4}{2^5+2^5}\times\frac{4^2+4^2+4^2+4^2}{3^8+3^8+3^8}=\frac{3\times9^4}{2\times2^5}\times\frac{4\times4^2}{3\times3^8}$$
$$=\frac{3\times(3^2)^4}{2\times2^5}\times\frac{2^2\times(2^2)^2}{3\times3^8}$$
$$=\frac{3^9}{2^6}\times\frac{2^6}{3^9}=1$$

11 답 7

$3^6+9^3+27^2=3^6+(3^2)^3+(3^3)^2=3^6+3^6+3^6$
$=3\times3^6=3^7$
$\therefore x=7$

12 답 5

$2^{x+3}+2^{x+1}+2^x=2^x\times2^3+2^x\times2+2^x$
$=2^x\times(2^3+2+1)=2^x\times11$
즉 $2^x\times11=352$이므로 $2^x=32=2^5$ $\quad\therefore x=5$

13 답 18

$(2^6+2^6+2^6+2^6)\times5^8=4\times2^6\times5^8=2^2\times2^6\times5^8$
$=2^8\times5^8=(2\times5)^8=10^8$
따라서 $x=10$, $y=8$이므로
$x+y=10+8=18$

14 답 A^4

$(a^5)^4\times a^4\div(a^4)^3=a^{20}\times a^4\div a^{12}=a^{12}=(a^3)^4=A^4$

15 답 $9a^6$

$\frac{27^{2x+1}}{3}=\frac{27^{2x}\times27}{3}=27^{2x}\times9=(3^3)^{2x}\times9$
$=3^{6x}\times9=(3^x)^6\times9=9a^6$

16 답 $\frac{a^2}{49}$

$a=7^{x+1}=7^x\times7$이므로 $7^x=\frac{a}{7}$
$\therefore 49^x=(7^2)^x=7^{2x}=(7^x)^2=\left(\frac{a}{7}\right)^2=\frac{a^2}{49}$

17 답 $\frac{a^4}{25}$

$a=5^{x-1}=5^x\div5=\frac{5^x}{5}$이므로 $5^x=5a$
$\therefore 125^{2x}\times\left(\frac{1}{25}\right)^{x+3}=(5^3)^{2x}\times\frac{1}{(5^2)^{x+3}}=5^{6x}\times\frac{1}{5^{2x+6}}$
$=5^{6x}\times\frac{1}{5^{2x}\times5^6}=(5^x)^6\times\frac{1}{(5^x)^2\times5^6}$
$=(5a)^6\times\frac{1}{(5a)^2\times5^6}$
$=5^6\times a^6\times\frac{1}{5^2\times a^2\times5^6}=\frac{a^4}{25}$

18 답 (1) $a=225$, $n=7$ (2) 10자리

(1) $A=2^7\times3^2\times5^9=2^7\times3^2\times5^7\times5^2$
$=3^2\times5^2\times(2\times5)^7=225\times10^7$
$\therefore a=225$, $n=7$

100점 TIP
2와 5의 지수 중 작은 쪽의 지수에 맞춰서 2와 5의 지수가 같아지도록 변형한 후 $a\times10^n$(a, n은 자연수) 꼴로 나타낸다.
이때 ($a\times10^n$의 자릿수)=(a의 자릿수)+n이다.

19 답 25

$2^{17}\times3^3\times5^{18}\times6^2=2^{17}\times3^3\times5^{18}\times(2\times3)^2$
$=2^{17}\times3^3\times5^{18}\times2^2\times3^2$
$=2^{19}\times3^5\times5^{18}$
$=2\times2^{18}\times3^5\times5^{18}$
$=2\times3^5\times(2\times5)^{18}=486\times10^{18}$ ······ ❶
즉 $2^{17}\times3^3\times5^{18}\times6^2$은 21자리의 자연수이므로 $n=21$ ······ ❷
또 최고 자리의 숫자는 4이므로 $a=4$ ······ ❸
$\therefore n+a=21+4=25$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ 주어진 수를 (자연수)×(10의 거듭제곱) 꼴로 나타내기	40 %
❷ n의 값 구하기	20 %
❸ a의 값 구하기	20 %
❹ $n+a$의 값 구하기	20 %

20 답 5

$(2^3\times2^3\times2^3\times2^3)\times(5^9+5^9+5^9)=2^{12}\times3\times5^9$
$=2^3\times2^9\times3\times5^9$
$=2^3\times3\times(2\times5)^9$
$=24\times10^9$
즉 $(2^3\times2^3\times2^3\times2^3)\times(5^9+5^9+5^9)$은 11자리의 자연수이므로 $n=11$
또 각 자리의 숫자의 합은 $2+4=6$이므로 $a=6$
$\therefore n-a=11-6=5$

21 답 2

$6x^3y^4\div3x^Ay^2\times(-2xy)^B=6x^3y^4\times\frac{1}{3x^Ay^2}\times(-2)^Bx^By^B$
$=2\times(-2)^B\times x^{3-A+B}y^{2+B}=Cxy^4$
$2+B=4$에서 $B=2$
$2\times(-2)^B=C$에서 $C=2\times(-2)^2=8$
$3-A+B=1$에서 $3-A+2=1$ $\quad\therefore A=4$
$\therefore 2A+B-C=2\times4+2-8=2$

22 답 $4x^3y$

$(6xy^2)^2\div\boxed{}\times(-2xy)^3=-72x^2y^6$에서
$36x^2y^4\times\frac{1}{\boxed{}}\times(-8x^3y^3)=-72x^2y^6$
$\therefore \boxed{}=36x^2y^4\times(-8x^3y^3)\times\left(-\frac{1}{72x^2y^6}\right)=4x^3y$

23 답 (가) $\frac{1}{8}ab^3$ (나) $\frac{1}{2}a^5b^5$

(나)$\div\frac{1}{3}ab^2=\frac{3}{2}a^4b^3$이므로

(나)$=\frac{3}{2}a^4b^3\times\frac{1}{3}ab^2=\frac{1}{2}a^5b^5$

(가)$\times(2a^2b)^2=$(나)에서 (가)$\times 4a^4b^2=\frac{1}{2}a^5b^5$이므로

(가)$=\frac{1}{2}a^5b^5\div 4a^4b^2=\frac{1}{2}a^5b^5\times\frac{1}{4a^4b^2}=\frac{1}{8}ab^3$

24 답 $4a^2b^6$

$\frac{5}{2}a^2\times 8b\times$(높이)$=80a^4b^7$이므로

(높이)$=80a^4b^7\div\frac{5}{2}a^2\div 8b$

$=80a^4b^7\times\frac{2}{5a^2}\times\frac{1}{8b}=4a^2b^6$

25 답 $\frac{2}{3}x^3y$

(원기둥 모양의 그릇의 부피)$=\pi\times(x^2y)^2\times 2xy^3$

$=\pi\times x^4y^2\times 2xy^3=2\pi x^5y^5$

이므로 $\frac{1}{3}\times\pi\times(3xy^2)^2\times$(원뿔 모양의 그릇의 높이)$=2\pi x^5y^5$

$\therefore$ (원뿔 모양의 그릇의 높이)$=2\pi x^5y^5\div\frac{1}{3}\div\pi\div(3xy^2)^2$

$=2\pi x^5y^5\times 3\times\frac{1}{\pi}\times\frac{1}{9x^2y^4}=\frac{2}{3}x^3y$

26 답 12

$2^{127}\times(0.5)^{125}+\frac{22^3}{11^3}=2^{127}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{125}+\left(\frac{22}{11}\right)^3$

$=2^{127}\times\frac{1}{2^{125}}+2^3$

$=2^2+2^3=12$

27 답 25

$\left(\frac{5}{3}\right)^{36}\times(0.6)^{34}=\left(\frac{5}{3}\right)^{36}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{34}=\frac{5^{36}}{3^{36}}\times\frac{3^{34}}{5^{34}}=\frac{5^2}{3^2}=\frac{25}{9}$

$\frac{120^2}{40^2}=\left(\frac{120}{40}\right)^2=3^2=9$

따라서 $a=\frac{25}{9}$, $b=9$이므로 $ab=\frac{25}{9}\times 9=25$

28 답 3

$\left(\frac{8}{3}\right)^n\times(0.25)^{9-n}\times 6^n=\left(\frac{2^3}{3}\right)^n\times\left(\frac{1}{2^2}\right)^{9-n}\times(2\times 3)^n$

$=\frac{2^{3n}}{3^n}\times\frac{1}{2^{18-2n}}\times 2^n\times 3^n$

$=\frac{2^{4n}}{2^{18-2n}}=1$

즉 $4n=18-2n$이므로

$6n=18$ $\quad\therefore n=3$

29 답 1

[전략] $(-1)^{\text{홀수}}=-1$, $(-1)^{\text{짝수}}=1$임을 이용한다.

n이 짝수이므로 $n+2$는 짝수이고 $n+1$, $n-1$은 홀수이다.

$\therefore (-1)^{n+2}-(-1)^{n+1}+(-1)^n\times(-1)^{n-1}$

$=1-(-1)+1\times(-1)$

$=1+1-1=1$

30 답 -1

$2n-1$은 홀수이고 $2n$, $2n+2$는 짝수이므로

$(-1)^{2n-1}-(-1)^{2n}+(-1)^{2n+2}$

$=-1-1+1$

$=-1$

31 답 1 또는 -3

[전략] n이 홀수일 때와 짝수일 때로 나누어 계산한다.

(i) n이 홀수일 때, $n+1$, $2n$, $3n-1$은 모두 짝수이므로

$(-1)^{n+1}-(-1)^{2n}+(-1)^{3n-1}=1-1+1=1$

(ii) n이 짝수일 때, $n+1$, $3n-1$은 홀수이고 $2n$은 짝수이므로

$(-1)^{n+1}-(-1)^{2n}+(-1)^{3n-1}=-1-1+(-1)=-3$

32 답 $a^2b^2c^4$

$60^4=(2^2\times 3\times 5)^4=2^8\times 3^4\times 5^4$

$=(2^4)^2\times(3^2)^2\times 5^4=a^2b^2c^4$

33 답 $\frac{5}{4}ab$

$a=2^{x+2}=2^x\times 2^2$이므로 $2^x=\frac{a}{4}$ …… ❶

$b=5^{x-1}=5^x\div 5=\frac{5^x}{5}$이므로 $5^x=5b$ …… ❷

$\therefore 10^x=(2\times 5)^x=2^x\times 5^x=\frac{a}{4}\times 5b=\frac{5}{4}ab$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 2^x을 a의 식으로 나타내기	30 %
❷ 5^x을 b의 식으로 나타내기	30 %
❸ 10^x을 a, b를 사용하여 나타내기	40 %

34 답 $\frac{72b^2}{a}$

$a=2^{x+1}=2^x\times 2$이므로 $2^x=\frac{a}{2}$

$b=6^{x-1}=6^x\div 6=\frac{6^x}{6}$이므로 $6^x=6b$

이때 $18^x=(2\times 3^2)^x=2^x\times 3^{2x}=2^x\times(3^x)^2$

또 $6^x=(2\times 3)^x=2^x\times 3^x=6b$이므로

$3^x=6b\div 2^x=6b\div\frac{a}{2}=6b\times\frac{2}{a}=\frac{12b}{a}$

$\therefore 18^x=2^x\times(3^x)^2=\frac{a}{2}\times\left(\frac{12b}{a}\right)^2=\frac{a}{2}\times\frac{144b^2}{a^2}=\frac{72b^2}{a}$

35 답 12

$$\frac{12^5\times15^{15}}{45^{10}}=\frac{(2^2\times3)^5\times(3\times5)^{15}}{(3^2\times5)^{10}}$$
$$=\frac{2^{10}\times3^5\times3^{15}\times5^{15}}{3^{20}\times5^{10}}$$
$$=2^{10}\times5^5=2^5\times2^5\times5^5$$
$$=2^5\times(2\times5)^5=32\times10^5$$

즉 $\frac{12^5\times15^{15}}{45^{10}}$은 7자리의 자연수이므로 $n=7$

또 0이 아닌 각 자리의 숫자의 합은 $3+2=5$이므로 $a=5$

$\therefore n+a=7+5=12$

36 답 16자리

$$\frac{2^{40}\times6^6\times60^{15}}{24^{20}}=\frac{2^{40}\times(2\times3)^6\times(2^2\times3\times5)^{15}}{(2^3\times3)^{20}}$$
$$=\frac{2^{40}\times2^6\times3^6\times2^{30}\times3^{15}\times5^{15}}{2^{60}\times3^{20}}$$
$$=2^{16}\times3\times5^{15}=2\times2^{15}\times3\times5^{15}$$
$$=2\times3\times(2\times5)^{15}=6\times10^{15}$$

따라서 $\frac{2^{40}\times6^6\times60^{15}}{24^{20}}$은 16자리의 자연수이다.

37 답 2

$$2^{13}\times5^{10}\times11^a=2^3\times2^{10}\times5^{10}\times11^a$$
$$=2^3\times11^a\times(2\times5)^{10}$$
$$=2^3\times11^a\times10^{10}$$

이때 $2^{13}\times5^{10}\times11^a$이 13자리의 자연수가 되려면 $2^3\times11^a$이 3자리의 자연수이어야 한다.

(i) $a=1$일 때, $2^3\times11=88$

(ii) $a=2$일 때, $2^3\times11^2=968$

(iii) $a=3$일 때, $2^3\times11^3=10648$

따라서 a의 값은 2이다.

38 답 B, C, A

[전략] 지수법칙을 이용하여 지수를 같게 한 후 밑을 비교한다.

$A=2^{24}=(2^4)^6=16^6$

$B=3^{18}=(3^3)^6=27^6$

$C=5^{12}=(5^2)^6=25^6$

이때 $16<25<27$이므로 $A<C<B$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면 B, C, A이다.

100점 TIP

자연수 a, b, n에 대하여

$a<b$이면 $a^n<b^n$

➡ 지수가 같으면 밑이 클수록 큰 수이다.

39 답 ③

① $2^{50}=(2^5)^{10}=32^{10}$ ② $3^{40}=(3^4)^{10}=81^{10}$

③ $5^{30}=(5^3)^{10}=125^{10}$ ④ $8^{20}=(8^2)^{10}=64^{10}$

⑤ $9^{15}=(3^2)^{15}=3^{30}=(3^3)^{10}=27^{10}$

이때 $27<32<64<81<125$이므로

$9^{15}<2^{50}<8^{20}<3^{40}<5^{30}$

따라서 가장 큰 수는 ③이다.

40 답 4개

$5^{30}<n^{45}<4^{60}$에서 $(5^2)^{15}<(n^3)^{15}<(4^4)^{15}$이므로

$5^2<n^3<4^4$, 즉 $25<n^3<256$

이때 $2^3=8$, $3^3=27$, $4^3=64$, $5^3=125$, $6^3=216$, $7^3=343$이므로 주어진 식을 만족하는 자연수 n의 값은 3, 4, 5, 6의 4개이다.

41 답 2100초

[전략] 단위를 통일하고, (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용한다.

6.3×10^{11} m$=6.3\times10^8$ km이므로

빛이 지구에서 목성까지 도달하는 데 걸리는 시간은

$\frac{6.3\times10^8}{3\times10^5}=2.1\times10^3=2100$(초)

42 답 28

$40^8=(2^2\times10)^8=2^{16}\times10^8$이므로

$$40^8\text{ MiB}=2^{16}\times10^8\times2^{10}\text{ KiB}$$
$$=2^{16}\times10^8\times2^{10}\times2^{10}\text{ B}$$
$$=2^{36}\times10^8\text{ B}$$

따라서 $a=36$, $b=8$이므로

$a-b=36-8=28$

43 답 4

1 nm$=\frac{1}{10^9}$ m이고

1 nm$=$(성인 머리카락 굵기)$\times\frac{1}{10^5}$이므로

(성인 머리카락 굵기)$=1$ nm$\times10^5=\frac{1}{10^9}$ m$\times10^5=\frac{1}{10^4}$ m

$\therefore a=4$

44 답 3^{14}마리

세균의 수가 20분마다 3배씩 증가하므로 1시간마다 3^3배씩 증가한다.

따라서 4시간 후의 세균의 수는

$9\times(3^3)^4=3^2\times3^{12}=3^{14}$(마리)

45 답 2

[전략] 지수법칙을 이용하여 주어진 식의 좌변을 정리한 후 밑이 같은 지수끼리 비교한다.

$(x^ay^bz^c)^d=x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{16}y^{24}z^{40}$에서

$ad=16$, $bd=24$, $cd=40$이므로

가장 큰 자연수 d의 값은 16, 24, 40의 최대공약수이다.

따라서 $d=8$이고 $a=2$, $b=3$, $c=5$이므로
$a+b+c-d=2+3+5-8=2$

46 답 27

$(3x^ay^bz^c)^d=3^dx^{ad}y^{bd}z^{cd}=Ax^{18}y^{15}z^{24}$에서
$3^d=A$, $ad=18$, $bd=15$, $cd=24$이므로
가장 큰 자연수 A의 값을 구하려면 가장 큰 자연수 d의 값을 구해야 한다.
따라서 가장 큰 자연수 d의 값은 18, 15, 24의 최대공약수인 3이므로 $A=3^3=27$

47 답 61

$\left(\dfrac{yz^5}{x^6}\right)^a=\dfrac{y^az^{5a}}{x^{6a}}=\dfrac{y^{3b}z^{25c}}{x^{12d}}$에서
$a=3b$, $5a=25c$, $6a=12d$, 즉 $a=3b$, $a=5c$, $a=2d$이므로
가장 작은 자연수 a의 값은 3, 5, 2의 최소공배수이다.
따라서 $a=30$이고 $b=10$, $c=6$, $d=15$이므로
$a+b+c+d=30+10+6+15=61$

48 답 $\dfrac{2}{3}b$

직사각형의 가로를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 $3a$이고 높이가 $2ab$인 원기둥이므로
$P=\pi\times(3a)^2\times 2ab=\pi\times 9a^2\times 2ab=18\pi a^3b$
직사각형의 세로를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 $2ab$이고 높이가 $3a$인 원기둥이므로
$Q=\pi\times(2ab)^2\times 3a=\pi\times 4a^2b^2\times 3a=12\pi a^3b^2$
$\therefore \dfrac{Q}{P}=\dfrac{12\pi a^3b^2}{18\pi a^3b}=\dfrac{2}{3}b$

49 답 5

(직육면체 모양의 찰흙의 부피)
$=(2x^2y^2)^2\times\dfrac{5\pi y^2}{3x}=4x^4y^4\times\dfrac{5\pi y^2}{3x}=\dfrac{20}{3}\pi x^3y^6$ …… ❶
(구의 부피)$=\dfrac{4}{3}\pi\times(xy^2)^3=\dfrac{4}{3}\pi x^3y^6$ …… ❷
따라서 만들 수 있는 구의 개수는
$\dfrac{20}{3}\pi x^3y^6\div\dfrac{4}{3}\pi x^3y^6=\dfrac{20}{3}\pi x^3y^6\times\dfrac{3}{4\pi x^3y^6}=5$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 직육면체 모양의 찰흙의 부피 구하기	30 %
❷ 구의 부피 구하기	30 %
❸ 만들 수 있는 구의 개수 구하기	40 %

50 답 3배

(처음 원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$
(바뀐 원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3r)^2\times\dfrac{1}{3}h$
$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times 9r^2\times\dfrac{1}{3}h=\pi r^2h$

따라서 바뀐 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의
$\pi r^2h\div\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\pi r^2h\times\dfrac{3}{\pi r^2h}=3$(배)

적중 & 심화 실전 TEST

40쪽~41쪽

01 답 24

$(a^4)^{m+2}\times(b^4)^3\div\{(a^6)^5\times(b^n)^3\}=a^{4m+8}\times b^{12}\div(a^{30}\times b^{3n})$
$=a^{4m+8}\times b^{12}\div a^{30}\div b^{3n}$
$=a^2$
$4m+8-30=2$에서 $4m=24$ $\quad\therefore m=6$
$12=3n$에서 $n=4$
$\therefore mn=6\times4=24$

02 답 4

$4^{2x-1}\times 8^{x-2}=(2^2)^{2x-1}\times(2^3)^{x-2}=2^{4x-2}\times 2^{3x-6}=2^{7x-8}$
$16^{x+1}=(2^4)^{x+1}=2^{4x+4}$
즉 $2^{7x-8}=2^{4x+4}$이므로
$7x-8=4x+4$, $3x=12$ $\quad\therefore x=4$

03 답 2

$\dfrac{2^4+2^4+2^4+2^4}{3^3+3^3+3^3}\times\dfrac{9^2+9^2}{4^3}=\dfrac{4\times 2^4}{3\times 3^3}\times\dfrac{2\times 9^2}{4^3}$
$=\dfrac{2^2\times 2^4}{3\times 3^3}\times\dfrac{2\times(3^2)^2}{(2^2)^3}$
$=\dfrac{2^6}{3^4}\times\dfrac{2\times 3^4}{2^6}=2$

04 답 24

$27^3\div 3^{2x}=(3^3)^3\div 3^{2x}=\dfrac{1}{3^{2x-9}}=\dfrac{1}{3^3}$이므로
$2x-9=3$, $2x=12$ $\quad\therefore x=6$
$8^6\times 5^{3x}=(2^3)^6\times 5^{3\times 6}=2^{18}\times 5^{18}=(2\times 5)^{18}=10^{18}$
즉 $8^6\times 5^{3x}$은 19자리의 자연수이므로 $n=19$
또 최고 자리의 숫자는 1이므로 $a=1$
$\therefore x+n-a=6+19-1=24$

05 답 1

$(axy^2)^3\div\dfrac{1}{2}x^by^3\times(-3xy^c)=a^3x^3y^6\times\dfrac{2}{x^by^3}\times(-3xy^c)$
$=-6a^3x^{4-b}y^{3+c}=48x^2y^4$
$-6a^3=48$에서 $a^3=-8=(-2)^3$ $\quad\therefore a=-2$
$4-b=2$에서 $b=2$
$3+c=4$에서 $c=1$
$\therefore a+b+c=-2+2+1=1$

06 답 a

m은 홀수, n은 짝수이므로 $m+n$, $n+1$은 홀수이고 mn은 짝수이다.

$$\therefore \frac{(-1)^{mn}\times(-a)^{n+1}}{(-1)^{m+n}\times(-a)^{n}}=\frac{(-1)^{mn}\times(-1)^{n+1}\times a^{n+1}}{(-1)^{m+n}\times(-1)^{n}\times a^{n}}$$
$$=\frac{1\times(-1)\times a^{n+1}}{-1\times1\times a^{n}}=a$$

07 답 $\frac{9}{5}a^2b$

$a=3^{x-1}=3^x\div3=\frac{3^x}{3}$이므로 $3^x=3a$

$b=5^{x+1}=5^x\times5$이므로 $5^x=\frac{b}{5}$

$\therefore 45^x=(3^2\times5)^x=3^{2x}\times5^x=(3^x)^2\times5^x$

$=(3a)^2\times\frac{b}{5}=\frac{9}{5}a^2b$

08 답 38

[전략] x, m이 자연수일 때, $a^x=a^{x-m}\times a^m(x\ge m)$임을 이용한다.

$2^x\times5^8\times11=2^{x-8}\times2^8\times5^8\times11$

$=2^{x-8}\times11\times(2\times5)^8$

$=2^{x-8}\times11\times10^8$

이때 $2^x\times5^8\times11$이 10자리의 자연수가 되려면 $2^{x-8}\times11$이 2자리의 자연수이어야 한다.

(i) $x=8$일 때, $2^{8-8}\times11=11$

(ii) $x=9$일 때, $2^{9-8}\times11=22$

(iii) $x=10$일 때, $2^{10-8}\times11=44$

(iv) $x=11$일 때, $2^{11-8}\times11=88$

(v) $x=12$일 때, $2^{12-8}\times11=176$

따라서 자연수 x의 값은 8, 9, 10, 11이므로 그 합은

$8+9+10+11=38$

참고

$x=7$이면 $2^7\times5^8\times11=2^7\times5^7\times5\times11$

$=5\times11\times(2\times5)^7$

$=55\times10^7$

즉 9자리의 자연수이므로 x는 8 이상의 자연수이다.

09 답 ②

① $2^{30}=(2^3)^{10}=8^{10}$

② $3^{20}=(3^2)^{10}=9^{10}$

③ $\frac{2^{10}\times5^{15}}{5^5}=2^{10}\times5^{10}=(2\times5)^{10}=10^{10}$

④ $2^{10}\times3^{10}=(2\times3)^{10}=6^{10}$

⑤ $4^9+4^9+4^9+4^9=4\times4^9=4^{10}$

이때 $4<6<8<9<10$이므로

⑤<④<①<②<③

따라서 계산 결과가 두 번째로 큰 것은 ②이다.

10 답 5^5배

1단계에서 메시지를 받는 사람 수는 5명

2단계에서 메시지를 받는 사람 수는 $5\times5=5^2$(명)

3단계에서 메시지를 받는 사람 수는 $5^2\times5=5^3$(명)

4단계에서 메시지를 받는 사람 수는 $5^3\times5=5^4$(명)

5단계에서 메시지를 받는 사람 수는 $5^4\times5=5^5$(명)

⋮

10단계에서 메시지를 받는 사람 수는 5^{10}명

따라서 10단계에서 메시지를 받는 사람 수는 5단계에서 메시지를 받는 사람 수의 $5^{10}\div5^5=5^5$(배)

11 답 ④

$(x^ay^bz^c)^d=x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{12}y^{18}z^{30}$에서

$ad=12$, $bd=18$, $cd=30$이므로

자연수 d의 값은 12, 18, 30의 최대공약수인 6의 약수이다.

(i) $d=1$이면 $a=12$, $b=18$, $c=30$이므로

$a+b+c=12+18+30=60$

(ii) $d=2$이면 $a=6$, $b=9$, $c=15$이므로

$a+b+c=6+9+15=30$

(iii) $d=3$이면 $a=4$, $b=6$, $c=10$이므로

$a+b+c=4+6+10=20$

(iv) $d=6$이면 $a=2$, $b=3$, $c=5$이므로

$a+b+c=2+3+5=10$

따라서 $a+b+c$의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

12 답 $\frac{3}{b}$

직각삼각형 ABC를 $\overline{AC}$를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 $9ab$이고 높이가 $3ab^2$인 원뿔이므로

$P=\frac{1}{3}\times\pi\times(9ab)^2\times3ab^2$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times81a^2b^2\times3ab^2=81\pi a^3b^4$

직각삼각형 ABC를 $\overline{BC}$를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 $3ab^2$이고 높이가 $9ab$인 원뿔이므로

$Q=\frac{1}{3}\times\pi\times(3ab^2)^2\times9ab$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times9a^2b^4\times9ab=27\pi a^3b^5$

$\therefore P\div Q=81\pi a^3b^4\div27\pi a^3b^5=\frac{81\pi a^3b^4}{27\pi a^3b^5}=\frac{3}{b}$

02 | 단항식과 다항식의 계산

개념 확인

43쪽

01 답 1

$$2x+\frac{x-2y}{3}-\frac{3x-5y}{2}=\frac{12x+2x-4y-9x+15y}{6}$$
$$=\frac{5x+11y}{6}=\frac{5}{6}x+\frac{11}{6}y$$

따라서 $a=\frac{5}{6}$, $b=\frac{11}{6}$이므로

$b-a=\frac{11}{6}-\frac{5}{6}=1$

02 답 -6

$2(x^2-4x-3)-(ax^2-2x+5)=2x^2-8x-6-ax^2+2x-5$
$=(2-a)x^2-6x-11$

이때 x^2의 계수와 상수항의 합이 -3이므로

$2-a+(-11)=-3 \quad \therefore a=-6$

03 답 $-2x+6y$

$5y-[x+3y-\{x-(2x-4y)\}]$
$=5y-\{x+3y-(x-2x+4y)\}$
$=5y-\{x+3y-(-x+4y)\}$
$=5y-(x+3y+x-4y)$
$=5y-(2x-y)$
$=5y-2x+y=-2x+6y$

04 답 $-12ab-26b^2$

$A=(2a+5b)\times(-4b)=-8ab-20b^2$

$B=(2a^2b+3ab^2)\div\frac{1}{2}a=(2a^2b+3ab^2)\times\frac{2}{a}=4ab+6b^2$

$\therefore A-B=-8ab-20b^2-(4ab+6b^2)$
$=-8ab-20b^2-4ab-6b^2$
$=-12ab-26b^2$

05 답 $6y$

$\frac{12xy^2+8x^2y}{4xy}-\frac{6xy-9y^2}{3y}=3y+2x-(2x-3y)$
$=3y+2x-2x+3y=6y$

06 답 $7x+10y-11$

$3A-2B=3(3x+2y-1)-2(x-2y+4)$
$=9x+6y-3-2x+4y-8$
$=7x+10y-11$

적중 & 심화 유형 연습 44쪽~47쪽

01 답 18

$7x^2+6x-\left[x^2-3x-\frac{1}{2}\left\{-4x^2+6\left(x-\frac{2}{3}\right)\right\}\right]$
$=7x^2+6x-\left\{x^2-3x-\frac{1}{2}(-4x^2+6x-4)\right\}$
$=7x^2+6x-(x^2-3x+2x^2-3x+2)$
$=7x^2+6x-(3x^2-6x+2)$
$=7x^2+6x-3x^2+6x-2=4x^2+12x-2$

따라서 $a=4$, $b=12$, $c=-2$이므로

$a+b-c=4+12-(-2)=18$

02 답 $9x^2+4x-8$

(가)에서 $A+(-3x^2+5)=8x^2+7$이므로

$A=(8x^2+7)-(-3x^2+5)$
$=8x^2+7+3x^2-5=11x^2+2$ …… ❶

(나)에서 $A-(-x^2+2x-5)=B$이므로

$B=(11x^2+2)-(-x^2+2x-5)$
$=11x^2+2+x^2-2x+5=12x^2-2x+7$ …… ❷

$\therefore 3A-2B=3(11x^2+2)-2(12x^2-2x+7)$
$=33x^2+6-24x^2+4x-14$
$=9x^2+4x-8$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 다항식 A 구하기	35 %
❷ 다항식 B 구하기	35 %
❸ $3A-2B$를 x의 식으로 나타내기	30 %

03 답 $2x-y+5$

$3x-y-2\{\square-(-x+3y-8)\}$
$=3x-y-2(\square+x-3y+8)$
$=3x-y-2\square-2x+6y-16$
$=x+5y-2\square-16$

즉 $x+5y-2\square-16=-3x+7y-26$이므로

$2\square=(x+5y-16)-(-3x+7y-26)$
$=x+5y-16+3x-7y+26$
$=4x-2y+10$

$\therefore \square=\frac{4x-2y+10}{2}=2x-y+5$

04 답 $5x-14y$

$2x-3y$와 마주 보는 면에 있는 다항식은 $-x-y$이므로 두 다항식의 합은 $(2x-3y)+(-x-y)=x-4y$

$A+4y=x-4y$이므로

$A=(x-4y)-4y=x-8y$

$B+(4x-2y)=x-4y$이므로

$B=(x-4y)-(4x-2y)=x-4y-4x+2y=-3x-2y$

$\therefore 2A-B=2(x-8y)-(-3x-2y)$
$=2x-16y+3x+2y=5x-14y$

05 답 ③

$3x(2x-y+1)-(8x^2y^2+12xy^3-4y^2)\div\left(-\frac{2}{3}y\right)^2$
$=6x^2-3xy+3x-(8x^2y^2+12xy^3-4y^2)\div\frac{4}{9}y^2$
$=6x^2-3xy+3x-(8x^2y^2+12xy^3-4y^2)\times\frac{9}{4y^2}$
$=6x^2-3xy+3x-(18x^2+27xy-9)$
$=6x^2-3xy+3x-18x^2-27xy+9$
$=-12x^2-30xy+3x+9$

① x^2의 계수는 -12이다.
② xy의 계수는 -30이다.
④ 상수항은 9이다.
⑤ 항의 개수는 4이다.

06 답 $A=-x^3y^2-2x,\ B=-4x^5y^3-8x^3y$

$B\div(-2x^3)=2x^2y^3+4y$이므로

$B=(2x^2y^3+4y)\times(-2x^3)=-4x^5y^3-8x^3y$

$A\times4x^2y=B$에서 $A\times4x^2y=-4x^5y^3-8x^3y$이므로

$A=(-4x^5y^3-8x^3y)\div4x^2y=\dfrac{-4x^5y^3-8x^3y}{4x^2y}=-x^3y^2-2x$

07 답 $-2a^3b^2+2a^2b^2$

$2a(a+1)-(6a^3b^2-\boxed{})\div2ab^2=-2a^2+3a$에서

$(6a^3b^2-\boxed{})\div2ab^2=2a(a+1)-(-2a^2+3a)$

$=2a^2+2a+2a^2-3a=4a^2-a$

$6a^3b^2-\boxed{}=(4a^2-a)\times2ab^2=8a^3b^2-2a^2b^2$

$\therefore\ \boxed{}=6a^3b^2-(8a^3b^2-2a^2b^2)$

$=6a^3b^2-8a^3b^2+2a^2b^2=-2a^3b^2+2a^2b^2$

08 답 $\dfrac{21}{2}ab+4b^2$

[전략] $\triangle$AEF$=$(직사각형 ABCD의 넓이)

$-\triangle$ABE$-\triangle$AFD$-\triangle$ECF

$\overline{\text{BE}}=7a-4b$이므로

$\triangle\text{ABE}=\dfrac{1}{2}\times(7a-4b)\times5b=\dfrac{35}{2}ab-10b^2$

$\triangle\text{AFD}=\dfrac{1}{2}\times7a\times2b=7ab$

$\overline{\text{FC}}=5b-2b=3b$이므로

$\triangle\text{ECF}=\dfrac{1}{2}\times4b\times3b=6b^2$

$\therefore\ \triangle\text{AEF}=7a\times5b-\left(\dfrac{35}{2}ab-10b^2\right)-7ab-6b^2$

$=35ab-\dfrac{35}{2}ab+10b^2-7ab-6b^2$

$=\dfrac{21}{2}ab+4b^2$

09 답 $12b-\dfrac{3}{a}$

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3a)^2\times$(높이)$=36\pi a^2b-9\pi a$이므로

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times9a^2\times$(높이)$=36\pi a^2b-9\pi a$

$3\pi a^2\times$(높이)$=36\pi a^2b-9\pi a$

$\therefore$ (높이)$=(36\pi a^2b-9\pi a)\div3\pi a^2$

$=\dfrac{36\pi a^2b-9\pi a}{3\pi a^2}=12b-\dfrac{3}{a}$

10 답 -1

$a(ab+b-2)+ab(a-b+2)-(2a^3b-a^2b^2+a^2b)\div a$

$=a^2b+ab-2a+a^2b-ab^2+2ab-\dfrac{2a^3b-a^2b^2+a^2b}{a}$

$=a^2b+ab-2a+a^2b-ab^2+2ab-2a^2b+ab^2-ab$

$=2ab-2a$

$=2\times\dfrac{1}{3}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)-2\times\dfrac{1}{3}=-1$

11 답 -2

[전략] $0.\dot{a}=\dfrac{a}{9},\ 0.a\dot{b}=\dfrac{ab-a}{90}$임을 이용한다.

$x=0.\dot{3}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3},\ y=0.2\dot{7}=\dfrac{27-2}{90}=\dfrac{5}{18}$

$\therefore\ (6xy^2-8x^2y)\div\dfrac{2}{5}xy-\dfrac{3xy-9y^2}{3y}$

$=(6xy^2-8x^2y)\times\dfrac{5}{2xy}-(x-3y)$

$=15y-20x-x+3y$

$=-21x+18y$

$=-21\times\dfrac{1}{3}+18\times\dfrac{5}{18}=-2$

12 답 17

$384^2=(2^7\times3)^2=2^{14}\times3^2$이므로 $x=14,\ y=2$

$\therefore\ 4x+6y-[\{5x-(x+y)\}-\{x-(2y+7)\}]$

$=4x+6y-\{(5x-x-y)-(x-2y-7)\}$

$=4x+6y-(4x-y-x+2y+7)$

$=4x+6y-(3x+y+7)$

$=4x+6y-3x-y-7$

$=x+5y-7$

$=14+5\times2-7=17$

13 답 $7x^2-2x-3$

$3x-4y+1=2x-3y+2$에서 $y=x-1$

$\therefore\ 5x^2+2xy-3=5x^2+2x(x-1)-3$

$=5x^2+2x^2-2x-3$

$=7x^2-2x-3$

14 답 $31x-13y$

$A=(x+2y)+(2x-y)=3x+y$

$B=(8x^2-2xy)\div(-2x)=\dfrac{8x^2-2xy}{-2x}=-4x+y$

$\therefore\ 4A-[5B-\{A-2B-3(2A+B)\}+2A]$

$=4A-\{5B-(A-2B-6A-3B)+2A\}$

$=4A-\{5B-(-5A-5B)+2A\}$

$=4A-(5B+5A+5B+2A)$

$=4A-(7A+10B)$

$=4A-7A-10B$

$=-3A-10B$

$=-3(3x+y)-10(-4x+y)$

$=-9x-3y+40x-10y=31x-13y$

15 답 -1

$a-b+c=(2x-4y-2z)-(x+2y-4z)+(-6x+y-7z)$

$=2x-4y-2z-x-2y+4z-6x+y-7z$

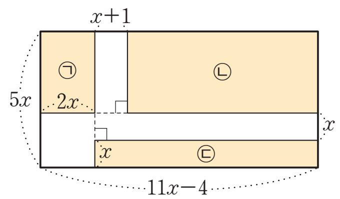
$=-5x-5y-5z$

$=-5(x+y+z)$

$\therefore\ \dfrac{a-b+c}{5(x+y+z)}=\dfrac{-5(x+y+z)}{5(x+y+z)}=-1$

16 답 $39x^2-19x$

다음 그림과 같이 색칠한 세 직사각형의 넓이를 각각 ㉠, ㉡, ㉢이라 하자.



$$
\begin{aligned}
㉠+㉡&=(5x-x-x)\{(11x-4)-(x+1)\}\\
&=3x(11x-4-x-1)\\
&=3x(10x-5)\\
&=30x^2-15x
\end{aligned}
$$

$㉢=x\{(11x-4)-2x\}=x(9x-4)=9x^2-4x$

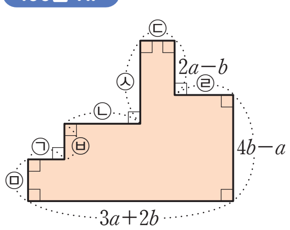
따라서 색칠한 세 직사각형의 넓이의 합은

$$
\begin{aligned}
㉠+㉡+㉢&=(30x^2-15x)+(9x^2-4x)\\
&=39x^2-19x
\end{aligned}
$$

17 답 $8a+10b$

$$
\begin{aligned}
(\text{둘레의 길이})&=2\{(3a+2b)+(2a-b)+(4b-a)\}\\
&=2(4a+5b)\\
&=8a+10b
\end{aligned}
$$

100점 TIP



$㉠+㉡+㉢+㉣$
$=3a+2b$

$㉤+㉥+㉦$
$=(4b-a)+(2a-b)$
$=a+3b$

18 답 $4xy+y+3x$

(직사각형 ABCD의 넓이)
=(사다리꼴 ABFE의 넓이)+(사다리꼴 EFCD의 넓이)이므로

$$
\begin{aligned}
\overline{AD}\times 2xy&=(8x^2y^2-5xy^2)+(7xy^2+6x^2y)\\
&=8x^2y^2+2xy^2+6x^2y
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\therefore\ \overline{AD}&=(8x^2y^2+2xy^2+6x^2y)\div 2xy\\
&=\frac{8x^2y^2+2xy^2+6x^2y}{2xy}=4xy+y+3x
\end{aligned}
$$

따라서 직사각형 ABCD의 가로의 길이는 $4xy+y+3x$이다.

19 답 $\frac{8}{3}a+\frac{4}{3}$

$$
\begin{aligned}
(\text{직육면체 모양의 그릇의 부피})&=(2a+1)\times 2b\times 4b\\
&=16ab^2+8b^2
\end{aligned}
$$

(삼각기둥 모양의 그릇에 채워진 물의 부피)

$=\frac{1}{2}\times 6b\times 2b\times(\text{높이})$

$=6b^2\times(\text{높이})$

즉 $6b^2\times(\text{높이})=16ab^2+8b^2$이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{높이})&=(16ab^2+8b^2)\div 6b^2\\
&=\frac{16ab^2+8b^2}{6b^2}=\frac{8}{3}a+\frac{4}{3}
\end{aligned}
$$

20 답 $16\pi r^2+12\pi r$

$\pi\times(2r)^2\times(\text{높이})=8\pi r^3+12\pi r^2$이므로

$\pi\times 4r^2\times(\text{높이})=8\pi r^3+12\pi r^2$

$4\pi r^2\times(\text{높이})=8\pi r^3+12\pi r^2$

$$
\begin{aligned}
\therefore\ (\text{높이})&=(8\pi r^3+12\pi r^2)\div 4\pi r^2\\
&=\frac{8\pi r^3+12\pi r^2}{4\pi r^2}=2r+3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\therefore\ (\text{겉넓이})&=\pi\times(2r)^2\times 2+2\pi\times 2r\times(2r+3)\\
&=\pi\times 4r^2\times 2+8\pi r^2+12\pi r\\
&=8\pi r^2+8\pi r^2+12\pi r\\
&=16\pi r^2+12\pi r
\end{aligned}
$$

21 답 $5x-y$

큰 직육면체의 높이를 a, 작은 직육면체의 높이를 b라 하면

$2x\times 4\times a=16x^2+8xy$이므로

$8x\times a=16x^2+8xy$

$\therefore\ a=(16x^2+8xy)\div 8x=\frac{16x^2+8xy}{8x}=2x+y$ ······ ❶

$x\times 4\times b=12x^2-8xy$이므로

$4x\times b=12x^2-8xy$

$\therefore\ b=(12x^2-8xy)\div 4x=\frac{12x^2-8xy}{4x}=3x-2y$ ······ ❷

$\therefore\ h=a+b=(2x+y)+(3x-2y)=5x-y$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 큰 직육면체의 높이 구하기	40 %
❷ 작은 직육면체의 높이 구하기	40 %
❸ h를 x, y의 식으로 나타내기	20 %

22 답 10

[전략] $a:b=c:d$이면 $ad=bc$임을 이용한다.

$x:y=3:2$에서 $2x=3y$ $\quad\therefore\ x=\frac{3}{2}y$

$y:z=4:3$에서 $3y=4z$ $\quad\therefore\ z=\frac{3}{4}y$

$$
\begin{aligned}
&\therefore\ \left(\frac{2}{3}x^2yz-\frac{1}{2}xy^2z+xyz^2\right)\div\frac{1}{6}xyz^2\\
&=\left(\frac{2}{3}x^2yz-\frac{1}{2}xy^2z+xyz^2\right)\times\frac{6}{xyz^2}\\
&=\frac{4x}{z}-\frac{3y}{z}+6\\
&=4\times\frac{3}{2}y\div\frac{3}{4}y-3y\div\frac{3}{4}y+6\\
&=4\times\frac{3}{2}y\times\frac{4}{3y}-3y\times\frac{4}{3y}+6\\
&=8-4+6=10
\end{aligned}
$$

23 답) -1

$a+b+c=0$에서 $b+c=-a,\ a+c=-b,\ a+b=-c$

$\therefore \dfrac{b+c}{a}-\dfrac{a+c}{b}+\dfrac{c}{a+b}=\dfrac{-a}{a}-\dfrac{-b}{b}+\dfrac{c}{-c}$

$=-1-(-1)+(-1)=-1$

24 답) $-\dfrac{11}{4}$

$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=3$에서 $\dfrac{y-x}{xy}=3$이므로 $y-x=3xy$

$\therefore \dfrac{2x-5xy-2y}{x+7xy-y}=\dfrac{-5xy-2(y-x)}{7xy-(y-x)}$

$=\dfrac{-5xy-2\times 3xy}{7xy-3xy}$

$=\dfrac{-11xy}{4xy}=-\dfrac{11}{4}$

적중 & 심화 실전 TEST

48쪽~49쪽

01 답) $3x+2y-4$

$2(x-y+1)-3A=-7x-8y+14$이므로

$3A=2(x-y+1)-(-7x-8y+14)$

$=2x-2y+2+7x+8y-14$

$=9x+6y-12$

$\therefore A=(9x+6y-12)\div 3=\dfrac{9x+6y-12}{3}=3x+2y-4$

02 답) $-3x-y$

$2n-1,\ 2n+1,\ 4n+1$은 홀수이고 $2n$은 짝수이다.

$\therefore (-1)^{2n-1}(x+2y)-(-1)^{2n}(3x-5y)$

$-(-1)^{2n+1}(2x-3y)+(-1)^{4n+1}(x+y)$

$=-(x+2y)-(3x-5y)-\{-(2x-3y)\}-(x+y)$

$=-x-2y-3x+5y+2x-3y-x-y$

$=-3x-y$

03 답) $(10x^2+10y^2)$ km

[전략] B 지점에서 C 지점까지의 거리를 먼저 구한다.

(B 지점에서 C 지점까지의 거리)$=(10x^2-5xy+15y^2)\times\dfrac{2}{5}$

$=4x^2-2xy+6y^2$ (km)

따라서 A 지점에서 D 지점까지의 거리는

$(10x^2-5xy+15y^2)+(4x^2+3xy+y^2)-(4x^2-2xy+6y^2)$

$=10x^2-5xy+15y^2+4x^2+3xy+y^2-4x^2+2xy-6y^2$

$=10x^2+10y^2$ (km)

04 답) 6

$(2x^2-xy)\times\dfrac{0.\dot{4}}{x}-(x^2y-2xy^2)\times\dfrac{0.\dot{5}}{xy}$

$=(2x-y)\times 0.\dot{4}-(x-2y)\times 0.\dot{5}$

$=(2x-y)\times\dfrac{4}{9}-(x-2y)\times\dfrac{5}{9}$

$=\dfrac{8}{9}x-\dfrac{4}{9}y-\dfrac{5}{9}x+\dfrac{10}{9}y$

$=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}y$

따라서 $a=\dfrac{1}{3},\ b=\dfrac{2}{3}$이므로

$\dfrac{3b}{a}=3\times\dfrac{2}{3}\div\dfrac{1}{3}=3\times\dfrac{2}{3}\times 3=6$

05 답) $3x^2-5x-8$

$A=4x+b$(b는 상수)라 하면

$\{(4x+b)+(ax-12)\}\times\dfrac{3}{4}x=3x^2+\dfrac{3}{4}bx+\dfrac{3}{4}ax^2-9x$

$=\left(3+\dfrac{3}{4}a\right)x^2+\left(\dfrac{3}{4}b-9\right)x$

$=6x^2-15x$

$3+\dfrac{3}{4}a=6$에서 $\dfrac{3}{4}a=3\qquad\therefore a=4$

$\dfrac{3}{4}b-9=-15$에서 $\dfrac{3}{4}b=-6\qquad\therefore b=-8$

따라서 바르게 계산한 식은

$(4x-12)\times\dfrac{3}{4}x+(4x-8)=(3x^2-9x)+(4x-8)$

$=3x^2-5x-8$

06 답) -7

$2x-\{3y+(8y^2-6xy)\div 4y\}=2x-\left(3y+\dfrac{8y^2-6xy}{4y}\right)$

$=2x-\left(3y+2y-\dfrac{3}{2}x\right)$

$=2x-\left(5y-\dfrac{3}{2}x\right)$

$=2x-5y+\dfrac{3}{2}x$

$=\dfrac{7}{2}x-5y$

$=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{6}{7}-5\times 2$

$=-7$

07 답) 3

$9^{x+3}=(3^2)^{x+3}=3^{2x+6}=3^{18}$에서

$2x+6=18,\ 2x=12\qquad\therefore x=6$ …… ❶

$\dfrac{27^7}{3^y}=(3^3)^7\div 3^y=3^{21-y}=3^{18}$에서

$21-y=18\qquad\therefore y=3$ …… ❷

$\therefore (-xy+y^2)\div\left(-\frac{1}{5}y\right)-(12x^2y-8xy^2)\div 4xy$

$=(-xy+y^2)\times\left(-\frac{5}{y}\right)-\frac{12x^2y-8xy^2}{4xy}$

$=5x-5y-3x+2y$

$=2x-3y$ …… ❸

$=2\times 6-3\times 3$

$=3$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ x의 값 구하기	20 %
❷ y의 값 구하기	20 %
❸ 주어진 식 간단히 하기	40 %
❹ 식의 값 구하기	20 %

08 답) $-17x+26y$

$2A-\{2B-3(A-B)+4A\}=2A-(2B-3A+3B+4A)$

$=2A-(A+5B)$

$=2A-A-5B$

$=A-5B$

$=(-2x+y)-5(3x-5y)$

$=-2x+y-15x+25y$

$=-17x+26y$

09 답) 13

$A=3x(-x+2)=-3x^2+6x$

$B=(x^2-2x)\div\left(-\frac{1}{2}x\right)=(x^2-2x)\times\left(-\frac{2}{x}\right)=-2x+4$

$\therefore A-[B-\{2A-(B+C)\}]$

$=A-\{B-(2A-B-C)\}$

$=A-(B-2A+B+C)$

$=A-(-2A+2B+C)$

$=A+2A-2B-C$

$=3A-2B-C$

$=3(-3x^2+6x)-2(-2x+4)-(x^2-x+4)$

$=-9x^2+18x+4x-8-x^2+x-4$

$=-10x^2+23x-12$

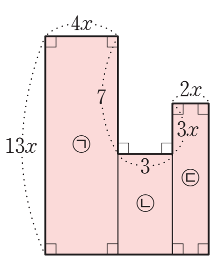
따라서 x^2의 계수는 -10, x의 계수는 23이므로 그 합은

$-10+23=13$

10 답) $84x^2+25x-21$

[전략] 주어진 도형을 세 개의 직사각형으로 나누어 푼다.

오른쪽 그림과 같이 주어진 도형을 세 부분으로 나누고 각각의 넓이를 ㉠, ㉡, ㉢이라 하면



㉠$=13x\times 4x=52x^2$

㉡$=(13x-7)\times 3=39x-21$

㉢$=(13x-7+3x)\times 2x$

$=(16x-7)\times 2x=32x^2-14x$

따라서 도형의 넓이는

㉠+㉡+㉢$=52x^2+(39x-21)+(32x^2-14x)$

$=84x^2+25x-21$

11 답) -1

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$에서 $\frac{x+y}{xy}=5$이므로 $x+y=5xy$

$\therefore \frac{-3x+2xy-3y}{x+8xy+y}=\frac{2xy-3(x+y)}{8xy+(x+y)}$

$=\frac{2xy-3\times 5xy}{8xy+5xy}$

$=\frac{-13xy}{13xy}=-1$

12 답) 49

$(3x+2y):(4x+5y)=2:3$에서 $3(3x+2y)=2(4x+5y)$

$9x+6y=8x+10y$　　$\therefore x=4y$

$\therefore \frac{x^2+6xy+9y^2}{x^2-6xy+9y^2}=\frac{(4y)^2+6\times 4y\times y+9y^2}{(4y)^2-6\times 4y\times y+9y^2}$

$=\frac{16y^2+24y^2+9y^2}{16y^2-24y^2+9y^2}$

$=\frac{49y^2}{y^2}=49$

학교 시험 최상위 기출 도전　50쪽

01 답) 47

[전략] 1부터 50까지의 자연수를 소인수분해했을 때 2가 몇 번 곱해져 있는지 구한다.

2^a과 자연수 b가 서로소가 되려면 자연수 b의 소인수 중에는 2가 없어야 한다. 즉 a는 $1\times 2\times 3\times\cdots\times 50$을 소인수분해했을 때 소인수 2의 지수와 같다.

1에서 50까지의 자연수 중 2를 소인수로 가지는 수는 2의 배수이다. 이때 4의 배수는 2^2을 인수로, 8의 배수는 2^3을 인수로, 16의 배수는 2^4을 인수로, 32의 배수는 2^5을 인수로 가지고 있으므로 a의 값은

(2의 배수의 개수)+(4의 배수의 개수)+(8의 배수의 개수)

+(16의 배수의 개수)+(32의 배수의 개수)

와 같다.

$\therefore a=25+12+6+3+1=47$

02 답) 9번

[전략] 지수법칙을 이용하여 25^{18}을 변형한다.

$25^{18}=(5^2)^{18}=5^{36}$이므로

$5^{36}=(5^2)^{18}=(5^3)^{12}=(5^4)^9=(5^6)^6$

$=(5^9)^4=(5^{12})^3=(5^{18})^2=(5^{36})^1$ 밑이 5^{36}이고 지수가 1인 수

따라서 25^{18}과 같은 수는 모두 9번 나타난다.

다른 풀이

소수의 거듭제곱으로 나타내어진 수와 같은 수는 지수의 약수의 개수만큼 나타난다.

$25^{18}=(5^2)^{18}=5^{36}$이고, $36=2^2\times3^2$이므로

36의 약수의 개수는 $(2+1)\times(2+1)=9$

따라서 25^{18}과 같은 수는 모두 9번 나타난다.

03 답 144

[전략] 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

$$\left(\frac{8^{n+1}+8^{n+2}}{2^{n+1}+2^{n+2}}\right)^2=\left(\frac{8\times8^n+8^2\times8^n}{2\times2^n+2^2\times2^n}\right)^2$$
$$=\left(\frac{72\times8^n}{6\times2^n}\right)^2=\left(12\times\frac{8^n}{2^n}\right)^2$$
$$=\left\{12\times\left(\frac{8}{2}\right)^n\right\}^2=(12\times4^n)^2$$
$$=12^2\times(4^2)^n=144\times16^n$$

$\therefore k=144$

04 답 15

[전략] $\underbrace{x^m+x^m+\cdots+x^m}_{k\text{개}}=k\times x^m$임을 이용하여 주어진 식을 $a\times10^n$(a, n은 자연수) 꼴로 나타낸다.

(주어진 식)

$=3\times(6\times2^2\times5\times15^2)^2\div(3\times45^2)$

$=3\times(2^3\times3^3\times5^3)^2\times\dfrac{1}{3\times(3^2\times5)^2}$

$=3\times2^6\times3^6\times5^6\times\dfrac{1}{3\times3^4\times5^2}$

$=2^6\times3^2\times5^4$

$=2^2\times2^4\times3^2\times5^4$

$=2^2\times3^2\times(2\times5)^4$

$=36\times10^4$

즉 주어진 식은 6자리의 자연수이므로 $n=6$

또 0이 아닌 각 자리의 숫자의 합은 $3+6=9$이므로 $a=9$

$\therefore n+a=6+9=15$

05 답 $\dfrac{22}{3}ab^4$

[전략] 그릇에 담긴 물의 부피와 쇠공의 부피의 합을 구한다.

쇠공의 부피는 $\dfrac{4}{3}\pi\times(ab^2)^3=\dfrac{4}{3}\pi a^3b^6$이므로

그릇에 담긴 물의 부피와 쇠공의 부피의 합은

$28\pi a^3b^6+\dfrac{4}{3}\pi a^3b^6=\dfrac{88}{3}\pi a^3b^6$

이때 쇠공을 넣은 후의 물의 높이를 h라 하면

$\pi\times(2ab)^2\times h=\dfrac{88}{3}\pi a^3b^6$

$$\therefore h=\frac{88}{3}\pi a^3b^6\div\pi\div(2ab)^2$$
$$=\frac{88}{3}\pi a^3b^6\times\frac{1}{\pi}\times\frac{1}{4a^2b^2}=\frac{22}{3}ab^4$$

따라서 쇠공을 넣은 후의 물의 높이는 $\dfrac{22}{3}ab^4$이다.

3 일차부등식

01 | 일차부등식

개념 확인

53쪽

01 답 ⑤

주어진 부등식에 $x=1$을 각각 대입하면

① $1-1<0$ (거짓) ② $4\times1-5>0$ (거짓)

③ $1+2\le-3\times1$ (거짓) ④ $2\times1+3\ge6$ (거짓)

⑤ $3\times1-4\ge1-2$ (참)

따라서 $x=1$이 해가 되는 것은 ⑤이다.

02 답 ③

① $a>b$에서 $3a>3b$ $\therefore 3a+1>3b+1$

② $a>b$에서 $\dfrac{1}{4}a>\dfrac{1}{4}b$

③ $a>b$에서 $-3a<-3b$ $\therefore 2-3a<2-3b$

④ $a>b$에서 $5a>5b$ $\therefore 5a+2>5b+2$

⑤ $a>b$에서 $-\dfrac{1}{7}a<-\dfrac{1}{7}b$

$\therefore -\dfrac{1}{7}a-\dfrac{1}{4}<-\dfrac{1}{7}b-\dfrac{1}{4}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

03 답 ①

$x-5\ge ax-4+3x$에서 $(-a-2)x-1\ge0$

이 부등식이 일차부등식이 되려면

$-a-2\ne0$ $\therefore a\ne-2$

04 답 2

$4x-3\le22-7x$에서 $11x\le25$ $\therefore x\le\dfrac{25}{11}$

따라서 부등식을 만족하는 자연수 x는 1, 2의 2개이다.

05 답 ④

① $\dfrac{1-x}{4}<1$의 양변에 4를 곱하면

$1-x<4$, $-x<3$ $\therefore x>-3$

② $-0.2x<0.1(x+9)$의 양변에 10을 곱하면

$-2x<x+9$, $-3x<9$ $\therefore x>-3$

③ $2(-x-4)<x+1$에서 $-2x-8<x+1$

$-3x<9$ $\therefore x>-3$

④ $0.2x+1<\dfrac{1}{5}(2x+1)$의 양변에 10을 곱하면

$2x+10<2(2x+1)$, $2x+10<4x+2$

$-2x<-8$ $\therefore x>4$

⑤ $\frac{1}{3}x+1<\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$의 양변에 6을 곱하면

$2x+6<3x+9$, $-x<3$ $\quad\therefore x>-3$

따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

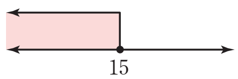
06 답 ②

$\frac{5}{3}x+0.5\le1.5(x+2)$에서 $\frac{5}{3}x+\frac{1}{2}\le\frac{3}{2}(x+2)$

양변에 6을 곱하면

$10x+3\le9(x+2)$, $10x+3\le9x+18$ $\quad\therefore x\le15$

따라서 부등식의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



적중 & 심화 유형 연습

54쪽~59쪽

01 답 ②, ④

① $3a>3b$에서 $a>b$이므로

$\frac{a}{4}>\frac{b}{4}$ $\quad\therefore \frac{a}{4}-1>\frac{b}{4}-1$

② $-\frac{a}{5}+3>-\frac{b}{5}+3$에서 $-\frac{a}{5}>-\frac{b}{5}$ $\quad\therefore a<b$

④ $2a<2b$에서 $a<b$

$\therefore a-(-3)<b-(-3)$

⑤ $4a-1>4b-1$에서 $a>b$이므로

$-2a<-2b$ $\quad\therefore -3-2a<-3-2b$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

02 답 ⑤

① $-3a-4<-3b-4$에서 $-3a<-3b$

$\therefore a>b$

② $a>b$에서 $-5a<-5b$

③ $a>b$에서 $\frac{a}{4}>\frac{b}{4}$ $\quad\therefore \frac{a}{4}+1>\frac{b}{4}+1$

④ $a>b$에서 $-\frac{a}{2}<-\frac{b}{2}$ $\quad\therefore 3-\frac{a}{2}<3-\frac{b}{2}$

⑤ $a>b$에서 $5a>5b$ $\quad\therefore 5a-3>5b-3$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

03 답 ③

① $-a+6\le-b+6$에서 $-a\le-b$ $\quad\therefore a\ge b$

② $\frac{2(a-1)}{5}\ge\frac{2(b-1)}{5}$에서 $a-1\ge b-1$

$\therefore a\ge b$

③ $a-(-3)\le b-(-3)$에서 $a\le b$

④ $-4a-5\le-4b-5$에서 $-4a\le-4b$

$\therefore a\ge b$

⑤ $1-3a\le1-3b$에서 $-3a\le-3b$ $\quad\therefore a\ge b$

따라서 a, b의 대소가 다른 하나는 ③이다.

04 답 16

$-3<x\le5$에서 $-10\le-2x<6$

$\therefore -7\le3-2x<9$

따라서 범위에 속하는 정수는 -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 16개이다.

05 답 -2

$-1\le2-3x\le11$에서 $-3\le-3x\le9$

$\therefore -3\le x\le1$

$-3\le x\le1$에서 $-\frac{3}{2}\le\frac{1}{2}x\le\frac{1}{2}$

$\therefore -\frac{5}{2}\le\frac{1}{2}x-1\le-\frac{1}{2}$

따라서 $\frac{1}{2}x-1$의 값 중에서 가장 작은 정수는 -2이다.

06 답 $-14<x\le-2$

$x+5=-3a$에서 $x=-3a-5$

$-1\le a<3$에서 $-9<-3a\le3$, $-14<-3a-5\le-2$

$\therefore -14<x\le-2$

07 답 6

x가 $|x|\le3$인 정수이므로

$x=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

$2(x-3)\le5x+2$에서 $2x-6\le5x+2$

$-3x\le8$ $\quad\therefore x\ge-\frac{8}{3}$

따라서 해는 -2, -1, 0, 1, 2, 3의 6개이다.

다른 풀이

x가 $|x|\le3$인 정수이므로

$x=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

이를 주어진 부등식에 각각 대입하면

(i) $x=-3$일 때, $2\times(-3-3)\le5\times(-3)+2$ (거짓)

(ii) $x=-2$일 때, $2\times(-2-3)\le5\times(-2)+2$ (참)

(iii) $x=-1$일 때, $2\times(-1-3)\le5\times(-1)+2$ (참)

(iv) $x=0$일 때, $2\times(0-3)\le5\times0+2$ (참)

(v) $x=1$일 때, $2\times(1-3)\le5\times1+2$ (참)

(vi) $x=2$일 때, $2\times(2-3)\le5\times2+2$ (참)

(vii) $x=3$일 때, $2\times(3-3)\le5\times3+2$ (참)

따라서 해는 -2, -1, 0, 1, 2, 3의 6개이다.

08 답 4

$2.5x+1\le\frac{1}{2}(4x+6)+0.3$의 양변에 10을 곱하면

$25x+10\le5(4x+6)+3$, $25x+10\le20x+30+3$

$5x\le23$ $\quad\therefore x\le\frac{23}{5}$

따라서 부등식을 만족하는 가장 큰 자연수는 4이다.

09 답 $x<6$

$0.3(x+3)-\frac{1}{2}>-\frac{x+1}{5}+0.6x$의 양변에 10을 곱하면

$3(x+3)-5>-2(x+1)+6x$

$3x+9-5>-2x-2+6x$

$-x>-6 \qquad \therefore x<6$

10 답 72

$\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}\geq 1$의 양변에 6을 곱하면

$2x-3(x-1)\geq 6,\ 2x-3x+3\geq 6$

$-x\geq 3 \qquad \therefore x\leq -3$, 즉 $a=-3$ …… ❶

$0.4-0.22x<-0.2x+1.9$의 양변에 100을 곱하면

$40-22x<-20x+190$

$-2x<150 \qquad \therefore x>-75$, 즉 $b=-75$ …… ❷

$\therefore a-b=-3-(-75)=72$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

11 답 $x>-\frac{2}{a}$

$-ax-2>0$에서 $-ax>2$

이때 $a<0$에서 $-a>0$이므로 $x>-\frac{2}{a}$

12 답 $x\geq\frac{1}{a-1}$

$ax-1\leq x$에서 $(a-1)x\leq 1$

이때 $a<1$에서 $a-1<0$이므로 $x\geq\frac{1}{a-1}$

13 답 $x<2$

$-2a+3>a+6$에서 $-3a>3 \qquad \therefore a<-1$

$ax-2>-(x-2a)$에서 $ax-2>-x+2a$

$(a+1)x>2(a+1)$

이때 $a<-1$에서 $a+1<0$이므로

$x<\frac{2(a+1)}{a+1} \qquad \therefore x<2$

14 답 $x>3$

$\frac{1}{2}a+\frac{3}{4}<\frac{1}{4}a+2$의 양변에 4를 곱하면

$2a+3<a+8 \qquad \therefore a<5$

$ax-3a<5x-15$에서 $(a-5)x<3(a-5)$

이때 $a<5$에서 $a-5<0$이므로

$x>\frac{3(a-5)}{a-5} \qquad \therefore x>3$

15 답 $x<-5$

$(a+2b)x>3bx-5(a-b)$에서

$ax+2bx>3bx-5a+5b$

$ax-bx>-5a+5b$

$(a-b)x>-5(a-b)$

이때 $a<b$에서 $a-b<0$이므로

$x<\frac{-5(a-b)}{a-b} \qquad \therefore x<-5$

16 답 ③

$ax+2>bx+1$에서 $(a-b)x>-1$

① $a=b$이면 $a-b=0$이므로

$0\times x>-1$에서 해는 모든 수이다.

② $a>b$이면 $a-b>0$이므로

$(a-b)x>-1$에서 $x>-\frac{1}{a-b}$

③ $a<b$이면 $a-b<0$이므로

$(a-b)x>-1$에서 $x<-\frac{1}{a-b}$

④ $a=0,\ b<0$이면 $-b>0$이므로

$-bx>-1$에서 $x>\frac{1}{b}$

⑤ $a<0,\ b=0$이면

$ax>-1$에서 $x<-\frac{1}{a}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

17 답 9

$ax-7>3x+5$에서 $(a-3)x>12$

이때 부등식의 해가 $x>2$이므로

$a-3>0$

따라서 $x>\frac{12}{a-3}$이므로 $\frac{12}{a-3}=2$

$2a-6=12,\ 2a=18 \qquad \therefore a=9$

18 답 -13

$3x-a<10-bx$에서 $(3+b)x<10+a$

이때 부등식의 해가 $x>-1$이므로

$3+b<0$

따라서 $x>\frac{10+a}{3+b}$이므로 $\frac{10+a}{3+b}=-1$

$10+a=-3-b \qquad \therefore a+b=-13$

19 답 15

$1-0.4x>0.2$의 양변에 10을 곱하면

$10-4x>2,\ -4x>-8 \qquad \therefore x<2$ …… ❶

$x-1>2(x-0.1a)$의 양변에 10을 곱하면

$10x-10>20(x-0.1a),\ 10x-10>20x-2a$

$-10x>10-2a \qquad \therefore x<\frac{a-5}{5}$ …… ❷

이때 두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{a-5}{5}=2$, $a-5=10$ $\quad\therefore a=15$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ $1-0.4x>0.2$의 해 구하기	35 %
❷ $x-1>2(x-0.1a)$의 해 구하기	35 %
❸ a의 값 구하기	30 %

20 답 -1

$\frac{x}{2}-\frac{x-a}{4}>x-1$의 양변에 4를 곱하면

$2x-(x-a)>4x-4$, $2x-x+a>4x-4$

$-3x>-a-4$ $\quad\therefore x<\frac{a+4}{3}$

$0.3(x-1)+0.2>-0.2(1-2x)$의 양변에 10을 곱하면

$3(x-1)+2>-2(1-2x)$

$3x-3+2>-2+4x$, $-x>-1$ $\quad\therefore x<1$

이때 두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{a+4}{3}=1$, $a+4=3$ $\quad\therefore a=-1$

21 답 ㉠, ㉢

[전략] $a<0<b$에서 곱해지는 수 a, b의 부호에 따라 부등호의 방향을 결정한다.

㉠ $a<b$에서 $a-b<0$

㉡ $a<b$이고 $b>0$이므로 $ab<b^2$

㉢ $a<b$이고 $a<0$이므로 $a^2>ab$

㉣ $a<0<b$에서 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

22 답 ③

① $a<b$에서 $4a<4b$ $\quad\therefore 4a-9<4b-9$

② $a<b$에서 $-5a>-5b$

③ $a<b$이고 $a<0$이므로 $1>\frac{b}{a}$

④ $a<b$이고 $a<0$이므로 $a^2>ab$

⑤ $a<b<0$에서 $a^2>b^2$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

23 답 ④, ⑤

① $b>c$이고 $a>0$이므로 $ab>ac$

② $a>b$이고 $c<0$이므로 $ac<bc$

③ $b>c$에서 $-b<-c$ $\quad\therefore 10-b<10-c$

④ $b<0<a$에서 $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$이고 $c<0$이므로 $\frac{c}{b}>\frac{c}{a}$

⑤ $b>c$이고 $a>0$이므로 $\frac{b}{a}>\frac{c}{a}$ $\quad\therefore \frac{b}{a}+1>\frac{c}{a}+1$

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

24 답 ②, ④

$a<b<0$이고 $\frac{b}{c}<0$이므로 $c>0$

① $a<b<0$에서 $a^2>b^2$

② $a<b$이고 $c>0$이므로 $ac<bc$

③ $a<c$에서 $a+b<b+c$

④ $a<0$에서 $a^3<0$

$c>0$에서 $c^2>0$

$\therefore a^3-c^2<0$

⑤ $a<0$에서 $\frac{1}{a^5}<0$

$b<0$, $c>0$에서 $\frac{1}{b^2c}>0$

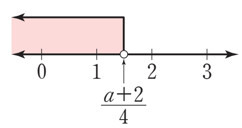
$\therefore \frac{1}{a^5}-\frac{1}{b^2c}<0$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

25 답 21

$4x-2<a$에서 $4x<a+2$ $\quad\therefore x<\frac{a+2}{4}$

이 부등식이 $x=2$일 때 거짓이 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$\frac{a+2}{4}\le 2$, $a+2\le 8$ $\quad\therefore a\le 6$

따라서 양의 정수 a의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이므로 그 합은

$1+2+3+4+5+6=21$

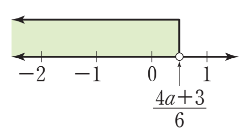
26 답 $a\le\frac{3}{4}$

$0.3-0.2x>0.4(x-a)$의 양변에 10을 곱하면

$3-2x>4(x-a)$, $3-2x>4x-4a$

$-6x>-4a-3$ $\quad\therefore x<\frac{4a+3}{6}$

이 부등식을 만족하는 자연수 x가 존재하지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$\frac{4a+3}{6}\le 1$, $4a+3\le 6$

$4a\le 3$ $\quad\therefore a\le\frac{3}{4}$

주의

$x<\frac{4a+3}{6}$에서 $\frac{4a+3}{6}=1$이면 $x<1$이므로 부등식을 만족하는 자연수 x가 존재하지 않는다.

100점 TIP

x에 대한 일차부등식을 만족하는 자연수인 해가 존재하지 않을 때

(ⅰ) 주어진 부등식을 풀어 $x<k$ 또는 $x\le k$ 꼴로 나타낸다.

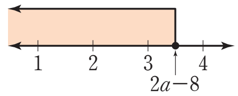
(ⅱ) $x<k$이면 $k\le 1$

$x\le k$이면 $k<1$

27 답) $a<6$

$x+2a\ge 2x+8$에서 $-x\ge -2a+8$ $\quad\therefore x\le 2a-8$

이 부등식을 만족하는 자연수 x의 값이 3개 이하가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$2a-8<4,\ 2a<12 \qquad \therefore a<6$

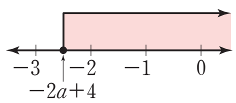
28 답) $3\le a<\frac{7}{2}$

$0.8-\frac{1}{2}x\le a-1.2$의 양변에 10을 곱하면

$8-5x\le 10a-12,\ -5x\le 10a-20$

$\therefore x\ge -2a+4$

이 부등식의 해 중에서 가장 작은 정수가 -2가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$-3<-2a+4\le -2,\ -7<-2a\le -6$

$\therefore 3\le a<\frac{7}{2}$

주의

$x\ge -2a+4$에서 $-2a+4=-3$이면 $x\ge -3$이므로 이 부등식의 해 중에서 가장 작은 정수가 -3이 된다.

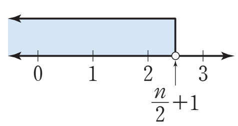
또 $-2a+4=-2$이면 $x\ge -2$이므로 이 부등식의 해 중에서 가장 작은 정수가 -2가 된다.

따라서 -3은 포함하지 않고 -2는 포함한다.

29 답) ④

$2x-\frac{n}{2}<x+1$에서 $x<\frac{n}{2}+1$

이 부등식을 참이 되게 하는 x의 값이 3개가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$2<\frac{n}{2}+1\le 3,\ 1<\frac{n}{2}\le 2$

$\therefore 2<n\le 4$

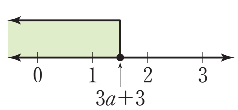
따라서 정수 n의 값이 될 수 있는 것은 ④이다.

30 답) $-9\le y<-7$

$-2x+1\le -3(x-a)+4$에서

$-2x+1\le -3x+3a+4 \qquad \therefore x\le 3a+3$

이 부등식을 만족하는 자연수 x의 개수가 1이 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$1\le 3a+3<2,\ -2\le 3a<-1$

$\therefore -\frac{2}{3}\le a<-\frac{1}{3}$

$-\frac{2}{3}\le a<-\frac{1}{3}$에서 $-4\le 6a<-2,\ -9\le 6a-5<-7$

$\therefore -9\le y<-7$

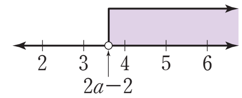
31 답) 3

$\frac{3x+2}{2}>x+a$의 양변에 2를 곱하면

$3x+2>2(x+a),\ 3x+2>2x+2a$

$\therefore x>2a-2$

이 부등식을 만족하는 x의 값 중 가장 작은 소수가 5가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$3\le 2a-2<5,\ 5\le 2a<7 \qquad \therefore \frac{5}{2}\le a<\frac{7}{2}$

따라서 자연수 a의 값은 3이다.

주의

x의 값 중 가장 작은 소수가 5이므로 $2a-2$의 값은 5보다 작은 소수인 3보다 크거나 같고 5보다 작아야 한다.

이때 $2a-2$의 값이 5보다 작다고만 생각하여 $4\le 2a-2<5$로 풀지 않도록 주의한다.

32 답) $x<-2$

[전략] 부등식 $ax<b$의 해가 $x>k$이면 $a<0,\ \frac{b}{a}=k$임을 이용한다.

$(3a+1)x-2b>x-b$에서 $3ax+x-2b>x-b,\ 3ax>b$

이때 부등식의 해가 $x<-1$이므로

$3a<0 \qquad \therefore a<0$

즉 $x<\frac{b}{3a}$이므로 $\frac{b}{3a}=-1 \qquad \therefore b=-3a$

$b=-3a$를 $(a+b)x+b<a$에 대입하면

$(a-3a)x-3a<a,\ -2ax<4a$

이때 $a<0$에서 $-2a>0$이므로

$x<\frac{4a}{-2a} \qquad \therefore x<-2$

33 답) $x>5$

$(a+b)x-a<0$에서 $(a+b)x<a$

이때 부등식의 해가 $x>\frac{1}{3}$이므로 $a+b<0$ …… ❶

즉 $x>\frac{a}{a+b}$이므로 $\frac{a}{a+b}=\frac{1}{3}$

$a+b=3a \qquad \therefore b=2a$ …… ❷

$b=2a$를 $a+b<0$에 대입하면

$a+2a<0,\ 3a<0 \qquad \therefore a<0$ …… ❸

또 $b=2a$를 $(a-b)x+a+2b>0$에 대입하면

$(a-2a)x+a+4a>0,\ -ax>-5a$

이때 $a<0$에서 $-a>0$이므로

$x>\frac{-5a}{-a} \qquad \therefore x>5$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $a+b<0$임을 알기	20 %
❷ a와 b 사이의 관계식 찾기	20 %
❸ a의 부호 찾기	20 %
❹ $(a-b)x+a+2b>0$의 해 구하기	40 %

34 답 $x<-5$

$ax-2b(x+1)>a+2b$에서

$ax-2bx-2b>a+2b$, $(a-2b)x>a+4b$

이때 부등식의 해가 $x<\frac{5}{3}$이므로 $a-2b<0$

즉 $x<\frac{a+4b}{a-2b}$이므로 $\frac{a+4b}{a-2b}=\frac{5}{3}$

$5a-10b=3a+12b$, $2a=22b$ $\therefore a=11b$

$a=11b$를 $a-2b<0$에 대입하면

$11b-2b<0$, $9b<0$ $\therefore b<0$

또 $a=11b$를 $(a-6b)x+2a+3b>0$에 대입하면

$(11b-6b)x+22b+3b>0$, $5bx>-25b$

이때 $b<0$에서 $5b<0$이므로

$x<\frac{-25b}{5b}$ $\therefore x<-5$

35 답 -2

$2x-1>0$에서 $2x>1$ $\therefore x>\frac{1}{2}$

$(a+b)x+2a-5b<0$에서 $(a+b)x<-2a+5b$

이때 부등식의 해가 $x>\frac{1}{2}$이므로 $a+b<0$

즉 $x>\frac{-2a+5b}{a+b}$이므로 $\frac{-2a+5b}{a+b}=\frac{1}{2}$

$a+b=-4a+10b$, $5a=9b$ $\therefore a=\frac{9}{5}b$

$a=\frac{9}{5}b$를 $a+b<0$에 대입하면

$\frac{9}{5}b+b<0$, $\frac{14}{5}b<0$ $\therefore b<0$

또 $a=\frac{9}{5}b$를 $(a-3b)x+b-2a>0$에 대입하면

$\left(\frac{9}{5}b-3b\right)x+b-\frac{18}{5}b>0$, $-\frac{6}{5}bx>\frac{13}{5}b$

이때 $b<0$에서 $-\frac{6}{5}b>0$이므로

$x>\frac{13}{5}b\times\left(-\frac{5}{6b}\right)$ $\therefore x>-\frac{13}{6}$

따라서 가장 작은 정수는 -2이다.

36 답 $x>3$

$\frac{x+9}{4}-\frac{5-2x}{3}<x$의 양변에 12를 곱하면

$3(x+9)-4(5-2x)<12x$, $3x+27-20+8x<12x$

$-x<-7$ $\therefore x>7$

$a(x-2)+b(x+3)>0$에서

$ax-2a+bx+3b>0$, $(a+b)x>2a-3b$

이때 부등식의 해가 $x>7$이므로 $a+b>0$

즉 $x>\frac{2a-3b}{a+b}$이므로 $\frac{2a-3b}{a+b}=7$

$7a+7b=2a-3b$, $5a=-10b$ $\therefore a=-2b$

$a=-2b$를 $a+b>0$에 대입하면

$-2b+b>0$, $-b>0$ $\therefore b<0$

또 $a=-2b$를 $a(x-4)+b(7-3x)>0$에 대입하면

$-2b(x-4)+b(7-3x)>0$

$-2bx+8b+7b-3bx>0$, $-5bx>-15b$

이때 $b<0$에서 $-5b>0$이므로

$x>\frac{-15b}{-5b}$ $\therefore x>3$

적중 & 심화 실전 TEST

60쪽~61쪽

01 답 ①, ③

② $a<b$에서 $-a>-b$ $\therefore -a+1>-b+1$

③ $2a-1\ge 2b-1$에서 $2a\ge 2b$ $\therefore a\ge b$

④ $a<b$에서 $5a<5b$이므로 $-6+5a<-6+5b$

$\therefore \frac{-6+5a}{3}<\frac{-6+5b}{3}$

⑤ $-\frac{a}{4}-1<-\frac{b}{4}-1$에서 $-\frac{a}{4}<-\frac{b}{4}$이므로

$a>b$ $\therefore 3a>3b$

따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

02 답 $A\ge -12$

$4(2x+3)-2(5x+1)\ge 0$에서 $8x+12-10x-2\ge 0$

$-2x\ge -10$ $\therefore x\le 5$

$x\le 5$에서 $-4x\ge -20$, $-4x+8\ge -12$

$\therefore A\ge -12$

03 답 -2, -1, 0

x가 $|x|\le 2$인 정수이므로 $x=-2, -1, 0, 1, 2$

$x-6<-2x-3$에서 $3x<3$ $\therefore x<1$

따라서 주어진 일차부등식을 만족하는 정수 x의 값은 -2, -1, 0이다.

다른 풀이

x가 $|x|\le 2$인 정수이므로 $x=-2, -1, 0, 1, 2$

이를 주어진 부등식에 각각 대입하면

(i) $x=-2$일 때, $-2-6<-2\times(-2)-3$ (참)

(ii) $x=-1$일 때, $-1-6<-2\times(-1)-3$ (참)

(iii) $x=0$일 때, $0-6<-2\times 0-3$ (참)

(iv) $x=1$일 때, $1-6<-2\times 1-3$ (거짓)

(v) $x=2$일 때, $2-6<-2\times 2-3$ (거짓)

따라서 주어진 일차부등식을 만족하는 정수 x의 값은 -2, -1, 0이다.

04 답 -9

$0.3x-1>1.2x+0.8$의 양변에 10을 곱하면

$3x-10>12x+8$, $-9x>18$ $\therefore x<-2$

즉 x의 값 중 가장 큰 정수는 -3이므로 $a=-3$

$\frac{x-1}{2}-\frac{2x-1}{3}<1$의 양변에 6을 곱하면

$3(x-1)-2(2x-1)<6,\ 3x-3-4x+2<6$

$-x<7 \qquad \therefore x>-7$

즉 x의 값 중 가장 작은 정수는 -6이므로 $b=-6$

$\therefore a+b=-3+(-6)=-9$

05 답 2

$2+ax+a<x+2a+1$에서 $(a-1)x<a-1$

이때 $a<1$에서 $a-1<0$이므로

$x>\frac{a-1}{a-1} \qquad \therefore x>1$

따라서 가장 작은 정수는 2이다.

06 답 2

$\frac{a-3}{2}x-\frac{4}{3}>\frac{1}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$3(a-3)x-8>1,\ 3(a-3)x>9,\ (a-3)x>3$

이때 부등식의 해가 $x<-3$이므로 $a-3<0$

따라서 $x<\frac{3}{a-3}$이므로 $\frac{3}{a-3}=-3$

$-3a+9=3,\ -3a=-6 \qquad \therefore a=2$

07 답 $a\le 6$

$x-4=\frac{x-a}{3}$의 양변에 3을 곱하면

$3x-12=x-a,\ 2x=12-a \qquad \therefore x=\frac{12-a}{2}$

이때 해가 3보다 작지 않으므로

$\frac{12-a}{2}\ge 3,\ 12-a\ge 6,\ -a\ge -6 \qquad \therefore a\le 6$

08 답 ③

주어진 수직선에서 $a<c<0<b$

② $c<b$이고 $a<0$이므로 $ac>ab$

③ $a<c<0$에서 $a^2>c^2$

④ $a<b$에서 $a-c<b-c$

⑤ $c<0<b$에서 $\frac{1}{c}<\frac{1}{b}$이고 $a<0$이므로 $\frac{a}{c}>\frac{a}{b}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

09 답 ⑤

[전략] $b-a>0,\ ab<0,\ ac>0$에서 a, b, c의 부호를 먼저 찾는다.

$b-a>0$에서 $b>a$이고 $ab<0$이므로 $a<0,\ b>0$

또 $ac>0$이므로 $c<0$

① $a<b$이고 $c<0$이므로 $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

② $b>0,\ c<0$에서 $bc<0$

③ $b>c$에서 $b-3>c-3$

④ $a<b$에서 $a+3<b+3$

⑤ $b>c$에서 $-1+b>-1+c$이고 $a<0$이므로

$\frac{-1+b}{a}<\frac{-1+c}{a}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

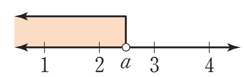
10 답 $2<a\le 3$

$\frac{a-1}{4}-\frac{x-1}{3}>-\frac{a-1}{12}$의 양변에 12를 곱하면

$3(a-1)-4(x-1)>-(a-1),\ 3a-3-4x+4>-a+1$

$-4x>-4a \qquad \therefore x<a$

이 부등식을 만족하는 모든 자연수 x의 값의 합이 3이 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로 $2<a\le 3$



주의

부등식을 만족하는 모든 자연수 x의 값의 합이 3이 되려면

$1+2=3$이므로 a의 값은 2와 3 사이에 있어야 한다.

이때 $a=2$이면 $x<2$이므로 x의 값이 1이고, $a=3$이면 $x<3$이므로 x의 값이 1, 2이다.

따라서 2는 포함하지 않고 3은 포함한다.

11 답 $-\frac{7}{3}\le k<-2$

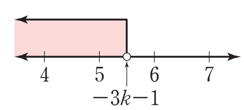
$\frac{2}{3}x-0.\dot{3}>x+k$에서 $\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}>x+k$

양변에 3을 곱하면

$2x-1>3x+3k,\ -x>3k+1 \qquad \therefore x<-3k-1$ ...... ❶

이 부등식을 만족하는 자연수 x가 5개가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로

$5<-3k-1\le 6$ ...... ❷



$6<-3k\le 7 \qquad \therefore -\frac{7}{3}\le k<-2$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ $\frac{2}{3}x-0.\dot{3}>x+k$의 해 구하기	40 %
❷ $-3k-1$의 범위 구하기	40 %
❸ k의 값의 범위 구하기	20 %

12 답 $x>-\frac{2}{5}$

$(a-b)x>b$의 해가 $x<\frac{1}{2}$이므로 $a-b<0$

즉 $x<\frac{b}{a-b}$이므로 $\frac{b}{a-b}=\frac{1}{2}$

$a-b=2b \qquad \therefore a=3b$

$a=3b$를 $a-b<0$에 대입하면

$3b-b<0,\ 2b<0 \qquad \therefore b<0$

또 $a=3b$를 $(2b+a)x+a-b<0$에 대입하면

$(2b+3b)x+3b-b<0,\ 5bx<-2b$

이때 $b<0$에서 $5b<0$이므로

$x>\frac{-2b}{5b} \qquad \therefore x>-\frac{2}{5}$

02 | 일차부등식의 활용

개념 확인 63쪽

01 답 10, 11, 12

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x-1)+x+(x+1)<36$, $3x<36$ $\quad \therefore x<12$

따라서 가장 큰 세 자연수는 10, 11, 12이다.

02 답 5개

음료수를 x개 산다고 하면 초콜릿은 $(10-x)$개 사므로

$800(10-x)+1500x \le 11500$, $8000-800x+1500x \le 11500$

$700x \le 3500$ $\quad \therefore x \le 5$

따라서 음료수는 최대 5개까지 살 수 있다.

03 답 27개

상자를 x개 싣는다고 하면

$48+20x \le 600$, $20x \le 552$ $\quad \therefore x \le \frac{138}{5}$

따라서 상자는 최대 27개까지 실을 수 있다.

04 답 27 cm

세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(x+6)$ cm이므로

$2\{(x+6)+x\} \le 120$, $2x+6 \le 60$, $2x \le 54$ $\quad \therefore x \le 27$

따라서 세로의 길이는 27 cm 이하이어야 한다.

05 답 9권

공책을 x권 산다고 하면

$1000x > 700x+2400$, $300x > 2400$ $\quad \therefore x > 8$

따라서 공책을 9권 이상 살 경우 대형 할인점에 가는 것이 유리하다.

06 답 6 km

시속 3 km로 걸은 거리를 x km라 하면 시속 4 km로 걸은 거리는 $(10-x)$ km이므로

$\frac{x}{3}+\frac{10-x}{4} \le 3$, $4x+3(10-x) \le 36$

$4x+30-3x \le 36$ $\quad \therefore x \le 6$

따라서 시속 3 km로 걸은 거리는 최대 6 km이다.

적중 & 심화 유형 연습 64쪽~70쪽

01 답 12, 14

연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$3x-8 \ge 2(x+2)$, $3x-8 \ge 2x+4$ $\quad \therefore x \ge 12$

따라서 가장 작은 두 짝수는 12, 14이다.

02 답 63

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)<68$, $3x<68$ $\quad \therefore x<\frac{68}{3}$

따라서 가장 큰 세 홀수는 19, 21, 23이므로 그 합은

$19+21+23=63$

주의

$x<\frac{68}{3}$을 만족하는 정수는 22, 21, 20, …이지만 x는 홀수이므로 가장 큰 홀수는 21이다.

03 답 96점

4회째 시험의 점수를 x점이라 하면

$\frac{88\times3+x}{4} \ge 90$, $264+x \ge 360$ $\quad \therefore x \ge 96$

따라서 4회째 시험에서 96점 이상을 받아야 한다.

04 답 10그릇

짬뽕을 x그릇 주문한다고 하면 짜장면은 $(15-x)$그릇 주문하므로

$8000(15-x)+9000x \le 130000$

$120000-8000x+9000x \le 130000$

$1000x \le 10000$ $\quad \therefore x \le 10$

따라서 주문할 수 있는 짬뽕은 최대 10그릇이다.

05 답 ①

줄여야 할 음식물 쓰레기의 양을 x톤이라 하면

$150000(20-x) \le 1800000$

$3000000-150000x \le 1800000$

$-150000x \le -1200000$ $\quad \therefore x \ge 8$

따라서 줄여야 할 음식물 쓰레기의 양은 8톤 이상이다.

06 답 155분

1초당 4원의 요금이 부과되므로 1분당 $4\times60=240$(원)의 요금이 부과된다.

수영이의 이번 달 통화 시간을 x분이라 하면

$17000+240(x-80) \ge 35000$ …… ❶

$17000+240x-19200 \ge 35000$

$240x \ge 37200$ $\quad \therefore x \ge 155$ …… ❷

따라서 수영이는 이번 달에 155분 이상 통화를 하였다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 부등식 세우기	40 %
❷ 부등식 풀기	40 %
❸ 조건에 맞는 답 구하기	20 %

07 답 8 cm

사다리꼴의 높이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(4+12)\times x\le 64,\ 8x\le 64 \qquad \therefore x\le 8$

따라서 사다리꼴의 높이는 최대 8 cm이다.

100점 TIP

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}

×(높이)

08 답 ①

가장 긴 변의 길이가 $x+5$이므로

$x+5<x+(x+3),\ -x<-2 \qquad \therefore x>2$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

100점 TIP

삼각형의 세 변의 길이가 주어질 때

➡ (가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)

09 답 5자루

볼펜을 x자루 산다고 하면

$1800x+900\times 2>1500x+3000, 1800x+1800>1500x+3000$

$300x>1200 \qquad \therefore x>4$

따라서 볼펜을 5자루 이상 사야 인터넷 쇼핑몰에서 사는 것이 더 저렴하다.

10 답 23명

x명이 입장한다고 하면

$5000x>5000\times\left(1-\frac{25}{100}\right)\times 30$

$5000x>112500 \qquad \therefore x>\frac{45}{2}$

따라서 23명 이상일 때, 30명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

11 답 30000원

전체 구입 가격을 x원이라 하면

$x-3000>x\left(1-\frac{10}{100}\right),\ 10x-30000>9x \qquad \therefore x>30000$

따라서 10 % 할인 쿠폰을 사용하는 것이 유리하려면 전체 구입 가격이 30000원을 넘어야 한다.

12 답 8일

한 달에 독서실을 x일 이용한다고 하면

$3500x>20000+2500(x-5)$

$3500x>20000+2500x-12500$

$1000x>7500 \qquad \therefore x>\frac{15}{2}$

따라서 한 달에 8일 이상 독서실을 이용해야 회원이 되는 것이 유리하다.

13 답 800 m

걸어간 거리를 x m라 하면 뛰어간 거리는 $(1200-x)$ m이므로

$\frac{x}{50}+10+\frac{1200-x}{80}\le 31$

$8x+4000+5(1200-x)\le 12400$

$8x+4000+6000-5x\le 12400$

$3x\le 2400 \qquad \therefore x\le 800$

따라서 걸어간 거리는 최대 800 m이다.

100점 TIP

	걸을 때	이야기를 나눈 시간	뛸 때
거리	x m		$(1200-x)$ m
속력	분속 50 m		분속 80 m
시간	$\frac{x}{50}$분	10분	$\frac{1200-x}{80}$분

➡ (걸어간 시간)+(이야기를 나눈 시간)+(뛴 시간)≤31(분)

➡ $\frac{x}{50}+10+\frac{1200-x}{80}\le 31$

14 답 케이크, 초콜릿, 액세서리

기차역에서 상점까지의 거리를 x km라 하면

1시간 20분은 $1+\frac{20}{60}=\frac{4}{3}$(시간)이므로

$\frac{x}{4}+\frac{1}{4}+\frac{x}{4}\le\frac{4}{3}$

$3x+3+3x\le 16,\ 6x\le 13 \qquad \therefore x\le\frac{13}{6}$

따라서 기차역에서 $\frac{13}{6}$ km 이내의 상점을 다녀올 수 있으므로 민아가 구입할 수 있는 선물은 케이크, 초콜릿, 액세서리이다.

15 답 $\frac{3}{2}$ km

집에서 공원에 갈 때 걸은 거리를 x km라 하면 공원에서 집에 올 때 걸은 거리는 $(x+1)$ km이므로

$\frac{x}{3}+\frac{x+1}{5}\le 1,\ 5x+3(x+1)\le 15$

$5x+3x+3\le 15,\ 8x\le 12 \qquad \therefore x\le\frac{3}{2}$

따라서 집에서 공원에 갈 때 걸은 거리는 최대 $\frac{3}{2}$ km이다.

16 답 35분

준성이가 정상에서 머무는 시간을 x분이라 하면

3시간 30분은 $3+\frac{30}{60}=\frac{7}{2}$(시간)이므로

$\frac{3.5}{2}+\frac{x}{60}+\frac{3.5}{3}\le\frac{7}{2}$

$105+x+70\le 210 \qquad \therefore x\le 35$

따라서 준성이가 정상에서 머무를 수 있는 시간은 최대 35분이다.

17 답 $\frac{5000}{7}$ m

등교 시간이 8시 40분이고 8시 15분에 집에서 출발하였으므로 지

각하지 않으려면 25분 이내에 학교에 도착해야 한다.
분속 50 m로 걸은 거리를 x m라 하면 분속 120 m로 달린 거리는 $(2000-x)$ m이므로

$\frac{x}{50}+\frac{2000-x}{120}\le 25$, $12x+5(2000-x)\le 15000$

$12x+10000-5x\le 15000$, $7x\le 5000$ $\quad\therefore x\le\frac{5000}{7}$

따라서 분속 50 m로 걸은 거리는 최대 $\frac{5000}{7}$ m이다.

18 답 25000원

원가를 x원이라 하면

$x\times\left(1+\frac{40}{100}\right)-5000-x\ge\frac{20}{100}x$

$\frac{7}{5}x-5000-x\ge\frac{1}{5}x$

$7x-25000-5x\ge x$ $\quad\therefore x\ge 25000$

따라서 원가는 25000원 이상이다.

19 답 6000원

정가를 x원이라 하면

$x\times\left(1-\frac{10}{100}\right)-4500\ge 4500\times\frac{20}{100}$

$\frac{9}{10}x-4500\ge 900$, $9x-45000\ge 9000$

$9x\ge 54000$ $\quad\therefore x\ge 6000$

따라서 정가를 최소 6000원으로 정해야 한다.

20 답 50 %

원가에 x %의 이익을 붙여 정가를 정한다고 하면

정가는 $3000\times\left(1+\frac{x}{100}\right)=3000+30x$(원)이므로

$(3000+30x)\times\left(1-\frac{30}{100}\right)-3000\ge 3000\times\frac{5}{100}$ …… ❶

$2100+21x-3000\ge 150$, $21x\ge 1050$ $\quad\therefore x\ge 50$ …… ❷

따라서 원가에 50 % 이상의 이익을 붙여 정가를 정해야 한다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 부등식 세우기	40 %
❷ 부등식 풀기	40 %
❸ 조건에 맞는 답 구하기	20 %

21 답 12 %

정가는 $4000\times\left(1+\frac{25}{100}\right)=5000$(원)

정가에서 x %를 할인하여 판다고 하면

$5000\times\left(1-\frac{x}{100}\right)-4000\ge 4000\times\frac{10}{100}$

$5000-50x-4000\ge 400$, $-50x\ge -600$ $\quad\therefore x\le 12$

따라서 정가에서 최대 12 %까지 할인하여 팔 수 있다.

22 답 100 g

4 %의 소금물의 양을 x g이라 하면 8 %의 소금물의 양은 $(300-x)$ g이므로

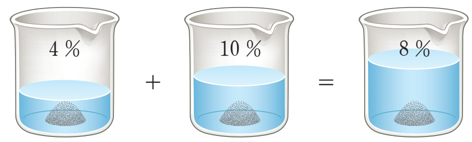
$\frac{4}{100}\times x+\frac{10}{100}\times(300-x)\ge\frac{8}{100}\times 300$

$4x+10(300-x)\ge 2400$, $4x+3000-10x\ge 2400$

$-6x\ge -600$ $\quad\therefore x\le 100$

따라서 4 %의 소금물을 100 g 이하로 섞어야 한다.

100점 TIP



x g + $(300-x)$ g = 300 g

➡ $\frac{4}{100}\times x+\frac{10}{100}\times(300-x)\ge\frac{8}{100}\times 300$

23 답 75 g

더 넣은 설탕의 양을 x g이라 하면

$\frac{5}{100}\times 400+x\ge\frac{20}{100}\times(400+x)$

$2000+100x\ge 20(400+x)$

$2000+100x\ge 8000+20x$

$80x\ge 6000$ $\quad\therefore x\ge 75$

따라서 설탕을 75 g 이상 넣었다.

24 답 60 g

증발시켜야 하는 물의 양을 x g이라 하면

$\frac{8}{100}\times 300\ge\frac{10}{100}\times(300-x)$

$2400\ge 10(300-x)$, $2400\ge 3000-10x$

$10x\ge 600$ $\quad\therefore x\ge 60$

따라서 증발시켜야 하는 물의 양은 60 g 이상이다.

25 답 10 %

처음 소금물의 농도를 x %라 하면

(소금물의 양)$=200-60+10=150$ (g),

(소금의 양)$=\frac{x}{100}\times 200+10=2x+10$ (g)이므로

$\frac{2x+10}{150}\times 100\ge 2x$, $200x+1000\ge 300x$

$-100x\ge -1000$ $\quad\therefore x\le 10$

따라서 처음 소금물의 농도는 최대 10 %이었다.

다른 풀이

처음 소금물의 농도를 x %라 하면

$\frac{x}{100}\times 200+10\ge\frac{2x}{100}\times(200-60+10)$

$200x+1000\ge 300x$, $-100x\ge -1000$ $\quad\therefore x\le 10$

따라서 처음 소금물의 농도는 최대 10 %이었다.

26 답 600 mL

처음 우유의 양을 x mL라 하면

$x-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}x\times\frac{1}{3}\ge 200$

$6x-3x-x\ge 1200,\ 2x\ge 1200 \qquad \therefore x\ge 600$

따라서 처음 우유의 양은 600 mL 이상이었다.

27 답 6대

[전략] 전체 일의 양을 1이라 하고 A 기계와 B 기계가 하루에 하는 일의 양을 각각 구한다.

전체 일의 양을 1이라 하면 A 기계가 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{12}$, B 기계가 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{16}$이다.

A 기계가 x대라 하면 B 기계는 $(14-x)$대이므로

$\frac{1}{12}x+\frac{1}{16}(14-x)\ge 1$

$4x+3(14-x)\ge 48,\ 4x+42-3x\ge 48 \qquad \therefore x\ge 6$

따라서 A 기계는 6대 이상 필요하다.

28 답 24회

[전략] A가 이긴 횟수를 x회라 하고 A와 B가 얻은 점수를 각각 x의 식으로 나타낸다.

A가 이긴 횟수를 x회라 하면 진 횟수는 $(40-x)$회이고, B가 이긴 횟수는 $(40-x)$회, 진 횟수는 x회이므로

$5x+3(40-x)-\{5(40-x)+3x\}\ge 16$

$5x+120-3x-(200-5x+3x)\ge 16$

$5x+120-3x-200+5x-3x\ge 16$

$4x\ge 96 \qquad \therefore x\ge 24$

따라서 A가 이긴 횟수는 최소 24회이다.

29 답 14 cm

$\overline{PC}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(20-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times(20-x)\times 12\le\left\{\frac{1}{2}\times(10+20)\times 12\right\}\times\frac{1}{5}$

$120-6x\le 36,\ -6x\le -84 \qquad \therefore x\ge 14$

따라서 $\overline{PC}$의 길이의 최솟값은 14 cm이다.

30 답 10 cm

[전략] $\triangle APM=$(직사각형 ABCD의 넓이) $-\triangle ABP-\triangle PCM-\triangle AMD$

$\overline{BP}=x$ cm라 하면 $\overline{PC}=(20-x)$ cm이므로

$20\times 16-\frac{1}{2}\times 16\times x-\frac{1}{2}\times(20-x)\times 8-\frac{1}{2}\times 20\times 8\le 120$

$320-8x-80+4x-80\le 120$

$-4x\le -40 \qquad \therefore x\ge 10$

따라서 $\overline{BP}$의 길이는 10 cm 이상이어야 한다.

31 답 $5<a\le 6$

[전략] $\triangle DPC=$(사다리꼴 ABCD의 넓이) $-\triangle APD-\triangle PBC$

$\overline{PB}=x$ cm, $\overline{AP}=(a-x)$ cm이므로

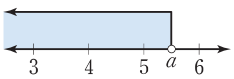
$\frac{1}{2}\times(8+12)\times a-\frac{1}{2}\times(a-x)\times 8-\frac{1}{2}\times x\times 12$

$>\left\{\frac{1}{2}\times(8+12)\times a\right\}\times\frac{2}{5}$

$10a-4a+4x-6x>4a$

$-2x>-2a \qquad \therefore x<a$

이때 부등식을 만족하는 자연수 x가 5개가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$5<a\le 6$

32 답 2250초

사각뿔 모양의 물탱크의 부피는

$\frac{1}{3}\times(3\times 3)\times 2=6\ (\mathrm{m}^3)$

물을 x초 동안 사용한다고 하면 6 $\mathrm{m}^3=6000$ L이므로

$6000-4x+2x\ge 6000\times\frac{1}{4}$

$6000-2x\ge 1500,\ -2x\ge -4500 \qquad \therefore x\le 2250$

따라서 최대 사용시간은 2250초이다.

100점 TIP

(뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times$(밑넓이) $\times$(높이)

33 답 880 m

태호가 걸어간 거리를 x m라 하면

$\frac{x}{80}+\frac{x}{160}+\frac{1200}{160}\le 24$

$2x+x+1200\le 3840,\ 3x\le 2640 \qquad \therefore x\le 880$

따라서 걸어간 거리는 880 m 이하이다.

34 답 2시간

[전략] 먼저 집에서 축구장까지의 거리를 x km라 하고 x의 값의 범위를 구한다.

집에서 축구장까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{60}-\frac{x}{80}\ge\frac{1}{6}$

$4x-3x\ge 40 \qquad \therefore x\ge 40$

따라서 집에서 축구장까지의 거리가 40 km 이상이므로 자전거를 타고 시속 20 km로 달리면 $\frac{40}{20}=2$(시간) 이상 걸린다.

35 답 5분

집에서 도서관까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{8}-\frac{x}{12}\ge\frac{1}{4}$ …… ❶

$3x-2x\ge 6 \qquad \therefore x\ge 6$ …… ❷

따라서 집에서 도서관까지의 거리가 6 km 이상이므로 시속 9 km로 뛰어가면 시속 8 km로 뛰어갈 때보다 $\frac{6}{8}-\frac{6}{9}=\frac{1}{12}$(시간), 즉 5분 이상 빨리 도착한다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 부등식 세우기	30 %
❷ 부등식 풀기	30 %
❸ 조건에 맞는 답 구하기	40 %

36 답 2700 m

두 지점 사이의 거리를 x m라 하면

강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 분속 $250-200=50$ (m), 강을 따라 내려올 때의 배의 속력은 분속 $250+200=450$ (m)이므로

$\frac{x}{50}+\frac{x}{450}\le 60$, $9x+x\le 27000$

$10x\le 27000$ $\therefore x\le 2700$

따라서 두 지점 사이의 거리는 최대 2700 m이다.

100점 TIP

① 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력
➡ (정지한 물에서의 배의 속력)$-$(강물의 속력)

② 강을 따라 내려올 때의 배의 속력
➡ (정지한 물에서의 배의 속력)$+$(강물의 속력)

37 답 시속 $\frac{500}{9}$ km

[전략] 먼저 목적지까지의 거리를 x km라 하고 목적지까지의 거리와 예정 시간을 각각 구한다.

목적지까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{50}-\frac{1}{5}=\frac{x}{60}+\frac{2}{15}$

$6x-60=5x+40$ $\therefore x=100$

따라서 목적지까지의 거리는 100 km, 예정 시간은 $\frac{100}{50}-\frac{1}{5}=\frac{9}{5}$(시간)이다.

이때 예정 시간 안에 도착하기 위해 달려야 하는 속력을 시속 k km라 하면 $\frac{9}{5}k\ge 100$ $\therefore k\ge\frac{500}{9}$

따라서 예정 시간 안에 도착하려면 시속 $\frac{500}{9}$ km 이상으로 달려야 한다.

적중 & 심화 실전 TEST 71쪽~72쪽

01 답 53점

남학생 20명의 과학 성적의 평균을 x점이라 하면

$\frac{62\times 25+20x}{45}\ge 58$, $1550+20x\ge 2610$

$20x\ge 1060$ $\therefore x\ge 53$

따라서 남학생 20명의 과학 성적의 평균은 53점 이상이어야 한다.

02 답 31장

스티커 라벨을 x장 인쇄한다고 하면

$30000+1500(x-10)<2000x$

$30000+1500x-15000<2000x$

$-500x<-15000$ $\therefore x>30$

따라서 31장 이상 인쇄해야 한다.

03 답 105분

대여 시간을 x분이라 하면

$5000+40(x-30)>8000$, $5000+40x-1200>8000$

$40x>4200$ $\therefore x>105$

따라서 B 요금제를 선택하는 것이 유리하려면 대여 시간이 105분을 초과하여야 한다.

04 답 9권

노트를 x권 산다고 하면

$1200x>1200\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times x+2000$

$1200x>960x+2000$

$240x>2000$ $\therefore x>\frac{25}{3}$

따라서 노트를 9권 이상 사야 할인점에 가서 사는 것이 유리하다.

05 답 4개

핸드크림을 x개 산다고 하면

$9000x\times\left(1-\frac{5}{100}\right)<9000x-1500$

$8550x<9000x-1500$

$-450x<-1500$ $\therefore x>\frac{10}{3}$

따라서 핸드크림을 4개 이상 살 때, 5 %를 할인해 주는 쿠폰을 사용하는 것이 유리하다.

06 답 $\frac{8}{5}$ km

올라간 거리를 x km라 하면 내려온 거리는 $(x+2)$ km이므로

$\frac{x}{2}+1+\frac{x+2}{3}\le 3$, $3x+6+2(x+2)\le 18$

$3x+6+2x+4\le 18$, $5x\le 8$ $\therefore x\le\frac{8}{5}$

따라서 올라간 거리는 최대 $\frac{8}{5}$ km이다.

07 답 $\frac{22000}{3}$ m

[전략] 단위를 통일하여 시간에 대한 부등식을 세운다.

시속 6 km$=$분속 $\frac{6000}{60}$ m$=$분속 100 m

진우가 분속 200 m로 뛴 거리를 x m라 하면 분속 50 m로 걸은 거리는 $(10000-x)$ m이므로

$\frac{10000}{100} \geq \frac{x}{200}+10+\frac{10000-x}{50}$
$20000 \geq x+2000+4(10000-x)$
$20000 \geq x+2000+40000-4x$
$3x \geq 22000 \qquad \therefore x \geq \frac{22000}{3}$
따라서 진우가 분속 200 m로 뛴 거리는 최소 $\frac{22000}{3}$ m이다.

08 답 25 %

원가를 a원이라 하고, 원가에 x %의 이익을 붙여 정가를 정한다고 하면
$a \times \left(1+\frac{x}{100}\right) \times \left(1-\frac{20}{100}\right)-a \geq 0$
$\frac{4}{5}a+\frac{x}{125}a-a \geq 0,\ 100+x-125 \geq 0 \qquad \therefore x \geq 25$
따라서 원가에 25 % 이상의 이익을 붙여 정가를 정해야 한다.

09 답 300 g

10 %의 식염수의 양을 x g이라 하면 5 %의 식염수의 양은 $(500-x)$ g이므로
$\frac{10}{100} \times x+\frac{5}{100} \times (500-x) \geq \frac{8}{100} \times 500$
$10x+5(500-x) \geq 4000,\ 10x+2500-5x \geq 4000$
$5x \geq 1500 \qquad \therefore x \geq 300$
따라서 10 %의 식염수를 최소 300 g 섞어야 한다.

10 답 6명

전체 일의 양을 1이라 하면 남자가 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{8}$, 여자가 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{12}$이다.
여자가 x명이라 하면 남자는 $(10-x)$명이므로
$\frac{1}{8}(10-x)+\frac{1}{12}x \geq 1$
$3(10-x)+2x \geq 24,\ 30-3x+2x \geq 24$
$-x \geq -6 \qquad \therefore x \leq 6$
따라서 여자는 6명 이하이어야 한다.

11 답 9 cm

$\overline{BP}=x$ cm라 하면 $\overline{PC}=(10-x)$ cm이므로
$\frac{1}{2} \times (6+10) \times 10-\frac{1}{2} \times 6 \times x-\frac{1}{2} \times (10-x) \times 10$
$\leq \left\{\frac{1}{2} \times (6+10) \times 10\right\} \times \frac{3}{5}$ …… ❶
$80-3x-50+5x \leq 48,\ 2x \leq 18 \qquad \therefore x \leq 9$ …… ❷
따라서 $\overline{BP}$의 길이는 9 cm 이하이어야 한다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 부등식 세우기	40 %
❷ 부등식 풀기	40 %
❸ 조건에 맞는 답 구하기	20 %

12 답 시속 $\frac{2340}{31}$ km

목적지까지의 거리를 x km라 하면
$\frac{x}{65}-\frac{1}{12}=\frac{x}{60}-\frac{2}{15}$
$12x-65=13x-104 \qquad \therefore x=39$
따라서 목적지까지의 거리는 39 km, 예정 시간은
$\frac{39}{60}-\frac{2}{15}=\frac{31}{60}$(시간)이다.
이때 예정 시간 안에 도착하기 위해 달려야 하는 속력을 시속 k km라 하면 $\frac{31}{60}k \geq 39 \qquad \therefore k \geq \frac{2340}{31}$
따라서 예정 시간 안에 도착하려면 시속 $\frac{2340}{31}$ km 이상으로 차를 운전해야 한다.

학교 시험 최상위 기출 도전 73쪽~74쪽

01 답 ④

[전략] 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.
(가) $ac>bc$이고 $a<b$이므로 $c<0$
(나) $ce>0$이고 $c<0$이므로 $e<0$
(다) $ad<bd$이고 $a<b$이므로 $d>0$
(라) $b+e>0$이고 $e<0$이므로 $b>0,\ |b|>|e|$
(마) $\frac{c}{a}>\frac{d}{a}$이고 $c<d$이므로 $a<0$
④ $a<0,\ d>0$이므로 $|a|>|d|$이면 $a+d<0$
$|a|<|d|$이면 $a+d>0$
따라서 항상 참이라고 할 수 없는 것은 ④이다.

02 답 ①

[전략] $ab<0,\ bc>0$에서 a와 b는 다른 부호이고 b와 c는 같은 부호이므로 a와 c는 다른 부호이다.
$ab<0,\ bc>0$에서 a와 b는 다른 부호이고, b와 c는 같은 부호이므로 a와 c는 다른 부호이다.
또 $a<c$에서 $a<0,\ c>0$이므로 $b>0$
$\therefore a<0<b<c$
$(a-b)x-a+c>cx-b$에서
$(a-b-c)x>a-b-c$
이때 $a<0<b<c$에서 $a-b-c<0$이므로
$x<\frac{a-b-c}{a-b-c} \qquad \therefore x<1$
따라서 해가 아닌 것은 ①이다.

03 답 2

[전략] 부등식 $ax<b$의 해가 $x>k$이면 $a<0,\ \frac{b}{a}=k$임을 이용한다.
$3a(x-1)-b(x-6)<2(b-a)$에서

$3ax-3a-bx+6b<2b-2a$

$(3a-b)x<a-4b$

이 부등식의 해가 $x>-\frac{2}{5}$이므로 $3a-b<0$

즉 $x>\frac{a-4b}{3a-b}$이므로 $\frac{a-4b}{3a-b}=-\frac{2}{5}$

$5a-20b=-6a+2b,\ 11a=22b \qquad \therefore a=2b$

$a=2b$를 $3a-b<0$에 대입하면

$6b-b<0,\ 5b<0 \qquad \therefore b<0$

그런데 b는 $|b|\leq 1$인 정수이므로 $b=-1$

따라서 $a=2\times(-1)=-2$이므로

$a-4b=-2-4\times(-1)=2$

04 답 $13\leq k<18$

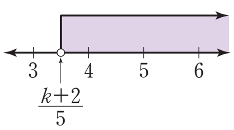
[전략] 기호 △의 약속을 이용하여 일차부등식을 세운다.

$(2x+1)\triangle(3x-2)>1\triangle k$에서

$(2x+1)+(3x-2)-2>1+k-2$

$5x>k+2 \qquad \therefore x>\frac{k+2}{5}$

이때 부등식을 만족하는 정수 x의 최솟값이 4가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로 $3\leq\frac{k+2}{5}<4$



$15\leq k+2<20 \qquad \therefore 13\leq k<18$

05 답 40 %

[전략] 원가가 a원인 상품에 x %의 이익을 붙인 정가는 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$원임을 이용한다.

화분 한 개에 x %의 이익을 붙여서 정가를 정하였다고 하면

정가는 $1000\times\left(1+\frac{x}{100}\right)=1000+10x$(원)이므로

$$(1000+10x)\times 40+(1000+10x)\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times 50-1000\times 100\geq 1000\times 100\times\frac{12}{100}$$

$40000+400x+40000+400x-100000\geq 12000$

$800x\geq 32000 \qquad \therefore x\geq 40$

따라서 화분 한 개에 40 % 이상의 이익을 붙여서 정가를 정하였다.

06 답 39개

[전략] 구멍을 1개 뚫을 때마다 늘어나는 겉넓이는 $(1+1+1+1)\times 12-(1\times 1)\times 2=46\ (\text{cm}^2)$이다.

처음 직육면체의 겉넓이는

$(20\times 20)\times 2+(20+20+20+20)\times 12=1760\ (\text{cm}^2)$

구멍을 1개 뚫을 때마다 늘어나는 겉넓이는

$(1+1+1+1)\times 12-(1\times 1)\times 2=46\ (\text{cm}^2)$

구멍을 x개 뚫었을 때, 새로운 입체도형의 겉넓이가 처음 직육면체의 겉넓이의 2배 이상이 된다고 하면

$1760+46x\geq 1760\times 2,\ 1760+46x\geq 3520$

$46x\geq 1760 \qquad \therefore x\geq\frac{880}{23}$

따라서 구멍을 39개 이상 뚫어야 한다.

07 답 분속 80 m 초과 분속 160 m 이하

[전략] 동생이 운동장 트랙을 한 바퀴 도는 동안 형과 두 번 만나려면 형은 운동장 트랙을 한 바퀴 초과 두 바퀴 이하로 돌아야 한다.

동생이 A 지점에서 출발하여 다시 A 지점으로 돌아올 때까지 걸린 시간은 $\frac{480}{80}=6$(분)

형의 속력을 분속 x m라 하고, 6분 동안 형과 동생이 두 번 만나려면 형은 운동장 트랙을 한 바퀴 초과 두 바퀴 이하로 돌아야 하므로

$480\times 1<6x\leq 480\times 2$

$480<6x\leq 960 \qquad \therefore 80<x\leq 160$

따라서 형의 속력은 분속 80 m 초과 분속 160 m 이하이다.

참고

형이 처음 한 바퀴를 도는 도중에 동생과 반드시 한 번 만나게 된다.

(i) 형이 한 바퀴를 돌아서 동생과 A 지점에서 만나는 경우 :
동생이 A 지점으로 돌아올 때까지 형과 2번 만나게 된다.
그러나 A 지점에서 만나는 경우는 만나는 횟수에 포함하지 않으므로 만나는 횟수는 1번이다.

(ii) 형이 한 바퀴보다 조금 더 돌아서 동생이 A 지점에 도착하기 전에 만나는 경우 :
동생이 A 지점으로 돌아올 때까지 형과 2번 만나게 된다.

(iii) 형이 두 바퀴를 돌아서 동생과 A 지점에서 만나는 경우 :
동생이 A 지점으로 돌아올 때까지 형과 3번 만나게 된다.
그러나 A 지점에서 만나는 경우는 만나는 횟수에 포함하지 않으므로 만나는 횟수는 2번이다.

08 답 2점

[전략] 1, 2, 3, 4, 8번째 단원 평가 점수를 각각 a점, b점, c점, d점, e점이라 하고 부등식을 세운다.

8차례의 단원 평가 점수를 다음과 같이 두자.

회	1	2	3	4	5	6	7	8
점수(점)	a	b	c	d	8	5	7	e

4번째까지의 단원 평가 평균 점수보다 7번째까지의 단원 평가 평균 점수가 더 높으므로

$\frac{a+b+c+d}{4}<\frac{a+b+c+d+8+5+7}{7}$

$7(a+b+c+d)<4(a+b+c+d+20)$

$7a+7b+7c+7d<4a+4b+4c+4d+80$

$3(a+b+c+d)<80 \qquad \therefore a+b+c+d<\frac{80}{3}$

그런데 a, b, c, d가 자연수이므로 $a+b+c+d\leq 26$

또 8번째까지의 단원 평가 평균 점수가 6점 이상이므로

$\frac{a+b+c+d+8+5+7+e}{8}\geq 6$

$a+b+c+d+20+e\geq 48$

$\therefore e\geq 28-(a+b+c+d)$

이때 $a+b+c+d\leq 26$이므로 $e\geq 2$

따라서 8번째 단원 평가에서 최소 2점을 받았다.

4 연립방정식

01 | 연립방정식의 풀이

개념 확인 77쪽

01 답 ③

⑤ $y=x(x+4)-x^2$에서 $4x-y=0$이므로 미지수가 2개인 일차방정식이다.
따라서 미지수가 2개인 일차방정식이 아닌 것은 ③이다.

02 답 ②

$2x+y=10$에
① $x=-1, y=12$를 대입하면 $2\times(-1)+12=10$
② $x=-\frac{1}{2}, y=10$을 대입하면 $2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+10\neq10$
③ $x=\frac{1}{2}, y=9$를 대입하면 $2\times\frac{1}{2}+9=10$
④ $x=2, y=6$을 대입하면 $2\times2+6=10$
⑤ $x=3, y=4$를 대입하면 $2\times3+4=10$
따라서 일차방정식 $2x+y=10$의 해가 아닌 것은 ②이다.

03 답 2

$x=2, y=-3$을 $ax-y=13$에 대입하면
$2a+3=13, 2a=10 \quad \therefore a=5$
$x=2, y=-3$을 $x-by=11$에 대입하면
$2+3b=11, 3b=9 \quad \therefore b=3$
$\therefore a-b=5-3=2$

04 답 -1

$\begin{cases} 5x+2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times3-$㉡$\times2$를 하면 $11x=11 \quad \therefore x=1$
$x=1$을 ㉠에 대입하면
$5+2y=1, 2y=-4 \quad \therefore y=-2$
따라서 $a=1, b=-2$이므로
$a+b=1+(-2)=-1$

05 답 (1) $x=1, y=1$ (2) $x=4, y=-6$ (3) $x=-11, y=-13$

(1) $\begin{cases} 3x+2(y-1)=3 \\ 3(x-2y)+5y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡을 하면 $3y=3 \quad \therefore y=1$
$y=1$을 ㉡에 대입하면
$3x-1=2, 3x=3 \quad \therefore x=1$

(2) $\begin{cases} 0.2x-0.3y=2.6 \\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y=26 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡$\times2$를 하면 $-7y=42 \quad \therefore y=-6$
$y=-6$을 ㉡에 대입하면 $x-12=-8 \quad \therefore x=4$

(3) $\begin{cases} (x+1):(y-2)=2:3 \\ x-y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-2y=-7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡$\times2$를 하면 $x=-11$
$x=-11$을 ㉡에 대입하면 $-11-y=2 \quad \therefore y=-13$

06 답 $x=-2, y=1$

$\begin{cases} x-3y=-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times2-$㉡을 하면 $-5y=-5 \quad \therefore y=1$
$y=1$을 ㉠에 대입하면 $x-3=-5 \quad \therefore x=-2$

07 답 ①, ③

① $\begin{cases} y=x+4 \\ 5x-5y=-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-5y=-20 \\ 5x-5y=-20 \end{cases}$이므로 해가 무수히 많다.
② $\begin{cases} 4x-y=5 \\ 8x-2y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x-2y=10 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$이므로 해가 없다.
③ $\begin{cases} x+3y=1 \\ 3x+9y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+9y=3 \\ 3x+9y=3 \end{cases}$이므로 해가 무수히 많다.
④ $\begin{cases} x+y=5 \\ 6x+6y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+6y=30 \\ 6x+6y=1 \end{cases}$이므로 해가 없다.
⑤ $\begin{cases} y=-2x+9 \\ \frac{x}{6}+\frac{y}{3}=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=9 \\ x+2y=3 \end{cases}$이므로 해는 1개이다.
따라서 해가 무수히 많은 것은 ①, ③이다.

적중 & 심화 유형 연습 78쪽~83쪽

01 답 ⑤

$ax+3y-3=3(x-y)-3$에서 $(a-3)x+6y=0$
이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면
$a-3\neq0 \quad \therefore a\neq3$

02 답 ③, ⑤

③ $2x=3y-5$
⑤ $10x+y=3(10y+x)-1 \Rightarrow 7x-29y=-1$

주의
십의 자리의 숫자가 x, 일의 자리의 숫자가 y인 두 자리의 자연수는 xy가 아니라 $10x+y$임에 주의한다.

03 답 8

일차방정식 $x+6y=28$의 해는 $(22, 1), (16, 2), (10, 3), (4, 4)$의 4개이므로 $a=4$

일차방정식 $2x+5y=22$의 해는 $(1, 4)$, $(6, 2)$의 2개이므로
$b=2$
$\therefore a+2b=4+2\times2=8$

04 답) 2

$x=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$을 $3x-4y=-2$에 대입하면

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{7}{4}$	-1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$	2	$\frac{11}{4}$

따라서 주어진 일차방정식을 만족하는 순서쌍 (x, y)의 개수는 $(-2, -1)$, $(2, 2)$의 2이다.

05 답) -12

$x=1, y=-2$를 $2x+ay=8$에 대입하면
$2-2a=8, 2a=-6 \qquad \therefore a=-3$
$x=1, y=-2$를 $bx+y=2$에 대입하면
$b-2=2 \qquad \therefore b=4$
$\therefore ab=-3\times4=-12$

06 답) 0

$x=b, y=2b+1$을 $4x+y=7$에 대입하면
$4b+(2b+1)=7, 6b=6 \qquad \therefore b=1$ …… ❶
따라서 연립방정식의 해는 $(1, 3)$이므로
$x=1, y=3$을 $x+ay=-2$에 대입하면
$1+3a=-2, 3a=-3 \qquad \therefore a=-1$ …… ❷
$\therefore a+b=-1+1=0$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ b의 값 구하기	40 %
❷ a의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

07 답) 9

㉠을 ㉡에 대입하면
$4x-(-2x+4)=2, 6x=\boxed{(가)\ 6} \qquad \therefore x=\boxed{(나)\ 1}$
$x=\boxed{(나)\ 1}$을 ㉠에 대입하면 $y=-2+4=\boxed{(다)\ 2}$
따라서 $a=6, b=1, c=2$이므로
$a+b+c=6+1+2=9$

08 답) 2

$x=-2, y=1$을 $ax+by=10$에 대입하면
$-2a+b=10$ …… ㉠
$x=4, y=3$을 $ax+by=10$에 대입하면
$4a+3b=10$ …… ㉡
㉠$\times2+$㉡을 하면 $5b=30 \qquad \therefore b=6$
$b=6$을 ㉠에 대입하면
$-2a+6=10, 2a=-4 \qquad \therefore a=-2$
$\therefore 2a+b=2\times(-2)+6=2$

09 답) 4

$\begin{cases} 3x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-4y=11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times2+$㉡을 하면 $7x=21 \qquad \therefore x=3$
$x=3$을 ㉡에 대입하면
$3-4y=11, 4y=-8 \qquad \therefore y=-2$
따라서 $x=3, y=-2$를 $5x+ay=7$에 대입하면
$15-2a=7, 2a=8 \qquad \therefore a=4$

10 답) 6

주어진 두 연립방정식의 해는 연립방정식
$\begin{cases} 2x+y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=6y-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.
㉡을 ㉠에 대입하면
$2(6y-2)+y=9, 13y=13 \qquad \therefore y=1$
$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=6-2=4$
$x=4, y=1$을 $x-2y=a$에 대입하면
$4-2=a \qquad \therefore a=2$
$x=4, y=1$을 $bx+2y=14$에 대입하면
$4b+2=14, 4b=12 \qquad \therefore b=3$
$\therefore ab=2\times3=6$

11 답) $x=4, y=3$

$\begin{cases} x+3y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+5y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times2-$㉡을 하면 $y=1$
$y=1$을 ㉠에 대입하면 $x+3=2 \qquad \therefore x=-1$
따라서 $a=-1, b=1$이므로
$\begin{cases} ax+by=-1 \\ bx-ay=7 \end{cases}$에 대입하면 $\begin{cases} -x+y=-1 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+y=7 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢$+$㉣을 하면 $2y=6 \qquad \therefore y=3$
$y=3$을 ㉣에 대입하면 $x+3=7 \qquad \therefore x=4$

12 답) $a=\frac{3}{5}, b=\frac{6}{5}$

$5^3+5^3+5^3+5^3+5^3=5\times5^3=5^4=5^x$이므로 $x=4$
$9^3=(3^2)^3=3^6=3^{2y}$이므로
$6=2y \qquad \therefore y=3$
$x=4, y=3$을 $\begin{cases} ax+by=6 \\ bx-ay=3 \end{cases}$에 대입하면
$\begin{cases} 4a+3b=6 \\ 4b-3a=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+3b=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3a+4b=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times3+$㉡$\times4$를 하면 $25b=30 \qquad \therefore b=\frac{6}{5}$

$b=\frac{6}{5}$을 ㉠에 대입하면

$4a+\frac{18}{5}=6,\ 4a=\frac{12}{5}\qquad \therefore a=\frac{3}{5}$

13 답) 5

$\begin{cases} 4x-y-2(x-1)=-7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y+\frac{1}{2}(5y+1)=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 괄호를 풀어 정리하면 $2x-y=-9$ ······ ㉢

㉡×2를 하면 $6x-2y+5y+1=4$

$6x+3y=3,\ 2x+y=1$ ······ ㉣

㉢+㉣을 하면 $4x=-8\qquad \therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉣에 대입하면 $-4+y=1\qquad \therefore y=5$

따라서 $a-4=-2,\ 2b=5$이므로 $a=2,\ b=\frac{5}{2}$

$\therefore ab=2\times\frac{5}{2}=5$

14 답) $x=2,\ y=-2$

$\begin{cases} \frac{y-x}{5}+0.3x=-\frac{1}{5} & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{x+2y}{10}-1.2y=2.2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10을 하면

$2(y-x)+3x=-2,\ x+2y=-2$ ······ ㉢

㉡×10을 하면

$x+2y-12y=22,\ x-10y=22$ ······ ㉣

㉢−㉣을 하면 $12y=-24\qquad \therefore y=-2$

$y=-2$를 ㉢에 대입하면 $x-4=-2\qquad \therefore x=2$

15 답) $\frac{12}{5}$

$\begin{cases} 0.\dot{2}x-1.\dot{3}y=-0.0\dot{8} \\ 0.\dot{1}x+1.\dot{1}y=0.\dot{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{9}x-\frac{12}{9}y=-\frac{8}{90} & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{1}{9}x+\frac{10}{9}y=\frac{6}{9} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×90을 하면

$20x-120y=-8,\ 5x-30y=-2$ ······ ㉢

㉡×9를 하면 $x+10y=6$ ······ ㉣

㉢+㉣×3을 하면 $8x=16\qquad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉣에 대입하면

$2+10y=6,\ 10y=4\qquad \therefore y=\frac{2}{5}$

따라서 $a=2,\ b=\frac{2}{5}$이므로

$a+b=2+\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$

16 답) 10

$\begin{cases} (x+1):(x+2y)=3:2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.1x+0.5y=0.3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 비례식을 풀면 $2(x+1)=3(x+2y)$

$2x+2=3x+6y,\ x+6y=2$ ······ ㉢

㉡×10을 하면 $x+5y=3$ ······ ㉣ ······ ❶

㉢−㉣을 하면 $y=-1$

$y=-1$을 ㉢에 대입하면 $x-6=2\qquad \therefore x=8$ ······ ❷

따라서 $x=8,\ y=-1$을 $x+ay=-2$에 대입하면

$8-a=-2\qquad \therefore a=10$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 간단히 하기	40 %
❷ 연립방정식 풀기	40 %
❸ a의 값 구하기	20 %

17 답) −3

주어진 두 연립방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases} 2(x+1)-y=0 \\ x-6=3(3x-y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8x-3y=-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.

㉠×3−㉡을 하면 $-2x=0\qquad \therefore x=0$

$x=0$을 ㉠에 대입하면 $-y=-2\qquad \therefore y=2$

$x=0,\ y=2$를 $3x+ay=1$에 대입하면

$2a=1\qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

$x=0,\ y=2$를 $4x-2y=b$에 대입하면 $b=-4$

$\therefore 2a+b=2\times\frac{1}{2}+(-4)=-3$

18 답) 12

$\begin{cases} 3(x-3)+2(y-1)=5x-4y-11 \\ 2x-(3-y)=5x-4y-11 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x-6y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡×2를 하면 $-8y=-16\qquad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면

$2x-12=0,\ 2x=12\qquad \therefore x=6$

따라서 $a=6,\ b=2$이므로

$ab=6\times2=12$

19 답) $x=-\frac{2}{3},\ y=1$

$\begin{cases} \frac{x-2}{8}=2x+y & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{x+2y-3}{5}=2x+y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×8을 하면 $x-2=16x+8y$

$15x+8y=-2$ ······ ㉢

㉡×5를 하면 $x+2y-3=10x+5y$

$9x+3y=-3,\ 3x+y=-1$ ······ ㉣

㉢−㉣×5를 하면 $3y=3\qquad \therefore y=1$

$y=1$을 ㉣에 대입하면

$3x+1=-1\qquad \therefore x=-\frac{2}{3}$

20 답 5

$x=3, y=1$을 $ax+by=2(ax-by)-3=2x+y+4$에 대입하면

$3a+b=2(3a-b)-3=11$

즉 $\begin{cases} 3a+b=11 \\ 2(3a-b)-3=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a+b=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6a-2b=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $12a=36$ $\quad \therefore a=3$

$a=3$을 ㉠에 대입하면 $9+b=11$ $\quad \therefore b=2$

$\therefore a+b=3+2=5$

21 답 1

$\begin{cases} 3x-y=a & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=9-a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

를 만족하는 y의 값이 x의 값의 2배이므로

$y=2x$ $\quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $3x-2x=a$, $x=a$ $\quad \cdots\cdots ㉣$

㉢을 ㉡에 대입하면

$2x+6x=9-a$, $8x+a=9$ $\quad \cdots\cdots ㉤$

㉣을 ㉤에 대입하면

$8a+a=9$, $9a=9$ $\quad \therefore a=1$

22 답 -9

$\begin{cases} x-2y=\dfrac{a-3}{2} \\ 3x-4y=a+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-4y=a-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=a+3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

을 만족하는 x의 값과 y의 값이 같으므로

$x=y$ $\quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면

$2y-4y=a-3$, $2y+a=3$ $\quad \cdots\cdots ㉣$

㉢을 ㉡에 대입하면

$3y-4y=a+3$, $y+a=-3$ $\quad \cdots\cdots ㉤$

㉣$-$㉤$\times 2$를 하면 $-a=9$ $\quad \therefore a=-9$

23 답 1

$\begin{cases} x+ay=2 \\ \dfrac{3}{2}x-y=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+ay=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=26 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

을 만족하는 x와 y의 값의 합이 2이므로

$x+y=2$ $\quad \cdots\cdots ㉢$

㉡$+$㉢$\times 2$를 하면 $5x=30$ $\quad \therefore x=6$

$x=6$을 ㉢에 대입하면 $6+y=2$ $\quad \therefore y=-4$

따라서 $x=6$, $y=-4$를 ㉠에 대입하면

$6-4a=2$, $4a=4$ $\quad \therefore a=1$

24 답 -3

$\begin{cases} x-y=3x-5y+2 \\ x-y=-x+2y+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-4y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

를 만족하는 x의 값과 y의 값의 비가 $3:1$이므로

$x:y=3:1$, $x=3y$ $\quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면

$6y-4y=-2$, $2y=-2$ $\quad \therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉢에 대입하면 $x=-3$

따라서 $x=-3$, $y=-1$을 ㉡에 대입하면

$-6+3=a$ $\quad \therefore a=-3$

25 답 8

$x-3y=-4$에서 -4를 k로 잘못 보았다고 하면

$x-3y=k$ $\quad \cdots\cdots ㉠$

$y=2$를 $x-5y=4$에 대입하면

$x-10=4$ $\quad \therefore x=14$

$x=14$, $y=2$를 ㉠에 대입하면

$14-6=k$ $\quad \therefore k=8$

따라서 -4를 8로 잘못 보고 풀었다.

100점 TIP

① 잘못 본 것은 문자 k로 놓고 새로운 연립방정식을 만든다.

② 잘못 구한 해를 대입하여 k의 값을 구한다.

26 답 $x=-\dfrac{4}{3}$, $y=\dfrac{11}{3}$

A는 b를 바르게 보았으므로

$x=-2$, $y=4$를 $x+2y-3b=3$에 대입하면

$-2+8-3b=3$, $3b=3$ $\quad \therefore b=1$ $\quad \cdots\cdots$ ❶

B는 a를 바르게 보았으므로

$x=1$, $y=6$을 $2x+ay=-10$에 대입하면

$2+6a=-10$, $6a=-12$ $\quad \therefore a=-2$ $\quad \cdots\cdots$ ❷

즉 처음 연립방정식은 $\begin{cases} 2x-2y=-10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$이므로

㉠$+$㉡을 하면 $3x=-4$ $\quad \therefore x=-\dfrac{4}{3}$

$x=-\dfrac{4}{3}$를 ㉡에 대입하면

$-\dfrac{4}{3}+2y=6$, $2y=\dfrac{22}{3}$ $\quad \therefore y=\dfrac{11}{3}$ $\quad \cdots\cdots$ ❸

채점 기준	비율
❶ b의 값 구하기	30 %
❷ a의 값 구하기	30 %
❸ 연립방정식 풀기	40 %

27 답 $x=2$, $y=-1$

[전략] 상수 a, b를 바꾼 연립방정식에 주어진 해를 대입하여 처음 연립방정식을 구한 후 푼다.

$x=-1$, $y=2$를 $\begin{cases} bx+ay=1 \\ ax+by=4 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} -b+2a=1 \\ -a+2b=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ -a+2b=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡$\times 2$를 하면 $3b=9$ $\quad \therefore b=3$

$b=3$을 ㉡에 대입하면 $-a+6=4$ $\quad \therefore a=2$

즉 처음 연립방정식은 $\begin{cases} 2x+3y=1 & \cdots\cdots \text{㉢} \\ 3x+2y=4 & \cdots\cdots \text{㉣} \end{cases}$이므로

㉢$\times 3-$㉣$\times 2$를 하면 $5y=-5$ $\quad\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉢에 대입하면

$2x-3=1,\ 2x=4$ $\quad\therefore x=2$

28 답) 18

[전략] 연립방정식이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 가지므로 해가 무수히 많다.

$\begin{cases} 3y=4x \\ 10x+6y=ax \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8x+6y=0 \\ (10-a)x+6y=0 \end{cases}$

이 연립방정식이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 가지므로 해가 무수히 많다.

따라서 $10-a=-8$이므로 $a=18$

29 답) 28

$\begin{cases} 2.1x+3.5y=5 \\ ax+by=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21x+35y=50 \\ 2ax+2by=50 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$2a=21,\ 2b=35$ $\quad\therefore a=\frac{21}{2},\ b=\frac{35}{2}$

$\therefore a+b=\frac{21}{2}+\frac{35}{2}=28$

30 답) ②, ④

① $a=1, b=2$를 대입하면

$\begin{cases} 4x+6y=2 \\ 2x-3y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=2 \\ 4x-6y=-2 \end{cases}$

이므로 해는 1개이다.

② $a=-1, b=2$를 대입하면

$\begin{cases} 4x+6y=2 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=2 \\ 4x+6y=-2 \end{cases}$

이므로 해가 없다.

③ $a=1, b=-2$를 대입하면

$\begin{cases} 4x+6y=-2 \\ 2x-3y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=-2 \\ 4x-6y=-2 \end{cases}$

이므로 해는 1개이다.

④ $a=-1, b=-2$를 대입하면

$\begin{cases} 4x+6y=-2 \\ 2x+3y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=-2 \\ 4x+6y=-2 \end{cases}$

이므로 해가 무수히 많다.

⑤ $a=1, b=3$을 대입하면

$\begin{cases} 4x+6y=3 \\ 2x-3y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=3 \\ 4x-6y=-2 \end{cases}$

이므로 해는 1개이다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

31 답) 3 : 4

[전략] 연립방정식의 해를 a의 식으로 나타낸다.

$\begin{cases} x+2y=11a & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 2x+5y=26a & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-y=-4a$ $\quad\therefore y=4a$

$y=4a$를 ㉠에 대입하면 $x+8a=11a$ $\quad\therefore x=3a$

$\therefore x : y=3a : 4a=3 : 4$

32 답) -13

$\begin{cases} 4x+7y=13a & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x+4y=16a & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡$\times 4$를 하면 $5y=-25a$ $\quad\therefore y=-5a$

$y=-5a$를 ㉡에 대입하면

$3x-20a=16a,\ 3x=36a$ $\quad\therefore x=12a$

$\therefore \frac{7x-4y}{x+4y}=\frac{84a+20a}{12a-20a}=\frac{104a}{-8a}=-13$

33 답) $x=\frac{1}{2}, y=-1$

[전략] $\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$로 놓고 X, Y에 대한 연립방정식을 푼다.

$\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$로 놓으면

$\begin{cases} \frac{3}{x}-\frac{2}{y}=8 \\ \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3X-2Y=8 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 2X+Y=3 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠$+$㉡$\times 2$를 하면 $7X=14$ $\quad\therefore X=2$

$X=2$를 ㉡에 대입하면 $4+Y=3$ $\quad\therefore Y=-1$

따라서 $\frac{1}{x}=2, \frac{1}{y}=-1$이므로 $x=\frac{1}{2}, y=-1$

34 답) $x=7, y=6$

$0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x}=1.4\dot{4}\dot{5}$에서 $\frac{10x+y}{99}+\frac{10y+x-y}{90}=\frac{1431}{990}$

양변에 990을 곱하면 $100x+10y+110y+11x-11y=1431$

$111x+109y=1431$

즉 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} x+2y=19 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 111x+109y=1431 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠$\times 111-$㉡을 하면 $113y=678$ $\quad\therefore y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면 $x+12=19$ $\quad\therefore x=7$

35 답) 4, 44

[전략] x의 절댓값이 y의 절댓값의 2배이므로 $x=2y$ 또는 $x=-2y$임을 이용한다.

$|x|=2|y|$이므로

$x\geq 0, y\geq 0$ 또는 $x<0, y<0$일 때, $x=2y$

$x\geq 0, y<0$ 또는 $x<0, y\geq 0$일 때, $x=-2y$

(i) $x=2y$를 $x+y=6$에 대입하면
$2y+y=6$, $3y=6$ $\therefore y=2$
$y=2$를 $x=2y$에 대입하면 $x=4$
즉 $x=4$, $y=2$를 $3x-2y=4+a$에 대입하면
$12-4=4+a$ $\therefore a=4$
(ii) $x=-2y$를 $x+y=6$에 대입하면
$-2y+y=6$, $-y=6$ $\therefore y=-6$
$y=-6$을 $x=-2y$에 대입하면 $x=12$
즉 $x=12$, $y=-6$을 $3x-2y=4+a$에 대입하면
$36+12=4+a$ $\therefore a=44$
따라서 a의 값은 4, 44이다.

36 답 $-\frac{75}{4}$

[전략] y의 절댓값이 x의 절댓값의 3배이므로 $y=3x$ 또는 $y=-3x$임을 이용한다.

$|y|=3|x|$이므로
$x\geq 0$, $y\geq 0$ 또는 $x<0$, $y<0$일 때, $y=3x$
$x\geq 0$, $y<0$ 또는 $x<0$, $y\geq 0$일 때, $y=-3x$
(i) $y=3x$를 $3x+2y=18$에 대입하면
$3x+6x=18$, $9x=18$ $\therefore x=2$
$x=2$를 $y=3x$에 대입하면 $y=6$
즉 $x=2$, $y=6$을 $4x+y=9-2k$에 대입하면
$8+6=9-2k$, $2k=-5$ $\therefore k=-\frac{5}{2}$
(ii) $y=-3x$를 $3x+2y=18$에 대입하면
$3x-6x=18$, $-3x=18$ $\therefore x=-6$
$x=-6$을 $y=-3x$에 대입하면 $y=18$
즉 $x=-6$, $y=18$을 $4x+y=9-2k$에 대입하면
$-24+18=9-2k$, $2k=15$ $\therefore k=\frac{15}{2}$
따라서 모든 k의 값의 곱은
$-\frac{5}{2}\times\frac{15}{2}=-\frac{75}{4}$

37 답 -4

연립방정식 $\begin{cases} ax+5y=4 \\ 3x-2y=17 \end{cases}$의 해를 $x=m$, $y=n$이라 하면
연립방정식 $\begin{cases} -4x+7y=-37 \\ 2x+by=17 \end{cases}$의 해는 $x=m+1$, $y=n+1$이다.
$x=m$, $y=n$을 $3x-2y=17$에 대입하면
$3m-2n=17$ …… ㉠
$x=m+1$, $y=n+1$을 $-4x+7y=-37$에 대입하면
$-4(m+1)+7(n+1)=-37$
$-4m+7n=-40$ …… ㉡
㉠$\times 4+$㉡$\times 3$을 하면 $13n=-52$ $\therefore n=-4$
$n=-4$를 ㉠에 대입하면
$3m+8=17$, $3m=9$ $\therefore m=3$
즉 연립방정식 $\begin{cases} ax+5y=4 \\ 3x-2y=17 \end{cases}$의 해는 $x=3$, $y=-4$이고
연립방정식 $\begin{cases} -4x+7y=-37 \\ 2x+by=17 \end{cases}$의 해는 $x=4$, $y=-3$이다.
따라서 $x=3$, $y=-4$를 $ax+5y=4$에 대입하면
$3a-20=4$, $3a=24$ $\therefore a=8$
$x=4$, $y=-3$을 $2x+by=17$에 대입하면
$8-3b=17$, $3b=-9$ $\therefore b=-3$
$\therefore a+4b=8+4\times(-3)=-4$

적중 & 심화 실전 TEST

84쪽~85쪽

01 답 ㉠, ㉢

㉠ $3x+2y=27$의 해는 $(1, 12)$, $(3, 9)$, $(5, 6)$, $(7, 3)$의 4개이다.
㉡ x의 값은 1, 3, 5, 7이므로 홀수이다.
㉢ y의 값은 3, 6, 9, 12이므로 3의 배수이다.
㉣ x와 y의 값의 합은 10, 11, 12, 13이므로 짝수 또는 홀수이다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

02 답 -4

$0.\dot{1}x+0.\dot{4}y=2.\dot{8}$에서 $\frac{1}{9}x+\frac{4}{9}y=\frac{26}{9}$
양변에 9를 곱하면 $x+4y=26$
이때 일차방정식의 해는 $(22, 1)$, $(18, 2)$, $(14, 3)$, $(10, 4)$, $(6, 5)$, $(2, 6)$이므로 $x:y=1:3$인 것은 $(2, 6)$이다.
따라서 $a=2$, $b=6$이므로
$a-b=2-6=-4$

다른 풀이
$\begin{cases} 0.1\dot{x}+0.\dot{4}y=2.\dot{8} \\ x:y=1:3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4y=26 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=3x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡을 ㉠에 대입하면
$x+12x=26$, $13x=26$ $\therefore x=2$
$x=2$를 ㉡에 대입하면 $y=6$
따라서 $a=2$, $b=6$이므로
$a-b=2-6=-4$

03 답 15

$x=p-3$, $y=-1$을 $2x+(p-2)y=5$에 대입하면
$2(p-3)-(p-2)=5$, $2p-6-p+2=5$ $\therefore p=9$
따라서 연립방정식의 해는 $(6, -1)$이므로
$x=6$, $y=-1$을 $qx-2y=12$에 대입하면
$6q+2=12$, $6q=10$ $\therefore q=\frac{5}{3}$
$\therefore pq=9\times\frac{5}{3}=15$

04 답 5

$8^x\times 2^y=4^2$에서 $(2^3)^x\times 2^y=(2^2)^2$, $2^{3x+y}=2^4$
$\therefore 3x+y=4$ …… ㉠

$3^x \times 27^y = 9$에서 $3^x \times (3^3)^y = 3^2$, $3^{x+3y} = 3^2$

$\therefore x+3y=2$ …… ㉡

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $8x=10$ $\therefore x=\frac{5}{4}$

$x=\frac{5}{4}$를 ㉠에 대입하면 $\frac{15}{4}+y=4$ $\therefore y=\frac{1}{4}$

따라서 $a=\frac{5}{4}$, $b=\frac{1}{4}$이므로

$\frac{a}{b}=\frac{5}{4}\div\frac{1}{4}=\frac{5}{4}\times 4=5$

05 답 3

$\begin{cases} 4x-y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $11x=22$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $8-y=9$ $\therefore y=-1$

따라서 $x=2$, $y=-1$을 $ax+(a-4)y=7$에 대입하면

$2a-(a-4)=7$, $2a-a+4=7$ $\therefore a=3$

06 답 -2

주어진 두 연립방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases} x-2y=-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.

㉠$+$㉡$\times 2$를 하면 $7x=14$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $6+y=9$ $\therefore y=3$ …… ❶

$x=2$, $y=3$을 $ax-by=16$에 대입하면

$2a-3b=16$ …… ㉢

$x=2$, $y=3$을 $2ax+by=-4$에 대입하면

$4a+3b=-4$ …… ㉣

㉢$+$㉣을 하면 $6a=12$ $\therefore a=2$

$a=2$를 ㉢에 대입하면

$4-3b=16$, $3b=-12$ $\therefore b=-4$ …… ❷

$\therefore a+b=2+(-4)=-2$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 풀기	40 %
❷ a, b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

07 답 5

$\begin{cases} \frac{3x-2y}{4}-\frac{2y+5}{3}=\frac{5}{6} & \cdots\cdots ㉠ \\ -\frac{1}{5}x+0.9y=1.1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 12$를 하면 $3(3x-2y)-4(2y+5)=10$

$9x-6y-8y-20=10$, $9x-14y=30$ …… ㉢

㉡$\times 10$을 하면 $-2x+9y=11$ …… ㉣

㉢$\times 2+$㉣$\times 9$를 하면 $53y=159$ $\therefore y=3$

$y=3$을 ㉣에 대입하면

$-2x+27=11$, $2x=16$ $\therefore x=8$

따라서 $a=8$, $b=3$이므로

$a-b=8-3=5$

08 답 -3

연립방정식 $\begin{cases} -0.6x+0.7y=2 \\ ax-\frac{y+1}{3}=2 \end{cases}$ 의 해는 연립방정식

$\begin{cases} -0.6x+0.7y=2 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x+7y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+5y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.

㉠$\times 2+$㉡$\times 3$을 하면 $29y=58$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉡에 대입하면

$4x+10=6$, $4x=-4$ $\therefore x=-1$

따라서 $x=-1$, $y=2$를 $ax-\frac{y+1}{3}=2$에 대입하면

$-a-1=2$ $\therefore a=-3$

09 답 $x=-30$, $y=-7$

현주는 b를 바르게 보았으므로

$x=-3$, $y=2$를 $bx+3y=9$에 대입하면

$-3b+6=9$, $3b=-3$ $\therefore b=-1$

소연이는 a를 바르게 보았으므로

$x=6$, $y=2$를 $x-ay=-2$에 대입하면

$6-2a=-2$, $2a=8$ $\therefore a=4$

즉 처음 연립방정식은 $\begin{cases} x-4y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+3y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$이므로

㉠$+$㉡을 하면 $-y=7$ $\therefore y=-7$

$y=-7$을 ㉠에 대입하면 $x+28=-2$ $\therefore x=-30$

10 답 ㉠, ㉡, ㉣

$\begin{cases} (1-a)x-4y=1 \\ 12x-8y=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(1-a)x-8y=2 \\ 12x-8y=b \end{cases}$

이때 $2(1-a)=12$이면 $2-2a=12$

$2a=-10$ $\therefore a=-5$

즉 $a=-5$, $b\neq 2$이면 해가 없고, $a=-5$, $b=2$이면 해가 무수히 많다.

또 $a\neq -5$이면 해가 1개이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

11 답 -4

$\begin{cases} 3x+y=2a & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=3a+10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $5x=5a+10$ $\therefore x=a+2$

$x=a+2$를 ㉠에 대입하면

$3(a+2)+y=2a$, $3a+6+y=2a$ $\therefore y=-a-6$

따라서 $x=a+2$, $y=-a-6$을 $x+y=b$에 대입하면

$(a+2)+(-a-6)=b$ $\therefore b=-4$

12 답 -1

연립방정식 $\begin{cases} 4x+5y=2 \\ ax+2y=-2 \end{cases}$의 해를 $x=m$, $y=n$이라 하면

연립방정식 $\begin{cases} bx+3y=15 \\ 2x-y=-7 \end{cases}$의 해는 $x=m-1$, $y=n-1$이다.

$x=m$, $y=n$을 $4x+5y=2$에 대입하면

$4m+5n=2$ ⋯⋯ ㉠

$x=m-1$, $y=n-1$을 $2x-y=-7$에 대입하면

$2(m-1)-(n-1)=-7$

$2m-n=-6$ ⋯⋯ ㉡

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $7n=14$ $\quad\therefore n=2$

$n=2$를 ㉡에 대입하면

$2m-2=-6$, $2m=-4$ $\quad\therefore m=-2$

즉 연립방정식 $\begin{cases} 4x+5y=2 \\ ax+2y=-2 \end{cases}$의 해는 $x=-2$, $y=2$이고

연립방정식 $\begin{cases} bx+3y=15 \\ 2x-y=-7 \end{cases}$의 해는 $x=-3$, $y=1$이다.

따라서 $x=-2$, $y=2$를 $ax+2y=-2$에 대입하면

$-2a+4=-2$, $2a=6$ $\quad\therefore a=3$

$x=-3$, $y=1$을 $bx+3y=15$에 대입하면

$-3b+3=15$, $3b=-12$ $\quad\therefore b=-4$

$\therefore a+b=3+(-4)=-1$

02 | 연립방정식의 활용

개념 확인 87쪽

01 답 29

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=11 \\ 10y+x=3(10x+y)+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 29x-7y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 7+$㉡을 하면 $36x=72$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2+y=11$ $\quad\therefore y=9$

따라서 처음 수는 29이다.

02 답 6250원

우유 1개의 가격을 x원, 계란 1개의 가격을 y원이라 하면

$\begin{cases} 3x+2y=3900 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4y=3800 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $5x=4000$ $\quad\therefore x=800$

$x=800$을 ㉡에 대입하면

$800+4y=3800$, $4y=3000$ $\quad\therefore y=750$

따라서 우유 5개와 계란 3개를 산다고 할 때 지불해야 하는 값은

$800\times 5+750\times 3=6250$(원)

03 답 12대

두발자전거가 x대, 세발자전거가 y대 있다고 하면

$\begin{cases} x+y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=48 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-y=-8$ $\quad\therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면 $x+8=20$ $\quad\therefore x=12$

따라서 두발자전거는 12대 있다.

04 답 아버지 : 42살, 아들 : 14살

현재 아버지의 나이를 x살, 아들의 나이를 y살이라 하면

$\begin{cases} x-y=28 \\ x+10=2(y+10)+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=28 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $y=14$

$y=14$를 ㉠에 대입하면 $x-14=28$ $\quad\therefore x=42$

따라서 현재 아버지의 나이는 42살, 아들의 나이는 14살이다.

05 답 9 cm

윗변의 길이를 x cm, 아랫변의 길이를 y cm라 하면

$\begin{cases} x=y-12 \\ \frac{1}{2}\times(x+y)\times 16=240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y-12 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=30 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$(y-12)+y=30$, $2y=42$ $\quad\therefore y=21$

$y=21$을 ㉠에 대입하면 $x=21-12=9$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이는 9 cm이다.

06 답 3 km

올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} y=x+1 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$2x+(x+1)=10$, $3x=9$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $y=3+1=4$

따라서 올라간 거리는 3 km이다.

적중 & 심화 유형 연습 88쪽~94쪽

01 답 64

큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} x=4y+10 \\ 10y=2x+16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4y+10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-5y=-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$(4y+10)-5y=-8$, $-y=-18$ $\quad\therefore y=18$

$y=18$을 ㉠에 대입하면 $x=72+10=82$

따라서 두 수의 차는

$82-18=64$

02 답 275

처음 수의 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=7 \\ 100y+70+x=2(100x+70+y)+22 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 199x-98y=-92 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 98+$㉡을 하면 $297x=594$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2+y=7$ $\quad\therefore y=5$

따라서 처음 수는 275이다.

03 답 45점

정수의 중간고사 수학 점수를 x점, 기말고사 수학 점수를 y점이라 하면 진희의 중간고사 수학 점수는 $(x+15)$점, 기말고사 수학 점수는 $2y$점이므로

$\begin{cases} \dfrac{x+15+2y}{2}=85 \\ \dfrac{x+y}{2}=55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=155 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=110 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $y=45$

$y=45$를 ㉡에 대입하면 $x+45=110$ $\quad\therefore x=65$

따라서 정수의 기말고사 수학 점수는 45점이다.

04 답 12살

현재 큰 아들의 나이를 x살, 작은 아들의 나이를 y살이라 하면 아버지의 나이는 $2(x+y)$살이므로

$\begin{cases} 2(x+y)+10=\dfrac{5}{4}\{(x+10)+(y+10)\} \\ x=y+4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=y+4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$(y+4)+y=20$, $2y=16$ $\quad\therefore y=8$

$y=8$을 ㉡에 대입하면 $x=8+4=12$

따라서 현재 큰 아들은 12살이다.

05 답 64

100에서부터 오른쪽으로 한 칸씩 이동할 때마다 x만큼 줄어들고, 위쪽으로 한 칸씩 이동할 때마다 y만큼 줄어든다고 하면

$\begin{cases} 100-2x-3y=66 \\ 100-4x-y=62 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y=34 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+y=38 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $5y=30$ $\quad\therefore y=6$

$y=6$을 ㉡에 대입하면

$4x+6=38$, $4x=32$ $\quad\therefore x=8$

따라서 A에 알맞은 수는

$100-3\times 8-2\times 6=64$

06 답 32개

선물 꾸러미 A를 x개, 선물 꾸러미 B를 y개 만든다고 하면

$\begin{cases} x+2y=50 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=59 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-y=-9$ $\quad\therefore y=9$

$y=9$를 ㉠에 대입하면 $x+18=50$ $\quad\therefore x=32$

따라서 선물 꾸러미 A는 32개 만들 수 있다.

07 답 11월 3일

주스 값이 2000원인 날을 x일, 2400원인 날을 y일이라 하면

$\begin{cases} x+y=30 \\ 2000x+2400y=71200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+6y=178 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5-$㉡을 하면 $-y=-28$ $\quad\therefore y=28$

$y=28$을 ㉠에 대입하면 $x+28=30$ $\quad\therefore x=2$

따라서 주스 값이 2000원인 날이 2일이므로 가격이 오른 날은 11월 3일이다.

08 답 17100원

처음 주문한 밀크 쿠키의 개수를 x, 초콜릿 쿠키의 개수를 y라 하면 잘못 주문한 밀크 쿠키의 개수는 $x+3$, 초콜릿 쿠키의 개수는 $\dfrac{2}{3}y$이므로

$\begin{cases} x+y=12 \\ 1200(x+3)+1500\times\dfrac{2}{3}y=16200 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+5y=63 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5-$㉡을 하면 $-x=-3$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $3+y=12$ $\quad\therefore y=9$

따라서 처음 주문한 대로 쿠키를 샀을 때 지불할 금액은

$1200\times 3+1500\times 9=17100$(원)

09 답 8회

시윤이가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 태준이가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이므로

$\begin{cases} 5x-3y=28 \\ 5y-3x=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-3y=28 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+5y=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3+$㉡$\times 5$를 하면 $16y=64$ $\quad\therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면

$-3x+20=-4$, $3x=24$ $\quad\therefore x=8$

따라서 시윤이가 이긴 횟수는 8회이다.

10 답 3회

A가 큰 수를 뽑은 횟수를 x회, 작은 수를 뽑은 횟수를 y회라 하면 B가 큰 수를 뽑은 횟수는 y회, 작은 수를 뽑은 횟수는 x회이므로

$\begin{cases} 3x+2y=25 \\ 3y+2x=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=25 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=30 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡$\times 3$을 하면 $-5y=-40$ $\quad\therefore y=8$

$y=8$을 ㉡에 대입하면

$2x+24=30$, $2x=6$ $\quad\therefore x=3$

따라서 A가 큰 수를 뽑은 횟수는 3회이다.

11 답 4회

가위바위보에서 비기면 제자리에 있기로 하였으므로 연수와 경아의 위치에 영향을 주지 않는다.

이때 연수가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 경아가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이므로

$\begin{cases} 3x-y=6 \\ 3y-x=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+3y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\cdots\cdots$ ❶

㉠+㉡×3을 하면 $8y=24$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면 $-x+9=6$ $\quad\therefore x=3$ $\cdots\cdots$ ❷

따라서 연수와 경아가 가위바위보에서 비긴 횟수는

$10-3-3=4$(회) $\cdots\cdots$ ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	30 %
❷ 연립방정식 풀기	50 %
❸ 답 구하기	20 %

12 답 $\frac{11}{5}$ cm

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm 늘였다고 하면

$\begin{cases} y=x+1.2 \\ 18+3x+6y=18\times2.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-5y=-6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×5를 하면 $-15y=-51$ $\quad\therefore y=\frac{17}{5}$

$y=\frac{17}{5}$을 ㉡에 대입하면 $x+\frac{34}{5}=9$ $\quad\therefore x=\frac{11}{5}$

따라서 가로의 길이는 $\frac{11}{5}$ cm 늘였다.

13 답 긴 변 : 7 cm, 짧은 변 : 3 cm

직사각형의 긴 변의 길이를 x cm, 짧은 변의 길이를 y cm라 하면

$\begin{cases} 3x+y=24 \\ 2y+2x-y=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y=24 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $x=7$

$x=7$을 ㉡에 대입하면 $14+y=17$ $\quad\therefore y=3$

따라서 직사각형의 긴 변의 길이는 7 cm, 짧은 변의 길이는 3 cm이다.

14 답 4

$\begin{cases} 2a=3b \\ 2\{2a+(a+b)\}=88 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-3b=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3a+b=44 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×3을 하면 $11a=132$ $\quad\therefore a=12$

$a=12$를 ㉡에 대입하면 $36+b=44$ $\quad\therefore b=8$

$\therefore a-b=12-8=4$

15 답 54분

전체 일의 양을 1이라 하고 수현이와 유진이가 1분에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 18x+18y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 24x+6y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면 $-54x=-2$ $\quad\therefore x=\frac{1}{27}$

$x=\frac{1}{27}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{2}{3}+18y=1$, $18y=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{54}$

따라서 유진이가 혼자 하면 54분이 걸린다.

16 답 20일

전체 일의 양을 1이라 하고 윤주와 진영이가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 6x+6y=\frac{80}{100} \\ 3x+15y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x+15y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+15y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $12x=1$ $\quad\therefore x=\frac{1}{12}$

$x=\frac{1}{12}$을 ㉡에 대입하면

$\frac{1}{4}+15y=1$, $15y=\frac{3}{4}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{20}$

따라서 진영이가 혼자 하면 20일이 걸린다.

17 답 30분

물통을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하고 A 호스와 B 호스로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 10x+15y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 12x+12y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡×5를 하면 $-20x=-1$ $\quad\therefore x=\frac{1}{20}$

$x=\frac{1}{20}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{1}{2}+15y=1$, $15y=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{30}$

따라서 B 호스만으로 이 물통을 가득 채우는 데 30분이 걸린다.

18 답 6 km

진수가 걸은 거리를 x km, 성찬이가 걸은 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=14 \\ \frac{x}{3}=\frac{y}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=14 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-3y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3+㉡을 하면 $7x=42$ $\quad\therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면 $6+y=14$ $\quad\therefore y=8$

따라서 진수가 걸은 거리는 6 km이다.

19 답 3 km

현수가 걸은 거리를 x km, 달린 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=4.5 \\ \frac{x}{4}+\frac{1}{12}+\frac{y}{8}=\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면 $y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$2x+3=6,\ 2x=3 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$

따라서 현수가 달린 거리는 3 km이다.

20 답 학교에서 미술관까지의 거리 : 110 km, 예상 시간 : 2시간

학교에서 미술관까지의 거리를 x km, 예상 시간을 y시간이라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{60}=y-\frac{1}{6} \\ \frac{x}{50}=y+\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-60y=-10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-50y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면 $-10y=-20 \qquad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉡에 대입하면

$x-100=10 \qquad \therefore x=110$

따라서 학교에서 미술관까지의 거리는 110 km, 예상 시간은 2시간이다.

21 답 60분

형이 출발한 지 x분, 동생이 출발한 지 y분 후에 형과 동생이 만난다고 하면

$$\begin{cases} x=y+20 \\ 270x=360y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+20 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x=4y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$3(y+20)=4y,\ 3y+60=4y \qquad \therefore y=60$

$y=60$을 ㉠에 대입하면 $x=60+20=80$

따라서 동생이 출발한 지 60분 후에 형과 만난다.

22 답 민호 : 분속 120 m, 수지 : 분속 80 m

민호의 속력을 분속 x m, 수지의 속력을 분속 y m라 하면

$$\begin{cases} 10x+10y=2000 \\ 50x-50y=2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=200 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=40 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases} \qquad \cdots\cdots ❶$$

㉠+㉡을 하면 $2x=240 \qquad \therefore x=120$

$x=120$을 ㉠에 대입하면

$120+y=200 \qquad \therefore y=80$ ⋯⋯ ❷

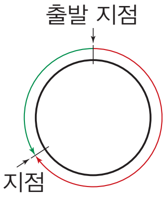
따라서 민호의 속력은 분속 120 m, 수지의 속력은 분속 80 m이다. ⋯⋯ ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	50 %
❷ 연립방정식 풀기	40 %
❸ 답 구하기	10 %

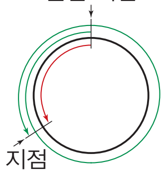
100점 TIP

두 사람이 같은 지점에서 동시에 출발하여 트랙을 돌다가 처음으로 만날 때

(1) 반대 방향으로 돌다가 만나면
(이동한 거리의 합)
=(트랙의 둘레의 길이)



(2) 같은 방향으로 돌다가 만나면
(이동한 거리의 차)
=(트랙의 둘레의 길이)



23 답 5 %의 소금물 : 100 g, 8 %의 소금물 : 200 g

5 %의 소금물의 양을 x g, 8 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y=300 \\ \frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}\times 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=300 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+8y=2100 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×5−㉡을 하면 $-3y=-600 \qquad \therefore y=200$

$y=200$을 ㉠에 대입하면 $x+200=300 \qquad \therefore x=100$

따라서 5 %의 소금물은 100 g, 8 %의 소금물은 200 g 섞어야 한다.

24 답 525 g

[전략] 물을 증발시켜도 소금의 양은 변하지 않음을 이용한다.

4 %의 소금물의 양을 x g, 12 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y-100=500 \\ \frac{4}{100}x+\frac{12}{100}y=\frac{6}{100}\times 500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=750 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면 $-2y=-150 \qquad \therefore y=75$

$y=75$를 ㉠에 대입하면 $x+75=600 \qquad \therefore x=525$

따라서 4 %의 소금물은 525 g 섞었다.

25 답 식품 A : 40 g, 식품 B : 20 g

섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{15}{100}x+\frac{45}{100}y=15 \\ \frac{20}{100}x+\frac{30}{100}y=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y=100 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=140 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases} \qquad \cdots\cdots ❶$$

㉠−㉡을 하면 $-x=-40 \qquad \therefore x=40$

$x=40$을 ㉠에 대입하면

$40+3y=100,\ 3y=60 \qquad \therefore y=20$ ⋯⋯ ❷

따라서 식품 A는 40 g, 식품 B는 20 g 섭취해야 한다. ⋯⋯ ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	40 %
❷ 연립방정식 풀기	50 %
❸ 답 구하기	10 %

26 답 합금 A : 140 g, 합금 B : 280 g

필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y=420\times\frac{2}{3} \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=420\times\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y=1120 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=560 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $2y=560$ $\quad\therefore y=280$

$y=280$을 ㉡에 대입하면

$2x+280=560$, $2x=280$ $\quad\therefore x=140$

따라서 필요한 합금 A의 양은 140 g, 합금 B의 양은 280 g이다.

다른 풀이

필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y\right):\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y\right)=2:1 \\ x+y=420 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=420 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$+$㉡을 하면 $3x=420$ $\quad\therefore x=140$

$x=140$을 ㉡에 대입하면 $140+y=420$ $\quad\therefore y=280$

따라서 필요한 합금 A의 양은 140 g, 합금 B의 양은 280 g이다.

27 답 630명

작년 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{5}{100}x-\frac{10}{100}y=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=1000 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=-200 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $3y=1200$ $\quad\therefore y=400$

$y=400$을 ㉠에 대입하면 $x+400=1000$ $\quad\therefore x=600$

따라서 올해 남학생 수는

$600+600\times\frac{5}{100}=630$(명)

28 답 650000원

지난달 식비를 x원, 통신비를 y원이라 하면

$$\begin{cases} x+y=700000 \\ \frac{25}{100}x-\frac{10}{100}y=700000\times\frac{16}{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=700000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-2y=2240000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $7x=3640000$ $\quad\therefore x=520000$

$x=520000$을 ㉠에 대입하면

$520000+y=700000$ $\quad\therefore y=180000$

따라서 이번 달 식비는

$520000+520000\times\frac{25}{100}=650000$(원)

29 답 77000원

지난달에 받은 용돈을 x원, 지출을 y원이라 하면

$$\begin{cases} x-y=50000 \\ \frac{10}{100}x-\left(-\frac{15}{100}y\right)=50000\times\frac{20}{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y=50000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=200000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3+$㉡을 하면 $5x=350000$ $\quad\therefore x=70000$

$x=70000$을 ㉠에 대입하면

$70000-y=50000$ $\quad\therefore y=20000$

따라서 이번 달에 받은 용돈은

$70000+70000\times\frac{10}{100}=77000$(원)

30 답 시속 25 km

정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} 2(x+y)=60 \\ 3(x-y)=60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=50$ $\quad\therefore x=25$

$x=25$를 ㉠에 대입하면 $25+y=30$ $\quad\therefore y=5$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 25 km이다.

31 답 $\frac{15}{2}$ km

A 지점에서 B 지점 사이의 거리를 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} \frac{5}{4}(8-y)=x \\ \frac{3}{4}(8+y)=x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+5y=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-3y=24 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $8y=16$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면

$4x+10=40$, $4x=30$ $\quad\therefore x=\frac{15}{2}$

따라서 A 지점에서 B 지점 사이의 거리는 $\frac{15}{2}$ km이다.

32 답 초속 25 m

기차의 속력을 초속 x m, 기차의 길이를 y m라 하면

$$\begin{cases} 600+y=30x \\ 1600+y=70x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30x-y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ 70x-y=1600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $-40x=-1000$ $\quad\therefore x=25$

$x=25$를 ㉠에 대입하면 $750-y=600$ $\quad\therefore y=150$

따라서 기차의 속력은 초속 25 m이다.

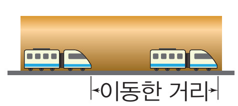
100점 TIP

(1) 기차가 터널 또는 다리를 완전히 통과할 때

⇒ (이동한 거리)

=(터널 또는 다리의 길이)+(기차의 길이)

(2) 터널 또는 다리를 통과하는 기차가 완전히 보이지 않을 때



⇒ (이동한 거리)

=(터널 또는 다리의 길이)$-$(기차의 길이)

33 답 900 m

다리의 길이를 x m, 화물 열차의 속력을 초속 y m라 하면 특급 열차의 속력은 초속 $3y$ m이므로

$\begin{cases} x+240=57y \\ x+180=3y\times 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-57y=-240 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-54y=-180 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-3y=-60$　　$\therefore y=20$

$y=20$을 ㉡에 대입하면 $x-1080=-180$　　$\therefore x=900$

따라서 다리의 길이는 900 m이다.

34 답 24개

상품 A를 x개, 상품 B를 y개 판매하였다고 하면

$\begin{cases} x+y=54 \\ 300\times\frac{50}{100}\times x+700\times\frac{30}{100}\times y=9900 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=54 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+7y=330 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5-$㉡을 하면 $-2y=-60$　　$\therefore y=30$

$y=30$을 ㉠에 대입하면 $x+30=54$　　$\therefore x=24$

따라서 상품 A는 24개 판매하였다.

35 답 40000원

A 제품의 원가를 x원, B 제품의 원가를 y원이라 하면

$\begin{cases} x+y=54000 \\ \frac{8}{100}x+\frac{10}{100}y=5120 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=54000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+5y=256000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$　　…… ❶

㉠$\times 4-$㉡을 하면 $-y=-40000$　　$\therefore y=40000$

$y=40000$을 ㉠에 대입하면

$x+40000=54000$　　$\therefore x=14000$　　…… ❷

따라서 B 제품의 원가는 40000원이다.　　…… ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	40 %
❷ 연립방정식 풀기	50 %
❸ 답 구하기	10 %

36 답 36000원

1년 전에 청바지 1장을 구입한 가격을 x원, 티셔츠 1장을 구입한 가격을 y원이라 하면

$\begin{cases} x+y=50000 \\ \left(1-\frac{30}{100}\right)x+\left(1-\frac{20}{100}\right)y=36400 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=50000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+8y=364000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 7-$㉡을 하면 $-y=-14000$　　$\therefore y=14000$

$y=14000$을 ㉠에 대입하면

$x+14000=50000$　　$\therefore x=36000$

따라서 1년 전에 청바지 1장을 구입한 가격은 36000원이다.

37 답 내린 승객 수 : 12명, 탄 승객 수 : 10명

[전략] B 지점에서 내린 승객 수를 x명이라 하면 A → C 구간을 이용한 승객 수는 $(40-x)$명이다.

B 지점에서 내린 승객 수를 x명, 탄 승객 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} 40-x+y=38 \\ 1200x+1000y+2000(40-x)=80400 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-5y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 4-$㉡을 하면 $y=10$

$y=10$을 ㉠에 대입하면 $x-10=2$　　$\therefore x=12$

따라서 B 지점에서 내린 승객 수는 12명, 탄 승객 수는 10명이다.

38 답 31명

B 지점에서 내린 승객 수를 x명, 탄 승객 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} 30-x+y=37 \\ 1000x+800y+1500(30-x)=54200 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x-y=-7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-8y=-92 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5-$㉡을 하면 $3y=57$　　$\therefore y=19$

$y=19$를 ㉠에 대입하면 $x-19=-7$　　$\therefore x=12$

따라서 B 지점에서 내린 승객 수는 12명, 탄 승객 수는 19명이므로 그 합은 $12+19=31$(명)

적중 & 심화 실전 TEST　　95쪽~96쪽

01 답 322

처음 수의 백의 자리의 숫자를 x, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y+y=7 \\ 100y+10x+y=(100x+10y+y)-90 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $3y=6$　　$\therefore y=2$

$y=2$를 ㉡에 대입하면 $x-2=1$　　$\therefore x=3$

따라서 처음 수는 322이다.

02 답 1100000원

선물 세트 A의 개수를 x, 선물 세트 B의 개수를 y라 하면

$\begin{cases} 6x+5y=5800 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=2600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 3$을 하면 $-4y=-2000$　　$\therefore y=500$

$y=500$을 ㉡에 대입하면

$2x+1500=2600$, $2x=1100$　　$\therefore x=550$

따라서 총 판매 이익은

$550\times 1000+500\times 1100=1100000$(원)

03 답 이긴 횟수 : 5회, 비긴 횟수 : 2회

A가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 B가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이고 비긴 횟수는 $(10-x-y)$회이므로

$\begin{cases} 4x+y+2(10-x-y)=27 \\ 4y+x+2(10-x-y)=21 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 2x-y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $3y=9$ $\quad\therefore y=3$

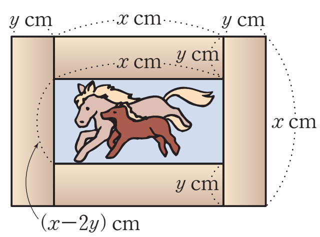
$y=3$을 ㉡에 대입하면

$x-6=-1$ $\quad\therefore x=5$

따라서 A가 이긴 횟수는 5회, 비긴 횟수는 $10-5-3=2$(회)

04 답 20 cm

직사각형 판자의 긴 변의 길이를 x cm, 짧은 변의 길이를 y cm라 하면



$\begin{cases} 2\{x+(x-2y)\}=60 \\ (x+2y):x=3:2 \end{cases}$

➡ $\begin{cases} x-y=15 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-4y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $3y=15$ $\quad\therefore y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면

$x-5=15$ $\quad\therefore x=20$

따라서 액자의 세로의 길이는 20 cm이다.

05 답 70분

물통에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하고 수도꼭지 A와 B로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 25x+90y=1 \\ 30(x+y)+50y=1 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 25x+90y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 30x+80y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 6-$㉡$\times 5$를 하면 $140y=1$ $\quad\therefore y=\frac{1}{140}$

$y=\frac{1}{140}$을 ㉡에 대입하면

$30x+\frac{4}{7}=1$, $30x=\frac{3}{7}$ $\quad\therefore x=\frac{1}{70}$

따라서 수도꼭지 A만으로 이 물통에 물을 가득 채우려면 70분이 걸린다.

06 답 분속 110 m

A의 속력을 분속 x m, B의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} 15x+15y=2400 \\ 40x-40y=2400 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+y=160 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=60 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=220$ $\quad\therefore x=110$

$x=110$을 ㉠에 대입하면 $110+y=160$ $\quad\therefore y=50$

따라서 A의 속력은 분속 110 m이다.

07 답 시속 13 km

[전략] 호준이가 달리기와 걷기를 몇 번 반복하였는지 구하고, 달린 시간과 걸은 시간을 구한다.

호준이가 결승점에 들어오는 데 걸린 시간은 1시간 48분, 즉 108분이고 15분 동안 달리고 3분 동안 걷기를 반복하였으므로

$108\div(15+3)=6$

즉 달리기와 걷기를 6번 반복하였으므로 호준이가 달린 시간은

$\frac{15}{60}\times 6=\frac{3}{2}$(시간), 걸은 시간은 $\frac{3}{60}\times 6=\frac{3}{10}$(시간)

호준이가 달린 속력을 시속 x km, 걸은 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} \frac{3}{2}x+\frac{3}{10}y=21 \\ x-y=8 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 5x+y=70 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $6x=78$ $\quad\therefore x=13$

$x=13$을 ㉡에 대입하면

$13-y=8$ $\quad\therefore y=5$

따라서 호준이가 달린 속력은 시속 13 km이다.

08 답 우유 : 500 mL, 두유 : 300 mL

마셔야 하는 우유의 양을 x mL, 두유의 양을 y mL이라 하면

$\begin{cases} \frac{220}{100}x+\frac{100}{100}y=1400 \\ \frac{50}{100}x+\frac{40}{100}y=370 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 11x+5y=7000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+4y=3700 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 4-$㉡$\times 5$를 하면 $19x=9500$ $\quad\therefore x=500$

$x=500$을 ㉡에 대입하면

$2500+4y=3700$, $4y=1200$ $\quad\therefore y=300$

따라서 마셔야 하는 우유의 양은 500 mL, 두유의 양은 300 mL이다.

09 답 248000원

작년 여름 휴가 때 사용한 교통비를 x원, 숙박비를 y원이라 하면

$\begin{cases} x+y=360000 \\ \frac{15}{100}x+\frac{24}{100}y=360000\times\frac{20}{100} \end{cases}$

➡ $\begin{cases} x+y=360000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+8y=2400000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5-$㉡을 하면 $-3y=-600000$ $\quad\therefore y=200000$

$y=200000$을 ㉠에 대입하면

$x+200000=360000$ $\quad\therefore x=160000$

따라서 올해 여름 휴가 때 사용한 숙박비는

$200000+200000\times\frac{24}{100}=248000$(원)

10 답 초속 15 m

일반 열차의 속력을 초속 x m, 일반 열차의 길이를 y m라 하면 특급 열차의 속력은 초속 $2x$ m, 특급 열차의 길이는 $(y-60)$ m이므로

$\begin{cases} 570+y=50x \\ 570+(y-60)=2x\times 23 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 50x-y=570 & \cdots\cdots ㉠ \\ 46x-y=510 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $4x=60$ $\quad\therefore x=15$

$x=15$를 ㉠에 대입하면

$750-y=570$ $\quad\therefore y=180$

따라서 일반 열차의 속력은 초속 15 m이다.

11 답 21000원

할인하기 전 쿠키 1개의 가격을 x원, 케이크 1개의 가격을 y원이라 하면

$$\begin{cases}\left(1-\frac{10}{100}\right)x\times5+\left(1-\frac{20}{100}\right)y=20500\\ \left(1-\frac{10}{100}\right)x\times3+\left(1-\frac{20}{100}\right)y\times2=34700\end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases}45x+8y=205000 & \cdots\cdots ㉠\\ 27x+16y=347000 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$ ······ ❶

㉠$\times2-$㉡을 하면 $63x=63000$ $\therefore x=1000$

$x=1000$을 ㉠에 대입하면

$45000+8y=205000$, $8y=160000$ $\therefore y=20000$ ······ ❷

따라서 할인하기 전 쿠키 1개와 케이크 1개의 가격의 합은

$1000+20000=21000$(원) ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	50 %
❷ 연립방정식 풀기	40 %
❸ 답 구하기	10 %

12 답 22명

S 중학교에서 내린 승객 수를 x명, 탄 승객 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases}50-x+y=44\\ 1200x+1000y+1800(50-x)=89600\end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases}x-y=6 & \cdots\cdots ㉠\\ 3x-5y=2 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times3-$㉡을 하면 $2y=16$ $\therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면

$x-8=6$ $\therefore x=14$

따라서 S 중학교에서 내린 승객 수는 14명, 탄 승객 수는 8명이므로 그 합은 $14+8=22$(명)

학교 시험 최상위 기출 도전

97쪽~98쪽

01 답 $x=4$, $y=1$

[전략] 지수법칙을 이용하여 일차방정식을 만든다.

$2^x\times4^y=2^x\times(2^2)^y=2^{x+2y}=2^6$이므로

$x+2y=6$ ······ ㉠

$0.\dot{3}x+0.\dot{2}y=1.\dot{5}$에서 $\frac{3}{9}x+\frac{2}{9}y=\frac{14}{9}$

양변에 9를 곱하면 $3x+2y=14$ ······ ㉡

㉠$-$㉡을 하면 $-2x=-8$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면

$4+2y=6$, $2y=2$ $\therefore y=1$

02 답 2

[전략] 연립방정식의 해를 a의 식으로 나타내고 최소공배수를 구한다.

$\begin{cases}5x-4y=7a & \cdots\cdots ㉠\\ 2x+3y=12a & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times3+$㉡$\times4$를 하면 $23x=69a$ $\therefore x=3a$

$x=3a$를 ㉡에 대입하면

$6a+3y=12a$, $3y=6a$ $\therefore y=2a$

이때 $3a$와 $2a$의 최소공배수는 $6a$이므로

$6a=12$ $\therefore a=2$

참고

$3a$와 $2a$의 최소공배수는 $a\times3\times2=6a$

$$\begin{array}{r|rr} a & 3a & 2a \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

03 답 18

[전략] x의 계수를 같게 만들고 y의 계수와 상수항을 비교한다.

$\begin{cases}ax+6y=2\\ x+by=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}ax+6y=2\\ ax+aby=a\end{cases}$의 해가 존재하지 않으므로

$ab=6$, $a\neq2$

$\begin{cases}ax+cy=3+2a\\ x-y=3+b\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}ax+cy=3+2a\\ ax-ay=3a+ab\end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$c=-a$, $3+2a=3a+ab$

이때 $ab=6$을 $3+2a=3a+ab$에 대입하면

$3+2a=3a+6$ $\therefore a=-3$

$a=-3$을 $ab=6$에 대입하면

$-3b=6$ $\therefore b=-2$

$a=-3$을 $c=-a$에 대입하면 $c=3$

$\therefore abc=-3\times(-2)\times3=18$

04 답 $x=-2$, $y=7$

[전략] $\frac{1}{x+4}=X$, $\frac{1}{y-5}=Y$로 놓고 X, Y에 대한 연립방정식을 세운다.

$\frac{1}{x+4}=X$, $\frac{1}{y-5}=Y$로 놓으면

$\begin{cases}2X+Y=\frac{3}{2}\\ X+3Y=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4X+2Y=3 & \cdots\cdots ㉠\\ X+3Y=2 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠$-$㉡$\times4$를 하면 $-10Y=-5$ $\therefore Y=\frac{1}{2}$

$Y=\frac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면

$X+\frac{3}{2}=2$ $\therefore X=\frac{1}{2}$

따라서 $\frac{1}{x+4}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{y-5}=\frac{1}{2}$이므로

$x+4=2$, $y-5=2$

$\therefore x=-2$, $y=7$

05 답 $\frac{12}{7}$

[전략] $x\geq 0$일 때와 $x<0$일 때로 x의 값의 범위를 나누어 생각한다.

(i) $x\geq 0$일 때,

$\begin{cases} x+2y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $7y=10$　　$\therefore y=\frac{10}{7}$

$y=\frac{10}{7}$을 ㉠에 대입하면 $x+\frac{20}{7}=6$　　$\therefore x=\frac{22}{7}$

(ii) $x<0$일 때,

$\begin{cases} -x+2y=6 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x-3y=2 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$\times 2+$㉣을 하면 $y=14$

$y=14$를 ㉢에 대입하면 $-x+28=6$　　$\therefore x=22$

그런데 x의 값이 양수이므로 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 $a=\frac{22}{7}$, $b=\frac{10}{7}$이므로

$a-b=\frac{22}{7}-\frac{10}{7}=\frac{12}{7}$

06 답 25점

[전략] 전공자들의 평균 점수를 x점, 비전공자들의 평균 점수를 y점으로 놓고 연립방정식을 세운다.

전공자가 10명이므로 비전공자는 $60-10=50$(명)

전공자들의 평균 점수를 x점, 비전공자들의 평균 점수를 y점이라 하면

(전체 평균 점수)$=\frac{10x+50y}{60}=\frac{x+5y}{6}$(점)

$\begin{cases} \frac{x+5y}{6}+2=x-3 \\ 3y=2x+10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=-10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $y=22$

$y=22$를 ㉠에 대입하면 $x-22=6$　　$\therefore x=28$

따라서 전공자들의 최저 점수는

$28-3=25$(점)

07 답 150명

[전략] 합격자 중 남자 수와 여자 수를 먼저 구한다.

실기 시험의 합격자 수가 50명이므로 합격자 중

남자는 $50\times\frac{3}{5}=30$(명), 여자는 $50\times\frac{2}{5}=20$(명)

전체 지원자 중 남자를 $7x$명, 여자를 $3x$명, 불합격자 중 남자를 $3y$명, 여자를 y명이라 하면 (단, x, y는 자연수)

$\begin{cases} 7x=30+3y \\ 3x=20+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x-3y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 3$을 하면 $-2x=-30$　　$\therefore x=15$

$x=15$를 ㉡에 대입하면 $45-y=20$　　$\therefore y=25$

따라서 전체 지원자 수는

$7\times 15+3\times 15=150$(명)

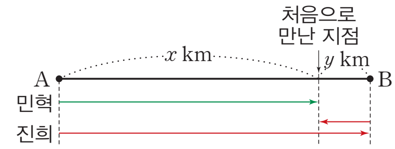
100점 TIP

A, B가 자연수일 때, $A:B=a:b$이면 $A=ak$, $B=bk$(k는 자연수)로 놓을 수 있다.

08 답 (1) 100분 (2) 2 km

[전략] 민혁이와 진희가 만났을 때, 두 사람이 이동하는 데 걸린 시간은 같음을 이용한다.

(1) 민혁이와 진희가 처음으로 만났을 때, 민혁이가 출발점 A에서 이동한 거리를 x km, 진희가 반환점 B에서 이동한 거리를 y km라 하면



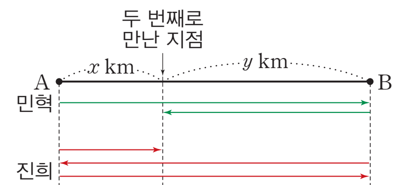
$\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{3}=\frac{6+y}{4.2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x-5y=30 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5+$㉡을 하면 $12x=60$　　$\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $5+y=6$　　$\therefore y=1$

따라서 민혁이와 진희가 처음으로 만나는 것은 출발한 지 $\frac{5}{3}$시간, 즉 100분 후이다.

(2) 민혁이와 진희가 두 번째로 만났을 때, 진희가 출발점 A에서 이동한 거리를 x km, 민혁이가 반환점 B에서 이동한 거리를 y km라 하면



$\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{12+x}{4.2}=\frac{6+y}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-7y=-18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 7+$㉡을 하면 $12x=24$　　$\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2+y=6$　　$\therefore y=4$

따라서 두 번째로 만난 지점은 출발점 A로부터 2 km 떨어져 있다.

09 답 $\frac{20}{27}$시간

[전략] 유람선의 속력과 강물의 속력을 구하고 비가 온 후 강물의 속력을 구한다.

유람선의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} \frac{5}{6}(x+y)=10 \\ \frac{5}{3}(x-y)=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=18$　　$\therefore x=9$

$x=9$를 ㉠에 대입하면 $9+y=12$　　$\therefore y=3$

따라서 비가 온 후 강물의 속력은 시속 $3\times1.5=4.5$ (km)이므로 유람선이 같은 거리를 강을 따라 내려가는 데 걸리는 시간은

$\frac{10}{9+4.5}=\frac{10}{13.5}=\frac{20}{27}$(시간)

10 답 7곡

[전략] 처음 계획한 음악회 프로그램에서 9분짜리 곡의 수를 x곡, 5분짜리 곡의 수를 y곡이라 하면 곡과 곡 사이의 여유 시간의 합은 $(x+y-2)$분이다.

처음 계획한 음악회 프로그램에서 9분짜리 곡의 수를 x곡, 5분짜리 곡의 수를 y곡이라 하면 수정된 음악회 프로그램에서 9분짜리 곡의 수는 y곡, 5분짜리 곡의 수는 x곡이므로

$\begin{cases} 9x+5y+20+(x+y-2)=112 \\ 9y+5x+15+(y+x-2)=95 \end{cases}$

➡ $\begin{cases} 5x+3y=47 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=41 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3-$㉡$\times5$를 하면 $-16y=-64$ $\quad\therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면

$3x+20=41$, $3x=21$ $\quad\therefore x=7$

따라서 처음 계획한 음악회 프로그램에서 9분짜리 곡은 7곡이다.

주의

음악회의 1부와 2부 사이에는 휴식 시간이 있으므로 1부의 마지막 곡과 2부의 첫 곡 사이에는 1분의 여유 시간이 없다.
따라서 곡과 곡 사이의 여유 시간의 합은 $(x+y-1)$분이 아닌 $(x+y-2)$분이다.

5 일차함수와 그래프 (1)

01 | 함수와 일차함수

개념 확인 101쪽

01 답 ㉢, ㉣

㉠ $x=2$일 때, $y=2, 4, 6, 8, \cdots$
즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

㉡ 키가 같은 사람의 몸무게는 다를 수 있다. 즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

㉢ x각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이다. 즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

㉣ $\frac{1}{2}xy=24$, 즉 $y=\frac{48}{x}$이므로 함수이다.

㉤ $x=10$일 때, $y=2, 5$
즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㉢, ㉣이다.

02 답 9

$f(2)=2$에서 $2a-5=2$ $\quad\therefore a=\frac{7}{2}$

즉 $f(x)=\frac{7}{2}x-5$이므로

$f(4)=\frac{7}{2}\times4-5=9$

03 답 $a=3, b\neq0$

x에 대한 일차함수가 되려면 $a-3=0$, $-b\neq0$

$\therefore a=3, b\neq0$

04 답 ③

③ $y=3x-4$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3x-4+2$ $\quad\therefore y=3x-2$

05 답 12

$y=5x-10$에 $y=0$을 대입하면

$0=5x-10$ $\quad\therefore x=2$

$y=5x-10$에 $x=0$을 대입하면 $y=-10$

따라서 $a=2$, $b=-10$이므로

$a-b=2-(-10)=12$

06 답 -3

$y=f(x)$의 그래프가 두 점 $(1, 0)$, $(2, 2)$를 지나므로

$p=\frac{2-0}{2-1}=2$

$y=g(x)$의 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(2, 2)$를 지나므로

$q=\frac{2-5}{2-0}=-\frac{3}{2}$

$\therefore pq=2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-3$

적중 & 심화 유형 연습 102쪽~109쪽

01 답 ①, ⑤

① $x=4$일 때, $y=2, 3$
즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

② $y=\frac{1}{2}\times 20\times x=10x$이므로 함수이다.

③ $y=\frac{30}{x}$이므로 함수이다.

④ x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

⑤ 점수가 같은 학생이 여러 명일 수 있다. 즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

따라서 함수가 아닌 것은 ①, ⑤이다.

02 답 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

㉠ $y=\frac{120}{x}$이므로 함수이다.

㉡ $y=2\pi x$이므로 함수이다.

㉢, ㉣ x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

㉤ $x=12$일 때, $y=1, 2, 4$
즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

㉥ $x=2$일 때, $y=-2, 2$
즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣이다.

03 답 8

$f\left(-\frac{1}{3}\right)=a$에서 $8\div\left(-\frac{1}{3}\right)=a$ $\therefore a=-24$

$g(b)=a$에서 $-3b=-24$ $\therefore b=8$

04 답 8

$50=11\times 4+6$이므로 $f(50)=6$

$101=11\times 9+2$이므로 $f(101)=2$

$\therefore f(50)+f(101)=6+2=8$

05 답 1

$f(2)=a+3$에서 $\frac{a}{2}=a+3$, $\frac{1}{2}a=-3$ $\therefore a=-6$

즉 $f(x)=-\frac{6}{x}$이므로

$f(-2)+f(3)=-\frac{6}{-2}+\left(-\frac{6}{3}\right)=1$

06 답 ③, ④

① $y=\frac{3}{x}$이므로 일차함수가 아니다.

② $y=\pi x^2$이므로 일차함수가 아니다.

③ $y=300-x$이므로 일차함수이다.

④ $y=6x$이므로 일차함수이다.

⑤ $xy=4$, 즉 $y=\frac{4}{x}$이므로 일차함수가 아니다.

따라서 일차함수인 것은 ③, ④이다.

참고
a, b가 상수이고 $a\neq 0$일 때
- $ax+b$ ➡ 일차식
- $ax+b=0$ ➡ 일차방정식
- $ax+b>0$ ➡ 일차부등식
- $y=ax+b$ ➡ 일차함수

07 답 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

㉠ $y=-2x+1-\frac{1}{3}x$에서 $y=-\frac{7}{3}x+1$이므로 일차함수이다.

㉡ 일차함수이다.

㉢ $y=-(3x-1)$에서 $y=-3x+1$이므로 일차함수이다.

㉣ $y-x+1=-(x+6)$에서 $y=-7$이므로 일차함수가 아니다.

㉤ $y^2-y+2=x+y^2-4$에서 $y=-x+6$이므로 일차함수이다.

㉥ $y=x-(10+x)$에서 $y=-10$이므로 일차함수가 아니다.

따라서 일차함수인 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤이다.

참고
$y=$(숫자) ➡ 함수이지만 일차함수는 아니다.

08 답 ②

$y=4x^2+(a+1)x-2(bx^2-x+3)$
$=(4-2b)x^2+(a+3)x-6$

이 식이 x에 대한 일차함수이므로

$4-2b=0$, $a+3\neq 0$ $\therefore a\neq -3$, $b=2$

따라서 $a+b$의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

09 답 -2

$f(a)-af(-3)=7$에서

$-2a-3-a\{-2\times(-3)-3\}=7$

$-2a-3-3a=7$, $-5a=10$ $\therefore a=-2$

10 답 -2

$f(2)=5$에서 $2a+b=5$ …… ㉠

$f(-1)=-4$에서 $-a+b=-4$ …… ㉡ …… ❶

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-1$ …… ❷

즉 $f(x)=3x-1$이므로

$f(5)-2f(3)=3\times5-1-2\times(3\times3-1)=-2$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a, b에 대한 식 세우기	40 %
❷ a, b의 값 구하기	30 %
❸ $f(5)-2f(3)$의 값 구하기	30 %

11 답 10

$y=-x+a$에 $x=-1$, $y=3$을 대입하면

$3=1+a$ $\therefore a=2$

즉 $y=-x+2$에 $x=b$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-b+2$ $\therefore b=5$

$\therefore ab=2\times5=10$

12 답 6

$y=\frac{1}{2}x+a$에 $x=b$, $y=a+3$을 대입하면

$a+3=\frac{1}{2}b+a$, $\frac{1}{2}b=3$ $\therefore b=6$

13 답 -7

$y=5x-3a$에 $x=-a$, $y=8$을 대입하면

$8=-5a-3a$, $8a=-8$ $\therefore a=-1$

즉 $y=5x+3$의 그래프가 점 $(-2, b)$를 지나므로

$y=5x+3$에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면

$b=5\times(-2)+3=-7$

14 답 $a=3$, $b=1$

주어진 그래프가 두 점 $(-1, -2)$, $(2, 7)$을 지나므로

$y=ax+b$에 $x=-1$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-a+b$ …… ㉠

$y=ax+b$에 $x=2$, $y=7$을 대입하면

$7=2a+b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=1$

15 답 4

$f(2)-f(-1)=-9$에서

$2a+b-(-a+b)=-9$, $3a=-9$ $\therefore a=-3$ …… ❶

즉 $y=-3x+b$에 $x=3$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-9+b$ $\therefore b=7$ …… ❷

$\therefore a+b=-3+7=4$ …… ❸

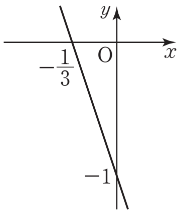
채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

16 답 제1사분면

$y=-3x+4$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+4-5$ $\therefore y=-3x-1$

따라서 $y=-3x-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



17 답 4

$y=\frac{3}{2}x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{3}{2}x+3-4$ $\therefore y=\frac{3}{2}x-1$

따라서 $y=\frac{3}{2}x-1$에 $x=a$, $y=a+1$을 대입하면

$a+1=\frac{3}{2}a-1$, $\frac{1}{2}a=2$ $\therefore a=4$

18 답 -2

$y=ax-6$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax-6+b$

$y=ax-6+b$에 $x=-6$, $y=-19$를 대입하면

$-19=-6a-6+b$

$\therefore 6a-b=13$ …… ㉠

$y=ax-6+b$에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=2a-6+b$

$\therefore 2a+b=11$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=5$

$\therefore a-b=3-5=-2$

19 답 3

$y=ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax+2-5$ $\therefore y=ax-3$

이때 $y=ax-3$의 그래프의 x절편이 1이므로

$y=ax-3$에 $x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=a-3$ $\therefore a=3$

20 답 1

$y=-3x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+1+3$ $\therefore y=-3x+4$

$y=-3x+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=-3x+4$ $\therefore x=\frac{4}{3}$

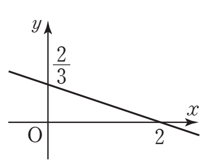
$y=-3x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$
$y=-3x+4$에 $x=2-c$, $y=c$를 대입하면
$c=-3(2-c)+4$, $2c=2$ $\quad\therefore c=1$
따라서 $a=\frac{4}{3}$, $b=4$, $c=1$이므로
$3a-b+c=3\times\frac{4}{3}-4+1=1$

21 답 -3

$y=\frac{1}{2}x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$
$y=-2x+a$에 $y=0$을 대입하면
$0=-2x+a$ $\quad\therefore x=\frac{a}{2}$
이때 $\frac{a}{2}=2$이므로 $a=4$
즉 $y=\frac{1}{4}x+1$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{1}{4}x+1$ $\quad\therefore x=-4$
$y=\frac{1}{4}x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$
따라서 $y=\frac{1}{a}x+1$의 그래프의 x절편과 y절편의 합은
$-4+1=-3$

22 답 제1, 2, 4사분면

$y=kx+2k$에 $y=0$을 대입하면
$0=kx+2k$ $\quad\therefore x=-2$
$y=x-3k+1$에 $y=0$을 대입하면
$0=x-3k+1$ $\quad\therefore x=3k-1$
이때 $3k-1=-2$이므로 $k=-\frac{1}{3}$
따라서 $y=kx+k+1$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.



23 답 $-\frac{4}{3}$

$y=\frac{1}{2}x+a$의 그래프의 x절편이 -3이므로
$y=\frac{1}{2}x+a$에 $x=-3$, $y=0$을 대입하면
$0=-\frac{3}{2}+a$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$
$y=3x-b$의 그래프의 y절편이 -2이므로
$y=3x-b$에 $x=0$, $y=-2$를 대입하면
$-2=-b$ $\quad\therefore b=2$
즉 $y=\frac{3}{2}x+2$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{3}{2}x+2$ $\quad\therefore x=-\frac{4}{3}$
따라서 $y=ax+b$의 그래프의 x절편은 $-\frac{4}{3}$이다.

100점 TIP
두 일차함수의 그래프가
① x축에서 만난다. ➡ 두 그래프의 x절편이 같다.
② y축에서 만난다. ➡ 두 그래프의 y절편이 같다.

24 답 -2

$y=-\frac{2}{3}x+6$에 $y=0$을 대입하면
$0=-\frac{2}{3}x+6$ $\quad\therefore x=9$
즉 $y=ax+b$의 그래프의 x절편이 9이므로
$y=ax+b$에 $x=9$, $y=0$을 대입하면
$0=9a+b$ …… ㉠
$y=2x-3$에 $x=0$을 대입하면 $y=-3$
즉 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 -3이므로
$y=ax+b$에 $x=0$, $y=-3$을 대입하면 $b=-3$
$b=-3$을 ㉠에 대입하면
$0=9a-3$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$
$\therefore 3a+b=3\times\frac{1}{3}+(-3)=-2$

25 답 8

주어진 그래프가 두 점 $(-2, 3)$, $(4, -1)$을 지나므로
$(\text{기울기})=\frac{-1-3}{4-(-2)}=-\frac{2}{3}$
따라서 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{-12}=-\frac{2}{3}$이므로
$(y$의 값의 증가량$)=8$

100점 TIP
두 점 (p, q), (r, s)를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기
➡ $\frac{s-q}{r-p}$ 또는 $\frac{q-s}{p-r}$ (단, $p\neq r$)

26 답 -60

기울기가 $-\frac{5}{2}$이므로
(가)에서 $\frac{a}{-6}=-\frac{5}{2}$ $\quad\therefore a=15$
(나)에서 $\frac{10}{b}=-\frac{5}{2}$ $\quad\therefore b=-4$
$\therefore ab=15\times(-4)=-60$

27 답 6

$a=\frac{-9}{7-4}=-3$ …… ❶
즉 $y=-3x+6$에 $x=1$, $y=b$를 대입하면
$b=-3+6=3$ …… ❷
$\therefore b-a=3-(-3)=6$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $b-a$의 값 구하기	20 %

28 답 2

두 점 $(3, 5)$, $(5, -1)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-1-5}{5-3}=-3$

두 점 $(5, -1)$, $(2a, a)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{a-(-1)}{2a-5}=\frac{a+1}{2a-5}$

이때 $\frac{a+1}{2a-5}=-3$이므로

$a+1=-6a+15$, $7a=14$ $\therefore a=2$

100점 TIP

서로 다른 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있다.

➡ (직선 AB의 기울기)=(직선 BC의 기울기)=(직선 AC의 기울기)

29 답 2

두 점 $(-4, 3a-4)$, $(1, 4)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{4-(3a-4)}{1-(-4)}=\frac{-3a+8}{5}$

두 점 $(1, 4)$, $(11, -a+10)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-a+10-4}{11-1}=\frac{-a+6}{10}$

이때 $\frac{-3a+8}{5}=\frac{-a+6}{10}$이므로

$-30a+80=-5a+30$, $25a=50$ $\therefore a=2$

30 답 4

[전략] 선분 AB의 기울기를 구하고 (기울기)$=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$임을 이용한다.

선분 AB의 기울기는 $\frac{300-27}{64-10}=\frac{273}{54}=\frac{91}{18}$이므로 x의 값이 18만큼 증가할 때 y의 값은 91만큼 증가한다.

따라서 구하는 점은 $(10, 27)$, $(28, 118)$, $(46, 209)$, $(64, 300)$의 4개이다.

31 답 40

$y=5x+10$에 $x=0$을 대입하면 $y=10$

$y=5x+10$에 $y=0$을 대입하면

$0=5x+10$ $\therefore x=-2$

$\therefore$ A$(0, 10)$, B$(-2, 0)$

$y=-\frac{5}{3}x+10$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{5}{3}x+10$ $\therefore x=6$

$\therefore$ C$(6, 0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 10=40$

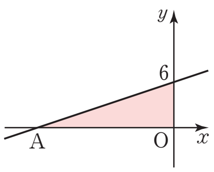
32 답 $\frac{1}{3}$

$y=ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax+2+4$ $\therefore y=ax+6$

$y=ax+6$의 그래프의 y절편이 6이고

$a>0$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표를 A라 하면 색칠한 부분의 넓이가 54이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times 6=54$ $\therefore \overline{OA}=18$

따라서 A$(-18, 0)$이므로

$y=ax+6$에 $x=-18$, $y=0$을 대입하면

$0=-18a+6$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

다른 풀이

$y=ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax+2+4$ $\therefore y=ax+6$

$y=ax+6$의 그래프의 x절편은 $-\frac{6}{a}$, y절편은 6이므로 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left|-\frac{6}{a}\right|\times 6=54$

이때 $a>0$이므로 $\frac{1}{2}\times\frac{6}{a}\times 6=54$

$\frac{18}{a}=54$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

33 답 14

$y=-\frac{1}{2}x+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{2}x+4$ $\therefore x=8$

$y=-\frac{1}{2}x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$

즉 $y=-\frac{1}{2}x+4$의 그래프의 x절편은 8, y절편은 4이다.

$y=-x+2$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x+2$ $\therefore x=2$

$y=-x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$

즉 $y=-x+2$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 2이다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times 8\times 4-\frac{1}{2}\times 2\times 2=16-2=14$

34 답 16

$y=2x+10$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x+10$ $\therefore x=-5$

$y=2x+10$에 $x=0$을 대입하면 $y=10$

즉 $y=2x+10$의 그래프의 x절편은 -5, y절편은 10이다.

$y=2x+10$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2x+10-4$ $\quad \therefore y=2x+6$

$y=2x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x+6$ $\quad \therefore x=-3$

$y=2x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$

즉 $y=2x+6$의 그래프의 x절편은 -3, y절편은 6이다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times10-\frac{1}{2}\times3\times6=25-9=16$

35 답 -1

$f(4)=-f(a+b)$에서

$\frac{1}{4}\times4=-\frac{1}{4}(a+b)$ $\quad \therefore a+b=-4$

$\therefore f(a)+f(b)=\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}b$

$=\frac{1}{4}(a+b)$

$=\frac{1}{4}\times(-4)=-1$

36 답 252

[전략] $f(1), f(2), f(3), \cdots$의 값을 차례로 구해 보고 규칙성을 찾는다.

$f(1)=3$, $f(2)=9$, $f(3)=7$, $f(4)=1$,

$f(5)=3$, $f(6)=9$, $f(7)=7$, $f(8)=1$, $\cdots$

이므로 $f(x)$의 값은 3, 9, 7, 1이 차례로 반복되어 나타난다.

이때 $50=4\times12+2$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(50)$

$=(3+9+7+1)\times12+3+9$

$=252$

37 답 2

[전략] 먼저 $-x+2=-5$, $-x+2=3$을 만족하는 x의 값을 각각 구한다.

$-x+2=-5$에서 $x=7$

$f(-x+2)=2x-5$에 $x=7$을 대입하면

$f(-5)=2\times7-5=9$ $\quad \cdots\cdots$ ❶

$-x+2=3$에서 $x=-1$

$f(-x+2)=2x-5$에 $x=-1$을 대입하면

$f(3)=2\times(-1)-5=-7$ $\quad \cdots\cdots$ ❷

$\therefore f(-5)+f(3)=9+(-7)=2$ $\quad \cdots\cdots$ ❸

채점 기준	비율
❶ $f(-5)$의 값 구하기	40 %
❷ $f(3)$의 값 구하기	40 %
❸ $f(-5)+f(3)$의 값 구하기	20 %

38 답 25

$\frac{2-x}{5}=2$에서 $x=-8$

$f\left(\frac{2-x}{5}\right)=-3x+1$에 $x=-8$을 대입하면

$f(2)=-3\times(-8)+1=25$

39 답 1

[전략] 일차함수 $y=f(x)$의 그래프에서 (기울기)$=\frac{f(m)-f(n)}{m-n}$임을 이용한다. (단, $m\neq n$)

(기울기)$=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$=\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}=\frac{3}{3}=1$

40 답 -8

$f(p)-f(q)=2q-2p$에서 $f(p)-f(q)=-2(p-q)$

$\therefore \frac{f(p)-f(q)}{p-q}=-2$

따라서 기울기가 -2이므로

$\frac{k}{4}=-2$ $\quad \therefore k=-8$

41 답 10

[전략] $\frac{f(52)-f(1)}{51}=\frac{f(52)-f(1)}{52-1}=$(기울기)임을 이용한다.

일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기를 a라 하면

$\frac{f(52)-f(1)}{51}+\frac{f(51)-f(2)}{49}+\cdots+\frac{f(27)-f(26)}{1}$

$=\frac{f(52)-f(1)}{52-1}+\frac{f(51)-f(2)}{51-2}+\cdots+\frac{f(27)-f(26)}{27-26}$

$=a+a+\cdots+a$

$=26a$

즉 $26a=52$이므로 $a=2$

따라서 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기가 2이므로

$\frac{f(50)-f(45)}{50-45}=2$ $\quad \therefore f(50)-f(45)=10$

42 답 15

$y=ax+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 $\mathrm{A}(0, b)$

$y=\frac{1}{2}x+4$의 그래프의 x절편은 -8, y절편은 4이므로

$\mathrm{B}(-8, 0)$, $\mathrm{C}(0, 4)$

이때 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이가 32이므로

$\frac{1}{2}\times(b-4)\times8=32$, $4b-16=32$, $4b=48$ $\quad \therefore b=12$

즉 $y=ax+12$에 $x=-8$, $y=0$을 대입하면

$0=-8a+12$ $\quad \therefore a=\frac{3}{2}$

$\therefore 2a+b=2\times\frac{3}{2}+12=15$

43 답) $\frac{15}{4}$

[전략] $\triangle$ABC의 넓이가 $\triangle$CBO의 넓이의 2배이고 $\triangle$ABC와 $\triangle$CBO의 높이가 같으므로 $\overline{AC}=2\overline{CO}$이다.

$y=ax+9$의 그래프의 y절편은 9이므로 A$(0, 9)$

$y=\frac{1}{4}x+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 C$(0, b)$

이때 $\triangle$ABC의 넓이가 $\triangle$CBO의 넓이의 2배이고 $\triangle$ABC와 $\triangle$CBO의 높이가 같으므로 $\overline{AC}=2\overline{CO}$

$9-b=2b$ $\quad\therefore b=3$

즉 $y=\frac{1}{4}x+3$의 그래프의 x절편은 -12이므로 B$(-12, 0)$

따라서 $y=ax+9$에 $x=-12$, $y=0$을 대입하면

$0=-12a+9$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$

$\therefore a+b=\frac{3}{4}+3=\frac{15}{4}$

다른 풀이

$y=ax+9$의 그래프의 y절편은 9이므로 A$(0, 9)$

$y=\frac{1}{4}x+b$의 그래프의 x절편은 $-4b$, y절편은 b이므로

B$(-4b, 0)$, C$(0, b)$

이때 $\triangle$ABC의 넓이가 $\triangle$CBO의 넓이의 2배이므로

$\frac{1}{2}\times(9-b)\times 4b=\left(\frac{1}{2}\times b\times 4b\right)\times 2$

$9-b=2b$, $3b=9$ $\quad\therefore b=3$

따라서 $y=ax+9$의 그래프가 점 B$(-12, 0)$을 지나므로

$y=ax+9$에 $x=-12$, $y=0$을 대입하면

$0=-12a+9$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$

$\therefore a+b=\frac{3}{4}+3=\frac{15}{4}$

44 답) 16

[전략] B$(a, 0)$, C$(b, 0)$으로 놓고 두 점 A, D의 좌표를 a, b의 식으로 각각 나타낸다.

B$(a, 0)$, C$(b, 0)$이라 하면 A$(a, 4a)$, D$\left(b, -\frac{4}{5}b+8\right)$

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $4a=b-a$ $\quad\therefore b=5a$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\overline{BC}=\overline{DC}$이므로 $b-a=-\frac{4}{5}b+8$ $\quad\therefore a=\frac{9}{5}b-8$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=5$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $b-a=5-1=4$이므로 그 넓이는 $4\times4=16$

다른 풀이

점 A의 x좌표를 a라 하면 A$(a, 4a)$

이때 $\overline{AD}=\overline{AB}=4a$이므로 D$(5a, 4a)$

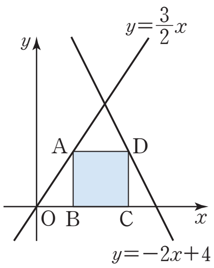
따라서 $y=-\frac{4}{5}x+8$에 $x=5a$, $y=4a$를 대입하면

$4a=-\frac{4}{5}\times5a+8$, $8a=8$ $\quad\therefore a=1$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $4a=4\times1=4$이므로 그 넓이는 $4\times4=16$

45 답) $\frac{144}{169}$

두 일차함수 $y=\frac{3}{2}x$, $y=-2x+4$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분에 들어갈 수 있는 가장 큰 정사각형을 ABCD라 하면 정사각형 ABCD는 오른쪽 그림과 같이 한 변이 x축 위에 있고 한 꼭짓점은 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프 위에, 다른 한 꼭짓점은 $y=-2x+4$의 그래프 위에 있어야 한다.



B$(a, 0)$, C$(b, 0)$이라 하면 A$\left(a, \frac{3}{2}a\right)$, D$(b, -2b+4)$

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\frac{3}{2}a=b-a$ $\quad\therefore b=\frac{5}{2}a$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\overline{BC}=\overline{DC}$이므로 $b-a=-2b+4$ $\quad\therefore a=3b-4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{8}{13}$, $b=\frac{20}{13}$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는

$b-a=\frac{20}{13}-\frac{8}{13}=\frac{12}{13}$이므로 그 넓이는 $\frac{12}{13}\times\frac{12}{13}=\frac{144}{169}$

46 답) A$(1, 4)$

정사각형 ABCD의 넓이가 4이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 2이다.

점 A의 x좌표를 a라 하면 A$(a, 3a+1)$

$\therefore$ B$(a, 3a-1)$, C$(a+2, 3a-1)$

$y=\frac{1}{3}x+1$에 $x=a+2$, $y=3a-1$을 대입하면

$3a-1=\frac{1}{3}(a+2)+1$, $\frac{8}{3}a=\frac{8}{3}$ $\quad\therefore a=1$

따라서 점 A의 좌표는 $(1, 4)$이다.

적중 & 심화 실전 TEST

110쪽~112쪽

01 답) 6

㉠ $x=7$일 때, $y=2, 4, 6$
즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

㉡ $y=\frac{360}{x}$이므로 함수이지만 일차함수는 아니다.

㉢ $y=\frac{x}{60}$이므로 일차함수이다.

㉣ $y=\pi x^2\times2+2\pi x\times x=4\pi x^2$이므로 함수이지만 일차함수는 아니다.

㉤ 휘발유 6 L로 72 km를 가므로 1 km를 가는 데 필요한 휘발유의 양은 $\frac{6}{72}=\frac{1}{12}$ (L)이다. 즉 $y=\frac{1}{12}x$이므로 일차함수이다.

따라서 함수인 것은 ㉡, ㉢, ㉣, ㉤의 4개이므로 $a=4$

일차함수인 것은 ㉢, ㉤의 2개이므로 $b=2$

$\therefore a+b=4+2=6$

02 답 -2

$f(a+1)=g\left(\frac{5}{3}\right)$에서

$-2(a+1)+1=3\times\frac{5}{3}+a$

$-2a-1=5+a,\ 3a=-6\qquad\therefore a=-2$

03 답 ㉠, ㉢

㉠ $f(6)+f(9)=\frac{54}{6}+\frac{54}{9}=9+6=15$

㉡ $a=1,\ b=2$이면

$f(1)+f(2)=\frac{54}{1}+\frac{54}{2}=81$이므로 $f(a)+f(b)\neq a+b$

㉢ $f(a)+f(b)=\frac{54}{a}+\frac{54}{b}=\frac{54(a+b)}{ab}$

$=\frac{54(a+b)}{54}=a+b$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

04 답 4

$f(1)=0$에서 $a+b=0$ $\cdots\cdots$ ㉠

$f(3)-f(-2)=-10$에서

$3a+b-(-2a+b)=-10,\ 5a=-10\qquad\therefore a=-2$

$a=-2$를 ㉠에 대입하면 $-2+b=0\qquad\therefore b=2$

즉 $f(x)=-2x+2$이므로

$f(-1)=-2\times(-1)+2=4$

다른 풀이

$f(1)=0$에서 $a+b=0$ $\cdots\cdots$ ㉠

$f(3)-f(-2)=-10$에서

$\frac{f(3)-f(-2)}{3-(-2)}=\frac{-10}{5}=-2\qquad\therefore a=-2$

$a=-2$를 ㉠에 대입하면 $-2+b=0\qquad\therefore b=2$

즉 $f(x)=-2x+2$이므로

$f(-1)=-2\times(-1)+2=4$

05 답 ⑤

$y=ax+b$에 $x=-2,\ y=3$을 대입하면

$3=-2a+b\qquad\therefore b=2a+3$

$-5\le b\le 2$에서 $-5\le 2a+3\le 2$

$\therefore -4\le a\le -\frac{1}{2}$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

06 답 $\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$

[전략] x좌표와 y좌표가 같은 점의 좌표를 (m,m)으로 놓는다.

$y=-4x+a$에 $x=a,\ y=-6$을 대입하면

$-6=-4a+a,\ 3a=6\qquad\therefore a=2$

즉 $y=-4x+2$의 그래프 위의 점 중 x좌표와 y좌표가 같은 점의 좌표를 (m,m)이라 하면

$m=-4m+2,\ 5m=2\qquad\therefore m=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 점의 좌표는 $\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$이다.

07 답 13

$y=2x-3a+4$에 $x=-2,\ y=3$을 대입하면

$3=2\times(-2)-3a+4,\ 3a=-3\qquad\therefore a=-1$

즉 $y=2x+7$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x+7+b$

이 그래프가 $y=cx-5$의 그래프와 겹치므로

$2=c,\ 7+b=-5\qquad\therefore b=-12,\ c=2$

$\therefore a-b+c=-1-(-12)+2=13$

08 답 5

$y=3x+k$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3x+k-2$ $\cdots\cdots$ ❶

$y=3x+k-2$에 $y=0$을 대입하면

$0=3x+k-2\qquad\therefore x=\frac{-k+2}{3}$

$y=3x+k-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=k-2$

따라서 $m=\frac{-k+2}{3},\ n=k-2$이므로 $\cdots\cdots$ ❷

$\frac{-k+2}{3}+(k-2)=2,\ 2k=10\qquad\therefore k=5$ $\cdots\cdots$ ❸

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 식 구하기	20 %
❷ $m,\ n$을 k의 식으로 나타내기	50 %
❸ k의 값 구하기	30 %

09 답 -2

[전략] $y=ax-10$의 그래프의 x절편과 y절편을 구하고 $\overline{OA}=|x\text{절편}|,\ \overline{OB}=|y\text{절편}|$임을 이용한다.

$y=ax-10$의 그래프의 x절편은 $\frac{10}{a}$, y절편은 -10이므로

$A\left(\frac{10}{a},0\right),\ B(0,-10)$

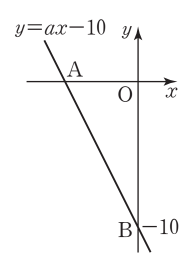
이때 $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{OB}$이므로 $\left|\frac{10}{a}\right|=\frac{1}{2}\times|-10|$

그런데 a는 음수이므로 $-\frac{10}{a}=\frac{1}{2}\times10$

$-\frac{10}{a}=5\qquad\therefore a=-2$

다른 풀이

$y=ax-10$의 그래프의 y절편은 -10이고 a는 음수이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{OB}=10$이고 $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{OB}=\frac{1}{2}\times10=5$

따라서 $A(-5,0)$이므로

$y=ax-10$에 $x=-5,\ y=0$을 대입하면

$0=-5a-10,\ 5a=-10\qquad\therefore a=-2$

10 답 ④

$y=ax+b$의 그래프의 기울기가 $\frac{1}{3}$이므로 $a=\frac{1}{3}$

y절편이 b이므로 $b>-1$

즉 $y=\frac{1}{3}x+b$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{3}x+b-2$

$y=\frac{1}{3}x+b-2$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{3}x+b-2 \qquad \therefore x=-3b+6$

따라서 x절편이 $-3b+6$이고 $b>-1$이므로

$-3b<3 \qquad \therefore -3b+6<9$

11 답 3

[전략] 동우는 y절편을 바르게 보았고, 나은이는 기울기를 바르게 보았다.

동우는 b의 값, 즉 y절편을 바르게 보았으므로 $b=3$

나은이는 a의 값, 즉 기울기를 바르게 보았다.

이때 나은이가 잘못 그린 그래프는 두 점 $(-3, 0)$, $(0, -3)$을 지나므로 $a=\frac{-3-0}{0-(-3)}=-1$

즉 $y=-x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x+3 \qquad \therefore x=3$

따라서 $y=ax+b$의 그래프의 x절편은 3이다.

12 답 2

두 점 $(4, 3)$, $(7, a)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{a-3}{7-4}=\frac{a-3}{3}$

두 점 $(4, 3)$, $(3, b)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{b-3}{3-4}=-b+3$

이때 $\frac{a-3}{3}=-b+3$이므로 $a+3b=12$

따라서 $a+3b=12$, $a-b=-8$을 연립하여 풀면

$a=-3$, $b=5$

$\therefore a+b=-3+5=2$

13 답 -16

$y=ax+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 $\mathrm{A}(0, b)$

$y=x-c$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면

$0=2-c \qquad \therefore c=2$

즉 $y=x-2$의 그래프의 y절편은 -2이므로 $\mathrm{B}(0, -2)$

이때 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이가 6이므로

$\frac{1}{2}\times(b+2)\times2=6$, $b+2=6 \qquad \therefore b=4$

즉 $y=ax+4$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면

$0=2a+4 \qquad \therefore a=-2$

$\therefore abc=-2\times4\times2=-16$

14 답 15

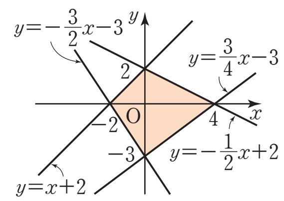
$y=\frac{3}{4}x-3$의 그래프의 x절편은 4, y절편은 -3

$y=-\frac{1}{2}x+2$의 그래프의 x절편은 4, y절편은 2

$y=-\frac{3}{2}x-3$의 그래프의 x절편은 -2, y절편은 -3

$y=x+2$의 그래프의 x절편은 -2, y절편은 2

따라서 네 그래프를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 도형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times3$

$=6+9=15$

15 답 -2

$f(a+b)=-7$에서

$-\frac{1}{2}(a+b)+5=-7 \qquad \therefore a+b=24$

$$\begin{aligned}\therefore f(a)+f(b)&=-\frac{1}{2}a+5+\left(-\frac{1}{2}b+5\right)\\&=-\frac{1}{2}(a+b)+10\\&=-\frac{1}{2}\times24+10=-2\end{aligned}$$

16 답 4

$$\begin{aligned}a&=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}\\&=\frac{f(n+1)-f(n-1)}{(n+1)-(n-1)}\\&=\frac{8}{2}=4\end{aligned}$$

17 답 $a=-\frac{4}{3}$, $b=4$

$y=-4x+12$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 12이므로

$\mathrm{A}(0, 12)$, $\mathrm{C}(3, 0)$

$y=ax+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 $\mathrm{B}(0, b)$

이때 $\triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{BOC}=2 : 1$이고

$\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{BOC}$의 높이가 같으므로 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BO}}=2 : 1$이다.

따라서 $(12-b) : b=2 : 1$이므로

$2b=12-b$, $3b=12 \qquad \therefore b=4$

즉 $y=ax+4$에 $x=3$, $y=0$을 대입하면

$0=3a+4 \qquad \therefore a=-\frac{4}{3}$

다른 풀이

$y=-4x+12$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 12이므로

$\mathrm{A}(0, 12)$, $\mathrm{C}(3, 0)$

$y=ax+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 $\mathrm{B}(0, b)$

이때 $\triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{BOC}=2 : 1$에서 $\triangle\mathrm{ABC}=2\triangle\mathrm{BOC}$이므로

$\frac{1}{2}\times(12-b)\times3=2\times\left(\frac{1}{2}\times b\times3\right)$

$18-\frac{3}{2}b=3b,\ \frac{9}{2}b=18 \qquad \therefore b=4$

즉 $y=ax+4$에 $x=3,\ y=0$을 대입하면

$0=3a+4 \qquad \therefore a=-\frac{4}{3}$

18 답 $a+4$

점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표와 같으므로 $\mathrm{A}(2, 5)$

$\mathrm{C}\left(a, \frac{1}{2}a+1\right)$이고

점 B의 y좌표는 점 C의 y좌표와 같으므로 $\mathrm{B}\left(2, \frac{1}{2}a+1\right)$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=5-\left(\frac{1}{2}a+1\right)=-\frac{1}{2}a+4$,

$\overline{\mathrm{BC}}=a-2$이므로 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$2\left(-\frac{1}{2}a+4+a-2\right)=2\left(\frac{1}{2}a+2\right)=a+4$

학교 시험 최상위 기출 도전

113쪽~114쪽

01 답 ㉡, ㉢, ㉣

[전략] $\frac{2}{7}$를 순환소수로 나타낸 후 $f(x)$의 값을 구한다.

$\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 $f(x)$의 값은 2, 8, 5, 7, 1, 4가 차례로 반복되어 나타난다.

㉠ $20=6\times3+2$이므로 $f(20)=8$

㉡ $f(6)=4$

$60=6\times10$이므로 $f(60)=4$

$\therefore f(6)=f(60)$

㉢ $7=6\times1+1$이므로 $f(7)=2$

$8=6\times1+2$이므로 $f(8)=8$

$\therefore f(7)+f(8)=2+8=10$

㉣ $f(x)$의 값은 2, 8, 5, 7, 1, 4 중 하나이므로 $f(n)=3$을 만족하는 자연수 n은 없다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

02 답 120

[전략] k가 홀수일 때와 짝수일 때로 나누어 생각한다.

$f(n)=(-1)^n\times2n$에서

n이 홀수일 때 $f(n)=-2n$, n이 짝수일 때 $f(n)=2n$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(k)$의 값을 k가 홀수일 때와 짝수일 때로 나누어 구해 보자.

(i) k가 홀수일 때

$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(k)$

$=-2+4-6+8-\cdots-2k$

$=2+2+\cdots-2k$

$=2\times\frac{k-1}{2}-2k$

$=k-1-2k=-k-1$

즉 $-k-1=120$이므로 $k=-121$

그런데 k는 자연수이므로 조건을 만족하지 않는다.

(ii) k가 짝수일 때

$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(k)$

$=-2+4-6+8-\cdots+2k$

$=2+2+\cdots+2$

$=2\times\frac{k}{2}=k$

$\therefore k=120$

(i), (ii)에서 $k=120$

03 답 17

[전략] $f(a+b)=m(a+b)+n$이고

$f(a)+f(b)+10=ma+n+mb+n+10$이다.

$f(a+b)=f(a)+f(b)+10$에서

$m(a+b)+n=ma+n+mb+n+10$

$n+10=0 \qquad \therefore n=-10$

즉 $f(x)=mx-10$의 그래프의 x절편이 3이므로

$f(3)=0$에서 $3m-10=0 \qquad \therefore m=\frac{10}{3}$

따라서 $f(x)=\frac{10}{3}x-10$이므로

$f(0)-3f\left(\frac{3}{10}\right)=-10-3\times\left(\frac{10}{3}\times\frac{3}{10}-10\right)=17$

04 답 6

[전략] $y=\frac{a}{c}x-\frac{b}{c}$에 $x=-2, y=0$과 $x=0, y=1$을 각각 대입하여

b, c를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$y=\frac{a}{c}x-\frac{b}{c}$에 $x=-2,\ y=0$을 대입하면

$0=-\frac{2a}{c}-\frac{b}{c} \qquad \therefore b=-2a \quad \cdots\cdots$ ㉠

$y=\frac{a}{c}x-\frac{b}{c}$에 $x=0,\ y=1$을 대입하면

$1=-\frac{b}{c} \qquad \therefore b=-c \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $-c=-2a \qquad \therefore c=2a$

$\therefore \frac{b-2c}{a+b}=\frac{-2a-2\times2a}{a+(-2a)}=\frac{-6a}{-a}=6$

05 답 5

[전략] 두 일차함수의 그래프의 기울기를 이용하여 $\frac{\overline{\mathrm{PC}}}{\overline{\mathrm{PA}}}$, $\frac{\overline{\mathrm{PB}}}{\overline{\mathrm{PD}}}$의 값을

각각 구한다.

$y=\frac{5}{4}x-3$의 그래프의 기울기가 $\frac{5}{4}$이므로

$\frac{\overline{\mathrm{PC}}}{\overline{\mathrm{PA}}}=\frac{5}{4}$

$y=\frac{1}{4}x-1$의 그래프의 기울기가 $\frac{1}{4}$이므로

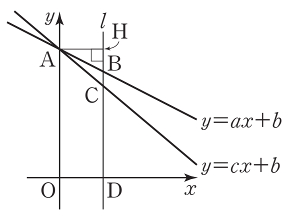
$\frac{\overline{\mathrm{PD}}}{\overline{\mathrm{PB}}}=\frac{1}{4} \qquad \therefore \frac{\overline{\mathrm{PB}}}{\overline{\mathrm{PD}}}=4$

$\therefore \dfrac{\overline{PC}\times\overline{PB}}{\overline{PA}\times\overline{PD}}=\dfrac{\overline{PC}}{\overline{PA}}\times\dfrac{\overline{PB}}{\overline{PD}}=\dfrac{5}{4}\times 4=5$

06 답 $\dfrac{1}{3}$

[전략] 점 A에서 직선 l에 수선의 발을 내린다.

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 직선 l에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BC}=m$이라 하면

$\overline{AH}=\overline{OD}=3m$이고

$\overline{HB}=n$이라 하면

$a=-\dfrac{\overline{HB}}{\overline{AH}}=-\dfrac{n}{3m}$,

$c=-\dfrac{\overline{HC}}{\overline{AH}}=-\dfrac{\overline{HB}+\overline{BC}}{\overline{AH}}=-\dfrac{n+m}{3m}$

$\therefore a-c=-\dfrac{n}{3m}-\left(-\dfrac{n+m}{3m}\right)$

$=-\dfrac{n}{3m}+\dfrac{n}{3m}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$

다른 풀이

$\overline{BC}=m$이라 하면 $\overline{OD}=3m$이므로

$B(3m, 3am+b)$, $C(3m, 3cm+b)$

이때 $3am+b-(3cm+b)=m$이므로

$3am-3cm=m$, $3a-3c=1$

$3(a-c)=1$ $\therefore a-c=\dfrac{1}{3}$

07 답 -1

[전략] 규칙에 따라 각 점을 옮기고 세 점이 한 직선 위에 있을 조건을 이용한다.

규칙에 따라 점 $(0, 0)$은 점 $(0, 0)$으로, 점 $(-2, 6)$은 점 $(-8, -2a+6)$으로, 점 $(4, 0)$은 점 $(4, 4a)$로 이동한다.

이때 두 점 $(0, 0)$, $(-8, -2a+6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{-2a+6-0}{-8-0}=\dfrac{a-3}{4}$

두 점 $(0, 0)$, $(4, 4a)$를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{4a-0}{4-0}=a$

따라서 $\dfrac{a-3}{4}=a$이므로

$a-3=4a$, $3a=-3$ $\therefore a=-1$

08 답 $p=10$, $q=2$

[전략] 두 점 A, D의 좌표를 p를 이용하여 나타내고, 두 점 B, C의 좌표를 q를 이용하여 나타낸다.

$y=-2x+p$의 그래프의 x절편은 $\dfrac{p}{2}$, y절편은 p이므로

$A(0, p)$, $D\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$

$y=\dfrac{1}{3}x+q$의 그래프의 x절편은 $-3q$, y절편은 q이므로

$B(0, q)$, $C(-3q, 0)$

이때 $\overline{AB}:\overline{BO}=4:1$이므로

$(p-q):q=4:1$ $\therefore p=5q$ ······ ㉠

또 $\overline{CD}=11$에서 $\dfrac{p}{2}-(-3q)=11$

$\therefore p+6q=22$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $p=10$, $q=2$

09 답 $\dfrac{25}{4}$

[전략] 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 구하고 점 B의 좌표를 구한다.

정사각형 ABCD의 넓이가 4이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 2이다.

점 B의 x좌표가 2이므로 $B(2, 3)$

$\therefore A(0, 3)$, $C(2, 5)$

이때 $\overline{OA}:\overline{AE}=2:3$이므로

$3:\overline{AE}=2:3$ $\therefore \overline{AE}=\dfrac{9}{2}$

$\overline{OE}=\overline{OA}+\overline{AE}=3+\dfrac{9}{2}=\dfrac{15}{2}$이므로 $y=ax+b$의 그래프의 y절편은 $\dfrac{15}{2}$이다.

$\therefore b=\dfrac{15}{2}$

또 $y=ax+\dfrac{15}{2}$의 그래프가 점 C를 지나므로

$y=ax+\dfrac{15}{2}$에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=2a+\dfrac{15}{2}$ $\therefore a=-\dfrac{5}{4}$

$\therefore a+b=-\dfrac{5}{4}+\dfrac{15}{2}=\dfrac{25}{4}$

6 일차함수와 그래프 (2)

01 | 일차함수의 그래프의 성질

개념 확인 117쪽

01 답 ③

② $y=-2x+7$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면 $3=-2\times2+7$이므로 점 $(2, 3)$을 지난다.
③ (기울기)<0, (y절편)>0이므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.
④ 기울기가 같고 y절편이 다르므로 $y=-2x+3$의 그래프와 평행하다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

02 답 $a<0$, $b<0$

$y=ax+b$의 그래프가
오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$
x축보다 아래에서 y축과 만나므로 $b<0$

03 답 $a=3$, $b=7$

$y=ax-2$의 그래프가 $y=3x+1$의 그래프와 평행하므로
$a=3$, 즉 $y=3x-2$
$y=3x-2$에 $x=3$, $y=b$를 대입하면
$b=9-2=7$

04 답 4

$y=-3ax+6$, $y=4x-2b$의 그래프가 일치하므로
$-3a=4$에서 $a=-\frac{4}{3}$, $6=-2b$에서 $b=-3$
$\therefore ab=-\frac{4}{3}\times(-3)=4$

05 답 4

기울기가 $-\frac{3}{2}$이므로
$y=-\frac{3}{2}x+b$로 놓고 $x=2$, $y=1$을 대입하면
$1=-3+b$ $\quad\therefore b=4$, 즉 $y=-\frac{3}{2}x+4$
따라서 구하는 y절편은 4이다.

06 답 $y=\frac{3}{2}x-1$

주어진 그래프가 두 점 $(0, -1)$, $(2, 2)$를 지나므로
(기울기)$=\frac{2-(-1)}{2-0}=\frac{3}{2}$, ($y$절편)$=-1$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x-1$

적중 & 심화 유형 연습 118쪽~123쪽

01 답 ㉠, ㉣

㉠ x절편이 가장 큰 그래프는 x축과의 교점이 가장 오른쪽에 있는 ㈐이다.
㉡ 기울기가 가장 큰 그래프는 직선이 오른쪽 위로 향하면서 y축에 가장 가까운 ㈒이다.
㉢ y절편이 음수인 그래프는 x축보다 아래에서 y축과 만나는 ㈎, ㈒이다.
㉣ x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 그래프는 직선이 오른쪽 아래로 향하는 ㈎, ㈏, ㈐이다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

02 답 ②

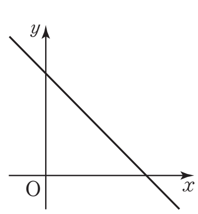
① (기울기)$=\frac{2}{4-(-2)}=\frac{1}{3}$
② (기울기)>0, (y절편)>0이므로 제4사분면을 지나지 않는다.
③ (기울기)>0이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
④ 기울기가 다르므로 $y=-\frac{1}{6}x+2$의 그래프와 평행하지 않다.
⑤ 기울기가 $\frac{1}{3}$이므로 x의 값이 9만큼 증가할 때, y의 값은 3만큼 증가한다.
따라서 옳은 것은 ②이다.

03 답 ③

① $y=ax+b$에 $x=1$, $y=a+b$를 대입하면 $a+b=a\times1+b$이므로 점 $(1, a+b)$를 지난다.
② $y=ax+b$에 $y=0$을 대입하면 $x=-\frac{b}{a}$이므로 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다.
③ 기울기는 음수이고 y절편은 양수이다.
④ 기울기가 같고 y절편이 다르므로 $y=ax-b$의 그래프와 평행하다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

04 답 제1, 2, 4사분면

$a<0$, $b>0$이므로 $-ab>0$
따라서 $y=ax-ab$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.



05 답 ③

$y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $a>0$
x축보다 위에서 y축과 만나므로 $b>0$
$y=cx+d$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $c<0$
원점을 지나므로 $d=0$

① $ad=0$
② $ac<0$
③ $a+d=a+0=a>0$
④ $ab>0$
⑤ $ad+c=0+c=c<0$
따라서 옳은 것은 ③이다.

06 답 제2사분면

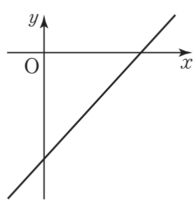
$y=\frac{b}{a}x+\frac{c}{b}$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $\frac{b}{a}<0$

x축보다 아래에서 y축과 만나므로 $\frac{c}{b}<0$

$\therefore$ $a>0$, $b<0$, $c>0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c<0$

즉 $-\frac{b}{c}>0$, $-\frac{c}{a}<0$이므로

$y=-\frac{b}{c}x-\frac{c}{a}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제2사분면을 지나지 않는다.

07 답 8

두 점 $(a+1,\ 4)$, $(4,\ -2a+5)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2a+5-4}{4-(a+1)}=\frac{-2a+1}{-a+3}$

이때 $\frac{-2a+1}{-a+3}=3$이므로

$-2a+1=-3a+9$ $\quad\therefore a=8$

08 답 7

두 일차함수의 그래프가 서로 평행하므로 $a=-2$

이때 $\mathrm{A}(0,\ 3)$, $\mathrm{B}(0,\ b)$이므로

$|3-b|=6$ $\quad\therefore b=-3$ 또는 $b=9$

그런데 $b>0$이므로 $b=9$

$\therefore a+b=-2+9=7$

09 답 -11

[전략] 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=cx+d$의 그래프가 일치하면 $a=c$, $b=d$

$y=2x+3a-1$에 $x=2$, $y=-3$을 대입하면

$-3=4+3a-1$, $3a=-6$ $\quad\therefore a=-2$, 즉 $y=2x-7$

$y=2x-7$의 그래프와 $y=bx+c$의 그래프가 일치하므로

$b=2$, $c=-7$

$\therefore 3a+b+c=3\times(-2)+2+(-7)=-11$

10 답 -8

$y=(2a+b-1)x+2b+5$, $y=(-a-2b+5)x+a-3$의 그래프가 일치하므로

$2a+b-1=-a-2b+5$에서 $a+b=2$ …… ㉠

$2b+5=a-3$에서 $a-2b=8$ …… ㉡ …… ❶

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=-2$ …… ❷

$\therefore ab=4\times(-2)=-8$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a, b에 대한 관계식 구하기	50 %
❷ a, b의 값 구하기	30 %
❸ ab의 값 구하기	20 %

11 답 $y=-\frac{2}{3}x+1$

기울기가 $-\frac{2}{3}$이고 y절편이 1이므로 구하는 일차함수의 식은

$y=-\frac{2}{3}x+1$

12 답 8

주어진 그래프가 두 점 $(0,\ -3)$, $(5,\ 0)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-(-3)}{5-0}=\frac{3}{5}$

즉 기울기가 $\frac{3}{5}$이고 y절편이 5인 일차함수의 식은

$y=\frac{3}{5}x+5$이므로 $x=5$, $y=k$를 대입하면

$k=3+5=8$

13 답 -10

(기울기)$=\frac{-3}{3-(-2)}=-\frac{3}{5}$이므로

$f(x)=-\frac{3}{5}x+b$로 놓으면 $f(5)=-1$이므로

$-3+b=-1$ $\quad\therefore b=2$

따라서 $f(x)=-\frac{3}{5}x+2$이므로 $f(k)=8$에서

$-\frac{3}{5}k+2=8$, $-\frac{3}{5}k=6$ $\quad\therefore k=-10$

14 답 $-\frac{1}{2}$

(기울기)$=\frac{7-1}{2-(-1)}=2$이므로 …… ❶

$y=2x+b$로 놓고 $x=3$, $y=5$를 대입하면

$5=6+b$ $\quad\therefore b=-1$, 즉 $y=2x-1$ …… ❷

$y=2x-1$에 $y=0$을 대입하면 $x=\frac{1}{2}$이므로 x절편은 $\frac{1}{2}$ …… ❸

따라서 x절편과 y절편의 합은 $\frac{1}{2}+(-1)=-\frac{1}{2}$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ 기울기 구하기	30 %
❷ 일차함수의 식 구하기	30 %
❸ x절편 구하기	20 %
❹ x절편과 y절편의 합 구하기	20 %

15 답 $y=-2x+4$

$y=\frac{3}{4}x-18$에 $x=-2a$, $y=3a$를 대입하면

$3a=-\frac{3}{2}a-18$, $\frac{9}{2}a=-18$ $\qquad \therefore a=-4$

즉 점 $(8, -12)$를 지나고 기울기가 -2이므로

$y=-2x+b$로 놓고 $x=8$, $y=-12$를 대입하면

$-12=-16+b$ $\qquad \therefore b=4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x+4$

16 답 $y=-x+3$

[전략] $y=-3x+9$의 그래프와 x축에서 만난다.

➡ $y=-3x+9$의 그래프와 x절편이 같다.

$y=-3x+9$의 그래프와 x축에서 만나므로 x절편은 3이다.

즉 두 점 $(3, 0)$, $(-4, 7)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{7-0}{-4-3}=-1$

$y=-x+b$로 놓고 $x=3$, $y=0$을 대입하면

$0=-3+b$ $\qquad \therefore b=3$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x+3$

17 답 $\frac{10}{3}$

$(\text{기울기})=\frac{2-(-3)}{-2-1}=-\frac{5}{3}$이므로

$y=-\frac{5}{3}x+b$로 놓고 $x=1$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-\frac{5}{3}+b$ $\qquad \therefore b=-\frac{4}{3}$, 즉 $y=-\frac{5}{3}x-\frac{4}{3}$

$y=-\frac{5}{3}x-\frac{4}{3}$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{5}{3}x-\frac{4}{3}+k$이므로 $x=3$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-5-\frac{4}{3}+k$ $\qquad \therefore k=\frac{10}{3}$

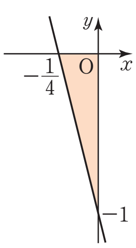
18 답 $\frac{1}{8}$

$(\text{기울기})=\frac{-5-3}{1-(-1)}=-4$이므로

$y=-4x+b$로 놓고 $x=-1$, $y=3$을 대입하면

$3=4+b$ $\qquad \therefore b=-1$, 즉 $y=-4x-1$

따라서 $y=-4x-1$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 도형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times1=\frac{1}{8}$

19 답 ④

$(\text{기울기})=\frac{4-0}{0-(-3)}=\frac{4}{3}$이고 y절편이 4이므로 일차함수의 식은

$y=\frac{4}{3}x+4$

① $y=\frac{4}{3}x+4$에 $x=3$, $y=8$을 대입하면 $8=\frac{4}{3}\times3+4$이므로 점 $(3, 8)$을 지난다.

② $(\text{기울기})>0$, $(y\text{절편})>0$이므로 제4사분면을 지나지 않는다.

④ $(\text{기울기})>0$이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.

⑤ 기울기가 같고 y절편이 다르므로 $y=\frac{4}{3}x+5$의 그래프와 평행하다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

20 답 $y=\frac{2}{7}x-2$

$y=-\frac{3}{7}x+3$의 그래프와 x축에서 만나므로 x절편은 7,

$y=\frac{8}{5}x-2$의 그래프와 y축에서 만나므로 y절편은 -2이다.

즉 두 점 $(7, 0)$, $(0, -2)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{-2-0}{0-7}=\frac{2}{7}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{2}{7}x-2$

21 답 ㉠, ㉣

$y=\frac{b}{a}x+b$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $\frac{b}{a}<0$

x축보다 위에서 y축과 만나므로 $b>0$ $\qquad \therefore a<0$

㉠ $b>0$, $a<0$이므로 $y=bx+a$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

㉡ $a<0$, $-\frac{b}{a}>0$이므로 $y=ax-\frac{b}{a}$의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

㉢ $ab<0$, $-a^2<0$이므로 $y=abx-a^2$의 그래프는 제1사분면을 지나지 않는다.

㉣ $b^3>0$, $\frac{1}{ab}<0$이므로 $y=b^3x+\frac{1}{ab}$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

따라서 제2사분면을 지나지 않는 것은 ㉠, ㉣이다.

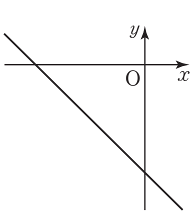
22 답 제1사분면

[전략] 지원이는 b의 부호를 바르게 보았고 정서는 a의 부호를 바르게 보았다.

지원이는 b의 부호를 바르게 보았고 지원이의 그래프는 x축보다 아래에서 y축과 만나므로 $b<0$

정서는 a의 부호를 바르게 보았고 정서의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$

따라서 $y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



23 답 ③, ⑤

① 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $a>0$

② x축보다 아래에서 y축과 만나므로 $b-1<0$　　$\therefore b<1$

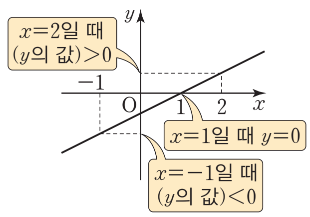
③ $x=1$일 때 $y=0$이므로 $0=a+b-1$　　$\therefore a+b=1$

④ $x=-1$일 때 y의 값이 음수이므로
　$-a+b-1<0$　　$\therefore a-b>-1$

⑤ $x=2$일 때 y의 값이 양수이므로
　$2a+b-1>0$　　$\therefore 2a+b>1$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

100점 TIP



24 답 8

기울기가 2이므로 $a=2$

y절편이 4이므로 $b=4$

$\therefore ab=2\times4=8$

100점 TIP

일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}$이다.
(단, $m\neq n$)

25 답 6

$\dfrac{f(7)-f(4)}{3}=\dfrac{f(7)-f(4)}{7-4}=\dfrac{8}{5}$이므로 $a=\dfrac{8}{5}$　　…… ❶

즉 $f(x)=\dfrac{8}{5}x+b$에서 $f(1)=2$이므로

$\dfrac{8}{5}+b=2$　　$\therefore b=\dfrac{2}{5}$　　…… ❷

$\therefore 5(a-b)=5\times\left(\dfrac{8}{5}-\dfrac{2}{5}\right)=6$　　…… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $5(a-b)$의 값 구하기	20 %

26 답 -5

$\dfrac{f(a+3)-f(a)}{(a+3)-a}=\dfrac{-6}{3}=-2$이므로 $m=-2$

즉 $f(x)=-2x+n$에서 $f(1)=3$이므로

$-2+n=3$　　$\therefore n=5$

따라서 $f(x)=-2x+5$이므로

$f(5)=-2\times5+5=-5$

27 답 24

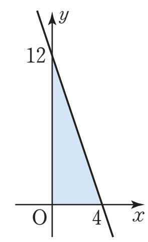
$\dfrac{f(3b)-f(-2a)}{2a+3b}=\dfrac{f(3b)-f(-2a)}{3b-(-2a)}=-3$이므로 기울기는 -3이다.

또 $y=2x-8$의 그래프와 x축에서 만나므로 x절편은 4이다.

$y=-3x+b$로 놓고 $x=4$, $y=0$을 대입하면

$0=-12+b$　　$\therefore b=12$, 즉 $y=-3x+12$

따라서 $y=-3x+12$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 도형의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times4\times12=24$

28 답 3

$\dfrac{3-(-1)}{k-5}=\dfrac{1-3}{-k-2-k}$이므로 $\dfrac{4}{k-5}=\dfrac{-2}{-2k-2}$

$-8k-8=-2k+10$, $6k=-18$　　$\therefore k=-3$

(기울기)$=\dfrac{4}{-3-5}=-\dfrac{1}{2}$이므로

$y=-\dfrac{1}{2}x+b$로 놓고 $x=5$, $y=-1$을 대입하면

$-1=-\dfrac{5}{2}+b$　　$\therefore b=\dfrac{3}{2}$, 즉 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$

따라서 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$에 $y=0$을 대입하면 $x=3$이므로 x절편은 3이다.

100점 TIP

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있다.
➡ (직선 AB의 기울기)=(직선 BC의 기울기)
　　　　　　　　=(직선 AC의 기울기)

29 답 $y=x-2$

[전략] x절편과 y절편의 합이 0이므로 x절편을 p, y절편을 $-p$로 놓는다.

x절편을 p, y절편을 $-p$라 하면 두 점 $(p, 0)$, $(0, -p)$를 지나므로 (기울기)$=\dfrac{-p-0}{0-p}=1$

$y=x-p$로 놓고

$x=m$, $y=-3$을 대입하면 $-3=m-p$　　…… ㉠

$x=2m$, $y=-4$를 대입하면 $-4=2m-p$　　…… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=-1$, $p=2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=x-2$

30 답 6

[전략] x절편이 y절편의 3배이므로 x절편을 $3p$, y절편을 p로 놓는다.

x절편을 $3p$, y절편을 p라 하면 두 점 $(3p, 0)$, $(0, p)$를 지나므로

(기울기)$=\dfrac{p-0}{0-3p}=-\dfrac{1}{3}$

$y=-\frac{1}{3}x+p$로 놓고

$x=-3$, $y=k$를 대입하면 $k=1+p$, 즉 $k-p=1$ ······ ㉠

$x=2k$, $y=1$을 대입하면 $1=-\frac{2}{3}k+p$

즉 $2k-3p=-3$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $k=6$, $p=5$

31 답 P$(17, 5)$

[전략] 두 정사각형의 한 변의 길이가 각각 4, 5이므로 점 A의 y좌표는 4, 점 B의 y좌표는 5임을 이용한다.

일차함수의 식을 $y=ax+2$로 놓고

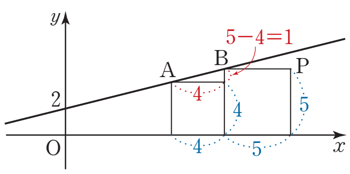
$y=4$를 대입하면 $x=\frac{2}{a}$ $\therefore$ A$\left(\frac{2}{a}, 4\right)$

$y=5$를 대입하면 $x=\frac{3}{a}$ $\therefore$ B$\left(\frac{3}{a}, 5\right)$

이때 $\frac{3}{a}-\frac{2}{a}=4$이므로 $\frac{1}{a}=4$, $4a=1$ $\therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 B$(12, 5)$이고 $\overline{\text{BP}}=5$이므로 P$(17, 5)$

다른 풀이



일차함수의 그래프의 기울기가 $\frac{1}{4}$이고 y절편이 2이므로 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{4}x+2$

이때 $y=\frac{1}{4}x+2$에 $y=5$를 대입하면 $x=12$이므로 B$(12, 5)$

따라서 $\overline{\text{BP}}=5$이므로 P$(17, 5)$

32 답 $-\frac{3}{2}$

직선 l은 두 점 A$(4, 3)$, C$(-1, -2)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{-2-3}{-1-4}=1$

$y=x+b$로 놓고 $x=4$, $y=3$을 대입하면

$3=4+b$ $\therefore b=-1$, 즉 $y=x-1$

직선 m은 $y=x-1$의 그래프와 x축에서 만나므로 x절편이 1이다.

따라서 직선 m은 두 점 B$(-1, 3)$, $(1, 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{0-3}{1-(-1)}=-\frac{3}{2}$

33 답 36

E$(12, p)$라 하면

(사다리꼴 ADEB의 넓이)$=$(직사각형 AOCB의 넓이)$\times\frac{1}{3}$에서

$\frac{1}{2}\times\{2+(10-p)\}\times 12=(12\times 10)\times\frac{1}{3}$

$72-6p=40$ $\therefore p=\frac{16}{3}$

즉 두 점 D$(0, 8)$, E$\left(12, \frac{16}{3}\right)$을 지나므로

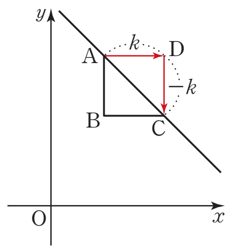
$(\text{기울기})=\frac{\frac{16}{3}-8}{12-0}=-\frac{2}{9}$, $(y\text{절편})=8$

$\therefore y=-\frac{2}{9}x+8$

따라서 $y=-\frac{2}{9}x+8$에 $y=0$을 대입하면 $x=36$이므로 x절편은 36이다.

34 답 10

[전략] 정사각형의 네 변의 길이는 모두 같으므로 가로, 세로의 길이를 각각 $k(k>0)$로 놓는다.



두 점 A, C를 지나는 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{DC}}$이므로 x의 값이 $k(k>0)$만큼 증가하면 y의 값은 k만큼 감소한다.

$\therefore (\text{기울기})=\frac{-k}{k}=-1$

$y=-x+b$로 놓고 $x=1$, $y=4$를 대입하면

$4=-1+b$ $\therefore b=5$, 즉 $y=-x+5$

$y=-x+5$에 $y=0$을 대입하면 $x=5$이므로 x절편은 5

따라서 x절편과 y절편의 합은 $5+5=10$

적중 & 심화 실전 TEST

124쪽~125쪽

01 답 ②, ③

① $y=\frac{3x-6}{2}=\frac{3}{2}x-3$에 $y=0$을 대입하면 $x=2$이므로 x절편은 2, y절편은 -3이다.

② 기울기가 $\frac{3}{2}$이므로 x의 값이 3만큼 증가하면 y의 값은 $\frac{9}{2}$만큼 증가한다.

③ $(\text{기울기})>0$, $(y\text{절편})<0$이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

④ $y=\frac{3}{2}x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{3}{2}x$이므로 원점을 지난다.

⑤ 기울기가 같고 y절편이 다르므로 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프와 평행하다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

02 답 35

$y=(3m-25)x+(2m-3)$의 그래프가 제1, 2, 4사분면을 지나려면 $(\text{기울기})<0$, $(y\text{절편})>0$이어야 하므로

$3m-25<0$에서 $m<\frac{25}{3}$

$2m-3>0$에서 $m>\frac{3}{2}$

$\therefore \frac{3}{2}<m<\frac{25}{3}$

따라서 정수 m의 값은 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이므로 그 합은

$2+3+4+5+6+7+8=35$

100점 TIP

그래프가

(1) 제1, 2, 3사분면을 지나려면 (기울기)>0, (y절편)>0

(2) 제1, 3, 4사분면을 지나려면 (기울기)>0, (y절편)<0

(3) 제1, 2, 4사분면을 지나려면 (기울기)<0, (y절편)>0

(4) 제2, 3, 4사분면을 지나려면 (기울기)<0, (y절편)<0

이어야 한다.

03 답 ㄷ, ㄹ

$y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$

x축보다 아래에서 y축과 만나므로 $b<0$

$y=cx+d$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $c<0$

x축보다 위에서 y축과 만나므로 $d>0$

ㄱ $ac>0$

ㄴ $bd<0$

ㄷ $y=ax+b$의 그래프가 $y=cx+d$의 그래프보다 y축에 가까우므로 $|a|>|c|$

이때 $a<0$, $c<0$이므로 $a<c$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

04 답 ②

[전략] $ab>0$이면 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$이다.

점 $(ab, a+b)$가 제4사분면 위의 점이므로

$ab>0$, $a+b<0$ $\quad\therefore a<0$, $b<0$

따라서 $b<0$, $-a>0$이므로 $y=bx-a$의 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

05 답 제1사분면

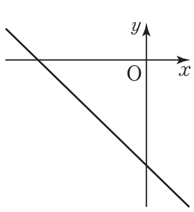
$y=\frac{ax+c}{b}=\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $\frac{a}{b}>0$

x축보다 아래에서 y축과 만나므로 $\frac{c}{b}<0$

$\therefore a>0$, $b>0$, $c<0$ 또는 $a<0$, $b<0$, $c>0$

즉 $ac<0$, $-ab<0$이므로 $y=acx-ab$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제1사분면을 지나지 않는다.



06 답 9

두 점 $(-3, -1)$, $(-1, m)$을 지나는 직선의 기울기가 3이므로

$\frac{m-(-1)}{-1-(-3)}=\frac{m+1}{2}=3 \quad \therefore m=5$

두 점 $(-3, -1)$, $(2, n)$을 지나는 직선의 기울기가 3이므로

$\frac{n-(-1)}{2-(-3)}=\frac{n+1}{5}=3 \quad \therefore n=14$

$\therefore n-m=14-5=9$

07 답 3

[전략] 사각형 OABC가 평행사변형이므로 $\overline{OC}\,/\!/\,\overline{AB}$임을 이용한다.

사각형 OABC가 평행사변형이므로 두 점 O, C를 지나는 일차함수의 그래프와 두 점 A, B를 지나는 일차함수의 그래프는 평행하다.

두 점 $O(0, 0)$, $C(2, 4)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{4-0}{2-0}=2$

이므로 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기도 2이다.

$y=2x+b$로 놓고 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$2=8+b \quad \therefore b=-6$, 즉 $y=2x-6$

따라서 $y=2x-6$에 $y=0$을 대입하면 $x=3$이므로 x절편은 3이다.

08 답 12

주어진 그래프가 두 점 $(0, -3)$, $(6, 0)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-(-3)}{6-0}=\frac{1}{2}$, ($y$절편)$=-3$

$\therefore y=\frac{1}{2}x-3$

$y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}x-3+2 \quad \therefore y=\frac{1}{2}x-1$

따라서 $y=\frac{1}{2}x-1$에 $x=p$, $y=5$를 대입하면

$5=\frac{1}{2}p-1 \quad \therefore p=12$

09 답 ④

$y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $a>0$

x축보다 위에서 y축과 만나므로 $b>0$

$y=ax+b$에 $x=-2$, $y=1$을 대입하면 $-2a+b=1$

① x절편은 $\frac{a}{b}$이고 $\frac{a}{b}>0$이므로 x절편은 양수이다.

② $f(0)=a>0$이므로 $f(0)$의 값은 양수이다.

③ $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}b+a=-\frac{1}{2}(-2a+b)=-\frac{1}{2}$

④ $f(-1)=b+a>0$이므로 $f(-1)$의 값은 양수이다.

⑤ $-b<0$이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

10 답 4

$$\frac{f(-2)-f(2)}{-2-2}=\frac{f(-2)-f(2)}{-4}=-\frac{f(-2)-f(2)}{4}=-(-2)=2$$

이므로 기울기는 2이다.

$f(x)=2x+b$로 놓으면 $f(0)=3$이므로 $b=3$

따라서 $f(x)=2x+3$이므로

$f\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\frac{1}{2}+3=4$

11 답 $\frac{23}{4}$

y절편이 b이므로 x절편은 $4b$이다. …… ❶

즉 두 점 $(4b, 0)$, $(0, b)$를 지나므로

$a=\frac{b-0}{0-4b}=-\frac{1}{4}$ …… ❷

$y=-\frac{1}{4}x+b$에 $x=12$, $y=3$을 대입하면

$3=-3+b \qquad \therefore b=6$ …… ❸

$\therefore a+b=-\frac{1}{4}+6=\frac{23}{4}$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ x절편이 $4b$, y절편이 b임을 알기	30 %
❷ a의 값 구하기	30 %
❸ b의 값 구하기	30 %
❹ $a+b$의 값 구하기	10 %

12 답 ④

[전략] $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이므로 가로, 세로의 길이를 각각 $3k$, $2k$ $(k>0)$로 놓는다.

$\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이므로 x의 값이 $3k(k>0)$만큼 증가하면 y의 값은 $2k$만큼 감소한다.

$\therefore$ (기울기)$=\frac{-2k}{3k}=-\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+b$로 놓고 $x=-2$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{4}{3}+b \qquad \therefore b=\frac{8}{3}$, 즉 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$

① $8\neq-\frac{2}{3}\times(-5)+\frac{8}{3}$

② $5\neq-\frac{2}{3}\times(-3)+\frac{8}{3}$

③ $-\frac{8}{3}\neq-\frac{2}{3}\times\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{8}{3}$

④ $2=-\frac{2}{3}\times1+\frac{8}{3}$

⑤ $1\neq-\frac{2}{3}\times2+\frac{8}{3}$

따라서 그래프 위의 점인 것은 ④이다.

02 | 일차함수의 활용

개념 확인

126쪽

01 답 15분

양초의 길이가 3분에 2 cm씩 짧아지므로 1분에 $\frac{2}{3}$ cm씩 짧아진다.

불을 붙인 지 x분 후의 양초의 길이를 y cm라 하면

$y=25-\frac{2}{3}x$

$y=25-\frac{2}{3}x$에 $y=15$를 대입하면

$15=25-\frac{2}{3}x \qquad \therefore x=15$

따라서 양초의 길이가 15 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 15분 후이다.

02 답 25초

승강기가 출발한 지 x초 후에 지면으로부터의 높이를 y m라 하면

$y=80-2x$

$y=80-2x$에 $y=30$을 대입하면

$30=80-2x \qquad \therefore x=25$

따라서 승강기가 지면으로부터 30 m 높이에 도착하는 것은 출발한 지 25초 후이다.

03 답 11기압

물속으로 10 m 내려갈 때마다 압력이 1기압씩 증가하므로 물속으로 1 m 내려갈 때마다 압력이 $\frac{1}{10}$기압씩 증가한다.

해수면으로부터의 깊이가 x m인 곳의 압력을 y기압이라 하면

$y=1+\frac{1}{10}x$

$y=1+\frac{1}{10}x$에 $x=100$을 대입하면

$y=1+10=11$

따라서 해수면으로부터의 깊이가 100 m인 곳의 압력은 11기압이다.

04 답 10분

주어진 그래프가 두 점 $(0, 20)$, $(5, 60)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{60-20}{5-0}=8$, (y절편)$=20$

$\therefore y=8x+20$

$y=8x+20$에 $y=100$을 대입하면

$100=8x+20 \qquad \therefore x=10$

따라서 물이 끓기 시작하는 것은 물을 가열한 지 10분 후이다.

적중 & 심화 유형 연습 127쪽~131쪽

01 답) 16분

온도가 4분에 25 ℃씩 올라가므로 1분에 $\frac{25}{4}$ ℃씩 올라간다.
열을 가한 지 x분 후에 액체의 온도를 y ℃라 하면
$y=15+\frac{25}{4}x$
$y=15+\frac{25}{4}x$에 $y=115$를 대입하면
$115=15+\frac{25}{4}x \qquad \therefore x=16$
따라서 액체의 온도가 115 ℃가 되는 것은 열을 가한 지 16분 후이다.

02 답) 10 cm

무게가 135 g인 추를 달았을 때 용수철의 길이가 $9-4=5$ (cm) 만큼 늘어났으므로 무게가 1 g인 추를 달았을 때 용수철의 길이가 $\frac{5}{135}=\frac{1}{27}$ (cm)만큼 늘어난다. …… ❶
무게가 x g인 추를 달았을 때 용수철의 길이를 y cm라 하면
$y=4+\frac{1}{27}x$ …… ❷
$y=4+\frac{1}{27}x$에 $x=162$를 대입하면
$y=4+6=10$
따라서 무게가 162 g인 추를 달았을 때, 용수철의 길이는 10 cm이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 무게가 1 g인 추를 달았을 때, 늘어나는 용수철의 길이 구하기	20 %
❷ x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
❸ 무게가 162 g인 추를 달았을 때, 용수철의 길이 구하기	40 %

03 답) 60분

불을 붙인 지 $10-6=4$(분) 후에 양초의 길이가 $21.6-20=1.6$ (cm) 줄어들었으므로 불을 붙인 지 1분 후에 양초의 길이가 $\frac{1.6}{4}=0.4$ (cm) 줄어든다.
처음 양초의 길이를 b cm, 불을 붙인 지 x분 후에 남은 양초의 길이를 y cm라 하면
$y=b-0.4x$
$y=b-0.4x$에 $x=10$, $y=20$을 대입하면
$20=b-4 \qquad \therefore b=24$, 즉 $y=24-0.4x$
$y=24-0.4x$에 $y=0$을 대입하면
$0=24-0.4x \qquad \therefore x=60$
따라서 양초가 다 타는 데 걸리는 시간은 60분이다.

04 답) 286 km

1 L의 연료로 11 km를 달릴 수 있으므로 1 km를 달리는 데 $\frac{1}{11}$ L의 연료가 필요하다.
x km를 달렸을 때 남은 연료의 양을 y L라 하면
$y=54-\frac{1}{11}x$
$y=54-\frac{1}{11}x$에 $y=28$을 대입하면
$28=54-\frac{1}{11}x \qquad \therefore x=286$
따라서 남은 연료가 28 L일 때, 이 자동차가 달린 거리는 286 km이다.

05 답) 6 cm

물의 높이가 15분 동안 $51-42=9$ (cm) 줄어들었으므로 1분 동안 $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$ (cm) 줄어든다.
물을 빼기 시작한 지 x분 후의 물의 높이를 y cm라 하면
$y=51-\frac{3}{5}x$
$y=51-\frac{3}{5}x$에 $x=75$를 대입하면
$y=51-45=6$
따라서 물을 빼기 시작한 지 75분 후의 물의 높이는 6 cm이다.

06 답) 56초

물을 빼내기 시작한 지 $40-28=12$(초) 후에 물의 높이가 $140-80=60$ (cm) 줄어들었으므로 물을 빼내기 시작한 지 1초 후에 물의 높이가 $\frac{60}{12}=5$ (cm) 줄어든다.
처음 물의 높이를 b cm, 물을 빼내기 시작한 지 x초 후에 물의 높이를 y cm라 하면
$y=b-5x$
$y=b-5x$에 $x=40$, $y=80$을 대입하면
$80=b-200 \qquad \therefore b=280$, 즉 $y=280-5x$
$y=280-5x$에 $y=0$을 대입하면
$0=280-5x \qquad \therefore x=56$
따라서 물을 모두 빼내는 데 걸리는 시간은 56초이다.

07 답) 60 km

출발한 지 x시간 후에 할머니 댁까지 남은 거리를 y km라 하면
$y=300-60x$
$y=300-60x$에 $x=4$를 대입하면
$y=300-240=60$
따라서 출발한 지 4시간 후에 할머니 댁까지 남은 거리는 60 km이다.

08 답 50분

지웅이는 1분에 140 m, 즉 0.14 km를 달린다.
출발한 지 x분 후에 지웅이의 위치에서 결승점까지의 거리를 y km라 하면
$y=9-0.14x$
$y=9-0.14x$에 $y=2$를 대입하면
$2=9-0.14x \qquad \therefore x=50$
따라서 지웅이의 위치에서 결승점까지의 거리가 2 km가 되는 것은 출발한 지 50분 후이다.

09 답 20초

[전략] 민호의 속력이 서우의 속력보다 빠르므로
(두 사람 사이의 거리)=(처음 두 사람 사이의 거리)
+(서우가 이동한 거리)
−(민호가 이동한 거리)

출발한 지 x초 후에 두 사람 사이의 거리를 y m라 하면
$y=20+3x-4x=20-x$
$y=20-x$에 $y=0$을 대입하면
$0=20-x \qquad \therefore x=20$
따라서 두 사람은 출발한 지 20초 후에 만난다.

10 답 15 cm^2

점 P가 2초에 1 cm씩 움직이므로 1초에 $\frac{1}{2}$ cm씩 움직인다.
점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후에 △ABP의 넓이를 y cm^2라 하면
$\overline{\text{BP}}=\frac{1}{2}x$ cm이므로
$y=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}x\times6=\frac{3}{2}x$
$y=\frac{3}{2}x$에 $x=10$을 대입하면 $y=15$
따라서 점 P가 점 B를 출발한 지 10초 후에 △ABP의 넓이는 15 cm^2이다.

11 답 4초

점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후에 사다리꼴 APCD의 넓이를 y cm^2라 하면
$\overline{\text{BP}}=4x$ cm, $\overline{\text{PC}}=(24-4x)$ cm이므로
$y=\frac{1}{2}\times\{24+(24-4x)\}\times10$
$\quad=240-20x$
$y=240-20x$에 $y=160$을 대입하면
$160=240-20x \qquad \therefore x=4$
따라서 사다리꼴 APCD의 넓이가 160 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 4초 후이다.

12 답 20초

점 P가 5초에 2 cm씩 움직이므로 1초에 $\frac{2}{5}$ cm씩 움직인다. ······ ❶
점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후에 △ABP와 △DPC의 넓이의 합을 y cm^2라 하면
$\overline{\text{BP}}=\frac{2}{5}x$ cm, $\overline{\text{PC}}=\left(12-\frac{2}{5}x\right)$ cm이므로
$y=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}x\times8+\frac{1}{2}\times\left(12-\frac{2}{5}x\right)\times6=36+\frac{2}{5}x$ ······ ❷
$y=36+\frac{2}{5}x$에 $y=44$를 대입하면
$44=36+\frac{2}{5}x \qquad \therefore x=20$
따라서 △ABP와 △DPC의 넓이의 합이 44 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 20초 후이다. ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 점 P가 1초에 움직이는 거리 구하기	20 %
❷ x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
❸ △ABP와 △DPC의 넓이의 합이 44 cm^2가 되는 것이 몇 초 후인지 구하기	40 %

13 답 $\frac{9}{2}$분

점 P가 점 D를 출발한 지 x분 후에 사각형 ABCP의 넓이를 y cm^2라 하면
$\overline{\text{PD}}=2x$ cm, $\overline{\text{AP}}=(18-2x)$ cm이므로
$y=\frac{1}{2}\times\{(18-2x)+15\}\times8=132-8x$
$y=132-8x$에 $y=96$을 대입하면
$96=132-8x \qquad \therefore x=\frac{9}{2}$
따라서 사각형 ABCP의 넓이가 96 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 D를 출발한 지 $\frac{9}{2}$분 후이다.

14 답 375 km

주어진 그래프가 두 점 (0, 40), (600, 0)을 지나므로
(기울기)$=\frac{0-40}{600-0}=-\frac{1}{15}$, ($y$절편)$=40$
$\therefore y=-\frac{1}{15}x+40$
$y=-\frac{1}{15}x+40$에 $y=15$를 대입하면
$15=-\frac{1}{15}x+40 \qquad \therefore x=375$
따라서 남은 휘발유가 15 L일 때, 이 자동차가 이동한 거리는 375 km이다.

15 답 300초

주어진 그래프가 두 점 (0, 30), (100, 20)을 지나므로
(기울기)$=\frac{20-30}{100-0}=-\frac{1}{10}$, ($y$절편)$=30$

$\therefore y=-\frac{1}{10}x+30$

$y=-\frac{1}{10}x+30$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{10}x+30 \qquad \therefore x=300$

따라서 물통에 담긴 물을 모두 빼내는 데 300초가 걸린다.

16 답 70분

[전략] (언니가 걸리는 시간)=(동생이 걸리는 시간)−10임을 이용한다.

주어진 그래프가 두 점 $(10, 0)$, $(30, 6)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{6-0}{30-10}=\frac{3}{10}$

$y=\frac{3}{10}x+b$로 놓고 $x=10$, $y=0$을 대입하면

$0=3+b \qquad \therefore b=-3$, 즉 $y=\frac{3}{10}x-3$

$y=\frac{3}{10}x-3$에 $y=21$을 대입하면

$21=\frac{3}{10}x-3 \qquad \therefore x=80$

따라서 언니가 같은 속력으로 자전거를 타고 집에서 21 km 떨어진 학교까지 가는 데 걸리는 시간은 $80-10=70$(분)이다.

17 답 31분

[전략] 온도가 올라갈 때와 내려갈 때를 나누어서 생각한다.

(i) 물을 데우면 2분마다 물의 온도가 6 ℃씩 올라가므로 1분마다 물의 온도가 $\frac{6}{2}=3$ (℃)씩 올라간다.

25 ℃의 물을 x분 동안 데웠을 때 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=25+3x$

$y=25+3x$에 $y=76$을 대입하면

$76=25+3x \qquad \therefore x=17$

(ii) 물을 바닥에 내려놓으면 5분마다 물의 온도가 10 ℃씩 내려가므로 1분마다 물의 온도가 $\frac{10}{5}=2$ (℃)씩 내려간다.

76 ℃의 물을 x분 동안 바닥에 내려놓았을 때 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=76-2x$

$y=76-2x$에 $y=48$을 대입하면

$48=76-2x \qquad \therefore x=14$

따라서 25 ℃의 물을 76 ℃까지 데웠다가 바닥에 내려놓아 48 ℃까지 식히는 데 총 $17+14=31$(분)이 걸린다.

18 답 50분

(i) 물을 가열하면 물의 온도가 3분에 15 ℃씩 올라가므로 1분에 $\frac{15}{3}=5$ (℃)씩 올라간다.

40 ℃의 물을 x분 동안 가열했을 때 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=40+5x$

$y=40+5x$에 $y=90$을 대입하면

$90=40+5x \qquad \therefore x=10$

(ii) 가열을 멈추면 물의 온도가 2분에 1 ℃씩 내려가므로 1분에 $\frac{1}{2}$ ℃씩 내려간다.

90 ℃의 물을 x분 동안 가열을 멈췄을 때 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=90-\frac{1}{2}x$

$y=90-\frac{1}{2}x$에 $y=70$을 대입하면

$70=90-\frac{1}{2}x \qquad \therefore x=40$

따라서 40 ℃의 물을 90 ℃까지 가열했다가 가열을 멈추고 70 ℃가 되게 하는 데 총 $10+40=50$(분)이 걸린다.

19 답 600 km

1 L의 연료로 10 km를 달릴 수 있으므로 1 km를 달리는 데 $\frac{1}{10}$ L의 연료가 필요하다.

연료가 가득 찼을 때의 양을 b L, 주행 거리가 x km일 때 남은 연료의 양을 y L라 하면

$y=b-\frac{1}{10}x$

$y=b-\frac{1}{10}x$에 $x=1000$, $y=0$을 대입하면

$0=b-100 \qquad \therefore b=100$, 즉 $y=100-\frac{1}{10}x$

$y=100-\frac{1}{10}x$에 $y=40$을 대입하면

$40=100-\frac{1}{10}x \qquad \therefore x=600$

따라서 남은 연료가 40 L일 때, 주행 거리는 600 km이다.

20 답 105분

호스 A는 3분에 2 L씩 물이 나오므로 1분에 $\frac{2}{3}$ L씩 물이 나오고

호스 B는 5분에 4 L씩 물이 나오므로 1분에 $\frac{4}{5}$ L씩 물이 나온다.

즉 호스 A와 B를 동시에 사용하면 1분에 $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{22}{15}$ (L)씩 물이 나온다.

(i) 호스 A와 B를 동시에 사용한 지 x분 후에 물탱크에 들어 있는 물의 양을 y L라 하면

$y=9+\frac{22}{15}x$

$y=9+\frac{22}{15}x$에 $y=75$를 대입하면

$75=9+\frac{22}{15}x \qquad \therefore x=45$

(ii) 호스 A만 사용한 지 x분 후에 물탱크에 들어 있는 물의 양을 y L라 하면

$y=75+\frac{2}{3}x$

$y=75+\frac{2}{3}x$에 $y=115$를 대입하면

$115=75+\frac{2}{3}x \qquad \therefore x=60$

따라서 물탱크에 물이 가득 찰 때까지 걸린 시간은
$45+60=105$(분)이다.

21 답 4초

점 P가 점 A를 출발한 지 x초 후에 부채꼴 BOP의 넓이를 $y\text{ cm}^2$라 하면

$\overset{\frown}{AB}=2\pi\times20\times\frac{1}{2}=20\pi\ (\text{cm})$, $\overset{\frown}{AP}=2\pi x\text{ cm}$,
$\overset{\frown}{PB}=(20\pi-2\pi x)\text{ cm}$이므로

$y=\frac{1}{2}\times20\times(20\pi-2\pi x)=200\pi-20\pi x$

$y=200\pi-20\pi x$에 $y=120\pi$를 대입하면

$120\pi=200\pi-20\pi x \qquad \therefore x=4$

따라서 부채꼴 BOP의 넓이가 $120\pi\text{ cm}^2$가 되는 것은 점 P가 점 A를 출발한 지 4초 후이다.

100점 TIP

(1) 반지름의 길이가 r인 반원의 호의 길이를 l이라 하면

$l=2\pi r\times\frac{1}{2}=\pi r$

(2) 반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl$

22 답 $\frac{5}{2}$초

[전략] (사각형 PBQD의 넓이)
=(사각형 ABCD의 넓이)$-\triangle$ABP$-\triangle$QBC

점 Q가 2초에 1 cm씩 움직이므로 1초에 $\frac{1}{2}$ cm씩 움직인다.

점 P가 점 A를, 점 Q가 점 D를 출발한 지 x초 후에 사각형 PBQD의 넓이를 $y\text{ cm}^2$라 하면

$\overline{AP}=3x\text{ cm}$, $\overline{DQ}=\frac{1}{2}x\text{ cm}$, $\overline{QC}=\left(10-\frac{1}{2}x\right)\text{ cm}$이므로

$y=20\times10-\frac{1}{2}\times3x\times10-\frac{1}{2}\times20\times\left(10-\frac{1}{2}x\right)$
$=100-10x$

$y=100-10x$에 $y=75$를 대입하면

$75=100-10x \qquad \therefore x=\frac{5}{2}$

따라서 사각형 PBQD의 넓이가 75 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 A를 출발한 지 $\frac{5}{2}$초 후이다.

23 답 25

삼각형을 1개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수는 3이고 삼각형이 1개 늘어날 때마다 필요한 성냥개비의 개수는 2이다.

삼각형을 x개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수를 y라 하면

$y=3+2(x-1)=2x+1$

$y=2x+1$에 $y=51$을 대입하면

$51=2x+1 \qquad \therefore x=25$

따라서 성냥개비 51개를 남김없이 사용하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 25이다.

24 답 546

정육각형을 1개 그릴 때 필요한 선분의 개수는 6이고 정육각형이 1개 늘어날 때마다 필요한 선분의 개수는 5이다. ······ ❶

정육각형을 x개 그릴 때 필요한 선분의 개수를 y라 하면

$y=6+5(x-1)=5x+1$ ······ ❷

$y=5x+1$에 $x=109$를 대입하면

$y=545+1=546$

따라서 109개의 정육각형을 그릴 때, 필요한 선분의 개수는 546이다. ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 정육각형이 1개 늘어날 때마다 필요한 선분의 개수 구하기	20 %
❷ x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
❸ 109개의 정육각형을 그릴 때, 필요한 선분의 개수 구하기	40 %

25 답 60 cm

사다리꼴 1개의 둘레의 길이는 $3+2+4+2=11\ (\text{cm})$이고 사다리꼴을 1개 붙일 때마다 늘어나는 둘레의 길이는 7 cm이다.

사다리꼴을 x개 이어 붙였을 때 도형의 둘레의 길이를 y cm라 하면

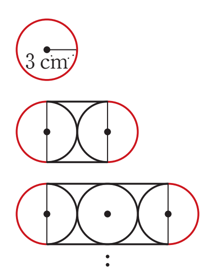
$y=11+7(x-1)=7x+4$

$y=7x+4$에 $x=8$을 대입하면

$y=56+4=60$

따라서 사다리꼴 8개를 이어 붙여 만든 도형의 둘레의 길이는 60 cm이다.

26 답 9



오른쪽 그림과 같이 양초 1개를 끈으로 묶을 때 필요한 끈의 길이는 $2\pi\times3=6\pi\ (\text{cm})$이고 양초가 1개 늘어날 때마다 필요한 끈의 길이는 12 cm이다.

양초 x개를 일렬로 묶을 때 필요한 끈의 길이를 y cm라 하면

$y=6\pi+12(x-1)=12x+6\pi-12$

$y=12x+6\pi-12$에 $x=3$을 대입하면

$y=36+6\pi-12=6\pi+24$

즉 처음 양초를 묶었을 때 사용한 끈의 길이는

$6\pi+24+72=6\pi+96\ (\text{cm})$이므로

$y=12x+6\pi-12$에 $y=6\pi+96$을 대입하면

$6\pi+96=12x+6\pi-12$, $12x=108 \qquad \therefore x=9$

따라서 처음에 묶은 양초의 개수는 9이다.

적중 & 심화 실전 TEST

132쪽

01 답 350 m

높이가 50 m씩 높아질 때마다 기온이 0.8 ℃씩 내려가므로 높이가 1 m씩 높아질 때마다 기온이 $\frac{0.8}{50}=0.016$ (℃)씩 내려간다.

지면으로부터의 높이가 x m인 곳의 기온을 y ℃라 하면

$y=11-0.016x$

$y=11-0.016x$에 $y=5.4$를 대입하면

$5.4=11-0.016x \quad \therefore x=350$

따라서 기온이 5.4 ℃인 곳의 지면으로부터의 높이는 350 m이다.

02 답 6분

출발한 지 x분 후에 두 사람 사이의 거리를 y m라 하면

$y=300+100x-150x=300-50x$

$y=300-50x$에 $y=0$을 대입하면

$0=300-50x \quad \therefore x=6$

따라서 두 사람은 출발한 지 6분 후에 만난다.

03 답 $\frac{13}{2}$시간

주어진 그래프가 두 점 $(1, 14)$, $(5, 6)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{6-14}{5-1}=-2$

$y=-2x+b$로 놓고 $x=5$, $y=6$을 대입하면

$6=-10+b \quad \therefore b=16$, 즉 $y=-2x+16$

$y=-2x+16$에 $y=3$을 대입하면

$3=-2x+16 \quad \therefore x=\frac{13}{2}$

따라서 남은 양초의 길이가 3 cm가 되는 것은 양초에 불을 붙인 지 $\frac{13}{2}$시간 후이다.

04 답 50 L

1 L의 연료로 22 km를 달릴 수 있으므로 1 km를 달리는 데 $\frac{1}{22}$ L의 연료가 필요하다. …… ❶

연료가 가득 찼을 때의 양을 b L, x km를 주행하였을 때 남은 연료의 양을 y L라 하면

$y=b-\frac{1}{22}x$

$y=b-\frac{1}{22}x$에 $x=1650$, $y=0$을 대입하면

$0=b-75 \quad \therefore b=75$, 즉 $y=75-\frac{1}{22}x$ …… ❷

$y=75-\frac{1}{22}x$에 $x=550$을 대입하면

$y=75-25=50$

따라서 550 km를 주행하였을 때, 남은 연료의 양은 50 L이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 1 km를 달리는 데 필요한 연료의 양 구하기	20 %
❷ x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
❸ 550 km를 주행하였을 때, 남은 연료의 양 구하기	40 %

05 답 (1) $y=\begin{cases}12x & (0<x\le 4)\\ 48 & (4<x\le 10)\\ 168-12x & (10<x<14)\end{cases}$ (2) 36 cm^2

[전략] 점 P가 움직이고 있는 변을 기준으로 x의 값의 범위를 나누어 생각한다.

(1) 점 P가 점 A를 출발한 지 x초 후에 점 P는 $2x$ cm를 움직인다.

(i) $0<2x\le 8$, 즉 $0<x\le 4$일 때

점 P는 $\overline{AB}$ 위에 있으므로 $\overline{AP}=2x$ cm

$\therefore y=\frac{1}{2}\times 12\times 2x=12x$

(ii) $8<2x\le 20$, 즉 $4<x\le 10$일 때

점 P는 $\overline{BC}$ 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times 12\times 8=48$

(iii) $20<2x<28$, 즉 $10<x<14$일 때

점 P는 $\overline{CD}$ 위에 있으므로

$\overline{PD}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}-(\text{점 P가 움직인 거리})$

$=8+12+8-2x$

$=28-2x$ (cm)

$\therefore y=\frac{1}{2}\times 12\times (28-2x)=168-12x$

(i)~(iii)에서 $y=\begin{cases}12x & (0<x\le 4)\\ 48 & (4<x\le 10)\\ 168-12x & (10<x<14)\end{cases}$

(2) $y=168-12x$에 $x=11$을 대입하면

$y=168-132=36$

따라서 점 P가 점 A를 출발한 지 11초 후에 △APD의 넓이는 36 cm^{2}이다.

06 답 128 cm

정오각형 1개의 둘레의 길이는 $4\times 5=20$ (cm)이고 정오각형을 1개 붙일 때마다 늘어나는 둘레의 길이는 12 cm이다.

정오각형을 x개 이어 붙였을 때 도형의 둘레의 길이를 y cm라 하면

$y=20+12(x-1)=12x+8$

$y=12x+8$에 $x=10$을 대입하면

$y=120+8=128$

따라서 10개의 정오각형을 이어 붙여 만든 도형의 둘레의 길이는 128 cm이다.

학교 시험 최상위 기출 도전 133쪽~134쪽

01 답) ㉠ – (나), ㉡ – (다), ㉢ – (가)

[전략] 주어진 그림에서 두 개의 직선의 기울기는 양수이고 나머지 한 개의 직선의 기울기는 음수임을 이용한다.

주어진 그림에서 (가)의 기울기는 음수이고, (나), (다)의 기울기는 양수이다.

그런데 $a<0$이면 $\frac{3}{a}<0$, $-a>0$이므로 조건을 만족하지 않는다.

즉 $a>0$이면 $\frac{3}{a}>0$, $-a<0$이므로 조건을 만족하고,

㉢ $y=-ax+b-4$의 그래프는 (가)이다.

이때 $b-4>0$이므로 $b>4$, $-\frac{4}{b}<0$

따라서 ㉠ $y=ax+b$의 그래프는 (나), ㉡ $y=\frac{3}{a}x-\frac{4}{b}$의 그래프는 (다)이다.

02 답) 제1사분면

[전략] 주어진 조건을 이용하여 a와 $-b$의 크기를 비교한다.

$a>0$, $b<0$이므로 $-b>0$

즉 $y=ax-b$의 그래프의 기울기는 양수, y절편도 양수이고

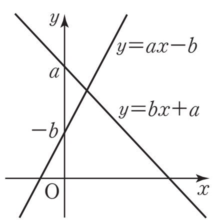
$y=bx+a$의 그래프의 기울기는 음수, y절편은 양수이다.

이때 $|a|>|b|$에서 $a>-b$이므로

$y=bx+a$의 그래프의 y절편이

$y=ax-b$의 그래프의 y절편보다 크다.

따라서 두 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면에서 만난다.



03 답) 8

[전략] 일차함수 $y=\frac{1}{a}x+3$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면 (기울기)>0이어야 한다.

$y=ax+16$의 그래프의 x절편은 $-\frac{16}{a}$,

$y=\frac{1}{2}\left(x-\frac{a}{2}\right)=\frac{1}{2}x-\frac{a}{4}$의 그래프의 y절편은 $-\frac{a}{4}$이므로

$-\frac{16}{a}=-\frac{a}{4}$, $a^2=64$ $\qquad \therefore a=-8$ 또는 $a=8$

그런데 $y=\frac{1}{a}x+3$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면

$\frac{1}{a}>0$이어야 하므로 $a>0$ $\qquad \therefore a=8$

04 답) ㉠, ㉣

[전략] 먼저 그래프 n의 식을 구한다.

그래프 n의 식을 $y=ax+2$로 놓고 $x=-1$, $y=1$을 대입하면

$1=-a+2$ $\qquad \therefore a=1$, 즉 $y=x+2$

㉠ 그래프 m의 기울기는 그래프 n의 기울기보다 크므로 그래프 m의 기울기는 1보다 크다.

㉡ 그래프 m이 두 점 $(1, 1)$, $(4, 7)$을 지나면

(기울기)$=\frac{7-1}{4-1}=2$

$y=2x+b$로 놓고 $x=1$, $y=1$을 대입하면

$1=2+b$ $\qquad \therefore b=-1$, 즉 $y=2x-1$

즉 $y=2x-1$의 그래프의 x절편은 $\frac{1}{2}$, y절편은 -1이므로 그래프 m과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{4}$

㉢ $y=x+2$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 $b=a+2$이므로 두 점 $(a, a+2)$, $(0, 0)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{0-(a+2)}{0-a}=\frac{a+2}{a}=1+\frac{2}{a}$

즉 $a>0$이면 기울기가 1보다 크고, $a<0$이면 기울기가 1보다 작다.

㉣ 그래프 l의 기울기를 a라 하면 그래프 n의 기울기가 1이므로

$|a|=\frac{1}{2}$이고 $a<0$이므로 $a=-\frac{1}{2}$

또 y절편이 2이므로 그래프 l의 식은 $y=-\frac{1}{2}x+2$

즉 $y=-\frac{1}{2}x+2$에 $x=10$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-\frac{1}{2}\times10+2$이므로 그래프 l은 점 $(10, -3)$을 지난다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

05 답) $y=-5x-8$

[전략] $\triangle$ABD : $\triangle$ADC$=2:3$이므로 $\triangle$ABD$=\frac{2}{5}\triangle$ABC임을 이용한다.

$\triangle$ABD : $\triangle$ADC$=2:3$이므로 $\triangle$ABD$=\frac{2}{5}\triangle$ABC

이때 D$(p, 0)$이라 하면

$\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times\{2-(-4)\}\times2=6$이므로

$\frac{1}{2}\times\{p-(-4)\}\times2=\frac{2}{5}\times6$ $\qquad \therefore p=-\frac{8}{5}$

두 점 A$(-2, 2)$, D$\left(-\frac{8}{5}, 0\right)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-2}{-\frac{8}{5}-(-2)}=-5$

$y=-5x+b$로 놓고 $x=-2$, $y=2$를 대입하면

$2=10+b$ $\qquad \therefore b=-8$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-5x-8$

06 답) $\frac{49}{12}$

[전략] 점 P와 y축에 대칭인 점의 좌표와 점 Q와 x축에 대칭인 점의 좌표를 각각 구한다.

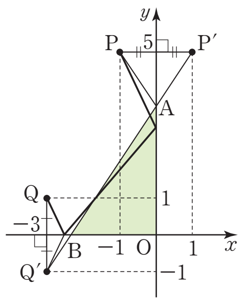
점 P와 y축에 대칭인 점을 P′이라 하면 P′$(1, 5)$

점 Q와 x축에 대칭인 점을 Q′이라 하면 Q′$(-3, -1)$

오른쪽 그림에서 $\overline{PA}=\overline{P'A}$, $\overline{BQ}=\overline{BQ'}$이고

$\overline{PA}+\overline{AB}+\overline{BQ}$
$=\overline{P'A}+\overline{AB}+\overline{BQ'}\geq\overline{P'Q'}$이므로

$\overline{PA}+\overline{AB}+\overline{BQ}$의 길이가 최소가 되려면 두 점 A, B가 $\overline{P'Q'}$ 위에 있어야 한다.



두 점 $P'(1, 5)$, $Q'(-3, -1)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-1-5}{-3-1}=\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{2}x+b$로 놓고 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$5=\frac{3}{2}+b \qquad \therefore b=\frac{7}{2}$, 즉 $y=\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$

따라서 $y=\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$의 x절편은 $-\frac{7}{3}$, y절편은 $\frac{7}{2}$이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times\frac{7}{3}\times\frac{7}{2}=\frac{49}{12}$

07 답 $y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$

[전략] 점 A는 제2사분면 위에 있으므로 (x좌표)<0, (y좌표)>0이고, 점 B는 제1사분면 위에 있으므로 (x좌표)>0, (y좌표)>0이다.

점 A는 제2사분면 위에 있으므로 (x좌표)<0, (y좌표)>0이다.

$y=3x+4$에 $x=-1, -2, -3, \cdots$을 대입하면 y의 값은 다음과 같다.

x	-1	-2	-3	$\cdots$
y	1	-2	-5	$\cdots$

즉 점 A의 좌표는 $(-1, 1)$이다.

점 B는 제1사분면 위에 있으므로 (x좌표)>0, (y좌표)>0이다.

$y=-\frac{5}{4}x+\frac{23}{4}$에 $x=1, 2, 3, 4, 5, \cdots$를 대입하면 y의 값은 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	$\cdots$
y	$\frac{9}{2}$	$\frac{13}{4}$	2	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\cdots$

즉 점 B의 좌표는 $(3, 2)$이다.

두 점 $A(-1, 1)$, $B(3, 2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{2-1}{3-(-1)}=\frac{1}{4}$

$y=\frac{1}{4}x+b$로 놓고 $x=-1$, $y=1$을 대입하면

$1=-\frac{1}{4}+b \qquad \therefore b=\frac{5}{4}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$

08 답 25 ℃

[전략] 섭씨온도가 x ℃일 때 화씨온도를 y ℉라 하면 두 점 $(0, 32)$, $(100, 212)$를 지난다.

섭씨온도가 x ℃일 때 화씨온도를 y ℉라 하면 x와 y 사이의 관계를 나타낸 그래프가 두 점 $(0, 32)$, $(100, 212)$를 지나므로

(기울기)$=\frac{212-32}{100-0}=\frac{180}{100}=\frac{9}{5}$, ($y$절편)$=32$

$\therefore y=\frac{9}{5}x+32$

$y=\frac{9}{5}x+32$에 $y=77$을 대입하면

$77=\frac{9}{5}x+32 \qquad \therefore x=25$

따라서 화씨온도가 77 ℉일 때, 섭씨온도는 25 ℃이다.

09 답 11 L

[전략] 20 L의 휘발유를 넣었을 때 눈금이 계기판의 $\frac{1}{6}$에서 $\frac{5}{6}$로 $\frac{4}{6}$만큼 증가했음을 이용한다.

20 L의 휘발유를 넣었을 때 눈금이 $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}$만큼 증가했으므로 눈금이 계기판의 $\frac{1}{6}$을 가리킬 때 휘발유의 양은

$20\div4=5$ (L)

즉 처음 휘발유의 양은 5 L이었고, 20 L의 휘발유를 넣었으므로 총 휘발유의 양은

$5+20=25$ (L)

1 L의 휘발유로 15 km를 달릴 수 있으므로 1 km를 달리는 데 $\frac{1}{15}$ L의 휘발유가 필요하다.

x km를 달렸을 때 남아 있는 휘발유의 양을 y L라 하면

$y=25-\frac{1}{15}x$

$y=25-\frac{1}{15}x$에 $x=210$을 대입하면

$y=25-14=11$

따라서 210 km를 달렸을 때, 남아 있는 휘발유의 양은 11 L이다.

7 일차함수와 일차방정식의 관계

01 | 일차함수와 일차방정식의 관계

개념 확인 137쪽

01 답 $a=-3, b=2$

$ax+by-6=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{6}{b}$

$-\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$, $\frac{6}{b}=3$이므로 $a=-3, b=2$

02 답 4

$ax-y+3=1$에 $x=-1, y=0$을 대입하면

$-a+3=1 \quad \therefore a=2$

$2x-y+3=1$에 $x=2, y=b$를 대입하면

$4-b+3=1 \quad \therefore b=6$

$\therefore b-a=6-2=4$

03 답 제4사분면

$ax-by=c$에서 $y=\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$이므로 $\frac{a}{b}>0$, $-\frac{c}{b}>0$

따라서 $ax-by=c$의 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.

04 답 (1) $y=5$ (2) $x=3$

(1) x축에 평행한 직선 위의 점은 y좌표가 모두 같으므로
$3a-7=a+1$, $2a=8 \quad \therefore a=4$
따라서 두 점의 좌표는 $(8, 5)$, $(1, 5)$이므로 구하는 직선의 방정식은 $y=5$

(2) y축에 평행한 직선 위의 점은 x좌표가 모두 같으므로
$b+1=2b-1 \quad \therefore b=2$
따라서 두 점의 좌표는 $(3, 0)$, $(3, 6)$이므로 구하는 직선의 방정식은 $x=3$

05 답 3

두 직선의 교점의 좌표가 $(3, -1)$이므로

$ax+y=2$에 $x=3, y=-1$을 대입하면

$3a-1=2$, $3a=3 \quad \therefore a=1$

$x-by=5$에 $x=3, y=-1$을 대입하면

$3+b=5 \quad \therefore b=2$

$\therefore a+b=1+2=3$

06 답 12

$\begin{cases} ax-6y-2=0 \\ -2x+by+1=0 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=\frac{a}{6}x-\frac{1}{3} \\ y=\frac{2}{b}x-\frac{1}{b} \end{cases}$

해가 무수히 많으려면 두 직선이 일치해야 하므로

$\frac{a}{6}=\frac{2}{b}$, $-\frac{1}{3}=-\frac{1}{b}$에서 $a=4, b=3$

$\therefore ab=4\times3=12$

적중 & 심화 유형 연습 138쪽~143쪽

01 답 ⑤

$x+3y-6=0$에서 $y=-\frac{1}{3}x+2$

① $x+3y-6=0$에 $x=-3, y=1$을 대입하면
$-3+3\times1-6\neq0$이므로 점 $(-3, 1)$을 지나지 않는다.

② $x+3y-6=0$에 $y=0$을 대입하면 $x=6$이므로 x절편은 6이고, $x=0$을 대입하면 $y=2$이므로 y절편은 2이다.

③ 기울기가 다르므로 $y=3x-2$의 그래프와 평행하지 않다.

④ (기울기)<0이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

⑤ (기울기)<0, (y절편)>0이므로 제3사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

02 답 $a=-2, b=7$

$ax+y+b=0$에서 $y=-ax-b$ ······ ㉠

$3y-6x-3=0$에서 $y=2x+1$ ······ ㉡

$4x+y+7=0$에서 $y=-4x-7$ ······ ㉢

두 그래프 ㉠, ㉡이 평행하므로

$-a=2 \quad \therefore a=-2$

두 그래프 ㉠, ㉢이 y축에서 만나므로

$-b=-7 \quad \therefore b=7$

03 답 $y=3x+4$

$f(x)=ax+b$라 하면

$f(3)-f(-3)=3a+b-(-3a+b)$
$=3a+b+3a-b=6a$

즉 $6a=18$이므로 $a=3$

$2x+3y-12=0$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로 y절편은 4이다.

$\therefore b=4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=3x+4$

다른 풀이

$\frac{f(3)-f(-3)}{3-(-3)}=\frac{18}{6}=3$이므로

$f(x)=3x+b$라 하자.

$2x+3y-12=0$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로 y절편은 4이다.

$\therefore b=4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=3x+4$

04 답 18

주어진 그래프가 두 점 $(0, -2)$, $(6, 2)$를 지나므로

$2x+ay+b=0$에 $x=0$, $y=-2$를 대입하면

$-2a+b=0$ …… ㉠

$2x+ay+b=0$에 $x=6$, $y=2$를 대입하면

$12+2a+b=0$ …… ㉡

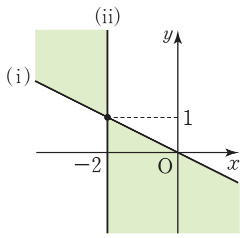
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $b=-6$

$\therefore ab=-3\times(-6)=18$

05 답 $0\le a\le 2$

[전략] $x+ay+b=0$의 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나고 제1사분면을 지나지 않도록 하는 그림을 그려본다.

$x+ay+b=0$, 즉 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$의 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나고 제1사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림에서 색칠한 부분에 있어야 한다.



(i) $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$의 그래프가 두 점 $(-2, 1)$, $(0, 0)$을 지날 때,

$-\frac{1}{a}=\frac{0-1}{0-(-2)}=-\frac{1}{2}$ $\quad\therefore a=2$

(ii) $x+ay+b=0$의 그래프가 두 점 $(-2, 1)$, $(-2, 0)$을 지날 때, y축에 평행하므로 $a=0$

(i), (ii)에 의해 $0\le a\le 2$

06 답 제2사분면

$a-b>0$, $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$

$x-ay+b=0$에서 $y=\frac{1}{a}x+\frac{b}{a}$이므로

$\frac{1}{a}>0$, $\frac{b}{a}<0$

따라서 $x-ay+b=0$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

07 답 ⑤

$ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

주어진 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이고, x축보다 위에서 y축과 만나므로

$-\frac{a}{b}<0$, $-\frac{c}{b}>0$ $\quad\therefore \frac{a}{b}>0$, $\frac{c}{b}<0$

즉 $a>0$, $b>0$, $c<0$ 또는 $a<0$, $b<0$, $c>0$

$bx+ay-c=0$에서 $y=-\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$이므로

$-\frac{b}{a}<0$, $\frac{c}{a}<0$

따라서 $bx+ay-c=0$의 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

08 답 $y=-\frac{7}{5}$

$3x-5y-7=0$에 $x=0$을 대입하면

$-5y-7=0$, $5y=-7$ $\quad\therefore y=-\frac{7}{5}$

따라서 점 $\left(0, -\frac{7}{5}\right)$을 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은

$y=-\frac{7}{5}$

09 답 $a=7$, $b=-\frac{12}{5}$

x축에 수직인 직선 위의 점은 x좌표가 모두 같으므로

$5a-16=a+12$, $4a=28$ $\quad\therefore a=7$ …… ❶

y축에 수직인 직선 위의 점은 y좌표가 모두 같으므로

$4b+11=-b-1$, $5b=-12$ $\quad\therefore b=-\frac{12}{5}$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	50 %
❷ b의 값 구하기	50 %

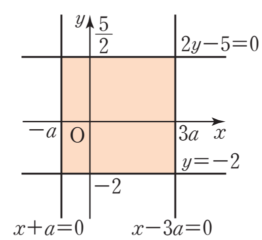
10 답 1

$2y-5=0$에서 $y=\frac{5}{2}$

$x-3a=0$에서 $x=3a$

$x+a=0$에서 $x=-a$

이때 a는 양수이므로 주어진 네 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같고, 그 넓이가 18이므로

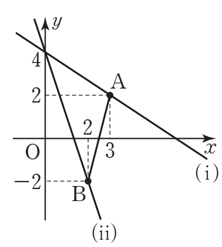


$\{3a-(-a)\}\times\left\{\frac{5}{2}-(-2)\right\}=18$

$4a\times\frac{9}{2}=18$, $18a=18$ $\quad\therefore a=1$

11 답 −6

직선 $y=ax+4$가 $\overline{AB}$와 만나려면 오른쪽 그림에서 (i), (ii) 사이에 있어야 한다.



(i) 점 A$(3, 2)$를 지날 때,

$2=3a+4$, $3a=-2$ $\quad\therefore a=-\frac{2}{3}$

(ii) 점 B$(2, -2)$를 지날 때,

$-2=2a+4$, $2a=-6$ $\quad\therefore a=-3$

(i), (ii)에 의해 $-3\le a\le -\frac{2}{3}$

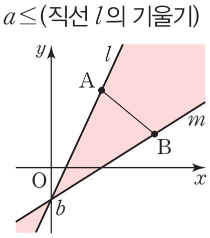
따라서 정수 a의 값은 -3, -2, -1이므로 그 합은

$-3+(-2)+(-1)=-6$

100점 TIP

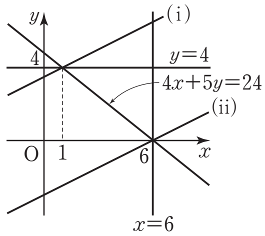
직선 $y=ax+b$가 선분 AB와 만날 때, 상수 a의 값의 범위는

(직선 m의 기울기)$\le a\le$(직선 l의 기울기)



12 답 $-3\le b\le \frac{7}{2}$

두 직선 $4x+5y=24$, $y=4$의 교점의 좌표는 $(1,\ 4)$,
두 직선 $4x+5y=24$, $x=6$의 교점의 좌표는 $(6,\ 0)$이므로
직선 $y=\frac{1}{2}x+b$가 세 직선으로 둘러싸인 도형과 만나려면 오른쪽 그림에서 (i), (ii) 사이에 있어야 한다.

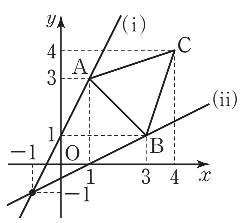


(i) 점 $(1,\ 4)$를 지날 때,
$4=\frac{1}{2}+b \qquad \therefore b=\frac{7}{2}$
(ii) 점 $(6,\ 0)$을 지날 때,
$0=3+b \qquad \therefore b=-3$
(i), (ii)에 의해 $-3\le b\le \frac{7}{2}$

13 답 $\frac{1}{2}\le a\le 2$

[전략] 직선 $ax-y=1-a$가 a의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 먼저 구한다.

$ax-y=1-a$에서 $ax+a-y-1=0$
$a(x+1)-(y+1)=0$
이므로 a의 값에 관계없이 항상 점 $(-1,\ -1)$을 지난다.
따라서 직선 $ax-y=1-a$가 $\triangle$ABC와 만나려면 오른쪽 그림에서 (i), (ii) 사이에 있어야 한다.



(i) 점 A$(1,\ 3)$을 지날 때,
$a-3=1-a,\ 2a=4 \qquad \therefore a=2$
(ii) 점 B$(3,\ 1)$을 지날 때,
$3a-1=1-a,\ 4a=2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$
(i), (ii)에 의해 $\frac{1}{2}\le a\le 2$

14 답 -2

두 그래프의 교점의 좌표가 $(-2,\ b)$이므로
$x-y=a$에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면
$-2-b=a \qquad \cdots\cdots$ ㉠
$ax-6y=-4$에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면
$-2a-6b=-4 \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-4$, $b=2$
$\therefore a+b=-4+2=-2$

15 답 2

[전략] 두 그래프의 교점이 y축 위에 있다. ➡ 두 그래프의 y절편이 같다.

두 그래프의 교점이 y축 위에 있으므로 y절편이 같다.
$ax+4y=12$에 $x=0$을 대입하면 $4y=12 \qquad \therefore y=3$
따라서 y절편이 3이므로
$2x+ay=a+4$에 $x=0$, $y=3$을 대입하면
$3a=a+4,\ 2a=4 \qquad \therefore a=2$

16 답 14

연립방정식 $\begin{cases} x-5y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서
㉠−㉡을 하면 $-4y=12 \qquad \therefore y=-3$
$y=-3$을 ㉡에 대입하면 $x+3=-2 \qquad \therefore x=-5$
즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $(-5,\ -3)$이다.
$ax-y+b=0$, 즉 $y=ax+b$의 그래프가
두 점 $(-5,\ -3)$, $(-2,\ 3)$을 지나므로
$a=\frac{3-(-3)}{-2-(-5)}=\frac{6}{3}=2$
$y=2x+b$에 $x=-2$, $y=3$을 대입하면
$3=-4+b \qquad \therefore b=7$
$\therefore ab=2\times 7=14$

17 답 $y=\frac{1}{5}x+\frac{9}{5}$

연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y+4=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y+3=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서
㉠−㉡×2를 하면 $y-2=0 \qquad \therefore y=2$
$y=2$를 ㉡에 대입하면 $x-4+3=0 \qquad \therefore x=1$
즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ 2)$이다.
$x-5y-1=0$에서 $y=\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}$이므로
기울기가 $\frac{1}{5}$이고 점 $(1,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식을
$y=\frac{1}{5}x+b$로 놓고 $x=1$, $y=2$를 대입하면
$2=\frac{1}{5}+b \qquad \therefore b=\frac{9}{5}$
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{5}x+\frac{9}{5}$

18 답 $a=-7$, 교점의 좌표 : $\left(-7,\ -\frac{7}{2}\right)$

두 직선의 교점이 직선 $x-2y=0$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(2k,\ k)$라 하자.
$11x-2y-10a=0$에 $x=2k$, $y=k$를 대입하면
$22k-2k-10a=0,\ 20k-10a=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
$3x-4y-2a-7=0$에 $x=2k$, $y=k$를 대입하면
$6k-4k-2a-7=0,\ 2k-2a-7=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-7$, $k=-\frac{7}{2}$
따라서 교점의 좌표는 $\left(-7,\ -\frac{7}{2}\right)$

다른 풀이

연립방정식 $\begin{cases} 11x-2y-10a=0 \\ 3x-4y-2a-7=0 \end{cases}$을 풀면
$x=\frac{18a-7}{19}$, $y=\frac{8a-77}{38}$
즉 두 직선의 교점의 좌표는 $\left(\frac{18a-7}{19},\ \frac{8a-77}{38}\right)$
이 점이 직선 $x-2y=0$ 위에 있으므로
$x-2y=0$에 $x=\frac{18a-7}{19}$, $y=\frac{8a-77}{38}$을 대입하면

$\frac{18a-7}{19}-\frac{8a-77}{19}=0$, $18a-7-8a+77=0$

$10a=-70 \quad \therefore a=-7$

따라서 교점의 좌표는 $\left(-7, -\frac{7}{2}\right)$

19 답 $\frac{1}{4}$

연립방정식 $\begin{cases} x+y-7=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y-5=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠－㉡을 하면 $-2x-2=0$

$2x=-2 \qquad \therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면

$-1+y-7=0 \qquad \therefore y=8$

즉 세 그래프의 교점의 좌표는 $(-1, 8)$이다.

따라서 $3x+ay+1=0$에 $x=-1$, $y=8$을 대입하면

$-3+8a+1=0$, $8a=2 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

20 답 -3

두 점 $(-1, -4)$, $(2, -1)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-1-(-4)}{2-(-1)}=\frac{3}{3}=1$이므로

$y=x+b$로 놓고 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$-1=2+b \qquad \therefore b=-3$, 즉 $y=x-3$ ······ ❶

연립방정식 $\begin{cases} 3x+y-1=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=x-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉡을 ㉠에 대입하면 $3x+x-3-1=0$

$4x=4 \qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $y=1-3=-2$

즉 세 그래프의 교점의 좌표는 $(1, -2)$이다. ······ ❷

따라서 $x+ay-7=0$에 $x=1$, $y=-2$를 대입하면

$1-2a-7=0$, $2a=-6 \qquad \therefore a=-3$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 두 점 $(-1, -4)$, $(2, -1)$을 지나는 직선의 방정식 구하기	40 %
❷ 세 그래프의 교점의 좌표 구하기	30 %
❸ a의 값 구하기	30 %

21 답 $-\frac{1}{2}$

세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않으려면 어느 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

$x+2y-9=0$에서 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$ ······ ㉠

$2x-y+7=0$에서 $y=2x+7$ ······ ㉡

$ax+y-4=0$에서 $y=-ax+4$ ······ ㉢

(i) ㉠과 ㉢이 평행할 때,

$-\frac{1}{2}=-a \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

(ii) ㉡과 ㉢이 평행할 때,

$2=-a \qquad \therefore a=-2$

(iii) ㉠, ㉡, ㉢이 한 점에서 만날 때,

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1$, $y=5$이므로

㉢에 $x=-1$, $y=5$를 대입하면

$-a+5-4=0 \qquad \therefore a=1$

(i)~(iii)에 의해 a의 값은 $\frac{1}{2}$, -2, 1이므로 그 합은

$\frac{1}{2}+(-2)+1=-\frac{1}{2}$

22 답 ㉠, ㉡, ㉣

[전략] 두 그래프의 교점이 무수히 많다. ➡ 두 그래프가 일치한다.

$\begin{cases} 2x-4y=-a \\ -3x+by=3 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+\frac{a}{4} \\ y=\frac{3}{b}x+\frac{3}{b} \end{cases}$

교점이 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$\frac{1}{2}=\frac{3}{b}$, $\frac{a}{4}=\frac{3}{b}$에서 $a=2$, $b=6$

㉠ $y=2x+6$에 $x=-2$, $y=2$를 대입하면

$2=2\times(-2)+6$이므로 점 $(-2, 2)$를 지난다.

㉡ (기울기)>0이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

㉢ $y=2x+6$에 $y=0$을 대입하면 $x=-3$이므로 x절편은 -3이고, $x=0$을 대입하면 $y=6$이므로 y절편은 6이다.

㉣ $2x-y-1=0$에서 $y=2x-1$

즉 기울기가 같고 y절편이 다르므로 만나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

23 답 $\frac{2}{3}$

$\begin{cases} ax-y=2 \\ x-2y=b \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=ax-2 \\ y=\frac{1}{2}x-\frac{b}{2} \end{cases}$

두 직선이 일치하므로

$a=\frac{1}{2}$, $-2=-\frac{b}{2}$에서 $b=4$

즉 $3ax+y=4b$에서 $\frac{3}{2}x+y=16$

$\begin{cases} \frac{3}{2}x+y=16 \\ x+ky=8 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=-\frac{3}{2}x+16 \\ y=-\frac{1}{k}x+\frac{8}{k} \end{cases}$

해가 존재하지 않으려면 두 직선이 평행해야 하므로

$-\frac{3}{2}=-\frac{1}{k}$, $3k=2 \qquad \therefore k=\frac{2}{3}$

24 답 8

$y=ax+2$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=-a+2 \qquad \therefore a=2$, 즉 $y=2x+2$

$y=-2x+b$에 $x=3$, $y=0$을 대입하면

$0=-6+b \qquad \therefore b=6$, 즉 $y=-2x+6$

연립방정식 $\begin{cases} y=2x+2 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-2x+6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠을 ㉡에 대입하면 $2x+2=-2x+6$

$4x=4 \qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $y=2+2=4$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(1, 4)$이다.

따라서 구하는 도형의 넓이는

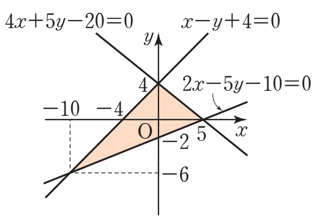
$\frac{1}{2}\times4\times4=8$

25 답 45

직선 $x-y+4=0$의 x절편은 -4, y절편은 4

직선 $2x-5y-10=0$의 x절편은 5, y절편은 -2

직선 $4x+5y-20=0$의 x절편은 5, y절편은 4



연립방정식

$\begin{cases} x-y+4=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-5y-10=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠$\times2-$㉡을 하면

$3y+18=0$

$3y=-18 \qquad \therefore y=-6$

$y=-6$을 ㉠에 대입하면

$x+6+4=0 \qquad \therefore x=-10$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(-10, -6)$이다.

따라서 구하는 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times9\times4+\frac{1}{2}\times9\times6=18+27=45$

26 답 $\frac{5}{4}$

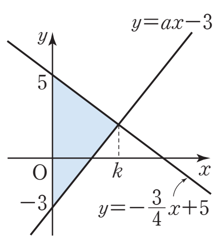
직선 $x=0$은 y축이고,

직선 $y=ax-3$의 y절편은 -3,

직선 $y=-\frac{3}{4}x+5$의 y절편은 5이므로

두 직선의 교점의 x좌표를 k라 하면

$\frac{1}{2}\times8\times k=16$, $4k=16 \qquad \therefore k=4$



$y=-\frac{3}{4}x+5$에 $x=4$를 대입하면 $y=-3+5=2$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(4, 2)$이다.

따라서 $y=ax-3$에 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$2=4a-3$, $4a=5 \qquad \therefore a=\frac{5}{4}$

27 답 2

$B(1, 0)$, $C(4, 0)$이고

$ax+3y=11$에서 $y=-\frac{a}{3}x+\frac{11}{3}$이므로

$A\left(1, -\frac{a}{3}+\frac{11}{3}\right)$, $D\left(4, -\frac{4a}{3}+\frac{11}{3}\right)$

$\therefore$ (사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\left\{\left(-\frac{a}{3}+\frac{11}{3}\right)+\left(-\frac{4a}{3}+\frac{11}{3}\right)\right\}\times3$

$=\frac{3}{2}\times\left(-\frac{5a}{3}+\frac{22}{3}\right)=-\frac{5a}{2}+11$

즉 $-\frac{5a}{2}+11=6$이므로 $\frac{5a}{2}=5 \qquad \therefore a=2$

28 답 제3, 4사분면

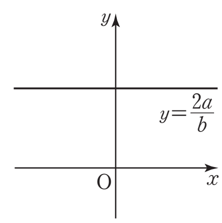
$ax+by-c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

주어진 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이고, 원점을 지나므로

$-\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}=0 \qquad \therefore \frac{a}{b}>0$, $c=0$

$cx-by+2a=0$에서 $y=\frac{2a}{b}$이므로 $\frac{2a}{b}>0$

따라서 $cx-by+2a=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3, 4사분면을 지나지 않는다.



100점 TIP

일차방정식 $y=q$의 그래프

(1) $q>0$이면 제1, 2사분면을 지난다.

(2) $q<0$이면 제3, 4사분면을 지난다.

29 답 $a<0$, $b=0$

$ax-by-3=0$의 그래프가 x축에 수직이어야 하므로

$b=0$

$ax-3=0$에서 $x=\frac{3}{a}$

이 그래프가 제2, 3사분면을 지나야 하므로

$\frac{3}{a}<0 \qquad \therefore a<0$

100점 TIP

일차방정식 $x=p$의 그래프

(1) $p>0$이면 제1, 4사분면을 지난다.

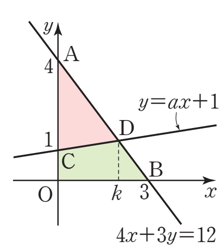
(2) $p<0$이면 제2, 3사분면을 지난다.

30 답 $\frac{1}{6}$

$4x+3y=12$의 그래프가 y축, x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면

$A(0, 4)$, $B(3, 0)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times3\times4=6$



직선 $y=ax+1$이 y축, $4x+3y=12$의 그래프와 만나는 점을 각각 C, D라 하면

$C(0, 1)$

이때 점 D의 x좌표를 k라 하면

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\triangle AOB$이므로

$\frac{1}{2}\times3\times k=\frac{1}{2}\times6$, $\frac{3}{2}k=3$

$\therefore k=2$

$4x+3y=12$에 $x=2$를 대입하면

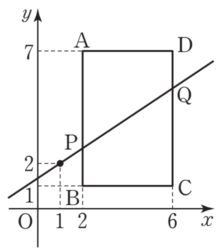
$8+3y=12$, $3y=4$ $\qquad \therefore y=\frac{4}{3}$, 즉 $D\left(2, \frac{4}{3}\right)$

따라서 $y=ax+1$에 $x=2$, $y=\frac{4}{3}$를 대입하면

$\frac{4}{3}=2a+1$, $2a=\frac{1}{3}$ $\qquad \therefore a=\frac{1}{6}$

31 답 $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

[전략] 구하는 직선이 두 변 AB, CD를 지날 때 생기는 사다리꼴의 넓이를 이용한다.



직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하면서 점 $(1, 2)$를 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하자.
이 직선이 두 변 AB, CD와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면
$P(2, 2a+b)$, $Q(6, 6a+b)$
(사다리꼴 PBCQ의 넓이)
$=$(직사각형 ABCD의 넓이)$\times\frac{1}{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times\{(2a+b-1)+(6a+b-1)\}\times 4=(4\times 6)\times\frac{1}{2}$

$16a+4b-4=12$, $16a+4b=16$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠

$y=ax+b$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면

$2=a+b$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{2}{3}$, $b=\frac{4}{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

다른 풀이

직사각형의 넓이를 이등분하는 직선은 직사각형의 두 대각선의 교점을 지난다.

두 점 A, C를 지나는 직선의 방정식은

$y=-\frac{3}{2}x+10$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠

두 점 B, D를 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{3}{2}x-2$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡

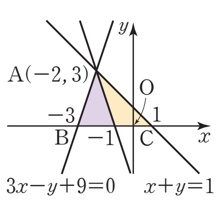
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=4$

즉 직사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(4, 4)$이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 두 점 $(1, 2)$, $(4, 4)$를 지나므로

$y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

32 답 $y=-3x-3$



연립방정식 $\begin{cases} 3x-y+9=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠+㉡을 하면 $4x+9=1$

$4x=-8$ $\qquad \therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉡에 대입하면

$-2+y=1$ $\qquad \therefore y=3$, 즉 $A(-2, 3)$

두 직선 $3x-y+9=0$, $x+y=1$의 x절편은 각각 -3, 1이므로

$B(-3, 0)$, $C(1, 0)$

이때 점 A를 지나면서 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하려면 $\overline{BC}$의 중점 $(-1, 0)$을 지나야 한다.

두 점 $A(-2, 3)$, $(-1, 0)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-3}{-1-(-2)}=-3$이므로

$y=-3x+b$로 놓고 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=3+b$ $\qquad \therefore b=-3$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=-3x-3$

33 답 6분

언니의 그래프는 두 점 $(0, 0)$, $(40, 4)$를 지나므로

(기울기)$=\frac{4-0}{40-0}=\frac{1}{10}$ $\qquad \therefore y=\frac{1}{10}x$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠

동생의 그래프는 두 점 $(10, 0)$, $(25, 4)$를 지나므로

(기울기)$=\frac{4-0}{25-10}=\frac{4}{15}$

$y=\frac{4}{15}x+b$로 놓고 $x=10$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{8}{3}+b$ $\qquad \therefore b=-\frac{8}{3}$, 즉 $y=\frac{4}{15}x-\frac{8}{3}$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=16$, $y=\frac{8}{5}$

따라서 두 사람이 처음으로 만나는 것은 언니가 출발한 지 16분 후이므로 동생이 출발한 지 6분 후이다.

34 답 52575

붕어빵을 판매하기 시작할 때 15000원의 초기 비용이 들었으므로

$c=15000$ $\qquad \cdots\cdots$ ❶

총비용을 나타내는 그래프는 점 $(0, 15000)$을 지나고 기울기가 300이므로

$y=300x+15000$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠ $\qquad \cdots\cdots$ ❷

총수입을 나타내는 그래프는 점 $(0, 0)$을 지나고 기울기가 500이므로

$y=500x$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡ $\qquad \cdots\cdots$ ❸

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=75$, $y=37500$

따라서 총비용과 총수입을 나타내는 그래프의 교점의 좌표는

$(75, 37500)$이므로 $a=75$, $b=37500$ $\qquad \cdots\cdots$ ❹

$\therefore a+b+c=75+37500+15000=52575$ $\qquad \cdots\cdots$ ❺

채점 기준	비율
❶ c의 값 구하기	20 %
❷ 총비용을 나타내는 그래프의 식 구하기	25 %
❸ 총수입을 나타내는 그래프의 식 구하기	25 %
❹ a, b의 값 구하기	20 %
❺ $a+b+c$의 값 구하기	10 %

01 답 ④

$ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

① $ax+by+c=0$에 $x=b$, $y=c$를 대입하면
$ab+bc+c\neq0$이므로 점 (b, c)를 지나지 않는다.

② $ax+by+c=0$에 $y=0$을 대입하면 $x=-\frac{c}{a}$이므로 x절편은 $-\frac{c}{a}$이다.

③ $ax+by+c=0$에 $x=0$을 대입하면 $y=-\frac{c}{b}$이므로 y절편은 $-\frac{c}{b}$이다.

④ 기울기가 같고 y절편이 다르므로 $y=-\frac{a}{b}x$의 그래프와 평행하다.

⑤ $a>0$, $b<0$, $c>0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c<0$일 때만
$-\frac{a}{b}>0$, $-\frac{c}{b}>0$이므로 제4사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

주의

②에서 x절편을 $\left(-\frac{c}{a}, 0\right)$과 같이 좌표로 나타내면 안 된다.
x절편은 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표임에 주의한다.

02 답 1

주어진 그래프가 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$을 지나므로
$ax+by-6=0$에 $x=0$, $y=3$을 대입하면
$3b-6=0$, $3b=6$ $\quad\therefore b=2$ ...... ❶
$ax+by-6=0$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면
$2a-6=0$, $2a=6$ $\quad\therefore a=3$ ...... ❷
$\therefore a-b=3-2=1$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ b의 값 구하기	40 %
❷ a의 값 구하기	40 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

03 답 6

$2x-y-3a-1=0$에서 $y=2x-3a-1$
$cx-y+1=0$에서 $y=cx+1$
$y=2x-3a-1$에 $x=-3$, $y=2$를 대입하면
$2=-6-3a-1$, $3a=-9$ $\quad\therefore a=-3$
$y=2x+8$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x+8+b$
이 식이 $y=cx+1$과 일치해야 하므로
$c=2$, $8+b=1$에서 $b=-7$
$\therefore a-b+c=-3-(-7)+2=6$

04 답 제4사분면

$ax-y+b=0$에서 $y=ax+b$
주어진 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이고, x축보다 아래에서 y축과 만나므로
$a<0$, $b<0$
$abx-y-a-b=0$에서 $y=abx-a-b$이므로
$ab>0$이고 $-a>0$, $-b>0$에서 $-a-b>0$
따라서 $abx-y-a-b=0$의 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.

05 답 ②

점 (ab, ac)가 제2사분면 위의 점이므로
$ab<0$, $ac>0$
즉 $a>0$, $b<0$, $c>0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c<0$
$ax+by-c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$이므로
$-\frac{a}{b}>0$, $\frac{c}{b}<0$
따라서 $ax+by-c=0$의 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

06 답 5

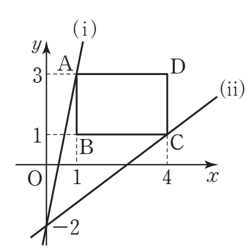
주어진 그래프의 식은 $x=3$ $\quad\therefore 2x=6$
이 식이 $2x-ay=b+1$과 일치해야 하므로
$a=0$, $b+1=6$에서 $b=5$
$\therefore a+b=0+5=5$

07 답 9

점 $\mathrm{A}(-5, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=3$
$y=2x-5$에 $y=3$을 대입하면
$3=2x-5$, $2x=8$ $\quad\therefore x=4$, 즉 $\mathrm{B}(4, 3)$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=4-(-5)=9$

08 답 ①

직선 $y=ax-2$가
(i) 점 $\mathrm{A}(1, 3)$을 지날 때,
$3=a-2$ $\quad\therefore a=5$
(ii) 점 $\mathrm{C}(4, 1)$을 지날 때,
$1=4a-2$, $4a=3$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$



(i), (ii)에 의해 $a>5$ 또는 $a<\frac{3}{4}$
따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ①이다.

100점 TIP

직사각형 ABCD와 직선 $y=ax-2$가 만나지 않으려면 a의 값은 직선 (i)의 기울기보다 크고, 직선 (ii)의 기울기보다 작아야 한다.

09 답 -15

$\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=1$에 $y=-2$를 대입하면

$\frac{1}{3}x+1=1$, $\frac{1}{3}x=0$ $\quad\therefore x=0$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $(0, -2)$이다.

따라서 $0.2x+0.1ay=3$에 $x=0$, $y=-2$를 대입하면

$-0.2a=3$, $-2a=30$ $\quad\therefore a=-15$

10 답 $-3<a<\frac{3}{2}$

연립방정식 $\begin{cases} x+3y-2a=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y-6=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠+㉡을 하면 $3x-2a-6=0$

$3x=2a+6$ $\quad\therefore x=\frac{2}{3}a+2$

㉠×2−㉡을 하면 $9y-4a+6=0$

$9y=4a-6$ $\quad\therefore y=\frac{4}{9}a-\frac{2}{3}$

두 직선의 교점이 제4사분면 위에 있으려면 $x>0$, $y<0$이어야 하므로

$\frac{2}{3}a+2>0$, $\frac{2}{3}a>-2$ $\quad\therefore a>-3$

$\frac{4}{9}a-\frac{2}{3}<0$, $\frac{4}{9}a<\frac{2}{3}$ $\quad\therefore a<\frac{3}{2}$

$\therefore -3<a<\frac{3}{2}$

11 답 $y=\frac{2}{3}$

일차방정식 l의 그래프는 두 점 $(0, -4)$, $(2, 0)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-(-4)}{2-0}=\frac{4}{2}=2$, ($y$절편)$=-4$

$\therefore y=2x-4$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

일차방정식 m의 그래프는 두 점 $(0, 3)$, $(3, 0)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-3}{3-0}=\frac{-3}{3}=-1$, ($y$절편)$=3$

$\therefore y=-x+3$ $\quad\cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{7}{3}$, $y=\frac{2}{3}$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $\left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right)$이다.

따라서 점 $\left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right)$를 지나고, x축에 평행한 직선의 방정식은

$y=\frac{2}{3}$

12 답 6

세 그래프로 좌표평면이 여섯 부분으로 나누어지려면 어느 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

$2x+5y+4=0$에서 $y=-\frac{2}{5}x-\frac{4}{5}$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

$5x-y+10=0$에서 $y=5x+10$ $\quad\cdots\cdots ㉡$

$ax+y-6=0$에서 $y=-ax+6$ $\quad\cdots\cdots ㉢$

(i) ㉠과 ㉢이 평행할 때,

$-\frac{2}{5}=-a$ $\quad\therefore a=\frac{2}{5}$

(ii) ㉡과 ㉢이 평행할 때,

$5=-a$ $\quad\therefore a=-5$

(iii) ㉠, ㉡, ㉢이 한 점에서 만날 때,

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-2$, $y=0$이므로

㉢에 $x=-2$, $y=0$을 대입하면

$0=2a+6$, $2a=-6$ $\quad\therefore a=-3$

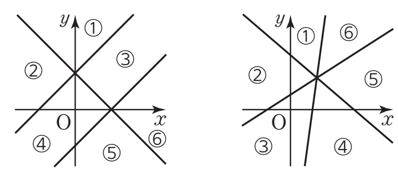
(i)~(iii)에 의해 a의 값은 $\frac{2}{5}$, -5, -3이므로 그 곱은

$\frac{2}{5}\times(-5)\times(-3)=6$

100점 TIP

세 그래프로 좌표평면이 여섯 부분으로 나누어지는 경우

➡ 어느 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만난다.



13 답 2

[전략] (가) 두 직선이 두 점 이상에서 만나면 두 직선은 일치한다.

(나) 두 직선이 만나지 않으면 두 직선은 평행하다.

(가) $\begin{cases} x+ay-2=0 \\ 2x+by-4=0 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=-\frac{1}{a}x+\frac{2}{a} \\ y=-\frac{2}{b}x+\frac{4}{b} \end{cases}$

두 점 이상에서 만나려면 두 직선이 일치해야 하므로

$-\frac{1}{a}=-\frac{2}{b}$에서 $b=2a$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

(나) $\begin{cases} x+ay-2=0 \\ x+(3-b)y+1=0 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=-\frac{1}{a}x+\frac{2}{a} \\ y=-\frac{1}{3-b}x-\frac{1}{3-b} \end{cases}$

만나지 않으려면 두 직선이 평행해야 하므로

$-\frac{1}{a}=-\frac{1}{3-b}$에서 $a=3-b$ $\quad\cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면 $a=3-2a$, $3a=3$ $\quad\therefore a=1$

$a=1$을 ㉠에 대입하면 $b=2$

$\therefore ab=1\times2=2$

14 답 -3

$\begin{cases} ax-y+2=0 \\ 3x+2y-1=0 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=ax+2 \\ y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2} \end{cases}$

해가 없으려면 두 직선이 평행해야 하므로 $a=-\frac{3}{2}$

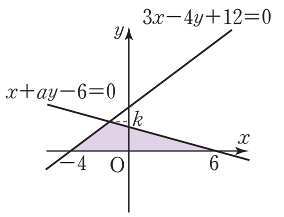
$y=-\frac{3}{2}x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{3}{2}x+2+b$

$\begin{cases} y=-\frac{3}{2}x+2+b \\ y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2} \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야

하므로 $2+b=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore b=-\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=-\frac{3}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-3$

15 답 $\frac{11}{3}$



직선 $3x-4y+12=0$의 x절편은 -4

직선 $x+ay-6=0$의 x절편은 6

이때 두 직선의 교점의 y좌표를 k라 하면

$\frac{1}{2}\times10\times k=10$, $5k=10$ $\quad\therefore k=2$

$3x-4y+12=0$에 $y=2$를 대입하면

$3x-8+12=0$, $3x=-4$ $\quad\therefore x=-\frac{4}{3}$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$이다.

따라서 $x+ay-6=0$에 $x=-\frac{4}{3}$, $y=2$를 대입하면

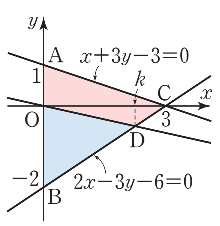
$-\frac{4}{3}+2a-6=0$, $2a=\frac{22}{3}$ $\quad\therefore a=\frac{11}{3}$

16 답 $-\frac{2}{9}$

직선 $x=0$은 y축이고,

직선 $x+3y-3=0$의 x절편은 3, y절편은 1,

직선 $2x-3y-6=0$의 x절편은 3, y절편은 -2이다.



두 직선 $x+3y-3=0$, $2x-3y-6=0$이 y축과 만나는 점을 각각 A, B, 두 직선이 만나는 점을 C라 하면

$A(0, 1)$, $B(0, -2)$, $C(3, 0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{9}{2}$

이때 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 $y=ax$라 하면 $\triangle OBC$의 넓이가 $\triangle AOC$의 넓이보다 크므로 $a<0$이다.

두 직선 $2x-3y-6=0$, $y=ax$가 만나는 점을 D라 하고

점 D의 x좌표를 k라 하면

$\triangle OBD=\frac{1}{2}\triangle ABC$이므로

$\frac{1}{2}\times2\times k=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}$ $\quad\therefore k=\frac{9}{4}$

$2x-3y-6=0$에 $x=\frac{9}{4}$를 대입하면

$\frac{9}{2}-3y-6=0$, $3y=-\frac{3}{2}$ $\quad\therefore y=-\frac{1}{2}$, 즉 $D\left(\frac{9}{4}, -\frac{1}{2}\right)$

따라서 $y=ax$에 $x=\frac{9}{4}$, $y=-\frac{1}{2}$을 대입하면

$-\frac{1}{2}=\frac{9}{4}a$ $\quad\therefore a=-\frac{2}{9}$

17 답 $\frac{3}{2}$

물체 A의 그래프는 두 점 $(0, 2)$, $(5, 4)$를 지나므로

(기울기)$=\frac{4-2}{5-0}=\frac{2}{5}$, ($y$절편)$=2$ $\quad\therefore y=\frac{2}{5}x+2$ ...... ㉠

물체 B의 그래프는 두 점 $(0, 0)$, $(6, 3)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{3-0}{6-0}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}x$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=10$

즉 두 물체 A와 B가 동시에 움직이기 시작한 지 20분 후에 만나고, 두 물체가 만나고 15분이 지났을 때는 두 물체 A와 B가 동시에 움직이기 시작한 지 $20+15=35$(분) 후이다.

$y=\frac{2}{5}x+2$에 $x=35$를 대입하면 $y=14+2=16$

$y=\frac{1}{2}x$에 $x=35$를 대입하면 $y=\frac{35}{2}$

따라서 두 물체 A와 B의 위치의 차는

$\frac{35}{2}-16=\frac{3}{2}$

학교 시험 최상위 기출 도전 147쪽~148쪽

01 답 $\frac{32}{7}$

[전략] 세 점 A, C, D의 좌표를 한 문자의 식으로 각각 나타낸다.

정사각형 ABCD의 넓이가 $\frac{16}{225}=\left(\frac{4}{15}\right)^2$이므로 한 변의 길이는 $\frac{4}{15}$이다.

점 A의 x좌표를 k라 하면

$A\left(k, \frac{1}{2}k\right)$, $C\left(k+\frac{4}{15}, \frac{1}{2}k-\frac{4}{15}\right)$, $D\left(k+\frac{4}{15}, \frac{1}{2}k\right)$

$x+y-2=0$에 $x=k+\frac{4}{15}$, $y=\frac{1}{2}k$를 대입하면

$k+\frac{4}{15}+\frac{1}{2}k-2=0$, $\frac{3}{2}k=\frac{26}{15}$ $\quad\therefore k=\frac{52}{45}$, 즉 $C\left(\frac{64}{45}, \frac{14}{45}\right)$

따라서 $x-ay=0$에 $x=\frac{64}{45}$, $y=\frac{14}{45}$를 대입하면

$\frac{64}{45}-\frac{14}{45}a=0$, $\frac{14}{45}a=\frac{64}{45}$ $\quad\therefore a=\frac{32}{7}$

02 답 $\frac{1}{2}\le a\le\frac{5}{3}$

[전략] 주어진 조건을 이용하여 네 점 A, B, C, D의 좌표를 먼저 구한다.

조건 ㈎, ㈐에 의해 $5x+2y=27$에

$x=3$을 대입하면 $y=6$이므로 $A(3, 6)$

$x=5$를 대입하면 $y=1$이므로 $B(5, 1)$

조건 ㈏, ㈐, ㈑에 의해 (점 D의 x좌표)$-(-6)=5$이므로

(점 D의 x좌표)$=-1$

$\therefore C(-6, -2)$, $D(-1, -2)$

직선 $y=ax+1$이

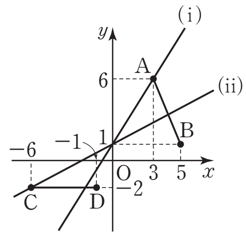
(i) 점 $\mathrm{A}(3, 6)$을 지날 때,

$6=3a+1$, $3a=5$ $\quad\therefore a=\dfrac{5}{3}$

(ii) 점 $\mathrm{C}(-6, -2)$를 지날 때,

$-2=-6a+1$, $6a=3$

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$



(i), (ii)에 의해 $\dfrac{1}{2}\le a\le\dfrac{5}{3}$

참고

$a>\dfrac{5}{3}$이면 직선 $y=ax+1$이 $\overline{\mathrm{AB}}$와 만나지 않고

$a<\dfrac{1}{2}$이면 직선 $y=ax+1$이 $\overline{\mathrm{CD}}$와 만나지 않는다.

03 답 1 : 2

[전략] $\mathrm{D}(k, -2k)(k<0)$로 놓고 점 A의 좌표를 구한다.

연립방정식 $\begin{cases} y=2x+16 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-2x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉡을 ㉠에 대입하면 $-2x=2x+16$

$4x=-16$ $\quad\therefore x=-4$

$x=-4$를 ㉡에 대입하면 $y=-2\times(-4)=8$

$\therefore \mathrm{E}(-4, 8)$

이때 $\mathrm{D}(k, -2k)(k<0)$라 하면 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $-2k$이므로 $\mathrm{A}(3k, -2k)$

$y=2x+16$에 $x=3k$, $y=-2k$를 대입하면

$-2k=6k+16$, $8k=-16$ $\quad\therefore k=-2$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $-2\times(-2)=4$이므로

$T : S=\dfrac{1}{2}\times4\times(8-4) : 4^2=8 : 16=1 : 2$

04 답 $\dfrac{122}{3}\pi$

[전략] 두 직선 l, m의 방정식을 구하고, 입체도형의 겨냥도를 그린다.

직선 l은 두 점 $(0, 2)$, $(1, 0)$을 지나므로

(기울기)$=\dfrac{0-2}{1-0}=-2$, (y절편)$=2$

$\therefore y=-2x+2$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

직선 m은 두 점 $(-5, 0)$, $(0, 5)$를 지나므로

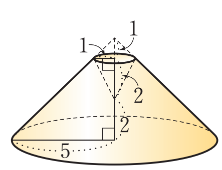
(기울기)$=\dfrac{5-0}{0-(-5)}=\dfrac{5}{5}=1$, ($y$절편)$=5$

$\therefore y=x+5$ $\quad\cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1$, $y=4$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(-1, 4)$이다.

따라서 주어진 네 직선으로 둘러싸인 도형을 y축을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



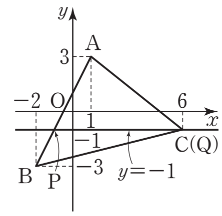
$\dfrac{1}{3}\times(\pi\times5^2)\times5-\dfrac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times1-\dfrac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times2$

$=\dfrac{125}{3}\pi-\dfrac{1}{3}\pi-\dfrac{2}{3}\pi=\dfrac{122}{3}\pi$

05 답 7

[전략] $\triangle$ABC를 좌표평면 위에 그리고, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이가 최댓값을 가지는 경우를 생각해 본다.

$\triangle$ABC는 오른쪽 그림과 같고, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이가 최댓값을 가질 때는 x축에 평행한 직선이 점 C를 지날 때이므로 이 직선의 방정식은 $y=-1$이다.



직선 AB의 기울기는

$\dfrac{-3-3}{-2-1}=\dfrac{-6}{-3}=2$이므로

$y=2x+b$로 놓고 $x=1$, $y=3$을 대입하면

$3=2+b$ $\quad\therefore b=1$, 즉 $y=2x+1$

$y=2x+1$에 $y=-1$을 대입하면

$-1=2x+1$, $2x=-2$ $\quad\therefore x=-1$

따라서 두 직선 AB와 $y=-1$의 교점의 좌표는 $(-1, -1)$이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최댓값은

$6-(-1)=7$

06 답 -8

[전략] 사각형 ABCD가 평행사변형이므로 $2x-y-2=0$의 그래프와 $y=px+q$의 그래프는 평행해야 한다.

$2x-y-2=0$에서 $y=2x-2$

사각형 ABCD가 평행사변형이므로 $y=2x-2$의 그래프와 $y=px+q$의 그래프는 평행해야 한다. $\quad\therefore p=2$

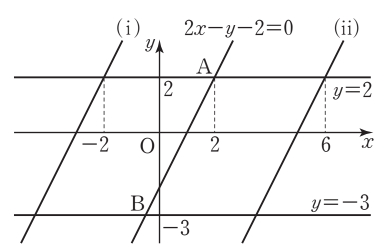
$y=2x-2$에 $y=2$를 대입하면

$2=2x-2$, $2x=4$ $\quad\therefore x=2$, 즉 $\mathrm{A}(2, 2)$

평행사변형 ABCD의 높이가 5이므로

$\overline{\mathrm{AD}}\times5=20$ $\quad\therefore \overline{\mathrm{AD}}=4$

따라서 점 D의 좌표는 $(-2, 2)$ 또는 $(6, 2)$이어야 한다.



(i) 점 $\mathrm{D}(-2, 2)$일 때,

$y=2x+q$에 $x=-2$, $y=2$를 대입하면

$2=-4+q$ $\quad\therefore q=6$

(ii) 점 $\mathrm{D}(6, 2)$일 때,

$y=2x+q$에 $x=6$, $y=2$를 대입하면

$2=12+q$ $\quad\therefore q=-10$

(i), (ii)에서 $q<0$이므로 $q=-10$

$\therefore p+q=2+(-10)=-8$

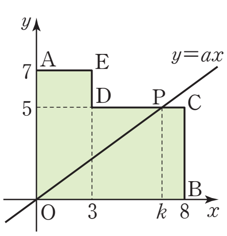
07 답 -2

[전략] $\triangle ABC : \triangle CBD = 3 : 1$이므로 $\triangle CBD = \frac{1}{4} \triangle ABD$이다.

$4x+y=4$의 그래프의 x절편은 1, y절편은 4,
$x+y=4$의 그래프의 x절편은 4, y절편은 4이므로
$A(0, 4)$, $B(1, 0)$, $D(4, 0)$
$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$
이때 점 C의 y좌표를 k라 하면
$\triangle ABC : \triangle CBD = 3 : 1$에서
$\triangle CBD = \frac{1}{4} \triangle ABD$이므로
$\frac{1}{2} \times 3 \times k = \frac{1}{4} \times 6$, $\frac{3}{2}k = \frac{3}{2}$ $\quad \therefore k=1$
$x+y=4$에 $y=1$을 대입하면
$x+1=4$ $\quad \therefore x=3$, 즉 $C(3, 1)$
$x+ay=b$에 $x=1$, $y=0$을 대입하면 $b=1$
$x+ay=1$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면
$3+a=1$ $\quad \therefore a=-2$
$\therefore ab = -2 \times 1 = -2$

08 답 $\frac{25}{34}$

[전략] 색칠한 도형의 넓이를 구하고, $y=ax$의 그래프가 지나는 점의 좌표를 구한다.



색칠한 도형의 넓이는
$3 \times 7 + 5 \times 5 = 46$
이때 $y=ax$의 그래프가 $\overline{DC}$와 만나는 점을 $P(k, 5)$라 하면
(사각형 POBC의 넓이)
$=$(색칠한 도형의 넓이)$\times \frac{1}{2}$이므로
$\frac{1}{2} \times \{(8-k)+8\} \times 5 = 46 \times \frac{1}{2}$
$40 - \frac{5}{2}k = 23$, $\frac{5}{2}k = 17$ $\quad \therefore k = \frac{34}{5}$
따라서 $y=ax$에 $x=\frac{34}{5}$, $y=5$를 대입하면
$5 = \frac{34}{5}a$ $\quad \therefore a = \frac{25}{34}$

참고
$y=ax$의 그래프가 점 D를 지나면
(사각형 DOBC의 넓이)$=\frac{1}{2} \times (5+8) \times 5 = \frac{65}{2}$
이고, $y=ax$의 그래프가 점 C를 지나면
$\triangle COB = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$이므로
$y=ax$의 그래프가 색칠한 도형의 넓이를 이등분하려면 두 점 D, C 사이를 지나야 한다.