체크체크 기출심화 N제

정답과 해설

중 1-1

빠른 정답

1 소인수분해

01 | 소인수분해

개념 확인 7쪽

01 ②, ③　02 ⑤　03 ②　04 ④　05 ③
06 28

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~13쪽

01 60　02 104　03 53, 59　04 ②, ⑤　05 ②
06 ①, ④　07 ③　08 ④　09 56　10 45
11 11　12 35　13 308, 693　14 6, 24, 294, 1176
15 ④　16 5, 45　17 90　18 ②　19 5
20 4　21 (1) $400=2^4\times5^2$　(2) 1, 4, 16, 25, 100, 400
22 8　23 2, 6, 32　24 9　25 1　26 9
27 ④　28 2520　29 504　30 ②　31 49
32 102　33 15　34 8　35 12

적중 & 심화 실전 TEST 14쪽~17쪽

01 71, 73, 79　02 6　03 122　04 ②　05 15
06 44　07 8　08 3쌍　09 45　10 6
11 60　12 147　13 4　14 4　15 5
16 8　17 4　18 0　19 3　20 30
21 675　22 24　23 104　24 6

02 | 최대공약수와 최소공배수

개념 확인 19쪽

01 994　02 ㉢, ㉤　03 ④　04 ③　05 12명
06 ②, ④

적중 & 심화 유형 연습 20쪽~27쪽

01 ①　02 8　03 1, 4, 9, 36　04 ③　05 ④
06 54　07 ③　08 5　09 40　10 7
11 5　12 8　13 ⑤　14 8　15 60
16 ②　17 120　18 8　19 20　20 24
21 $2\times3^2\times5^2$　22 ③　23 288　24 15　25 6
26 $\frac{70}{3}$　27 $\frac{45}{2}$　28 4500원　29 30　30 60개
31 3　32 2400　33 4바퀴　34 10　35 154
36 28　37 ②　38 25　39 16　40 ①
41 121　42 ⑤　43 37　44 10그루　45 24그루
46 오후 8시 26분　47 7월 2일　48 오전 11시 15분

적중 & 심화 실전 TEST 28쪽~31쪽

01 ④　02 $a=3$, 최대공약수 : 40　03 53　04 2개
05 60배　06 120　07 11　08 4　09 54
10 37　11 20　12 528　13 15　14 ④, ⑤
15 59　16 오전 9시 12분　17 15
18 (1) 54, 12　(2) 108　19 ④　20 286　21 7명
22 68그루　23 오후 9시 4분　24 토요일
25 10월 1일

학교 시험 최상위 기출 도전 32쪽~34쪽

01 39, 55　02 134　03 912　04 10, 40, 90
05 224　06 6　07 20　08 74　09 24, 36
10 2, 6　11 15일　12 42

2 정수와 유리수

01 | 정수와 유리수

개념 확인 37쪽

01 2　02 ⑤　03 ④　04 ④　05 ④
06 -4

적중 & 심화 유형 연습 38쪽~42쪽

01 ①, ③　02 ④　03 -2　04 $a=-4$, $b=8$
05 B : -4, C : 2, D : -1, E : -5　06 $-\frac{3}{2}$　07 $\frac{34}{15}$
08 $a=-8$, $b=4$　09 $-\frac{13}{4}$　10 9개
11 $a=-5$, $b=5$　12 2　13 ③　14 ②, ③
15 8　16 10　17 ③, ④　18 B : -2, C : 1, E : 7
19 10　20 $\frac{29}{10}$　21 7　22 6　23 5
24 ④　25 ②　26 ③　27 ②

적중 & 심화 실전 TEST
43쪽~45쪽

01 ④ **02** 2 **03** 6 **04** 5 **05** ②, ④
06 30 **07** 10 **08** $a=-3,\ b=-1,\ c=3$ **09** 4
10 ③ **11** ⑤ **12** e **13** $-1,\ 0,\ 1,\ 2$
14 4 **15** 8 **16** 5 **17** $d,\ b,\ a,\ c$

02 | 정수와 유리수의 계산

개념 확인
47쪽

01 ②, ④ **02** ④ **03** 90 **04** $-\frac{5}{6}$ **05** ④
06 (1) ㉣ → ㉤ → ㉢ → ㉡ → ㉠ (2) $\frac{4}{9}$

적중 & 심화 유형 연습
48쪽~59쪽

01 ④ **02** $-\frac{15}{4}$ **03** $\frac{1}{6}$ **04** $-\frac{23}{30}$ **05** 5
06 $\frac{7}{12}$ **07** 2 **08** $\frac{37}{6}$ **09** $-\frac{4}{9}$
10 가장 큰 값 : 15, 가장 작은 값 : -15 **11** 14 **12** ④
13 15 **14** 2512.08포인트 **15** $-\frac{8}{21}$ **16** ②
17 -18 **18** $M=12,\ m=-24$ **19** $\frac{5}{3}$ **20** $-\frac{8}{9}$
21 $-\frac{6}{5}$ **22** 21 **23** 0 **24** 7 **25** $\frac{53}{5}$
26 (1) -3 (2) $\frac{36}{35}$ (3) -3 **27** 5 **28** $-\frac{3}{4}$
29 60 **30** $\frac{25}{12}$ **31** $-\frac{13}{2}$ **32** ④ **33** ②
34 ③ **35** 8 kg **36** $\frac{21}{2}$ m **37** $-\frac{1}{2}$ **38** 14
39 14 **40** 1 **41** (1) 6 (2) -15 **42** -100
43 ④ **44** 0 **45** $-\frac{1}{51}$ **46** $-\frac{49}{2}$ **47** $\frac{2}{9}$
48 2 **49** 90 **50** $a=5,\ b=-3,\ c=-11$
51 12 **52** ②, ⑤ **53** ⑤ **54** ④ **55** ④
56 a **57** ⑤ **58** ②, ⑤ **59** ④ **60** $\frac{4}{5}$
61 $\frac{1}{4}$ **62** $\frac{25}{12}$ **63** $\frac{3}{4}$ **64** $\frac{16}{15}$ **65** $-\frac{1}{12}$
66 (1) -4 (2) 8 (3) 7 **67** $A=-11,\ B=-25$ **68** 10칸
69 A : -7점, B : -8점

적중 & 심화 실전 TEST
60쪽~63쪽

01 ③ **02** 7 **03** 7 **04** $\frac{7}{3}$ **05** $-\frac{5}{7}$
06 8 **07** $-\frac{7}{2}$ **08** -5 **09** $\frac{23}{8}$ **10** $-\frac{81}{4}$
11 ④ **12** 156 **13** 8 **14** -2 **15** $-\frac{1}{14}$
16 6 **17** ③ **18** ㉣, ㉠, ㉡, ㉢ **19** c
20 $\frac{17}{24}$ **21** $\frac{4}{3}$ **22** -62 **23** ③

학교 시험 최상위 기출 도전
64쪽~66쪽

01 $(-3,\ 2),\ (-3,\ 3),\ (-3,\ 4),\ (3,\ -2),\ (3,\ -3),\ (3,\ -4)$
02 23 **03** -4 **04** -3 **05** 16 **06** $-\frac{19}{3}$
07 -9 **08** ㉠ $\frac{25}{6}$ ㉡ $-\frac{1}{2}$ ㉢ -3 ㉣ $\frac{4}{3}$ **09** $\frac{6}{25}$
10 $\frac{29}{3}$ **11** -1 **12** $\frac{83}{2}$

3 문자와 식

01 | 문자와 식

개념 확인
69쪽

01 ③ **02** ⑤ **03** ③ **04** ② **05** ①
06 ③

적중 & 심화 유형 연습
70쪽~77쪽

01 ⑤ **02** ④ **03** ④ **04** ④ **05** ⑤
06 ③ **07** $(25500-180a-75b)$원 **08** ④
09 $\frac{5}{2}$ **10** 11 **11** -1 **12** 30 ℃
13 1020 m **14** (1) $2xy+2yz+2xz$ (2) $\frac{65}{4}$ **15** ④
16 4 **17** 3개 **18** -9 **19** ④ **20** ⑤
21 2 **22** $\frac{17}{12}$ **23** $\frac{4}{3}$ **24** -1
25 $2x+30$ **26** $10x-4$ **27** $\frac{19}{2}x+29$
28 $(9x+15)$ km **29** $-2x-4$ **30** $6x-11y$
31 $-x+1$ **32** $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$ **33** $3x+26$
34 ㈎ $2x-3$ ㈏ $\frac{7x-11}{6}$ ㈐ $\frac{x-5}{2}$ **35** $4x+2$
36 $\frac{13x+1}{2}$ **37** $4n-4$ **38** (1) $2n+3$ (2) 103
39 (1) $-7x+8$ (2) $7x-8$ **40** $\frac{13x-7}{6}$
41 $-6x+2$ **42** $12a+20b$ **43** 45
44 $60x+4$ **45** $-4x+28$ **46** ⑤

적중 & 심화 실전 TEST 78쪽~81쪽

01 ㉢, ㉣, ㉥ **02** ⑤ **03** ④ **04** $-\frac{3}{10}$ **05** -4
06 11 **07** $-\frac{29}{21}$
08 (1) $\left(\frac{x}{4}+\frac{75}{y}-9\right)$ cm (2) $\frac{57}{2}$ cm **09** ③, ⑤ **10** ③
11 ④ **12** $x-6$ **13** $(11x-15)$ km
14 $18x+1$ **15** $-a+4b+\frac{1}{2}$ **16** $9x+13$
17 $-5x+22$ **18** (1) $2n+1$ (2) 41 **19** $-x+4$
20 $(28n+20)$ cm **21** $6a^2+2a^2n$
22 처음 마름모의 넓이보다 28 % 감소하였다.

학교 시험 최상위 기출 도전 82쪽

01 (1) 주중 점심 가격 : $(25600x+16000y)$원
주말 저녁 가격 : $(40000x+24000y)$원
(2) 두 가격이 다르다. 주중 점심 가격이 주말 저녁 가격보다 6400원 더 적다.
02 -9 **03** ① **04** $\frac{4}{9}a$

4 일차방정식

01 | 일차방정식의 풀이

개념 확인 85쪽

01 ②, ⑤ **02** ①, ④ **03** ④ **04** ② **05** ⑤
06 7

적중 & 심화 유형 연습 86쪽~91쪽

01 ㉡, ㉤, ㉥ **02** 5 **03** $2x+2$ **04** ④ **05** ①
06 ⑤ **07** ⑤ **08** ②, ④ **09** $\frac{5}{2}$ **10** ⑤
11 66 **12** ③ **13** 3 **14** 5 **15** ①
16 23 **17** $x=-2$ **18** -5 **19** 6 **20** -2
21 $-\frac{1}{8}$ **22** 9 **23** $-\frac{4}{3}$ **24** 3 **25** -3
26 11 **27** 6 **28** 28 **29** -42 **30** ②, ⑤
31 -2 **32** $x=4$ **33** -10 **34** (1) $6x+1$ (2) $\frac{2}{3}$
35 6

적중 & 심화 실전 TEST 92쪽~95쪽

01 11 **02** 5 **03** ④ **04** 3
05 $a=2, b\neq6$ **06** $x=7$ **07** 2750 **08** 9
09 $x=-1$ **10** $x=-\frac{1}{3}$ **11** $x=\frac{7}{2}$ **12** $x=8$ **13** -9
14 7 **15** $\frac{3}{2}$ **16** 5 **17** 6 **18** 1
19 9 **20** ③ **21** 7 **22** $-\frac{10}{7}$ **23** -9

02 | 일차방정식의 활용

개념 확인 97쪽

01 12마리 **02** 25 **03** 84 **04** 10년 **05** 3
06 7 km

적중 & 심화 유형 연습 98쪽~105쪽

01 17 **02** 12세 **03** 6 **04** 39 **05** 40 cm
06 2 **07** 12 **08** $\frac{28}{5}$ km **09** 36분 **10** 5 km
11 2 km **12** 20분 **13** 20분 **14** 18분 **15** 58
16 ④ **17** 100 **18** 5일 **19** ③ **20** 3일
21 80개 **22** 240 **23** 24개 **24** 12마리 **25** 371명
26 45명 **27** ③ **28** 9750원 **29** 45 %
30 30000원 **31** 5 **32** 2 **33** (1) 12 cm (2) 61초
34 26단계 **35** 28단계 **36** 19, 20, 26, 27 **37** 31명
38 112명 **39** 86명 **40** ④ **41** 3시 $\frac{540}{11}$분
42 4시 $\frac{60}{11}$분 **43** 300 m **44** 100 m **45** 90 m

적중 & 심화 실전 TEST 106쪽~109쪽

01 22 **02** 42세 **03** 34 cm^2 **04** 시속 96 km
05 3번 **06** 분속 110 m **07** 80 **08** 144분
09 (1) 15 (2) 800 **10** 5일 **11** 60명 **12** 208명
13 35 % **14** 20 **15** 4 **16** 91 cm^2 **17** 8단계
18 81 **19** 513 **20** 10시간 $\frac{240}{11}$분 **21** 100 m

학교 시험 최상위 기출 도전 110쪽~112쪽

01 $11a+7b-1$ **02** $x=-6$ **03** 2 **04** -2
05 14 **06** 24 **07** 오후 7시 30분 **08** ⑤
09 50 km **10** $\frac{120}{11}$분 **11** 980명 **12** 260

5 좌표평면과 그래프

01 | 좌표평면과 그래프

개념 확인 115쪽

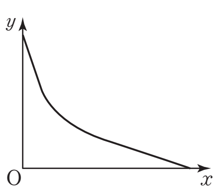
01 ② **02** ② **03** ④ **04** ⑤ **05** ⑤
06 ④

적중 & 심화 유형 연습 116쪽~122쪽

01 2 **02** 2 **03** E **04** 14 **05** $\frac{27}{2}$
06 23 **07** 15 **08** ② **09** ③ **10** ⑤
11 ④ **12** ㉠, ㉡ **13** 제4사분면 **14** 제4사분면 **15** ③
16 ④ **17** ③ **18** A – ㉠, B – ㉢, C – ㉡ **19** ②
20 ④ **21** ③ **22** 100 **23** ④ **24** -6
25 -2 **26** ②, ④ **27** 제4사분면 **28** ④ **29** 7
30 ⑤ **31** ③ **32** A – ㉢, B – ㉠, C – ㉡ **33** ⑤
34 ④ **35** 13바퀴

적중 & 심화 실전 TEST 123쪽~125쪽

01 $C\left(\frac{7}{2}, 11\right)$ **02** 12 **03** 6 **04** 0
05 ④ **06** 8 **07** ⑤ **08** $\frac{22}{3}$ **09** 2
10 ⑤ **11** ⑤
12



13 ㉠, ㉢, ㉣ **14** 8만 원 **15** ②, ⑤

02 | 정비례와 반비례

개념 확인 127쪽

01 1 **02** ③ **03** -1 **04** ⑤
05 ㉢, ㉣, ㉥ **06** 125분

적중 & 심화 유형 연습 128쪽~136쪽

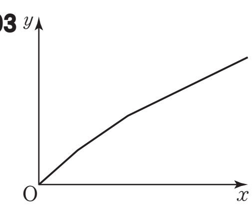
01 ①, ④ **02** 3 **03** ㉠, ㉣ **04** -2 **05** ⑤
06 ④ **07** ② **08** 제2사분면, 제4사분면 **09** ①
10 7 **11** $-\frac{5}{6}$ **12** $\frac{1}{2}$ **13** 4개 **14** -2
15 54 **16** ④ **17** ⑤ **18** ②, ⑤ **19** ①
20 12 **21** -10 **22** 2 **23** 2 **24** -5
25 64 **26** 40번 **27** ②, ⑤
28 (1) $y=600x$ (2) 3000 m
29 (1) $y=\frac{3}{2}x$ (2) 12 L (3) 5시간 **30** $\frac{7}{2}$ **31** $\frac{1}{4}$
32 D$(6, 6)$ **33** -2 **34** $\frac{5}{6}$ **35** $\frac{4}{5}$ **36** $y=2x$
37 10 **38** A$(2, 3)$ **39** 9 **40** 10 **41** 16
42 16 **43** 48 **44** 8 **45** $\frac{1}{2}$ **46** ①, ④
47 9분 **48** (1) $y=\frac{2}{3}x$ (2) 18번
49 (1) $y=\frac{15}{2}x$ (2) 6초

적중 & 심화 실전 TEST 137쪽~141쪽

01 ②, ④ **02** ②, ⑤ **03** 4 **04** $\frac{2}{5}$ **05** $\frac{3}{2}$
06 제2사분면, 제4사분면 **07** ③ **08** 26 **09** 8
10 4 **11** 1 **12** 450 **13** B$\left(\frac{18}{5}, \frac{24}{5}\right)$
14 $-\frac{5}{2}$ **15** 12 **16** $\frac{2}{3}$ **17** $\frac{5}{3}$ **18** $y=5x$
19 58 **20** 17 **21** 8 **22** 4 **23** 120분
24 ②, ④ **25** (1) 10 (2) $y=40x$ (3) 15대

학교 시험 최상위 기출 도전 142쪽~144쪽

01 ④ **02** 제2사분면
03



04 116 **05** $\frac{8}{5}$, $-\frac{8}{5}$ **06** $-2<b<-\frac{2}{9}$ **07** 29
08 70 **09** 8개 **10** 72 **11** 8
12 (1) $y=2x$
(2) 톱니바퀴 D는 시계 반대 방향으로 18번 회전한다.

1 소인수분해

01 | 소인수분해

개념 확인 7쪽

01 답 ②, ③

① 37은 소수이다.
③ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.
④ 소수는 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이므로 약수가 2개이다.
⑤ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

100점 TIP

1부터 100까지의 자연수 중 소수는?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

02 답 ⑤

① $4+4+4+4+4=4\times5$
② $6\times6\times6=6^3$
③ $3\times3\times3\times3=3^4$
④ $2\times2\times3\times3\times3=2^2\times3^3$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

03 답 ②

② $54=2\times3^3$
따라서 소인수분해한 것으로 옳지 않은 것은 ②이다.

04 답 ④

① $6=2\times3$이므로 6의 소인수는 2, 3이다.
② $18=2\times3^2$이므로 18의 소인수는 2, 3이다.
③ $24=2^3\times3$이므로 24의 소인수는 2, 3이다.
④ $32=2^5$이므로 32의 소인수는 2이다.
⑤ $108=2^2\times3^3$이므로 108의 소인수는 2, 3이다.
따라서 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

05 답 ③

① $10=2\times5$이므로 $2^4\times5^2$의 약수이다.
② $20=2^2\times5$이므로 $2^4\times5^2$의 약수이다.
③ $30=2\times3\times5$이므로 $2^4\times5^2$의 약수가 아니다.
④ $40=2^3\times5$이므로 $2^4\times5^2$의 약수이다.
⑤ $50=2\times5^2$이므로 $2^4\times5^2$의 약수이다.
따라서 $2^4\times5^2$의 약수가 아닌 것은 ③이다.

06 답 28

$27=3^3$이므로 27의 약수의 개수는
$3+1=4 \qquad \therefore a=4$
$2^3\times7^5$의 약수의 개수는
$(3+1)\times(5+1)=24 \qquad \therefore b=24$
$\therefore a+b=4+24=28$

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~13쪽

01 답 60

20에서 40까지의 자연수 중에서 가장 작은 소수는 23, 가장 큰 소수는 37이므로 두 수의 합은
$23+37=60$

02 답 104

각 자리의 숫자의 합이 7인 두 자리 자연수는 16, 25, 34, 43, 52, 61이고, 이 중에서 소수는 43, 61이다.
따라서 구하는 소수의 합은
$43+61=104$

03 답 53, 59

[전략] 모든 약수의 합이 1+(자기 자신)이면 이 자연수는 소수이다.
조건 (나)에서 n의 약수를 모두 더하면 $n+1$이므로 n의 약수는 1과 n뿐이다. 즉 n은 소수이다. …… ❶
따라서 조건 (가)에 의하여 n은 50 이상 60 이하의 자연수 중 소수이므로 구하는 n의 값은 53, 59이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 조건 (나)에서 n이 소수임을 알기	50 %
❷ 조건을 모두 만족하는 n의 값 구하기	50 %

04 답 ②, ⑤

① 2의 배수 중 소수는 2 하나뿐이다.
② 두 소수의 합은 소수이거나 합성수이다.
예를 들어 두 소수 2, 3의 합은 5이고 5는 소수이다.

한편 두 소수 3, 5의 합은 8이고 8은 합성수이다.
⑤ 1을 제외한 홀수 중 9, 15, 21, 25, 27, 33 등은 합성수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

05 답 ②

㉡ 소수 중 2는 짝수이다.
㉢ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8개이다.
㉣ 100 이하의 자연수 중 일의 자리의 숫자가 7인 자연수는 7, 17, 27, 37, ⋯, 97이다. 이 중에서 27, 57, 77, 87은 합성수이다.
㉤ 합성수의 약수의 개수는 짝수이거나 홀수이다.
예를 들어 합성수 6의 약수는 1, 2, 3, 6의 4개이다.
한편 합성수 9의 약수는 1, 3, 9의 3개이다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

06 답 ①, ④

① 소수 중 2는 짝수이다.
② 3의 배수 중 소수는 3 하나뿐이다.
④ 1보다 큰 자연수 중에서 소수의 약수의 개수는 짝수이고, 합성수의 약수의 개수는 짝수이거나 홀수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

07 답 ③

$$\begin{aligned}3\times4\times5\times6\times7\times10&=3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times(2\times5)\\&=2^4\times3^2\times5^2\times7\end{aligned}$$

08 답 ④

① $14=2\times7$이므로 14의 소인수는 2, 7이고
$60=2^2\times3\times5$이므로 60의 소인수는 2, 3, 5이다.
② $30=2\times3\times5$이므로 30의 소인수는 2, 3, 5이고
$98=2\times7^2$이므로 98의 소인수는 2, 7이다.
③ $40=2^3\times5$이므로 40의 소인수는 2, 5이고
$280=2^3\times5\times7$이므로 280의 소인수는 2, 5, 7이다.
④ $35=5\times7$이므로 35의 소인수는 5, 7이고
$175=5^2\times7$이므로 175의 소인수는 5, 7이다.
⑤ $63=3^2\times7$이므로 63의 소인수는 3, 7이고
$135=3^3\times5$이므로 135의 소인수는 3, 5이다.
따라서 소인수가 같은 것끼리 짝 지어진 것은 ④이다.

09 답 56

$21=3\times7$이므로 $\langle21\rangle=3+7=10$
$22=2\times11$이므로 $\langle22\rangle=2+11=13$
23은 소수이므로 $\langle23\rangle=23$
$24=2^3\times3$이므로 $\langle24\rangle=2+3=5$
$25=5^2$이므로 $\langle25\rangle=5$ …… ❶
$\therefore \langle21\rangle+\langle22\rangle+\langle23\rangle+\langle24\rangle+\langle25\rangle$
$=10+13+23+5+5=56$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\langle21\rangle, \langle22\rangle, \langle23\rangle, \langle24\rangle, \langle25\rangle$의 값 각각 구하기	70 %
❷ $\langle21\rangle+\langle22\rangle+\langle23\rangle+\langle24\rangle+\langle25\rangle$의 값 구하기	30 %

10 답 45

조건 (나)에서 $8=3+5$이므로 n은 3과 5를 소인수로 가진다.
즉 $n=3^a\times5^b$(a, b는 자연수)의 꼴로 나타낼 수 있으므로
$n=3\times5,\ 3^2\times5,\ 3\times5^2,\ 3^2\times5^2,\ \cdots$
조건 (가)에서 n은 20보다 크고 50보다 작은 자연수이므로
$n=3^2\times5=45$

11 답 11

$A\times140=A\times2^2\times5\times7$ …… ㉠
$A\times72=A\times2^3\times3^2$ …… ㉡
㉠에서 $A\times2^2\times5\times7=2^a\times b\times7$이므로
$b=5$, A는 2의 거듭제곱 꼴이다.
㉡에서 $A\times2^3\times3^2=2^b\times3^c$이므로
$A\times2^3\times3^2=2^5\times3^c$
$\therefore A=2^2=4,\ c=2$
㉠에서 $A\times140=4\times2^2\times5\times7=2^4\times5\times7$ $\quad\therefore a=4$
$\therefore a+b+c=4+5+2=11$

12 답 35

180을 소인수분해하면 $180=2^2\times3^2\times5$
180에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 곱하는 수는 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 $a=5$이므로 $180\times5=900=30^2$
$\therefore b=30$
$\therefore a+b=5+30=35$

100점 TIP
자연수의 제곱인 수를 만들 때 다음과 같은 순서로 한다.
① 주어진 수를 소인수분해한다.
② 지수가 홀수인 소인수를 찾는다.
③ ②에서 찾은 소인수의 지수가 짝수가 되도록 적당한 수를 곱하거나 적당한 수로 나눈다.

13 답 308, 693

$2^2\times7\times11$에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 곱해야 할 자연수는 $7\times11\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 곱해야 할 자연수는
$7\times11\times1^2,\ 7\times11\times2^2,\ 7\times11\times3^2,\ 7\times11\times4^2,\ \cdots$
즉 77, 308, 693, 1232, ⋯이므로 구하는 세 자리 자연수는 308, 693이다.

14 답 6, 24, 294, 1176

1176을 소인수분해하면 $1176=2^3\times3\times7^2$

$\dfrac{2^3\times3\times7^2}{a}=(\text{자연수})^2$이 되게 하려면 a의 값이 될 수 있는 수는 1176의 약수이면서 $2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 자연수는 2×3, $2^3\times3$, $2\times3\times7^2$, $2^3\times3\times7^2$, 즉 6, 24, 294, 1176이다.

15 답 ④

72를 소인수분해하면 $72=2^3\times3^2$

$\dfrac{2^3\times3^2}{x}=(\text{자연수})^2$이 되게 하려면 x의 값이 될 수 있는 수는 72의 약수이면서 $2\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

(i) $x=2$일 때, $\dfrac{72}{2}=36=6^2$이므로 $y=6$

$\therefore x+y=2+6=8$

(ii) $x=2^3=8$일 때, $\dfrac{72}{8}=9=3^2$이므로 $y=3$

$\therefore x+y=8+3=11$

(iii) $x=2\times3^2=18$일 때, $\dfrac{72}{18}=4=2^2$이므로 $y=2$

$\therefore x+y=18+2=20$

(iv) $x=2^3\times3^2=72$일 때, $\dfrac{72}{72}=1=1^2$이므로 $y=1$

$\therefore x+y=72+1=73$

(i)~(iv)에 의하여 $x+y$의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

16 답 5, 45

60을 소인수분해하면 $60=2^2\times3\times5$이므로

$a=3\times5=15$

$a\times60=15\times60=900=30^2$이므로

$b=30$

$\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{15+30}{c}=\dfrac{45}{c}$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 $45=3^2\times5$이므로 c는 45의 약수이면서 $5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 구하는 c의 값은 5, 5×3^2, 즉 5, 45이다.

17 답 90

[전략] c는 54와 180의 소인수를 모두 갖는 수이다.

$54=2\times3^3$, $180=2^2\times3^2\times5$이므로 $54\times a=180\times b=c^2$에서

$2\times3^3\times a=2^2\times3^2\times5\times b=c^2$

이때 c^2은 2, 3, 5를 소인수로 갖고, 각 소인수의 지수가 가능한 한 작은 짝수이어야 하므로

$c^2=2^2\times3^4\times5^2=8100=90^2$

$\therefore c=90$

18 답 ②

① $2^4\times3^3$의 약수의 개수는 $(4+1)\times(3+1)=20$

② $7^3\times11$의 약수의 개수는 $(3+1)\times(1+1)=8$

③ $3\times4\times5=2^2\times3\times5$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$

④ $84=2^2\times3\times7$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$

⑤ $100=2^2\times5^2$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(2+1)=9$

따라서 약수의 개수가 가장 적은 것은 ②이다.

19 답 5

$1200=2^4\times3\times5^2$이므로 약수의 개수는

$(4+1)\times(1+1)\times(2+1)=30$

$7^a\times16=7^a\times2^4$이므로 약수의 개수는

$(a+1)\times(4+1)=5\times(a+1)$

즉 $5\times(a+1)=30=5\times6$에서

$a+1=6\qquad\therefore a=5$

20 답 4

63을 소인수분해하면 $63=3^2\times7$

63이 $2^a\times3^b\times7^c$의 약수이므로 가장 작은 자연수 a, b, c의 값은

$a=1$, $b=2$, $c=1$

따라서 $a+b+c$의 값 중 가장 작은 값은 $1+2+1=4$

21 답 (1) $400=2^4\times5^2$ (2) 1, 4, 16, 25, 100, 400

(1) 400을 소인수분해하면 $400=2^4\times5^2$ …… ❶

(2) 400의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 하므로 1, 2^2, 2^4, 5^2, $2^2\times5^2$, $2^4\times5^2$, 즉 1, 4, 16, 25, 100, 400이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 400을 소인수분해하기	40 %
❷ 400의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수 구하기	60 %

22 답 8

(홀수)×(홀수)=(홀수)이므로 A의 약수 중 홀수는

(5^3의 약수)×(7의 약수)의 꼴이다.

따라서 A의 약수 중 홀수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)=8$

참고

A의 약수 중 홀수를 구하면 다음과 같다.

	1	5	5^2	5^3
1	$1\times1=1$	$1\times5=5$	$1\times5^2=25$	$1\times5^3=125$
7	$7\times1=7$	$7\times5=35$	$7\times5^2=175$	$7\times5^3=875$

23 답 2, 6, 32

130을 소인수분해하면 $130=2\times5\times13$

$\dfrac{130}{2\times n+1}$이 자연수가 되려면 $2\times n+1$은 130의 약수이면서 홀수이어야 한다.
즉 $2\times n+1=1, 5, 13, 65$
$2\times n=0, 4, 12, 64$
$\therefore n=0, 2, 6, 32$
따라서 구하는 자연수 n의 값은 2, 6, 32이다.

24 답 9

$7, 7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401, 7^5=16807, \cdots$이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 순서로 반복된다.
$234=4\times 58+2$이므로 7^{234}의 일의 자리의 숫자는 7^2의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다.

25 답 1

23^{200}의 일의 자리의 숫자는 3^{200}의 일의 자리의 숫자와 같다. …… ❶
$3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 3^5=243, \cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다. …… ❷
$200=4\times 50$이므로 23^{200}의 일의 자리의 숫자는 3^4의 일의 자리의 숫자와 같은 1이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 23^{200}의 일의 자리의 숫자가 3^{200}의 일의 자리의 숫자와 같음을 알기	20 %
❷ 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙성 찾기	40 %
❸ 23^{200}의 일의 자리의 숫자 구하기	40 %

26 답 9

$3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 3^5=243, \cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.
$35=4\times 8+3$에서 3^{35}의 일의 자리의 숫자는 3^3의 일의 자리의 숫자와 같으므로 7이다.
또 $7, 7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401, 7^5=16807$이므로 7^5의 일의 자리의 숫자는 7이다.
따라서 $3^{35}\times 7^5$의 일의 자리의 숫자는 7×7의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $7\times 7=49$에서 9이다.

27 답 ④

$1\times 2\times 3\times \cdots \times 13\times 14\times 15$
$=1\times 2\times 3\times 2^2\times 5\times (2\times 3)\times 7\times 2^3\times 3^2\times (2\times 5)$
$\quad \times 11\times (2^2\times 3)\times 13\times (2\times 7)\times (3\times 5)$
$=2^{11}\times 3^6\times 5^3\times 7^2\times 11\times 13$
따라서 주어진 수의 약수가 아닌 것은 ④이다.

참고
④ $2^{12}\times 5^3\times 11\times 13$에서 2^{12}은 2^{11}의 약수가 아니므로 $2^{12}\times 5^3\times 11\times 13$은 주어진 수의 약수가 아니다.

28 답 2520

네 자리 자연수 A는 1, 2, 3, $4(=2^2)$, 5, $6(=2\times 3)$, 7, $8(=2^3)$, $9(=3^2)$, $10(=2\times 5)$을 모두 약수로 가지므로
$A=2^3\times 3^2\times 5\times 7\times$(자연수)의 꼴이다.
따라서 가능한 A의 값 중 가장 작은 수는
$2^3\times 3^2\times 5\times 7=2520$

29 답 504

조건 ㈎에서 $N=2^a\times 3^b\times 7^c$($a$, b, c는 자연수)의 꼴로 나타낼 수 있다.
조건 ㈏에서 N은 72의 배수이고 $72=2^3\times 3^2$이므로 a는 3 이상, b는 2 이상의 자연수이다.
조건 ㈐에서 N의 약수의 개수가 24이므로
$(a+1)\times (b+1)\times (c+1)=24$
이때 $a+1$은 4 이상, $b+1$은 3 이상의 자연수이므로
$a+1=4, b+1=3, c+1=2$
따라서 $a=3, b=2, c=1$이므로
$N=2^3\times 3^2\times 7=504$

30 답 ②

① $63\times 2=2\times 3^2\times 7$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times (2+1)\times (1+1)=12$
② $63\times 4=2^2\times 3^2\times 7$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times (2+1)\times (1+1)=18$
③ $63\times 5=3^2\times 5\times 7$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times (1+1)\times (1+1)=12$
④ $63\times 21=(3^2\times 7)\times (3\times 7)=3^3\times 7^2$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times (2+1)=12$
⑤ $63\times 49=(3^2\times 7)\times 7^2=3^2\times 7^3$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times (3+1)=12$
따라서 n의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

31 답 49

[전략] □가 5의 거듭제곱을 포함하는 경우와 포함하지 않는 경우로 나누어 생각한다.
(i) □가 5의 거듭제곱을 포함할 때
□$=5^a\times b$(a, b는 자연수, b는 5와 서로소)라 하면
$5^4\times$□$=5^{4+a}\times b$
이므로 $(5+a)\times$(b의 약수의 개수)$=15$
이때 $5+a$는 6 이상의 자연수이므로
$5+a=15$, (b의 약수의 개수)$=1$
$\therefore a=10, b=1$
따라서 □$=5^{10}$이므로 두 자리 자연수가 아니다.
(ii) □가 5의 거듭제곱을 포함하지 않을 때
$(4+1)\times$(□의 약수의 개수)$=15$이므로
(□의 약수의 개수)$=3$

약수의 개수가 3인 수는 소수의 제곱인 수이므로

$\square=2^2, 3^2, 7^2, 11^2, \cdots$, 즉 $\square=4, 9, 49, 121, \cdots$

이때 $\square$는 두 자리 자연수이므로 $\square=49$

(i), (ii)에서 $\square$ 안에 알맞은 두 자리 자연수는 49이다.

다른 풀이

$5^4\times\square$의 약수의 개수가 15이고

$15=14+1$ 또는 $15=5\times3$이므로

(i) 약수의 개수가 $15=14+1$일 때

$5^4\times\square=5^{14}$에서 $\square=5^{10}$

(ii) 약수의 개수가 $15=5\times3=(4+1)\times(2+1)$일 때

$5^4\times\square=5^4\times(5$가 아닌 소수$)^2$에서

$\square=2^2, 3^2, 7^2, 11^2, \cdots$, 즉 $\square=4, 9, 49, 121, \cdots$

(i), (ii)에서 $\square$ 안에 알맞은 두 자리 자연수는 49이다.

32 답 102

(i) $\square$가 2의 거듭제곱을 포함할 때

$\square=2^a\times b$(a, b는 자연수, b는 2와 서로소)라 하면

$2\times\square=2^{1+a}\times b$

이므로 $(2+a)\times(b$의 약수의 개수$)=6$

이때 $2+a$는 3 이상의 자연수이므로

$2+a=3$ 또는 $2+a=6$

① $2+a=3$일 때, $a=1$이고 b의 약수의 개수는 2이므로 b는 소수이다.

$\therefore b=3, 5, 7, 11, 13, \cdots$

$\therefore \square=2\times3, 2\times5, 2\times7, 2\times11, 2\times13, \cdots$

즉 $\square=6, 10, 14, 22, 26, \cdots$

② $2+a=6$일 때, $a=4$이고 b의 약수의 개수는 1이므로 $b=1$

$\therefore \square=2^4=16$

(ii) $\square$가 2의 거듭제곱을 포함하지 않을 때

$(1+1)\times(\square$의 약수의 개수$)=6$이므로

$(\square$의 약수의 개수$)=3$

약수의 개수가 3인 수는 소수의 제곱인 수이므로

$\square=3^2, 5^2, 7^2, 11^2, \cdots$

즉 $\square=9, 25, 49, 121, \cdots$

(i), (ii)에서 $2\times\square$가 50 이하의 자연수가 되는 경우는

$\square=6, 9, 10, 14, 16, 22, 25$

따라서 구하는 합은

$6+9+10+14+16+22+25=102$

다른 풀이

$2\times\square$의 약수의 개수가 6이고

$6=5+1$ 또는 $6=2\times3$ 또는 $6=3\times2$이므로

(i) 약수의 개수가 $6=5+1$일 때

$2\times\square=2^5$에서 $\square=2^4=16$

(ii) 약수의 개수가 $6=2\times3=(1+1)\times(2+1)$일 때

$2\times\square=2\times(2$가 아닌 소수$)^2$에서

$\square=3^2, 5^2, 7^2, 11^2, \cdots$

즉 $\square=9, 25, 49, 121, \cdots$

(iii) 약수의 개수가 $6=3\times2=(2+1)\times(1+1)$일 때

$2\times\square=2^2\times(2$가 아닌 소수$)$에서

$\square=2\times3, 2\times5, 2\times7, 2\times11, 2\times13, \cdots$

즉 $\square=6, 10, 14, 22, 26, \cdots$

(i)~(iii)에서 $2\times\square$가 50 이하의 자연수가 되는 경우는

$\square=6, 9, 10, 14, 16, 22, 25$

따라서 구하는 합은

$6+9+10+14+16+22+25=102$

33 답 15

$4=3+1$ 또는 $4=2\times2$이므로 약수의 개수가 4인 자연수는 a^3 또는 $a\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이다.

1부터 50까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 4인 경우는

(i) a^3(a는 소수)의 꼴일 때

2^3, 3^3의 2개

(ii) $a\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴일 때

$2\times3, 2\times5, 2\times7, 2\times11, 2\times13, 2\times17, 2\times19, 2\times23,$

$3\times5, 3\times7, 3\times11, 3\times13, 5\times7$의 13개

(i), (ii)에서 구하는 수의 개수는 $2+13=15$

100점 TIP

(1) 약수의 개수가 2인 자연수 : 소수

(2) 약수의 개수가 3인 자연수 : (소수)^{2}의 꼴

(3) 약수의 개수가 4인 자연수 :

a^3 또는 $a\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴

34 답 8

약수의 개수가 홀수이려면 수를 소인수분해하였을 때 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

200 이하의 자연수 중에서 (자연수)^{2}의 꼴인 자연수는 $1^2, 2^2, 3^2, \cdots, 14^2$의 14개이다.

약수의 개수가 3인 수는 (소수)^{2}의 꼴이어야 하므로 200 이하의 자연수 중에서 (소수)^{2}의 꼴인 자연수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$의 6개이다.

따라서 $x=14$, $y=6$이므로 $x-y=14-6=8$

35 답 12

$162=2\times3^4$이므로 $f(162)=(1+1)\times(4+1)=10$

$f(162)\times f(x)=60$에서

$10\times f(x)=60 \qquad \therefore f(x)=6$

따라서 x는 약수의 개수가 6인 수이다.

이때 $6=5+1$ 또는 $6=3\times2$이므로 자연수 x는 a^5 또는 $a^2\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이다.

(i) $x=a^5$(a는 소수)의 꼴일 때

$x=2^5, 3^5, 5^5, \cdots$

(ii) $x=a^2\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴일 때

$x=2^2\times3, 3^2\times2, 2^2\times5, 2^2\times7, \cdots$

(i), (ii)에서 자연수 x의 값 중 가장 작은 수는 12이다.

적중 & 심화 실전 TEST

14쪽~17쪽

01 답 71, 73, 79

조건 (나)에서 n의 모든 약수의 합이 $n+1$이므로 n의 약수는 1과 n뿐이다. 즉 n은 소수이다.
따라서 조건 (가)에 의하여 n은 70보다 크고 80보다 작은 자연수 중 소수이므로 구하는 n의 값은 71, 73, 79이다.

02 답 6

[전략] 30 이하의 자연수를 9로 나누었을 때의 몫은 1, 2, 3 중의 하나이다.
30 이하의 자연수 중에서 9로 나누었을 때 몫과 나머지가 모두 소수인 수를 찾으면 다음과 같다.
9보다 작은 소수이다.
(i) 몫이 2, 나머지가 2인 수 : $9\times2+2=20$
(ii) 몫이 2, 나머지가 3인 수 : $9\times2+3=21$
(iii) 몫이 2, 나머지가 5인 수 : $9\times2+5=23$
(iv) 몫이 2, 나머지가 7인 수 : $9\times2+7=25$
(v) 몫이 3, 나머지가 2인 수 : $9\times3+2=29$
(vi) 몫이 3, 나머지가 3인 수 : $9\times3+3=30$
(i)~(vi)에 의하여 구하는 자연수의 개수는 6이다.

03 답 122

50 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47이다.
$a-b=4$인 두 소수 a, b를 (a, b)로 나타내면
$(7, 3)$, $(11, 7)$, $(17, 13)$, $(23, 19)$, $(41, 37)$, $(47, 43)$
따라서 조건을 만족하는 b의 값의 합은
$3+7+13+19+37+43=122$

04 답 ②

㉠ 5의 배수 중 소수는 5 하나뿐이다.
㉡ 합성수가 아닌 자연수에는 1과 소수가 있다.
㉢ 27은 약수가 1, 3, 9, 27의 4개이므로 소수가 아니다.
㉣ 두 소수의 곱을 a라 하면 a는 1과 a 이외에 두 소수를 약수로 가지므로 합성수이다.
㉤ 소수와 합성수의 합은 소수이거나 합성수이다.
예를 들어 소수 2와 합성수 9의 합은 11이고 11은 소수이다.
한편 소수 2와 합성수 4의 합은 6이고 6은 합성수이다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

05 답 15

[전략] 1부터 10까지의 자연수를 모두 소인수분해하여 곱한다.
$1\times2\times3\times\cdots\times9\times10$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$
$=2^8\times3^4\times5^2\times7$
따라서 $a=8$, $b=4$, $c=2$, $d=1$이므로
$a+b+c+d=8+4+2+1=15$

06 답 44

270을 소인수분해하면 $270=2\times3^3\times5$
196을 소인수분해하면 $196=2^2\times7^2$
$\therefore$ 《270》+《196》$=2\times3\times5+2\times7$
$=30+14=44$

07 답 8

$3^3=27$이므로 $[n]=3$이 되는 수는 $27\times$(3의 배수가 아닌 수)의 꼴이다.
이때 300 이하의 자연수 중에서 27의 배수는
$27\times1=27$, $27\times2=54$, $\cdots$, $27\times11=297$의 11개이고 1부터 11까지의 수 중에서 3의 배수는 3, 6, 9의 3개이다.
따라서 구하는 자연수 n의 개수는 $11-3=8$

08 답 3쌍

(i) $1+2+3+4+5=15=3\times5$
(ii) $2+3+4+5+6=20=2^2\times5$
(iii) $3+4+5+6+7=25=5^2$
(iv) $4+5+6+7+8=30=2\times3\times5$
(v) $5+6+7+8+9=35=5\times7$
(vi) $6+7+8+9+10=40=2^3\times5$
(vii) $7+8+9+10+11=45=3^2\times5$
(viii) $8+9+10+11+12=50=2\times5^2$
(ix) $9+10+11+12+13=55=5\times11$
(i)~(ix)에서 5개의 수의 합이 두 소수의 곱으로 소인수분해되는 것은 $(1, 2, 3, 4, 5)$, $(5, 6, 7, 8, 9)$, $(9, 10, 11, 12, 13)$의 3쌍이다.

09 답 45

240을 소인수분해하면 $240=2^4\times3\times5$
240에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 곱할 수 있는 자연수는 $3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 a의 값은 $3\times5=15$
또 240을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 나눌 수 있는 자연수는 240의 약수이면서 $3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
즉 3×5, $3\times5\times2^2$, $3\times5\times2^4$에서 두 번째로 작은 자연수 b의 값은 $3\times5\times2^2=60$
$\therefore\ b-a=60-15=45$

10 답 6

$96=2^5\times3$이므로 $96\times a\times b$가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 $a\times b$는 $2\times3\times$(자연수)^2, 즉 $6\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$a\times b$는 6, 6×2^2, 즉 6, 24이므로 가능한 a, b를 (a, b)로 나타내면 $(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$, $(4, 6)$, $(6, 4)$의 6개이다.

참고

주사위의 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6이므로 $a\times b$의 값은 1 이상 36 이하이다.

11 답 60

135를 소인수분해하면 $135=3^3\times5$

135에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 곱할 수 있는 자연수는 $3\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

한편 4의 배수도 되어야 하므로 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3\times5\times2^2=60$

12 답 147

[전략] c는 20과 175의 소인수를 모두 갖는 수이다.

$20=2^2\times5$, $175=5^2\times7$이므로

$2^2\times5\times a=5^2\times7\times b=c^2$

이때 c^2은 2, 5, 7을 소인수로 갖고, 각 소인수의 지수가 가능한 한 작은 짝수이어야 하므로

$c^2=2^2\times5^2\times7^2=4900=70^2$

$\therefore c=70$ …… ❶

$2^2\times5\times a=2^2\times5^2\times7^2$에서 $a=5\times7^2=245$ …… ❷

$5^2\times7\times b=2^2\times5^2\times7^2$에서 $b=2^2\times7=28$ …… ❸

$\therefore a-b-c=245-28-70=147$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ c의 값 구하기	40 %
❷ a의 값 구하기	20 %
❸ b의 값 구하기	20 %
❹ $a-b-c$의 값 구하기	20 %

13 답 4

540을 소인수분해하면 $540=2^2\times3^3\times5$

540의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 하므로 1, 2^2, 3^2, $2^2\times3^2$의 4개이다.

14 답 4

$288=2^5\times3^2$이므로 288의 약수의 개수는

$(5+1)\times(2+1)=18$

$2\times3^a\times7^b$의 약수의 개수가 18이므로

$(1+1)\times(a+1)\times(b+1)=18$

$(a+1)\times(b+1)=9$이고 a, b는 자연수이므로

$a+1=3$, $b+1=3$ $\quad\therefore a=2$, $b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

15 답 5

24를 소인수분해하면 $24=2^3\times3$

24가 $2^a\times3^b\times5^c$의 약수이므로 가장 작은 자연수 a, b, c의 값은

$a=3$, $b=1$, $c=1$

따라서 $a+b+c$의 값 중 가장 작은 값은

$3+1+1=5$

16 답 8

[전략] 5의 배수는 $5\times\square$의 꼴이다.

5의 배수는 $5\times\square$의 꼴이어야 하고 $200=2^3\times5^2=(2^3\times5)\times5$이므로 200의 약수 중에서 5의 배수의 개수는 $2^3\times5$의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 5의 배수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)=8$

17 답 4

[전략] $\dfrac{255}{6\times n-1}$가 자연수가 되려면 $6\times n-1$이 255의 약수이어야 한다.

$\dfrac{255}{6\times n-1}$가 자연수가 되려면 $6\times n-1$이 255의 약수이어야 한다.

이때 $255=3\times5\times17$이므로 255의 약수는 1, 3, 5, 15, 17, 51, 85, 255이다. …… ❶

(i) $6\times n-1=1$일 때, $6\times n=2$ $\quad\therefore n=\dfrac{1}{3}$

(ii) $6\times n-1=3$일 때, $6\times n=4$ $\quad\therefore n=\dfrac{2}{3}$

(iii) $6\times n-1=5$일 때, $6\times n=6$ $\quad\therefore n=1$

(iv) $6\times n-1=15$일 때, $6\times n=16$ $\quad\therefore n=\dfrac{8}{3}$

(v) $6\times n-1=17$일 때, $6\times n=18$ $\quad\therefore n=3$

(vi) $6\times n-1=51$일 때, $6\times n=52$ $\quad\therefore n=\dfrac{26}{3}$

(vii) $6\times n-1=85$일 때, $6\times n=86$ $\quad\therefore n=\dfrac{43}{3}$

(viii) $6\times n-1=255$일 때, $6\times n=256$ $\quad\therefore n=\dfrac{128}{3}$ …… ❷

(i)~(viii)에서 구하는 자연수 n의 값은 1, 3이고

그 합은 $1+3=4$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $6\times n-1$이 255의 약수임을 알고 255의 약수 구하기	30 %
❷ n의 값 구하기	50 %
❸ 자연수 n의 값을 구하고 그 합 구하기	20 %

18 답 0

7, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 순서로 반복된다.

$1001=4\times250+1$이므로 7^{1001}의 일의 자리의 숫자는 7의 일의 자리의 숫자와 같은 7이다.

3, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.

$999=4\times249+3$이므로 3^{999}의 일의 자리의 숫자는 3^3의 일의 자리의 숫자와 같은 7이다.

따라서 $7^{1001}-3^{999}$의 일의 자리의 숫자는

$7-7=0$

19 답 3

13^{2025}을 10으로 나누었을 때의 나머지는 13^{2025}의 일의 자리의 숫자와 같다.

13, $13^2=169$, $13^3=2197$, $13^4=28561$, $13^5=371293$, $\cdots$이므로 13의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.

이때 $2025=4\times506+1$이므로 13^{2025}의 일의 자리의 숫자는 13의 일의 자리의 숫자와 같은 3이다.

따라서 13^{2025}을 10으로 나누었을 때의 나머지는 3이다.

참고

13^{2025}의 일의 자리의 숫자는 3^{2025}의 일의 자리의 숫자와 같으므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙성을 찾아도 된다.

20 답 30

[전략] 주어진 약수가 6개이고 약수에 소수 3, 13이 있으므로 n의 소인수는 3, 13뿐이다.

약수의 개수가 6이고 n은 소수 3, 13을 약수로 가지므로

$3^a\times13^b$(a, b는 자연수)의 꼴로 나타낼 수 있다.

이때 $(a+1)\times(b+1)=6$이고, $6=2\times3$ 또는 $6=3\times2$이므로

$a=1$, $b=2$ 또는 $a=2$, $b=1$

그런데 $n=3\times13^2$일 때는 $3<x<13$인 x가 존재하지 않는다.

따라서 $n=3^2\times13$이므로 $x=9$, $y=39$

$\therefore y-x=39-9=30$

21 답 675

[전략] A의 소인수는 3과 5뿐이므로 $A=3^a\times5^b$(a, b는 자연수)의 꼴로 나타낼 때, A는 45로 나누어떨어지고 $45=3^2\times5$이므로 이를 이용하여 a, b의 값의 범위를 먼저 생각한다.

조건 (가)에서 $A=3^a\times5^b$(a, b는 자연수)의 꼴로 나타낼 수 있다.

조건 (나)에서 A는 45의 배수이고 $45=3^2\times5$이므로 a는 2 이상, b는 1 이상의 자연수이다.

조건 (다)에서 A의 약수의 개수는 12이므로

$(a+1)\times(b+1)=12$

이때 $a+1$은 3 이상, $b+1$은 2 이상의 자연수이므로

$a+1=3$, $b+1=4$ 또는 $a+1=4$, $b+1=3$ 또는

$a+1=6$, $b+1=2$

즉 $a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=2$ 또는 $a=5$, $b=1$

(i) $a=2$, $b=3$일 때, $A=3^2\times5^3=1125$

(ii) $a=3$, $b=2$일 때, $A=3^3\times5^2=675$

(iii) $a=5$, $b=1$일 때, $A=3^5\times5=1215$

(i)~(iii)에서 세 조건을 모두 만족하는 자연수 A의 값 중에서 가장 작은 수는 675이다.

22 답 24

[전략] $20=2\times10=4\times5=2\times5\times2$임을 이용하여 소인수의 지수를 생각한 후 □ 안에 들어갈 수를 찾는다.

$2\times3^2\times$□의 약수의 개수가 20이고, $20=2\times10$ 또는 $20=4\times5$ 또는 $20=5\times4$ 또는 $20=2\times5\times2$이므로

(i) 약수의 개수가 $20=2\times10=(1+1)\times(9+1)$일 때

$2\times3^2\times$□$=2\times3^9$에서 □$=3^7=2187$

(ii) 약수의 개수가 $20=4\times5=(3+1)\times(4+1)$일 때

$2\times3^2\times$□$=2^3\times3^4$에서 □$=2^2\times3^2=36$

(iii) 약수의 개수가 $20=5\times4=(4+1)\times(3+1)$일 때

$2\times3^2\times$□$=2^4\times3^3$에서 □$=2^3\times3=24$

(iv) 약수의 개수가 $20=2\times5\times2=(1+1)\times(4+1)\times(1+1)$일 때

$2\times3^2\times$□$=2\times3^4\times a$(a는 2, 3이 아닌 소수)에서

□$=3^2\times5$, $3^2\times7$, $3^2\times11$, $\cdots$

즉 □$=45$, 63, 99, $\cdots$

(i)~(iv)에서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 수는 24이다.

23 답 104

[전략] 약수가 7개인 수는 a^6(a는 소수)의 꼴이고, 약수가 5개인 수는 b^4(b는 소수)의 꼴이다.

약수가 7개인 수는 a^6(a는 소수)의 꼴이어야 하므로

2^6, 3^6, 5^6, $\cdots$, 즉 64, 729, 15625, $\cdots$

약수가 5개인 수는 b^4(b는 소수)의 꼴이어야 하므로

2^4, 3^4, 5^4, 7^4, $\cdots$, 즉 16, 81, 625, 2401, $\cdots$

따라서 세 자리 자연수 중에서 약수가 7개인 수는 729이고 약수가 5개인 수는 625이므로 두 수의 차는

$729-625=104$

24 답 6

[전략] 90을 소인수분해하여 $f(90)$의 값을 구한 후 주어진 식에 대입하여 $f(x)$의 값을 먼저 구한다.

$90=2\times3^2\times5$이므로

$f(90)=(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$

$f(90)\times f(x)=48$에서

$12\times f(x)=48$ $\quad\therefore f(x)=4$

따라서 x는 약수의 개수가 4인 수이다.

이때 $4=3+1$ 또는 $4=2\times2$이므로 자연수 x는 a^3 또는 $a\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이다.

(i) $x=a^3$(a는 소수)의 꼴일 때

$x=2^3$, 3^3, 5^3, 7^3, $\cdots$

즉 $x=8$, 27, 125, 343, $\cdots$

(ii) $x=a\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴일 때

$x=2\times3$, 2×5, 2×7, 3×5, $\cdots$

즉 $x=6$, 10, 14, 15, $\cdots$

(i), (ii)에서 자연수 x의 값 중 가장 작은 수는 6이다.

02 | 최대공약수와 최소공배수

개념 확인 19쪽

01 답 994

$$\begin{array}{rl} 28 = 2^2 & \times 7 \\ 2 & \times 5 \times 7^2 \\ \hline (\text{최대공약수}) = 2 & \times 7 = 14 \\ (\text{최소공배수}) = 2^2 & \times 5 \times 7^2 = 980 \end{array}$$

따라서 $A=14$, $B=980$이므로
$A+B=14+980=994$

02 답 ㉢, ㉤

$18=2\times3^2$이고 a, b의 공약수는 두 수의 최대공약수인 18의 약수이다.
㉢ 3^3은 3^2의 약수가 아니므로 3^3은 2×3^2의 약수가 아니다.
㉤ $2^2\times3$에서 2^2은 2의 약수가 아니므로 $2^2\times3$은 2×3^2의 약수가 아니다.
따라서 a, b의 약수가 아닌 것은 ㉢, ㉤이다.

03 답 ④

① 21과 6의 최대공약수는 3이다.
② 21과 14의 최대공약수는 7이다.
③ 21과 18의 최대공약수는 3이다.
④ 21과 26의 최대공약수는 1이다.
⑤ 21과 35의 최대공약수는 7이다.
따라서 21과 서로소인 수는 ④이다.

04 답 ③

어떤 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 3×5^3의 배수이다.
③ $3\times5^2\times7$에서 5^2은 5^3의 배수가 아니므로 $3\times5^2\times7$은 3×5^3의 배수가 아니다.
따라서 세 수의 공배수가 아닌 것은 ③이다.

05 답 12명

$$\begin{array}{rl} 36 = 2^2 \times 3^2 & \\ 120 = 2^3 \times 3 & \times 5 \\ \hline (\text{최대공약수}) = 2^2 \times 3 & \end{array}$$

최대한 많은 학생들에게 남김없이 똑같이 나누어 주려면 학생 수는 36과 120의 최대공약수이어야 하므로 $2^2\times3=12$(명)
따라서 12명의 학생들에게 나누어 줄 수 있다.

06 답 ②, ④

정사각형의 한 변의 길이는 3, 5의 공배수이어야 한다.
이때 3과 5의 최소공배수는 15이고, 두 수의 공배수는 최소공배수인 15의 배수이므로 정사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은 15 cm, 30 cm, 45 cm, $\cdots$이다.

적중 & 심화 유형 연습 20쪽~27쪽

01 답 ①

$$\begin{array}{rl} 2^3 \times 3 & \\ 2^2 \times 3 \times 5 & \\ 2^2 \times 3 & \times 7 \\ \hline (\text{최대공약수}) = 2^2 \times 3 & \end{array}$$

세 수 $2^3\times3$, $2^2\times3\times5$, $2^2\times3\times7$의 최대공약수는 $2^2\times3$이고, 세 수의 공약수는 세 수의 최대공약수인 $2^2\times3$의 약수이다.
① $2^2\times3^3$에서 3^3은 3의 약수가 아니므로 $2^2\times3^3$은 $2^2\times3$의 약수가 아니다.
따라서 세 수의 공약수가 아닌 것은 ①이다.

02 답 8

$$\begin{array}{rl} 280 = 2^3 \times 5 \times 7 & \\ 2^3 \times 5 & \times 11 \\ \hline (\text{최대공약수}) = 2^3 \times 5 & \end{array}$$

두 수 280, $2^3\times5\times11$의 공약수의 개수는 두 수의 최대공약수인 $2^3\times5$의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)=8$

03 답 1, 4, 9, 36

$$\begin{array}{rl} 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5 & \\ 756 = 2^2 \times 3^3 & \times 7 \\ \hline (\text{최대공약수}) = 2^2 \times 3^3 & \end{array}$$

두 수 540, 756의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^2\times3^3$의 약수이다.
이때 이 두 수의 공약수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는
1, 2^2, 3^2, $2^2\times3^2$, 즉 1, 4, 9, 36이다.

04 답 ③

주어진 두 수의 최대공약수를 구하면
㉠ 3 ㉡ 19 ㉢ 13 ㉣ 1 ㉤ 1
따라서 두 수가 서로소인 것은 ㉣, ㉤이다.

05 답 ④

① 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라 한다.
② 서로소인 두 자연수의 최대공약수는 1이고, 공약수도 1이다.
③ 두 홀수 3, 9는 최대공약수가 3이므로 서로소가 아니다.
④ 2와 2를 제외한 짝수의 최대공약수는 2이므로 서로소가 아니다. 즉 2와 서로소인 짝수는 없다.
⑤ 두 자연수 4, 9는 최대공약수가 1이므로 서로소이지만 4, 9는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

06 답 54

$81=3^4$이므로 81과 서로소인 수는 3의 배수가 아니다.
이때 81보다 작은 자연수 중 3의 배수는 3, 6, 9, ⋯, 78의 26개이다.
따라서 81보다 작은 자연수 중에서 81과 서로소인 수의 개수는
$80-26=54$

07 답 ③

$$\begin{array}{l} 2^3 \quad\;\; \times 5^3 \\ 2^2\times 3\times 5^4 \\ 2^4 \quad\;\; \times 5^2\times 7 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^4\times 3\times 5^4\times 7 \end{array}$$

세 수 $2^3\times 5^3$, $2^2\times 3\times 5^4$, $2^4\times 5^2\times 7$의 최소공배수는 $2^4\times 3\times 5^4\times 7$이고, 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^4\times 3\times 5^4\times 7$의 배수이다.
③ $2^5\times 3\times 5^2\times 7$에서 5^2은 5^4의 배수가 아니므로 $2^5\times 3\times 5^2\times 7$은 $2^4\times 3\times 5^4\times 7$의 배수가 아니다.
따라서 세 수의 공배수가 아닌 것은 ③이다.

08 답 5

어느 두 자연수의 공배수는 두 수의 최소공배수인 36의 배수이다.
따라서 이 두 수의 공배수 중에서 200 이하의 수는 36, 72, 108, 144, 180의 5개이다.

09 답 40

$$\begin{array}{r} 42=2\;\times 3\quad\;\times 7 \\ 120=2^3\times 3\times 5\quad\;\; \\ \hline (\text{최소공배수})=2^3\times 3\times 5\times 7 \end{array}$$

두 수 42, 120의 최소공배수는 $2^3\times 3\times 5\times 7=840$이고, 두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수인 840의 배수이다.
이때 어떤 자연수를 A라 하면 $A\times 21$은 840의 배수이다.
즉 $A\times 21=840,\ 1680,\ \cdots$
$\therefore A=40,\ 80,\ \cdots$
따라서 구하는 가장 작은 수는 40이다.

10 답 7

$$\begin{array}{l} 3^a\times 7^2 \\ 3^5\times 7^b\times 11^c \\ \hline (\text{최대공약수})=3^2\times 7^2 \\ (\text{최소공배수})=3^5\times 7^3\times 11^2 \end{array}$$

최대공약수의 소인수 3의 지수가 2이므로 3^a, 3^5의 지수 중 작은 것이 2이다.
$\therefore a=2$
최소공배수의 소인수 7의 지수가 3이므로 7^2, 7^b의 지수 중 큰 것이 3이다.
$\therefore b=3$
최소공배수의 소인수 11의 지수가 2이므로 $c=2$
$\therefore a+b+c=2+3+2=7$

11 답 5

$18=2\times 3^2$, $3780=2^2\times 3^3\times 5\times 7$이므로

$$\begin{array}{l} 2^2\times 3^m \quad\;\; \times 7 \\ 2\;\times 3^n\times 5 \\ \hline (\text{최대공약수})=2\;\times 3^2 \\ (\text{최소공배수})=2^2\times 3^3\times 5\times 7 \end{array}$$

최대공약수의 소인수 3의 지수가 2이고 최소공배수의 소인수 3의 지수가 3이므로 3^m, 3^n의 지수 중 작은 것이 2이고 큰 것이 3이다.
이때 $m<n$이므로 $m=2$, $n=3$
$\therefore 4m-n=4\times 2-3=8-3=5$

12 답 8

$$\begin{array}{l} 3^a\times 5^4 \quad\;\; \times 11 \\ \quad\;\; 5^3\times b\times 11 \\ 3\;\times 5^c \quad\;\; \times 11 \\ \hline (\text{최대공약수})=\quad 5^2 \quad\;\; \times 11 \\ (\text{최소공배수})=3^3\times 5^4\times 7\times 11 \end{array}$$

최소공배수의 3의 지수가 3이므로 3^a, 3의 지수 중 큰 것이 3이다.
$\therefore a=3$
최대공약수의 5의 지수가 2이므로 5^4, 5^3, 5^c의 지수 중 가장 작은 것이 2이다.
$\therefore c=2$
한편 최소공배수는 공통이 아닌 소인수도 곱해야 하므로
$b=7$ ⋯⋯ ❶
$\therefore a+b-c=3+7-2=8$ ⋯⋯ ❷

채점 기준	비율
❶ a, b, c의 값을 각각 구하기	90 %
❷ $a+b-c$의 값 구하기	10 %

13 답 ⑤

$36=2^2\times 3^2$이고 두 수 $2^5\times\square$, $2^2\times 3^5\times 11$의 최대공약수가 36이므로 $\square=3^2\times a$ (단, a는 33과 서로소)
① $18=2\times 3^2$ ② $45=3^2\times 5$ ③ $63=3^2\times 7$
④ $72=2^3\times 3^2$ ⑤ $99=3^2\times 11$
⑤ $99=3^2\times 11$에서 11은 33과 서로소가 아니므로 99는 □ 안에 들어갈 수 없다.

참고
$\square=3^2\times a$에서
a가 3과 서로소가 아니면 예를 들어 $\square=3^3$이면 $2^5\times\square(=2^5\times 3^3)$, $2^2\times 3^5\times 11$의 최대공약수는 $2^2\times 3^3=108$이 되어 36이 아니다.
또 a가 11과 서로소가 아니면 예를 들어 $\square=3^2\times 11$이면 $2^5\times\square(=2^5\times 3^2\times 11)$, $2^2\times 3^5\times 11$의 최대공약수는 $2^2\times 3^2\times 11=396$이 되어 36이 아니다.
따라서 a는 3과 서로소이고 11과 서로소이므로 33과 서로소이다.

14 답 8

$81=9\times9$, $108=9\times12$이고 세 자연수 A, 81, 108의 최대공약수가 9이므로 $A=9\times a$라 하자.
이때 $9=3^2$, $12=2^2\times3$이므로 a는 3과 서로소인 수이다.
$\therefore A=9, 9\times2, 9\times4, 9\times5, 9\times7, 9\times8, 9\times10, 9\times11, 9\times13, \cdots$
즉 $A=9, 18, 36, 45, 63, 72, 90, 99, 117, \cdots$
따라서 A의 값이 될 수 있는 수 중에서 100 미만의 자연수는 9, 18, 36, 45, 63, 72, 90, 99의 8개이다.

15 답 60

조건 (가)에서 $48=12\times4$이고 A와 48의 최대공약수가 12이므로 $A=12\times a$(a는 4와 서로소)라 하자.
조건 (나)에서 A를 15로 나누면 어떤 자연수의 제곱이 되므로
$\frac{A}{15}=\frac{12\times a}{15}=\frac{2^2\times a}{5}$에서 $a=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 a의 값이 가장 작을 때, 즉 $a=5$일 때 A의 값이 가장 작으므로 A의 값 중 가장 작은 수는 $12\times5=60$

16 답 ②

$45=3^2\times5$이고 A와 45의 최소공배수가 $2^2\times3^2\times5$이므로 A는 반드시 2^2을 포함해야 한다.
또 A는 최소공배수인 $2^2\times3^2\times5$의 약수이므로 A의 값이 될 수 있는 수는 2^2, $2^2\times3$, $2^2\times5$, $2^2\times3^2$, $2^2\times3\times5$, $2^2\times3^2\times5$이다.
즉 4, 12, 20, 36, 60, 180이므로 A의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

17 답 120

소인수분해한 두 자연수 $2\times3^4\times5$, $2\times\square\times5^2$의 최소공배수가 $2\times3^4\times5^2$이므로 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 3, 3^2, 3^3, 3^4, 즉 3, 9, 27, 81이므로 그 합은
$3+9+27+81=120$

18 답 8

$8=2^3$, $21=3\times7$이고 세 수 8, 21, n의 최소공배수가 $2^3\times3^2\times5\times7$이므로 n은 반드시 $3^2\times5$를 포함해야 한다.
또 n은 최소공배수인 $2^3\times3^2\times5\times7$의 약수이므로 n의 값이 될 수 있는 수는 $3^2\times5$, $3^2\times5\times2$, $3^2\times5\times2^2$, $3^2\times5\times2^3$, $3^2\times5\times7$, $3^2\times5\times2\times7$, $3^2\times5\times2^2\times7$, $3^2\times5\times2^3\times7$의 8개이다.

다른 풀이

$8=2^3$, $21=3\times7$이고 세 수 8, 21, n의 최소공배수가 $2^3\times3^2\times5\times7$이므로 n은 반드시 $3^2\times5$를 포함해야 한다.
즉 $n=3^2\times5\times(\text{자연수})$의 꼴이다.
한편 n은 $2^3\times3^2\times5\times7$의 약수이므로 n의 값의 개수는 $2^3\times7$의 약수의 개수와 같다.
즉 $(3+1)\times(1+1)=8$

19 답 20

세 자연수 $3\times a$, $2\times a$, $9\times a$, 즉 $3\times a$, $2\times a$, $3^2\times a$의 최소공배수는 $2\times3^2\times a$이므로
$2\times3^2\times a=360$ $\therefore a=20$
이때 세 자연수의 최대공약수는 a이므로 구하는 최대공약수는 20이다.

20 답 24

$32=8\times4$이고 두 자연수 32와 A의 최대공약수가 8이므로 $A=8\times a$(a는 4와 서로소)라 하자.
두 자연수 A와 32의 최소공배수가 96이므로
$8\times4\times a=96$, $32a=96$ $\therefore a=3$
$\therefore A=8\times3=24$

21 답 $2\times3^2\times5^2$

두 자연수 $2^2\times3^3\times5$와 A의 최대공약수가 $2\times3^2\times5$이므로 $A=2\times3^2\times5\times a$($a$는 2, 3과 서로소)라 하자.
두 자연수의 최소공배수가 $2^2\times3^3\times5^2$이므로 A는 반드시 5^2을 포함하고 $2^2\times3^3\times5^2$의 약수이어야 한다.
따라서 A의 값은 $2\times3^2\times5^2$이다.

22 답 ③

$28=7\times4$, $35=7\times5$이고 세 자연수 28, 35, A의 최대공약수가 7이므로 $A=7\times a$라 하자.
세 자연수의 최소공배수가 280, 즉 $2^3\times5\times7$이므로 A는 반드시 2^3을 포함하고 $2^3\times5\times7$의 약수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 수는 ③이다.

23 답 288

$36=18\times2$, $54=18\times3$이고 세 자연수 36, 54, A의 최대공약수가 18이므로 $A=18\times a$라 하자.
세 자연수의 최소공배수가 216, 즉 $18\times2^2\times3$이므로 a는 반드시 2^2을 포함해야 한다.
한편 A는 최소공배수인 216의 약수이어야 하므로
$A=18\times2^2$, $18\times2^2\times3$
즉 $A=72$, 216이므로 그 합은
$72+216=288$

24 답 15

두 분수 $\frac{48}{n}$, $\frac{56}{n}$이 모두 자연수가 되도록 하려면 n은 48과 56의 공약수이어야 한다.
48과 56의 최대공약수는 $2^3=8$이므로 8의 공약수는 1, 2, 4, 8이다.
따라서 구하는 n의 값의 합은
$1+2+4+8=15$

$$\begin{array}{rl} 48= & 2^4\times3 \\ 56= & 2^3\quad\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^3 \end{array}$$

25 답 6

$\frac{1}{6}$과 $\frac{1}{15}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 자연수는 6과 15의 공배수이다.
6과 15의 최소공배수는 $2\times3\times5=30$이므로 1과 200 사이의 자연수 중에서 30의 배수는 30, 60, 90, 120, 150, 180의 6개이다.

$$\begin{array}{rl} 6= & 2\times3 \\ 15= & \quad\ 3\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2\times3\times5 \end{array}$$

26 답 $\frac{70}{3}$

$\frac{21}{10}$, $\frac{9}{14}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 기약분수를 $\frac{b}{a}$(a, b는 서로소)라 하자.
$\frac{21}{10}\times\frac{b}{a}=$(자연수), $\frac{9}{14}\times\frac{b}{a}=$(자연수)이므로 a는 21과 9의 공약수이고 b는 10과 14의 공배수이어야 한다. …… ❶
이때 $21=3\times7$, $9=3^2$이므로 21과 9의 최대공약수는 3이고 $10=2\times5$, $14=2\times7$이므로 10과 14의 최소공배수는 $2\times5\times7=70$이다. …… ❷
따라서 $\frac{b}{a}$가 가장 작은 기약분수가 되려면
$\frac{b}{a}=\frac{(\text{10과 14의 최소공배수})}{(\text{21과 9의 최대공약수})}=\frac{70}{3}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\frac{21}{10}$, $\frac{9}{14}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 기약분수를 $\frac{b}{a}$라 할 때, a는 21과 9의 공약수, b는 10과 14의 공배수임을 알기	30 %
❷ 21과 9의 최대공약수, 10과 14의 최소공배수 구하기	30 %
❸ 가장 작은 기약분수 구하기	40 %

27 답 $\frac{45}{2}$

$\frac{26}{9}$, $\frac{32}{5}$, $\frac{8}{15}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 기약분수를 $\frac{b}{a}$(a, b는 서로소)라 하자.
$\frac{26}{9}\times\frac{b}{a}=$(자연수), $\frac{32}{5}\times\frac{b}{a}=$(자연수), $\frac{8}{15}\times\frac{b}{a}=$(자연수)이므로 a는 26, 32, 8의 공약수이고 b는 9, 5, 15의 공배수이어야 한다.
이때 $26=2\times13$, $32=2^5$, $8=2^3$이므로 26, 32, 8의 최대공약수는 2이고 $9=3^2$, $15=3\times5$이므로 9, 5, 15의 최소공배수는 $3^2\times5=45$이다.
따라서 $\frac{b}{a}$가 가장 작은 기약분수가 되려면
$\frac{b}{a}=\frac{(\text{9, 5, 15의 최소공배수})}{(\text{26, 32, 8의 최대공약수})}=\frac{45}{2}$

28 답 4500원

최대한 많은 묶음 상품을 만들려고 할 때, 묶음 상품의 수는 140과 168의 최대공약수이므로
$2^2\times7=28$(묶음)

$$\begin{array}{rl} 140= & 2^2\quad\ \times5\times7 \\ 168= & 2^3\times3\quad\ \times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2\qquad\quad\ \times7 \end{array}$$

각 묶음 상품에 들어가는 젤리의 개수는 $140\div28=5$, 초콜릿의 개수는 $168\div28=6$이므로 묶음 상품 1개의 가격은
$5\times300+6\times500=4500$(원)

29 답 30

직육면체 모양의 상자에 가능한 한 큰 정육면체 모양의 주사위를 넣으려고 할 때, 넣을 수 있는 정육면체 모양의 주사위의 한 모서리의 길이는 40, 24, 16의 최대공약수이므로
$2^3=8$ (cm)

$$\begin{array}{rl} 40= & 2^3\quad\ \times5 \\ 24= & 2^3\times3 \\ 16= & 2^4 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^3 \end{array}$$

이때 가로는 $40\div8=5$(개), 세로는 $24\div8=3$(개), 높이는 $16\div8=2$(개) 넣을 수 있으므로 넣을 수 있는 주사위의 개수는 $5\times3\times2=30$

30 답 60개

치즈 조각의 개수를 최소로 하려면 치즈 조각의 한 모서리의 길이가 최대한 길어야 하므로 치즈 조각의 한 모서리의 길이는 42, 70, 56의 최대공약수인 $2\times7=14$ (cm)

$$\begin{array}{rl} 42= & 2\ \times3\qquad\times7 \\ 70= & 2\qquad\ \times5\times7 \\ 56= & 2^3\qquad\qquad\ \times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\qquad\qquad\quad\times7 \end{array}$$

이때 가로는 $42\div14=3$(개), 세로는 $70\div14=5$(개), 높이는 $56\div14=4$(개)이므로 치즈 조각은 $3\times5\times4=60$(개)가 된다.

31 답 3

12와 16의 최소공배수는 $2^4\times3=48$이므로 도현이와 서우는 48분마다 출발점에서 만난다.

$$\begin{array}{rl} 12= & 2^2\times3 \\ 16= & 2^4 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^4\times3 \end{array}$$

이때 3시간은 180분이고 $180\div48=3.75$이므로 도현이와 서우가 출발점에서 출발한 후 3시간 동안 출발점에서 다시 만나는 횟수는 3이다.

32 답 2400

가능한 한 작은 정육면체를 만들려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이는 15, 8, 6의 최소공배수이므로
$2^3\times3\times5=120$ (cm)

$$\begin{array}{rl} 15= & \qquad\ 3\times5 \\ 8= & 2^3 \\ 6= & 2\ \times3 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^3\times3\times5 \end{array}$$

이때 가로는 $120\div15=8$(개), 세로는 $120\div8=15$(개), 높이는 $120\div6=20$(개)이므로 필요한 벽돌의 개수는
$8\times15\times20=2400$

33 답 4바퀴

두 톱니바퀴가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 움직인 톱니의 수는 24와 32의 최소공배수인

$$\begin{aligned} 24&=2^3\times 3\\ 32&=2^5\\ \hline (\text{최소공배수})&=2^5\times 3 \end{aligned}$$

$2^5\times 3=96$

따라서 두 톱니바퀴가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물리는 것은 톱니바퀴 A가 $96\div 24=4$(바퀴) 회전한 후이다.

34 답 10

두 자연수 A, $B(A>B)$의 최대공약수가 5이므로

$A=5\times a$, $B=5\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)라 하자.

이때 두 수의 최소공배수가 315이므로

$5\times a\times b=315$ $\quad\therefore a\times b=63$

(i) $a=63$, $b=1$일 때, $A=5\times 63=315$, $B=5\times 1=5$

(ii) $a=9$, $b=7$일 때, $A=5\times 9=45$, $B=5\times 7=35$

두 수의 합이 80이므로 $A=45$, $B=35$

$\therefore A-B=45-35=10$

참고

$a\times b=63$에서 $63=1\times 63=3\times 21=7\times 9$이므로 $a>b$이고 서로소인 두 수 a, b를 (a, b)로 나타내면

$(63, 1)$, $(9, 7)$이다.

35 답 154

두 자연수를 A, $B(A>B)$라 하면 조건 ㈎에서 A, B의 최대공약수가 2×7이므로 $A=2\times 7\times a$, $B=2\times 7\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)의 꼴이다. …… ❶

조건 ㈏에서 두 수의 최소공배수가 $2^3\times 7^2$이므로

$2\times 7\times a\times b=2^3\times 7^2$ $\quad\therefore a\times b=2^2\times 7=28$

(i) $a=28$, $b=1$일 때, $A=2\times 7\times 28=392$, $B=2\times 7\times 1=14$

(ii) $a=7$, $b=4$일 때, $A=2\times 7\times 7=98$, $B=2\times 7\times 4=56$

조건 ㈐에서 두 수의 차가 42이므로 $A=98$, $B=56$ …… ❷

$\therefore A+B=98+56=154$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 두 자연수를 A, $B(A>B)$라 할 때, $A=2\times 7\times a$, $B=2\times 7\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)의 꼴임을 알기	30 %
❷ A, B의 값 각각 구하기	60 %
❸ $A+B$의 값 구하기	10 %

36 답 28

A, B의 최대공약수가 4이므로

$A=4\times a$, $B=4\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)라 하자.

이때 두 수의 곱이 192이므로

$A\times B=4\times a\times 4\times b=192$에서 $a\times b=12$

(i) $a=12$, $b=1$일 때, $A=4\times 12=48$, $B=4\times 1=4$

(ii) $a=4$, $b=3$일 때, $A=4\times 4=16$, $B=4\times 3=12$

A, B가 두 자리 자연수이므로 $A=16$, $B=12$

$\therefore A+B=16+12=28$

37 답 ②

두 자연수를 A, $B(A>B)$라 하면 A, B의 최대공약수가 2×5이므로 $A=2\times 5\times a$, $B=2\times 5\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)의 꼴이다.

이때 두 수의 최소공배수가 $2\times 3\times 5^2\times 7$이므로

$2\times 5\times a\times b=2\times 3\times 5^2\times 7$ $\quad\therefore a\times b=3\times 5\times 7=105$

가능한 a, b의 값을 (a, b)로 나타내면 $(15, 7)$, $(21, 5)$, $(35, 3)$, $(105, 1)$이므로 가능한 A, B의 값을 (A, B)로 나타내면 $(150, 70)$, $(210, 50)$, $(350, 30)$, $(1050, 10)$이다.

따라서 $A+B$의 값은 220, 260, 380, 1060이므로 두 수의 합이 될 수 없는 것은 ②이다.

38 답 25

구하는 수는 $74-2$, $61-1$, 즉 72, 60의 공약수 중 2보다 큰 수이다.

$$\begin{aligned} 72&=2^3\times 3^2\\ 60&=2^2\times 3\times 5\\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\times 3 \end{aligned}$$

따라서 72와 60의 최대공약수는 $2^2\times 3=12$이고 12의 약수 중 2보다 큰 수는 3, 4, 6, 12이므로 그 합은 $3+4+6+12=25$

100점 TIP

- 어떤 수로 74를 나누면 2가 남는다. ➡ 어떤 수는 $(74-2)$의 약수
- 어떤 수로 61을 나누면 1이 남는다. ➡ 어떤 수는 $(61-1)$의 약수

따라서 어떤 수는 $(74-2)$와 $(61-1)$의 공약수

39 답 16

어떤 수는 $100-4$, $68-4$, $45+3$, 즉 96, 64, 48의 공약수 중 4보다 큰 수이다. …… ❶

$$\begin{aligned} 96&=2^5\times 3\\ 64&=2^6\\ 48&=2^4\times 3\\ \hline (\text{최대공약수})&=2^4 \end{aligned}$$

이때 96, 64, 48의 최대공약수는 $2^4=16$이므로 구하는 가장 큰 수는 16이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 어떤 수가 96, 64, 48의 공약수 중 4보다 큰 수임을 알기	50 %
❷ 어떤 수 중 가장 큰 수 구하기	50 %

40 답 ①

사과는 $113-5$, 즉 108개, 배는 $70+2$, 즉 72개가 있으면 학생들에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.

이때 사과와 배를 학생들에게 똑같이 나누어 줄 때의 학생 수는 108, 72의 공약수이고 두 수의 최대공약수는

$$\begin{aligned} 108&=2^2\times 3^3\\ 72&=2^3\times 3^2\\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\times 3^2 \end{aligned}$$

$2^2\times 3^2=36$이므로 학생 수가 될 수 있는 것은 36의 약수 중 5보다 큰 수인 6, 9, 12, 18, 36이다.

따라서 학생 수가 될 수 없는 것은 ①이다.

41 답) 121

3, 4, 5 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1인 자연수를 x라 하면 $x-1$은 3, 4, 5의 공배수이다.
이때 3, 4, 5의 최소공배수는 $3\times4\times5=60$이므로
$x-1=60, 120, 180, \cdots$
$\therefore x=61, 121, 181, \cdots$
따라서 x의 값 중 100에 가장 가까운 수는 121이다.

42 답) ⑤

사과의 개수를 x라 하면 $x-3$은 6, 8, 12의 공배수이다.
6, 8, 12의 최소공배수는 $2^3\times3=24$이므로
$x-3=24, 48, 72, 96, 120, \cdots$
$\therefore x=27, 51, 75, 99, 123, \cdots$
따라서 전체 사과의 개수가 될 수 없는 것은 ⑤이다.

$$\begin{aligned} 6&=2\times3\\ 8&=2^3\\ 12&=2^2\times3\\ \hline (\text{최소공배수})&=2^3\times3 \end{aligned}$$

43 답) 37

한 사람에게 5개, 8개, 10개씩 나누어 주면 모두 3개가 부족하므로 방울토마토의 개수를 x라 하면 $x+3$은 5, 8, 10의 공배수이다.
5, 8, 10의 최소공배수는 $2^3\times5=40$이므로
$x+3=40, 80, 120, 160, \cdots$
즉 $x=37, 77, 117, 157, \cdots$
따라서 □ 안에 들어갈 값은 37이다.

$$\begin{aligned} 5&=5\\ 8&=2^3\\ 10&=2\times5\\ \hline (\text{최소공배수})&=2^3\times5 \end{aligned}$$

44 답) 10그루

[전략] 나무의 수를 최소로 하려면 나무 사이의 간격이 최대한 넓어야 한다.

나무의 수를 최소로 하려면 나무 사이의 간격이 최대한 넓어야 하므로 나무 사이의 간격은 84와 56의 최대공약수인 $2^2\times7=28$ (m)이어야 한다.
이때 $84\div28=3$, $56\div28=2$이므로 필요한 나무의 수는
$(3+2)\times2=10$(그루)

$$\begin{aligned} 84&=2^2\times3\times7\\ 56&=2^3\times7\\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\times7 \end{aligned}$$

45 답) 24그루

소나무의 수를 최소로 하려면 소나무 사이의 간격이 최대한 넓어야 하므로 소나무 사이의 간격은 48, 60, 54의 최대공약수인 $2\times3=6$ (m)이어야 한다. ······ ❶
이때 $48\div6=8$, $60\div6=10$, $54\div6=9$이므로 심어야 하는 소나무의 수는 $8+10+9-3=24$(그루) ······ ❷

$$\begin{aligned} 48&=2^4\times3\\ 60&=2^2\times3\times5\\ 54&=2\times3^3\\ \hline (\text{최대공약수})&=2\times3 \end{aligned}$$

채점 기준	비율
❶ 48, 60, 54의 최대공약수를 이용하여 소나무 사이의 간격 구하기	60 %
❷ 심어야 하는 소나무의 수 구하기	40 %

46 답) 오후 8시 26분

세 가로등 A, B, C가 한 번 켜진 후 다시 켜질 때까지 걸리는 시간은 각각 $5+3=8$(초), $7+2=9$(초), $10+5=15$(초)이다.
이때 세 가로등 A, B, C는 8, 9, 15의 최소공배수인 $2^3\times3^2\times5=360$(초)마다 동시에 켜진다.

$$\begin{aligned} 8&=2^3\\ 9&=3^2\\ 15&=3\times5\\ \hline (\text{최소공배수})&=2^3\times3^2\times5 \end{aligned}$$

한편 360초는 6분이므로 세 가로등 A, B, C가 오후 8시 20분에 동시에 켜진 다음 처음으로 다시 동시에 켜지는 시각은 오후 8시 26분이다.

47 답) 7월 2일

[전략] 5월은 31일, 6월은 30일까지 있음을 이용한다.

대한, 민국, 만세가 5월 3일에 함께 봉사 활동을 한 후 처음으로 세 명이 함께 봉사 활동을 하게 되는 날은 6, 10, 12의 최소공배수인 $2^2\times3\times5=60$(일) 후이다.
따라서 구하는 날짜는 5월 3일에서 60일 후인 7월 2일이다.

$$\begin{aligned} 6&=2\times3\\ 10&=2\times5\\ 12&=2^2\times3\\ \hline (\text{최소공배수})&=2^2\times3\times5 \end{aligned}$$

48 답) 오전 11시 15분

5와 3의 최소공배수가 15이므로 주차장에 15분마다 $3\times3=9$(대)의 차가 나가고 동시에 15분마다 $7\times5=35$(대)의 차가 들어온다.
즉 이 주차장은 15분마다 $35-9=26$(대)의 차량이 늘어나고 오전 9시에 주차된 차량이 66대이었으므로 오전 9시부터
$300-66=234$(대)의 차량을 주차할 수 있다.
이때 $234\div26=9$이므로 주차장이 차량 300대로 꽉 차는 시각은 오전 9시에서 $15\times9=135$(분) 후인 오전 11시 15분이다.

적중 & 심화 실전 TEST

28쪽~31쪽

01 답) ④

세 수 48, 132, 300의 공약수는 세 수의 최대공약수인 $2^2\times3=12$의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수가 아닌 것은 ④이다.

$$\begin{aligned} 48&=2^4\times3\\ 132&=2^2\times3\times11\\ 300&=2^2\times3\times5^2\\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\times3 \end{aligned}$$

02 답) $a=3$, 최대공약수 : 40

소인수분해한 두 수 $2^a\times5\times7^2$, $2^4\times5$의 공약수의 개수는 두 수의 최대공약수인 $2^k\times5$의 약수의 개수와 같다. 이때 k는 2^a, 2^4의 지수 중 작은 것이다. ······ ❶

$(k+1)\times(1+1)=8$이므로
$2\times(k+1)=8$, $k+1=4$
$\therefore k=3$, 즉 $a=3$ ...... ❷
따라서 두 수의 최대공약수는 $2^3\times5=40$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 두 수의 공약수의 개수가 두 수의 최대공약수의 약수의 개수와 같음을 알기	30 %
❷ a의 값 구하기	40 %
❸ 두 수의 최대공약수 구하기	30 %

03 답 53

조건 (가)에서 약수가 1과 자기 자신뿐이므로 구하는 수는 소수이다.
이때 $94=2\times47$이므로 45보다 큰 수 중 소수이면서 94와 서로소인 수를 찾으면 53, 59, 61, …이다.
따라서 조건을 모두 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는 53이다.

04 답 2개

ㄱ 51=3×17, 119=7×17이므로 51과 119의 최대공약수는 17이다. 따라서 51과 119는 서로소가 아니다.
ㄴ 두 홀수 1과 5의 곱은 5이므로 합성수가 아니다.
ㄷ 두 홀수 5, 15의 최대공약수는 5이므로 서로소가 아니다.
ㄹ 서로 다른 두 소수의 최대공약수는 항상 1이므로 서로소이다.
ㅁ 두 수 8, 15는 최대공약수가 1이므로 서로소이지만 8, 15는 모두 소수가 아니다.
ㅂ 모든 합성수는 소인수분해하여 소수들의 곱으로 나타낼 수 있다.
따라서 옳은 것은 ㄹ, ㅂ의 2개이다.

05 답 60배

$$\begin{array}{rl} & 2^6\qquad\times5 \\ & 2^7\times3 \\ & 2^5\times3\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^5 \\ (\text{최소공배수})= & 2^7\times3\times5 \end{array}$$

$$\frac{(\text{최소공배수})}{(\text{최대공약수})}=\frac{2^7\times3\times5}{2^5}=2^2\times3\times5=60$$

따라서 주어진 세 수의 최소공배수는 이 수들의 최대공약수의 60배이다.

06 답 120

두 수 45, 80의 최소공배수는 $2^4\times3^2\times5=720$이고 두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수인 720의 배수이다.

$$\begin{array}{rl} 45= & \quad\ 3^2\times5 \\ 80= & 2^4\qquad\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^4\times3^2\times5 \end{array}$$

이때 어떤 자연수를 A라 하면 $A\times12$는 720의 배수이다.
즉 $A\times12=720$, 1440, 2160, …
$\therefore A=60$, 120, 180, …
따라서 A의 값 중에서 가장 작은 세 자리 자연수는 120이다.

07 답 11

$20=2^2\times5$, $4200=2^3\times3\times5^2\times7$이므로

$$\begin{array}{rl} & 2^a\times3\times5 \\ & 2^3\qquad\times5^b\times c \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2\qquad\times5 \\ (\text{최소공배수})= & 2^3\times3\times5^2\times7 \end{array}$$

최대공약수의 소인수 2의 지수가 2이므로 2^a, 2^3의 지수 중 작은 것이 2이다.
$\therefore a=2$
최소공배수의 소인수 5의 지수가 2이므로 5, 5^b의 지수 중 큰 것이 2이다.
$\therefore b=2$
한편 최소공배수는 공통이 아닌 소인수도 곱해야 하므로 $c=7$
$\therefore a+b+c=2+2+7=11$

08 답 4

구하는 수를 A라 하면 조건 (나)에서 $21=7\times3$이고 A와 21의 최대공약수가 7이므로 $A=7\times a$(a는 3과 서로소)의 꼴이다. ...... ❶
$\therefore A=7$, 7×2, 7×4, 7×5, 7×7, 7×8, …
즉 $A=7$, 14, 28, 35, 49, 56, … ...... ❷
따라서 A의 값 중 50보다 작은 두 자리 자연수는
14, 28, 35, 49의 4개이다. ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 구하는 수를 A라 할 때, $A=7\times a$(a는 3과 서로소)의 꼴임을 알기	30 %
❷ A의 값 구하기	40 %
❸ A의 값 중 50보다 작은 두 자리 자연수의 개수 구하기	30 %

09 답 54

$72=18\times4$, $108=18\times6$이고 세 자연수 A, 72, 108의 최대공약수가 18이므로 $A=18\times a$(a는 2와 서로소)라 하자.
$\therefore A=18$, 18×3, 18×5, 18×7, 18×9, …
즉 $A=18$, 54, 90, 126, 162, …
따라서 A의 값으로 가능한 수 중 작은 쪽에서 두 번째인 수는 54이다.

10 답 37

소인수분해한 두 자연수 $2^4\times5^2\times7$, $2^3\times3^2\times\square$의 최소공배수가
$2^4\times3^2\times5^2\times7$이므로 □ 안에 들어갈 수 있는 수는
5, 5^2, 7, 즉 5, 25, 7이므로 그 합은
$5+25+7=37$

11 답 20

세 자연수를 $3\times a$, $4\times a$, $5\times a$ (a는 자연수)라 하면
세 자연수 $3\times a$, $2^2\times a$, $5\times a$의 최소공배수가 240이므로
$2^2\times3\times5\times a=240$ $\quad\therefore a=4$
따라서 구하는 가장 큰 수는
$5\times4=20$

12 답 528

$36=12\times3$, $84=12\times7$이고 세 자연수 A, 36, 84의 최대공약수가 12이므로 $A=12\times a$라 하자.
세 자연수의 최소공배수가 504, 즉 $12\times2\times3\times7$이므로 a는 반드시 2를 포함해야 한다.
한편 A는 최소공배수인 504의 약수이어야 하므로
$A=12\times2$, $12\times2\times3$, $12\times2\times7$, $12\times2\times3\times7$
즉 $A=24$, 72, 168, 504
따라서 A의 값이 될 수 있는 수 중 가장 작은 수는 24, 가장 큰 수는 504이므로 그 합은
$24+504=528$

13 답 15

조건 (나)에서 $63=3\times21$이고 A와 63의 최대공약수가 3이므로
$A=3\times a$ (a는 21과 서로소)라 하자.
조건 (가)에서 A는 4와 서로소이므로 a는 4와도 서로소이다.
$18=2\times3^2$, $90=2\times3^2\times5$이고 조건 (다)에서 A와 18의 최소공배수가 90이므로

$$\begin{array}{r} A=\quad 3\times a \\ 18=2\times3^2 \\ \hline (\text{최소공배수})=2\times3^2\times5 \end{array}$$

$2\times3^2\times a=2\times3^2\times5$ $\quad\therefore a=5$
$\therefore A=3\times5=15$

14 답 ④, ⑤

$\dfrac{18}{25}$, $\dfrac{27}{10}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 기약분수를 $\dfrac{b}{a}$(a, b는 서로소)라 하자.
$\dfrac{18}{25}\times\dfrac{b}{a}=(\text{자연수})$, $\dfrac{27}{10}\times\dfrac{b}{a}=(\text{자연수})$이므로 a는 18과 27의 공약수이고 b는 25와 10의 공배수이다.
이때 $18=2\times3^2$, $27=3^3$이므로 18과 27의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $3^2=9$의 약수이고
$25=5^2$, $10=2\times5$이므로 25와 10의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2\times5^2=50$의 배수이다.
따라서 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{(25\text{와 }10\text{의 공배수})}{(18\text{과 }27\text{의 공약수})}=\dfrac{(50\text{의 배수})}{(9\text{의 약수})}$이어야 하므로
주어진 수 중 적당한 것은 ④, ⑤이다.

15 답 59

[전략] 사탕과 초콜릿을 가능한 한 많은 주머니에 남김없이 똑같이 나누어 담아야 하므로 최대공약수를 이용한다.

사탕과 초콜릿을 가능한 한 많은 주머니에 남김없이 똑같이 나누어 담으려고 할 때, 필요한 주머니의 개수는 540과 198의 최대공약수이므로 $2\times3^2=18$이다. $\quad\therefore a=18$

$$\begin{array}{r} 540=2^2\times3^3\times5\quad \\ 198=2\ \times3^2\quad\times11 \\ \hline (\text{최대공약수})=2\ \times3^2\qquad\quad \end{array}$$

한 주머니에 넣은 사탕의 수는 $540\div18=30$,
초콜릿의 수는 $198\div18=11$이므로
$b=30$, $c=11$
$\therefore a+b+c=18+30+11=59$

16 답 오전 9시 12분

서준이가 공원을 한 바퀴 돌고 다시 출발하는 데 걸리는 시간은
$12+6=18$(분)
지영이가 공원을 한 바퀴 돌고 다시 출발하는 데 걸리는 시간은
$18+6=24$(분)
18과 24의 최소공배수가 $2^3\times3^2=72$이므로 두 사람은 72분마다 동시에 출발한다.

$$\begin{array}{r} 18=2\ \times3^2 \\ 24=2^3\times3\ \ \\ \hline (\text{최소공배수})=2^3\times3^2 \end{array}$$

따라서 오전 8시에 두 사람이 동시에 출발한 후 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은 72분 후인 오전 9시 12분이다.

17 답 15

두 자연수 A, B ($A>B$)의 최대공약수가 3이므로
$A=3\times a$, $B=3\times b$ ($a>b$이고 a, b는 서로소)라 하자.
이때 두 수의 최소공배수가 60이므로
$3\times a\times b=60$ $\quad\therefore a\times b=20$
(i) $a=20$, $b=1$일 때, $A=3\times20=60$, $B=3\times1=3$
(ii) $a=5$, $b=4$일 때, $A=3\times5=15$, $B=3\times4=12$
두 수의 합이 27이므로 $A=15$, $B=12$

18 답 (1) 54, 12 (2) 108

(1) 두 자연수를 A, B ($A>B$)라 하면 두 수의 최대공약수가 6이므로 $A=6\times a$, $B=6\times b$ ($a>b$이고 a, b는 서로소)의 꼴이다. …… ❶
이때 두 수의 곱이 648이므로
$A\times B=6\times a\times6\times b=648$에서 $a\times b=18$
(i) $a=18$, $b=1$일 때, $A=6\times18=108$, $B=6\times1=6$
(ii) $a=9$, $b=2$일 때, $A=6\times9=54$, $B=6\times2=12$
A, B가 두 자리 자연수이므로
$A=54$, $B=12$ …… ❷
(2) 두 자연수 54, 12의 최소공배수는
$6\times9\times2=108$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 두 자연수를 A, B라 할 때, $A=6\times a$, $B=6\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)의 꼴임을 알기	20 %
❷ A, B의 값 각각 구하기	40 %
❸ 두 자연수의 최소공배수 구하기	40 %

다른 풀이

(2) 두 자연수를 A, $B(A>B)$라 하면
$A=6\times a$, $B=6\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)이므로
$A\times B=6\times a\times 6\times b=648$, 즉 $6\times 6\times a\times b=648$
이때 $6\times a\times b$가 두 자연수 A, B의 최소공배수이므로
$6\times a\times b=108$

19 답 ④

사과는 $100-4$, 즉 96개, 귤은 $170-2$, 즉 168개가 있으면 학생들에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.
이때 사과와 귤을 학생들에게 똑같이 나누어 줄 때의 학생 수는 96과 168의 공약수이고 두 수의 최대공약수는 $2^3\times 3=24$이므로 학생 수가 될 수 있는 것은 24의 약수 중 4보다 큰 수인 6, 8, 12, 24이다.

$$\begin{array}{r} 96=2^5\times 3 \\ 168=2^3\times 3\times 7 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^3\times 3 \end{array}$$

따라서 학생 수가 될 수 없는 것은 ④이다.

20 답 286

[전략] 3으로 나눌 때 1이 남으면 2가 부족한 것이고, 4로 나눌 때 2가 남으면 2가 부족한 것이고, 9로 나눌 때 7이 남으면 2가 부족한 것이다.

3, 4, 9로 나누면 모두 2가 부족하므로 어떤 수를 x라 하면 $x+2$는 3, 4, 9의 공배수이다.
3, $4=2^2$, $9=3^2$이므로 3, 4, 9의 최소공배수는 $2^2\times 3^2=36$이다.
$\therefore x+2=36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, 288, 324, \cdots$
즉 $x=34, 70, 106, 142, 178, 214, 250, 286, 322, \cdots$
따라서 300에 가장 가까운 수는 286이다.

21 답 7명

전체 학생 수를 x명이라 하면 $x-4$는 6, 12, 15의 공배수이다.
6, 12, 15의 최소공배수는 $2^2\times 3\times 5=60$이므로
$x-4=60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, \cdots$

$$\begin{array}{r} 6=2\times 3 \\ 12=2^2\times 3 \\ 15=\phantom{2^2\times{}} 3\times 5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times 3\times 5 \end{array}$$

$\therefore x=64, 124, 184, 244, 304, 364, 424, \cdots$
이때 전체 학생 수는 350명보다 많고 400명보다 적으므로 364명이고, $364=17\times 21+7$이므로 전체 학생을 17명씩 조를 짜면 7명이 남는다.

22 답 68그루

[전략] 나무 사이의 간격은 모두 같아야 하므로 공약수를 이용한다.

나무 사이의 간격이 모두 같아야 하므로 나무 사이의 간격은 350과 500의 공약수이다.
350과 500의 최대공약수는 $2\times 5^2=50$이므로 나무 사이의 간격은 50의 약수이어야 한다. …… ❶

$$\begin{array}{r} 350=2\times 5^2\times 7 \\ 500=2^2\times 5^3 \\ \hline (\text{최대공약수})=2\times 5^2 \end{array}$$

이때 50의 약수는 1, 2, 5, 10, 25, 50이고 50의 약수 중 20 이상 30 이하인 수는 25이므로 나무 사이의 간격은 25 m이다. …… ❷
이때 $350\div 25=14$, $500\div 25=20$이므로 필요한 나무의 수는
$(14+20)\times 2=68$(그루) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 나무 사이의 간격이 50의 약수임을 알기	40 %
❷ 조건에 맞는 나무 사이의 간격 구하기	30 %
❸ 필요한 나무의 수 구하기	30 %

23 답 오후 9시 4분

[전략] 세 분수 A, B, C가 한 번 켜진 후 다시 켜질 때까지 걸리는 시간을 각각 구한 후 최소공배수를 이용한다.

세 분수 A, B, C가 한 번 켜진 후 다시 켜질 때까지 걸리는 시간은 각각 $11+5=16$(초), $15+9=24$(초), $25+5=30$(초)이다.
이때 세 분수 A, B, C는 16, 24, 30의 최소공배수인 $2^4\times 3\times 5=240$(초) 마다 동시에 켜진다.

$$\begin{array}{r} 16=2^4 \\ 24=2^3\times 3 \\ 30=2\times 3\times 5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^4\times 3\times 5 \end{array}$$

한편 240초는 4분이므로 세 분수 A, B, C가 오후 9시에 동시에 켜진 후 처음으로 다시 동시에 켜지는 시각은 오후 9시 4분이다.

24 답 토요일

네모 피자 가게가 하루 쉬고 다시 하루 쉴 때까지 걸리는 기간은 $1+3=4$(일), 왕 햄버거 가게가 하루 쉬고 다시 하루 쉴 때까지 걸리는 기간은 $1+4=5$(일)이다.
두 가게가 모두 쉬고 처음으로 함께 쉬는 날은 $4(=2^2)$와 5의 최소공배수인 $2^2\times 5=20$(일) 후이다.
이때 $20=7\times 2+6$이므로 두 가게는 일요일로부터 6일 후인 토요일에 처음으로 함께 쉰다.

25 답 10월 1일

민준이와 재영이가 5월 14일 일요일에 수영장에서 만난 다음 처음으로 다시 일요일에 수영장에서 만나게 되는 날은 $4(=2^2)$, 5, 7의 최소공배수인 $2^2\times 5\times 7=140$(일) 후이다.
따라서 구하는 날짜는 5월 14일에서 140일 후인 10월 1일이다.

참고

5월은 31일, 6월은 30일, 7월은 31일, 8월은 31일, 9월은 30일까지 있다.

학교 시험 최상위 기출 도전

32쪽~34쪽

01 답 39, 55

[전략] $n=p\times q$(p, q는 소수)이면 n의 약수는 1, p, q, $p\times q$뿐이다.

$n=p\times q$(p, q는 $p<q$인 소수)라 하면

n의 약수는 1, p, q, n이다.

이때 자연수 n의 모든 약수의 합이 $n+17$이므로

$1+p+q+n=n+17$ $\qquad\therefore p+q=16$

이때 p, q는 모두 소수이므로 $p=3$, $q=13$ 또는 $p=5$, $q=11$

따라서 구하는 자연수 n의 값은 3×13, 5×11, 즉 39, 55이다.

02 답 134

[전략] $103103=103000+103=103\times1000+103$임을 이용한다.

$103103=103\times1000+103=103\times(1000+1)$

$\qquad=103\times1001=103\times7\times11\times13$

따라서 103103의 소인수는 7, 11, 13, 103이므로 그 합은

$7+11+13+103=134$

03 답 912

[전략] 서로 다른 소수 3개를 이용하여 합이 17이 되는 경우를 모두 생각한다.

17을 서로 다른 3개의 소수의 합으로 나타내면

$2+2+3+5+5$, $2+2+2+3+3+5$, $2+2+3+3+7$

각 경우에서 $S(m)=17$을 만족하는 m의 값을 구하면

(i) $17=2+2+3+5+5$에서 $m=2^2\times3\times5^2=300$

(ii) $17=2+2+2+3+3+5$에서 $m=2^3\times3^2\times5=360$

(iii) $17=2+2+3+3+7$에서 $m=2^2\times3^2\times7=252$

따라서 m의 값의 합은

$300+360+252=912$

04 답 10, 40, 90

[전략] 각 주사위의 눈의 수는 1부터 6까지의 자연수이므로 $a\times b$의 값이 1 이상 36 이하임을 안다.

$\dfrac{40\times a\times b}{c}$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수분해하였을 때, 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.

$\dfrac{40\times a\times b}{c}=\dfrac{2^3\times5\times a\times b}{c}$에서

(i) $c=1$일 때

$\dfrac{2^3\times5\times a\times b}{1}=2^3\times5\times a\times b$이므로

$a\times b=2\times5$

$\therefore a\times b\times c=2\times5\times1=10$

(ii) $c=2$일 때

$\dfrac{2^3\times5\times a\times b}{2}=2^2\times5\times a\times b$이므로

$a\times b=1\times5$ 또는 $a\times b=4\times5$

$\therefore a\times b\times c=1\times5\times2=10$ 또는 $a\times b\times c=4\times5\times2=40$

(iii) $c=3$일 때

$\dfrac{2^3\times5\times a\times b}{3}$에서 $a\times b=5\times6$

$\therefore a\times b\times c=5\times6\times3=90$

(iv) $c=4$일 때

$\dfrac{2^3\times5\times a\times b}{4}=2\times5\times a\times b$이므로

$a\times b=2\times5$

$\therefore a\times b\times c=2\times5\times4=40$

(v) $c=5$일 때

$\dfrac{2^3\times5\times a\times b}{5}=2^3\times a\times b$이므로

$a\times b=1\times2$ 또는 $a\times b=2\times4$ 또는 $a\times b=3\times6$

$\therefore a\times b\times c=1\times2\times5=10$ 또는 $a\times b\times c=2\times4\times5=40$

또는 $a\times b\times c=3\times6\times5=90$

(vi) $c=6$일 때

$\dfrac{2^3\times5\times a\times b}{6}=\dfrac{2^2\times5\times a\times b}{3}$이므로

$a\times b=3\times5$

$\therefore a\times b\times c=3\times5\times6=90$

(i)~(vi)에서 $a\times b\times c$의 값은 10, 40, 90이다.

05 답 224

[전략] 약수의 개수가 홀수인 자연수는 어떤 자연수의 제곱인 수임을 이용한다.

약수의 개수가 홀수인 자연수는 어떤 자연수의 제곱인 수이다.

$\langle n\rangle=14$를 만족하는 자연수 n의 값의 범위는

$14^2\le n<15^2$

따라서 자연수 n의 최댓값은

$15^2-1=225-1=224$

06 답 6

[전략] 마지막에 사물함의 문이 열려 있으려면 사물함의 문을 열고 닫은 횟수의 합이 홀수이어야 함을 이용한다.

마지막에 사물함의 문이 열려 있으려면 사물함의 문을 열고 닫은 횟수의 합이 홀수이어야 한다. 그런데 사물함의 문을 열고 닫을 수 있는 학생의 번호는 그 사물함에 적혀 있는 번호의 약수이므로 사물함에 적혀 있는 수의 약수의 개수가 홀수이어야 한다.

따라서 1부터 40까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 것은 어떤 자연수의 제곱인 수, 즉 1, 4, 9, 16, 25, 36이므로 마지막에 문이 열려 있는 사물함의 개수는 6이다.

참고

- 1번 사물함의 문 : 1번 학생이 연다.
- 4번 사물함의 문 : 1번 학생이 열고, 2번 학생이 닫고, 4번 학생이 연다.
- 9번 사물함의 문 : 1번 학생이 열고, 3번 학생이 닫고, 9번 학생이 연다.
- 16번 사물함의 문 : 1번 학생이 열고, 2번 학생이 닫고, 4번 학생이 열고, 8번 학생이 닫고, 16번 학생이 연다.

• 25번 사물함의 문 : 1번 학생이 열고, 5번 학생이 닫고, 25번 학생이 연다.

• 36번 사물함의 문 : 1번 학생이 열고, 2번 학생이 닫고, 3번 학생이 열고, 4번 학생이 닫고, 6번 학생이 열고, 9번 학생이 닫고, 12번 학생이 열고, 18번 학생이 닫고, 36번 학생이 연다.

07 답 20

[전략] $10=9+1$ 또는 $10=5\times2$이므로 약수의 개수가 10인 자연수는 소인수가 1개 또는 소인수가 2개이다.

$10=9+1$ 또는 $10=5\times2$이므로 약수의 개수가 10인 자연수는 a^9 또는 $a^4\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이다.

이때 약수의 개수가 10인 자연수 중에서 세 자리 자연수는

(i) a^9(a는 소수)의 꼴일 때, 2^9

(ii) $a^4\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴일 때,

$2^4\times7$, $2^4\times11$, $2^4\times13$, $2^4\times17$, $2^4\times19$, $2^4\times23$, $2^4\times29$, $2^4\times31$, $2^4\times37$, $2^4\times41$, $2^4\times43$, $2^4\times47$, $2^4\times53$, $2^4\times59$, $2^4\times61$, $3^4\times2$, $3^4\times5$, $3^4\times7$, $3^4\times11$

(i), (ii)에서 구하는 세 자리 자연수의 개수는 20이다.

참고

$2^9=512$

$2^4=16$이므로 $2^4\times7=112$, $2^4\times11=176$, $\cdots$, $2^4\times61=976$

$3^4=81$이므로 $3^4\times2=162$, $3^4\times5=405$, $\cdots$, $3^4\times11=891$

08 답 74

[전략] A와 C의 최대공약수가 16이므로 $A=16\times a$, $C=16\times c$(a, c는 서로소)로 놓는다.

조건 (가)에서 $A=16\times a$, $C=16\times c$(a, c는 서로소)라 하면

A와 C의 최소공배수가 96이므로

$16\times a\times c=96$ $\qquad\therefore a\times c=6$

이때 $A<C$이므로 $a=1$, $c=6$ 또는 $a=2$, $c=3$

$\therefore A=16\times1=16$, $C=16\times6=96$

또는 $A=16\times2=32$, $C=16\times3=48$

(i) $C=96$일 때, 조건 (나)에서 $C=6\times16$이고 $B=6\times b$(b, 16은 서로소)라 하면 B와 C의 최소공배수가 720이므로

$6\times b\times16=720$ $\qquad\therefore b=\frac{15}{2}$

그런데 b가 자연수가 아니므로 성립하지 않는다.

(ii) $C=48$일 때, 조건 (나)에서 $C=6\times8$이고 $B=6\times b$(b, 8은 서로소)라 하면 B와 C의 최소공배수가 720이므로

$6\times b\times8=720$ $\qquad\therefore b=15$, 즉 $B=6\times15=90$

따라서 $A=32$, $B=90$, $C=48$이므로

$A+B-C=32+90-48=74$

09 답 24, 36

[전략] 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수임을 이용한다.

$\frac{12}{a}$, $\frac{36}{a}$이 자연수이므로 a는 12와 36의 공약수이다.

이때 12와 36의 최대공약수는 12이므로 a는 12의 약수이다.

그런데 a는 3보다 큰 자연수이므로

$a=4, 6, 12$

또 a와 b의 최소공배수가 5의 배수이므로 b는 5의 배수이다.

한편 $\frac{b}{a}$는 자연수이므로 b는 a의 배수이다.

즉 b는 a와 5의 공배수이다.

(i) $a=4$일 때, b는 4와 5의 공배수이므로

$b=20, 40, 60, \cdots$

(ii) $a=6$일 때, b는 6과 5의 공배수이므로

$b=30, 60, 90, \cdots$

(iii) $a=12$일 때, b는 12와 5의 공배수이므로

$b=60, 120, 180, \cdots$

이때 $12<b<36$이므로 $b=20, 30$

$\therefore a=4$, $b=20$ 또는 $a=6$, $b=30$

따라서 가능한 $a+b$의 값은

$4+20=24$, $6+30=36$

10 답 2, 6

[전략] 두 자연수를 A, B($A>B$)라 할 때, 두 수의 최대공약수가 8이므로 $A=8\times a$, $B=8\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)로 놓는다.

두 자연수를 A, B($A>B$)라 하면 최대공약수가 8이므로

$A=8\times a$, $B=8\times b$($a>b$이고 a, b는 서로소)의 꼴이다.

두 수의 곱이 3840이므로

$8\times a\times8\times b=3840$에서 $a\times b=60$

$a\times b=60$을 만족하는 두 수 a, b를 (a, b)로 나타내면

$(12, 5)$, $(15, 4)$, $(20, 3)$, $(60, 1)$

따라서 구하는 두 자연수 A, B를 (A, B)로 나타내면

$(96, 40)$, $(120, 32)$, $(160, 24)$, $(480, 8)$

이 수 중 큰 수를 작은 수로 나누었을 때 나머지가 16이 되는 수는

$(96, 40)$, $(160, 24)$이다.

따라서 구하는 몫은 2, 6이다.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 40\overline{)\,96} \\ \underline{80} \\ 16 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ 24\overline{)\,160} \\ \underline{144} \\ 16 \end{array}$$

11 답 15일

[전략] 지윤이와 현섭이의 근무하는 날수와 쉬는 날수의 합의 최소공배수를 이용한다.

지윤이는 2일 동안 근무하고 1일을 쉬므로 처음 근무하고 다시 근무하기까지 걸리는 기간은 $2+1=3$(일), 현섭이는 5일 동안 근무하고 2일을 쉬므로 처음 근무하고 다시 근무하기까지 걸리는 기간은 $5+2=7$(일)이다.

지윤이와 현섭이는 처음 근무하고 3과 7의 최소공배수인 21일 후에 함께 일을 시작한다.
이때 21일 동안 두 사람이 쉬는 날을 ×로 나타내면 다음과 같다.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
지윤			×			×			×			×
현섭						×	×					

	13	14	15	16	17	18	19	20	21
지윤			×			×			×
현섭	×	×						×	×

따라서 21일 동안 지윤이와 현섭이가 함께 쉬는 날은 2일이다.
3월 1일부터 7월 31일까지는 153일이고 $153=21\times7+6$이므로 153일 동안 지윤이와 현섭이가 함께 쉬는 날은
$2\times7+1=15$(일)

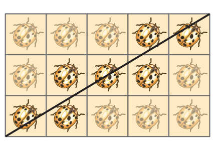
12 답 42

[전략] 직사각형 모양의 벽 ABCD의 대각선 BD가 지나는 타일의 개수를 구하기 위해서는 직사각형 모양의 벽 ABCD와 가로, 세로의 길이의 비율이 같은 직사각형 중 가장 적은 타일로 꽉 차게 붙일 수 있는 직사각형을 구해야 한다. 이때 최대공약수를 이용한다.

직사각형 모양의 벽 ABCD의 가로에 들어가는 타일의 개수는
$210\div7=30$(개), 세로에 들어가는 타일의 개수는
$126\div7=18$(개)이다.

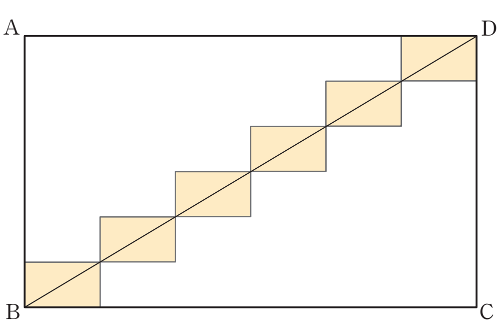
$$30=2\times3\times5$$
$$18=2\times3^2$$
$$(\text{최대공약수})=2\times3$$

30과 18의 최대공약수는 $2\times3=6$이므로 직사각형 모양의 벽 ABCD와 가로, 세로의 길이의 비율이 같은 직사각형 중 가장 적은 타일로 꽉 차게 붙일 수 있는 직사각형은 가로에 타일이 $30\div6=5$(개), 세로에 타일이 $18\div6=3$(개)로 이루어진 직사각형이다.



가로에 타일이 5개, 세로에 타일이 3개로 이루어진 직사각형에서 대각선이 지나는 타일은 오른쪽 그림과 같이 총 7개이다.
이러한 직사각형이 벽 ABCD에 총
$18\div3=6$(개)가 있으므로 대각선 BD가 지나는 타일의 개수는
$7\times6=42$

참고
다음 그림과 같이 가로에 타일이 5개, 세로에 타일이 3개로 이루어진 직사각형 6개가 직사각형 모양의 벽 ABCD의 대각선 BD와 만난다.



2 정수와 유리수

01 | 정수와 유리수

개념 확인 37쪽

01 답 2

3시간 전 : -3시간, 해발 986 m : $+986$ m, 1시간 후 : $+1$시간, 해저 100 m : -100 m, 영상 15 ℃ : $+15$ ℃
따라서 음수의 개수는 2이다.

02 답 ⑤

$\frac{32}{4}=8$

① 양수는 $\frac{7}{2}$, 2.4, $\frac{32}{4}$, 13의 4개이다.

② 자연수는 $\frac{32}{4}$, 13의 2개이다.

③ 유리수는 $-\frac{16}{3}$, 0, $\frac{7}{2}$, 2.4, -17, $\frac{32}{4}$, 13의 7개이다.

④ 음의 유리수는 $-\frac{16}{3}$, -17의 2개이다.

⑤ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{16}{3}$, $\frac{7}{2}$, 2.4의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

주의
분수 꼴로 나타내어진 수는 약분하여 정수가 되는지 확인한다.

03 답 ④

① A : $-1\frac{1}{3}=-\frac{4}{3}$　　② B : $-\frac{1}{2}=-0.5$

④ D : $1\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$　　⑤ E : $1\frac{3}{4}=\frac{7}{4}=1.75$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 답 ④

④ $|-3|>|2|$와 같이 음수의 절댓값이 양수의 절댓값보다 큰 경우도 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

05 답 ④

④ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.
$\left|-\frac{2}{5}\right|=\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$, $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$이므로 $\left|-\frac{2}{5}\right|<\left|-\frac{1}{2}\right|$
$\therefore -\frac{2}{5}>-\frac{1}{2}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

06 답 -4

$-\frac{19}{4}=-4.75$, $\frac{25}{7}=3.57\cdots$이므로 $-\frac{19}{4}$와 $\frac{25}{7}$ 사이에 있는 정수는 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3이다.
이때 $|-4|=4$, $|-3|=|3|=3$, $|-2|=|2|=2$, $|-1|=|1|=1$, $|0|=0$이므로 절댓값이 가장 큰 수는 -4이다.

적중 & 심화 유형 연습 38쪽~42쪽

01 답 ①, ③

① $-\frac{8}{4}=-2$이므로 음의 정수이다.
(나)에 해당하는 수는 정수가 아닌 유리수이므로 (나)에 해당하는 수가 아닌 것은 ①, ③이다.

참고

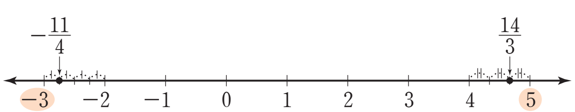
유리수 ┌ 정수 ┌ 양의 정수(자연수)
　　　│　　　│ 0
　　　│　　　└ 음의 정수
　　　└ 정수가 아닌 유리수

02 답 ④

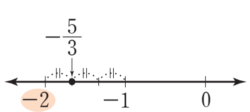
㉠ (음수)<0이므로 음수 중에서 0보다 큰 수는 없다.
㉢ 모든 정수는 유리수이므로 정수 중에 유리수가 아닌 수는 없다.
㉣ 0은 양의 유리수도 아니고 음의 유리수도 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

03 답 -2

$-\frac{11}{4}=-2\frac{3}{4}$과 $\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$를 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



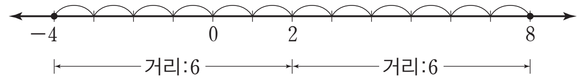
이때 $-\frac{11}{4}$에 가장 가까운 정수는 -3이고, $\frac{14}{3}$에 가장 가까운 정수는 5이므로 $x=-3$, $y=5$
따라서 $\frac{y}{x}=-\frac{5}{3}$이고 $-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3}$를 수직선 위에 점으로 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 $-\frac{5}{3}$에 가장 가까운 정수는 -2이다.



04 답 $a=-4$, $b=8$

두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 12이므로 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점까지의 거리는 $12\times\frac{1}{2}=6$ …… ❶

두 점으로부터 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수가 2이므로 두 수 a, b를 나타내는 점을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



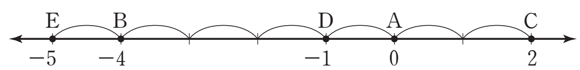
이때 $a<b$이므로 $a=-4$, $b=8$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ a, b와 2를 나타내는 점 사이의 거리 구하기	40 %
❷ a, b의 값 각각 구하기	60 %

05 답 B : -4, C : 2, D : -1, E : -5

[전략] 눈금 한 칸이 1인 수직선 위에 점 A를 기준으로 나머지 4개의 점을 나타내어 본다.

눈금 한 칸이 1인 수직선 위에 점 A를 기준으로 나머지 4개의 점 B, C, D, E를 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 네 점 B, C, D, E에 대응하는 수는 각각 -4, 2, -1, -5이다.

06 답 $-\frac{3}{2}$

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|\frac{10}{3}\right|>|3|>|-2.4|>\left|-\frac{3}{2}\right|>|-0.9|$
이므로 절댓값이 큰 수부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 오는 수는 $-\frac{3}{2}$이다.

07 답 $\frac{34}{15}$

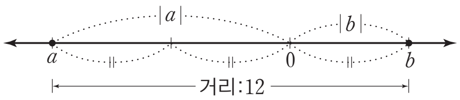
절댓값은 어떤 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리이므로 절댓값이 작을수록 수직선에서 원점에 가깝다.
따라서 절댓값이 가장 큰 수를 나타내는 점은 D이고 절댓값이 가장 작은 수를 나타내는 점은 B이다.
이때 점 D에 대응하는 수는 $2\frac{3}{5}=\frac{13}{5}$이므로 $a=\frac{13}{5}$
점 B에 대응하는 수는 $-\frac{1}{3}$이므로 $b=-\frac{1}{3}$
$\therefore |a|-|b|=\left|\frac{13}{5}\right|-\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{13}{5}-\frac{1}{3}=\frac{39}{15}-\frac{5}{15}=\frac{34}{15}$

다른 풀이

A : $-1\frac{3}{4}=-\frac{7}{4}$, B : $-\frac{1}{3}$, C : $\frac{1}{2}$, D : $2\frac{3}{5}=\frac{13}{5}$
이때 $\left|\frac{13}{5}\right|>\left|-\frac{7}{4}\right|>\left|\frac{1}{2}\right|>\left|-\frac{1}{3}\right|$이므로 절댓값이 가장 큰 수는 $\frac{13}{5}$이고 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{1}{3}$이다.
따라서 $a=\frac{13}{5}$, $b=-\frac{1}{3}$이므로
$|a|-|b|=\left|\frac{13}{5}\right|-\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{13}{5}-\frac{1}{3}=\frac{34}{15}$

08 답 $a=-8$, $b=4$

$|a|$은 $|b|$의 2배이고 $a<0<b$이므로 두 정수 a, b를 나타내는 점을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 두 정수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 12이므로

$|b|=12\times\frac{1}{3}=4$　　$\therefore b=4$

$|a|=2\times|b|=2\times4=8$이므로 $a=-8$

09 답 $-\frac{13}{4}$

절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수를 나타내는 두 점 사이의 거리가 $\frac{13}{2}$이므로 두 점은 원점으로부터 각각 $\frac{13}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{13}{4}$만큼 떨어져 있다.

따라서 두 수는 $-\frac{13}{4}$, $\frac{13}{4}$이므로 두 수 중 작은 수는 $-\frac{13}{4}$이다.

10 답 9개

두 수 a, b의 절댓값이 같고 a가 b보다 9만큼 크므로 $a>0$, $b<0$이고 두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 9이다.

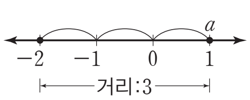
이때 두 수 a, b를 나타내는 두 점은 원점으로부터 각각 $9\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$만큼 떨어져 있으므로 $a=\frac{9}{2}$, $b=-\frac{9}{2}$

따라서 $-\frac{9}{2}=-4.5$, $\frac{9}{2}=4.5$이므로 두 수 사이에 있는 정수는 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4의 9개이다.

11 답 $a=-5$, $b=5$

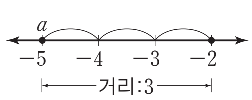
조건 ㈐에서 두 수 a, -2를 나타내는 두 점 사이의 거리가 3이므로 a의 값은 다음과 같다.

(i) $a>-2$일 때



$\therefore a=1$

(ii) $a<-2$일 때



$\therefore a=-5$

조건 ㈏에서 $|a|=|b|$이므로

$a=1$, $b=-1$ 또는 $a=-5$, $b=5$

조건 ㈎에서 $a<b$이므로 $a=-5$, $b=5$

12 답 2

주어진 수의 대소를 비교하면

$-4<-\frac{7}{4}<0<0.5<\frac{3}{2}<5$

이므로 작은 수부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 오는 수는 0.5이다.

또 주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$|0|<|0.5|<\left|\frac{3}{2}\right|<\left|-\frac{7}{4}\right|<|-4|<|5|$

이므로 절댓값이 작은 수부터 차례대로 나열할 때 세 번째에 오는 수는 $\frac{3}{2}$이다.

따라서 구하는 두 수의 합은 $0.5+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$

13 답 ③

주어진 수의 대소를 비교하면

$-\frac{6}{5}<-1<-\frac{2}{3}<\frac{10}{7}<1.5$

또 주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$\left|-\frac{2}{3}\right|<|-1|<\left|-\frac{6}{5}\right|<\left|\frac{10}{7}\right|<|1.5|$

① 가장 작은 수는 $-\frac{6}{5}$이다.

② 가장 큰 수는 1.5이다.

④ 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{2}{3}$이다.

⑤ 음수 중 가장 큰 수는 $-\frac{2}{3}$이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

14 답 ②, ③

② $a=-2$, $b=2$이면 $|a|=|b|=2$이지만 $a\neq b$이다.

③ $a=2$, $b=-3$이면 $a>b$이지만 $|a|=2$, $|b|=3$이므로 $|a|<|b|$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

15 답 8

절댓값이 2 이상 $\overset{5.666\cdots}{\frac{17}{3}}$ 이하인 정수를 x라 하면

$2\le|x|\le\frac{17}{3}$에서 $|x|=2, 3, 4, 5$

(i) $|x|=2$일 때, $x=-2$ 또는 $x=2$

(ii) $|x|=3$일 때, $x=-3$ 또는 $x=3$

(iii) $|x|=4$일 때, $x=-4$ 또는 $x=4$

(iv) $|x|=5$일 때, $x=-5$ 또는 $x=5$

따라서 구하는 정수는 -5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5의 8개이다.

16 답 10

조건 ㈎에서 $-\overset{4.666\cdots}{\frac{14}{3}}<x\le7$을 만족하는 정수 x는

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

조건 ㈏에서 $|x|<6$이므로 $|x|=0, 1, 2, 3, 4, 5$

(i) $|x|=0$일 때, $x=0$

(ii) $|x|=1$일 때, $x=-1$ 또는 $x=1$

(iii) $|x|=2$일 때, $x=-2$ 또는 $x=2$

(iv) $|x|=3$일 때, $x=-3$ 또는 $x=3$

(v) $|x|=4$일 때, $x=-4$ 또는 $x=4$

(vi) $|x|=5$일 때, $x=-5$ 또는 $x=5$
따라서 두 조건을 모두 만족하는 정수 x는 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5의 10개이다.

17 답 ③, ④

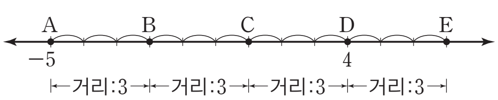
절댓값이 0인 정수는 0의 1개
절댓값이 1인 정수는 -1, 1의 2개
절댓값이 2인 정수는 -2, 2의 2개
⋮
절댓값이 n(n은 자연수)인 정수는 $-n$, n의 2개
자연수 n에 대하여 절댓값이 n 이하인 정수의 개수는
$2\times n+1$
이때 $2\times 27+1=55$, $2\times 28+1=57$이므로
절댓값이 □ 이하인 정수가 55개이려면
$27\le\square<28$
따라서 □ 안에 알맞은 수는 ③ 27, ④ 27.5이다.

참고
③ 절댓값이 27 이하인 정수는
-27, -26, -25, $\cdots$, -1, 0, 1, $\cdots$, 25, 26, 27
이므로 그 개수는 $27\times 2+1=55$
④ 절댓값이 27.5 이하인 정수는
-27, -26, -25, $\cdots$, -1, 0, 1, $\cdots$, 25, 26, 27
이므로 그 개수는 $27\times 2+1=55$

100점 TIP
자연수 n에 대하여 절댓값이 n 이하인 정수의 개수는
$$\underbrace{-n, \cdots, -3, -2, -1}_{n\text{개}}, 0, \underbrace{1, 2, 3, \cdots, n}_{n\text{개}}$$
➡ $n+1+n=2\times n+1$

18 답 B : -2, C : 1, E : 7

-5와 4를 나타내는 두 점 A, D 사이의 거리가 $5+4=9$이므로 두 점 A와 B, B와 C, C와 D, D와 E 사이의 거리는 각각 $9\times\frac{1}{3}=3$



따라서 점 B는 점 A에서 오른쪽으로 3만큼 떨어져 있으므로 점 B에 대응하는 수는 -2이다.
점 C는 점 D에서 왼쪽으로 3만큼 떨어져 있으므로 점 C에 대응하는 수는 1이다.
점 E는 점 D에서 오른쪽으로 3만큼 떨어져 있으므로 점 E에 대응하는 수는 7이다.

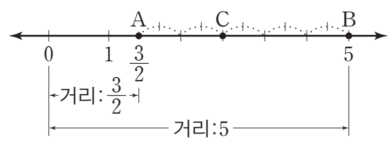
19 답 10

-12와 2를 나타내는 두 점 A, B 사이의 거리가 14이므로 두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점 M까지의 거리는 $14\times\frac{1}{2}=7$

이때 점 M은 점 A에서 오른쪽으로 7만큼 떨어져 있으므로 점 M에 대응하는 수는 -5이다. …… ❶
또 2와 8을 나타내는 두 점 B, C 사이의 거리가 6이므로 두 점 B, C로부터 같은 거리에 있는 점 N까지의 거리는 $6\times\frac{1}{2}=3$
이때 점 N은 점 B에서 오른쪽으로 3만큼 떨어져 있으므로 점 N에 대응하는 수는 5이다. …… ❷
따라서 두 점 M, N 사이의 거리는
$5+5=10$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 점 M에 대응하는 수 구하기	40 %
❷ 점 N에 대응하는 수 구하기	40 %
❸ 두 점 M, N 사이의 거리 구하기	20 %

20 답 $\frac{29}{10}$



두 점 A, B 사이의 거리는 $5-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$이고, 점 C는 두 점 A, B 사이의 거리를 $2:3$으로 나누는 점이므로 두 점 A, C 사이의 거리는
$\frac{7}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{7}{5}$
따라서 점 C에 대응하는 수는
$\frac{3}{2}+\frac{7}{5}=\frac{15}{10}+\frac{14}{10}=\frac{29}{10}$

21 답 7

[전략] $-\frac{4}{3}$를 분모가 6인 분수로 나타낸 후 $-\frac{4}{3}$와 $\frac{13}{6}$ 사이에 있는 분모가 6인 기약분수를 구한다.

$-\frac{4}{3}=-\frac{8}{6}$이므로 $-\frac{4}{3}$과 $\frac{13}{6}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 분모가 6인 기약분수는
$-\frac{7}{6}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{11}{6}$
의 7개이다.

22 답 6

$\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$, $\frac{5}{3}=\frac{20}{12}$이므로 $\frac{1}{4}$과 $\frac{5}{3}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 분모가 12인 기약분수는
$\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{12}$, $\frac{17}{12}$, $\frac{19}{12}$

따라서 이 기약분수의 합은

$\frac{5}{12}+\frac{7}{12}+\frac{11}{12}+\frac{13}{12}+\frac{17}{12}+\frac{19}{12}=\frac{72}{12}=6$

23 답 5

[전략] $\frac{3}{5}$과 $\frac{8}{9}$을 분자가 24인 분수로 나타낸 후 두 수 사이에 있는 분자가 24인 기약분수를 구한다.

$\frac{3}{5}=\frac{24}{40}$, $\frac{8}{9}=\frac{24}{27}$이므로 $\frac{3}{5}$과 $\frac{8}{9}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 분자가 24인 기약분수는

$\frac{24}{39}$, $\frac{24}{37}$, $\frac{24}{35}$, $\frac{24}{31}$, $\frac{24}{29}$

의 5개이다.

24 답 ④

조건 (가)에서 $|a|=3$이므로 $a=-3$ 또는 $a=3$

그런데 조건 (다)에서 a는 -3보다 크므로 $a=3$

조건 (나)에서 $b>3$

조건 (다), (라)에서 c는 -3보다 크고 c를 나타내는 점이 a를 나타내는 점보다 원점에 더 가까우므로 $-3<c<3$

$\therefore c<a<b$

25 답 ②

조건 (가)에서 $|a|=4$이므로 $a=-4$ 또는 $a=4$

그런데 조건 (나)에서 a는 1보다 작으므로 $a=-4$

조건 (다)에서 b의 절댓값은 b이므로 $b>0$

조건 (라)에서 a와 c의 부호는 같으므로 $c<0$

조건 (마)에서 $|a|>|c|$이므로

$|c|<4$ $\quad\therefore -4<c<0$

$\therefore a<c<b$

26 답 ③

[전략] 수를 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

조건 (나), (다)에서 $0<a<d$

조건 (가)에서 $|a|=|c|$이고 a와 c는 서로 다른 유리수이므로 a와 c의 부호는 반대이다. $\quad\therefore c<0$

조건 (라)에서 절댓값이 가장 작은 수는 b이므로

수직선에서 b를 나타내는 점이 원점에 가장 가깝다.

$c<b<a$

$\therefore c<b<a<d$

27 답 ②

조건 (가)에서 $a<3$, $b<3$

조건 (나)에서 $|c|<3$ $\quad\therefore -3<c<3$

조건 (다)에서 $|a|=|5|=5$이고 $a<3$이므로 $a=-5$

조건 (라)에서 b와 c를 나타내는 점 중에서 3을 나타내는 점에 더 가까운 것이 b를 나타내는 점이므로 $c<b<3$

$\therefore a<c<b$

적중 & 심화 실전 TEST

43쪽~45쪽

01 답 ④

㉡ $-\frac{21}{3}=-7$이므로 정수이다.

㉢ 유리수는 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 이루어져 있다.

㉣ -1과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉤이다.

02 답 2

[전략] $\frac{15}{3}$, -2.3, 0, $\frac{6}{5}$을 정수와 정수가 아닌 유리수로 구분한다.

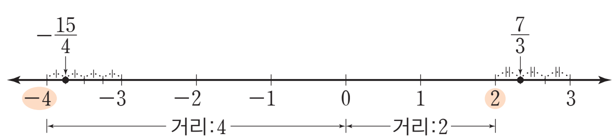
$\frac{15}{3}=5$, 0은 정수이고, -2.3, $\frac{6}{5}$은 정수가 아닌 유리수이다.

$\therefore \left\langle\frac{15}{3}\right\rangle+<-2.3>-<0>+\left\langle\frac{6}{5}\right\rangle$

$=0+1-0+1=2$

03 답 6

$\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$과 $-\frac{15}{4}=-3\frac{3}{4}$을 수직선 위에 점으로 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 $\frac{7}{3}$에 가장 가까운 정수는 2이므로 $a=2$ ······ ❶

$-\frac{15}{4}$에 가장 가까운 정수는 -4이므로 $b=-4$ ······ ❷

따라서 2, -4를 나타내는 두 점 사이의 거리는

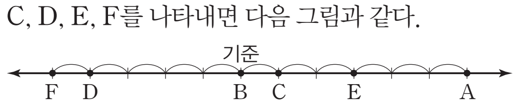
$2+4=6$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	35 %
❷ b의 값 구하기	35 %
❸ a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리 구하기	30 %

04 답 5

[전략] 눈금 한 칸이 1인 수직선 위에 점 B를 기준으로 나머지 5개의 점을 나타내어 본다.

눈금 한 칸이 1인 수직선 위에 점 B를 기준으로 나머지 5개의 점 A, C, D, E, F를 나타내면 다음 그림과 같다.

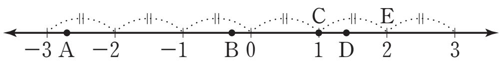


따라서 점 B와 점 F 사이의 거리는 5이다.

05 답 ②, ④

[전략] 각 점에 대응하는 수 또는 그 수의 범위를 생각한다.

각 눈금 사이의 간격이 1이므로 각 눈금에 대응하는 수를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



① 점 C와 점 E에 대응하는 수가 각각 1, 2이므로 양의 정수를 나타내는 점은 점 C, E의 2개이다.

② 점 B가 원점으로부터 가장 가까우므로 점 B에 대응하는 수의 절댓값이 가장 작다.

③ 점 C에 대응하는 수는 1이다.

④ 두 점 A, E에 대응하는 수 사이에 있는 정수는 -2, -1, 0, 1의 4개이다.

⑤ 점 A가 원점에서 가장 멀리 떨어져 있으므로 점 A에 대응하는 수의 절댓값이 가장 크다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

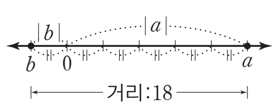
06 답 30

[전략] a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각한다.

$|a|=5\times|b|$이므로 수직선에서 0을 나타내는 점과 a를 나타내는 점 사이의 거리가 0을 나타내는 점과 b를 나타내는 점 사이의 거리의 5배이다.

(i) a가 양수, b가 음수일 때

조건을 만족하는 두 정수 a, b를 나타내는 두 점을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 $|b|=18\times\frac{1}{6}=3$이고 b가 음수이므로

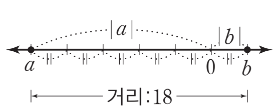
$b=-3$

$|a|=5\times|b|=5\times3=15$이고 a가 양수이므로

$a=15$ …… ❶

(ii) a가 음수, b가 양수일 때

조건을 만족하는 두 정수 a, b를 나타내는 두 점을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 $|b|=18\times\frac{1}{6}=3$이고 b가 양수이므로

$b=3$

$|a|=5\times|b|=5\times3=15$이고 a가 음수이므로

$a=-15$ …… ❷

(i), (ii)에서 $a=15$ 또는 $a=-15$이므로 모든 a의 절댓값의 합은

$|15|+|-15|=15+15=30$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a가 양수, b가 음수일 때, a의 값 구하기	40 %
❷ a가 음수, b가 양수일 때, a의 값 구하기	40 %
❸ 모든 a의 절댓값의 합 구하기	20 %

07 답 10

두 정수 a, b에 대하여 $|a|+|b|=5$인 $|a|$, $|b|$를 구하면 다음 표와 같다.

$\vert a\vert$	0	1	2	3	4	5
$\vert b\vert$	5	4	3	2	1	0

따라서 $a>b$를 만족하는 (a, b)는 $(0, -5)$, $(-1, -4)$, $(1, -4)$, $(-2, -3)$, $(2, -3)$, $(3, -2)$, $(3, 2)$, $(4, -1)$, $(4, 1)$, $(5, 0)$의 10개이다.

08 답 $a=-3$, $b=-1$, $c=3$

[전략] 정수 c에 대한 조건을 이용하여 먼저 c의 값을 구한다.

$c>0$이고 $|c|=3$이므로 $c=3$이다.

또 $|c|=3$이므로 $|a|+|b|=4$

이때 a, b는 0이 아닌 서로 다른 정수이므로 $|a|+|b|=4$를 만족하는 $|a|$, $|b|$를 $(|a|, |b|)$로 나타내면 $(1, 3)$ 또는 $(3, 1)$이다.

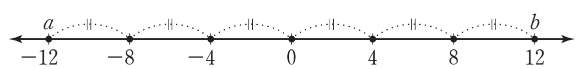
그런데 $a<b<0$이므로 $a=-3$, $b=-1$

09 답 4

절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 24이므로 두 점은 원점으로부터 각각 $24\times\frac{1}{2}=12$만큼 떨어져 있다.

이때 $a<b$이므로 $a=-12$, $b=12$

두 수 -12, 12를 나타내는 두 점 사이의 거리를 6등분하는 점들의 간격은 $\frac{24}{6}=4$이므로 6등분하는 5개의 점에 대응하는 수를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 6등분하는 5개의 점 중 오른쪽에서 두 번째에 있는 점에 대응하는 수는 4이다.

10 답 ③

주어진 수의 대소를 비교하면

$-\frac{22}{3}<-3.5<-\frac{1}{8}<\frac{7}{5}<\frac{9}{2}$

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$\left|-\frac{1}{8}\right|<\left|\frac{7}{5}\right|<|-3.5|<\left|\frac{9}{2}\right|<\left|-\frac{22}{3}\right|$

① 음수 중 가장 큰 수는 $-\frac{1}{8}$이다.

② 절댓값이 가장 큰 수는 $-\frac{22}{3}$이다.

③ 수직선에서 가장 왼쪽에 있는 수는 가장 작은 수이므로 그 수는 $-\frac{22}{3}$이다.

④ 가장 큰 수는 $\frac{9}{2}$, 가장 작은 수는 $-\frac{22}{3}$이고 $\frac{9}{2}=4.5$,

$-\frac{22}{3}=-7.33\cdots$이므로 $-\frac{22}{3}$와 $\frac{9}{2}$ 사이에 있는 음의 정수는 $-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1$의 7개이다.

⑤ -3보다 큰 수는 $-\frac{1}{8}, \frac{7}{5}, \frac{9}{2}$의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

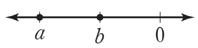
11 답 ⑤

① $a=-3, b=2$이면 $|a|=3, |b|=2$이므로 $|a|>|b|$이지만 $a<b$이다.

② $a=0$일 때, $0>|b|$를 만족하는 b의 값은 없다.

③ $|a|>|b|$이므로 수직선에서 a를 나타내는 점은 b를 나타내는 점보다 원점에서 더 멀다.

④ $|a|>|b|$이고 $a<0, b<0$인 두 수 a, b를 나타내는 점을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 b를 나타내는 점은 a를 나타내는 점보다 오른쪽에 있다.



따라서 옳은 것은 ⑤이다.

12 답 e

조건 ㈎에서 $a=2$

조건 ㈏에서 $-\frac{8}{3}=-2.66\cdots$, $-\frac{5}{4}=-1.25$이므로

$-\frac{8}{3}<b<-\frac{5}{4}$를 만족하는 정수는 -2이다.

$\therefore b=-2$

조건 ㈐에서 $-\frac{4}{5}=-0.8$이므로 $-\frac{4}{5}$에 가장 가까운 정수는 -1이다.

$\therefore c=-1$

조건 ㈒에서 $|e|<\frac{1}{2}$이고 e는 정수이므로 $|e|=0$

$\therefore e=0$

조건 ㈑에서 $d>3$이므로 $b<c<e<a<d$

따라서 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 e이다.

13 답 $-1, 0, 1, 2$

조건 ㈎에서 $\frac{28}{5}=5.6$이므로 $-1.4<n\le\frac{28}{5}$을 만족하는 정수 n의 값은

$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

조건 ㈏에서 $\left|\frac{n}{3}\right|<1$이므로 $-1<\frac{n}{3}<1$

$-\frac{3}{3}<\frac{n}{3}<\frac{3}{3}$이므로 이를 만족하는 정수 n의 값은

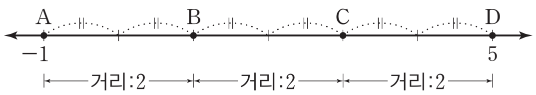
$-2, -1, 0, 1, 2$

따라서 두 조건을 모두 만족하는 정수 n의 값은

$-1, 0, 1, 2$

14 답 4

-1과 5를 나타내는 두 점 A, D 사이의 거리가 $1+5=6$이므로 두 점 A와 B, B와 C, C와 D 사이의 거리는 각각 $6\times\frac{1}{3}=2$



따라서 점 B는 점 A에서 오른쪽으로 2만큼 떨어져 있으므로 점 B에 대응하는 수는 1이다.

또 점 C는 점 D에서 왼쪽으로 2만큼 떨어져 있으므로 점 C에 대응하는 수는 3이다.

따라서 두 점 B, C에 대응하는 두 수의 합은

$1+3=4$

15 답 8

$-\frac{3}{2}=-\frac{9}{6}$이므로 $-\frac{3}{2}<x\le\frac{5}{6}$를 만족하는 유리수 x 중에서 분모가 6인 기약분수는

$-\frac{7}{6}, -\frac{5}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}$

의 5개이다.

$\therefore a=5$ ······ ❶

또 $\frac{7}{4}=1.75$이므로 $|x|\le\frac{7}{4}$에서 $|x|=0, 1$

따라서 이를 만족하는 정수 x는 $-1, 0, 1$의 3개이다.

$\therefore b=3$ ······ ❷

$\therefore a+b=5+3=8$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	50 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

16 답 5

$\frac{7}{8}=\frac{28}{32}, \frac{4}{3}=\frac{28}{21}$이므로 $\frac{7}{8}$과 $\frac{4}{3}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 분자가 28인 기약분수는

$\frac{28}{31}, \frac{28}{29}, \frac{28}{27}, \frac{28}{25}, \frac{28}{23}$

의 5개이다.

17 답 d, b, a, c

조건 ㈏에서 a는 양의 정수이므로 $a>0$

조건 ㈎에서 c가 가장 큰 수이므로 $0<a<c$

조건 ㈐에서 $|b|=|c|$이고 b, c는 서로 다른 정수이므로 $b=-c$

$\therefore b<0<a<c$

조건 ㈑에서 $b>d$이므로 $d<b<0<a<c$

따라서 네 정수 a, b, c, d를 작은 수부터 차례대로 나열하면

d, b, a, c

02 | 정수와 유리수의 계산

개념 확인 47쪽

01 답 ②, ④

① $(-2)-(+2)=(-2)+(-2)=-4$

② $(-1.5)-\left(+\frac{3}{2}\right)=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=-\frac{6}{2}=-3$

③ $\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)$
$=\left(-\frac{3}{12}\right)+\left(+\frac{4}{12}\right)$
$=\frac{1}{12}$

④ $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=-\frac{4}{3}$

⑤ $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)-\left(+\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$
$=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)$
$=(-1)+\left(+\frac{5}{12}\right)$
$=\left(-\frac{12}{12}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)$
$=-\frac{7}{12}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

02 답 ④

① $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$　② $-(-2)^2=-4$

③ $-1^6=-1$　④ $(-2)^3=-8$

⑤ $-\left(\frac{1}{2}\right)^5=-\frac{1}{32}$

따라서 계산 결과가 가장 작은 수는 ④이다.

03 답 90

$30\times(100-3)$

$=\boxed{(가)\ 30}\times100-30\times\boxed{(나)\ 3}$

$=3000-\boxed{(다)\ 90}$

$=\boxed{(라)\ 2910}$

따라서 (다)에 들어갈 수는 90이다.

04 답 $-\frac{5}{6}$

$\frac{2}{5}$의 역수는 $\frac{5}{2}$이므로 $a=\frac{5}{2}$

$-0.3=-\frac{3}{10}$이므로 -0.3의 역수는 $-\frac{10}{3}$　$\therefore b=-\frac{10}{3}$

$\therefore a+b=\frac{5}{2}+\left(-\frac{10}{3}\right)=\frac{15}{6}+\left(-\frac{20}{6}\right)=-\frac{5}{6}$

05 답 ④

① $\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{6}{5}=-\frac{8}{5}$

② $\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)\times(-3)=\frac{5}{2}$

③ $(-2)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times(+9)=+\left(2\times\frac{1}{4}\times9\right)=\frac{9}{2}$

④ $\left(-\frac{7}{3}\right)\div\left(-\frac{4}{5}\right)\div\left(+\frac{7}{5}\right)=\left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(+\frac{5}{7}\right)$
$=+\left(\frac{7}{3}\times\frac{5}{4}\times\frac{5}{7}\right)=\frac{25}{12}$

⑤ $42\times\left\{\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)\right\}=42\times\left(-\frac{2}{7}\right)+42\times\left(+\frac{4}{3}\right)$
$=(-12)+(+56)=44$

따라서 옳은 것은 ④이다.

06 답 (1) ㄹ → ㅁ → ㄷ → ㄴ → ㄱ　(2) $\frac{4}{9}$

(2) $\frac{2}{3}\times\left[-\frac{1}{6}+\left\{\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)^2\div\frac{4}{3}\right\}\right]$
$=\frac{2}{3}\times\left\{-\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{9}\div\frac{4}{3}\right)\right\}$
$=\frac{2}{3}\times\left\{-\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{4}\right)\right\}$
$=\frac{2}{3}\times\left\{-\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\right\}$
$=\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\right)$
$=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

적중 & 심화 유형 연습 48쪽~59쪽

01 답 ④

① $(+1.2)-(+3.7)-(-1.7)$
$=(+1.2)+(-3.7)+(+1.7)$
$=(+1.2)+(-2)=-0.8$

② $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)-(-2)=\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(+2)$
$=\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{4}\right)+(+2)$
$=\left(+\frac{1}{4}\right)+(+2)=\frac{9}{4}$

③ $\left(-\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{4}{14}\right)+\left(-\frac{7}{14}\right)$
$=-\frac{11}{14}$

④ $\frac{2}{3}-\frac{7}{6}-\frac{1}{4}=\frac{8}{12}-\frac{14}{12}-\frac{3}{12}=-\frac{9}{12}=-\frac{3}{4}$

⑤ $-3.2-0.8+\frac{3}{5}=-4+\frac{3}{5}=-\frac{17}{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 답 $-\frac{15}{4}$

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$\left|-\frac{3}{4}\right|<|1|<\left|\frac{3}{2}\right|<|3.1|<\left|-\frac{10}{3}\right|<\left|-\frac{9}{2}\right|$

따라서 $a=-\frac{9}{2}$, $b=-\frac{3}{4}$이므로

$a-b=-\frac{9}{2}-\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{9}{2}+\left(+\frac{3}{4}\right)$

$=-\frac{18}{4}+\left(+\frac{3}{4}\right)=-\frac{15}{4}$

03 답 $\frac{1}{6}$

[전략] 분모가 같은 분수끼리 먼저 계산한다.

$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{2}{2}-\frac{2}{3}+\frac{2}{4}-\frac{3}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{4}$

$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}-\frac{3}{3}-\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}-\frac{4}{4}$

$=1+\frac{1}{2}-\frac{4}{3}=\frac{6}{6}+\frac{3}{6}-\frac{8}{6}=\frac{1}{6}$

04 답 $-\frac{23}{30}$

$a=\frac{7}{3}+(-2)=\frac{7}{3}+\left(-\frac{6}{3}\right)=\frac{1}{3}$

$b=-\frac{18}{5}-\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{18}{5}+\left(+\frac{5}{2}\right)$

$=-\frac{36}{10}+\left(+\frac{25}{10}\right)=-\frac{11}{10}$

$\therefore a+b=\frac{1}{3}+\left(-\frac{11}{10}\right)=\frac{10}{30}+\left(-\frac{33}{30}\right)=-\frac{23}{30}$

05 답 5

$a=-4-\left(-\frac{1}{2}\right)=-4+\left(+\frac{1}{2}\right)$

$=-\frac{8}{2}+\left(+\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{2}$ …… ❶

$b=-\frac{5}{4}+\left(+\frac{7}{3}\right)=-\frac{15}{12}+\left(+\frac{28}{12}\right)=\frac{13}{12}$ …… ❷

따라서 $-\frac{7}{2}=-3.5$, $\frac{13}{12}=1.083\cdots$이므로 $-\frac{7}{2}<x<\frac{13}{12}$을 만족하는 정수 x는 -3, -2, -1, 0, 1의 5개이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ $a<x<b$를 만족하는 정수 x의 개수 구하기	40 %

06 답 $\frac{7}{12}$

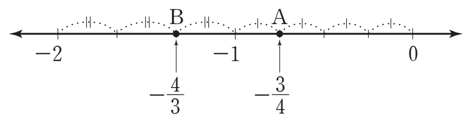
점 A에 대응하는 수는 $-1+\frac{1}{4}=-\frac{3}{4}$

점 B에 대응하는 수는

$-\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{3}{2}+\left(+\frac{1}{6}\right)=-\frac{9}{6}+\left(+\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{8}{6}=-\frac{4}{3}$

두 점 A, B를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 두 점 A, B 사이의 거리는

$-\frac{3}{4}-\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{3}{4}+\left(+\frac{4}{3}\right)=-\frac{9}{12}+\left(+\frac{16}{12}\right)=\frac{7}{12}$

참고

두 수 a, $b(a>b)$를 수직선 위에 점으로 나타낼 때, 두 점 사이의 거리는 $a-b$이다.

07 답 2

$A+(-2)=-\frac{1}{3}$에서

$A=\left(-\frac{1}{3}\right)-(-2)=\left(-\frac{1}{3}\right)+(+2)=\frac{5}{3}$

$\left(-\frac{7}{15}\right)-B=\left(+\frac{6}{5}\right)+(-2)$에서

$\left(-\frac{7}{15}\right)-B=-\frac{4}{5}$

$\therefore B=\left(-\frac{7}{15}\right)-\left(-\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{7}{15}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)$

$=\left(-\frac{7}{15}\right)+\left(+\frac{12}{15}\right)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

$\therefore A+B=\frac{5}{3}+\frac{1}{3}=\frac{6}{3}=2$

08 답 $\frac{37}{6}$

어떤 수를 $\square$라 하면 $\square+\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{6}$

$\therefore \square=\frac{7}{6}-\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{6}+\left(+\frac{5}{2}\right)$

$=\frac{7}{6}+\left(+\frac{15}{6}\right)=\frac{22}{6}=\frac{11}{3}$

따라서 바르게 계산한 값은

$\frac{11}{3}-\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{11}{3}+\left(+\frac{5}{2}\right)=\frac{22}{6}+\left(+\frac{15}{6}\right)=\frac{37}{6}$

09 답 $-\frac{4}{9}$

3	-4	a	$\frac{4}{3}$	b	c	(가)

위와 같이 빈칸에 들어가는 수를 왼쪽에서부터 차례대로 a, b, c라 하면 이웃하는 네 수의 합이 항상 $-\frac{1}{9}$이므로

$3+(-4)+a+\frac{4}{3}=-\frac{1}{9}$

$a+\frac{1}{3}=-\frac{1}{9}$

$\therefore a=-\frac{1}{9}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{9}-\frac{3}{9}=-\frac{4}{9}$

한편 $a+\frac{4}{3}+b+c=\frac{4}{3}+b+c+$(가)에서

$a=$(가)이므로 (가)$=-\frac{4}{9}$

10 답 가장 큰 값 : 15, 가장 작은 값 : -15

$|a|=5$이므로 $a=-5$ 또는 $a=5$
$|b|=10$이므로 $b=-10$ 또는 $b=10$
(i) $a=-5$, $b=-10$일 때
$a-b=-5-(-10)=-5+(+10)=5$
(ii) $a=-5$, $b=10$일 때
$a-b=-5-10=-15$
(iii) $a=5$, $b=-10$일 때
$a-b=5-(-10)=5+(+10)=15$
(iv) $a=5$, $b=10$일 때
$a-b=5-10=-5$
(i)~(iv)에서 $a-b$의 값 중 가장 큰 값은 15이고 가장 작은 값은 -15이다.

11 답 14

$|a|\le 2$이므로 $|a|=0, 1, 2$
$\therefore a=-2, -1, 0, 1, 2$
$3<|b|\le 5$이므로 $|b|=4, 5$
$\therefore b=-5, -4, 4, 5$
이때 $a+b$의 값이 최대이려면 a, b의 값이 모두 최대이어야 한다.
즉 $a=2$, $b=5$일 때 $a+b$가 최댓값을 가지므로
$M=2+5=7$
또 $a+b$의 값이 최소이려면 a, b의 값이 모두 최소이어야 한다.
즉 $a=-2$, $b=-5$일 때 $a+b$가 최솟값을 가지므로
$m=-2+(-5)=-7$
$\therefore M-m=7-(-7)=7+(+7)=14$

12 답 ④

$|a|+|b|=3$을 만족하는 $|a|$, $|b|$을 $(|a|, |b|)$로 나타내면
$(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)$
이때 $a<b$이므로
(i) $|a|=0$, $|b|=3$일 때
$a=0$, $b=3$
즉 $a+b=0+3=3$
(ii) $|a|=1$, $|b|=2$일 때
$a=-1$, $b=2$ 또는 $a=1$, $b=2$
즉 $a+b$의 값은 $-1+2=1$ 또는 $1+2=3$
(iii) $|a|=2$, $|b|=1$일 때
$a=-2$, $b=-1$ 또는 $a=-2$, $b=1$
즉 $a+b$의 값은 $-2+(-1)=-3$ 또는 $-2+1=-1$
(iv) $|a|=3$, $|b|=0$일 때
$a=-3$, $b=0$
즉 $a+b=-3+0=-3$
따라서 (i)~(iv)에 의해 $a+b$의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

13 답 15

첫 번째 가로줄에서 세 정수의 합은
$-4+(+1)+(+3)=0$
첫 번째 세로줄에서
$-4+a+(-3)=0 \qquad \therefore a=7$
오른쪽 위에서 왼쪽 아래로 향하는 대각선에서
$(+3)+b+(-3)=0 \qquad \therefore b=0$
세 번째 세로줄에서
$(+3)+c+(+4)=0 \qquad \therefore c=-7$
세 번째 가로줄에서
$-3+d+(+4)=0 \qquad \therefore d=-1$
$$\begin{aligned}\therefore a-b-c-d&=7-0-(-7)-(-1)\\&=7-0+(+7)+(+1)\\&=15\end{aligned}$$

14 답 2512.08포인트

코스피의 일별 시세에서 전일비가 ▲이면 전일대비 주가가 오른 것이고, 전일비가 ▼이면 전일대비 주가가 내린 것이다.
따라서 4월 10일의 종가는
$2472.34+8.17+14.7-35.98+31.18+21.67$
$=2512.08$(포인트)

15 답 $-\frac{8}{21}$

주어진 전개도를 접어서 만든 정육면체에서 a와 마주 보는 면에 적힌 수는 $-\frac{1}{3}$, b와 마주 보는 면에 적힌 수는 $-\frac{2}{7}$, c와 마주 보는 면에 적힌 수는 1이다. 즉
$a+\left(-\frac{1}{3}\right)=0$이므로 $a=\frac{1}{3}$
$b+\left(-\frac{2}{7}\right)=0$이므로 $b=\frac{2}{7}$
$1+c=0$이므로 $c=-1$
$\therefore a+b+c=\frac{1}{3}+\frac{2}{7}+(-1)=\frac{7}{21}+\frac{6}{21}+\left(-\frac{21}{21}\right)=-\frac{8}{21}$

16 답 ②

① $(-2)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times(-9)=-\left(2\times\frac{1}{4}\times 9\right)=-\frac{9}{2}$

② $\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)\div\left(-\frac{3}{10}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)$
$=-\left(\frac{6}{5}\times\frac{8}{3}\times\frac{10}{3}\right)=-\frac{32}{3}$

③ $-2^2\times(-5)\div 10=-4\times(-5)\times\frac{1}{10}$
$=+\left(4\times 5\times\frac{1}{10}\right)=2$

④ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times 2^3\div(-6)=\frac{1}{4}\times 8\times\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=-\left(\frac{1}{4}\times 8\times\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{3}$

⑤ $(-4)^2 \div \left(-\frac{6}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 16 \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)$
$= +\left(16 \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}\right) = 20$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

17 답 -18

$a = -14 + 3 = -11$

$b = \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{5}{8}\right) = \left(-\frac{6}{8}\right) + \left(-\frac{5}{8}\right) = -\frac{11}{8}$

$c = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{9}{4}$

$\therefore a \div b \times c = -11 \div \left(-\frac{11}{8}\right) \times \left(-\frac{9}{4}\right)$
$= -11 \times \left(-\frac{8}{11}\right) \times \left(-\frac{9}{4}\right)$
$= -18$

18 답 $M=12$, $m=-24$

$|a-2|=4$에서 $a-2=4$ 또는 $a-2=-4$이므로
$a=4+2=6$ 또는 $a=-4+2=-2$ …… ❶
$|b+1|=3$에서 $b+1=3$ 또는 $b+1=-3$이므로
$b=3-1=2$ 또는 $b=-3-1=-4$ …… ❷
(ⅰ) $a=6$, $b=2$일 때, $a \times b = 6 \times 2 = 12$
(ⅱ) $a=6$, $b=-4$일 때, $a \times b = 6 \times (-4) = -24$
(ⅲ) $a=-2$, $b=2$일 때, $a \times b = (-2) \times 2 = -4$
(ⅳ) $a=-2$, $b=-4$일 때, $a \times b = (-2) \times (-4) = 8$
(ⅰ)~(ⅳ)에서 $a \times b$의 값 중 가장 큰 값은 12이고, 가장 작은 값은 -24이므로
$M=12$, $m=-24$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ M, m의 값 각각 구하기	40 %

19 답 $\frac{5}{3}$

주어진 정육면체에서 마주 보는 면에 적힌 두 수의 곱이 1이므로 두 수는 서로 역수이다.
이때 -3, $-\frac{2}{3}$, $0.3=\frac{3}{10}$의 역수를 각각 구하면 $-\frac{1}{3}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{10}{3}$이므로 보이지 않는 세 면에 적힌 세 수의 곱은
$-\frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$

20 답 $-\frac{8}{9}$

주어진 전개도를 접어서 만든 정육면체에서 a와 마주 보는 면에 적힌 수는 d, b와 마주 보는 면에 적힌 수는 $(-3)^2$, c와 마주 보는 면에 적힌 수는 $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$이다.
이때 $a \times d = 1$이고 b, c는 각각 $(-3)^2=9$, $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$의 역수이므로 $b=\frac{1}{9}$, $c=-8$
$\therefore a \times b \times c \times d = a \times d \times b \times c = 1 \times \frac{1}{9} \times (-8) = -\frac{8}{9}$

21 답 $-\frac{6}{5}$

$(a-b) \times c = -2$에서 $a \times c - b \times c = -2$이므로
$a \times c - \frac{4}{5} = -2$
$\therefore a \times c = -2 + \frac{4}{5} = -\frac{6}{5}$

22 답 21

$a \times d + b \times d + c \times d = 63$에서 $(a+b+c) \times d = 63$
이때 $63 = 3^2 \times 7$이고 $1 < d \le 6$이므로 d의 값은 63의 약수 중 1보다 크고 6 이하인 수이다.
따라서 $d=3$이므로 $(a+b+c) \times 3 = 63$에서
$a+b+c=21$

23 답 0

[전략] $(-2)^{10}=2^{10}$임을 이용한다.
$\{(-2)^{10} \times (-26) + (-2)^{10} \times 7\} + 2^{10} \times 19$
$= (-2)^{10} \times \{(-26)+7\} + 2^{10} \times 19$
$= 2^{10} \times (-19) + 2^{10} \times 19$
$= 2^{10} \times \{(-19)+19\}$
$= 2^{10} \times 0 = 0$

24 답 7

$A = -3^4 \div (-3)^2 - \{(-1)^3 \times (-2) - (-2)^2\}$
$= -81 \div 9 - \{(-1) \times (-2) - 4\}$
$= -9 - (2-4)$
$= -9 - (-2)$
$= -9 + (+2) = -7$
$\therefore |A| = |-7| = 7$

25 답 $\frac{53}{5}$

$1 - \left[\frac{12}{5} + \{(-6) \times 5 + 4\} \div (-2) - 5^2\right]$
$= 1 - \left[\frac{12}{5} + \{(-30)+4\} \div (-2) - 25\right]$
$= 1 - \left\{\frac{12}{5} + (-26) \div (-2) - 25\right\}$
$= 1 - \left(\frac{12}{5} + 13 - 25\right)$
$= 1 - \left(\frac{12}{5} - 12\right)$
$= 1 - \left(-\frac{48}{5}\right)$
$= 1 + \left(+\frac{48}{5}\right) = \frac{53}{5}$

26 답 (1) -3 (2) $\frac{36}{35}$ (3) -3

(1) $A=(-3)^2-\left\{\frac{5}{6}-\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{10}\right\}$

$=9\times\left\{\frac{5}{6}-\left(\frac{15}{20}-\frac{8}{20}\right)\times\frac{10}{3}\right\}$

$=9\times\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{20}\times\frac{10}{3}\right)$

$=9\times\left(\frac{5}{6}-\frac{7}{6}\right)$

$=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-3$ …… ❶

(2) $B=\frac{3}{2}\div\left\{-2-\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\right)\times4-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right\}$

$=\frac{3}{2}\div\left\{-2-\left(\frac{3}{6}-\frac{8}{6}\right)\times4-\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}$

$=\frac{3}{2}\div\left\{-2-\left(-\frac{5}{6}\right)\times4+\left(+\frac{1}{8}\right)\right\}$

$=\frac{3}{2}\div\left\{-2-\left(-\frac{10}{3}\right)+\left(+\frac{1}{8}\right)\right\}$

$=\frac{3}{2}\div\left\{-2+\left(+\frac{10}{3}\right)+\left(+\frac{1}{8}\right)\right\}$

$=\frac{3}{2}\div\left\{-\frac{48}{24}+\left(+\frac{80}{24}\right)+\left(+\frac{3}{24}\right)\right\}$

$=\frac{3}{2}\div\frac{35}{24}=\frac{3}{2}\times\frac{24}{35}=\frac{36}{35}$ …… ❷

(3) $A\div B=(-3)\div\frac{36}{35}=(-3)\times\frac{35}{36}=-\frac{35}{12}=-2.916\cdots$

따라서 $A\div B$를 계산한 값에 가장 가까운 정수는 -3이다.

…… ❸

채점 기준	비율
❶ A의 값 구하기	40 %
❷ B의 값 구하기	40 %
❸ $A\div B$를 계산한 값에 가장 가까운 정수 구하기	20 %

27 답 5

$\left(-\frac{7}{5}\right)^2\div\left(-\frac{2}{5}\right)+(-1)^{99}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{(-2)^2}$

$=\frac{49}{25}\times\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}$

$=-\frac{49}{10}+\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=-\frac{49}{10}+\left(-\frac{2}{10}\right)$

$=-\frac{51}{10}=-5.1$

따라서 주어진 식을 계산한 값인 -5.1보다 큰 음의 정수는 -5, -4, -3, -2, -1의 5개이다.

28 답 $-\frac{3}{4}$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\boxed{}\right)\div\frac{7}{3}=-\frac{1}{7}$에서

$\frac{4}{9}\times\left(\boxed{}\right)\times\frac{3}{7}=-\frac{1}{7}$, $\left(\boxed{}\right)\times\frac{4}{21}=-\frac{1}{7}$

$\therefore \boxed{}=-\frac{1}{7}\div\frac{4}{21}=-\frac{1}{7}\times\frac{21}{4}=-\frac{3}{4}$

29 답 60

$\frac{1}{2}\times\boxed{}\times\left(-\frac{5}{18}+\frac{4}{9}\right)\div\frac{5}{8}=8$에서

$\frac{1}{2}\times\boxed{}\times\left(-\frac{5}{18}+\frac{8}{18}\right)\times\frac{8}{5}=8$

$\frac{1}{2}\times\boxed{}\times\frac{1}{6}\times\frac{8}{5}=8$, $\boxed{}\times\frac{2}{15}=8$

$\therefore \boxed{}=8\div\frac{2}{15}=8\times\frac{15}{2}=60$

30 답 $\frac{25}{12}$

$\frac{16}{3}\div\frac{1}{A}=-\frac{10}{3}$에서 $\frac{16}{3}\times A=-\frac{10}{3}$

$\therefore A=\left(-\frac{10}{3}\right)\div\frac{16}{3}=\left(-\frac{10}{3}\right)\times\frac{3}{16}=-\frac{5}{8}$

$C\times\left(-\frac{6}{5}\right)=9$에서

$C=9\div\left(-\frac{6}{5}\right)=9\times\left(-\frac{5}{6}\right)=-\frac{15}{2}$

$\left(-\frac{10}{3}\right)\div B=C$에서 $\left(-\frac{10}{3}\right)\div B=-\frac{15}{2}$

$\therefore B=\left(-\frac{10}{3}\right)\div\left(-\frac{15}{2}\right)=\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{15}\right)=\frac{4}{9}$

$\therefore A\times B\times C=\left(-\frac{5}{8}\right)\times\frac{4}{9}\times\left(-\frac{15}{2}\right)=\frac{25}{12}$

31 답 $-\frac{13}{2}$

어떤 수를 $\boxed{}$라 하면 $\boxed{}-\left(-\frac{4}{9}\right)=\frac{10}{3}$

$\boxed{}+\left(+\frac{4}{9}\right)=\frac{10}{3}$

$\therefore \boxed{}=\frac{10}{3}-\left(+\frac{4}{9}\right)=\frac{10}{3}+\left(-\frac{4}{9}\right)$

$=\frac{30}{9}+\left(-\frac{4}{9}\right)=\frac{26}{9}$

따라서 바르게 계산한 값은

$\frac{26}{9}\div\left(-\frac{4}{9}\right)=\frac{26}{9}\times\left(-\frac{9}{4}\right)=-\frac{13}{2}$

32 답 ④

$a\div b<0$에서 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $a-b<0$이므로 $a<0$, $b>0$

33 답 ②

$a\times b>0$에서 a와 b는 같은 부호이고 $b\div c<0$에서 b와 c는 다른 부호이다.

따라서 a와 c는 다른 부호이다.

이때 $a>c$이므로 $a>0$, $c<0$

또 a와 b는 같은 부호이므로 $b>0$

34 답 ③

수직선에서 $a<0$, $b>0$, $|a|>|b|$이다.

① $a+b=$(음수)$+$(양수)에서 음수인 a의 절댓값이 더 크므로 $a+b<0$

② $a-b=$(음수)$-$(양수)$=$(음수)$+$(음수)$=$(음수)

③ $b-a=$(양수)$-$(음수)$=$(양수)$+$(양수)$=$(양수)

④ $a\times b=$(음수)$\times$(양수)$=$(음수)

⑤ $a\div b=$(음수)$\div$(양수)$=$(음수)

따라서 부호가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

35 답 8 kg

학생 B의 몸무게를 0 kg으로 놓고, 각 학생의 몸무게를 부호 $+$ 또는 $-$를 사용하여 나타내어 보자.

(가)에서 학생 A는 학생 B보다 몸무게가 3 kg 무거우므로 학생 A의 몸무게는 $0+3=3$ (kg)

(다)에서 학생 C는 학생 B보다 몸무게가 1 kg 가벼우므로 학생 C의 몸무게는 $0-1=-1$ (kg)

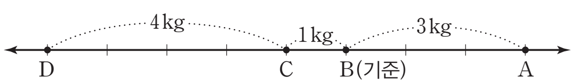
(나)에서 학생 D는 학생 C보다 몸무게가 4 kg 가벼우므로 학생 D의 몸무게는 $-1-4=-5$ (kg)

따라서 몸무게가 가장 무거운 학생은 A이고, 가장 가벼운 학생은 D이므로 두 학생 A, D의 몸무게의 차이는

$3-(-5)=3+(+5)=8$ (kg)

다른 풀이

학생 B의 몸무게를 기준으로 나머지 세 학생 A, C, D의 몸무게를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 몸무게가 가장 가벼운 학생은 D이고, 가장 무거운 학생은 A이므로 두 학생 A, D의 몸무게의 차이는

$4+1+3=8$ (kg)

36 답 $\frac{21}{2}$ m

건물 A의 높이를 0 m로 놓고, 각 건물의 높이를 부호 $+$ 또는 $-$를 사용하여 나타내어 보자.

(가)에서 건물 B는 건물 A보다 높이가 $\frac{10}{3}$ m 낮으므로 건물 B의 높이는 $0-\frac{10}{3}=-\frac{10}{3}$ (m)

(나)에서 건물 C는 건물 B보다 높이가 $\frac{15}{2}$ m 높으므로 건물 C의 높이는 $-\frac{10}{3}+\frac{15}{2}=-\frac{20}{6}+\frac{45}{6}=\frac{25}{6}$ (m)

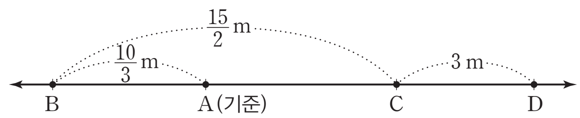
(다)에서 건물 D는 건물 C보다 높이가 3 m 높으므로 건물 D의 높이는 $\frac{25}{6}+3=\frac{25}{6}+\frac{18}{6}=\frac{43}{6}$ (m)

따라서 가장 높은 건물은 D이고, 가장 낮은 건물은 B이므로 두 건물 B, D의 높이의 차는

$\frac{43}{6}-\left(-\frac{10}{3}\right)=\frac{43}{6}+\left(+\frac{20}{6}\right)=\frac{63}{6}=\frac{21}{2}$ (m)

다른 풀이

건물 A의 높이를 기준으로 나머지 건물 B, C, D의 높이를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 가장 높은 건물은 D이고, 가장 낮은 건물은 B이므로 두 건물 B, D의 높이의 차는

$\frac{15}{2}+3=\frac{21}{2}$ (m)

37 답 $-\frac{1}{2}$

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작은 값이 되려면 음수이어야 하므로 음수 3개를 곱해야 한다. 즉

$x=(-4)\times\left(-\frac{7}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-7$

또 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 큰 값이 되려면 양수이어야 하므로 음수 2개, 양수 1개를 곱해야 하고, 음수는 절댓값이 큰 수 2개를 선택해야 한다. 즉

$y=(-4)\times\left(-\frac{7}{2}\right)\times 1=14$

$\therefore x\div y=(-7)\div 14=(-7)\times\frac{1}{14}=-\frac{1}{2}$

> **100점 TIP**
>
> 서로 다른 여러 개의 수를 뽑아 곱한 값 중에서
>
> (1) 가장 큰 수 : 절댓값이 가장 큰 양수
>
> ➡ 절댓값이 큰 음수를 짝수 개 뽑고, 나머지는 절댓값이 큰 양수를 뽑는다.
>
> (2) 가장 작은 수 : 절댓값이 가장 큰 음수
>
> ➡ 절댓값이 큰 음수를 홀수 개 뽑고, 나머지는 절댓값이 큰 양수를 뽑는다.

38 답 14

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 큰 값이 되려면 양수이어야 하므로 음수 2개, 양수 1개를 곱해야 하고, 양수는 절댓값이 큰 수를 선택해야 한다. 즉

$a=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-6)\times\frac{4}{3}=4$ ······ ❶

또 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작은 값이 되려면 음수이어야 하므로 양수 2개, 음수 1개를 곱해야 하고, 음수는 절댓값이 큰 수를 선택해야 한다. 즉

$b=\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times(-6)=-10$ ······ ❷

$\therefore a-b=4-(-10)=4+(+10)=14$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

39 답 14

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 큰 값이 되려면 양수이어야 하므로 음수 2개, 양수 1개를 곱해야 하고, 음수와 양수 모두 절댓값이 큰 수를 선택해야 한다. 즉

$a=(-5)\times(-2)\times\frac{7}{2}=35$

또 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작은 값이 되려면 음수이어야 하므로 절댓값이 큰 음수 1개, 양수 2개를 곱하거나 음수 3개를 곱해야 한다.

(i) 절댓값이 큰 음수 1개, 양수 2개를 곱하는 경우 그 값은

$(-5)\times\frac{7}{2}\times\frac{6}{5}=-21$

(ii) 음수 3개를 곱하는 경우 그 값은

$(-2)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-5)=-\frac{20}{3}$

(i), (ii)에서 가장 작은 값은 -21이므로 $b=-21$

$\therefore a+b=35+(-21)=14$

40 답 1

[전략] $a\div b$의 값이 최대가 되려면 양수이어야 하고, $a\div b$의 값이 최소가 되려면 음수이어야 함을 안다.

$a\div b$의 값이 최대가 되려면 양수이어야 하므로 양수 2개 또는 음수 2개를 선택해야 하고, a는 절댓값이 큰 수, b는 절댓값이 작은 수를 선택해야 한다.

(i) $a=-2$, $b=-\frac{1}{3}$일 때

$a\div b=-2\div\left(-\frac{1}{3}\right)=-2\times(-3)=6$

(ii) $a=\frac{3}{2}$, $b=0.4$일 때

$a\div b=\frac{3}{2}\div 0.4=\frac{3}{2}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{4}$

(i), (ii)에서 $a\div b$의 최댓값은 6이다.

또 $a\div b$의 값이 최소가 되려면 음수이어야 하므로 음수 1개, 양수 1개를 선택해야 하고, a는 절댓값이 큰 수, b는 절댓값이 작은 수를 선택해야 한다.

(iii) $a=-2$, $b=0.4$일 때

$a\div b=-2\div 0.4=-2\div\frac{2}{5}=-2\times\frac{5}{2}=-5$

(iv) $a=\frac{3}{2}$, $b=-\frac{1}{3}$일 때

$a\div b=\frac{3}{2}\div\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{2}\times(-3)=-\frac{9}{2}$

(iii), (iv)에서 $a\div b$의 최솟값은 -5이다.

따라서 $A=6$, $B=-5$이므로

$A+B=6+(-5)=1$

41 답 (1) 6 (2) -15

$(\boxed{㉠})\div(\boxed{㉡})\times(\boxed{㉢})$

(1) 계산 결과가 가장 큰 값은 양수이어야 하므로 음수 2개, 양수 1개를 선택해야 한다.

이때 선택한 세 수 중에서 ㉡에는 절댓값이 가장 작은 수가 들어가야 한다.

(i) 세 수 $-\frac{5}{8}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$를 선택할 때, 세 수 중 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{5}{8}$이므로 ㉡에 들어가는 수는 $-\frac{5}{8}$이다. 즉

$\frac{5}{2}\div\left(-\frac{5}{8}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{2}\times\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=6$

(ii) 세 수 $-\frac{5}{8}$, $-\frac{3}{2}$, $\frac{1}{4}$을 선택할 때, 세 수 중 절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{1}{4}$이므로 ㉡에 들어가는 수는 $\frac{1}{4}$이다. 즉

$\left(-\frac{5}{8}\right)\div\frac{1}{4}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(-\frac{5}{8}\right)\times 4\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{15}{4}$

(i), (ii)에서 가장 큰 수는 6이다.

(2) 계산 결과가 가장 작은 값은 음수이어야 하므로 양수 2개, 음수 1개를 선택해야 한다.

이때 선택한 세 수 중에서 ㉡에는 절댓값이 가장 작은 수가 들어가야 한다.

(i) 세 수 $\frac{5}{2}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{5}{8}$를 선택할 때, 세 수 중 절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{1}{4}$이므로 ㉡에 들어가는 수는 $\frac{1}{4}$이다. 즉

$\frac{5}{2}\div\frac{1}{4}\times\left(-\frac{5}{8}\right)=\frac{5}{2}\times 4\times\left(-\frac{5}{8}\right)=-\frac{25}{4}$

(ii) 세 수 $\frac{5}{2}$, $\frac{1}{4}$, $-\frac{3}{2}$을 선택할 때, 세 수 중 절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{1}{4}$이므로 ㉡에 들어가는 수는 $\frac{1}{4}$이다. 즉

$\frac{5}{2}\div\frac{1}{4}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{2}\times 4\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-15$

(i), (ii)에서 가장 작은 수는 -15이다.

42 답 -100

$(-1)^{(\text{짝수})}=1$, $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$이므로

$(-1)-(-1)^2+(-1)^3-(-1)^4+\cdots+(-1)^{99}-(-1)^{100}$

$=\underbrace{(-1)-1+(-1)-1+\cdots+(-1)-1}_{100\text{개}}$

$=(-1)\times 100$

$=-100$

43 답 ④

$A=1\times 1^2\times 1^3\times\cdots\times 1^{100}=1\times 1\times 1\times\cdots\times 1=1$

$B=(-1)\times(-1)^2\times(-1)^3\times\cdots\times(-1)^{101}$

$=(-1)\times 1\times(-1)\times 1\times\cdots\times(-1)\times 1\times(-1)$

$=(-1)^{51}$

$=-1$

$C=(-1)+(-1)^2+(-1)^3+\cdots+(-1)^{102}$

$=\underbrace{(-1)+1}_{0}+\underbrace{(-1)+1}_{0}+\cdots+\underbrace{(-1)+1}_{0}$

$=0$

따라서 세 수 A, B, C의 대소 관계는 $B<C<A$이다.

44 답 0

[전략] n이 짝수일 때와 홀수일 때로 나누어 생각한다.

(i) n이 짝수일 때

$n+1$은 홀수, $n+2$는 짝수, …, $n+11$은 홀수이므로

$(-1)^n+(-1)^{n+1}+(-1)^{n+2}+\cdots+(-1)^{n+11}$

$=\underbrace{1+(-1)}_{0}+\underbrace{1+(-1)}_{0}+\cdots+\underbrace{1+(-1)}_{0}=0$

(ii) n이 홀수일 때

$n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수, …, $n+11$은 짝수이므로

$(-1)^n+(-1)^{n+1}+(-1)^{n+2}+\cdots+(-1)^{n+11}$

$=\underbrace{(-1)+1}_{0}+\underbrace{(-1)+1}_{0}+\cdots+\underbrace{(-1)+1}_{0}=0$

참고

(짝수)+(홀수)=(홀수), (짝수)+(짝수)=(짝수)

(홀수)+(짝수)=(홀수), (홀수)+(홀수)=(짝수)

45 답 $-\frac{1}{51}$

[전략] 곱해지는 음수의 개수가 짝수인지 홀수인지 판단한다.

곱해지는 음수의 개수는 13, 즉 홀수이므로

$\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(+\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{7}\right)\times\cdots\times\left(+\frac{47}{49}\right)\times\left(-\frac{49}{51}\right)$

$=-\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}\times\cdots\times\frac{47}{49}\times\frac{49}{51}\right)=-\frac{1}{51}$

46 답 $-\frac{49}{2}$

곱해지는 음수의 개수가 49, 즉 홀수이므로

$\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(+\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)\div\cdots\div\left(+\frac{96}{97}\right)\div\left(-\frac{97}{98}\right)$

$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times\cdots\times\left(+\frac{97}{96}\right)\times\left(-\frac{98}{97}\right)$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{97}{96}\times\frac{98}{97}\right)=-\frac{49}{2}$

47 답 $\frac{2}{9}$

[전략] 12, 20, 30, 42, 56, 72를 연속하는 두 자연수의 곱으로 나타낸다.

$\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}$

$=\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}$

$=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)$

$\quad+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)$

$=\frac{1}{3}-\frac{1}{9}=\frac{3}{9}-\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$

48 답 2

조건 (나), (다)에서 $|a|=4$, $|a|+|b|=9$이므로 $|b|=5$

조건 (가)에서 $a<0$, $b>0$이므로 $a=-4$, $b=5$

조건 (라)에서 $c=a-(-3)=-4+(+3)=-1$

$\therefore a+b-c=-4+5-(-1)=-4+5+(+1)=2$

49 답 90

조건 (나), (다)에서 $a=-2$

조건 (라)에서 $|b|=|a+7|=|-2+7|=5$

이때 조건 (다)에서 $b>0$이므로 $b=5$

조건 (가)에서 $a+b+c=-6$이므로 $-2+5+c=-6$

$3+c=-6 \qquad \therefore c=-9$

$\therefore a\times b\times c=(-2)\times5\times(-9)=90$

50 답 $a=5$, $b=-3$, $c=-11$

조건 (가)에서 $a>0$, $b<0$ …… ❶

조건 (나)에서 $|b|=3$이므로 $b=-3$

또 $|a|=|2-b|=|2-(-3)|=|2+(+3)|=|5|=5$

이때 $a>0$이므로 $a=5$ …… ❷

조건 (다)에서 $a-b+c=-3$이므로 $5-(-3)+c=-3$

$5+(+3)+c=-3$, $8+c=-3$

$\therefore c=-11$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 조건 (가)에서 a, b의 부호 알기	20 %
❷ 조건 (나)에서 a, b의 값 각각 구하기	50 %
❸ 조건 (다)에서 c의 값 구하기	30 %

51 답 12

$42=2\times3\times7$이므로 조건 (가), (다)를 만족하는 $|a|$, $|b|$, $|c|$을 구하면 다음과 같다.

(i) $|a|=7$, $|b|=3$, $|c|=2$

(ii) $|a|=7$, $|b|=6$, $|c|=1$

(iii) $|a|=14$, $|b|=3$, $|c|=1$

(iv) $|a|=21$, $|b|=2$, $|c|=1$

한편 조건 (가)에서 세 수의 곱이 음수이므로 세 수 모두 음수이거나 두 수는 양수, 나머지 한 수는 음수이어야 한다.

그런데 조건 (나)에서 세 수의 합이 양수이므로 두 수는 양수, 나머지 한 수는 음수이다.

따라서 (i)~(iv) 중 $a+b+c=6$이 되는 경우는 $a=7$, $b=-3$, $c=2$일 때이므로

$a-b+c=7-(-3)+2=7+(+3)+2=12$

52 답 ②, ⑤

① $a+b=$(양수)+(음수)에서 음수의 절댓값이 더 크므로 $a+b<0$

② $a-b=$(양수)−(음수)=(양수)+(양수)=(양수)

③ $a\times b=$(양수)×(음수)=(음수)

④ $a^2\times b=$(양수)^2×(음수)=(양수)×(음수)=(음수)

⑤ $a\div b^2=$(양수)$\div$(음수)$^2=$(양수)$\div$(양수)$=$(양수)
따라서 항상 양수인 것은 ②, ⑤이다.

53 답 ⑤

$\frac{a}{b}>0$에서 a와 b의 부호는 같다.
$a+b>0$이므로 $a>0$, $b>0$
한편 $a+c<0$이므로 $c<0$, $|c|>|a|$
① $a\times b=$(양수)$\times$(양수)$=$(양수)
② $|c|>|a|$이고 $c<0<b<a$이므로 $|c|>|b|$
③ $a\div c=$(양수)$\div$(음수)$=$(음수)
④ $|c|>|b|$이므로 $b+c=$(양수)$+$(음수)$=$(음수)
⑤ $|c|>|a|$이므로 $|a|-|c|<0$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

54 답 ④

조건 (가)에서 $a<b$
조건 (나)에서 $a\div(-b)>0$이므로 a와 $-b$의 부호가 같다.
즉 a와 b의 부호는 다르므로 $a<0$, $b>0$
조건 (다)에서 $a\times c>0$이므로 a와 c의 부호는 같다.
$\therefore a<0, b>0, c<0$
① $-a+b-c=(-a)+b+(-c)$
$=$(양수)$+$(양수)$+$(양수)$=$(양수)
② $(-a)\times b\times(-c)=$(양수)$\times$(양수)$\times$(양수)$=$(양수)
③ $a\div(-b)\div c^2=$(음수)$\div$(음수)$\div$(음수)^2
$=$(음수)$\div$(음수)$\div$(양수)$=$(양수)
④ $-a^2\times b+c=-$(음수)$^2\times$(양수)$+$(음수)
$=$(음수)$\times$(양수)$+$(음수)
$=$(음수)$+$(음수)$=$(음수)
⑤ $a^2+b-c=a^2+b+(-c)$
$=$(음수)$^2+$(양수)$+$(양수)
$=$(양수)$+$(양수)$+$(양수)$=$(양수)
따라서 계산 결과의 부호가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

55 답 ④

$a\times c=0$이므로 $a=0$ 또는 $c=0$
이때 $a\times b<0$이므로 $a\neq0$
$\therefore c=0$
한편 $a\times b<0$이므로 a와 b의 부호는 다르다.
$a+b+c<0$에서 $a+b<0$이고 $|a|<|b|$이므로
$a>0$, $b<0$
$\therefore b<c<a$
따라서 a, b, c의 대소 관계가 옳은 것은 ④이다.

56 답 a

$a<0$, $b>0$이고 $a+b>0$이므로 $|a|<|b|$
$a-b=$(음수)$-$(양수)$=$(음수)$+$(음수)$=$(음수)
$b-a=$(양수)$-$(음수)$=$(양수)$+$(양수)$=$(양수)
이때 음수 a, $-b$, $a-b$에서 절댓값이 큰 수가 작으므로
$a-b<-b<a$
양수 b, $-a$, $b-a$에서 절댓값이 큰 수가 크므로
$-a<b<b-a$
$\therefore a-b<-b<a<-a<b<b-a$
따라서 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 a이다.

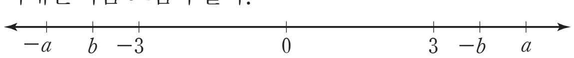
57 답 ⑤

조건 (가)에서 $-a<0$이므로 $a>0$
조건 (나)에서 $a\times(-b)>0$이므로 $-b>0$ $\qquad\therefore b<0$
조건 (다)에서 $|a|>|b|$이고 $a>0$, $b<0$이므로
$a+b>0$
이때 $2a$, $2b$, $2a+b$의 부호를 확인하면
$2a>0$, $2b<0$, $2a+b=a+(a+b)>0$
따라서 양수 a, $-b$, $2a$, $2a+b$의 대소를 비교하면
$-b<a<2a+b<2a$이므로 두 번째로 큰 수는 $2a+b$이다.

참고
$|a|>|b|$이므로 $-b<a$
$2a+b$에서 $b<0$이므로 $2a+b<2a$
또 $2a+b=a+(a+b)$이므로
$a<a+(a+b)=2a+b$
$\therefore -b<a<2a+b<2a$

58 답 ②, ⑤

조건 (가), (나)에 의해 a, b, $-a$, $-b$를 나타내는 점을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



② $a>3$, $-b>3$이므로 $a-b>6$
③ $|a|>|b|$이고 $a>0$, $b<0$이므로 $a+b>0$
④ $|a|>|b|$이므로 $a^2>b^2$
⑤ $a>-b>0$이므로 $\frac{1}{a}<-\frac{1}{b}$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

59 답 ④

조건 (가)에서 a의 역수는 b이므로 $a\times b=1$
즉 $a=\frac{1}{b}$이고 a와 b의 부호는 같다.
조건 (나)에서 a와 b의 부호가 같으므로 $a\times b>0$
$\therefore c<0$
조건 (다)에서 $b+c>0$이고 $c<0$이므로 $b>0$
$\therefore a>0$
조건 (라)에서 $|a|<1$이므로 $0<a<1$
이때 $a=\frac{1}{b}$이므로 $0<\frac{1}{b}<1$ $\qquad\therefore b>1$
따라서 a, b, c를 작은 수부터 차례대로 나열하면 c, a, b이다.

60 답 $\frac{4}{5}$

두 점 A, B 사이의 거리는

$3-\left(-\frac{5}{2}\right)=3+\left(+\frac{5}{2}\right)=\frac{11}{2}$

두 점 B, C 사이의 거리는 두 점 A, B 사이의 거리의 $\frac{2}{5}$이므로

$\frac{11}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{11}{5}$

따라서 점 C에 대응하는 수는 $3-\frac{11}{5}=\frac{4}{5}$

다른 풀이

두 점 A, B 사이의 거리는

$3-\left(-\frac{5}{2}\right)=3+\left(+\frac{5}{2}\right)=\frac{11}{2}$

두 점 A, C 사이의 거리는 두 점 A, B 사이의 거리의 $\frac{3}{5}$이므로

$\frac{11}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{33}{10}$

따라서 점 C에 대응하는 수는

$-\frac{5}{2}+\frac{33}{10}=-\frac{25}{10}+\frac{33}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

61 답 $\frac{1}{4}$

두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{7}{4}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}+\left(+\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}+\left(+\frac{2}{4}\right)=\frac{9}{4}$ ...... ❶

두 점 B, C 사이의 거리는 두 점 A, B 사이의 거리의 $\frac{2}{3}$이므로

$\frac{9}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{2}$ ...... ❷

따라서 점 C에 대응하는 수는

$\frac{7}{4}-\frac{3}{2}=\frac{7}{4}-\frac{6}{4}=\frac{1}{4}$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 두 점 A, B 사이의 거리 구하기	40 %
❷ 두 점 B, C 사이의 거리 구하기	30 %
❸ 점 C에 대응하는 수 구하기	30 %

62 답 $\frac{25}{12}$

[전략] 먼저 두 점 A, B에 대응하는 수를 구한다.

두 점 A, B에 대응하는 수는 각각 $-\frac{2}{3}$, 3이므로

두 점 A, B 사이의 거리는

$3-\left(-\frac{2}{3}\right)=3+\left(+\frac{2}{3}\right)=\frac{11}{3}$

두 점 B, C 사이의 거리는 두 점 A, B 사이의 거리의 $\frac{1}{4}$이므로

$\frac{11}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$

따라서 점 C에 대응하는 수는

$3-\frac{11}{12}=\frac{25}{12}$

63 답 $\frac{3}{4}$

$(-3)\triangle\frac{5}{6}=(-3)\times\frac{5}{6}-2=-\frac{5}{2}-2=-\frac{9}{2}$

$(-4)\triangle(-1)=(-4)\times(-1)-2=4-2=2$

$\therefore \left\{(-3)\triangle\frac{5}{6}\right\}\bigtriangledown\{(-4)\triangle(-1)\}$

$=\left(-\frac{9}{2}\right)\bigtriangledown 2$

$=\left(-\frac{9}{2}\right)\div 2+3$

$=\left(-\frac{9}{2}\right)\times\frac{1}{2}+3$

$=-\frac{9}{4}+3=\frac{3}{4}$

64 답 $\frac{16}{15}$

$a*b=\frac{a+b}{b}=(a+b)\div b$이므로

$\frac{2}{3}*\left(-\frac{1}{2}\right)=\left\{\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\left\{\frac{4}{6}+\left(-\frac{3}{6}\right)\right\}\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{6}\times(-2)=-\frac{1}{3}$

$\therefore \left\{\frac{2}{3}*\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}*(-5)=\left(-\frac{1}{3}\right)*(-5)$

$=\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)+(-5)\right\}\div(-5)$

$=\left(-\frac{16}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{16}{15}$

65 답 $-\frac{1}{12}$

$\frac{1}{4}\circledcirc\left(-\frac{1}{3}\right)=\left\{\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}-\left\{\frac{1}{4}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}$

$=\left\{\frac{3}{12}+\left(-\frac{4}{12}\right)\right\}-\left\{\frac{3}{12}+\left(+\frac{4}{12}\right)\right\}$

$=\left(-\frac{1}{12}\right)-\frac{7}{12}=-\frac{8}{12}=-\frac{2}{3}$

$\left(-\frac{1}{4}\right)\diamond\frac{1}{3}=\left\{\left(-\frac{1}{4}\right)+1\right\}-\left(\frac{1}{3}+1\right)$

$=\frac{3}{4}-\frac{4}{3}=\frac{9}{12}-\frac{16}{12}=-\frac{7}{12}$

$\therefore \left\{\frac{1}{4}\circledcirc\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}-\left\{\left(-\frac{1}{4}\right)\diamond\frac{1}{3}\right\}=\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{7}{12}\right)$

$=\left(-\frac{8}{12}\right)+\left(+\frac{7}{12}\right)$

$=-\frac{1}{12}$

66 답 (1) -4 (2) 8 (3) 7

(1) $\{(-5)+(-3)\}\div 2=(-8)\div 2=-4$

(2) $(-4-8)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=(-12)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=8$

(3) $8\div(-4)+9=(-2)+9=7$

67 답 $A=-11$, $B=-25$

$A=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)-8=-3-8=-11$

$B=(-11-4)\div\frac{3}{5}=-15\times\frac{5}{3}=-25$

68 답 10칸

두 사람의 처음 위치를 0이라 하고, 계단을 한 칸 올라가는 것을 $+1$, 한 칸 내려가는 것을 -1이라 하자.
예빈이는 5번 이기고 2번 비기고 3번 졌으므로 예빈이의 위치는
$5\times(+3)+2\times(+1)+3\times(-2)$
$=(+15)+(+2)+(-6)=+11$(칸)
예준이는 3번 이기고 2번 비기고 5번 졌으므로 예준이의 위치는
$3\times(+3)+2\times(+1)+5\times(-2)$
$=(+9)+(+2)+(-10)=+1$(칸)
따라서 예빈이는 예준이보다
$(+11)-(+1)=+10$(칸) 더 위에 있다.

69 답 A : -7점, B : -8점

A는 5의 홀수의 눈이 나오고 2, 4의 짝수의 눈이 나왔으므로 A가 얻은 점수는
$5-2\times2-4\times2=5-4-8=-7$(점)
B는 3, 1의 홀수의 눈이 나오고 6의 짝수의 눈이 나왔으므로 B가 얻은 점수는
$3+1-6\times2=4-12=-8$(점)

적중 & 심화 실전 TEST

60쪽~63쪽

01 답 ③

① $-\frac{9}{5}-4+\frac{11}{5}=-\frac{9}{5}-\frac{20}{5}+\frac{11}{5}=-\frac{18}{5}$

② $\left(-\frac{3}{7}\right)\div6\times\left(-\frac{7}{2}\right)=\left(-\frac{3}{7}\right)\times\frac{1}{6}\times\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{1}{4}$

③ $\frac{12}{7}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{14}{3}\times(-1)^5$
$=\frac{12}{7}\times\left(-\frac{1}{8}\right)\times\frac{14}{3}\times(-1)=1$

④ $\left(-\frac{3}{5}\right)^2\div\frac{9}{5}-\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)+1\right\}=\frac{9}{25}\times\frac{5}{9}-\frac{1}{3}$
$=\frac{1}{5}-\frac{1}{3}$
$=\frac{3}{15}-\frac{5}{15}=-\frac{2}{15}$

⑤ $\frac{1}{4}-\frac{3}{10}\div\left\{1+\frac{3}{2}\times\left(-\frac{2}{5}\right)\right\}=\frac{1}{4}-\frac{3}{10}\div\left\{1+\left(-\frac{3}{5}\right)\right\}$
$=\frac{1}{4}-\frac{3}{10}\div\frac{2}{5}$
$=\frac{1}{4}-\frac{3}{10}\times\frac{5}{2}$
$=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ③이다.

02 답 7

$\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{2}{2}+\frac{2}{3}+\frac{2}{4}\right)+\left(\frac{3}{3}+\frac{3}{4}\right)+\frac{4}{4}$
$=\left(\frac{1}{1}+\frac{2}{2}+\frac{3}{3}+\frac{4}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)$
$=4+1+1+1=7$

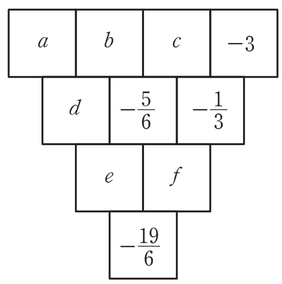
03 답 7

$a=-5+\frac{3}{2}=-\frac{7}{2}$

$b=2-\left(-\frac{4}{3}\right)=2+\left(+\frac{4}{3}\right)=\frac{10}{3}$

이때 $-\frac{7}{2}=-3.5$, $\frac{10}{3}=3.33\cdots$이므로 $-\frac{7}{2}<x<\frac{10}{3}$을 만족하는 정수 x는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3의 7개이다.

04 답 $\frac{7}{3}$



$f=\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)=-\frac{7}{6}$

$e+f=-\frac{19}{6}$에서 $e+\left(-\frac{7}{6}\right)=-\frac{19}{6}$

$\therefore e=-\frac{19}{6}-\left(-\frac{7}{6}\right)=-\frac{19}{6}+\left(+\frac{7}{6}\right)=-\frac{12}{6}=-2$

$d+\left(-\frac{5}{6}\right)=e$에서 $d+\left(-\frac{5}{6}\right)=-2$

$\therefore d=-2-\left(-\frac{5}{6}\right)=-2+\left(+\frac{5}{6}\right)=-\frac{7}{6}$

$c+(-3)=-\frac{1}{3}$에서

$c=-\frac{1}{3}-(-3)=-\frac{1}{3}+(+3)=\frac{8}{3}$

$b+c=-\frac{5}{6}$에서 $b+\frac{8}{3}=-\frac{5}{6}$

$\therefore b=-\frac{5}{6}-\frac{8}{3}=-\frac{5}{6}-\frac{16}{6}=-\frac{21}{6}=-\frac{7}{2}$

$a+b=d$에서 $a+\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{7}{6}$

$\therefore a=-\frac{7}{6}-\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{7}{6}+\left(+\frac{7}{2}\right)$
$=-\frac{7}{6}+\frac{21}{6}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

05 답 $-\frac{5}{7}$

절댓값이 $\frac{4}{7}$인 수는 $-\frac{4}{7}$, $\frac{4}{7}$

절댓값이 $\frac{4}{5}$인 수는 $-\frac{4}{5}$, $\frac{4}{5}$

절댓값이 각각 $\frac{4}{7}$, $\frac{4}{5}$인 두 유리수의 합은 음수이고 곱도 음수이므로 두 유리수의 부호는 다르고 두 유리수 중 절댓값이 큰 수가 음수이어야 한다.
이때 $\frac{4}{7}<\frac{4}{5}$이므로 두 유리수는 $\frac{4}{7}$, $-\frac{4}{5}$이다.
따라서 $a=\frac{4}{7}$, $b=-\frac{4}{5}$이므로
$a\div b=\frac{4}{7}\div\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{4}{7}\times\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{5}{7}$

06 답 8

$(-7)+a+(-2)+5=(-7)+(-3)+a+c$에서
$(-4)+a=(-10)+a+c \qquad \therefore c=6$
따라서 각 변에 놓인 4개의 수의 합은
$6+(-4)+3+(-1)=4$
$5+6+b+(-1)=4$에서
$10+b=4 \qquad \therefore b=-6$
$(-7)+a+(-2)+5=4$에서
$(-4)+a=4 \qquad \therefore a=8$
$\therefore a+b+c=8+(-6)+6=8$

07 답 $-\frac{7}{2}$

주어진 전개도를 접어서 만든 정육면체에서 a와 마주 보는 면에 적힌 수는 -1.2, b와 마주 보는 면에 적힌 수는 $-\frac{5}{3}$, c와 마주 보는 면에 적힌 수는 $\frac{1}{4}$이다.
즉 a, b, c는 $-1.2=-\frac{6}{5}$, $-\frac{5}{3}$, $\frac{1}{4}$의 역수이므로
$a=-\frac{5}{6}$, $b=-\frac{3}{5}$, $c=4$
$\therefore a\times b-c=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)-4=\frac{1}{2}-4=-\frac{7}{2}$

08 답 -5

$5.26\times(-1.8)+5.26\times1.3-0.5\times4.74$
$=5.26\times\{(-1.8)+1.3\}-0.5\times4.74$
$=5.26\times(-0.5)+4.74\times(-0.5)$
$=(5.26+4.74)\times(-0.5)$
$=10\times(-0.5)=-5$

09 답 $\frac{23}{8}$

A에 대응하는 수는 $-3\frac{1}{2}=-\frac{7}{2}$이므로 $●=-\frac{7}{2}$
B에 대응하는 수는 $-2\frac{1}{3}=-\frac{7}{3}$이므로 $◆=-\frac{7}{3}$
C에 대응하는 수는 $-\frac{3}{4}$이므로 $▲=-\frac{3}{4}$ …… ❶

$\therefore 4\times(●+1)+\frac{3}{2}\times▲-6\times◆$
$=4\times\left\{\left(-\frac{7}{2}\right)+1\right\}+\frac{3}{2}\times\left(-\frac{3}{4}\right)-6\times\left(-\frac{7}{3}\right)$
$=4\times\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{9}{8}\right)-(-14)$
$=(-10)+\left(-\frac{9}{8}\right)+(+14)$
$=(+4)+\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{23}{8}$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ ●, ◆, ▲의 값 각각 구하기	30 %
❷ 주어진 식의 값 구하기	70 %

10 답 $-\frac{81}{4}$

$\left(-\frac{3}{2}\right)^3\div\left(\boxed{}\right)\times\frac{10}{3}=\frac{5}{9}$에서
$\left(-\frac{27}{8}\right)\times\frac{10}{3}\div\left(\boxed{}\right)=\frac{5}{9}$
$\left(-\frac{45}{4}\right)\div\left(\boxed{}\right)=\frac{5}{9}$
$\therefore \boxed{}=\left(-\frac{45}{4}\right)\div\frac{5}{9}=\left(-\frac{45}{4}\right)\times\frac{9}{5}=-\frac{81}{4}$

11 답 ④

$\frac{a}{b}<0$에서 a와 b는 다른 부호이다.
이때 $a<0$이므로 $b>0$
$b\times c<0$에서 b와 c는 다른 부호이다.
이때 $b>0$이므로 $c<0$
① $b-a=$(양수)$-$(음수)$=$(양수)$+$(양수)$=$(양수)
② $c-b=$(음수)$-$(양수)$=$(음수)$+$(음수)$=$(음수)
③ $c\div a=$(음수)$\div$(음수)$=$(양수)
④ $a-b+c=$(음수)$-$(양수)$+$(음수)
$=$(음수)$+$(음수)$+$(음수)$=$(음수)
⑤ $b\times a\div c=$(양수)$\times$(음수)$\div$(음수)$=$(양수)
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 답 156

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 큰 값이 되려면 양수이어야 하므로 음수 2개, 양수 1개를 곱해야 하고, 양수는 절댓값이 큰 수를 선택해야 한다. 즉
$a=\left(-\frac{5}{3}\right)\times(-9)\times14=210$
세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작은 값이 되려면 음수이어야 하므로 양수 2개, 음수 1개를 곱해야 하고, 음수는 절댓값이 큰 수를 선택해야 한다. 즉
$b=14\times\frac{3}{7}\times(-9)=-54$
$\therefore a+b=210+(-54)=156$

13 답 8

$(\boxed{㉠})\times(\boxed{㉡})\div(\boxed{㉢})$

계산 결과가 가장 큰 값은 양수이어야 하므로 음수 2개, 양수 1개를 선택해야 한다.
이때 선택한 세 수 중에서 ㉢에는 절댓값이 가장 작은 수가 들어가야 한다.
5개의 유리수 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{11}{5}, \frac{20}{13}, -\frac{13}{5}$의 절댓값의 대소를 비교하면 $\left|-\frac{1}{2}\right|<\left|\frac{3}{4}\right|<\left|\frac{20}{13}\right|<\left|-\frac{11}{5}\right|<\left|-\frac{13}{5}\right|$

(i) 세 수 $-\frac{1}{2}, -\frac{11}{5}, \frac{20}{13}$을 선택할 때, 세 수 중 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{1}{2}$이므로 ㉢에 들어가는 수는 $-\frac{1}{2}$이다. 즉
$\left(-\frac{11}{5}\right)\times\frac{20}{13}\div\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{11}{5}\right)\times\frac{20}{13}\times(-2)=\frac{88}{13}$

(ii) 세 수 $-\frac{1}{2}, -\frac{13}{5}, \frac{20}{13}$을 선택할 때, 세 수 중 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{1}{2}$이므로 ㉢에 들어가는 수는 $-\frac{1}{2}$이다. 즉
$\left(-\frac{13}{5}\right)\times\frac{20}{13}\div\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{13}{5}\right)\times\frac{20}{13}\times(-2)=8$

(iii) 세 수 $-\frac{11}{5}, -\frac{13}{5}, \frac{3}{4}$을 선택할 때, 세 수 중 절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{3}{4}$이므로 ㉢에 들어가는 수는 $\frac{3}{4}$이다. 즉
$\left(-\frac{11}{5}\right)\times\left(-\frac{13}{5}\right)\div\frac{3}{4}=\left(-\frac{11}{5}\right)\times\left(-\frac{13}{5}\right)\times\frac{4}{3}=\frac{572}{75}$

(i)~(iii)에서 가장 큰 수는 8이다.

주의

음수 $-\frac{1}{2}, -\frac{11}{5}, -\frac{13}{5}$ 중에서 2개를 선택하는 경우는
$-\frac{1}{2}$과 $-\frac{11}{5}$, $-\frac{1}{2}$과 $-\frac{13}{5}$, $-\frac{11}{5}$과 $-\frac{13}{5}$의 3가지가 있다.
이때 $-\frac{1}{2}$과 $-\frac{11}{5}\left(\text{또는 } -\frac{1}{2}\text{과 } -\frac{13}{5}\right)$을 선택하는 경우 5개의 유리수 중 절댓값이 가장 작은 수인 $-\frac{1}{2}$이 포함되어 있으므로 양수는 $\frac{3}{4}$과 $\frac{20}{13}$ 중에서 절댓값이 큰 수를 선택한다. $-\frac{11}{5}$과 $-\frac{13}{5}$을 선택하는 경우 양수는 $\frac{3}{4}$과 $\frac{20}{13}$ 중에서 절댓값이 작은 수를 선택한다.

14 답 -2

n이 홀수이면 $n+2$, $n+4$는 홀수이고 $n+3$, $n+5$는 짝수이므로 ······ ❶

$(-1)^{n+2}\times(-1)^{n+3}+(-1)^{n+4}\div(-1)^{n+5}$
$=(-1)\times1+(-1)\div1$
$=(-1)+(-1)=-2$ ······ ❷

채점 기준	비율
❶ n이 홀수일 때, $n+2$, $n+3$, $n+4$, $n+5$가 짝수인지 홀수인지 파악하기	40 %
❷ 주어진 식 계산하기	60 %

15 답 $-\frac{1}{14}$

[전략] 음수가 몇 개 곱해진 식인지 파악한다.

$\left(\frac{1}{2}-1\right)\times\left(\frac{1}{3}-1\right)\times\left(\frac{1}{4}-1\right)\times\cdots\times\left(\frac{1}{14}-1\right)$
$=\underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{13}{14}\right)}_{13\text{개}}$
$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{13}{14}\right)=-\frac{1}{14}$

16 답 6

$30=2\times3\times5$이므로 조건 ㈎, ㈏를 만족하는 $|a|$, $|b|$, $|c|$을 구하면 다음과 같다.
(i) $|a|=1$, $|b|=2$, $|c|=15$
(ii) $|a|=1$, $|b|=3$, $|c|=10$
(iii) $|a|=1$, $|b|=5$, $|c|=6$
(iv) $|a|=2$, $|b|=3$, $|c|=5$
한편 조건 ㈏에서 세 수의 곱이 양수이므로 세 수 모두 양수이거나 두 수는 음수, 나머지 한 수는 양수이어야 한다.
그런데 조건 ㈐에서 세 수의 합이 음수이므로 두 수는 음수, 나머지 한 수는 양수이다.
따라서 (i)~(iv) 중 $a+b+c=-4$가 되는 경우는
$a=-2$, $b=3$, $c=-5$일 때이므로
$a+b-c=-2+3-(-5)=-2+3+(+5)=6$

17 답 ③

조건 ㈏에서 $x\times y=0$이므로 $x=0$ 또는 $y=0$
조건 ㈐에서 $x\times z<0$이므로 $x\neq0$ $\therefore y=0$ (④)
조건 ㈑에서 $y-z>0$이므로 $0-z>0$ $\therefore z<0$ (②)
조건 ㈐에서 $x\times z<0$이므로 x와 z의 부호가 다르다.
$\therefore x>0$ (①)
조건 ㈐에서 $x+z>0$이고 $x>0$, $z<0$이므로
$|x|>|z|$ (③)
⑤ 조건 ㈎에서 $|x|\le3$, $|y|\le3$, $|z|\le3$이고 $x>0$, $y=0$, $z<0$, $|x|>|z|$이므로 정수 x, y, z를 (x, y, z)로 나타내면
$(3, 0, -1)$, $(3, 0, -2)$, $(2, 0, -1)$
의 3개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

18 답 ㉣, ㉠, ㉡, ㉢

[전략] $-1<a<0$을 만족하는 a의 값을 하나 정한 후 각 값을 구하여 비교한다.

$a=-\frac{1}{2}$이라 하면
㉠ $|a|=\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$
㉡ $-\frac{1}{a}=-1\div a=-1\div\left(-\frac{1}{2}\right)=-1\times(-2)=2$

㉢ $\left(\frac{1}{a}\right)^2=(-2)^2=4$

㉣ $(-a)^4=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

따라서 보기의 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면

㉣, ㉠, ㉡, ㉢

19 답 c

$a-b<0$이므로 $a<b$

$a\times b<0$이므로 a와 b의 부호는 다르다.

$\therefore a<0,\ b>0$

이때 $a+b>0$이므로 $|a|<|b|$

$\therefore |c|<|a|<|b|$

또 $a\times c>0$이므로 a와 c의 부호는 같다.

$\therefore c<0$

음수 $a,\ -b,\ c$에서 절댓값이 큰 수가 작으므로

$-b<a<c$

양수 $-a,\ b,\ -c$에서 절댓값이 큰 수가 크므로

$-c<-a<b$

따라서 $-b<a<c<0<-c<-a<b$이므로 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 c이다.

20 답 $\frac{17}{24}$

두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{9}{4}-\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{9}{4}+\left(+\frac{7}{12}\right)=\frac{27}{12}+\frac{7}{12}=\frac{34}{12}=\frac{17}{6}$

두 점 A, M 사이의 거리는 두 점 A, B 사이의 거리의 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{17}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{17}{12}$

이때 점 M에 대응하는 수는

$-\frac{7}{12}+\frac{17}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ …… ❶

또 두 점 A, N 사이의 거리는 두 점 A, B 사이의 거리의 $\frac{3}{4}$이므로

$\frac{17}{6}\times\frac{3}{4}=\frac{17}{8}$

이때 점 N에 대응하는 수는

$-\frac{7}{12}+\frac{17}{8}=-\frac{14}{24}+\frac{51}{24}=\frac{37}{24}$ …… ❷

따라서 두 점 M, N 사이의 거리는

$\frac{37}{24}-\frac{5}{6}=\frac{37}{24}-\frac{20}{24}=\frac{17}{24}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 점 M에 대응하는 수 구하기	40 %
❷ 점 N에 대응하는 수 구하기	40 %
❸ 두 점 M, N 사이의 거리 구하기	20 %

21 답 $\frac{4}{3}$

$\frac{3}{4}\bigcirc\frac{9}{4}=\frac{3}{4}\div\frac{9}{4}-1=\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}-1=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$

$\frac{5}{4}\bigcirc\frac{5}{2}=\frac{5}{4}\div\frac{5}{2}-1=\frac{5}{4}\times\frac{2}{5}-1=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

$\therefore \left(\frac{3}{4}\bigcirc\frac{9}{4}\right)\bigstar\left(\frac{5}{4}\bigcirc\frac{5}{2}\right)=\left(-\frac{2}{3}\right)\bigstar\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1$

$=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$

22 답 -62

A의 결과 : $\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=(-2)+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$

B의 결과 : $\left(\frac{1}{2}-4\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{7}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{21}{4}$

C의 결과 : $\left(\frac{21}{4}+\frac{5}{2}\right)\times(-8)=\left(\frac{21}{4}+\frac{10}{4}\right)\times(-8)$

$=\frac{31}{4}\times(-8)=-62$

23 답 ③

두 사람의 처음 위치를 0이라 하고, 계단을 한 칸 올라가는 것을 $+1$, 한 칸 내려가는 것을 -1이라 하자.

수빈이는 가위로 2번, 바위로 2번, 보로 1번으로 총 5번 이겼고 5번 졌으므로 수빈이의 위치는

$2\times(+2)+2\times(+3)+1\times(+1)+5\times(-1)$

$=(+4)+(+6)+(+1)+(-5)=+6$(칸)

재민이는 가위로 2번, 바위로 3번으로 총 5번 이겼고 5번 졌으므로 재민이의 위치는

$2\times(+2)+3\times(+3)+5\times(-1)$

$=(+4)+(+9)+(-5)=+8$(칸)

따라서 옳은 것은 ③이다.

학교 시험 최상위 기출 도전 64쪽~66쪽

01 답 $(-3,\ 2),\ (-3,\ 3),\ (-3,\ 4),\ (3,\ -2),\ (3,\ -3),\ (3,\ -4)$

[전략] $|x+y|$이 정수임을 이용하여 조건 ㈎를 만족하는 $|x+y|$을 먼저 구한다.

$x,\ y$가 정수이므로 $|x+y|$도 정수이다.

조건 ㈎에서 $|x+y|\le 1$이므로

$|x+y|=0$ 또는 $|x+y|=1$

$\therefore x+y=-1$ 또는 $x+y=0$ 또는 $x+y=1$

조건 ㈏에서 $\frac{9}{4}<|x|\le\frac{10}{3}$이고 $\frac{9}{4}=2.25,\ \frac{10}{3}=3.33\cdots$이므로

$|x|=3$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

(i) $x+y=-1$일 때, $x,\ y$의 값을 $(x,\ y)$로 나타내면

$(-3,\ 2),\ (3,\ -4)$

(ii) $x+y=0$일 때, x, y의 값을 (x, y)로 나타내면

$(-3, 3)$, $(3, -3)$

(iii) $x+y=1$일 때, x, y의 값을 (x, y)로 나타내면

$(-3, 4)$, $(3, -2)$

(i)~(iii)에 의해 가능한 (x, y)는 $(-3, 2)$, $(-3, 3)$, $(-3, 4)$, $(3, -2)$, $(3, -3)$, $(3, -4)$이다.

02 답 23

[전략] 분모가 3인 수는 $\frac{a}{3}$로 놓고, 분모가 7인 수는 $\frac{b}{7}$로 놓는다.

두 유리수 $-\frac{11}{4}$과 $\frac{9}{5}$ 사이에 있는 유리수 중 분모가 3인 수를 $\frac{a}{3}$(a는 정수)라 하면 $-\frac{11}{4}<\frac{a}{3}<\frac{9}{5}$

분모를 4, 3, 5의 최소공배수인 60으로 통분하면

$-\frac{165}{60}<\frac{20\times a}{60}<\frac{108}{60}$

이때 가능한 정수 a의 값은 $-8, -7, -6, \cdots, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$의 14개이다.

이 중 $\frac{a}{3}$가 정수가 되는 a의 값은 $-6, -3, 0, 3$의 4개이므로

$A=14-4=10$

두 유리수 $-\frac{22}{3}$와 $-\frac{7}{4}$ 사이에 있는 유리수 중 분모가 7인 수를 $\frac{b}{7}$(b는 정수)라 하면 $-\frac{22}{3}<\frac{b}{7}<-\frac{7}{4}$

분모를 3, 7, 4의 최소공배수인 84로 통분하면

$-\frac{616}{84}<\frac{12\times b}{84}<-\frac{147}{84}$

이때 가능한 정수 b의 값은 $-51, -50, -49, \cdots, -13$의 39개이다.

이 중 $\frac{b}{7}$가 정수가 되는 b의 값은 $-49, -42, -35, -28, -21, -14$의 6개이므로

$B=39-6=33$

$\therefore B-A=33-10=23$

03 답 -4

[전략] $\frac{n}{5}$이 10과 20 사이의 기약분수임을 이용하여 정수 n의 값을 생각한다.

$\frac{n}{5}$이 10과 20 사이의 분수이려면 $10<\frac{n}{5}<20$, 즉 $\frac{50}{5}<\frac{n}{5}<\frac{100}{5}$이므로 가능한 정수 n의 값은 $51, 52, 53, \cdots, 99$의 49개이다.

이 중 $\frac{n}{5}$이 정수가 되는 n의 값은 $55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95$의 9개이므로 $\frac{n}{5}$이 10과 20 사이의 기약분수가 되는 정수 n의 값의 개수는

$49-9=40$

$\therefore a-b+c-d+\cdots$

$=\frac{51}{5}-\frac{52}{5}+\frac{53}{5}-\frac{54}{5}+\frac{56}{5}-\frac{57}{5}+\cdots+\frac{98}{5}-\frac{99}{5}$

$=\left(\frac{51}{5}-\frac{52}{5}\right)+\left(\frac{53}{5}-\frac{54}{5}\right)+\left(\frac{56}{5}-\frac{57}{5}\right)+\cdots$

$+\left(\frac{98}{5}-\frac{99}{5}\right)$

$=\left(-\frac{1}{5}\right)\times 20=-4$

04 답 -3

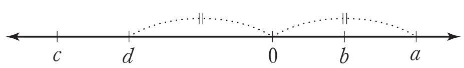
[전략] 서로 다른 네 정수 a, b, c, d의 부호를 먼저 확인한 후 수직선 위에 나타내어 본다.

조건 (나)에서 b는 자연수이고 c는 음의 정수이므로

$b>0$, $c<0$

조건 (가), (다)에서 $|a|=|d|$이고 a는 서로 다른 네 정수 a, b, c, d 중 가장 크므로 $a>0$, $d<0$

조건 (라)에서 $|a|<|c|$이므로 네 정수 a, b, c, d를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore c<d<0<b<a$

이때 a, b, c, d는 모두 정수이므로

$b\geq 1$, $a\geq 2$, $d\leq -2$, $c\leq -3$

따라서 c가 될 수 있는 가장 큰 수는 -3이다.

05 답 16

[전략] 두 수의 차는 (큰 수)$-$(작은 수)이다.

$[2, 7]=7-2=5$이므로 $[[2, 7], [9, a]]=3$에서

$[5, [9, a]]=3$

(i) $5-[9, a]=3$이면 $[9, a]=2$

① $9-a=2$이면 $a=7$

② $a-9=2$이면 $a=11$

(ii) $[9, a]-5=3$이면 $[9, a]=8$

① $9-a=8$이면 $a=1$

② $a-9=8$이면 $a=17$

(i), (ii)에서 a의 값 중 가장 큰 값은 17이고 가장 작은 값은 1이므로

$x=17$, $y=1$

$\therefore [x, y]=[17, 1]=17-1=16$

06 답 $-\frac{19}{3}$

[전략] 첫 번째 수부터 100번째 수까지의 규칙성을 찾는다.

첫 번째 수를 a_1, 두 번째 수를 a_2, 세 번째 수를 a_3, $\cdots$, 100번째 수를 a_{100}이라 하자.

$(-3)+a_5=+\frac{1}{3}$에서

$a_5=\left(+\frac{1}{3}\right)-(-3)=\left(+\frac{1}{3}\right)+(+3)=+\frac{10}{3}$

$\left(+\frac{1}{3}\right)+a_6=+\frac{10}{3}$에서

$a_6=\left(+\frac{10}{3}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)=\left(+\frac{10}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=+3$

$\left(+\frac{10}{3}\right)+a_7=+3$에서

$a_7=(+3)-\left(+\frac{10}{3}\right)=(+3)+\left(-\frac{10}{3}\right)=-\frac{1}{3}$

$(+3)+a_8=-\frac{1}{3}$에서

$a_8=\left(-\frac{1}{3}\right)-(+3)=\left(-\frac{1}{3}\right)+(-3)=-\frac{10}{3}$

즉 첫 번째 수부터 100번째 수까지

$-\frac{1}{3}, -\frac{10}{3}, -3, +\frac{1}{3}, +\frac{10}{3}, +3$

의 여섯 개의 수가 반복된다.

이때 $100=6\times16+4$이고

$\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{10}{3}\right)+(-3)+\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{10}{3}\right)+(+3)=0$

이므로

$$\begin{aligned}a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}&=a_{97}+a_{98}+a_{99}+a_{100}\\&=\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{10}{3}\right)+(-3)+\left(+\frac{1}{3}\right)\\&=-\frac{19}{3}\end{aligned}$$

07 답 -9

[전략] A, B의 값을 각각 구한 후 $[x]$, $\langle x\rangle$의 의미에 맞게 값을 구한다.

$$\begin{aligned}A&=\left\{7-(-2)^3\times\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}\div\left(-\frac{3}{4}\right)\\&=\left\{7-(-8)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}\times\left(-\frac{4}{3}\right)\\&=(7-2)\times\left(-\frac{4}{3}\right)\\&=5\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{20}{3}\end{aligned}$$

이때 $-\frac{20}{3}=-6.66\cdots$이므로 $[A]=\left[-\frac{20}{3}\right]=-7$

$$\begin{aligned}B&=\left(-\frac{3}{2}\right)^3-\frac{9}{2}\div\left\{5\div\left(-\frac{1}{2}\right)+1\right\}\\&=\left(-\frac{27}{8}\right)-\frac{9}{2}\div\{5\times(-2)+1\}\\&=\left(-\frac{27}{8}\right)-\frac{9}{2}\div(-9)\\&=\left(-\frac{27}{8}\right)-\frac{9}{2}\times\left(-\frac{1}{9}\right)\\&=\left(-\frac{27}{8}\right)+\frac{1}{2}\\&=-\frac{27}{8}+\frac{4}{8}=-\frac{23}{8}\end{aligned}$$

이때 $-\frac{23}{8}=-2.875$이므로 $[B]=\left[-\frac{23}{8}\right]=-3$

$$\begin{aligned}\therefore <[A]+[B]>&=<(-7)+(-3)>\\&=<-10>=-9\end{aligned}$$

08 답 ㉠ $\frac{25}{6}$ ㉡ $-\frac{1}{2}$ ㉢ -3 ㉣ $\frac{4}{3}$

[전략] 각 원 위에 있는 수의 합이 $\frac{5}{3}$임을 이용하여 세 식을 세운다.

(i) ㉠$+$㉡$+1+0+$㉢$=\frac{5}{3}$에서

㉠$+$㉡$+$㉢$=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$

(ii) ㉡$+\frac{5}{2}+$㉣$+0+\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{5}{3}$에서

㉡$+$㉣$+\frac{5}{6}=\frac{5}{3}$

$\therefore$ ㉡$+$㉣$=\frac{5}{3}-\frac{5}{6}=\frac{10}{6}-\frac{5}{6}=\frac{5}{6}$

(iii) $\left(-\frac{5}{3}\right)+1+$㉣$+4+$㉢$=\frac{5}{3}$에서

㉢$+$㉣$+\frac{10}{3}=\frac{5}{3}$

$\therefore$ ㉢$+$㉣$=\frac{5}{3}-\frac{10}{3}=-\frac{5}{3}$

㉡$+$㉣$=\frac{5}{6}$와 ㉢$+$㉣$=-\frac{5}{3}$를 변끼리 빼면

㉡$-$㉢$=\frac{5}{6}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{5}{6}+\left(+\frac{10}{6}\right)=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$

네 유리수 $-3, -\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{25}{6}$ 중에서 차가 $\frac{5}{2}$인 두 수는 -3과 $-\frac{1}{2}$뿐이므로 ㉡$=-\frac{1}{2}$, ㉢$=-3$

㉠$+$㉡$+$㉢$=\frac{2}{3}$에서 ㉠$+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-3)=\frac{2}{3}$

㉠$+\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{2}{3}$

$\therefore$ ㉠$=\frac{2}{3}-\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{2}{3}+\left(+\frac{7}{2}\right)$

$=\frac{4}{6}+\left(+\frac{21}{6}\right)=\frac{25}{6}$

㉡$+$㉣$=\frac{5}{6}$에서 $\left(-\frac{1}{2}\right)+$㉣$=\frac{5}{6}$

$\therefore$ ㉣$=\frac{5}{6}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{6}+\left(+\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{5}{6}+\left(+\frac{3}{6}\right)=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

09 답 $\frac{6}{25}$

[전략] $-\frac{1}{100}$과 $\frac{1}{25}$을 나타내는 두 점 사이의 거리를 4등분하였을 때, 이웃하는 두 점 사이의 간격을 먼저 구하여 $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$의 값을 각각 구한다.

$-\frac{1}{100}$과 $\frac{1}{25}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{25}-\left(-\frac{1}{100}\right)=\frac{4}{100}+\left(+\frac{1}{100}\right)=\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$

x_1, x_2, x_3은 $-\frac{1}{100}$과 $\frac{1}{25}$을 나타내는 두 점 사이의 거리를 4등분하는 점이므로 $-\frac{1}{100}$과 x_1을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{20}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{80}$

따라서

$x_1=-\frac{1}{100}+\frac{1}{80}$, $x_2=-\frac{1}{100}+\frac{1}{80}\times2$,

$x_3=-\frac{1}{100}+\frac{1}{80}\times3$, $y_1=\frac{1}{25}+\frac{1}{80}$,

$y_2=\frac{1}{25}+\frac{1}{80}\times2$, $y_3=\frac{1}{25}+\frac{1}{80}\times3$

이므로

$x_1+x_2+x_3+y_1+y_2+y_3$

$=-\frac{1}{100}\times3+\left(\frac{1}{80}+\frac{2}{80}+\frac{3}{80}\right)+\frac{1}{25}\times3$

$\quad+\left(\frac{1}{80}+\frac{2}{80}+\frac{3}{80}\right)$

$=-\frac{3}{100}+\frac{3}{25}+\left(\frac{1}{80}+\frac{2}{80}+\frac{3}{80}\right)\times2$

$=-\frac{3}{100}+\frac{3}{25}+\frac{3}{20}$

$=-\frac{3}{100}+\frac{12}{100}+\frac{15}{100}$

$=\frac{24}{100}=\frac{6}{25}$

10 답 $\frac{29}{3}$

[전략] 계산 결과가 크려면 가장 왼쪽의 수는 양수, 뒤의 두 수의 나눗셈은 절댓값이 가장 큰 음수이어야 한다.

$(\boxed{㉠})-(\boxed{㉡})\div(\boxed{㉢})$

계산 결과가 가장 크려면 ㉠에는 양수가 들어가야 하고

$(\boxed{㉡})\div(\boxed{㉢})$의 계산 결과는 절댓값이 가장 큰 음수이어야 한다.

이때 ㉢에는 ㉡, ㉢에 들어가는 두 수 중 절댓값이 작은 수가 들어가야 한다.

(i) ㉠, ㉡, ㉢에 들어가는 수가 각각 $\frac{3}{2}$, -12, $\frac{5}{3}$일 때

$\frac{3}{2}-(-12)\div\frac{5}{3}=\frac{3}{2}-(-12)\times\frac{3}{5}$

$=\frac{3}{2}-\left(-\frac{36}{5}\right)$

$=\frac{15}{10}+\left(+\frac{72}{10}\right)=\frac{87}{10}$

(ii) ㉠, ㉡, ㉢에 들어가는 수가 각각 $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $-\frac{1}{4}$일 때

$\frac{3}{2}-\frac{5}{3}\div\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{2}-\frac{5}{3}\times(-4)$

$=\frac{3}{2}-\left(-\frac{20}{3}\right)$

$=\frac{9}{6}+\left(+\frac{40}{6}\right)=\frac{49}{6}$

(iii) ㉠, ㉡, ㉢에 들어가는 수가 각각 $\frac{5}{3}$, -12, $\frac{3}{2}$일 때

$\frac{5}{3}-(-12)\div\frac{3}{2}=\frac{5}{3}-(-12)\times\frac{2}{3}$

$=\frac{5}{3}-(-8)$

$=\frac{5}{3}+(+8)=\frac{29}{3}$

(iv) ㉠, ㉡, ㉢에 들어가는 수가 각각 $\frac{5}{3}$, $\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{4}$일 때

$\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\div\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\times(-4)$

$=\frac{5}{3}-(-6)$

$=\frac{5}{3}+(+6)=\frac{23}{3}$

(i)~(iv)에서 가장 큰 수는 $\frac{29}{3}$이다.

11 답 -1

[전략] 먼저 조건 ㈎, ㈏를 이용하여 a, b의 부호를 안다.

조건 ㈏에서 $a\times b<0$이므로 a와 b의 부호는 다르다.

조건 ㈎에서 $a>b$이므로 $a>0$, $b<0$

a, b는 정수이므로 조건 ㈐에서

(i) $a=1$일 때, $|b+3|=|1+1|=2$

$b+3=-2$ 또는 $b+3=2$

$\therefore b=-5$ 또는 $b=-1$

(ii) $a=2$일 때, $|b+3|=|2+1|=3$

$b+3=-3$ 또는 $b+3=3$

$\therefore b=-6$ 또는 $b=0$

그런데 $b<0$이므로 $b=-6$

(iii) $a=3$일 때, $|b+3|=|3+1|=4$

$b+3=-4$ 또는 $b+3=4$

$\therefore b=-7$ 또는 $b=1$

그런데 $b<0$이므로 $b=-7$

⋮

즉 조건을 모두 만족하는 두 정수 a, b를 (a, b)로 나타내면

$(1, -1)$, $(1, -5)$, $(2, -6)$, $(3, -7)$, $\cdots$

따라서 $a=1$, $b=-1$일 때 $a\times b$는 최댓값을 가지므로

$a\times b$의 최댓값은 $1\times(-1)=-1$

12 답 $\frac{83}{2}$

[전략] 5개의 주사위 각각에서 가려지는 면의 개수를 생각한다.

5개의 주사위의 각 면에 적힌 수의 합은

$\left\{\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)+0+2+3+\frac{9}{2}\right\}\times5=6\times5=30$

가려지는 면에 적힌 수의 합이 최소일 때, 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 합이 최대가 된다.

즉 한 면이 가려지는 4개의 주사위의 가려진 면에는 각각 $-\frac{5}{2}$가 적혀 있으면 되고, 네 면이 가려지는 1개의 주사위의 가려진 면에는 $-\frac{5}{2}$, -1, 0, 2가 적혀 있으면 된다.

따라서 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 최댓값은

$30-\left\{\left(-\frac{5}{2}\right)\times4+\left(-\frac{5}{2}\right)+(-1)+0+2\right\}$

$=30-\left(-\frac{23}{2}\right)=30+\left(+\frac{23}{2}\right)=\frac{83}{2}$

3 문자와 식

01 | 문자와 식

개념 확인 69쪽

01 답 ③

① $a\times3=3a$

② $-0.1\times a=-0.1a$

④ $a\div(b\times c)=a\div bc=\frac{a}{bc}$

⑤ $a-b\div2=a-\frac{b}{2}$

따라서 옳은 것은 ③이다.

02 답 ⑤

① $-x=-(-1)=1$

② $x^2=(-1)^2=1$

③ $x+2=(-1)+2=1$

④ $-\frac{1}{x}=-\frac{1}{-1}=1$

⑤ $x^2-2=(-1)^2-2=1-2=-1$

따라서 식의 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

03 답 ③

③ 항은 $-5x^2$, $-2x$, 3의 3개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

04 답 ②

㉠ 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

㉡ x에 대한 일차식이다.

㉢ 상수항의 차수는 0이므로 일차식이 아니다.

㉣ 다항식이 아니다.

㉤ y에 대한 일차식이다.

㉥ $-2x+2(x-1)=-2x+2x-2=-2$이므로 일차식이 아니다.

따라서 일차식인 것은 ㉡, ㉤이다.

05 답 ①

② 문자가 다르다.

③ 차수가 다르다.

④ $\frac{1}{x}$은 다항식이 아니다.

⑤ 각 문자의 차수가 다르다.

따라서 동류항끼리 바르게 짝 지은 것은 ①이다.

06 답 ③

② $(9x+6)\div3=(9x+6)\times\frac{1}{3}=3x+2$

③ $(6x-21)\div\frac{2}{3}=(6x-21)\times\frac{3}{2}=9x-\frac{63}{2}$

④ $-(4x+3)+3(-2x+5)=-4x-3-6x+15$
$=-10x+12$

⑤ $2(3x-1)-(5x-9)=6x-2-5x+9$
$=x+7$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

적중 & 심화 유형 연습 70쪽~77쪽

01 답 ⑤

① $x\times\frac{1}{y}\times(-2)=-\frac{2x}{y}$

② $-x\div y\times2=-x\times\frac{1}{y}\times2=-\frac{2x}{y}$

③ $x\times2\div(-y)=x\times2\times\left(-\frac{1}{y}\right)=-\frac{2x}{y}$

④ $2\times(-x)\div y=2\times(-x)\times\frac{1}{y}=-\frac{2x}{y}$

⑤ $x\div2\times\left(-\frac{1}{y}\right)=x\times\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{y}\right)=-\frac{x}{2y}$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

02 답 ④

① $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

② $a\times a\div2\times b=a\times a\times\frac{1}{2}\times b=\frac{a^2b}{2}$

③ $x\times3+y\div2=3x+\frac{y}{2}$

④ $y-3\times x\times y\div3=y-3\times x\times y\times\frac{1}{3}=y-xy$

⑤ $a\times a\div(3\times b)+b\div a\times4=a^2\div3b+b\times\frac{1}{a}\times4$
$=\frac{a^2}{3b}+\frac{4b}{a}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

03 답 ④

$\frac{4a-b^3}{3(x+y)}=(4a-b^3)\div3(x+y)$
$=(4\times a-b\times b\times b)\div\{3\times(x+y)\}$
$=(4\times a-b\times b\times b)\div3\div(x+y)$

참고

① $4\times a-b\times b\times b\div3\times(x+y)=4a-\frac{b^3(x+y)}{3}$

② $4\times a+(-1)\times b\times b\times b\div3\div(x+y)=4a-\frac{b^3}{3(x+y)}$

③ $(4\times a-b\times b\times b)\div3\times(x+y)=\dfrac{(4a-b^3)(x+y)}{3}$

⑤ $(4\times a-b\times b\times b)\div3\div x\div y=\dfrac{4a-b^3}{3xy}$

04 답 ④

ㄱ 주스 a L를 4개의 컵에 똑같이 나누어 담았을 때, 한 컵에 담긴 주스의 양은 $\dfrac{a}{4}$ L이다.

ㄷ (직사각형의 둘레의 길이)

$=2\times\{(\text{가로의 길이})+(\text{세로의 길이})\}$

$=2\times(a+b)=2(a+b)\ (\text{cm})$

ㄹ (거리)=(속력)×(시간)

$=70\times x=70x\ (\text{km})$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

05 답 ⑤

① 1 L는 1000 mL이므로 a L는 $1000a$ mL이다.

② 1분은 60초이므로 x분 40초는

$60\times x+40=60x+40$(초)

④ x의 40 %는 $x\times\dfrac{40}{100}=\dfrac{2}{5}x$

⑤ 1 m는 0.001 km이므로 a km b m는

$a+0.001\times b=a+0.001b\ (\text{km})$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

06 답 ③

(왕복하는 데 걸린 시간)=(갈 때 걸린 시간)+(올 때 걸린 시간)

$=\dfrac{x}{30}+\dfrac{x-4}{30}$

$=\dfrac{2x-4}{30}$

$=\dfrac{x-2}{15}$(시간)

07 답 $(25500-180a-75b)$원

호진이가 지불한 금액은

$\left(18000-18000\times\dfrac{a}{100}\right)+\left(1500-1500\times\dfrac{b}{100}\right)\times5$

$=18000-180a+(1500-15b)\times5$

$=18000-180a+7500-75b$

$=25500-180a-75b$(원)

08 답 ④

① $6a+2b=6\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)+2\times2=-2+4=2$

② $9a^2+\dfrac{b}{2}=9\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{2}{2}=9\times\dfrac{1}{9}+1=1+1=2$

③ $\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{7}{4}b^2=1\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2-\dfrac{7}{4}\times2^2$

$=1\div\dfrac{1}{9}-\dfrac{7}{4}\times4$

$=1\times9-7$

$=9-7=2$

④ $(a+1)(b-5)=\left(-\dfrac{1}{3}+1\right)\times(2-5)=\dfrac{2}{3}\times(-3)=-2$

⑤ $\dfrac{2}{3}b-2a=\dfrac{2}{3}\times2-2\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{6}{3}=2$

따라서 식의 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

09 답 $\dfrac{5}{2}$

$|a|=4$이고 $a>0$이므로 $a=4$ …… ❶

$|b|=5$이고 $b<0$이므로 $b=-5$ …… ❷

$\therefore -\dfrac{a^2}{8}+\dfrac{10}{ab}-b=-\dfrac{4^2}{8}+\dfrac{10}{4\times(-5)}-(-5)$

$=-\dfrac{16}{8}+\dfrac{10}{-20}+5$

$=-2-\dfrac{1}{2}+5$

$=\dfrac{5}{2}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	20 %
❷ b의 값 구하기	20 %
❸ $-\dfrac{a^2}{8}+\dfrac{10}{ab}-b$의 값 구하기	60 %

10 답 11

$\dfrac{3}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{2}{c}=3\div a+1\div b-2\div c$

$=3\div\dfrac{3}{4}+1\div\dfrac{1}{4}-2\div\left(-\dfrac{2}{3}\right)$

$=3\times\dfrac{4}{3}+1\times4-2\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)$

$=4+4+3=11$

100점 TIP

분모에 분수를 대입할 때에는 분수 꼴의 식을 나눗셈 기호를 사용한 식으로 나타낸 후 문자에 수를 대입한다.

예 $x=\dfrac{1}{3}$일 때, $\dfrac{2}{x}$의 값

➡ $\dfrac{2}{x}=2\div x=2\div\dfrac{1}{3}=2\times3=6$

11 답 -1

$(-1)^{(\text{홀수})}=-1$이고 $(-1)^{(\text{짝수})}=1$이므로

$a-a^2-a^3-\cdots-a^{2025}$

$=(-1)-(-1)^2-(-1)^3-\cdots-(-1)^{2025}$

$=(-1)\underbrace{-1+1}_{0}\underbrace{-1+1}_{0}-\cdots\underbrace{-1+1}_{0}$

$=(-1)+0=-1$

12 답 30 ℃

$\frac{5}{9}(x-32)$에 $x=86$을 대입하면

$\frac{5}{9}\times(86-32)=\frac{5}{9}\times54=30$

따라서 화씨 86 ℉는 섭씨 30 ℃이다.

13 답 1020 m

[전략] 기온이 15 ℃일 때, 소리의 속력을 먼저 구한다.

$331+0.6x$에 $x=15$를 대입하면

$331+0.6\times15=331+9=340$

즉 기온이 15 ℃일 때, 소리의 속력은 초속 340 m이다.

이때 현인이는 번개가 친 지 3초 후에 천둥소리를 들었으므로 현인이가 있는 곳에서 번개가 친 곳까지의 거리는

$340\times3=1020$ (m)

14 답 (1) $2xy+2yz+2xz$ (2) $\frac{65}{4}$

(1) (직육면체의 겉넓이)$=x\times y\times2+y\times z\times2+x\times z\times2$

$=2xy+2yz+2xz$ ...... ❶

(2) $2xy+2yz+2xz$에 $x=\frac{5}{2}$, $y=\frac{5}{4}$, $z=\frac{4}{3}$를 대입하면

$2\times\frac{5}{2}\times\frac{5}{4}+2\times\frac{5}{4}\times\frac{4}{3}+2\times\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}$

$=\frac{25}{4}+\frac{10}{3}+\frac{20}{3}=\frac{65}{4}$ ...... ❷

채점 기준	비율
❶ 직육면체의 겉넓이를 x, y, z를 사용한 식으로 나타내기	50 %
❷ $x=\frac{5}{2}$, $y=\frac{5}{4}$, $z=\frac{4}{3}$일 때, 직육면체의 겉넓이 구하기	50 %

15 답 ④

① $xy+z$의 항은 xy, z의 2개이다.

② $\frac{x}{2}-1$에서 x의 계수는 $\frac{1}{2}$이다.

③ x^3+x^2의 차수는 3이다.

⑤ $a=0$이면 $ax=0$이므로 일차식이 아니다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

16 답 4

주어진 다항식의 항은 $\frac{x^3}{4}$, $-3x^2$, $-\frac{x}{3}$, 1의 4개이므로 $a=4$

다항식의 차수는 3이므로 $b=3$

x의 계수는 $-\frac{1}{3}$이므로 $c=-\frac{1}{3}$

상수항은 1이므로 $d=1$

$\therefore a-3b-9c+6d=4-3\times3-9\times\left(-\frac{1}{3}\right)+6\times1$

$=4-9+3+6=4$

17 답 3개

㉠ 일차식이 아니다.

㉡ $0\times x^2+2x+1=2x+1$ ➡ 일차식이다.

㉢ 다항식이 아니다.

㉣ $\frac{1-3x}{8}=-\frac{3}{8}x+\frac{1}{8}$ ➡ 일차식이다.

㉥ $2y+1-2(y-1)=2y+1-2y+2=3$ ➡ 일차식이 아니다.

따라서 일차식인 것은 ㉡, ㉣, ㉤의 3개이다.

18 답 −9

주어진 식이 x에 대한 일차식이려면 x^2의 계수는 0이고 x의 계수는 0이 아니어야 하므로

$a-2=0$, $a+3\neq0$ $\quad\therefore a=2$

따라서 이 다항식의 상수항은

$1-5a=1-5\times2=-9$

19 답 ④

① $x+(x+3)=2x+3$

② $(3x-1)+(-x+4)=2x+3$

③ $-(x+3)-3(-2-x)=-x-3+6+3x$

$=2x+3$

④ $-\frac{1}{4}(4x-8)-\frac{1}{3}(-9x+15)=-x+2+3x-5$

$=2x-3$

⑤ $0.5(-6+8x)-0.4(5x-15)=-3+4x-2x+6$

$=2x+3$

따라서 계산 결과가 $2x+3$이 아닌 것은 ④이다.

20 답 ⑤

③ $\frac{x-3}{2}+\frac{x+1}{4}=\frac{2(x-3)+(x+1)}{4}$

$=\frac{2x-6+x+1}{4}$

$=\frac{3x-5}{4}$

④ $\frac{2x-1}{3}-\frac{x+3}{2}=\frac{2(2x-1)-3(x+3)}{6}$

$=\frac{4x-2-3x-9}{6}$

$=\frac{x-11}{6}$

⑤ $3(x+2)-(10x+2)\div(-2)$

$=3x+6-(10x+2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=3x+6-(-5x-1)$

$=3x+6+5x+1$

$=8x+7$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

21 답 2

$$\left(ax+\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{3}{5}x-b\right)=ax+\frac{4}{3}-\frac{3}{5}x+b$$
$$=\left(a-\frac{3}{5}\right)x+\frac{4}{3}+b$$

이때 $a-\frac{3}{5}=1$, $\frac{4}{3}+b=-2$이므로 $a=\frac{8}{5}$, $b=-\frac{10}{3}$

$\therefore\ -5a-3b=-5\times\frac{8}{5}-3\times\left(-\frac{10}{3}\right)=-8+10=2$

22 답 $\frac{17}{12}$

$\frac{x-3}{3}-\frac{2x-1}{4}+\frac{3x-2}{6}$

$=\frac{4(x-3)-3(2x-1)+2(3x-2)}{12}$

$=\frac{4x-12-6x+3+6x-4}{12}$

$=\frac{4x-13}{12}=\frac{1}{3}x-\frac{13}{12}$ …… ❶

따라서 $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{13}{12}$이므로 …… ❷

$a-b=\frac{1}{3}-\left(-\frac{13}{12}\right)=\frac{1}{3}+\frac{13}{12}=\frac{17}{12}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 간단히 하기	60 %
❷ a, b의 값 각각 구하기	20 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

23 답 $\frac{4}{3}$

$3x-[2x-8y-\{3x-y-(x+3y)\}]$

$=3x-\{2x-8y-(3x-y-x-3y)\}$

$=3x-\{2x-8y-(2x-4y)\}$

$=3x-(2x-8y-2x+4y)$

$=3x-(-4y)$

$=3x+4y$

따라서 $a=3$, $b=4$이므로 $\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$

24 답 -1

$-2x-(-3x)-\left\{x+3\left(\frac{5}{6}x+\frac{1}{5}\right)\right\}+1$

$=-2x+3x-\left(x+\frac{5}{2}x+\frac{3}{5}\right)+1$

$=x-\left(\frac{7}{2}x+\frac{3}{5}\right)+1$

$=x-\frac{7}{2}x-\frac{3}{5}+1$

$=-\frac{5}{2}x+\frac{2}{5}$

따라서 x의 계수는 $-\frac{5}{2}$, 상수항은 $\frac{2}{5}$이므로 그 곱은

$-\frac{5}{2}\times\frac{2}{5}=-1$

25 답 $2x+30$

색칠한 직사각형의 가로의 길이는

$9-(x+1)=9-x-1=-x+8$

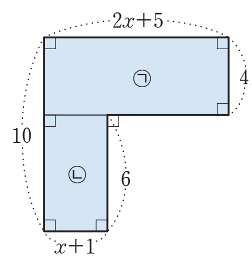
이고, 세로의 길이는

$12-(-2x+5)=12+2x-5=2x+7$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(-x+8)+(2x+7)\}=2(x+15)=2x+30$

26 답 $10x-4$



오른쪽 그림과 같이 주어진 도형을 2개의 직사각형으로 나누면

$S=$(㉠의 넓이)$+$(㉡의 넓이)

$=4(2x+5)+6(x+1)$

$=8x+20+6x+6$

$=14x+26$ …… ❶

$L=2(2x+5)+2\times10$

$=4x+10+20$

$=4x+30$ …… ❷

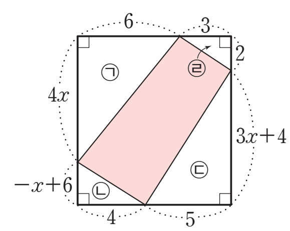
$\therefore\ S-L=(14x+26)-(4x+30)$

$=14x+26-4x-30$

$=10x-4$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 도형의 넓이 S 구하기	35 %
❷ 주어진 도형의 둘레의 길이 L 구하기	35 %
❸ $S-L$ 구하기	30 %

27 답 $\frac{19}{2}x+29$



직사각형의 가로의 길이는

$4+5=9$, 세로의 길이는

$2+(3x+4)=3x+6$이므로

직사각형의 넓이는

$9(3x+6)=27x+54$

4개의 직각삼각형의 넓이의 합은

(㉠의 넓이)$+$(㉡의 넓이)$+$(㉢의 넓이)$+$(㉣의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times6\times4x+\frac{1}{2}\times4\times(-x+6)+\frac{1}{2}\times5\times(3x+4)$

$+\frac{1}{2}\times3\times2$

$=12x-2x+12+\frac{15}{2}x+10+3$

$=\frac{35}{2}x+25$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(직사각형의 넓이)$-$(㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 넓이의 합)

$=(27x+54)-\left(\frac{35}{2}x+25\right)$

$=27x+54-\frac{35}{2}x-25$

$=\frac{19}{2}x+29$

28 답 $(9x+15)$ km

(학교에서 문구점까지의 거리)

$=$(학교에서 도서관까지의 거리)

$+$(도서관에서 문구점까지의 거리)

$=(7x+5)+(28x+5)$

$=35x+10$ (km)

$\therefore$ (가게에서 집까지의 거리)

$=$(학교에서 문구점까지의 거리)

$-$(학교에서 가게까지의 거리)

$-$(집에서 문구점까지의 거리)

$=(35x+10)-(15x+2)-(11x-7)$

$=35x+10-15x-2-11x+7$

$=9x+15$ (km)

29 답 $-2x-4$

$$\begin{aligned}\frac{-20A+8}{4}-\frac{12B+9}{3}&=-5A+2-(4B+3)\\&=-5A+2-4B-3\\&=-5A-4B-1\\&=-5(-2x+7)-4(3x-8)-1\\&=10x-35-12x+32-1\\&=-2x-4\end{aligned}$$

30 답 $6x-11y$

$$\begin{aligned}2(2A-B)-3(A-2B)&=4A-2B-3A+6B\\&=A+4B\\&=(2x+y)+4(x-3y)\\&=2x+y+4x-12y\\&=6x-11y\end{aligned}$$

31 답 $-x+1$

$A=\frac{4x-10}{21}\div\frac{2}{3}=\frac{4x-10}{21}\times\frac{3}{2}=\frac{2x-5}{7}$

$B=(7x-5)-(4x-7)=7x-5-4x+7=3x+2$

$\therefore\ 4A+\frac{1}{3}\{6A+24-3(-A+B)\}$

$=4A+\frac{1}{3}(6A+24+3A-3B)$

$=4A+\frac{1}{3}(9A-3B+24)$

$=4A+3A-B+8$

$=7A-B+8$

$=7\times\frac{2x-5}{7}-(3x+2)+8$

$=2x-5-3x-2+8$

$=-x+1$

32 답 $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$

$\frac{4}{3}(x-3)+2(\boxed{})=\frac{7}{3}x-\frac{5}{2}$에서

$$\begin{aligned}2(\boxed{})&=\frac{7}{3}x-\frac{5}{2}-\frac{4}{3}(x-3)\\&=\frac{7}{3}x-\frac{5}{2}-\frac{4}{3}x+4\\&=x+\frac{3}{2}\end{aligned}$$

$\therefore\ \boxed{}=\left(x+\frac{3}{2}\right)\div2=\left(x+\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$

33 답 $3x+26$

$A-(2x+5)=-3x+7$에서

$A=-3x+7+(2x+5)=-x+12$ …… ❶

$B+(-3x+4)=-x+12$에서

$B=-x+12-(-3x+4)$

$=-x+12+3x-4$

$=2x+8$ …… ❷

$\therefore\ A+2(B-1)=A+2B-2$

$=(-x+12)+2(2x+8)-2$

$=-x+12+4x+16-2$

$=3x+26$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 다항식 A 구하기	30 %
❷ 다항식 B 구하기	30 %
❸ $A+2(B-1)$을 x를 사용하여 나타내기	40 %

34 답 (가) $2x-3$ (나) $\frac{7x-11}{6}$ (다) $\frac{x-5}{2}$

(다)$+\frac{x+4}{3}=\frac{5x-7}{6}$에서

(다)$=\frac{5x-7}{6}-\frac{x+4}{3}$

$=\frac{5x-7-2(x+4)}{6}$

$=\frac{5x-7-2x-8}{6}$

$=\frac{3x-15}{6}=\frac{x-5}{2}$

(나)$=\frac{2(x+1)}{3}+\frac{x-5}{2}$

$=\frac{4(x+1)+3(x-5)}{6}$

$=\frac{4x+4+3x-15}{6}$

$=\frac{7x-11}{6}$

(가)$=\frac{7x-11}{6}+\frac{5x-7}{6}$

$=\frac{12x-18}{6}$

$=2x-3$

35 답 $4x+2$

세 번째 가로줄에서
$A+(4x-2)+(-2x+3)=3x+6$
$A+2x+1=3x+6$
$\therefore A=3x+6-(2x+1)$
$=3x+6-2x-1$
$=x+5$
오른쪽 위에서 왼쪽 아래로 향하는 대각선에서
$B+(x+2)+(x+5)=3x+6$
$B+2x+7=3x+6$
$\therefore B=3x+6-(2x+7)$
$=3x+6-2x-7$
$=x-1$
$\therefore A+3B=(x+5)+3(x-1)$
$=x+5+3x-3$
$=4x+2$

36 답 $\frac{13x+1}{2}$

어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}-(3x+1)=\frac{x-3}{2}$
$\therefore \boxed{}=\frac{x-3}{2}+(3x+1)$
$=\frac{x-3+2(3x+1)}{2}$
$=\frac{x-3+6x+2}{2}$
$=\frac{7x-1}{2}$
따라서 바르게 계산한 식은
$\frac{7x-1}{2}+(3x+1)=\frac{7x-1+2(3x+1)}{2}$
$=\frac{7x-1+6x+2}{2}$
$=\frac{13x+1}{2}$

37 답 $4n-4$

한 변에 놓인 바둑돌의 개수가 2인 정사각형에 있는 바둑돌의 총개수는 $4=4\times1$
한 변에 놓인 바둑돌의 개수가 3인 정사각형에 있는 바둑돌의 총개수는 $8=4\times2$
한 변에 놓인 바둑돌의 개수가 4인 정사각형에 있는 바둑돌의 총개수는 $12=4\times3$
⋮
따라서 한 변에 놓인 바둑돌의 개수가 n인 정사각형에 있는 바둑돌의 총개수는
$4\times(n-1)=4n-4$

38 답 (1) $2n+3$ (2) 103

(1) 1단계일 때, 정사각형의 개수는 5
2단계일 때, 정사각형의 개수는 $5+2\times1$
3단계일 때, 정사각형의 개수는 $5+2\times2$
⋮
따라서 n단계일 때, 정사각형의 개수는
$5+2\times(n-1)=5+2n-2=2n+3$ …… ❶
(2) $2n+3$에 $n=50$을 대입하면
$2\times50+3=103$
따라서 50단계일 때, 정사각형의 개수는 103이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ n단계일 때, 정사각형의 개수를 n을 사용한 식으로 나타내기	70 %
❷ 50단계일 때, 정사각형의 개수 구하기	30 %

39 답 (1) $-7x+8$ (2) $7x-8$

[전략] $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$, $(-1)^{(\text{짝수})}=1$임을 이용한다.
(1) n이 홀수일 때, $n+1$은 짝수이므로
$(-1)^n=-1$, $(-1)^{n+1}=1$
$\therefore (-1)^n(4x-3)+(-1)^{n+1}(-3x+5)$
$=-(4x-3)+(-3x+5)$
$=-4x+3-3x+5$
$=-7x+8$
(2) n이 짝수일 때, $n+1$은 홀수이므로
$(-1)^n=1$, $(-1)^{n+1}=-1$
$\therefore (-1)^n(4x-3)+(-1)^{n+1}(-3x+5)$
$=(4x-3)-(-3x+5)$
$=4x-3+3x-5$
$=7x-8$

참고
(짝수)+(짝수)=(짝수), (짝수)+(홀수)=(홀수)
(홀수)+(짝수)=(홀수), (홀수)+(홀수)=(짝수)

40 답 $\frac{13x-7}{6}$

n이 자연수일 때, $2n$은 짝수이고 $2n+1$은 홀수이므로
$(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n+1}=-1$
$\therefore (-1)^{2n}\frac{3x-1}{2}-(-1)^{2n+1}\frac{2x-2}{3}$
$=\frac{3x-1}{2}-\left(-\frac{2x-2}{3}\right)$
$=\frac{3x-1}{2}+\frac{2x-2}{3}$
$=\frac{3(3x-1)+2(2x-2)}{6}$
$=\frac{9x-3+4x-4}{6}$
$=\frac{13x-7}{6}$

41 답 $-6x+2$

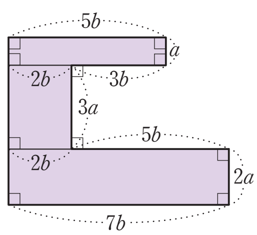
m, n이 모두 홀수일 때, $m+n$은 짝수이므로

$(-1)^m=-1$, $(-1)^n=-1$, $(-1)^{m+n}=1$

$$\therefore \frac{(-1)^m(9x+4)+(-1)^n(3x-8)}{2\times(-1)^{m+n}}$$
$$=\frac{-(9x+4)-(3x-8)}{2}$$
$$=\frac{-9x-4-3x+8}{2}$$
$$=\frac{-12x+4}{2}=-6x+2$$

42 답 $12a+20b$

오른쪽 그림에서 주어진 도형의 둘레의 길이는



$(a+3a+2a)\times2+5b+3b+5b$
$+7b$
$=6a\times2+20b$
$=12a+20b$

43 답 45

(색칠한 부분의 넓이)

$=$(직사각형의 넓이)$-$(사다리꼴의 넓이)

$=4(3x+1)-\frac{1}{2}\times\{x+(2x-1)\}\times2$

$=12x+4-(3x-1)$

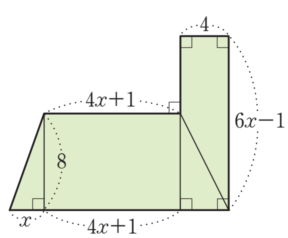
$=12x+4-3x+1$

$=9x+5$

따라서 $a=9$, $b=5$이므로 $ab=9\times5=45$

44 답 $60x+4$

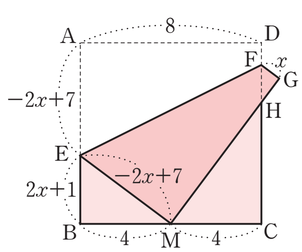
오른쪽 그림에서 주어진 도형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\{(4x+1)+(5x+1)\}\times8$
$+4(6x-1)$
$=4(9x+2)+24x-4$
$=36x+8+24x-4$
$=60x+4$

45 답 $-4x+28$

접은 부분을 다시 펼치면 사각형 EMGF는 사각형 EADF와 완전히 겹쳐지므로 두 사각형은 합동이다. 이때 사각형 EADF는 사다리꼴이므로 사각형 EMGF도 사다리꼴이다.



정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $4+4=8$이므로

(선분 EM의 길이)$=$(선분 EA의 길이)$=8-(2x+1)$
$=8-2x-1=-2x+7$

(선분 MG의 길이)$=$(선분 AD의 길이)$=8$

따라서 사다리꼴 EMGF의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{x+(-2x+7)\}\times8=4(-x+7)=-4x+28$

46 답 ⑤

[전략] a에서 x % 증가 ➡ $a+a\times\frac{x}{100}$

a에서 x % 감소 ➡ $a-a\times\frac{x}{100}$

한 변의 길이가 a인 정사각형의 넓이는 $a\times a=a^2$

정사각형의 가로의 길이를 15 % 늘인 길이는

$a+\frac{15}{100}a=\frac{23}{20}a$

세로의 길이를 20 % 줄인 길이는

$a-\frac{20}{100}a=\frac{4}{5}a$

따라서 새로 만든 직사각형의 넓이는

$\frac{23}{20}a\times\frac{4}{5}a=\frac{23}{25}a^2=\frac{92}{100}a^2$

이므로 정사각형의 넓이의 92 %이다.

적중 & 심화 실전 TEST

78쪽~81쪽

01 답 ㉢, ㉣, ㉥

㉠ $a\times(-0.1)\times b=-0.1ab$

㉡ $a\div5\times b=a\times\frac{1}{5}\times b=\frac{ab}{5}$

㉢ $x\times3\div y\div y=x\times3\times\frac{1}{y}\times\frac{1}{y}=\frac{3x}{y^2}$

㉣ $x\div(y\div z)\times(-5)=x\div\frac{y}{z}\times(-5)$
$=x\times\frac{z}{y}\times(-5)=-\frac{5xz}{y}$

㉤ $a\times(-b)\div\frac{4}{7}c=a\times(-b)\times\frac{7}{4c}=-\frac{7ab}{4c}$

㉥ $a\div(-4b)\times(-6)\div c=a\times\left(-\frac{1}{4b}\right)\times(-6)\times\frac{1}{c}=\frac{3a}{2bc}$

따라서 옳은 것은 ㉢, ㉣, ㉥이다.

02 답 ⑤

① (마름모의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(한 대각선의 길이)$\times$(다른 대각선의 길이)

$=\frac{1}{2}\times x\times y=\frac{1}{2}xy$

② (시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 시속 x km로 30 km를 이동하였을 때 걸린 시간은 $\frac{30}{x}$시간이다.

③ $10a+b+0.1c+0.03$

④ (판매 가격)=(정가)−(할인 금액)$=a-\frac{20}{100}a=\frac{4}{5}a$(원)

⑤ 남학생 수는 $a\times\frac{b}{100}=\frac{ab}{100}$(명)이므로 여학생 수는

$a-\frac{ab}{100}=a\left(1-\frac{b}{100}\right)$(명)

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

03 답 ④

(갈 때 걸린 시간)$=\frac{90}{15}=6$(시간), (올 때 걸린 시간)$=\frac{90}{a}$(시간)

이므로 전체 걸린 시간은 $\left(6+\frac{90}{a}\right)$시간이다.

이때 민서가 두 지점을 왕복하는 데 이동한 거리는

$90+90=180$ (km)이므로

(평균 속력)$=180\div\left(6+\frac{90}{a}\right)=180\div\frac{6a+90}{a}$

$=180\times\frac{a}{6a+90}=\frac{30a}{a+15}$ (km/시)

04 답 $-\frac{3}{10}$

$|a|=|b|=3$이고 $a>b$이므로 $a=3$, $b=-3$

$$\therefore \frac{a^2-4b^2}{2a^3-b^3+9}=\frac{3^2-4\times(-3)^2}{2\times3^3-(-3)^3+9}=\frac{9-4\times9}{2\times27-(-27)+9}=-\frac{27}{90}=-\frac{3}{10}$$

05 답 −4

[전략] 먼저 $\frac{ab+5bc-8ac}{abc}$를 간단히 정리한다.

$$\frac{ab+5bc-8ac}{abc}=\frac{1}{c}+\frac{5}{a}-\frac{8}{b}$$
$$=1\div c+5\div a-8\div b$$
$$=1\div\left(-\frac{1}{4}\right)+5\div\frac{1}{2}-8\div\frac{4}{5}$$
$$=1\times(-4)+5\times2-8\times\frac{5}{4}$$
$$=-4+10-10=-4$$

06 답 11

[전략] $x=-2$를 주어진 식에 대입하여 정리할 때, n이 짝수이면 $(-2)^n=2^n$이고 n이 홀수이면 $(-2)^n=-2^n$임을 이용한다.

$$1-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{8}x^3+\cdots+\frac{1}{1024}x^{10}$$
$$=1-\frac{1}{2}\times(-2)+\frac{1}{2^2}\times(-2)^2-\frac{1}{2^3}\times(-2)^3+\cdots+\frac{1}{2^{10}}\times(-2)^{10}$$
$$=1+\frac{1}{2}\times2+\frac{1}{2^2}\times2^2+\frac{1}{2^3}\times2^3+\cdots+\frac{1}{2^{10}}\times2^{10}$$
$$=\underbrace{1+1+1+1+\cdots+1}_{11\text{개}}=11$$

07 답 $-\frac{29}{21}$

$\frac{2}{x}=\frac{5}{y}$에서 $2y=5x$ $\quad\therefore y=\frac{5}{2}x$

$$\therefore \frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}=x\div(x+y)+y\div(x-y)$$
$$=x\div\left(x+\frac{5}{2}x\right)+\frac{5}{2}x\div\left(x-\frac{5}{2}x\right)$$
$$=x\div\frac{7}{2}x+\frac{5}{2}x\div\left(-\frac{3}{2}x\right)$$
$$=x\times\frac{2}{7x}+\frac{5}{2}x\times\left(-\frac{2}{3x}\right)$$
$$=\frac{2}{7}+\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{29}{21}$$

08 답 (1) $\left(\frac{x}{4}+\frac{75}{y}-9\right)$ cm (2) $\frac{57}{2}$ cm

(1) 금이 가지 않은 물통에 물을 채울 때, A 수도꼭지만 틀면 1분 동안 물의 높이는 $\frac{x}{20}$ cm가 되고 B 수도꼭지만 틀면 1분 동안 물의 높이는 $\frac{15}{y}$ cm가 된다. …… ❶

이때 이 물통에 금이 가 물의 높이가 1분마다 1.8 cm씩 낮아지므로 두 수도꼭지 A, B를 5분 동안 동시에 틀어 이 물통을 채우면 물의 높이는

$\left(\frac{x}{20}+\frac{15}{y}-1.8\right)\times5=\frac{x}{4}+\frac{75}{y}-9$ (cm) …… ❷

(2) $\frac{x}{4}+\frac{75}{y}-9$에 $x=120$, $y=10$을 대입하면

$\frac{120}{4}+\frac{75}{10}-9=\frac{57}{2}$ (cm)

따라서 (1)에서의 금이 간 물통의 물의 높이는 $\frac{57}{2}$ cm이다.

…… ❸

채점 기준	비율
❶ 금이 가지 않은 물통에 물을 채울 때, A 수도꼭지만 1분 동안 틀 때 물의 높이와 B 수도꼭지만 1분 동안 틀 때 물의 높이 구하기	30 %
❷ 금이 간 물통에 5분 동안 두 수도꼭지 A, B를 동시에 틀어 물통을 채울 때, 물의 높이 구하기	40 %
❸ $x=120$, $y=10$일 때, 금이 간 물통의 물의 높이 구하기	30 %

09 답 ③, ⑤

㉠ $\frac{1-5x}{6}=-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}$

㉦ $4x^2+0\times x+1=4x^2+1$

① 단항식은 ㉣, ㉧의 2개이다.

② 일차식은 ㉠, ㉢, ㉥, ㉧의 4개이다.

③ ㉤의 항은 $-y^2$, $-\frac{5}{2}y$, -3의 3개이다.

④ ㉠의 상수항은 $\frac{1}{6}$이고 ㉤의 상수항은 -3이므로

㉠과 ㉤의 상수항의 곱은 $\frac{1}{6}\times(-3)=-\frac{1}{2}$

⑤ ㉥의 x의 계수는 $-\frac{1}{5}$이고 ◎의 x의 계수는 $-1.2=-\frac{6}{5}$이므로 ㉥과 ◎의 x의 계수의 합은

$$\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{6}{5}\right)=-\frac{7}{5}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

10 답 ③

$6x^2+ax-4x+ax^2+bx+3=(6+a)x^2+(a+b-4)x+3$

이 식이 x에 대한 일차식이려면 x^2의 계수가 0이고 x의 계수는 0이 아니어야 하므로

$6+a=0,\ a+b-4\neq0$

$\therefore\ a=-6,\ b\neq10$

11 답 ④

① $\frac{2x-1}{3}-\frac{x+3}{2}=\frac{2(2x-1)-3(x+3)}{6}$

$=\frac{4x-2-3x-9}{6}$

$=\frac{x-11}{6}$

② $3\left(x-\frac{2}{3}\right)-6\left(\frac{2}{3}x-1\right)=3x-2-4x+6=-x+4$

③ $-x+1+\frac{1}{3}(12x-15)=-x+1+4x-5=3x-4$

④ $\frac{2(3x-2)}{3}-\frac{3(5x-1)}{5}=\frac{10(3x-2)-9(5x-1)}{15}$

$=\frac{30x-20-45x+9}{15}$

$=\frac{-15x-11}{15}$

$=-x-\frac{11}{15}$

⑤ $10\left(-\frac{2}{5}x+\frac{1}{2}\right)-12\left(\frac{1}{4}x-\frac{5}{6}\right)=-4x+5-3x+10$

$=-7x+15$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 답 $x-6$

$\frac{2x-3}{5}-\left[x+3-\left\{(4x-1)\div\frac{5}{2}-2\right\}\right]$

$=\frac{2x-3}{5}-\left[x+3-\left\{(4x-1)\times\frac{2}{5}-2\right\}\right]$

$=\frac{2x-3}{5}-\left\{x+3-\left(\frac{8}{5}x-\frac{2}{5}-2\right)\right\}$

$=\frac{2x-3}{5}-\left\{x+3-\left(\frac{8}{5}x-\frac{12}{5}\right)\right\}$

$=\frac{2x-3}{5}-\left(x+3-\frac{8}{5}x+\frac{12}{5}\right)$

$=\frac{2x-3}{5}-\left(-\frac{3}{5}x+\frac{27}{5}\right)$

$=\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}+\frac{3}{5}x-\frac{27}{5}$

$=x-6$

13 답 $(11x-15)$ km

(도서관에서 가게까지의 거리)

=(학교에서 가게까지의 거리)+(도서관에서 집까지의 거리)

−(학교에서 집까지의 거리)

$=(17x+3)+(22x-5)-(28x+13)$

$=39x-2-28x-13$

$=11x-15$ (km)

14 답 $18x+1$

(색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times8\times(x+1)+8(3x-1)-5(2x-1)$

$=4x+4+24x-8-10x+5$

$=18x+1$

15 답 $-a+4b+\frac{1}{2}$

[전략] 먼저 $A-B$, $B+C$를 각각 간단히 정리한다.

$A-B=(3a-b+5)-(a-3b)$

$=3a-b+5-a+3b$

$=2a+2b+5$

$B+C=(a-3b)+(5a-6b+6)$

$=6a-9b+6$

$\therefore\ \frac{1}{2}(A-B)-\frac{1}{3}(B+C)$

$=\frac{1}{2}(2a+2b+5)-\frac{1}{3}(6a-9b+6)$

$=a+b+\frac{5}{2}-2a+3b-2$

$=-a+4b+\frac{1}{2}$

16 답 $9x+13$

오른쪽 위에서 왼쪽 아래로 향하는 대각선에서 세 식의 합은

$(x+3)+(2x+4)+(3x+5)=6x+12$

세 번째 가로줄에서

$(3x+5)+A+(-x+1)=6x+12$

$2x+6+A=6x+12$

$\therefore\ A=6x+12-(2x+6)$

$=6x+12-2x-6$

$=4x+6$

왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 향하는 대각선에서

$B+(2x+4)+(-x+1)=6x+12$

$B+x+5=6x+12$

$\therefore\ B=6x+12-(x+5)$

$=6x+12-x-5$

$=5x+7$

$\therefore\ A+B=(4x+6)+(5x+7)$

$=9x+13$

17 답 $-5x+22$

어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$\boxed{}+\frac{1}{2}(4x-10)=5x-3$에서

$\boxed{}+2x-5=5x-3$

$\therefore \boxed{}=5x-3-(2x-5)$

$=5x-3-2x+5$

$=3x+2$ …… ❶

따라서 바르게 계산한 식은

$(3x+2)-2(4x-10)=3x+2-8x+20$

$=-5x+22$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 어떤 다항식 구하기	50 %
❷ 바르게 계산한 식 구하기	50 %

18 답 (1) $2n+1$ (2) 41

[전략] 정삼각형이 1개 늘어날 때마다 성냥개비의 개수가 2씩 늘어남을 이용한다.

(1) 정삼각형을 1개 만들 때, 필요한 성냥개비의 개수는 3
정삼각형을 2개 만들 때, 필요한 성냥개비의 개수는 $3+2\times1$
정삼각형을 3개 만들 때, 필요한 성냥개비의 개수는 $3+2\times2$
⋮
따라서 정삼각형을 n개 만들 때, 필요한 성냥개비의 개수는
$3+2\times(n-1)=3+2n-2=2n+1$

(2) $2n+1$에 $n=20$을 대입하면
$2\times20+1=41$
따라서 정삼각형을 20개 만들 때, 필요한 성냥개비의 개수는 41이다.

19 답 $-x+4$

n이 홀수일 때, $n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이므로

$(-1)^n=-1$, $(-1)^{n+1}=1$, $(-1)^{n+2}=-1$

$\therefore (-1)^n(3x-2)+(-1)^{n+1}(-2x+3)-(-1)^{n+2}(4x-1)$

$=-(3x-2)+(-2x+3)+(4x-1)$

$=-3x+2-2x+3+4x-1$

$=-x+4$

20 답 $(28n+20)$ cm

[전략] 겹쳐진 부분은 한 변의 길이가 5 cm인 정사각형이다.

한 변의 길이가 12 cm인 정사각형 모양의 종이 n장의 둘레의 길이의 합은

$(12\times4)\times n=48n$ (cm)

겹쳐진 부분은 한 변의 길이가 5 cm인 정사각형이고 $(n-1)$곳에서 겹쳐지므로 겹쳐지는 부분의 둘레의 길이의 합은

$(5\times4)\times(n-1)=20n-20$ (cm)

따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는

$48n-(20n-20)=48n-20n+20=28n+20$ (cm)

21 답 $6a^2+2a^2n$

[전략] 주어진 정육면체를 한 번씩 자를 때마다 2개의 면이 생김을 이용한다.

주어진 방법으로 정육면체를 자르면 한 번씩 자를 때마다 2개의 면이 생기므로 n번 자르면 $2n$개의 면이 생긴다.

이때 자를 때마다 생기는 면은 모두 한 변의 길이가 a인 정사각형이고 그 넓이는 a^2이다.

따라서 구하는 모든 직육면체의 겉넓이의 합은 처음 정육면체의 겉넓이 $6a^2$에서 $a^2\times2n=2a^2n$만큼 늘어난 것과 같으므로

$6a^2+2a^2n$

22 답 처음 마름모의 넓이보다 28 % 감소하였다.

[전략] 마름모의 넓이는 $\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)임을 이용한다.

두 대각선의 길이가 모두 a인 마름모의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}\times a\times a=\frac{1}{2}a^2$

이 마름모의 한 대각선의 길이를 20 % 늘인 길이는

$a+\frac{20}{100}a=\frac{6}{5}a$

다른 한 대각선의 길이를 40 % 줄인 길이는

$a-\frac{40}{100}a=\frac{3}{5}a$

따라서 새로 만든 마름모의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{6}{5}a\times\frac{3}{5}a=\frac{18}{25}\times\frac{1}{2}a^2=\frac{72}{100}S$

따라서 새로 만든 마름모의 넓이는 처음 마름모의 넓이의 72 %이므로 처음 마름모의 넓이보다 $100-72=28$ (%) 감소하였다.

학교 시험 최상위 기출 도전

82쪽

01 답 (1) 주중 점심 가격 : $(25600x+16000y)$원
주말 저녁 가격 : $(40000x+24000y)$원
(2) 두 가격이 다르다. 주중 점심 가격이 주말 저녁 가격보다 6400원 더 적다.

[전략] a원의 20 % 할인된 가격 ➡ $\left(a-a\times\frac{20}{100}\right)$원

(1) 성인 x명, 어린이 y명이 주중 저녁에 뷔페를 이용할 때의 가격은 $(32000x+20000y)$원이므로 주중 점심에 뷔페를 이용할 때의 가격은

$(32000x+20000y)-(32000x+20000y)\times\frac{20}{100}$

$=32000x+20000y-(6400x+4000y)$

$=25600x+16000y$ (원)

주말 저녁에 뷔페를 이용할 때의 가격은

$(40000x+24000y)$원

(2) 성인 2명, 어린이 2명이 주중 점심에 뷔페를 이용할 때의 가격은
$25600\times2+16000\times2=83200$(원)

주말 저녁에 뷔페를 이용할 때의 가격은

$40000 \times 2 + 24000 \times 2 = 128000$(원)

그런데 주말 저녁에는 30 % 할인 쿠폰을 사용하므로

$128000 - 128000 \times \dfrac{30}{100} = 128000 - 38400 = 89600$(원)

따라서 주중 점심 가격과 주말 저녁 가격은 다르고, 주중 점심 가격이 주말 저녁 가격보다 $89600 - 83200 = 6400$(원) 더 적다.

02 답 -9

[전략] $a+b+c=0$에서 $a+b=-c$, $b+c=-a$, $a+c=-b$이다.

$a+b+c=0$이므로 $a+b=-c$, $a+c=-b$, $b+c=-a$

$$\therefore a\left(\frac{3}{b}+\frac{3}{c}\right)+b\left(\frac{3}{c}+\frac{3}{a}\right)+c\left(\frac{3}{a}+\frac{3}{b}\right)$$
$$=\frac{3a}{b}+\frac{3a}{c}+\frac{3b}{c}+\frac{3b}{a}+\frac{3c}{a}+\frac{3c}{b}$$
$$=\frac{3(b+c)}{a}+\frac{3(a+c)}{b}+\frac{3(a+b)}{c}$$
$$=\frac{-3a}{a}+\frac{-3b}{b}+\frac{-3c}{c}$$
$$=-3-3-3=-9$$

03 답 ①

[전략] (i) m, n이 모두 짝수, (ii) m이 짝수, n이 홀수, (iii) m이 홀수, n이 짝수, (iv) m, n이 모두 홀수인 경우로 나누어 생각한다.

(i) m, n이 모두 짝수일 때, $m+n$은 짝수이므로

$(-1)^m=1$, $(-1)^n=1$, $(-1)^{m+n}=1$

$$\therefore \frac{(-1)^m(5x+4)-(-1)^n(3x-8)}{2\times(-1)^{m+n}}$$
$$=\frac{(5x+4)-(3x-8)}{2}$$
$$=\frac{5x+4-3x+8}{2}$$
$$=\frac{2x+12}{2}=x+6$$

(ii) m이 짝수, n이 홀수일 때, $m+n$은 홀수이므로

$(-1)^m=1$, $(-1)^n=-1$, $(-1)^{m+n}=-1$

$$\therefore \frac{(-1)^m(5x+4)-(-1)^n(3x-8)}{2\times(-1)^{m+n}}$$
$$=\frac{(5x+4)+(3x-8)}{-2}$$
$$=\frac{8x-4}{-2}=-4x+2$$

(iii) m이 홀수, n이 짝수일 때, $m+n$은 홀수이므로

$(-1)^m=-1$, $(-1)^n=1$, $(-1)^{m+n}=-1$

$$\therefore \frac{(-1)^m(5x+4)-(-1)^n(3x-8)}{2\times(-1)^{m+n}}$$
$$=\frac{-(5x+4)-(3x-8)}{-2}$$
$$=\frac{-5x-4-3x+8}{-2}$$
$$=\frac{-8x+4}{-2}=4x-2$$

(iv) m, n이 모두 홀수일 때, $m+n$은 짝수이므로

$(-1)^m=-1$, $(-1)^n=-1$, $(-1)^{m+n}=1$

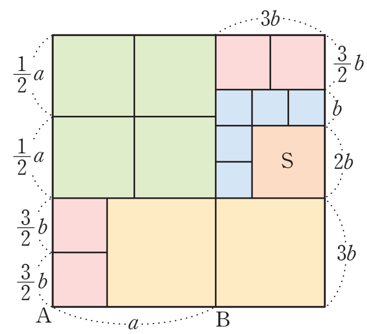
$$\therefore \frac{(-1)^m(5x+4)-(-1)^n(3x-8)}{2\times(-1)^{m+n}}$$
$$=\frac{-(5x+4)+(3x-8)}{2}$$
$$=\frac{-5x-4+3x-8}{2}$$
$$=\frac{-2x-12}{2}=-x-6$$

따라서 간단히 한 결과로 나올 수 없는 것은 ①이다.

04 답 $\frac{4}{9}a$

[전략] 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 b라 하고 각 정사각형의 한 변의 길이를 각각 a, b를 사용하여 나타낸다.

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 b라 하고 각 정사각형의 한 변의 길이를 a, b를 사용하여 나타내면 다음 그림과 같다.



직사각형의 세로의 길이에 대하여

$\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a+\frac{3}{2}b+\frac{3}{2}b=\frac{3}{2}b+b+2b+3b$

$a+3b=\frac{15}{2}b$, $a=\frac{9}{2}b$

$\therefore b=\frac{2}{9}a$

따라서 정사각형 S의 한 변의 길이는

$2b=2\times\frac{2}{9}a=\frac{4}{9}a$

4 일차방정식

01 | 일차방정식의 풀이

개념 확인 85쪽

01 답 ②, ⑤

(좌변)$=3(x-2)=3x-6$에서 (좌변)$=$(우변)이므로
주어진 등식은 x에 대한 항등식이다.
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

02 답 ①, ④

① $4a=2b$의 양변을 4로 나누면 $a=\frac{b}{2}$
② $a=1$, $b=2$, $c=0$이면 $ac=bc=0$이지만 $a\neq b$이다.
③ $a=b+1$의 양변에 2를 곱하면 $2a=2b+2$
양변에서 1을 빼면 $2a-1=2b+1$
④ $a+2=b+5$의 양변에서 2를 빼면 $a=b+3$
⑤ $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$의 양변에 6을 곱하면 $3a=2b$
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

03 답 ④

① $5x+1=x+8$에서 1, x를 각각 이항하면
$5x-x=8-1$
② $4x-5=3x+2$에서 -5, $3x$를 각각 이항하면
$4x-3x=2+5$
③ $3-2x=-15$에서 3을 이항하면
$-2x=-15-3$
⑤ $2x-5=3x+7$에서 $3x$, 7을 각각 이항하면
$2x-5-3x-7=0$
따라서 이항을 바르게 한 것은 ④이다.

04 답 ②

㉠ x에 대한 일차식이다.
㉡ $4x=3x+4$에서 $x-4=0$이므로 x에 대한 일차방정식이다.
㉢ (좌변)$=3x-5x=-2x$에서 (좌변)$=$(우변)이므로 x에 대한 항등식이다.
㉣ $4(x+3)=4x-2$에서 $14=0$이므로 거짓인 등식이다.
즉 x에 대한 일차방정식이 아니다.
㉤ $3x^2-x+2=3x^2-5$에서 $-x+7=0$이므로 x에 대한 일차방정식이다.
따라서 x에 대한 일차방정식인 것은 ㉡, ㉤이다.

05 답 ⑤

① $2x+1=6x-3$에서 $-4x=-4$ $\therefore x=1$
② $5-(x-1)=4+x$에서 $5-x+1=4+x$
$-2x=-2$ $\therefore x=1$
③ $3(x-1)+1=2(x+1)-3$에서
$3x-3+1=2x+2-3$ $\therefore x=1$
④ $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$의 양변에 6을 곱하면
$3x+2=2x+3$ $\therefore x=1$
⑤ $0.3x+0.7=x+1.4$의 양변에 10을 곱하면
$3x+7=10x+14$
$-7x=7$ $\therefore x=-1$
따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

06 답 7

$3x+4=a$에 $x=-2$를 대입하면
$3\times(-2)+4=a$ $\therefore a=-2$
$\therefore -5a-3=-5\times(-2)-3$
$=10-3=7$

적중 & 심화 유형 연습 86쪽~91쪽

01 답 ㉡, ㉤, ㉥

㉠ (좌변)$\neq$(우변)이므로 항등식이 아니다.
㉡ (좌변)$=x-4x=-3x$에서 (좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.
㉢ (우변)$=3(x+2)=3x+6$에서 (좌변)$\neq$(우변)이므로 항등식이 아니다.
㉣ (좌변)$=7-4(x+1)=-4x+3$에서 (좌변)$\neq$(우변)이므로 항등식이 아니다.
㉤ (우변)$=3x+8-4x=8-x$에서 (좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.
㉥ (우변)$=-2(2x-1)+2-x=-5x+4$에서 (좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.
따라서 x에 대한 항등식인 것은 ㉡, ㉤, ㉥이다.

02 답 5

$(a-2)x+12=3(x+2b)-2x$에서 $(a-2)x+12=x+6b$
이때 모든 x의 값에 대하여 참인 등식은 항등식이므로
$a-2=1$, $12=6b$ $\therefore a=3$, $b=2$
$\therefore a+b=3+2=5$

03 답 $2x+2$

$(\text{우변})=3\{2-(4-x)\}+\square$
$=3(2-4+x)+\square$
$=3(-2+x)+\square$
$=-6+3x+\square$
이므로 $5x-4=-6+3x+\square$
이때 주어진 등식이 x에 대한 항등식이므로
$\square=2x+2$

04 답 ④

㉠ $a=0$이면 주어진 등식은 $3x-15=0$
$3x-15=0$에 $x=3$을 대입하면 $3\times3-15\neq0$
즉 $x=3$은 해가 아니다.
㉡ $a=3$이면 주어진 등식은 $3x-15=3x-15$
즉 (좌변)=(우변)이므로 x에 대한 항등식이다.
㉢ $3x-15=ax-5a$에서 $(3-a)x+5a-15=0$
$3-a\neq0$, 즉 $a\neq3$일 때 x에 대한 방정식이다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

05 답 ①

$4a+8=4(b-3)$의 양변을 4로 나누면 $a+2=b-3$
양변에서 3을 빼면 $a-1=b-6$
따라서 □ 안에 알맞은 식은 $b-6$이다.

06 답 ⑤

① $a+4=b-5$의 양변에서 4를 빼면 $a=b-9$
② $a+4=b-5$의 양변에서 9를 빼면 $a-5=b-14$
양변에 c를 더하면 $a+c-5=b+c-14$
③ $a+4=b-5$의 양변에서 4를 빼면 $a=b-9$
양변에서 b를 빼면 $a-b=-9$
양변에 c를 곱하면 $ac-bc=-9c$
④ $a+4=b-5$의 양변에 -1을 곱하면 $-a-4=-b+5$
양변에 8을 더하면 $-a+4=-b+13$
⑤ $a+4=b-5$의 양변에 1을 더하면 $a+5=b-4$
$c\neq0$이므로 양변을 c로 나누면 $\frac{a+5}{c}=\frac{b-4}{c}$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

07 답 ⑤

① $\frac{a}{2}=-\frac{b}{3}$의 양변에 -6을 곱하면 $-3a=2b$
양변에 5를 더하면 $-3a+5=2b+5$
② $5a-4b=0$의 양변에 $4b$를 더하면 $5a=4b$
양변을 20으로 나누면 $\frac{a}{4}=\frac{b}{5}$
양변에 3을 더하면 $\frac{a}{4}+3=\frac{b}{5}+3$
③ $a-2=-3b+4$의 양변에 2를 더하면 $a=-3b+6$
양변을 6으로 나누면 $\frac{a}{6}=-\frac{b}{2}+1$
④ $7x=3y$의 양변에서 7을 빼면 $7x-7=3y-7$
즉 $7(x-1)=3y-7$
⑤ $3ac-2=3bc-2$의 양변에 2를 더하면 $3ac=3bc$
양변을 3으로 나누면 $ac=bc$
이때 $c\neq0$이어야 $a=b$가 성립하고 $a+1=b+1$이 성립한다.
$a=1$, $b=2$, $c=0$인 경우 $ac=bc=0$이지만
$a+1\neq b+1$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

08 답 ②, ④

① $50=7\times7+1$ ➡ 일차방정식이 아니다.
② $\frac{1}{2}\times x\times4=12$에서 $2x-12=0$ ➡ 일차방정식이다.
③ $n+(n+1)=2n+1$ ➡ 항등식이다.
④ $\frac{a+80}{2}=85$에서 $a-90=0$ ➡ 일차방정식이다.
⑤ $x^2=49$에서 $x^2-49=0$ ➡ 차수가 2이므로 일차방정식이 아니다.
따라서 일차방정식인 것은 ②, ④이다.

09 답 $\frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}x^2-3x+1=(a-2)x^2+x-2$에서
$\left(\frac{5}{2}-a\right)x^2-4x+3=0$
이 등식이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $\frac{5}{2}-a=0$이어야 하므로
$a=\frac{5}{2}$

10 답 ⑤

$ax^2-ax+2x-1=bx+5$에서
$ax^2+(-a-b+2)x-6=0$
이 등식이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $a=0$, $-a-b+2\neq0$이어야 하므로
$a=0$, $b\neq2$

11 답 66

$0.4(3x-5)=0.3(x-4)-0.2$의 양변에 10을 곱하면
$4(3x-5)=3(x-4)-2$
$12x-20=3x-12-2$, $9x=6$
$\therefore x=\frac{2}{3}$, 즉 $a=\frac{2}{3}$
$\frac{x}{4}-\frac{3x-2}{3}=6$의 양변에 12를 곱하면
$3x-4(3x-2)=72$

$3x-12x+8=72$, $-9x=64$

$\therefore x=-\frac{64}{9}$, 즉 $b=-\frac{64}{9}$

$\therefore 3a-9b=3\times\frac{2}{3}-9\times\left(-\frac{64}{9}\right)=2+64=66$

12 답 ③

$\frac{4}{9}x-1=0.2x-\frac{4}{15}$의 양변에 45를 곱하면

$20x-45=9x-12$

$11x=33$ $\quad\therefore x=3$

③ 3의 약수는 1, 3의 2개이다.

따라서 주어진 일차방정식의 해에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ③이다.

13 답 3

$\frac{x-3}{5}+0.7x=x-1.2$의 양변에 10을 곱하면

$2(x-3)+7x=10x-12$

$2x-6+7x=10x-12$, $-x=-6$

$\therefore x=6$, 즉 $a=6$

$\frac{2}{3}x-0.2(2x-3)=\frac{4}{5}$의 양변에 15를 곱하면

$10x-3(2x-3)=12$

$10x-6x+9=12$, $4x=3$

$\therefore x=\frac{3}{4}$, 즉 $b=\frac{3}{4}$

$\therefore a-4b=6-4\times\frac{3}{4}=6-3=3$

14 답 5

$(0.3x+2):6=\frac{5x-4}{12}:3$에서 $3(0.3x+2)=6\times\frac{5x-4}{12}$

$3(0.3x+2)=\frac{5x-4}{2}$

양변에 10을 곱하면 $30(0.3x+2)=5(5x-4)$

$9x+60=25x-20$, $-16x=-80$

$\therefore x=5$

15 답 ①

① $5x-\{x-2-(5-6x)\}=-3$에서

$5x-(x-2-5+6x)=-3$

$5x-(7x-7)=-3$, $5x-7x+7=-3$

$-2x=-10$ $\quad\therefore x=5$

② $1.3x-1.2(x-0.5)=0.5(x-0.4)$의 양변에 10을 곱하면

$13x-12(x-0.5)=5(x-0.4)$

$13x-12x+6=5x-2$

$-4x=-8$ $\quad\therefore x=2$

③ $\frac{1}{3}(x+1)=\frac{x}{2}+\frac{4-3x}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$2(x+1)=3x+(4-3x)$

$2x+2=3x+4-3x$

$2x=2$ $\quad\therefore x=1$

④ $0.2x-4=\frac{1}{2}(x+3)+2$의 양변에 10을 곱하면

$2x-40=5(x+3)+20$

$2x-40=5x+15+20$

$-3x=75$ $\quad\therefore x=-25$

⑤ $2:3=(3x+1):(7x-6)$에서 $2(7x-6)=3(3x+1)$

$14x-12=9x+3$, $5x=15$ $\quad\therefore x=3$

따라서 x의 값의 대소를 비교하면 $-25<1<2<3<5$이므로 x의 값이 가장 큰 것은 ①이다.

16 답 23

$3x+a(x-2)=4$에 $x=3$을 대입하면

$9+a=4$ $\quad\therefore a=-5$

$\frac{1}{2}x+bx=0.9$에 $x=3$을 대입하면

$\frac{3}{2}+3b=0.9$

양변에 10을 곱하면 $15+30b=9$

$30b=-6$ $\quad\therefore b=-\frac{1}{5}$

$\therefore a^2-2ab=(-5)^2-2\times(-5)\times\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=25-2=23$

17 답 $x=-2$

$3(2x-3)+2a=4a-1$에 $x=4$를 대입하면

$15+2a=4a-1$

$-2a=-16$ $\quad\therefore a=8$

$3.6x+\frac{a}{16}x=-6.2-\frac{a}{4}$에 $a=8$을 대입하면

$3.6x+\frac{1}{2}x=-8.2$

양변에 10을 곱하면 $36x+5x=-82$

$41x=-82$ $\quad\therefore x=-2$

18 답 -5

$a+5x=b+4x$에 $x=2b$를 대입하면

$a+10b=b+8b$ $\quad\therefore a=-b$

$\therefore \frac{3b-2a}{2b+3a}=\frac{3b+2b}{2b-3b}=\frac{5b}{-b}=-5$

19 답 6

$2(0.6-0.1x)=0.2(2x+3)$의 양변에 10을 곱하면

$20(0.6-0.1x)=2(2x+3)$

$12-2x=4x+6$, $-6x=-6$ $\quad\therefore x=1$

$\frac{x+5}{6}-2=\frac{3-2a}{9}$에 $x=1$을 대입하면

$-1=\frac{3-2a}{9}$, $-9=3-2a$

$2a=12$ $\quad\therefore a=6$

20 답 -2

$x-23=15x+19$에서 $-14x=42$ $\quad\therefore x=-3$

$\frac{1}{3}(x+6)=2a-5$에 $x=-3$을 대입하면

$1=2a-5$, $-2a=-6$ $\quad\therefore a=3$

$0.2(x+5)=b+5.4$에 $x=-3$을 대입하면

$0.4=b+5.4$

양변에 10을 곱하면 $4=10b+54$

$-10b=50$ $\quad\therefore b=-5$

$\therefore a+b=3+(-5)=-2$

21 답 $-\frac{1}{8}$

$(x+2):(x-1)=4:3$에서 $3(x+2)=4(x-1)$

$3x+6=4x-4$, $-x=-10$ $\quad\therefore x=10$ …… ❶

$\frac{x-1}{4}-\frac{x+2a}{3}=-1$에 $x=10$을 대입하면

$\frac{9}{4}-\frac{10+2a}{3}=-1$

양변에 12를 곱하면 $27-4(10+2a)=-12$

$27-40-8a=-12$, $-8a=1$

$\therefore a=-\frac{1}{8}$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 비례식을 만족하는 x의 값 구하기	50 %
❷ a의 값 구하기	50 %

22 답 9

$-(4x-5)+7=2x$에서 $-4x+5+7=2x$

$-6x=-12$ $\quad\therefore x=2$

따라서 일차방정식 $2a-3(x-4)=15$의 해가 $x=2+3=5$이므로 $2a-3(x-4)=15$에 $x=5$를 대입하면

$2a-3=15$

$2a=18$ $\quad\therefore a=9$

23 답 $-\frac{4}{3}$

$2x-0.6=1.4x-0.3$의 양변에 10을 곱하면

$20x-6=14x-3$

$6x=3$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$

따라서 일차방정식 $\frac{5x-9}{4}+3(a+x)=-2x$의 해가

$x=\frac{1}{2}\times 2=1$이므로 $\frac{5x-9}{4}+3(a+x)=-2x$에 $x=1$을 대입하면

$-1+3(a+1)=-2$

$-1+3a+3=-2$, $3a=-4$

$\therefore a=-\frac{4}{3}$

24 답 3

$2+0.1x=0.5x-0.4$의 양변에 10을 곱하면

$20+x=5x-4$

$-4x=-24$ $\quad\therefore x=6$

따라서 두 일차방정식의 해는 절댓값이 같고 부호가 다르므로 일차방정식 $2x-a=3(x+1)$의 해는 $x=-6$이다.

$2x-a=3(x+1)$에 $x=-6$을 대입하면

$-12-a=-15$

$-a=-3$ $\quad\therefore a=3$

25 답 -3

$3(a-x)=-4(x-a)$에서 $3a-3x=-4x+4a$

$\therefore x=a$

$\frac{2x-3}{3}-\frac{x-3}{6}=a$의 양변에 6을 곱하면

$2(2x-3)-(x-3)=6a$

$4x-6-x+3=6a$, $3x=6a+3$

$\therefore x=2a+1$

이때 $a:(2a+1)=3:5$이므로 $5a=3(2a+1)$

$5a=6a+3$, $-a=3$ $\quad\therefore a=-3$

26 답 11

$x-\frac{1}{3}(2x-a)=4$의 양변에 3을 곱하면

$3x-(2x-a)=12$

$3x-2x+a=12$ $\quad\therefore x=12-a$

이때 $12-a$가 자연수이므로

$12-a=1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

$\therefore a=11, 10, 9, 8, 7, \cdots$

따라서 자연수 a의 값 중 가장 큰 수는 11이다.

27 답 6

$ax+1=13$에서 $ax=12$ $\quad\therefore x=\frac{12}{a}$

이때 $\frac{12}{a}$가 자연수가 되려면 a는 12의 약수이어야 하므로

$a=1, 2, 3, 4, 6, 12$

따라서 자연수 a의 값 중 두 번째로 큰 수는 6이다.

28 답 28

$5(x+2)=x+a-7$에서 $5x+10=x+a-7$

$4x=a-17$ $\quad\therefore x=\frac{a-17}{4}$

이때 $\frac{a-17}{4}$이 음의 정수가 되려면 $a-17$이 $-(4$의 배수$)$이어야 하므로

$a-17=-4, -8, -12, -16, -20, \cdots$
$\therefore a=13, 9, 5, 1, -3, \cdots$
따라서 자연수 a의 값은 1, 5, 9, 13이므로 그 합은
$1+5+9+13=28$

29 답 -42

$\frac{ax-6}{7}=\frac{3}{7}-x$의 양변에 7을 곱하면 $ax-6=3-7x$
$(a+7)x=9 \quad \therefore x=\frac{9}{a+7}$ (단, $a\neq-7$) …… ❶
이때 $\frac{9}{a+7}$가 정수가 되려면 $a+7$이 $+(9$의 약수$)$ 또는 $-(9$의 약수$)$이어야 하므로
$a+7=1, 3, 9, -1, -3, -9$
$\therefore a=-6, -4, 2, -8, -10, -16$ …… ❷
따라서 모든 정수 a의 값의 합은
$-6+(-4)+2+(-8)+(-10)+(-16)=-42$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 일차방정식의 해를 a를 사용한 식으로 나타내기	30 %
❷ a의 값 구하기	50 %
❸ 모든 정수 a의 값의 합 구하기	20 %

30 답 ②, ⑤

$ax=b$에서
① $ax-b=0$
이때 $a\neq0$이므로 일차방정식이다.
② $a\neq0, b=0$이면 $ax=0 \quad \therefore x=\frac{0}{a}=0$
③ $a=0, b\neq0$이면 $0\times x=b$이므로 해가 없다.
④ $a=0, b=0$이면 $0\times x=0$이므로 해가 모든 수이다.
⑤ $a\neq0, b\neq0$이면 $x=\frac{b}{a}$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

31 답 -2

$(6-a)x=1-4ax$에서 $(3a+6)x=1$
이를 만족하는 x의 값이 없으므로 $3a+6=0$
$3a=-6 \quad \therefore a=-2$

32 답 $x=4$

$2(3x+a)=6x+12$에서 $0\times x=12-2a$
해가 모든 수이므로 $12-2a=0$
$-2a=-12 \quad \therefore a=6$
$x-\frac{1}{a}(x+2)=\frac{1}{2}a$에 $a=6$을 대입하면
$x-\frac{1}{6}(x+2)=3$
양변에 6을 곱하면 $6x-(x+2)=18$
$6x-x-2=18, 5x=20$
$\therefore x=4$

33 답 -10

$$\begin{aligned}(5*x)-(x*2)&=(5x+5-x)-(2x+x-2)\\&=(4x+5)-(3x-2)\\&=4x+5-3x+2\\&=x+7\end{aligned}$$
따라서 $x+7=-3$이므로 $x=-10$

34 답 (1) $6x+1$ (2) $\frac{2}{3}$

(1) 두 번째 줄에 알맞은 식을 왼쪽부터 차례대로 구하면
$(x+3)+(3x-5)=4x-2$
$(3x-5)+(-x+8)=2x+3$ …… ❶
$\therefore A=(4x-2)+(2x+3)=6x+1$ …… ❷
(2) $6x+1=5$에서 $6x=4 \quad \therefore x=\frac{2}{3}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 두 번째 줄에 알맞은 식을 모두 구하기	40 %
❷ A를 x를 사용한 식으로 나타내기	20 %
❸ $A=5$일 때, x의 값 구하기	40 %

35 답 6

첫 번째 가로줄에 있는 3개의 식 $x-1$, 13, x의 합과 두 번째 세로줄에 있는 3개의 식 13, 8, $x-3$의 합이 같아야 하므로
$(x-1)+13+x=13+8+(x-3)$
$2x+12=x+18 \quad \therefore x=6$

적중 & 심화 실전 TEST

92쪽~95쪽

01 답 11

$3(5x+4)=7(x+1)+2x+A$에서
$15x+12=7x+7+2x+A$
$15x+12=9x+7+A$
이때 이 등식이 x의 값에 관계없이 항상 성립하므로
x에 대한 항등식
$A=6x+5$
따라서 일차식 A의 x의 계수는 6, 상수항은 5이므로 그 합은
$6+5=11$

다른 풀이
A가 일차식이므로 $A=ax+b(a\neq0)$라 하면
$3(5x+4)=7(x+1)+2x+A$에서
$15x+12=7x+7+2x+(ax+b)$
$15x+12=(9+a)x+7+b$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로
$15=9+a$, $12=7+b$
$\therefore a=6, b=5$
따라서 일차식 A의 x의 계수는 6, 상수항은 5이므로 그 합은
$6+5=11$

02 답 5

[전략] k의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식은 k에 대한 항등식이다.
$2kx-5b=ak+3x-5$의 해가 $x=2$이므로 이것을 대입하면
$4k-5b=ak+1$ ← k에 대한 항등식
이 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로
$4=a$, $-5b=1$ $\quad\therefore a=4, b=-\frac{1}{5}$
$\therefore a-5b=4-5\times\left(-\frac{1}{5}\right)=4+1=5$

03 답 ④

$\frac{a}{3}-2=-\left(2+\frac{b}{3}\right)$에서 $\frac{a}{3}-2=-2-\frac{b}{3}$
양변에 2를 더하면 $\frac{a}{3}=-\frac{b}{3}$
양변에 3을 곱하면 $a=-b$
① $a=-b$의 양변에 b를 더하면 $a+b=0$
② $a=-b$의 양변에 -5를 곱하면 $-5a=5b$
양변에 1을 더하면 $1-5a=1+5b$
③ $a\neq0$이므로 $a=-b$의 양변을 $-a$로 나누면 $\frac{b}{a}=-1$
④ $a=-b$의 양변에서 3을 빼면 $a-3=-b-3$
즉 $a-3=-(3+b)$
⑤ $a=-b$의 양변에 3을 곱하면 $3a=-3b$
양변에서 1을 빼면 $3a-1=-3b-1$
즉 $3a-1=-(1+3b)$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 답 3

[전략] 평형을 이루는 저울의 양쪽 무게가 같음을 이용한다.
왼쪽 접시저울에서 $a+b=c$
오른쪽 접시저울에서 $2a=b+c$ ...... ㉠
$a+b=c$의 양변에 2를 곱하면 $2a+2b=2c$
양변에서 $2b$를 빼면 $2a=2c-2b$ ...... ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 $2c-2b=b+c$
양변에 $2b$를 더하면 $2c=3b+c$
양변에서 c를 빼면 $c=3b$
따라서 □ 안에 알맞은 수는 3이다.

05 답 $a=2, b\neq6$

$ax^2+3ax-7=2x^2+bx+5$에서
$(a-2)x^2+(3a-b)x-12=0$
이 등식이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $a-2=0$, $3a-b\neq0$이어야 한다.
따라서 $a=2$이고 $6-b\neq0$에서 $b\neq6$

06 답 $x=7$

$(a-2)x+12=3(x+2b)+2x$에서
$(a-2)x+12=5x+6b$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로
$a-2=5$, $12=6b$ $\quad\therefore a=7, b=2$ ...... ❶
$2-\frac{x+a}{2}=b-x$에 $a=7$, $b=2$를 대입하면
$2-\frac{x+7}{2}=2-x$
양변에 2를 곱하면 $4-(x+7)=2(2-x)$
$4-x-7=4-2x$ $\quad\therefore x=7$ ...... ❷

채점 기준	비율
❶ a, b의 값 각각 구하기	50 %
❷ 주어진 일차방정식의 해 구하기	50 %

07 답 2750

(가) $2(x-4)=-3x+2$에서 $2x-8=-3x+2$
$5x=10$ $\quad\therefore x=2$
(나) $0.1x-2=-0.2(x-0.5)$의 양변에 10을 곱하면
$x-20=-2(x-0.5)$
$x-20=-2x+1$, $3x=21$
$\therefore x=7$
(다) $4(x+1):(3x+1)=3:2$에서
$8(x+1)=3(3x+1)$
$8x+8=9x+3$, $-x=-5$ $\quad\therefore x=5$
(라) $\frac{1}{3}x-0.2x+\frac{1}{5}=-\frac{2x-1}{5}$의 양변에 15를 곱하면
$5x-3x+3=-3(2x-1)$
$2x+3=-6x+3$, $8x=0$
$\therefore x=0$
따라서 다영이의 사물함 비밀번호는 2750이다.

08 답 9

$\frac{13}{6}-\frac{1-3x}{2}=\frac{x-2}{3}$의 양변에 6을 곱하면
$13-3(1-3x)=2(x-2)$
$13-3+9x=2x-4$, $7x=-14$
$\therefore x=-2$, 즉 $a=-2$
$1.6x+2=4\left(5-\frac{1}{2}x\right)$의 양변에 10을 곱하면
$16x+20=40\left(5-\frac{1}{2}x\right)$
$16x+20=200-20x$, $36x=180$
$\therefore x=5$, 즉 $b=5$
$\therefore a^2+b=(-2)^2+5=4+5=9$

09 답 $x=-1$

[전략] 분배법칙을 이용하여 우변을 먼저 계산한다.

$$\begin{aligned}(\text{우변})&=3.52\times1.8-3.52\times2.3+0.5\times1.52\\&=3.52\times(1.8-2.3)+0.5\times1.52\\&=3.52\times(-0.5)+0.5\times1.52\\&=-0.5\times(3.52-1.52)\\&=-0.5\times2=-1\end{aligned}$$ ...... ❶

따라서 주어진 일차방정식은

$1.6x+\frac{3}{5}=-1$

양변에 5를 곱하면 $8x+3=-5$

$8x=-8 \qquad \therefore x=-1$ ...... ❷

채점 기준	비율
❶ 주어진 일차방정식의 우변을 계산하기	50 %
❷ 일차방정식의 해 구하기	50 %

10 답 $x=-\frac{1}{3}$

(가)에서 a는 가장 작은 소수이므로 $a=2$

(나)에서 b는 8에 가장 가까운 소수이므로 $b=7$

(다)에서 약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이고 10에 가장 가까운 제곱수는 9이므로 $c=9$

따라서 주어진 일차방정식은 $2-x=7-\{9-(2x+5)\}$이므로

$2-x=7-(4-2x),\ 2-x=3+2x$

$-3x=1 \qquad \therefore x=-\frac{1}{3}$

11 답 $x=\frac{7}{2}$

[전략] 비례식을 풀어 a와 b 사이의 관계식을 구한다.

$3:4=(2a+b):(4a-b)$에서 $3(4a-b)=4(2a+b)$

$12a-3b=8a+4b$

$4a=7b \qquad \therefore a=\frac{7}{4}b$

한편 일차방정식 $\frac{x}{a}=\frac{2}{b}$의 해를 구하면 $x=\frac{2a}{b}$이므로

$x=\frac{2a}{b}$에 $a=\frac{7}{4}b$를 대입하면

$x=\frac{2a}{b}=\frac{2}{b}\times\frac{7}{4}b=\frac{7}{2}$

12 답 $x=8$

[전략] 일차방정식의 a를 $-a$로 바꾼 일차방정식의 해가 $x=2$임을 이용한다.

a를 $-a$로 잘못 보았다고 하면 일차방정식

$5-(-ax+4)=2x+3a$의 해가 $x=2$이다.

$5-(-ax+4)=2x+3a$에 $x=2$를 대입하면

$5-(-2a+4)=4+3a$

$5+2a-4=4+3a,\ -a=3 \qquad \therefore a=-3$

따라서 주어진 일차방정식은 $5-(-3x+4)=2x+9$이므로

$5+3x-4=2x+9 \qquad \therefore x=8$

13 답 -9

$(5x-2):(3x+6)=2:3$에서

$3(5x-2)=2(3x+6)$

$15x-6=6x+12$

$9x=18 \qquad \therefore x=2$ ...... ❶

$3x+2=-x-a$에 $x=2$를 대입하면

$6+2=-2-a \qquad \therefore a=-10$ ...... ❷

$x-5(x-b)=-3$에 $x=2$를 대입하면

$2-5(2-b)=-3$

$2-10+5b=-3,\ 5b=5$

$\therefore b=1$ ...... ❸

$\therefore a+b=-10+1=-9$ ...... ❹

채점 기준	비율
❶ 비례식을 만족하는 x의 값 구하기	30 %
❷ a의 값 구하기	30 %
❸ b의 값 구하기	30 %
❹ $a+b$의 값 구하기	10 %

14 답 7

$0.3x-\frac{11}{5}=-\frac{6-x}{2}$의 양변에 10을 곱하면

$3x-22=-5(6-x)$

$3x-22=-30+5x$

$-2x=-8 \qquad \therefore x=4$

따라서 일차방정식 $\frac{a(x-1)}{6}-\frac{4-ax}{3}=1$의 해가

$x=4\times\frac{1}{4}=1$이므로 이것을 대입하면

$-\frac{4-a}{3}=1,\ a-4=3 \qquad \therefore a=7$

15 답 $\frac{3}{2}$

$0.5x-\frac{3x-1}{4}=1$의 양변에 4를 곱하면

$2x-(3x-1)=4$

$2x-3x+1=4,\ -x=3$

$\therefore x=-3$

따라서 두 일차방정식의 해의 절댓값이 같으므로

$\frac{3}{4}(x-1)=2x-a$의 해는 $x=-3$ 또는 $x=3$이다.

(i) $x=-3$일 때

$\frac{3}{4}(x-1)=2x-a$에 $x=-3$을 대입하면

$-3=-6-a \qquad \therefore a=-3$

(ⅱ) $x=3$일 때

$\frac{3}{4}(x-1)=2x-a$에 $x=3$을 대입하면

$\frac{3}{2}=6-a$ $\therefore a=\frac{9}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 모든 상수 a의 값의 합은

$-3+\frac{9}{2}=\frac{3}{2}$

16 답 5

$\frac{x-2a}{3}=\frac{a+1}{6}$의 양변에 6을 곱하면 $2(x-2a)=a+1$

$2x-4a=a+1$, $2x=5a+1$

$\therefore x=\frac{5a+1}{2}$

$\frac{x-2}{5}-\frac{2a-3}{3}=-1$의 양변에 15를 곱하면

$3(x-2)-5(2a-3)=-15$

$3x-6-10a+15=-15$, $3x=10a-24$

$\therefore x=\frac{10a-24}{3}$

이때 $\frac{5a+1}{2} : \frac{10a-24}{3}=3:2$이므로

$\frac{5a+1}{2}\times 2=\frac{10a-24}{3}\times 3$

$5a+1=10a-24$

$-5a=-25$ $\therefore a=5$

17 답 6

$2x-\frac{2}{3}(x+a)=-4$의 양변에 3을 곱하면

$6x-2(x+a)=-12$

$6x-2x-2a=-12$, $4x=2a-12$

$\therefore x=\frac{2a-12}{4}=\frac{a-6}{2}$

이때 $\frac{a-6}{2}$이 음의 정수가 되려면 $a-6$이 $-(2$의 배수$)$이어야 하므로

$a-6=-2, -4, -6, -8, \cdots$

$\therefore a=4, 2, 0, -2, \cdots$

따라서 자연수 a의 값의 합은 $4+2=6$

18 답 1

$2x-\frac{3}{5}(x-3a)=6$의 양변에 5를 곱하면

$10x-3(x-3a)=30$

$10x-3x+9a=30$, $7x=30-9a$

$\therefore x=\frac{30-9a}{7}$

이때 $\frac{30-9a}{7}$가 소수이므로

$\frac{30-9a}{7}=2, 3, 5, 7, 11, \cdots$

$30-9a=14, 21, 35, 49, 77, \cdots$

$\therefore a=\frac{16}{9}, 1, -\frac{5}{9}, -\frac{19}{9}, -\frac{47}{9}, \cdots$

따라서 자연수 a의 값은 1이다.

19 답 9

$\frac{x+2}{3}+1=\frac{3x+2}{4}-x$의 양변에 12를 곱하면

$4(x+2)+12=3(3x+2)-12x$

$4x+8+12=9x+6-12x$

$7x=-14$ $\therefore x=-2$, 즉 $a=-2$

$3.5x-1+7a=\frac{1}{a}(4k-x)$에 $a=-2$를 대입하면

$3.5x-15=-\frac{1}{2}(4k-x)$

양변에 2를 곱하면 $7x-30=-(4k-x)$

$7x-30=-4k+x$, $6x=30-4k$

$\therefore x=\frac{30-4k}{6}=\frac{15-2k}{3}$

이때 $\frac{15-2k}{3}$가 자연수가 되려면 $15-2k$가 3의 배수이어야 하므로

$15-2k=3, 6, 9, 12, 15, \cdots$

$\therefore k=6, \frac{9}{2}, 3, \frac{3}{2}, 0, \cdots$

따라서 자연수 k의 값은 6, 3이고 그 합은

$6+3=9$

20 답 ③

$ax+4=2(x-b)$에서 $ax+4=2x-2b$

$(a-2)x=-4-2b$

(ⅰ) $a-2\neq 0$, 즉 $a\neq 2$이면 $x=\frac{-4-2b}{a-2}$

(ⅱ) $a-2=0$, $-4-2b=0$, 즉 $a=2$, $b=-2$이면

$0\times x=0$이므로 해는 모든 수이다.

(ⅲ) $a-2=0$, $-4-2b\neq 0$, 즉 $a=2$, $b\neq -2$이면

$0\times x=-4-2b$이므로 해는 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

참고

④ $a=2$, $b=-4$이면

$0\times x=4$이므로 해는 없다.

⑤ $a\neq 2$, $b=-4$이면

$(a-2)x=4$ $\therefore x=\frac{4}{a-2}$

21 답 7

$(a-3)x+5=2(x+1)+4$에서 $(a-3)x+5=2x+6$

$\therefore (a-5)x=1$

이때 이 방정식의 해가 없으므로

$a-5=0$ $\therefore a=5$ …… ❶

$(b+1)x+2a-8=3c-7$에서 $(b+1)x=-2a+3c+1$
이때 이 방정식의 해가 모든 수이므로
$b+1=0$, $-2a+3c+1=0$
$b+1=0$에서 $b=-1$
$-2a+3c+1=0$에서 $a=5$이므로 $-10+3c+1=0$
$3c=9$ $\quad \therefore c=3$ …… ②
$\therefore a+b+c=5+(-1)+3=7$ …… ③

채점 기준	비율
① a의 값 구하기	30 %
② b, c의 값 각각 구하기	60 %
③ $a+b+c$의 값 구하기	10 %

22 답 $-\frac{10}{7}$

$\left[\frac{3x-2}{4}, -5\right] ◉ [x+1, -2]$
$=\frac{3x-2}{4}\times(-2)-(-5)\times(x+1)$
$=\frac{-3x+2}{2}+5x+5$
$=\frac{-3x+2+10x+10}{2}$
$=\frac{7x+12}{2}$
따라서 $\frac{7x+12}{2}=1$이므로 $7x+12=2$
$7x=-10$ $\quad \therefore x=-\frac{10}{7}$

23 답 -9

두 번째 줄에 알맞은 식을 왼쪽부터 차례대로 구하면
$(2x+3)+(3x-4)=5x-1$
$(3x-4)+(-x+7)=2x+3$
$(-x+7)+(-5x+9)=-6x+16$
세 번째 줄에 알맞은 식을 왼쪽부터 차례대로 구하면
$(5x-1)+(2x+3)=7x+2$
$(2x+3)+(-6x+16)=-4x+19$
$\therefore A=(7x+2)+(-4x+19)=3x+21$
따라서 $3x+21=-6$이므로
$3x=-27$ $\quad \therefore x=-9$

02 | 일차방정식의 활용

개념 확인 97쪽

01 답 12마리

오리를 x마리라 하면 고양이는 $(15-x)$마리이고
오리의 다리의 수는 2, 고양이의 다리의 수는 4이므로
$2x+4(15-x)=36$
$2x+60-4x=36$, $-2x=-24$
$\therefore x=12$
따라서 오리는 12마리이다.

02 답 25

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면
$(x-2)+x+(x+2)=69$
$3x=69$ $\quad \therefore x=23$
따라서 연속하는 세 홀수 중 가장 큰 수는
$23+2=25$

03 답 84

처음 수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면
$10x+8=(80+x)-36$
$9x=36$ $\quad \therefore x=4$
따라서 처음 수는 $80+4=84$이다.

04 답 10년

x년 후에 어머니의 나이가 미연이의 나이의 2배가 된다고 하면
$42+x=2(16+x)$
$42+x=32+2x$, $-x=-10$
$\therefore x=10$
따라서 어머니의 나이가 미연이의 나이의 2배가 되는 것은 10년 후이다.

100점 TIP
① 현재 나이가 a세인 사람의 x년 후의 나이
➡ $(a+x)$세
② 현재 나이가 a세인 사람의 x년 전의 나이
➡ $(a-x)$세

05 답 3

(직사각형의 넓이)$=6(x+5)$
(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(x+9)\times 8=4(x+9)$
$6(x+5)=4(x+9)$에서 $6x+30=4x+36$
$2x=6$ $\quad \therefore x=3$

06 답 7 km

올라간 거리를 x km라 하면 내려온 거리는 $(12-x)$ km이다.

총 걸린 시간이 5시간 10분, 즉 $5\frac{10}{60}=\frac{31}{6}$(시간)이므로

$\frac{x}{2}+\frac{12-x}{3}=\frac{31}{6}$

양변에 6을 곱하면 $3x+2(12-x)=31$

$3x+24-2x=31$　　$\therefore x=7$

따라서 올라간 거리는 7 km이다.

적중 & 심화 유형 연습

98쪽~105쪽

01 답 17

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$3(x+1)-(x-1)=3x-12$

$3x+3-x+1=3x-12$

$-x=-16$　　$\therefore x=16$

따라서 가장 큰 수는 $16+1=17$

02 답 12세

세 형제의 나이를 $(x-2)$세, x세, $(x+2)$세라 하면

$x+2=2(x-2)-6$

$x+2=2x-4-6$

$-x=-12$　　$\therefore x=12$

따라서 둘째의 나이는 12세이다.

03 답 6

우진이가 산 과자의 개수는 $4200\div840=5$이므로 초콜릿과 아이스크림의 개수의 합은

$18-5=13$

우진이가 아이스크림을 x개 샀다고 하면 초콜릿은 $(13-x)$개 샀으므로

$550(13-x)+1100x+4200=14650$

$7150-550x+1100x+4200=14650$

$550x=3300$　　$\therefore x=6$

따라서 우진이가 산 아이스크림의 개수는 6이다.

04 답 39

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $12-x$이므로

$10(12-x)+x=2\{10x+(12-x)\}+15$

$120-10x+x=2(9x+12)+15$

$120-9x=18x+24+15$

$-27x=-81$　　$\therefore x=3$

따라서 처음 수는 $10\times3+(12-3)=39$

05 답 40 cm

직사각형의 가로의 길이를 $3x$ cm라 하면 세로의 길이는 $2x$ cm이므로

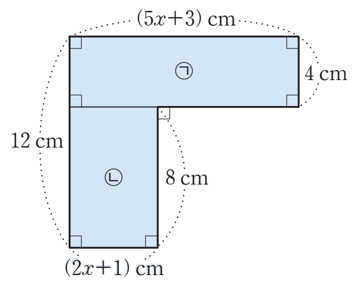
$3x=2x+4$　　$\therefore x=4$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 $3\times4=12$ (cm), 세로의 길이는 $2\times4=8$ (cm)이므로 둘레의 길이는

$2\times(12+8)=2\times20=40$ (cm)

06 답 2

다음 그림과 같이 주어진 도형을 2개의 직사각형으로 나누면 구하는 넓이는



(㉠의 넓이)+(㉡의 넓이)

$=4(5x+3)+8(2x+1)$

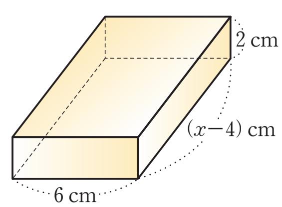
$=20x+12+16x+8$

$=36x+20$

따라서 $36x+20=92$이므로 $36x=72$　　$\therefore x=2$

07 답 12

종이의 네 모퉁이를 잘라 낸 후 접으면 오른쪽 그림과 같이 밑면의 가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 $(x-4)$ cm, 높이가 2 cm인 직육면체 모양의 상자가 된다.



이때 이 상자의 부피가 96 cm^3이므로

$6\times(x-4)\times2=96$

$x-4=8$　　$\therefore x=12$

08 답 $\frac{28}{5}$ km

올라갈 때의 거리를 x km라 하면 내려올 때의 거리는 $(x+2)$ km이다. 이때 정상에서 휴식을 취한 시간이 1시간 40분,

즉 $1\frac{40}{60}=\frac{5}{3}$(시간)이므로

$\frac{x}{2}+\frac{5}{3}+\frac{x+2}{3}=7$

양변에 6을 곱하면 $3x+10+2(x+2)=42$

$3x+10+2x+4=42$

$5x=28$　　$\therefore x=\frac{28}{5}$

따라서 올라갈 때의 거리는 $\frac{28}{5}$ km이다.

09 답 36분

정희가 집에서 출발한 지 x분 후에 어머니를 만난다고 하면 정희가 x분 동안 간 거리와 어머니가 $(x-12)$분 동안 간 거리는 같으므로

$50x=75(x-12)$

$50x=75x-900$, $-25x=-900$

$\therefore x=36$

따라서 정희가 집에서 출발한 지 36분 후에 어머니를 만나게 된다.

10 답 5 km

집에서 공원까지의 거리를 x km라 하면

시차는 30분, 즉 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간)이므로

$\frac{x}{5}-\frac{x}{10}=\frac{1}{2}$

양변에 10을 곱하면 $2x-x=5$

$\therefore x=5$

따라서 집에서 공원까지의 거리는 5 km이다.

11 답 2 km

집에서 약속 장소까지의 거리를 x km라 하면

시차는 $7+15=22$(분), 즉 $\frac{22}{60}=\frac{11}{30}$(시간)이므로

$\frac{x}{4}-\frac{x}{15}=\frac{11}{30}$

양변에 60을 곱하면 $15x-4x=22$

$11x=22$ $\quad\therefore x=2$

따라서 집에서 약속 장소까지의 거리는 2 km이다.

12 답 20분

두 사람이 출발한 지 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 걸은 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같으므로

$60x+80x=\underline{2800}$ 2.8 km=2800 m

$140x=2800$ $\quad\therefore x=20$

따라서 두 사람은 출발한 지 20분 후에 처음으로 만난다.

100점 TIP

① 호수의 둘레를 반대 방향으로 돌다가 만나는 경우
➡ (두 사람이 간 거리의 합)=(호수의 둘레의 길이)

② 호수의 둘레를 같은 방향으로 돌다가 만나는 경우
➡ (두 사람이 간 거리의 차)=(호수의 둘레의 길이)

13 답 20분

현인이와 준호가 출발한 지 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 걸은 거리의 차는 트랙의 둘레의 길이와 같으므로

$85x-55x=600$

$30x=600$ $\quad\therefore x=20$

따라서 현인이와 준호가 처음으로 만나는 것은 출발한 지 20분 후이다.

14 답 18분

영서가 출발한 지 x분 후에 처음으로 민혁이를 만난다고 하면 민혁이가 걸은 시간은 $(x+12)$분이다.

이때 영서가 x분 동안 걸은 거리와 민혁이 $(x+12)$분 동안 걸은 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같으므로

$50x+70(x+12)=\underline{3000}$ 3 km=3000 m

$50x+70x+840=3000$

$120x=2160$ $\quad\therefore x=18$

따라서 영서는 출발한 지 18분 후에 처음으로 민혁이를 만난다.

15 답 58

$4a+3=5a-8$이므로 $a=11$

따라서 사과의 개수는 $b=4\times11+3=47$이므로

$a+b=11+47=58$

16 답 ④

친구 수를 x명이라 하면 $5x+12=7x-4$

$-2x=-16$ $\quad\therefore x=8$

따라서 사탕의 개수는 $5\times8+12=52$이고 $52=8\times6+4$이므로 사탕 52개를 친구 8명에게 6개씩 나누어 주면 사탕이 4개 남는다.

17 답 100

공동 구매에 참여한 학생 수를 x명이라 하면 14권씩 나누어 줄 때 14권을 모두 받은 학생 수는 $(x-1)$명이므로

$12x+4=14(x-1)+2$ …… ❶

$12x+4=14x-14+2$

$-2x=-16$ $\quad\therefore x=8$ …… ❷

따라서 구매한 공책의 총권수는

$12\times8+4=100$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 방정식 세우기	50 %
❷ 방정식 풀기	30 %
❸ 구매한 공책의 총권수 구하기	20 %

18 답 5일

[전략] 일에 대한 문제에서는 전체 일의 양을 1로 놓는다.

전체 일의 양을 1이라 하면 세찬이와 이경이가 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{12}$이다.

세찬이와 이경이가 함께 일한 기간을 x일이라 하면

$\frac{1}{18}\times4+\left(\frac{1}{18}+\frac{1}{12}\right)x+\frac{1}{12}=1$ 세찬이와 이경이가 함께 하루에 하는 일의 양

$\frac{2}{9}+\frac{5}{36}x+\frac{1}{12}=1$

양변에 36을 곱하면 $8+5x+3=36$

$5x=25$ $\quad\therefore x=5$

따라서 세찬이와 이경이가 함께 일한 기간은 5일이다.

19 답 ③

홍보 영상을 제작하는 일의 양을 1이라 하면 소연, 종국, 민지가 한 시간에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$이다.

종국이가 혼자 제작한 시간을 x시간이라 하면

$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)\times 2+\frac{1}{6}x=1$

$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}x=1$

양변에 12를 곱하면 $9+2x=12$

$2x=3 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$

따라서 종국이가 혼자 제작한 시간은 $\frac{3}{2}$시간, 즉 1시간 30분이다.

20 답 3일

[전략] 20일 만에 완성할 일을 2일 일찍 완성하였으므로 일을 완성하는 데 18일이 걸렸다.

전체 일의 양을 1이라 하면 A, B, C가 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{30}$이다.

B가 혼자 일한 기간을 x일이라 하면 C가 혼자 일한 기간은

$(15-x)$일이므로 $18-x-3$

$\frac{1}{15}\times x+\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{30}\right)\times 3+\frac{1}{30}\times(15-x)=1$

$\frac{1}{15}x+\frac{2}{5}+\frac{1}{30}(15-x)=1$

양변에 30을 곱하면 $2x+12+15-x=30$

$\therefore x=3$

따라서 B가 혼자서 일한 기간은 3일이다.

21 답 80개

[전략] 제빵사가 보조 제빵사보다 1분 동안 몇 개의 쿠키를 더 만드는지 구한다.

제빵사는 보조 제빵사보다 3분 동안 18개의 쿠키를 더 만들므로

1분 동안 $\frac{18}{3}=6$(개)의 쿠키를 더 만든다.

보조 제빵사가 1분 동안 쿠키를 x개 만든다고 하면 제빵사는 1분 동안 쿠키를 $(x+6)$개 만들므로

$40x=20(x+6)\times\frac{1}{2}$

$40x=10(x+6)$, $40x=10x+60$

$30x=60 \qquad \therefore x=2$

따라서 제빵사는 20분 동안 $20\times(2+6)=160$(개), 보조 제빵사는 40분 동안 $40\times 2=80$(개)의 쿠키를 만들므로 제빵사는 보조 제빵사보다 쿠키를 $160-80=80$(개) 더 만들었다.

22 답 240

혜림이가 읽은 책의 전체 쪽수를 x라 하면

$\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x+\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}x+12=x$

양변에 60을 곱하면

$15x+12x+20x+10x+720=60x$

$-3x=-720 \qquad \therefore x=240$

따라서 혜림이가 읽은 책의 전체 쪽수는 240이다.

23 답 24개

초콜릿의 개수를 x라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x+4\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}x\right)+2=x$

$\frac{1}{12}x$

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}x+2=x$

양변에 12를 곱하면 $4x+3x+4x+24=12x$

$-x=-24 \qquad \therefore x=24$

따라서 초콜릿은 모두 24개이다.

24 답 12마리

잡은 물고기를 x마리라 하자.

A 그릇에 넣은 물고기는 $\frac{1}{3}x$마리이므로

남은 물고기는 $x-\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}x$(마리)

B 그릇에 넣은 물고기는 $\frac{2}{3}x\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}x$(마리)

C 그릇에는 나머지 4마리의 물고기를 넣었으므로

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}x+4=x$

양변에 3을 곱하면 $x+x+12=3x$

$-x=-12 \qquad \therefore x=12$

따라서 경훈이와 아빠가 잡은 물고기는 모두 12마리이다.

25 답 371명

작년 남학생 수를 x명이라 하면 작년 여학생 수는 $(725-x)$명이므로

$\frac{6}{100}x-\frac{8}{100}(725-x)=-9$

양변에 100을 곱하면 $6x-8(725-x)=-900$

$6x-5800+8x=-900$

$14x=4900 \qquad \therefore x=350$

따라서 올해의 남학생 수는

$350+350\times\frac{6}{100}=350+21=371$(명)

100점 TIP

(1) x가 a % 증가

➡ (변화량)$=+\frac{a}{100}x$

➡ (증가한 후 전체의 양)$=x+\frac{a}{100}x=\left(1+\frac{a}{100}\right)x$

(2) y가 b % 감소

➡ (변화량)$=-\frac{b}{100}y$

➡ (감소한 후의 전체의 양)$=y-\frac{b}{100}y=\left(1-\frac{b}{100}\right)y$

26 답 45명

작년 여선생님의 수를 x명이라 하면

$-\frac{25}{100}x+5=0$ ← 전체 선생님의 수는 작년과 올해가 같으므로 변화량이 0이다.

양변에 100을 곱하면 $-25x+500=0$

$-25x=-500 \qquad \therefore x=20$

따라서 작년 남선생님의 수는 $60-20=40$(명)이므로 올해 남선생님의 수는 $40+5=45$(명)

27 답 ③

① 작년 남학생 수를 x명이라 하면 작년 여학생 수는 $(350-x)$명이므로

$x\left(1+\frac{4}{100}\right)+(350-x)\left(1-\frac{12}{100}\right)=344$

$\frac{26}{25}x+\frac{22}{25}(350-x)=344$

양변에 25를 곱하면 $26x+22(350-x)=8600$

$26x+7700-22x=8600$

$4x=900 \qquad \therefore x=225$

따라서 작년 남학생 수는 225명이다.

②, ③ 올해 증가한 남학생 수는 $225\times\frac{4}{100}=9$(명)이므로

올해 남학생 수는 $225+9=234$(명)

④ 작년 여학생 수는 $350-225=125$(명)이므로

올해 감소한 여학생 수는 $125\times\frac{12}{100}=15$(명)

⑤ 올해 전체 학생 수는 작년에 비하여 $350-344=6$(명) 감소하였으므로 $\frac{6}{350}\times100≒1.7\ (\%)$ 감소하였다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

28 답 9750원

원가를 x원이라 하면

(정가)$=x\left(1+\frac{30}{100}\right)=\frac{13}{10}x$(원)

(판매 가격)$=\frac{13}{10}x\left(1-\frac{20}{100}\right)=\frac{13}{10}x\times\frac{4}{5}=\frac{26}{25}x$(원)

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\frac{26}{25}x-x=300,\ \frac{1}{25}x=300 \qquad \therefore x=7500$

따라서 이 아이스크림의 정가는

$\frac{13}{10}\times7500=9750$(원)

29 답 45 %

원가에 x %의 이익을 붙여서 정가를 정했다고 하면

(정가)$=2000\left(1+\frac{x}{100}\right)=2000+20x$(원)

(판매 가격)$=(2000+20x)\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=1600+16x$(원) …… ❶

이때 (이익)$=2000\times\frac{16}{100}=320$(원)이므로

(판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)에서

$(1600+16x)-2000=320$ …… ❷

$16x=720 \qquad \therefore x=45$

따라서 원가에 45 %의 이익을 붙여서 정가를 정하였다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 원가에 x %의 이익을 붙여 정가를 정했다고 할 때, 정가와 판매 가격을 x를 사용한 식으로 나타내기	40 %
❷ 방정식 세우기	30 %
❸ x의 값 구하기	30 %

30 답 30000원

원가를 x원이라 하면

(정가)$=x\left(1+\frac{20}{100}\right)=\frac{6}{5}x$(원)

(정가에서 50 %를 할인하여 판매한 가격)

$=\frac{6}{5}x\left(1-\frac{50}{100}\right)=\frac{3}{5}x$(원)

이때 전체 상품의 양을 1이라 하면 이 중 $\frac{80}{100}$, 즉 $\frac{4}{5}$는 정가대로 팔고 나머지 $\frac{1}{5}$은 정가에서 50 %를 할인하여 판매하였으므로

(판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)에서

$\left(\frac{6}{5}x\times\frac{4}{5}+\frac{3}{5}x\times\frac{1}{5}\right)-x=2400$

$\frac{24}{25}x+\frac{3}{25}x-x=2400$

양변에 25를 곱하면 $24x+3x-25x=60000$

$2x=60000 \qquad \therefore x=30000$

따라서 이 상품의 원가는 30000원이다.

31 답 5

정사각형을 하나씩 겹쳐 놓을 때마다 도형의 가로의 길이는 $a-2$만큼 늘어나므로 직사각형의 가로의 길이는

$a+17(a-2)=18a-34$이고, 세로의 길이는 a이다.

직사각형의 둘레의 길이는 122이므로

$2\{(18a-34)+a\}=122$

$2(19a-34)=122,\ 19a-34=61$

$19a=95 \qquad \therefore a=5$

32 답 2

겹쳐진 부분의 삼각형의 세 각의 크기는 모두 60°로 같으므로 겹쳐진 부분은 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형이다.

또 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형의 둘레의 길이는

$6\times3=18$ (cm)이고 이 정삼각형을 하나씩 겹쳐 놓을 때마다 도형의 둘레의 길이는 $(18-3a)$ cm만큼 늘어난다.

따라서 주어진 도형의 둘레의 길이는

$18+4(18-3a)=66$

$18+72-12a=66,\ -12a=-24$

$\therefore a=2$

33 답 (1) 12 cm (2) 61초

(1) 선분 AP의 길이를 x cm라 하면 사각형 APCD의 넓이는

1820 cm^2이므로 $\frac{1}{2}\times(x+40)\times70=1820$

$35(x+40)=1820$, $x+40=52$ $\quad\therefore x=12$

따라서 선분 AP의 길이는 12 cm이다. …… ❶

(2) 점 P가 움직인 거리는

(선분 CD의 길이)+(선분 AD의 길이)+(선분 AP의 길이)

$=40+70+12=122$ (cm)

따라서 점 P가 움직인 시간은

$\frac{122}{2}=61$(초) …… ❷

채점 기준	비율
❶ 선분 AP의 길이 구하기	50 %
❷ 점 P가 움직인 시간 구하기	50 %

34 답 26단계

[전략] n단계에서 $(n+1)$단계로 갈 때, 늘어나는 바둑돌의 개수를 보고 규칙을 찾는다.

1단계일 때, 바둑돌의 개수 : 4

2단계일 때, 바둑돌의 개수 : $4+4\times1$

3단계일 때, 바둑돌의 개수 : $4+4\times2$

⋮

n단계일 때, 바둑돌의 개수 : $4+4(n-1)$

$4+4(n-1)=104$에서 $4+4n-4=104$

$4n=104$ $\quad\therefore n=26$

따라서 104개의 바둑돌을 사용하면 26단계의 도형을 만들 수 있다.

35 답 28단계

1단계일 때, 정사각형의 개수 : 7

2단계일 때, 정사각형의 개수 : $7+3\times1$

3단계일 때, 정사각형의 개수 : $7+3\times2$

⋮

n단계일 때, 정사각형의 개수 : $7+3(n-1)$

$7+3(n-1)=88$에서 $7+3n-3=88$

$3n=84$ $\quad\therefore n=28$

따라서 정사각형의 개수가 88이 되는 것은 28단계이다.

36 답 19, 20, 26, 27

[전략] 가장 작은 수를 x로 놓고, 나머지 수를 x를 사용하여 나타낸다.

사각형 안의 4개의 수 중 가장 작은 수를 x라 하면 나머지 수는 $x+1$, $x+7$, $x+8$이다.

x	$x+1$
$x+7$	$x+8$

+1 +7 +7 +1

이때 이 4개의 수의 합이 92이므로

$x+(x+1)+(x+7)+(x+8)=92$ …… ❶

$4x+16=92$, $4x=76$ $\quad\therefore x=19$ …… ❷

따라서 구하는 4개의 수는 19, 20, 26, 27이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 방정식 세우기	50 %
❷ 방정식 풀기	30 %
❸ 조건에 맞는 4개의 수 구하기	20 %

37 답 31명

한 줄에 4명씩 설 때 줄의 수를 x라 하면 한 줄에 5명씩 설 때 줄의 수는 $x-1$이므로

$4x+3=5(x-1)+1$, $4x+3=5x-5+1$

$-x=-7$ $\quad\therefore x=7$

따라서 학생 수는 $4\times7+3=31$(명)

38 답 112명

텐트의 개수를 x라 하면 6명씩 들어갈 경우 6명이 모두 들어간 텐트의 개수는 $x-2$이므로

$5x+12=6(x-2)+4$ (4명만 들어간 텐트의 개수)+(완전히 빈 텐트의 개수) $=1+1=2$

$5x+12=6x-12+4$

$-x=-20$ $\quad\therefore x=20$

따라서 학생 수는 $5\times20+12=112$(명)

39 답 86명

긴 의자의 개수를 x라 하면 9명씩 앉을 경우 9명이 모두 앉은 의자의 개수가 $x-3$이므로

$6x+14=9(x-3)+5$ (5명만 앉은 의자의 개수)+(완전히 빈 의자의 개수) $=1+2=3$

$6x+14=9x-27+5$

$-3x=-36$ $\quad\therefore x=12$

따라서 학생 수는 $6\times12+14=86$(명)

40 답 ④

[전략] 1분 동안 분침은 6°, 시침은 0.5° 움직임을 이용한다.

2시 x분에 분침과 시침이 일치한다고 하면 x분 동안 분침은 $6x^\circ$, 시침은 $0.5x^\circ$를 움직이므로

$6x=60+0.5x$, $5.5x=60$

양변에 10을 곱하면 $55x=600$ $\quad\therefore x=\frac{120}{11}$

따라서 구하는 시각은 2시 $\frac{120}{11}$분이다.

참고

2시에 시침은 2, 분침은 12를 가리키므로 시침과 분침 사이의 각도는 $30^\circ\times2=60^\circ$

즉 시침이 분침보다 60°만큼 더 회전해 있다.

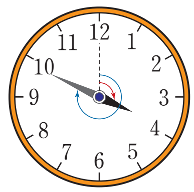
100점 TIP

12시를 기준으로 일정한 시간 동안 분침과 시침이 움직인 각도는 다음과 같다.

	60분	1분	x분	a시 x분
분침	360°	6°	$6x^\circ$	$6x^\circ$
시침	30°	0.5°	$0.5x^\circ$	$30a^\circ+0.5x^\circ$

41 답 3시 $\frac{540}{11}$분

범준이가 집에 도착한 시각을 3시 x분이라 하면 x분 동안 분침은 $6x^\circ$, 시침은 $0.5x^\circ$를 움직이고 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180°이므로



$6x-(90+0.5x)=180$

$5.5x=270$

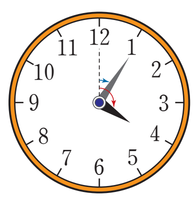
양변에 10을 곱하면 $55x=2700$

$\therefore x=\frac{540}{11}$

따라서 구하는 시각은 3시 $\frac{540}{11}$분이다.

42 답 4시 $\frac{60}{11}$분

오른쪽 그림과 같이 4시 x분에 시침과 분침이 이루는 작은 각의 크기가 처음으로 90°가 된다고 하면 x분 동안 분침은 $6x^\circ$, 시침은 $0.5x^\circ$를 움직이므로



$(120+0.5x)-6x=90$

$-5.5x=-30$

양변에 10을 곱하면 $-55x=-300$

$\therefore x=\frac{60}{11}$

따라서 구하는 시각은 4시 $\frac{60}{11}$분이다.

43 답 300 m

기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 길이가 1200 m인 터널을 완전히 통과하려면 $(1200+x)$ m를 달려야 하고, 시속 180 km는 초속 50 m이므로

시속 180 km ➡ $\frac{180000\text{ m}}{60\text{분}}$, 즉 분속 3000 m ➡ $\frac{3000\text{ m}}{60\text{초}}$, 즉 초속 50 m

$\frac{1200+x}{50}=30$

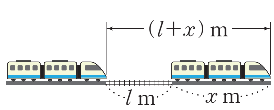
$1200+x=1500 \qquad \therefore x=300$

따라서 기차의 길이는 300 m이다.

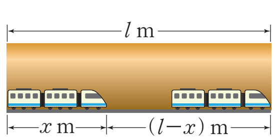
100점 TIP

기차가 다리 또는 터널을 완전히 통과한다는 것은 열차의 맨 앞부분이 다리(터널)에 들어가기 시작하여 열차의 맨 뒷부분이 다리(터널)를 완전히 빠져나오는 것을 말한다.

따라서 길이가 x m인 기차가 길이가 l m인 다리를 완전히 통과하려면 $(l+x)$ m를 달려야 한다.



길이가 x m인 기차가 길이가 l m인 터널을 통과할 때, 열차가 보이지 않는 동안 열차가 달린 거리는 $(l-x)$ m이다.



44 답 100 m

기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 길이가 1400 m인 터널을 완전히 통과하려면 $(1400+x)$ m를 달려야 하고, 길이가 900 m인 다리를 완전히 통과하려면 $(900+x)$ m를 달려야 한다.

이때 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{1400+x}{60}=\frac{900+x}{40}$

양변에 120을 곱하면 $2(1400+x)=3(900+x)$

$2800+2x=2700+3x$

$-x=-100 \qquad \therefore x=100$

따라서 기차의 길이는 100 m이다.

45 답 90 m

기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 길이가 510 m인 다리를 완전히 통과하려면 $(510+x)$ m를 달려야 하고, 길이가 1290 m인 터널을 통과할 때, 기차가 보이지 않는 동안 기차가 달린 거리는 $(1290-x)$ m이다. …… ❶

이때 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{510+x}{40}=\frac{1290-x}{80}$ …… ❷

양변에 80을 곱하면 $2(510+x)=1290-x$

$1020+2x=1290-x$

$3x=270 \qquad \therefore x=90$

따라서 이 기차의 길이는 90 m이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 기차가 다리와 터널을 통과할 때, 조건에 맞게 달린 거리 구하기	30 %
❷ 방정식 세우기	40 %
❸ 기차의 길이 구하기	30 %

적중 & 심화 실전 TEST

106쪽~109쪽

01 답 22

연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$5(x+2)=3\{(x-2)+x\}-4$

$5x+10=3(2x-2)-4$

$5x+10=6x-6-4$

$-x=-20 \qquad \therefore x=20$

따라서 가장 큰 짝수는 $20+2=22$

02 답 42세

(가)에서 동생의 나이를 x세라 하면 $5x-4=41$

$5x=45 \qquad \therefore x=9$

따라서 동생의 나이는 9세이다. …… ❶

(나)에서 기운이의 나이는 $9\times\frac{4}{3}=12$(세) …… ❷

(다)에서 올해 아버지의 나이를 y세라 하면

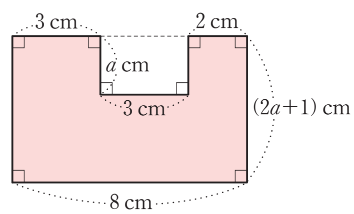
$y+18=2\times(12+18)$

$y+18=60 \qquad \therefore y=42$

따라서 올해 아버지의 나이는 42세이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 올해 동생의 나이 구하기	30 %
❷ 올해 기운이의 나이 구하기	20 %
❸ 올해 아버지의 나이 구하기	50 %

03 답 34 cm^2



주어진 도형의 둘레의 길이는

$2\{8+(2a+1)\}+2a=4a+18+2a=6a+18$

$6a+18=30$이므로 $6a=12 \qquad \therefore a=2$

이때 주어진 도형의 넓이는 큰 직사각형의 넓이에서 작은 직사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$8(2a+1)-3a=16a+8-3a=13a+8$

이 식에 $a=2$를 대입하면 $13\times2+8=34$

따라서 주어진 도형의 넓이는 34 cm^2이다.

다른 풀이

$2a+1$에 $a=2$를 대입하면 $2\times2+1=5$이므로 큰 직사각형의 세로의 길이는 5 cm이다.

이때 주어진 도형의 넓이는 큰 직사각형의 넓이에서 작은 직사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$8\times5-3\times2=40-6=34\ (\text{cm}^2)$

04 답 시속 96 km

집에서 할머니 댁까지의 거리를 x km라 하면 시차가 40분, 즉 $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$(시간)이므로

$\frac{x}{60}-\frac{x}{80}=\frac{2}{3}$

양변에 240을 곱하면 $4x-3x=160$

$\therefore x=160$

즉 집에서 할머니 댁까지의 거리는 160 km이다.

시속 80 km로 갈 때보다 20분, 즉 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$(시간) 일찍 도착할 때의 속력을 시속 y km라 하면

$\frac{160}{80}-\frac{160}{y}=\frac{1}{3}$, 즉 $2-\frac{160}{y}=\frac{1}{3}$

$-\frac{160}{y}=-\frac{5}{3}$, $5y=480 \qquad \therefore y=96$

따라서 시속 80 km로 갈 때보다 20분 일찍 도착하려면 시속 96 km로 달려야 한다.

05 답 3번

두 사람이 출발한 지 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 걸은 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같으므로

$80x+50x=5200$

$130x=5200 \qquad \therefore x=40$

따라서 두 사람은 40분마다 만나므로 2시간 10분, 즉 130분 동안 3번 만난다.

06 답 분속 110 m

[전략] 서로 반대 방향으로 도는 경우와 서로 같은 방향으로 도는 경우에 대하여 각각 운동장 트랙의 둘레의 길이를 식으로 나타내어 본다.

정훈이의 걷는 속력을 분속 x m라 하자.

서로 반대 방향으로 돌 때, 운동장 트랙의 둘레의 길이는 두 사람이 8분 동안 걸은 거리의 합과 같으므로

$55\times8+8x=440+8x\ (\text{m})$

서로 같은 방향으로 돌 때, 운동장 트랙의 둘레의 길이는 두 사람이 24분 동안 걸은 거리의 차와 같으므로

$24x-55\times24=24x-1320\ (\text{m})$

즉 $440+8x=24x-1320$이므로 $-16x=-1760$

$\therefore x=110$

따라서 정훈이의 걷는 속력은 분속 110 m이다.

07 답 80

$6a+10=8(a-2)+2\times3$이므로 $6a+10=8a-16+6$

$-2a=-20 \qquad \therefore a=10$

따라서 구매한 마스크의 수는 $6\times10+10=70$이므로 $b=70$

$\therefore a+b=10+70=80$

08 답 144분

물통에 가득 찬 물의 양을 1이라 하면 A 호스, B 호스로는 1시간에 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$의 물을 채우고, C 호스로는 1시간에 $\frac{1}{6}$의 물을 빼낸다.

물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x시간이라 하면

$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)x=1$

$\frac{5}{12}x=1 \qquad \therefore x=\frac{12}{5}$

따라서 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은

$\frac{12}{5}\times60=144$(분)

09 답 (1) 15 (2) 800

(1) 수습생이 3분 동안 만든 만두의 개수를 x라 하면 주인이 3분 동안 만든 만두의 개수는 $x+10$이므로 수습생이 45분 동안 만든 만두의 개수는 $15x$, 주인이 15분 동안 만든 만두의 개수는 $5(x+10)$이다.
즉 $15x=2\times5(x+10)-25$이므로 …… ❶
$15x=10x+100-25$, $5x=75$

$\therefore x=15$

따라서 수습생이 3분 동안 만든 만두의 개수는 15이다. …… ❷

(2) 주인과 수습생은 3분 동안 각각 25개, 15개의 만두를 만들 수 있으므로 1시간 동안 만들 수 있는 만두의 개수의 합은

$20\times(25+15)=800$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 방정식 세우기	40 %
❷ 수습생이 3분 동안 만든 만두의 개수 구하기	30 %
❸ 주인과 수습생이 1시간 동안 만든 만두의 개수의 합 구하기	30 %

10 답 5일

전체 일의 양을 1이라 하면 A, B가 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{12}$이다.

두 사람이 함께 일한 기간을 x일이라 하면

$\frac{1}{16}\times2+\frac{6}{7}\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{12}\right)\times x+\frac{1}{12}\times3=1$

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}x+\frac{1}{4}=1$

양변에 8을 곱하면 $1+x+2=8$

$\therefore x=5$

따라서 두 사람이 함께 일한 기간은 5일이다.

11 답 60명

A 중학교 정류장을 출발할 때의 승객 수를 x명이라 하자.

첫 번째 정류장을 출발할 때의 승객 수는

$x-\frac{1}{5}x+4=\frac{4}{5}x+4$(명)

두 번째 정류장을 출발할 때의 승객 수는

$\frac{4}{5}x+4-\frac{1}{4}\left(\frac{4}{5}x+4\right)+8=\frac{3}{5}x+11$(명)

이때 승객 수가 A 중학교 정류장을 출발할 때의 승객 수보다 13명이 적으므로

$\frac{3}{5}x+11=x-13$

양변에 5를 곱하면 $3x+55=5x-65$

$-2x=-120$ $\qquad\therefore x=60$

따라서 A 중학교 정류장을 출발할 때의 승객 수는 60명이다.

12 답 208명

작년 2학기의 1학년 학생 수는 작년 여름방학 때 전학을 오고 간 학생이 있으므로 $6+8-2=12$(명)의 학생이 늘어

$428+12=440$(명)이다. …… ❶

작년 2학기의 1학년 남학생 수를 x명이라 하면 여학생 수는 $(440-x)$명이므로

$x\times\left(1+\frac{4}{100}\right)+(440-x)\times\left(1-\frac{15}{100}\right)=412$ …… ❷

$\frac{104}{100}x+\frac{85}{100}(440-x)=412$

양변에 100을 곱하면 $104x+85(440-x)=41200$

$104x+37400-85x=41200$

$19x=3800$ $\qquad\therefore x=200$ …… ❸

따라서 작년 2학기의 1학년 남학생 수가 200명이므로 올해 신입생의 남학생 수는

$200\times\left(1+\frac{4}{100}\right)=208$(명) …… ❹

채점 기준	비율
❶ 작년 2학기의 1학년 학생 수 구하기	20 %
❷ 방정식 세우기	30 %
❸ 방정식 풀기	30 %
❹ 올해 신입생의 남학생 수 구하기	20 %

13 답 35 %

원가를 a원이라 하고 x %의 이익을 붙여서 정가를 정했다고 하면

(정가)$=a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)

(판매 가격)$=a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=\frac{4}{5}a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)

(이익)$=\frac{8}{100}a=\frac{2}{25}a$(원)

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\frac{4}{5}a\left(1+\frac{x}{100}\right)-a=\frac{2}{25}a$

$\therefore \frac{4}{5}\left(1+\frac{x}{100}\right)-1=\frac{2}{25}$

양변에 125를 곱하면 $100\left(1+\frac{x}{100}\right)-125=10$

$100+x-125=10$ $\qquad\therefore x=35$

따라서 원가에 35 %의 이익을 붙여서 정가를 정한 것이다.

14 답 20

상품 1개의 정가는 $800\times\left(1+\frac{30}{100}\right)=1040$(원)

상품 200개의 50 %, 즉 100개는 정가로 팔았으므로 정가로 판매한 100개의 판매 이익은 $(1040-800)\times100=24000$(원)

정가의 x %를 할인하여 판매한 가격은 $1040\left(1-\frac{x}{100}\right)$원이므로

나머지 100개의 판매 이익은

$\left\{1040\left(1-\frac{x}{100}\right)-800\right\}\times100=1040(100-x)-80000$

$=24000-1040x$

총이익이 27200원이므로

$24000+(24000-1040x)=27200$

$-1040x=-20800$ $\qquad\therefore x=20$

15 답 4

양 끝에 겹치지 않게 둔 정사각형 2개를 제외한 나머지 10개의 정사각형을 하나씩 겹쳐 놓을 때마다 도형의 가로의 길이가 $a-1$만큼 늘어나므로 직사각형의 가로의 길이는

$a+\{a+9(a-1)\}+a=12a-9$이고, 세로의 길이는 a이다.

이때 직사각형의 둘레의 길이는 86이므로

$2\{(12a-9)+a\}=86$

$2(13a-9)=86$, $13a-9=43$

$13a=52 \qquad \therefore a=4$

16 답 91 cm²

두 점 P, Q가 x초 후에 점 R에서 만난다고 하면 두 점 P, Q가 x초 동안 움직인 길이는 각각 $3x$ cm, $5x$ cm이므로 두 점이 움직인 길이의 합은 직사각형 ABCD의 둘레의 길이와 같다.

즉 $3x+5x=2\times(22+14)$이므로

$8x=72 \qquad \therefore x=9$

이때 선분 BR의 길이는

$3x-14=3\times9-14=13$ (cm)

$\therefore$ (삼각형 ABR의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times13\times14=91$ (cm²)

17 답 8단계

1단계일 때, 정삼각형의 개수 : 5

2단계일 때, 정삼각형의 개수 : $5+4\times1$

3단계일 때, 정삼각형의 개수 : $5+4\times2$

⋮

n단계일 때, 정삼각형의 개수 : $5+4(n-1)$

$5+4(n-1)=33$에서 $5+4n-4=33$

$4n=32 \qquad \therefore n=8$

따라서 정삼각형의 개수가 33일 때는 8단계이다.

18 답 81

묶인 4개의 수 중 가장 작은 수를 x라 하면 나머지 수는 $x+6$, $x+7$, $x+13$이므로

$x+(x+6)+(x+7)+(x+13)=298$

$4x+26=298$, $4x=272 \qquad \therefore x=68$

따라서 4개의 수 중 가장 큰 수는 $68+13=81$

19 답 513

긴 의자의 개수가 y이므로 8명씩 앉을 경우 8명이 모두 앉은 의자의 개수는 $y-23$이다.

(4명만 앉은 의자의 개수)+(완전히 빈 의자의 개수)
$=1+22=23$

즉 $6y+18=8(y-23)+4$이므로

$6y+18=8y-184+4$

$-2y=-198 \qquad \therefore y=99$

따라서 학생 수는 $6\times99+18=612$(명)이므로 $x=612$

$\therefore x-y=612-99=513$

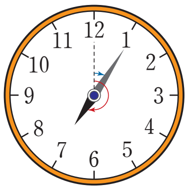
20 답 10시간 $\dfrac{240}{11}$분

화진이가 독서실에 도착한 시각을 오전 8시 x분이라 하면 x분 동안 분침은 $6x^\circ$, 시침은 $0.5x^\circ$를 움직이고, 시침과 분침이 겹쳐져 있으므로

$6x=240+0.5x$, $5.5x=240$

양변에 10을 곱하면 $55x=2400 \qquad \therefore x=\dfrac{480}{11}$

즉 화진이가 독서실에 도착한 시각은 오전 8시 $\dfrac{480}{11}$분이다.



화진이가 독서실에서 나온 시각을 오후 7시 y분이라 하면 y분 동안 분침은 $6y^\circ$, 시침은 $0.5y^\circ$를 움직이고, 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180°이므로

$(210+0.5y)-6y=180$

$-5.5y=-30$

양변에 10을 곱하면 $55y=300$

$\therefore y=\dfrac{60}{11}$

즉 화진이가 독서실에서 나온 시각은 오후 7시 $\dfrac{60}{11}$분이다.

이때 오후 7시 $\dfrac{60}{11}$분은 0시 기준으로 19시 $\dfrac{60}{11}$분이므로 화진이가 독서실에 머물러 있던 시간은

$\underbrace{19\text{시 } \dfrac{60}{11}\text{분}}_{18\text{시 } \frac{720}{11}\text{분}}-8\text{시 } \dfrac{480}{11}\text{분}=10\text{시간 } \dfrac{240}{11}\text{분}$

21 답 100 m

기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 길이가 2400 m인 터널을 완전히 통과하려면 $(2400+x)$ m를 달려야 하고, 길이가 900 m인 다리를 완전히 통과하려면 $(900+x)$ m를 달려야 한다.

이때 기차가 다리를 지날 때의 속력은 터널을 지날 때의 속력의 $\dfrac{1}{2}$이므로

$\dfrac{2400+x}{100}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{900+x}{80}$

양변에 400을 곱하면 $2(2400+x)=5(900+x)$

$4800+2x=4500+5x$, $-3x=-300$

$\therefore x=100$

따라서 기차의 길이는 100 m이다.

학교 시험 최상위 기출 도전

110쪽~112쪽

01 답 $11a+7b-1$

[전략] 등식의 성질을 이용한다.

(가) $3a=5b$의 양변에 2를 곱하면 $6a=10b$

양변에 3을 더하면 $6a+3=10b+3$

$\therefore A=10b+3$

(나) $7a=6b$의 양변에 2를 곱하면 $14a=12b$

양변에서 5를 빼면 $14a-5=12b-5$

$\therefore B=14a-5$

(다) $8a+3=6b-5$의 양변에서 3을 빼면 $8a=6b-8$
양변을 2로 나누면 $4a=3b-4$
$\therefore C=3b-4$
(라) $12a+7=4b-5$의 양변에 5를 더하면 $12a+12=4b$
양변을 4로 나누면 $3a+3=b$
$\therefore D=3a+3$
$\therefore A+B-C-D$
$=(10b+3)+(14a-5)-(3b-4)-(3a+3)$
$=10b+3+14a-5-3b+4-3a-3$
$=11a+7b-1$

02 답 $x=-6$

[전략] 괄호를 풀어 분모가 같은 것끼리 정리한다.

$ax\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+bx\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+cx\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=18$에서
$\frac{a}{b}x+\frac{a}{c}x+\frac{b}{c}x+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}x+\frac{c}{b}x=18$
$\frac{b+c}{a}x+\frac{a+c}{b}x+\frac{a+b}{c}x=18$
이때 $a+b+c=0$에서 $a+b=-c$, $b+c=-a$, $a+c=-b$이므로
$\frac{-a}{a}x+\frac{-b}{b}x+\frac{-c}{c}x=18$
$-x+(-x)+(-x)=18$
$-3x=18$ $\quad\therefore x=-6$

03 답 2

[전략] $7a-2b=3a+b$에서 a와 b 사이의 관계식을 구한 후 $\frac{a+b}{a-b}$에 대입하여 주어진 일차방정식의 해를 구한다.

$7a-2b=3a+b$에서 $4a=3b$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}b$
$\frac{a+b}{a-b}=(a+b)\div(a-b)$
$=\left(\frac{3}{4}b+b\right)\div\left(\frac{3}{4}b-b\right)$
$=\frac{7}{4}b\div\left(-\frac{1}{4}b\right)$
$=\frac{7}{4}b\times\left(-\frac{4}{b}\right)=-7$
따라서 주어진 일차방정식의 해가 $x=-7$이므로
$kx-2(1+x)=-2$에 $x=-7$을 대입하면
$-7k+12=-2$, $-7k=-14$ $\quad\therefore k=2$

04 답 -2

[전략] 일차방정식의 해는 하나뿐이므로 해가 2개 이상이라는 것은 해가 모든 수라는 뜻이다.

$\frac{x+1}{3}-\frac{ax+3}{2}=x-\frac{7}{6}b$의 해가 2개 이상이므로 해는 모든 수이다.
$\frac{x+1}{3}-\frac{ax+3}{2}=x-\frac{7}{6}b$의 양변에 6을 곱하면
$2(x+1)-3(ax+3)=6x-7b$
$2x+2-3ax-9=6x-7b$ $\quad\therefore (-3a-4)x=7-7b$
이 방정식의 해가 모든 수이므로
$-3a-4=0$, $7-7b=0$ $\quad\therefore a=-\frac{4}{3}$, $b=1$
또 $\frac{x+3a}{5}=c(x-2b)$의 양변에 5를 곱하면
$x+3a=5c(x-2b)$, $x+3a=5cx-10bc$
$\therefore (1-5c)x=-3a-10bc$
이 식에 $a=-\frac{4}{3}$, $b=1$을 대입하면 $(1-5c)x=4-10c$
이 방정식의 해가 없으므로
$1-5c=0$, $4-10c\neq0$ $\quad\therefore c=\frac{1}{5}$
$\therefore 3a+b+5c=3\times\left(-\frac{4}{3}\right)+1+5\times\frac{1}{5}$
$=-4+1+1=-2$

05 답 14

[전략] A의 일의 자리 숫자 뒤에 0을 하나 더 쓴 수는 $10A$이다.

합이 100인 두 자연수 중 작은 수를 A라 하면 큰 수는 $100-A$이고, A의 일의 자리 숫자 뒤에 0을 쓴 수는 $10A$이다.
(i) $10A$가 $100-A$보다 클 때
$10A-(100-A)=54$에서 $11A=154$
$\therefore A=14$
(ii) $100-A$가 $10A$보다 클 때
$(100-A)-10A=54$에서 $-11A=-46$
$\therefore A=\frac{46}{11}$
(i), (ii)에서 A는 자연수이므로 $A=14$

06 답 24

[전략] 묶은 5개 수 중 한가운데 수를 x로 놓고 나머지 수를 x를 사용하여 나타낸다.

묶은 5개의 수 중 한가운데 있는 수를 x라 하면 나머지 수는 $x-7$, $x-1$, $x+1$, $x+7$이므로 자연수 k에 대하여
$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)=12k$
$\therefore 5x=12k$
즉 $5x$가 12의 배수이려면 x가 12의 배수이어야 하므로
$x=12, 24$
그런데 + 모양으로 5개의 수가 묶여야 하므로 가능한 수는 24이다.

07 답 오후 7시 30분

[전략] 두 양초 A, B의 길이를 각각 1이라 하고, 양초에 불을 붙인 지 x시간 후의 두 양초의 길이를 x를 사용한 식으로 각각 나타낸다.

두 양초 A, B의 길이를 각각 1이라 하면 두 양초 A, B가 한 시간에 타는 길이는 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$이므로 양초에 불을 붙인 지 x시간 후의 두 양초 A, B의 길이는 각각 $1-\frac{1}{3}x$, $1-\frac{1}{4}x$이다.
$\left(1-\frac{1}{3}x\right):\left(1-\frac{1}{4}x\right)=4:5$에서 $5\left(1-\frac{1}{3}x\right)=4\left(1-\frac{1}{4}x\right)$

$5-\dfrac{5}{3}x=4-x,\ -\dfrac{2}{3}x=-1 \qquad \therefore x=\dfrac{3}{2}$

따라서 양초에 불을 붙인 시각은 오후 9시에서 $\dfrac{3}{2}$시간,

즉 1시간 30분 전인 오후 7시 30분이다.

08 답 ⑤

[전략] 처음 세 주머니 A, B, C에 들어 있는 사탕의 개수를 각각 a, b, c라 할 때, 각 주머니에서 꺼내고 남은 사탕의 개수를 각각 a, b, c를 사용한 식으로 나타낸다.

처음 세 주머니 A, B, C에 들어 있는 사탕의 개수를 각각 a, b, c라 하자.

A 주머니에 남아 있는 사탕의 개수는

$a-\dfrac{1}{5}a=\dfrac{4}{5}a$

B 주머니에 남아 있는 사탕의 개수는

$b+\dfrac{1}{5}a-\dfrac{2}{5}\left(b+\dfrac{1}{5}a\right)=\dfrac{3}{5}b+\dfrac{3}{25}a$

C 주머니에 들어 있는 사탕의 개수는

$c+\dfrac{2}{5}\left(b+\dfrac{1}{5}a\right)=c+\dfrac{2}{5}b+\dfrac{2}{25}a$

① $\dfrac{4}{5}a=60$에서 $a=75$

② $\dfrac{3}{5}b+\dfrac{3}{25}a=60$에서 $\dfrac{3}{5}b+9=60$

$\dfrac{3}{5}b=51 \qquad \therefore b=85$

③ $c+\dfrac{2}{5}b+\dfrac{2}{25}a=60$에서 $c+\dfrac{2}{5}\times 85+\dfrac{2}{25}\times 75=60$

$c+34+6=60 \qquad \therefore c=20$

④ A 주머니에서 꺼내 B 주머니에 넣은 사탕은

$\dfrac{1}{5}a=\dfrac{1}{5}\times 75=15$(개)

⑤ B 주머니에서 꺼내 C 주머니에 넣은 사탕의 개수는

$\dfrac{2}{5}\left(b+\dfrac{1}{5}a\right)=\dfrac{2}{5}\times\left(85+\dfrac{1}{5}\times 75\right)=40$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

09 답 50 km

[전략] 보트가 가는 방향과 강물이 흐르는 방향에 따라 보트의 실제 속력이 달라짐을 이용한다.

출발점에서 반환점까지의 거리를 x km라 하면 왕복하는 데 현진이가 걸린 시간은

$\dfrac{x}{25+5}+\dfrac{x}{25-5}=\dfrac{x}{30}+\dfrac{x}{20}=\dfrac{5}{60}x=\dfrac{1}{12}x$(시간)

이고 호진이가 걸린 시간은 $\dfrac{2}{25}x$시간이다.

이때 호진이가 10분, 즉 $\dfrac{10}{60}=\dfrac{1}{6}$(시간) 일찍 도착하였으므로

$\dfrac{1}{12}x-\dfrac{2}{25}x=\dfrac{1}{6}$

양변에 300을 곱하면 $25x-24x=50$

$\therefore x=50$

따라서 출발점부터 반환점까지의 거리는 50 km이다.

10 답 $\dfrac{120}{11}$분

[전략] 분침과 시침이 이루는 각이 150°를 이루는 경우는 두 번 모두 분침이 시침보다 앞서 있다.

3시 x분에 분침과 시침이 이루는 각이 150°가 된다고 하면 x분 동안 분침과 시침은 각각 $6x°$, $0.5x°$를 움직인다.

이때 분침과 시침이 150°를 이루는 경우는 다음과 같이 두 번 모두 분침이 시침보다 앞서 있다.

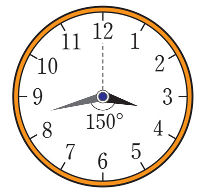
(ⅰ) $6x-(90+0.5x)=150$일 때

$5.5x=240$

양변에 10을 곱하면

$55x=2400$

$\therefore x=\dfrac{480}{11}$



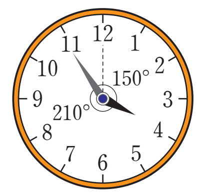
(ⅱ) $6x-(90+0.5x)=\underbrace{210}_{360°-150°=210°}$일 때

$5.5x=300$

양변에 10을 곱하면

$55x=3000$

$\therefore x=\dfrac{600}{11}$



따라서 $\dfrac{600}{11}-\dfrac{480}{11}=\dfrac{120}{11}$이므로 분침과 시침은 처음 150°가 되고 나서 $\dfrac{120}{11}$분 후에 다시 150°가 된다.

11 답 980명

[전략] 입사 지원자 수를 x명으로 놓고 입사 지원자 중 남자와 여자의 수를 각각 x를 사용한 식으로 나타낸다.

입사 지원자 수를 x명이라 하면 입사 지원자의 남녀의 비가 4 : 3이므로 입사 지원자 중 남자는 $\dfrac{4}{7}x$명, 여자는 $\dfrac{3}{7}x$명이다.

또 합격자 수가 320명이고 합격자의 남녀의 비가 3 : 5이므로 합격한 남자의 수는 $320\times\dfrac{3}{8}=120$(명), 여자의 수는 $320\times\dfrac{5}{8}=200$(명)이다.

따라서 불합격자 중 남자의 수는 $\left(\dfrac{4}{7}x-120\right)$명, 여자의 수는 $\left(\dfrac{3}{7}x-200\right)$명이고, 불합격자의 남녀의 비가 2 : 1이므로

$\left(\dfrac{4}{7}x-120\right):\left(\dfrac{3}{7}x-200\right)=2:1$

$\dfrac{4}{7}x-120=2\left(\dfrac{3}{7}x-200\right),\ \dfrac{4}{7}x-120=\dfrac{6}{7}x-400$

$-\dfrac{2}{7}x=-280 \qquad \therefore x=980$

따라서 입사 지원자 수는 980명이다.

12 답 260

[전략] 정사각형 H의 한 변의 길이를 x로 놓고 나머지 정사각형의 변의 길이를 x를 사용하여 나타낸다.

정사각형 H의 한 변의 길이를 x라 하면 정사각형 I의 한 변의 길이가 2이므로 나머지 정사각형의 한 변의 길이는 다음과 같다.

정사각형 C의 한 변의 길이는

(정사각형 H의 한 변의 길이)+(정사각형 I의 한 변의 길이)$=x+2$

정사각형 D의 한 변의 길이는

(정사각형 C의 한 변의 길이)+(정사각형 I의 한 변의 길이)

$=(x+2)+2=x+4$

정사각형 E의 한 변의 길이는

(정사각형 D의 한 변의 길이)+(정사각형 I의 한 변의 길이)

$=(x+4)+2=x+6$

정사각형 G의 한 변의 길이는

(정사각형 E의 한 변의 길이)

$-${(정사각형 H의 한 변의 길이)$-$(정사각형 I의 한 변의 길이)}

$=(x+6)-(x-2)=x+6-x+2=8$

정사각형 F의 한 변의 길이는

(정사각형 G의 한 변의 길이)+(정사각형 E의 한 변의 길이)

$=8+(x+6)=x+14$

정사각형 A의 한 변의 길이는

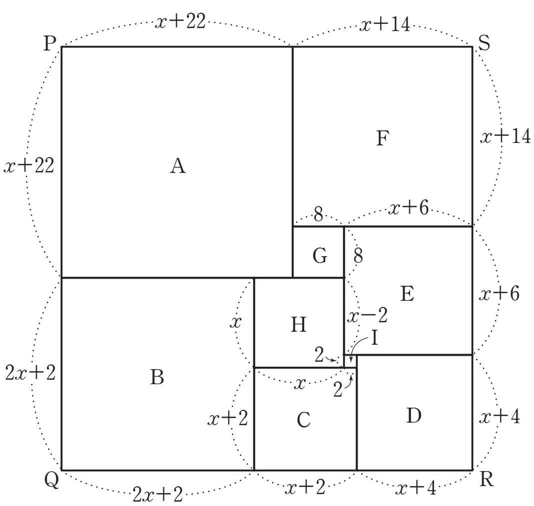
(정사각형 F의 한 변의 길이)+(정사각형 G의 한 변의 길이)

$=(x+14)+8=x+22$

정사각형 B의 한 변의 길이는

(정사각형 H의 한 변의 길이)+(정사각형 C의 한 변의 길이)

$=x+(x+2)=2x+2$



직사각형 PQRS의 가로의 길이는

(변 PS의 길이)$=(x+22)+(x+14)=2x+36$

(변 QR의 길이)$=(2x+2)+(x+2)+(x+4)=4x+8$

세로의 길이는

(변 PQ의 길이)$=(x+22)+(2x+2)=3x+24$

(변 SR의 길이)$=(x+14)+(x+6)+(x+4)=3x+24$

이때 (변 PS의 길이)=(변 QR의 길이)이므로

$2x+36=4x+8$

$-2x=-28 \qquad \therefore x=14$

따라서 직사각형 PQRS의 가로의 길이는

$2x+36=2\times14+36=64$,

세로의 길이는 $3x+24=3\times14+24=66$

이므로 둘레의 길이는

$2\times(64+66)=260$

5 좌표평면과 그래프

01 | 좌표평면과 그래프

개념 확인

115쪽

01 답) ②

② B$(0, 2)$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

02 답) ②

x축 위에 있는 점은 y좌표가 0이므로 x축 위에 있고 x좌표가 $\frac{3}{4}$인 점의 좌표는 $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$이다.

03 답) ④

④ 점 $(3, 5)$와 점 $(5, 3)$은 서로 다른 점이다.

⑤ 점 $(0, 3)$은 y축 위의 점으로 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 답) ⑤

점 P(a, b)가 제4사분면 위의 점이므로 $a>0$, $b<0$

① 점 P의 x좌표는 0보다 크다.

② 점 Q$(0, b)$는 y축 위의 점이다.

③ 점 R$(a, 0)$은 x축 위의 점이다.

④ $-a<0$, $-b>0$이므로 점 S$(-a, -b)$는 제2사분면 위의 점이다.

⑤ $a-b>0$, $ab<0$이므로 점 T$(a-b, ab)$는 제4사분면 위의 점이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

참고

$a>0$, $b<0$일 때

(1) $a-b=a+(-b)=$(양수)+(양수)>0

(2) $b-a=b+(-a)=$(음수)+(음수)<0

(3) $a+b=$(양수)+(음수)이므로 부호는 a, b 중 절댓값이 큰 수의 부호와 같다. 그런데 이 문제에서 $|a|$, $|b|$을 알 수 없으므로 $a+b$의 부호는 알 수 없다.

05 답) ⑤

점 $(2, -1)$과 x축에 대칭인 점의 좌표는 x좌표는 변하지 않고 y좌표의 부호만 반대로 바뀌므로 $(2, 1)$이다.

06 답) ④

적중 & 심화 유형 연습 116쪽~122쪽

01 답 2

두 순서쌍 $(4a-5,\ b-2)$, $(2a+3,\ -2b+4)$가 서로 같으면

$4a-5=2a+3,\ b-2=-2b+4$

$4a-5=2a+3$에서 $2a=8$ $\quad\therefore a=4$

$b-2=-2b+4$에서 $3b=6$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore a-b=4-2=2$

02 답 2

점 $(a-4,\ 3a+2)$가 x축 위의 점이므로 $3a+2=0$

$3a=-2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

점 $\left(\frac{b+3}{5},\ b+7\right)$이 y축 위의 점이므로 $\frac{b+3}{5}=0$

$b+3=0 \quad \therefore b=-3$

$\therefore ab=\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-3)=2$

참고

(1) x축 위의 점의 좌표 : (x좌표, 0)

(2) y축 위의 점의 좌표 : (0, y좌표)

03 답 E

점 $\left(\frac{a}{3}-1,\ 5\right)$가 y축 위의 점이므로 $\frac{a}{3}-1=0$

$\frac{a}{3}=1 \quad \therefore a=3$

이때 $-2a+4=-2\times3+4=-2$,

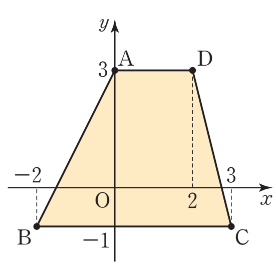
$\frac{2-3a}{7}=\frac{2-3\times3}{7}=-1$이므로

구하는 점의 좌표는 $(-2,\ -1)$이다.

따라서 좌표평면에서 $(-2,\ -1)$을 좌표로 하는 점은 E이다.

04 답 14

네 점 A$(0,\ 3)$, B$(-2,\ -1)$, C$(3,\ -1)$, D$(2,\ 3)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같고 사각형 ABCD는 사다리꼴이다.



이때

(선분 AD의 길이)$=2-0=2$

(선분 BC의 길이)$=3-(-2)=5$

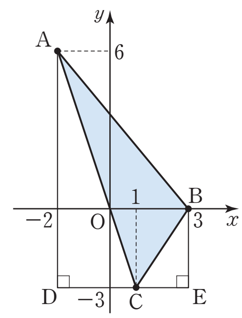
(높이)$=3-(-1)=4$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(2+5)\times4=14$

05 답 $\frac{27}{2}$

세 점 A$(-2, 6)$, B$(3, 0)$, C$(1, -3)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때

(선분 AD의 길이)$=6-(-3)=9$

(선분 BE의 길이)$=0-(-3)=3$

(선분 DE의 길이)$=3-(-2)=5$

(선분 DC의 길이)$=1-(-2)=3$

(선분 CE의 길이)$=3-1=2$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

(사다리꼴 ADEB의 넓이)

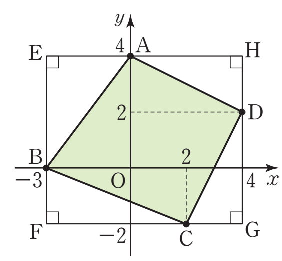
$-$(삼각형 ADC의 넓이)$-$(삼각형 BCE의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(9+3)\times5-\frac{1}{2}\times3\times9-\frac{1}{2}\times2\times3$

$=30-\frac{27}{2}-3=\frac{27}{2}$

06 답 23

네 점 A$(0, 4)$, B$(-3, 0)$, C$(2, -2)$, D$(4, 2)$를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때

(선분 EH의 길이)$=4-(-3)=7$

(선분 EF의 길이)$=4-(-2)=6$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

(직사각형 EFGH의 넓이)

$-$(삼각형 AEB의 넓이)$-$(삼각형 BFC의 넓이)

$-$(삼각형 CGD의 넓이)$-$(삼각형 ADH의 넓이)

$=7\times6-\frac{1}{2}\times3\times4-\frac{1}{2}\times\underbrace{\{2-(-3)\}}_{\text{선분 FC의 길이}}\times2$

$\quad-\frac{1}{2}\times\underbrace{(4-2)}_{\text{선분 CG의 길이}}\times\underbrace{\{2-(-2)\}}_{\text{선분 DG의 길이}}-\frac{1}{2}\times4\times\underbrace{(4-2)}_{\text{선분 HD의 길이}}$

$=42-6-5-4-4=23$

07 답 15

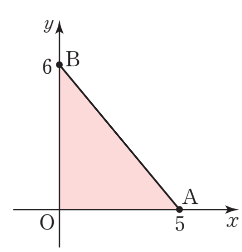
점 A$(2a+1,\ b-3)$이 x축 위의 점이므로

$b-3=0 \quad \therefore b=3$ …… ❶

점 B$(a-2,\ 3+b)$가 y축 위의 점이므로

$a-2=0 \quad \therefore a=2$ …… ❷

따라서 두 점 A$(5, 0)$, B$(0, 6)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABO의 넓이는



$\frac{1}{2}\times5\times6=15$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ b의 값 구하기	30 %
❷ a의 값 구하기	30 %
❸ 삼각형 ABO의 넓이 구하기	40 %

08 답 ②

$ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $b-a>0$이므로 $a<0$, $b>0$

따라서 $\frac{b}{a}<0$, $\frac{a-b}{a}>0$이므로 점 $\left(\frac{b}{a}, \frac{a-b}{a}\right)$는 제2사분면 위의 점이다.

참고

(1) $a>0$, $b<0$일 때

$b-a=b+(-a)=$(음수)$+$(음수)$=$(음수)

(2) $a<0$, $b>0$일 때

$b-a=b+(-a)=$(양수)$+$(양수)$=$(양수)

09 답 ③

점 (a, b)가 제2사분면 위에 있으므로 $a<0$, $b>0$

점 (c, d)는 제4사분면 위에 있으므로 $c>0$, $d<0$

이때 $a-c<0$, $\frac{b}{d}<0$이므로 점 $\left(a-c, \frac{b}{d}\right)$는 제3사분면 위의 점이다.

따라서 주어진 점 중 제3사분면 위에 있는 점은 ③이다.

10 답 ⑤

점 $(a-b, ab)$가 제3사분면 위의 점이므로

$a-b<0$, $ab<0$

$ab<0$에서 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $a-b<0$이므로 $a<0$, $b>0$

① $a<0$, $b>0$이므로 점 (a, b)는 제2사분면 위의 점이다.

② $b>0$, $a<0$이므로 점 (b, a)는 제4사분면 위의 점이다.

③ $-a>0$, $b>0$이므로 점 $(-a, b)$는 제1사분면 위의 점이다.

④ $b>0$, $\frac{a}{b}<0$이므로 점 $\left(b, \frac{a}{b}\right)$는 제4사분면 위의 점이다.

⑤ $\frac{a-b}{a}>0$, $b-ab>0$이므로 점 $\left(\frac{a-b}{a}, b-ab\right)$는 제1사분면 위의 점이다.

따라서 바르게 짝 지은 것은 ⑤이다.

11 답 ④

$bc<0$, $b>c$이므로 $b>0$, $c<0$

$ab>0$이므로 $a>0$

① $-c>0$, $-a<0$이므로 점 $(-c, -a)$는 제4사분면 위의 점이다.

② $a-c>0$, $b>0$이므로 점 $(a-c, b)$는 제1사분면 위의 점이다.

③ $10b>0$, $a+3>0$이므로 점 $(10b, a+3)$은 제1사분면 위의 점이다.

④ $c-1<0$, $a-c>0$이므로 점 $(c-1, a-c)$는 제2사분면 위의 점이다.

⑤ $ac<0$, $-b-2<0$이므로 점 $(ac, -b-2)$는 제3사분면 위의 점이다.

따라서 제2사분면 위의 점은 ④이다.

12 답 ㉠, ㉡

점 P$(2, -3)$과 x축에 대칭인 점 A의 좌표는 A$(2, 3)$이므로

$a=2$, $b=3$

점 P$(2, -3)$과 y축에 대칭인 점 B의 좌표는 B$(-2, -3)$이므로

$c=-2$, $d=-3$

㉠ 두 점 A, B의 x좌표와 y좌표의 부호가 모두 반대이므로 두 점 A, B는 원점에 대칭이다.

㉡ $a+b+c+d=2+3+(-2)+(-3)=0$

㉢ $ad-bc=2\times(-3)-3\times(-2)$
$=-6+6=0$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

13 답 제4사분면

두 점 A$(a+2, 6)$, B$(4, 2b-4)$가 y축에 대칭이므로

$a+2=-4$, $6=2b-4$

$a+2=-4$에서 $a=-6$

$6=2b-4$에서 $-2b=-10$ $\therefore b=5$ …… ❶

따라서 $2b+a=2\times5+(-6)=4$, $\frac{ab}{3}=\frac{(-6)\times5}{3}=-10$이므로 점 C$(4, -10)$은 제4사분면 위의 점이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ a, b의 값 각각 구하기	50 %
❷ 점 C의 좌표를 구하고 점 C가 제몇 사분면 위의 점인지 구하기	50 %

참고

두 점 A, B가 y축에 대칭이므로 두 점의 x좌표의 부호만 반대이다.

14 답 제4사분면

점 P(a, b)와 x축에 대칭인 점이 제2사분면 위에 있으므로

점 P(a, b)는 제3사분면 위의 점이다.

즉 $a<0$, $b<0$이므로 $ab>0$, $a+b<0$

따라서 점 Q$(ab, a+b)$는 제4사분면 위의 점이다.

15 답 ③

(i) 일정한 속력으로 갔다. ➡ 거리가 일정하게 증가한다.

(ii) 중간에 킥보드가 고장이 나서 잠깐 멈춰 수리하였다.
➡ 거리에 변화가 없다.

(iii) 다시 일정한 속력으로 갔다. ➡ 거리가 다시 일정하게 증가한다.

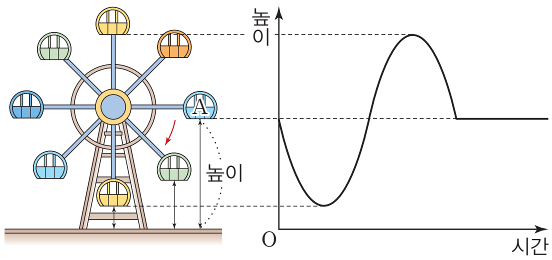
따라서 그래프로 가장 알맞은 것은 ③이다.

16 답 ④

① A : 거리가 일정하게 증가하므로 속력은 일정하다.
② B : 거리에 변화가 없으므로 멈춰 있다.
③ A, C, E 구간 중 E 구간의 거리가 가장 느리게 증가하므로 E 구간에서 가장 느린 속력으로 달리고 있다.
④ D : 거리에 변화가 없으므로 멈춰 있다. 즉 잠시 쉬고 있다고 볼 수 있다.
⑤ E : 거리가 증가하고 있으므로 자전거를 타고 움직이고 있다.
따라서 구간에 대한 설명으로 가장 알맞은 것은 ④이다.

17 답 ③

대관람차가 시계 방향으로 한 바퀴만 돌고 멈추므로 관람차 A의 지면으로부터의 높이는 다음 그림과 같이 시간이 지남에 따라 낮아지다가 높아지고 다시 낮아져 처음 높이와 같게 유지된다.



따라서 그래프로 가장 알맞은 것은 ③이다.

18 답 A—㉠, B—㉢, C—㉡

두 물통 A, B는 폭이 일정한 원기둥 모양이므로 물의 높이는 일정하게 증가한다. 이때 A의 폭이 B의 폭보다 좁으므로 A의 물의 높이가 B의 물의 높이보다 더 빠르게 증가한다.
따라서 물통 A에 해당하는 그래프는 ㉠이고, 물통 B에 해당하는 그래프는 ㉢이다.
또 물통 C는 아랫부분은 폭이 좁은 원기둥 모양이고 윗부분은 폭이 넓은 원기둥 모양이므로 처음에는 물의 높이가 빠르고 일정하게 증가하다가 나중에는 물의 높이가 느리고 일정하게 증가한다.
따라서 물통 C에 해당하는 그래프는 ㉡이다.

19 답 ②

물의 높이가 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가하므로 물통은 위로 갈수록 폭이 좁아지는 모양이다.
따라서 주어진 그래프에 가장 알맞은 물통은 ②이다.

20 답 ④

② 다시 집으로 돌아가는 데 걸린 시간은 $6-4=2$(분)
③ 집에서 머문 시간은 $9-6=3$(분)
④ 다시 집에서 출발하여 학교까지 가는 데 걸린 시간은 $16-9=7$(분)
⑤ 집에서 학교까지의 거리는 1000 m, 즉 1 km이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

21 답 ③

③ (다)에서 물체의 속력이 초속 5 m로 일정하므로 물체는 일정한 속력으로 움직이고 있다.
④ $x=14$일 때 $y=0$, 즉 속력이 초속 0 m이므로 물체는 정지하였다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

22 답 100

(가) 출발 후 1시간 30분 동안 이동한 거리는 20 km이다.
$\therefore a=20$
(나) 자전거 여행 동안 이동한 거리는 출발 후 1시간까지 20 km, 1시간 30분부터 2시간 30분까지 $30-20=10$ (km), 3시간 30부터 4시간 30분까지 30 km이므로
$20+10+30=60$ (km) $\quad \therefore b=60$
(다) 자전거 여행 동안 이동한 거리는 60 km이고 이동한 시간은 $1+1+1=3$(시간)이므로
$(\text{평균 속력})=\dfrac{(\text{이동한 거리})}{(\text{이동한 시간})}=\dfrac{60}{3}=20$ (km/시)
$\therefore c=20$
$\therefore a+b+c=20+60+20=100$

23 답 ④

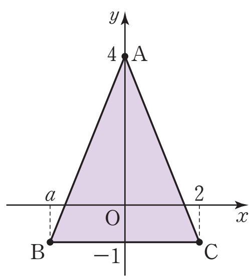
① 휴식을 취한 구간은 거리가 변하지 않는 구간으로 20분과 25분 사이, 35분과 40분 사이이다.
즉 총 휴식 시간은 $(25-20)+(40-35)=10$(분)
② 출발 후 10분, 15분, 30분에 방향을 바꿔 움직였으므로 방향을 총 3번 바꾸었다.
③ 출발 후 10분에 처음으로 방향을 바꾸고 15분에 두 번째로 방향을 바꿨으므로 처음 방향을 바꾼 지 $15-10=5$(분) 만에 다시 방향을 바꾸었다.
④ 두 번째로 방향을 바꾼 지점은 출발 후 15분일 때이므로 출발점으로부터 1 km 떨어진 곳이다.
⑤ 가장 멀리 간 곳은 출발점으로부터 3 km 떨어진 곳이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

24 답 -6

[전략] $a-b$의 값은 a의 값이 가장 작고 b의 값이 가장 클 때 최솟값을 가짐을 이용한다.
$a-b$의 값은 a의 값이 가장 작고 b의 값이 가장 클 때 최솟값을 가진다.
즉 점 P가 점 A$(-2, 4)$에 있을 때, a의 값이 -2로 가장 작고 b의 값이 4로 가장 크다.
따라서 $a-b$의 값 중에서 최솟값은
$-2-4=-6$

25 답 -2

$a<0$이므로 세 점 $A(0, 4)$, $B(a, -1)$, $C(2, -1)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 삼각형 ABC에서

(밑변 BC의 길이)$=2-a$,

(높이)$=4-(-1)=5$

이므로 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times(2-a)\times5=10$

$2-a=4$, $-a=2$ $\quad\therefore a=-2$

26 답 ②, ④

직사각형의 나머지 두 꼭짓점의 좌표를 $(a, 3)$, $(a, -2)$라 하자.

(i) $a>4$일 때

이 직사각형의 가로의 길이는 $a-4$, 세로의 길이는

$3-(-2)=5$이므로 그 넓이는

$5\times(a-4)=45$

$a-4=9$ $\quad\therefore a=13$

(ii) $a<4$일 때

이 직사각형의 가로의 길이는 $4-a$, 세로의 길이는

$3-(-2)=5$이므로 그 넓이는

$5\times(4-a)=45$

$4-a=9$, $-a=5$ $\quad\therefore a=-5$

(i), (ii)에서 구하는 두 점의 좌표는 $(13, 3)$, $(13, -2)$ 또는 $(-5, 3)$, $(-5, -2)$이므로 ②, ④이다.

27 답 제4사분면

조건 (가)에서 $\frac{b}{a}<0$이므로 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

조건 (나), (다)에서 $a+b>0$이고 $|a|<|b|$이므로 $a<0$, $b>0$

따라서 $-a>0$, $a-b<0$이므로 점 $(-a, a-b)$는 제4사분면 위의 점이다.

28 답 ④

[전략] 제1사분면 위의 점은 (x좌표)>0, (y좌표)>0임을 이용하여 a, b의 부호를 먼저 구한다.

점 $(a, -b)$가 제1사분면 위의 점이므로 $a>0$, $-b>0$

$\therefore a>0$, $b<0$

① $ab<0$, $b-a<0$이므로 점 $(ab, b-a)$는 제3사분면 위에 있다.

② $a>0$, $b<0$이고 $|a|>|b|$이므로 $a+b>0$

즉 $-b>0$, $a+b>0$이므로 점 $(-b, a+b)$는 제1사분면 위에 있다.

③ $a-2b>0$, $ab+b<0$이므로 점 $(a-2b, ab+b)$는 제4사분면 위에 있다.

④ $-a-b=-(a+b)<0$, $a-b>0$이므로 점 $(-a-b, a-b)$는 제2사분면 위에 있다.

⑤ $-ab>0$, $\frac{a+b}{2}>0$이므로 점 $\left(-ab, \frac{a+b}{2}\right)$는 제1사분면 위에 있다.

따라서 제2사분면 위에 있는 점은 ④이다.

참고

$a>0$, $b<0$일 때, $a+b$의 부호

(1) $|a|>|b|$이면 $a+b>0$

(2) $|a|<|b|$이면 $a+b<0$

(3) $|a|=|b|$이면 $a+b=0$

29 답 7

점 $\left(4a-20, \frac{10-5a}{3}\right)$가 어느 사분면에도 속하지 않으려면 x축 또는 y축 위에 있어야 한다. ...... ❶

(i) 점 $\left(4a-20, \frac{10-5a}{3}\right)$가 x축 위에 있을 때

$\frac{10-5a}{3}=0$이어야 하므로 $10-5a=0$

$-5a=-10$ $\quad\therefore a=2$ ...... ❷

(ii) 점 $\left(4a-20, \frac{10-5a}{3}\right)$가 y축 위에 있을 때

$4a-20=0$이어야 하므로 $4a=20$

$\therefore a=5$ ...... ❸

(i), (ii)에서 구한 a의 값의 합은

$2+5=7$ ...... ❹

채점 기준	비율
❶ 주어진 점이 x축 또는 y축 위에 있음을 알기	20 %
❷ 주어진 점이 x축 위에 있을 때, a의 값 구하기	30 %
❸ 주어진 점이 y축 위에 있을 때, a의 값 구하기	30 %
❹ 모든 a의 값의 합 구하기	20 %

30 답 ⑤

점 $(ab, a+b)$가 제3사분면 위의 점이므로

$ab<0$, $a+b<0$

$ab<0$에서 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $a+b<0$이고 $|a|<1<|b|$이므로 $b<-1<0<a<1$

① $a^2<1$이고 $b^2>1$이므로 $a^2<b^2$

② a는 0과 1 사이의 수이다.

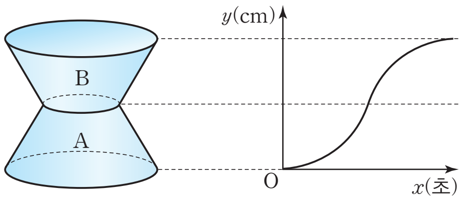
③ $b-a<0$, $a>0$이므로 점 $(b-a, a)$는 제2사분면 위의 점이다.

④ $b^2>0$, $-1+a<0$이므로 점 $(b^2, -1+a)$는 제4사분면 위의 점이다.

⑤ $a+2b<0$, $b^3<0$이므로 점 $(a+2b, b^3)$은 제3사분면 위의 점이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

31 답 ③



주어진 물통을 A 부분과 B 부분으로 나누면 A 부분은 위로 갈수록 폭이 점점 좁아지는 모양이고, B 부분은 위로 갈수록 폭이 점점 넓어지는 모양이다.
따라서 A 부분에서 물의 높이는 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가하고, B 부분에서 물의 높이는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가하므로 x와 y 사이의 관계를 나타낸 그래프로 가장 알맞은 것은 ③이다.

32 답 A－㉢, B－㉠, C－㉡

세 물병 A, B, C를 이루고 있는 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 아랫부분부터 살펴보면 다음과 같다.
A : 긴 원기둥 － 중간 원기둥 － 짧은 원기둥
B : 짧은 원기둥 － 긴 원기둥 － 중간 원기둥
C : 중간 원기둥 － 짧은 원기둥 － 긴 원기둥
이때 밑면의 반지름의 길이가 긴 원기둥에 물을 넣을 때에는 물의 높이가 느리고 일정하게 증가하고, 반지름의 길이가 짧은 원기둥에 물을 넣을 때에는 물의 높이가 빠르고 일정하게 증가한다.
따라서 세 물병 A, B, C에 해당하는 그래프는 각각 ㉢, ㉠, ㉡이다.

33 답 ⑤

①, ② 태성이가 학교에 도착한 시각은 8시 22분이고, 서진이가 학교에 도착한 시각은 8시 25분이므로 학교에서 늦게 도착한 학생은 서진이다.
③ 태성이의 집은 학교에서 700 m 떨어져 있고, 서진이의 집은 학교에서 400 m 떨어져 있으므로 태성이의 집이 서진이의 집보다 학교에서 더 멀다.
⑤ 태성이는 집을 나선 후 학교에서 거리가 점점 멀어지므로 곧바로 학교를 향해 걷지 않았다.
즉 집을 나선 후 학교와 반대 방향으로 걸었고 방향을 바꿔 학교를 향해 천천히 걷다가 8시 20분부터 빨리 걷기 시작하였다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

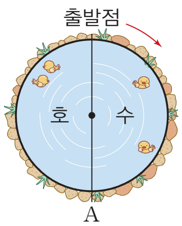
34 답 ④

④ B는 출발한 지 6분 후에 결승점에 도착하였고 C는 출발한 지 8분에서 10분 사이에 결승점에 도착하였으므로 B와 C가 결승점에 도착한 시간의 차는 4분보다 작다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

35 답 13바퀴

영진이가 출발점에서 출발한 지 6분 후에 출발점으로부터 영진이의 위치까지의 거리가 0 m가 되므로 영진이가 원 모양의 호수의 둘레를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 6분이다.
이때 1시간 20분은 80분이므로 $80 \div 6 = 13.333\cdots$
따라서 영진이는 1시간 20분 동안 이 호수의 둘레를 13바퀴 돈다.

참고



출발점에서 A 지점까지의 거리가 400 m이고 출발점에서 A 지점까지 가는 데 걸리는 시간은 3분이다.
영진이가 A 지점을 지날 때부터 출발점으로부터 영진이의 위치까지의 거리는 점점 줄어들어 출발점에 다시 도착할 때 0 m가 된다.

적중 & 심화 실전 TEST 123쪽~125쪽

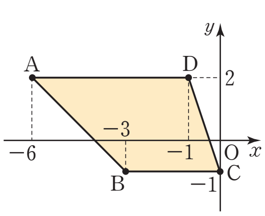
01 답 $C\left(\frac{7}{2}, 11\right)$

점 $A(3a-1, 2-b)$가 x축 위의 점이므로 $2-b=0$
$\therefore b=2$
점 $B(-2a+3, 6b-1)$이 y축 위의 점이므로 $-2a+3=0$
$-2a=-3 \qquad \therefore a=\frac{3}{2}$
따라서 점 A의 x좌표는 $3a-1=3\times\frac{3}{2}-1=\frac{7}{2}$,
점 B의 y좌표는 $6b-1=6\times2-1=11$이므로
점 C의 좌표는 $C\left(\frac{7}{2}, 11\right)$

02 답 12

[전략] 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타낸 후 사각형 ABCD를 그린다.

네 점 $A(-6, 2)$, $B(-3, -1)$, $C(0, -1)$, $D(-1, 2)$를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같고, 사각형 ABCD는 사다리꼴이다.



이때
(선분 AD의 길이)$=-1-(-6)=5$
(선분 BC의 길이)$=0-(-3)=3$
(높이)$=2-(-1)=3$
따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(5+3)\times3=12$

03 답 6

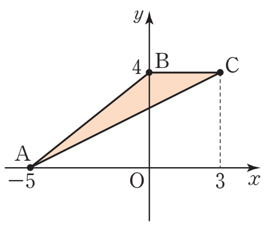
점 $A\left(-7a+9,\ 3-\frac{1}{2}b\right)$가 x축 위의 점이므로 $3-\frac{1}{2}b=0$

$-\frac{1}{2}b=-3 \qquad \therefore b=6$ ······ ❶

점 $B\left(2-a,\ \frac{4}{3}b-4\right)$가 y축 위의 점이므로 $2-a=0$

$\therefore a=2$ ······ ❷

따라서 세 점 $A(-5,\ 0)$, $B(0,\ 4)$, $C(3,\ 4)$를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times3\times4=6$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ b의 값 구하기	20 %
❷ a의 값 구하기	20 %
❸ 삼각형 ABC의 넓이 구하기	60 %

04 답 0

[전략] 점 P가 속한 사분면을 이용하여 a, b의 부호를 먼저 구한다.

점 $P(a,\ b)$가 제4사분면 위의 점이므로 $a>0$, $b<0$

㉠ $a-b>0$, $\frac{b}{a}<0$이므로 점 $\left(a-b,\ \frac{b}{a}\right)$는 제4사분면 위의 점이다.

㉡ $-a<0$, $b<0$이므로 점 $(-a,\ b)$는 제3사분면 위의 점이다.

㉢ $b<0$, $ab<0$이므로 점 $(b,\ ab)$는 제3사분면 위의 점이다.

㉣ $-\frac{a}{b}+1>0$, $a>0$이므로 점 $\left(-\frac{a}{b}+1,\ a\right)$는 제1사분면 위의 점이다.

㉤ $a+1>0$, $b-1<0$이므로 점 $(a+1,\ b-1)$은 제4사분면 위의 점이다.

따라서 제3사분면 위의 점은 ㉡, ㉢의 2개이므로 $m=2$, 제4사분면 위의 점은 ㉠, ㉤의 2개이므로 $n=2$이다.

$\therefore m-n=2-2=0$

05 답 ④

점 $A(a,\ b)$는 제2사분면 위의 점이므로 $a<0$, $b>0$

점 $B(c-d,\ cd)$는 제4사분면 위의 점이므로

$c-d>0$, $cd<0 \qquad \therefore c>0$, $d<0$

이때 $\frac{a}{c}<0$, $b-d>0$이므로 점 $C\left(\frac{a}{c},\ b-d\right)$는 제2사분면 위의 점이다.

따라서 제2사분면 위에 있는 점은 ④이다.

06 답 8

두 점 $P(b,\ 3a-5)$, $Q(2b,\ 2a+3b)$가 y축 위에 있으므로

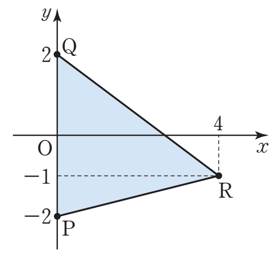
$b=0$

또 두 점 $P(0,\ 3a-5)$, $Q(0,\ 2a)$가 x축에 대칭이므로

$3a-5=-2a$

$5a=5 \qquad \therefore a=1$

따라서 세 점 $P(0,\ -2)$, $Q(0,\ 2)$, $R(4,\ -1)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 PQR의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\underbrace{\{2-(-2)\}}_{\text{선분 PQ의 길이}}\times4=8$

07 답 ⑤

일정한 속력으로 달리던 자동차가 휴게소에 들르기 위해 속력을 줄여 멈춘 후 잠시 머물다가 다시 속력을 높여 처음과 같은 일정한 속력으로 달리므로 가장 알맞은 그래프는 ⑤이다.

08 답 $\frac{22}{3}$

[전략] $a-b$의 값은 a의 값이 가장 크고 b의 값이 가장 작을 때 최댓값을 가짐을 이용한다.

$a-b$의 값은 a의 값이 가장 크고 b의 값이 가장 작을 때 최댓값을 가진다. 즉 점 P가 점 $C\left(4,\ -\frac{10}{3}\right)$에 있을 때, a의 값이 4로 가장 크고 b의 값은 $-\frac{10}{3}$으로 가장 작다.

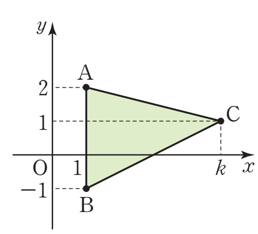
따라서 $a-b$의 값 중 최댓값은

$4-\left(-\frac{10}{3}\right)=4+\frac{10}{3}=\frac{22}{3}$

09 답 2

(i) $k>1$일 때

세 점 $A(1,\ 2)$, $B(1,\ -1)$, $C(k,\ 1)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는

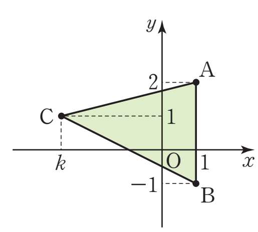


$\frac{1}{2}\times\{2-(-1)\}\times(k-1)=6$

$k-1=4 \qquad \therefore k=5$

(ii) $k<1$일 때

세 점 $A(1,\ 2)$, $B(1,\ -1)$, $C(k,\ 1)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\{2-(-1)\}\times(1-k)=6$

$1-k=4 \qquad \therefore k=-3$

(i), (ii)에서 구한 k의 값의 합은 $5+(-3)=2$

10 답 ⑤

점 $P(a-b, ab)$가 제3사분면 위의 점이므로

$a-b<0$, $ab<0$ $\quad \therefore a<0, b>0$

① $a<0$, $b>0$이므로 점 (a, b)는 제2사분면 위의 점이다.

② $a<0$, $a^3<0$이므로 점 (a, a^3)은 제3사분면 위의 점이다.

③ $\frac{a}{b}<0$, $b-a>0$이므로 점 $\left(\frac{a}{b}, b-a\right)$는 제2사분면 위의 점이다.

④ $2b>0$, $-a+2>0$이므로 점 $(2b, -a+2)$는 제1사분면 위의 점이다.

⑤ $a<0$, $b>0$이고 $|a|<|b|$이므로 $a+b>0$
또 $-a^2<0$이므로 점 $(a+b, -a^2)$은 제4사분면 위의 점이다.

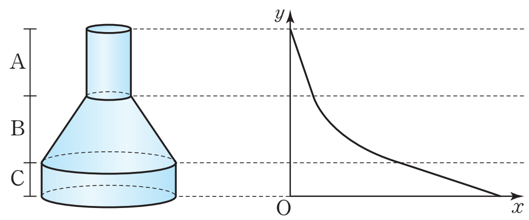
따라서 제4사분면 위의 점은 ⑤이다.

11 답 ⑤

주어진 물통은 위로 갈수록 폭이 점점 넓어지다가 다시 점점 좁아지므로 물의 높이는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가하고 다시 점점 빠르게 증가한다.
따라서 그래프로 가장 알맞은 것은 ⑤이다.

12 답 풀이 참조

주어진 물통은 다음 그림과 같이 폭이 좁고 일정한 A 부분과 아래로 갈수록 폭이 점점 넓어지는 B 부분, 폭이 넓고 일정한 C 부분으로 나누어진다.



A 부분에서는 물의 높이가 빠르고 일정하게 감소하고, B 부분에서는 빠르게 감소하다가 점점 느리게 감소한다. 또 C 부분에서는 물의 높이가 일정하게 감소하는데, A 부분보다 폭이 넓으므로 A 부분보다는 느리게 감소한다.
따라서 x에 따른 y의 변화를 그래프로 나타내면 위의 그림과 같다.

13 답 ㉠, ㉢, ㉣

㉠ 민승이는 8시에 집에서 출발하였고, 승현이는 9시에 집에서 출발하였으므로 민승이는 승현이보다 집에서 먼저 출발하였다.

㉡ 민승이는 10시 30분부터 13시까지 2시간 30분 동안 공원에 머물렀고, 승현이는 11시부터 14시까지 3시간 동안 공원에 머물렀으므로 두 사람이 공원에 머문 시간은 같지 않다.

㉢ 승현이는 집에서 9시에 출발하여 공원에 11시에 도착하였으므로 공원까지 가는 데 걸린 시간은 2시간이다.

㉣ 민승이는 집으로 돌아올 때, 집에서 8 km 떨어진 지점에서 30분 동안 쉬었으므로 공원과 집의 중간 지점에서 쉬었다.

㉤ 승현이는 공원에서 14시에 출발하여 집에 15시 30분에 도착하였으므로 1시간 30분, 즉 90분 만에 집에 도착하였다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

14 답 8만 원

[전략] 주어진 그래프를 보고 데이터 요금제의 기본요금과 데이터 1 GB당 추가 요금을 구한다.

유영이가 이용하고 있는 G 통신사의 데이터 요금제는 기본요금 2만 원에 데이터 3 GB를 사용할 수 있고, 데이터 3 GB를 초과하면 데이터 3 GB에 2만 원, 즉 데이터 1 GB에 $\frac{2}{3}$만 원씩 요금이 추가된다. …… ❶

따라서 유영이가 데이터 12 GB를 사용했을 때 내야 할 금액은 기본요금에 추가 데이터 9 GB를 사용한 금액이므로

$2+9\times\frac{2}{3}=2+6=8$(만 원) …… ❷

채점 기준	비율
❶ 유영이가 이용하고 있는 데이터 요금제의 기본요금과 데이터 1 GB당 추가 요금 구하기	40 %
❷ 유영이가 데이터 12 GB를 사용했을 때 내야 할 금액 구하기	60 %

15 답 ②, ⑤

[전략] A 호스만 이용하여 1분에 넣을 수 있는 물의 양을 구한 후 B 호스만 이용하여 1분에 넣을 수 있는 물의 양을 구한다.

① A 호스만 이용하면 12분에 3 m^3의 물을 넣을 수 있으므로 1분에 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ (m^3)씩 물을 넣을 수 있다.

②, ③, ④ A, B 두 호스를 모두 이용하면 물을 넣기 시작한 지 12분 후부터 28분 후까지, 즉 16분 동안 넣은 물의 양은
$9-3=6$ (m^3)이므로 1분에 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$ (m^3)씩 물을 넣을 수 있다.
즉 B 호스만 이용하여 1분에 넣을 수 있는 물의 양은
$\frac{3}{8}-\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$ (m^3)이다.

⑤ B 호스만을 이용하여 부피가 9 m^3인 물통에 물을 가득 채우려면 $9\div\frac{1}{8}=9\times8=72$(분)이 걸린다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

02 | 정비례와 반비례

개념 확인 127쪽

01 답 1

㉡ $x+y=0$에서 $y=-x$

㉣ $xy=-5$에서 $y=-\frac{5}{x}$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ㉠, ㉡, ㉥의 3개이므로 $a=3$

y가 x에 반비례하는 것은 ㉢, ㉣의 2개이므로 $b=2$

$\therefore a-b=3-2=1$

02 답 ③

① 원점을 지난다.

② $y=-\frac{4}{3}x$에 $x=-8$, $y=6$을 대입하면

$6\neq-\frac{4}{3}\times(-8)$

즉 점 $(-8, 6)$을 지나지 않는다.

③ $\left|-\frac{4}{3}\right|<|-3|$이므로 $y=-3x$의 그래프보다 x축에 가깝다.

④ 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

⑤ 정비례 관계를 나타내는 그래프이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

03 답 -1

$y=ax$의 그래프가 점 $(2, 1)$을 지나므로

$1=2a$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

$y=bx$의 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=-2b$ $\quad\therefore b=-\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-1$

04 답 ⑤

① $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-2$, $y=3$을 대입하면

$3=-\frac{6}{-2}$

즉 점 $(-2, 3)$을 지난다.

④ $|1|<|-6|$이므로 $y=\frac{1}{x}$의 그래프보다 원점에서 멀다.

⑤ 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하면서 좌표축에 가까워지는 매끄러운 곡선이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 답 ㉢, ㉣, ㉥

$y=ax$, $y=\frac{a}{x}$에서 $a<0$일 때 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

따라서 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나는 것은 ㉢, ㉣, ㉥이다.

06 답 125분

매분 $0.4=\frac{2}{5}$ (m^3)씩 x분 동안 넣은 물의 양은 $\frac{2}{5}x$ m^3이므로

$y=\frac{2}{5}x$가 성립한다.

$y=\frac{2}{5}x$에 $y=50$을 대입하면

$50=\frac{2}{5}x$ $\quad\therefore x=125$

따라서 물을 가득 채우는 데 125분이 걸린다.

적중 & 심화 유형 연습 128쪽~136쪽

01 답 ①, ④

① $y=1200x$

② 하루는 24시간이므로 $y=24-x$

③ $y=x^2$

④ (거리)=(속력)×(시간)이므로 $y=80x$

⑤ 1시간에 제품 x개를 생산하므로 제품 1개를 생산하는 데 $\frac{1}{x}$시간이 걸린다.

즉 제품 20개를 생산하는 데 걸리는 시간은

$20\times\frac{1}{x}=\frac{20}{x}$(시간)이므로 $y=\frac{20}{x}$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ①, ④이다.

02 답 3

y가 x에 정비례하므로 $y=ax(a\neq0)$로 놓고

$x=4$, $y=-3$을 대입하면

$-3=4a$ $\quad\therefore a=-\frac{3}{4}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=-\frac{3}{4}x$이다.

$y=-\frac{3}{4}x$에 $x=A$, $y=2$를 대입하면

$2=-\frac{3}{4}A$ $\quad\therefore A=-\frac{8}{3}$

$y=-\frac{3}{4}x$에 $x=-2$, $y=B$를 대입하면

$B=-\frac{3}{4}\times(-2)=\frac{3}{2}$

$y=-\frac{3}{4}x$에 $x=C$, $y=-6$을 대입하면

$-6=-\frac{3}{4}C$ $\quad\therefore C=8$

$$\begin{aligned}\therefore 3A+2B+C&=3\times\left(-\frac{8}{3}\right)+2\times\frac{3}{2}+8\\&=-8+3+8=3\end{aligned}$$

03 답 ㉠, ㉣

수소 1 L로 20 km를 달리므로 수소 x L로 $20x$ km를 달릴 수 있다. 따라서 두 변수 x와 y 사이의 관계식은 $y=20x$이다. (㉡)

㉢ y는 x에 정비례하므로 x의 값이 2배가 되면 y의 값도 2배가 된다.

㉣ $y=20x$이므로 $\frac{y}{x}=20$으로 일정하다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

04 답 -2

그래프가 원점과 점 $(4, 10)$을 지나는 직선이므로 그래프의 식을 $y=ax(a\neq0)$로 놓고, $x=4$, $y=10$을 대입하면

$10=4a \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$, 즉 $y=\frac{5}{2}x$

따라서 $y=\frac{5}{2}x$에 $x=k$, $y=-5$를 대입하면

$-5=\frac{5}{2}k \qquad \therefore k=-2$

05 답 ⑤

① y는 x에 정비례한다.

② $y=\frac{x}{a}$에 $x=a$, $y=2$를 대입하면 $2\neq\frac{a}{a}$
즉 점 $(a, 2)$를 지나지 않는다.

③ $a>0$이면 오른쪽 위로 향하는 직선이고, $a<0$이면 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

④ $a=-2$일 때, $y=-\frac{x}{2}$이므로 $y=-\frac{x}{2}$에 $x=1$, $y=-2$를 대입하면 $-2\neq-\frac{1}{2}$
즉 점 $(1, -2)$를 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

06 답 ④

y가 x에 정비례하므로 $y=ax(a\neq0)$로 놓고
$x=-2$, $y=3$을 대입하면

$3=-2a \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=-\frac{3}{2}x$이다. (③)

① $y=-\frac{3}{2}x$에 $x=-4$, $y=-6$을 대입하면
$-6\neq-\frac{3}{2}\times(-4)$
즉 점 $(-4, -6)$을 지나지 않는다.

② x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

④ $|-1|<\left|-\frac{3}{2}\right|$이므로 $y=-x$의 그래프보다 y축에 가깝다.

⑤ y가 x에 정비례하므로 x의 값이 3배가 되면 y의 값도 3배가 된다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

07 답 ②

정비례 관계 $y=ax$의 그래프에서 $a>0$이면 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a<0$이면 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
또 $a>0$일 때는 a의 값이 클수록 직선이 y축에 가깝고,
$a<0$일 때는 a의 값이 작을수록 직선이 y축에 가깝다.
따라서 a의 값이 음수인 ①, ②의 그래프 중 y축에 가장 가까운 ②의 그래프가 a의 값이 가장 작다.

참고

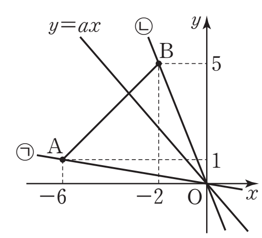
정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.
이때 $a>0$이면 a의 값이 클수록 a의 절댓값이 크고,
$a<0$이면 a의 값이 작을수록 a의 절댓값이 크다.

08 답 제2사분면, 제4사분면

$ab<0$에서 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$
이때 $a-b>0$이므로 $a>0$, $b<0$ …… ❶
따라서 $-a<0$이므로 정비례 관계 $y=-ax$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ a, b의 부호 각각 알기	50 %
❷ 정비례 관계 $y=-ax$의 그래프가 지나는 사분면 구하기	50 %

09 답 ①



$y=ax$의 그래프가 오른쪽 그림의 직선 ㉠과 같이 점 A를 지날 때 a의 값이 가장 크므로
$y=ax$에 $x=-6$, $y=1$을 대입하면

$1=-6a \qquad \therefore a=-\frac{1}{6}$

또 $y=ax$의 그래프가 오른쪽 그림의 직선 ㉡과 같이 점 B를 지날 때 a의 값이 가장 작으므로
$y=ax$에 $x=-2$, $y=5$를 대입하면

$5=-2a \qquad \therefore a=-\frac{5}{2}$

따라서 선분 AB와 만나도록 하는 상수 a의 값의 범위는
$-\frac{5}{2}\leq a\leq-\frac{1}{6}$이므로 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

10 답 7

$y=3x$에 $x=2$를 대입하면 $y=3\times2=6$
$\therefore$ A$(2, 6)$
$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=2$를 대입하면 $y=-\frac{1}{2}\times2=-1$
$\therefore$ B$(2, -1)$
따라서 삼각형 AOB의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\{6-(-1)\}\times2=7$

11 답 $-\frac{5}{6}$

점 A의 좌표를 $(12, b)(b<0)$라 하면 $B(0, b)$
이때 삼각형 OBA의 넓이가 60이므로
$\frac{1}{2}\times 12\times |b|=60$
$|b|=10$ $\quad \therefore b=-10 \ (\because b<0)$
따라서 $y=ax$에 $x=12, y=-10$을 대입하면
$-10=12a$ $\quad \therefore a=-\frac{5}{6}$

12 답 $\frac{1}{2}$

두 점 A, B는 $y=ax$의 그래프 위의 점이고 두 점 A, B의 x좌표가 각각 2, 4이므로 $A(2, 2a)$, $B(4, 4a)$
이때 사각형 APQB는 사다리꼴이고 그 넓이가 3이므로
$\frac{1}{2}\times(2a+4a)\times(4-2)=3$
$6a=3$ $\quad \therefore a=\frac{1}{2}$

13 답 4개

㉠ $y=50-x$
㉡ $y=\frac{6000}{x}$
㉢ 10분 동안 60 kcal를 소모하므로 1분 동안 $\frac{60}{10}=6$ (kcal)를 소모한다.
즉 x분 동안 $6x$ kcal를 소모하므로 $y=6x$
㉣ 자연수 x의 역수는 $\frac{1}{x}$이므로 $y=\frac{1}{x}$
㉤ $xy=30$이므로 $y=\frac{30}{x}$
㉥ $3\times 4=x\times y$이므로 $y=\frac{12}{x}$
따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ㉡, ㉣, ㉤, ㉥의 4개이다.

14 답 -2

y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$로 놓고
$x=2, y=6$을 대입하면 $6=\frac{a}{2}$ $\quad \therefore a=12$
따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{12}{x}$이다.
$y=\frac{12}{x}$에 $x=-6, y=A$를 대입하면
$A=\frac{12}{-6}=-2$
$y=\frac{12}{x}$에 $x=-3, y=B$를 대입하면
$B=\frac{12}{-3}=-4$
$y=\frac{12}{x}$에 $x=C, y=3$을 대입하면
$3=\frac{12}{C}$ $\quad \therefore C=4$
$\therefore A+B+C=-2+(-4)+4=-2$

15 답 54

그래프가 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선이고 점 $(3, 15)$를 지나므로
그래프의 식을 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$로 놓고, $x=3, y=15$를 대입하면
$15=\frac{a}{3}$ $\quad \therefore a=45$, 즉 $y=\frac{45}{x}$
$y=\frac{45}{x}$의 그래프가 점 $(-1, a)$를 지나므로
$a=\frac{45}{-1}=-45$
$y=\frac{45}{x}$의 그래프가 점 $(b, 5)$를 지나므로
$5=\frac{45}{b}$ $\quad \therefore b=9$
$\therefore b-a=9-(-45)=9+45=54$

16 답 ④

$xy=a$에서 $y=\frac{a}{x}$
① $y=\frac{a}{x}$에 $x=1, y=a$를 대입하면 $a=\frac{a}{1}$
즉 점 $(1, a)$를 지난다.
④ $a>0$일 때, 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

17 답 ⑤

그래프가 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선이고 점 $(-6, 2)$를 지나므로
그래프의 식을 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$로 놓고, $x=-6, y=2$를 대입하면
$2=\frac{a}{-6}$ $\quad \therefore a=-12$
따라서 그래프를 나타내는 식은 $y=-\frac{12}{x}$이다. (②)
① $y=-\frac{12}{x}$에 $x=-8, y=1$을 대입하면 $1\neq -\frac{12}{-8}$
즉 점 $(-8, 1)$을 지나지 않는다.
③ x의 값이 한없이 커져도 그래프는 x축과 만나지 않는다.
④ $\left|\frac{1}{4}\right|<|-12|$이므로 $y=\frac{1}{4x}$의 그래프보다 원점에서 멀다.
⑤ $y=-\frac{12}{x}$에 $x=4, y=k$를 대입하면 $k=-\frac{12}{4}=-3$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

18 답 ②, ⑤

① $y=ax$와 $y=\frac{a}{x}$의 그래프에서 제2사분면과 제4사분면을 지나는 것은 $a<0$일 때이므로 ㉠, ㉢, ㉤이다.
② $y=ax$와 $y=\frac{a}{x}$의 그래프에서 제1사분면과 제3사분면을 지나는 것은 $a>0$일 때이므로 ㉡, ㉣이다.
③ $y=\frac{a}{x}$의 그래프에서 a의 절댓값이 가장 작을 때 원점에 가장 가깝게 그려진다.

이때 $|-2|<|3|<|-5|$이므로 원점에 가장 가깝게 그려지는 그래프는 ㉢이다.

④ 원점을 지나는 그래프는 ㉠, ㉡이다.

⑤ 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하는 그래프는 $y=ax$의 그래프인 경우에는 $a>0$일 때이고, $y=\frac{a}{x}$의 그래프인 경우에는 $a<0$일 때이므로 ㉡, ㉢, ㉤이다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

19 답 ①

$y=\frac{a}{x}$의 그래프는 $a>0$이면 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a<0$이면 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
또 a의 절댓값이 작을수록 원점에 가깝다.
이때 $\left|-\frac{3}{2}\right|<|-4|$, $\left|\frac{1}{3}\right|<|2|<|5|$이므로
①의 그래프는 $y=-\frac{4}{x}$, ②의 그래프는 $y=-\frac{3}{2x}$, ③의 그래프는 $y=\frac{1}{3x}$, ④의 그래프는 $y=\frac{2}{x}$, ⑤의 그래프는 $y=\frac{5}{x}$이다.
따라서 그래프와 관계식이 바르게 짝 지어진 것은 ①이다.

20 답 12

두 점 A, C는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이고 두 점 A, C의 x좌표가 각각 3, -3이므로 $A\left(3, \frac{a}{3}\right)$, $C\left(-3, -\frac{a}{3}\right)$
이때 (선분 AB의 길이)$=3-(-3)=6$,
(선분 AD의 길이)$=\frac{a}{3}-\left(-\frac{a}{3}\right)=\frac{2}{3}a$
따라서 직사각형 ABCD의 넓이가 48이므로
$6\times\frac{2}{3}a=48$
$4a=48 \qquad \therefore a=12$

21 답 -10

점 C의 좌표를 $\left(k, \frac{a}{k}\right)(k>0)$라 하면 두 점 A, C는 원점에 대칭이므로 $A\left(-k, -\frac{a}{k}\right)$
이때 (선분 AD의 길이)$=k-(-k)=2k$,
(선분 AB의 길이)$=-\frac{a}{k}-\frac{a}{k}=-\frac{2a}{k}$
따라서 직사각형 ABCD의 넓이가 40이므로
$2k\times\left(-\frac{2a}{k}\right)=40$
$-4a=40 \qquad \therefore a=-10$

22 답 2

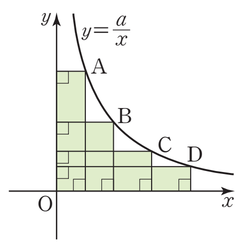
점 E는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 2이므로
$E\left(2, \frac{a}{2}\right)$

점 C는 $y=\frac{8}{x}$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 2이므로
$C(2, 4)$ ...... ❶
이때 직사각형 DOBE의 넓이는 $2\times\frac{a}{2}=a$,
직사각형 ADEC의 넓이는 $2\times\left(4-\frac{a}{2}\right)=8-a$ ...... ❷
따라서
(직사각형 ADEC의 넓이)$=3\times$(직사각형 DOBE의 넓이)
이므로 $8-a=3a$
$-4a=-8 \qquad \therefore a=2$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 두 점 C, E의 좌표 각각 구하기	30 %
❷ 직사각형 DOBE와 직사각형 ADEC의 넓이를 a를 사용하여 나타내기	40 %
❸ a의 값 구하기	30 %

100점 TIP

$y=\frac{a}{x}(x>0)$에서 x, y의 곱은 $xy=a$로 일정한다.
따라서 오른쪽 그림과 같이 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 어떤 점에서 x축, y축에 수선을 내려 직사각형을 그리더라도 $xy=a$이므로 그 넓이는 a로 일정함을 알 수 있다.



23 답 2

$y=-\frac{8}{x}$에 $x=2$, $y=b$를 대입하면
$b=-\frac{8}{2}=-4$, 즉 $A(2, -4)$
$y=ax$에 $x=2$, $y=-4$를 대입하면
$-4=2a \qquad \therefore a=-2$
$\therefore a-b=-2-(-4)=-2+4=2$

24 답 -5

$y=\frac{b}{x}$에 $x=-1$, $y=3$을 대입하면
$3=\frac{b}{-1} \qquad \therefore b=-3$, 즉 $y=-\frac{3}{x}$
$y=-\frac{3}{x}$에 $x=-3$, $y=m$을 대입하면
$m=-\frac{3}{-3}=1$
$y=ax$에 $x=-3$, $y=1$을 대입하면
$1=-3a \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x$
$y=-\frac{1}{3}x$에 $x=n$, $y=-2$를 대입하면
$-2=-\frac{1}{3}n \qquad \therefore n=6$
$\therefore m-n=1-6=-5$

25 답 64

점 A는 $y=ax$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 3이므로 A$(3, 3a)$
이때 삼각형 AOB의 넓이가 12이므로

$\frac{1}{2}\times3\times3a=12$

$\frac{9}{2}a=12 \qquad \therefore a=\frac{8}{3}$

따라서 A$(3, 8)$이므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=3$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{b}{3} \qquad \therefore b=24$

$\therefore ab=\frac{8}{3}\times24=64$

26 답 40번

두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌 때, 각 톱니바퀴에서 1분 동안 움직인 톱니의 수는 같으므로 $50\times20=x\times y$

$\therefore xy=1000$, 즉 $y=\frac{1000}{x}$

$y=\frac{1000}{x}$에 $x=25$를 대입하면

$y=\frac{1000}{25}=40$

따라서 톱니바퀴 B의 톱니의 수가 25일 때, 톱니바퀴 B는 1분 동안 40번 회전한다.

참고

(1분 동안 움직인 톱니의 수)=(톱니의 수)×(1분 동안의 회전 수)

27 답 ②, ⑤

$9\times20=x\times y$이므로 $xy=180$, 즉 $y=\frac{180}{x}$ (②, ③)

① y는 x에 반비례한다.

④ x의 값이 3배가 되면 y의 값은 $\frac{1}{3}$배가 된다.

⑤ $y=\frac{180}{x}$에 $y=12$를 대입하면

$12=\frac{180}{x} \qquad \therefore x=15$

즉 12일 동안 일을 하여 완성하려면 직원 15명이 필요하다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다

28 답 (1) $y=600x$ (2) 3000 m

(1) (거리)=(속력)×(시간)이고, 초음파가 반사될 때까지 걸린 시간은 $\frac{x}{2}$초이므로

$y=1200\times\frac{x}{2}=600x$

(2) $y=600x$에 $x=5$를 대입하면

$y=600\times5=3000$

따라서 반사된 지점의 수심은 3000 m이다.

29 답 (1) $y=\frac{3}{2}x$ (2) 12 L (3) 5시간

(1) x와 y 사이의 관계식을 $y=ax(a\neq0)$로 놓고

$x=30$, $y=45$를 대입하면

$45=30a \qquad \therefore a=\frac{3}{2}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{3}{2}x$이다. …… ❶

(2) 2시간은 120분이므로 $y=\frac{3}{2}x$에 $x=120$을 대입하면 $y=180$

즉 120분 동안 180 km를 달렸다.

이때 휘발유 1 L로 15 km를 달리므로 1 km를 달렸을 때 소비되는 휘발유의 양은 $\frac{1}{15}$ L이다.

따라서 180 km를 달릴 때 소비한 휘발유의 양은

$180\times\frac{1}{15}=12$ (L) …… ❷

(3) 소비한 휘발유의 양이 30 L일 때, 이 자동차가 달린 거리는

$15\times30=450$ (km)

$y=\frac{3}{2}x$에 $y=450$을 대입하면

$450=\frac{3}{2}x \qquad \therefore x=300$

따라서 이 자동차는 300분, 즉 5시간을 달렸다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ x와 y 사이의 관계식 구하기	20 %
❷ 2시간 동안 달렸을 때, 소비한 휘발유의 양 구하기	40 %
❸ 소비한 휘발유의 양이 30 L일 때, 자동차가 달린 시간 구하기	40 %

100점 TIP

(1) 이 자동차가 1분 동안 달린 거리는 $\frac{45}{30}=\frac{3}{2}$ (km)이다.

(2) 이 자동차가 1 km를 달리는 데 필요한 휘발유의 양은 $\frac{1}{15}$ L이다.

(3) 이 자동차가 1분 동안 달릴 때 필요한 휘발유의 양은

$\frac{3}{2}\times\frac{1}{15}=\frac{1}{10}$ (L)이다.

30 답 $\frac{7}{2}$

[전략] 사각형 POQB의 넓이는 직사각형 AOCB의 넓이에서 삼각형 AOP, 삼각형 QOC의 넓이를 뺀다.

B$(2, 3)$이므로 A$(0, 3)$, C$(2, 0)$이다.

점 P는 $y=3x$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 3이므로

$3=3x \qquad \therefore x=1$, 즉 P$(1, 3)$

점 Q는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 2이므로

$y=\frac{1}{2}\times2=1$, 즉 Q$(2, 1)$

따라서 사각형 POQB의 넓이는

(직사각형 AOCB의 넓이)−(삼각형 AOP의 넓이)

−(삼각형 QOC의 넓이)

$=2\times3-\frac{1}{2}\times1\times3-\frac{1}{2}\times2\times1$

$=6-\frac{3}{2}-1=\frac{7}{2}$

31 답 $\frac{1}{4}$

점 A는 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 6이므로

$6=\frac{3}{2}x \quad \therefore x=4$, 즉 A$(4, 6)$

이때 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 4이므로

B$(4, 2)$, C$(8, 2)$

따라서 점 C$(8, 2)$는 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

$2=8a \quad \therefore a=\frac{1}{4}$

32 답 D$(6, 6)$

[전략] 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 a라 할 때, 세 점 B, C, D의 좌표를 a를 사용하여 나타낸다.

점 A는 $y=3x$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 2이므로

$y=3\times2=6$, 즉 A$(2, 6)$

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 a라 하면

B$(2, 6-a)$, C$(2+a, 6-a)$, D$(2+a, 6)$

점 C$(2+a, 6-a)$는 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프 위의 점이므로

$6-a=\frac{1}{3}(2+a)$, $18-3a=2+a$

$-4a=-16 \quad \therefore a=4$

따라서 점 D의 좌표는 D$(6, 6)$이다.

33 답 -2

점 A(a, b)는 $y=-\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로

$b=-\frac{1}{2}a$

이때 점 D의 y좌표는 $-\frac{1}{2}a$이고 점 D가 $y=x$의 그래프 위의 점이므로 D$\left(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a\right)$

한편 선분 AD의 길이가 6이므로 $-\frac{1}{2}a-a=6$

$-\frac{3}{2}a=6 \quad \therefore a=-4$

$b=-\frac{1}{2}a$에 $a=-4$를 대입하면 $b=-\frac{1}{2}\times(-4)=2$

$\therefore a+b=-4+2=-2$

주의

A(a, b), D$\left(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a\right)$에서 $a<0$이고 $-\frac{1}{2}a>0$이므로

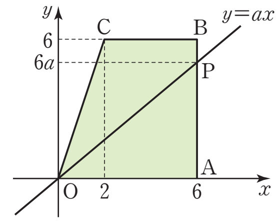
선분 AD의 길이는 $-\frac{1}{2}a-a=-\frac{3}{2}a$이다.

선분 AD의 길이를 $a-\left(-\frac{1}{2}a\right)=\frac{3}{2}a$로 구하지 않도록 주의한다.

34 답 $\frac{5}{6}$

[전략] $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점의 좌표를 이용한다.

사다리꼴 OABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\{(6-2)+6\}\times6=30$



이때 $y=ax$의 그래프와 선분 AB가 만나는 점을 P라 하면 P$(6, 6a)$이므로 삼각형 OAP의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times6a=18a$

따라서

(삼각형 OAP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 OABC의 넓이)

이므로

$18a=\frac{1}{2}\times30 \quad \therefore a=\frac{5}{6}$

100점 TIP

$y=ax$의 그래프가 점 B$(6, 6)$을 지나는 경우 삼각형 OAB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times6=18$이므로

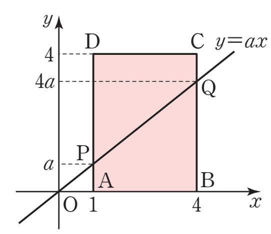
(삼각형 OAB의 넓이)$>\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 OABC의 넓이)

따라서 $y=ax$의 그래프가 사다리꼴 OABC의 넓이를 이등분하려면 두 점 A, B 사이에서 선분 AB와 만나야 한다.

35 답 $\frac{4}{5}$

사각형 ABCD는 직사각형이므로 사각형 ABCD의 넓이는

$(4-1)\times4=12$



이때 $y=ax$의 그래프가 두 선분 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 P$(1, a)$, Q$(4, 4a)$이므로 사다리꼴 PABQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(a+4a)\times(4-1)=\frac{15}{2}a$

따라서 (사다리꼴 PABQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

이므로 $\frac{15}{2}a=\frac{1}{2}\times12 \quad \therefore a=\frac{4}{5}$

36 답 $y=2x$

점 A는 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 -4이므로

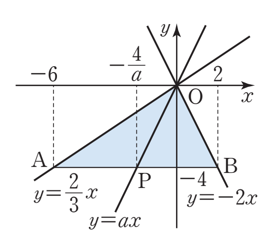
$-4=\frac{2}{3}x \quad \therefore x=-6$, 즉 A$(-6, -4)$

점 B는 $y=-2x$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 -4이므로

$-4=-2x \quad \therefore x=2$, 즉 B$(2, -4)$ ······ ❶

삼각형 OAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{2-(-6)\}\times4=16$ ······ ❷



오른쪽 그림과 같이 삼각형 OAB의 넓이를 이등분하는 정비례 관계의 그래프를 나타내는 식을 $y=ax(a\neq0)$라 하고 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면

P$\left(-\frac{4}{a}, -4\right)$ ······ ❸

삼각형 OPB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left\{2-\left(-\frac{4}{a}\right)\right\}\times4=4+\frac{8}{a}$

이때 (삼각형 OPB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 OAB의 넓이)이므로

$4+\frac{8}{a}=\frac{1}{2}\times16$, $\frac{8}{a}=4$ $\qquad\therefore a=2$

따라서 구하는 식은 $y=2x$이다. …… ④

채점 기준	비율
① 두 점 A, B의 좌표 각각 구하기	20 %
② 삼각형 OAB의 넓이 구하기	30 %
③ 구하는 식을 $y=ax$라 할 때, $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점의 좌표를 a를 사용하여 나타내기	20 %
④ 조건을 만족하는 정비례 관계의 그래프를 나타내는 식 구하기	30 %

참고

점 P의 y좌표가 -4이므로 $y=ax$에 $y=-4$를 대입하면

$-4=ax$ $\qquad\therefore x=-\frac{4}{a}$, 즉 $\mathrm{P}\left(-\frac{4}{a}, -4\right)$

37 답 10

두 점 A, B는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$\mathrm{A}\left(2, \frac{a}{2}\right)$, $\mathrm{B}\left(5, \frac{a}{5}\right)$

이때 두 점 A, B의 y좌표의 차가 3이므로

$\frac{a}{2}-\frac{a}{5}=3$, $\frac{3}{10}a=3$ $\qquad\therefore a=10$

38 답 A(2, 3)

$y=\frac{a}{x}$에 $y=3$을 대입하면 $3=\frac{a}{x}$ $\qquad\therefore x=\frac{a}{3}$

$\therefore \mathrm{A}\left(\frac{a}{3}, 3\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $y=2$를 대입하면 $2=\frac{a}{x}$ $\qquad\therefore x=\frac{a}{2}$

$\therefore \mathrm{B}\left(\frac{a}{2}, 2\right)$

이때 두 점 A, B의 x좌표의 차가 1이므로

$\frac{a}{2}-\frac{a}{3}=1$, $\frac{1}{6}a=1$ $\qquad\therefore a=6$

따라서 점 A의 좌표는 A(2, 3)이다.

39 답 9

두 점 A, C는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이고 두 점 A, C의 x좌표가 각각 2, 6이므로

$\mathrm{A}\left(2, \frac{a}{2}\right)$, $\mathrm{C}\left(6, \frac{a}{6}\right)$

직사각형 ABCD의 넓이가 12이므로

$(6-2)\times$(선분 AB의 길이)$=12$

$\therefore$ (선분 AB의 길이)$=3$

이때 점 B의 y좌표가 점 C의 y좌표와 같으므로

두 점 A, C의 y좌표의 차는 3이다. 즉

$\frac{a}{2}-\frac{a}{6}=3$, $\frac{1}{3}a=3$ $\qquad\therefore a=9$

40 답 10

$y=\frac{16}{x}$에서 y가 정수이려면 $|x|$는 16의 약수이어야 하므로

$|x|=1, 2, 4, 8, 16$

$\therefore x=1, 2, 4, 8, 16, -1, -2, -4, -8, -16$

따라서 구하는 점의 좌표는

$(1, 16)$, $(2, 8)$, $(4, 4)$, $(8, 2)$, $(16, 1)$, $(-1, -16)$, $(-2, -8)$, $(-4, -4)$, $(-8, -2)$, $(-16, -1)$

의 10개이다.

100점 TIP

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 위의 점 (x, y) 중에서 x좌표, y좌표가 모두 정수인 점

➡ x좌표는 $\pm(|a|$의 약수$)$이어야 한다.

41 답 16

$y=\frac{a}{x}$에 $x=3$, $y=-8$을 대입하면

$-8=\frac{a}{3}$ $\qquad\therefore a=-24$, 즉 $y=-\frac{24}{x}$

$y=-\frac{24}{x}$에서 y가 정수이려면 $|x|$는 24의 약수이어야 하므로

$|x|=1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$

$\therefore x=1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, -1, -2, -3, -4, -6, -8, -12, -24$

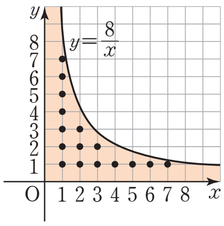
따라서 구하는 점의 좌표는

$(1, -24)$, $(2, -12)$, $(3, -8)$, $(4, -6)$, $(6, -4)$, $(8, -3)$, $(12, -2)$, $(24, -1)$, $(-1, 24)$, $(-2, 12)$, $(-3, 8)$, $(-4, 6)$, $(-6, 4)$, $(-8, 3)$, $(-12, 2)$, $(-24, 1)$

의 16개이다.

42 답 16

제1사분면 위의 $y=\frac{8}{x}$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점은 오른쪽 그림과 같다.



$x=1$일 때, $y=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$의 7개

$x=2$일 때, $y=1, 2, 3$의 3개

$x=3$일 때, $y=1, 2$의 2개

$x=4$일 때, $y=1$의 1개

$x=5$일 때, $y=1$의 1개

$x=6$일 때, $y=1$의 1개

$x=7$일 때, $y=1$의 1개

따라서 구하는 점의 개수는

$7+3+2+1+1+1+1=16$

43 답 48

[전략] 먼저 점 A의 좌표를 구한 후 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 이용하여 점 D의 좌표를 구한다.

정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 6이므로 점 A의 y좌표는 6이다.
$y=3x$에 $y=6$을 대입하면
$6=3x \quad \therefore x=2$, 즉 $A(2, 6)$
따라서 $D(8, 6)$이고, 점 D는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로
$6=\frac{a}{8} \quad \therefore a=48$

44 답 8

점 A는 $y=2x$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 4이므로
$y=2x$에 $x=4$를 대입하면 $y=2\times4=8$
$\therefore A(4, 8)$
정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 4이므로
$B(4, 4)$, $C(8, 4)$
점 $B(4, 4)$는 $y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점이므로
$4=\frac{b}{4} \quad \therefore b=16$
점 $C(8, 4)$는 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로
$4=8a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$
$\therefore ab=\frac{1}{2}\times16=8$

45 답 $\frac{1}{2}$

직사각형 ABCD에서 (선분 AD의 길이)$=2-(-2)=4$이고
(선분 AD의 길이) : (선분 AB의 길이)$=4:1$이므로
4 : (선분 AB의 길이)$=4:1$
$\therefore$ (선분 AB의 길이)$=1$
이때 $A(-2, -2a)$이므로 $B(-2, -2a-1)$이다.
한편 $C(2, -4a)$이고 점 B의 y좌표는 점 C의 y좌표와 같으므로
$-2a-1=-4a$
$2a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

참고
점 A는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 -2이므로 $y=ax$에 $x=-2$를 대입하면
$y=a\times(-2)=-2a \quad \therefore A(-2, -2a)$
점 C는 반비례 관계 $y=-\frac{8a}{x}$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 2이므로 $y=-\frac{8a}{x}$에 $x=2$를 대입하면
$y=-\frac{8a}{2}=-4a \quad \therefore C(2, -4a)$

46 답 ①, ④

[전략] 그래프를 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 세운다.

A, B의 그래프의 식을 각각 $y=ax(a\neq0)$, $y=bx(b\neq0)$라 하자.
$y=ax$에 $x=2$, $y=120$을 대입하면
$120=2a \quad \therefore a=60$
따라서 A의 그래프의 식은 $y=60x$이다. (⑤)
$y=bx$에 $x=3$, $y=120$을 대입하면
$120=3b \quad \therefore b=40$
따라서 B의 그래프의 식은 $y=40x$이다.

① (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이므로 A의 속력은 $\frac{120}{2}=60$, 즉 분속 60 m이고 B의 속력은 $\frac{120}{3}=40$, 즉 분속 40 m이다.
즉 B가 A보다 걸어가는 속력이 느리다.
② $y=60x$에 $x=5$를 대입하면 $y=60\times5=300$
$y=40x$에 $x=5$를 대입하면 $y=40\times5=200$
즉 5분 동안 200 m를 걸어간 사람은 B이다.
③ $y=60x$에 $y=2400$을 대입하면
$2400=60x \quad \therefore x=40$
$y=40x$에 $y=2400$을 대입하면
$2400=40x \quad \therefore x=60$
즉 도서관에 도착하는 데 걸린 시간이 A는 40분, B는 60분이므로 A는 B보다 20분 일찍 도서관에 도착한다.
④ $y=60x$에 $x=15$를 대입하면 $y=60\times15=900$
$y=40x$에 $x=15$를 대입하면 $y=40\times15=600$
즉 출발한 지 15분 지났을 때 걸어간 거리가 A는 900 m, B는 600 m이므로 그 차는 $900-600=300$ (m)

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

47 답 9분

A, B의 그래프의 식을 각각 $y=ax(a\neq0)$, $y=bx(b\neq0)$라 하자.
$y=ax$에 $x=4$, $y=136$을 대입하면
$136=4a \quad \therefore a=34$
즉 A의 그래프의 식은 $y=34x$이다.
$y=bx$에 $x=4$, $y=200$을 대입하면
$200=4b \quad \therefore b=50$
즉 B의 그래프의 식은 $y=50x$이다.
A, B 두 프린터를 동시에 사용하여 x분 동안 인쇄하는 쪽수를 y라 할 때, x와 y 사이의 관계식은 $y=34x+50x=84x$
A, B 두 프린터를 동시에 사용하여 756쪽을 인쇄하므로
$y=84x$에 $y=756$을 대입하면
$756=84x \quad \therefore x=9$
따라서 756쪽을 인쇄하는 데 9분이 걸린다.

48 답 (1) $y=\frac{2}{3}x$ (2) 18번

(1) 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수를 각각 $2k$, $3k(k>0)$라 하자.
$2k\times x=3k\times y$이므로 $y=\frac{2}{3}x$

(2) $y=\frac{2}{3}x$에 $y=12$를 대입하면

$12=\frac{2}{3}x \qquad \therefore x=18$

따라서 1분 동안 톱니바퀴 B가 12번 회전할 때, 톱니바퀴 A는 18번 회전한다.

49 답 (1) $y=\frac{15}{2}x$ (2) 6초

(1) 점 P는 변 BC 위를 2초에 3 cm씩 움직이므로 1초에 $\frac{3}{2}$ cm씩 움직인다.

따라서 x초 후의 선분 BP의 길이는 $\frac{3}{2}x$ cm이므로

$y=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}x\times10=\frac{15}{2}x$ …… ❶

(2) $y=\frac{15}{2}x$에 $y=45$를 대입하면

$45=\frac{15}{2}x \qquad \therefore x=6$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 45 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 6초 후이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
❷ 삼각형 ABP의 넓이가 45 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 몇 초 후인지 구하기	50 %

적중 & 심화 실전 TEST

137쪽~141쪽

01 답 ②, ④

㉠ $xy=200$이므로 $y=\frac{200}{x}$ (①) ➡ 반비례

㉡ $2(x+y)=20$이므로 $x+y=10 \qquad \therefore y=10-x$

㉢ (거리)=(속력)×(시간)이고 1시간 20분은 $1\frac{20}{60}=\frac{4}{3}$(시간)이므로 $y=\frac{4}{3}x$ (②) ➡ 정비례

㉣ 시계의 분침은 1분 동안 6° 회전하므로 $y=6x$ ➡ 정비례

㉤ $\frac{1}{2}xy=30$이므로 $y=\frac{60}{x}$ ➡ 반비례

③ $y=\frac{60}{x}$에 $x=4$를 대입하면 $y=\frac{60}{4}=15$

④ y가 x에 정비례하는 것은 ㉢, ㉣이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

02 답 ②, ⑤

주어진 그래프는 원점과 점 $(-6, 8)$을 지나는 직선이므로 그래프의 식을 $y=ax(a\neq0)$로 놓고, $x=-6$, $y=8$을 대입하면

$8=-6a \qquad \therefore a=-\frac{4}{3}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=-\frac{4}{3}x$이다. (①)

② $y=-\frac{4}{3}x$에 $x=9$, $y=-12$를 대입하면

$-12=-\frac{4}{3}\times9$

즉 점 $(9, -12)$를 지난다.

③ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

④ $y=-\frac{4}{3}x$에 $y=-4$를 대입하면

$-4=-\frac{4}{3}x \qquad \therefore x=3$

⑤ $y=ax$에서 a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.

이때 $\left|\frac{1}{2}\right|<\left|-\frac{4}{3}\right|$이므로 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프보다 y축에 가깝다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

03 답 4

$y=ax$에 $x=-6$, $y=-4$를 대입하면

$-4=-6a \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$, 즉 $y=\frac{2}{3}x$

$y=bx$에 $x=2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=2b \qquad \therefore b=-2$, 즉 $y=-2x$

$y=\frac{2}{3}x$에 $y=2$를 대입하면

$2=\frac{2}{3}x \qquad \therefore x=3$

$\therefore$ B$(3, 2)$

$y=-2x$에 $y=2$를 대입하면

$2=-2x \qquad \therefore x=-1$

$\therefore$ C$(-1, 2)$

따라서 삼각형 COB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times2=4$

04 답 $\frac{2}{5}$

$y=2x$에 $x=5$를 대입하면 $y=2\times5=10$

$\therefore$ A$(5, 10)$

$y=ax$에 $x=5$를 대입하면 $y=5a$

$\therefore$ B$(5, 5a)$

따라서 삼각형 AOB의 넓이가 20이므로

$\frac{1}{2}\times(10-5a)\times5=20$

$10-5a=8$, $-5a=-2$

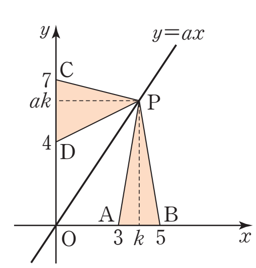
$\therefore a=\frac{2}{5}$

05 답 $\frac{3}{2}$

점 P의 좌표를 $(k, ak)(k>0)$라 하면 삼각형 PAB의 넓이와 삼각형 PCD의 넓이가 같으므로

$\frac{1}{2}\times(5-3)\times ak=\frac{1}{2}\times(7-4)\times k$

$\therefore a=\frac{3}{2}$



06 답 제2사분면, 제4사분면

조건 (가)에서 $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$
조건 (나)에서 $b-a<0$이므로 $a>0$, $b<0$
조건 (다)에서 $|a|<|b|$이므로 $a+b<0$
따라서 반비례 관계 $y=\frac{a+b}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

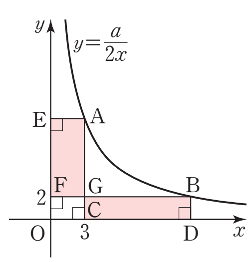
07 답 ③

① $a>0$이면 $y=ax$의 그래프는 제1, 3사분면을 지난다.
② $b<0$이면 $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 제2, 4사분면을 지난다.
④ $a<0$, $b>0$이면 $y=ax$의 그래프는 제2, 4사분면을 지나고 $y=bx$의 그래프는 제1, 3사분면을 지나므로 두 그래프는 만나지 않는다.
⑤ $y=ax$의 그래프는 원점을 직선이고, $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

08 답 26

$y=\frac{a}{2x}$에 $x=3$을 대입하면 $y=\frac{a}{6}$
$\therefore$ A$\left(3, \frac{a}{6}\right)$
$y=\frac{a}{2x}$에 $y=2$를 대입하면 $2=\frac{a}{2x}$ $\qquad\therefore x=\frac{a}{4}$
$\therefore$ B$\left(\frac{a}{4}, 2\right)$
따라서 색칠한 부분의 넓이의 합이 14이므로
$\left(3\times\frac{a}{6}-3\times2\right)+\left(\frac{a}{4}\times2-3\times2\right)=14$
$a-12=14$ $\qquad\therefore a=26$

다른 풀이



$y=\frac{a}{2x}$의 그래프 위의 어떤 점에서든 x축, y축에 수선을 내려 직사각형을 만들면 그 직사각형의 넓이는 $xy=\frac{a}{2}$로 일정하다.
$\therefore$ (직사각형 AEOC의 넓이)
$\quad$+(직사각형 BFOD의 넓이)
$\quad$$-2\times$(직사각형 FOCG의 넓이)
$\quad=\frac{a}{2}+\frac{a}{2}-2\times(3\times2)=a-12$
따라서 색칠한 부분의 넓이의 합이 14이므로
$a-12=14$ $\qquad\therefore a=26$

09 답 8

$y=-\frac{4}{x}$에 $x=-2a$를 대입하면 $y=-\frac{4}{-2a}=\frac{2}{a}$
$\therefore$ A$\left(-2a, \frac{2}{a}\right)$
$y=-\frac{4}{x}$에 $x=2a$를 대입하면 $y=-\frac{4}{2a}=-\frac{2}{a}$
$\therefore$ C$\left(2a, -\frac{2}{a}\right)$
이때
(선분 AB의 길이)$=\frac{2}{a}$
(선분 BD의 길이)$=2a-(-2a)=4a$
(선분 CD의 길이)$=\frac{2}{a}$
따라서 삼각형 ABD와 삼각형 BCD는 모두 밑변의 길이가 $4a$, 높이가 $\frac{2}{a}$이므로
(사각형 ABCD의 넓이)$=2\times$(삼각형 ABD의 넓이)
$\qquad\qquad=2\times\left(\frac{1}{2}\times4a\times\frac{2}{a}\right)=8$

10 답 4

점 A는 $y=ax$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 2이므로
A$(2, 2a)$
이때 삼각형 ABC의 넓이가 10이므로
$\frac{1}{2}\times2a\times\{2-(-2)\}=10$
$4a=10$ $\qquad\therefore a=\frac{5}{2}$, 즉 A$(2, 5)$
점 A$(2, 5)$가 $y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점이므로
$5=\frac{b}{2}$ $\qquad\therefore b=10$
$\therefore \frac{b}{a}=b\div a=10\div\frac{5}{2}=10\times\frac{2}{5}=4$

11 답 1

[전략] 먼저 점 A의 좌표를 구한 후 점 A의 y좌표를 이용하여 점 P의 좌표를 구한다.

$y=\frac{16}{x}$에 $x=8$을 대입하면 $y=\frac{16}{8}=2$
$\therefore$ A$(8, 2)$, P$(0, 2)$
이때 점 P가 매초 2만큼씩 화살표 방향으로 움직이므로 3초 후 점 P의 y좌표는 $2+2\times3=8$
또 점 B의 y좌표도 8이므로 $y=\frac{16}{x}$에 $y=8$을 대입하면
$8=\frac{16}{x}$ $\qquad\therefore x=2$
$\therefore$ B$(2, 8)$
점 A$(8, 2)$가 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로
$2=8a$ $\qquad\therefore a=\frac{1}{4}$
점 B$(2, 8)$이 $y=bx$의 그래프 위의 점이므로
$8=2b$ $\qquad\therefore b=4$
$\therefore ab=\frac{1}{4}\times4=1$

12 답 450

[전략] 철사 1 m의 가격을 구한다.

철사 2 m의 무게가 180 g이므로 철사 1 m의 무게는 90 g이고, 철사의 가격이 300 g당 500원이므로 철사 1 g의 가격은 $\frac{5}{3}$원이다.

따라서 철사 1 m의 가격은 $90\times\frac{5}{3}=150$(원)이므로 철사 x m의 가격은 $150x$원이다.

$\therefore y=150x$, 즉 $a=150$ …… ❶

$y=150x$에 $x=2$를 대입하면 $y=150\times2=300$

$\therefore \mathrm{P}(2, 300)$

점 $\mathrm{P}(2, 300)$은 $y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$300=\frac{b}{2}$ $\therefore b=600$ …… ❷

$\therefore b-a=600-150=450$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	50 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $b-a$의 값 구하기	10 %

13 답 $\mathrm{B}\left(\frac{18}{5}, \frac{24}{5}\right)$

두 점 A, B의 x좌표를 a라 하면 점 A는 $y=3x$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{A}(a, 3a)$

정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 6이므로 $\mathrm{B}(a, 3a-6)$

이때 $\mathrm{C}(a+6, 3a-6)$이고 점 C는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로 $3a-6=\frac{1}{2}(a+6)$

$6a-12=a+6$, $5a=18$

$\therefore a=\frac{18}{5}$

따라서 $3a-6=3\times\frac{18}{5}-6=\frac{24}{5}$이므로

$\mathrm{B}\left(\frac{18}{5}, \frac{24}{5}\right)$

14 답 $-\frac{5}{2}$

$y=\frac{5}{3}x$에 $y=10$을 대입하면 $10=\frac{5}{3}x$

$\therefore x=6$, 즉 $\mathrm{A}(6, 10)$

이때 선분 AP의 길이는 10이고

(선분 AP의 길이) : (선분 BP의 길이)$=2:3$이므로

10 : (선분 BP의 길이)$=2:3$

$2\times$(선분 BP의 길이)$=30$ $\therefore$ (선분 BP의 길이)$=15$

즉 $\mathrm{B}(6, -15)$이므로 $y=ax$에 $x=6$, $y=-15$를 대입하면

$-15=6a$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$

다른 풀이

$y=\frac{5}{3}x$에 $y=10$을 대입하면 $10=\frac{5}{3}x$

$\therefore x=6$, 즉 $\mathrm{A}(6, 10)$

이때 점 B의 x좌표는 6이고 점 B는 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{B}(6, 6a)$

따라서 (선분 AP의 길이) : (선분 BP의 길이)$=2:3$이므로

$10:-6a=2:3$

$-12a=30$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$

15 답 12

두 점 A, C의 x좌표를 a라 하면 점 A는 $y=\frac{5}{2}x$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{A}\left(a, \frac{5}{2}a\right)$

점 C는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{C}\left(a, \frac{1}{2}a\right)$

이때 선분 AC의 길이가 6이므로 $\frac{5}{2}a-\frac{1}{2}a=6$

$2a=6$ $\therefore a=3$

점 B의 y좌표가 $\frac{5}{2}a=\frac{5}{2}\times3=\frac{15}{2}$이므로

$y=\frac{1}{2}x$에 $y=\frac{15}{2}$를 대입하면 $\frac{15}{2}=\frac{1}{2}x$

$\therefore x=15$, 즉 $\mathrm{B}\left(15, \frac{15}{2}\right)$

따라서 선분 AB의 길이는 $15-3=12$

16 답 $\frac{2}{3}$

직사각형 ABCD의 넓이는 $(7-5)\times(8-2)=12$

이때 사다리꼴 AEFD의 넓이가 사다리꼴 BCFE의 넓이의 2배이므로 직사각형 ABCD의 넓이는 사다리꼴 BCFE의 넓이의 3배이다.

$\therefore$ (사다리꼴 BCFE의 넓이)$=\frac{1}{3}\times12=4$

두 점 E, F는 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로 $\mathrm{E}(5, 5a)$, $\mathrm{F}(7, 7a)$

따라서 사다리꼴 BCFE의 넓이가 4이므로

$\frac{1}{2}\times\{(5a-2)+(7a-2)\}\times(7-5)=4$

$12a-4=4$, $12a=8$

$\therefore a=\frac{2}{3}$

17 답 $\frac{5}{3}$

점 A는 $y=4x$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 12이므로

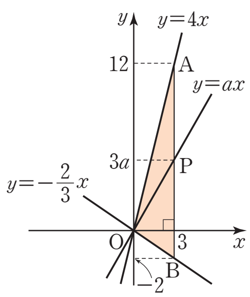
$12=4x$ $\therefore x=3$, 즉 $\mathrm{A}(3, 12)$

점 B는 $y=-\frac{2}{3}x$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 3이므로

$y=-\frac{2}{3}\times3=-2$ $\therefore \mathrm{B}(3, -2)$

이때 (삼각형 AOB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{12-(-2)\}\times3=21$

오른쪽 그림과 같이 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면



P$(3, 3a)$

따라서

(삼각형 AOP의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times(12-3a)\times3=\frac{1}{2}\times21$

$12-3a=7$, $-3a=-5$

$\therefore a=\frac{5}{3}$

18 답 $y=5x$

$y=\frac{a}{x}$에 $y=10$을 대입하면 $10=\frac{a}{x}$

$\therefore x=\frac{a}{10}$, 즉 $\mathrm{P}\left(\frac{a}{10}, 10\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $y=4$를 대입하면 $4=\frac{a}{x}$

$\therefore x=\frac{a}{4}$, 즉 $\mathrm{Q}\left(\frac{a}{4}, 4\right)$

점 P가 점 Q로 이동하는 동안 x좌표는 3만큼 증가하므로 두 점 P, Q의 x좌표의 차는 3이다.

즉 $\frac{a}{4}-\frac{a}{10}=3$이므로 $\frac{3}{20}a=3$　　$\therefore a=20$

P$(2, 10)$이므로 점 P와 원점을 지나는 정비례 관계의 그래프의 식을 $y=bx(b\neq0)$로 놓고, $x=2$, $y=10$을 대입하면

$10=2b$　　$\therefore b=5$

따라서 구하는 식은 $y=5x$이다.

19 답 58

[전략] 먼저 주어진 그래프가 점 $(2, 6)$을 지남을 이용하여 그래프의 식을 구한다.

그래프가 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선이고 점 $(2, 6)$을 지나므로 그래프의 식을 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$로 놓고, $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{a}{2}$　　$\therefore a=12$, 즉 $y=\frac{12}{x}$

제1사분면 위의 $y=\frac{12}{x}$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$x=1$일 때, $y=1, 2, 3, \cdots, 11$의 11개

$x=2$일 때, $y=1, 2, 3, 4, 5$의 5개

$x=3$일 때, $y=1, 2, 3$의 3개

$x=4$일 때, $y=1, 2$의 2개

$x=5$일 때, $y=1, 2$의 2개

$x=6, 7, 8, 9, 10, 11$일 때, $y=1$의 각각 1개씩

이므로 점의 개수는

$11+5+3+2+2+1\times6=29$

같은 방법으로 제3사분면 위에 있는 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수도 29이므로 구하는 점의 개수는

$29\times2=58$

20 답 17

[전략] 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선임을 이용한다.

$y=\frac{a}{x}$에서 a는 자연수이므로 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면 위에 그려진다.

이때 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선이므로 제1사분면에서 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은 2개이어야 한다.

즉 $y=\frac{a}{x}(x>0)$의 그래프 위의 점 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 x좌표는 a의 약수이고 a의 약수의 개수가 2이어야 하므로 a는 소수이다.

따라서 a는 10 이하의 자연수 중 소수이므로 a의 값은 2, 3, 5, 7이고 그 합은

$2+3+5+7=17$

21 답 8

점 B의 x좌표를 k라 하면 점 B는 $y=-2x$의 그래프 위의 점이므로 B$(k, -2k)$

이때 정사각형 ABCD의 넓이가 16이므로 한 변의 길이는 4이다.

따라서 C$(k+4, -2k)$이고 점 C는 $y=2x$의 그래프 위의 점이므로

$-2k=2(k+4)$, $-2k=2k+8$

$-4k=8$　　$\therefore k=-2$

즉 C$(2, 4)$이고 점 C는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$4=\frac{a}{2}$　　$\therefore a=8$

22 답 4

직사각형 ABCD에서 (선분 AD의 길이)$=3-(-3)=6$이고

(선분 AD의 길이) : (선분 AB의 길이)$=3:2$이므로

$6:$(선분 AB의 길이)$=3:2$

$3\times$(선분 AB의 길이)$=12$

$\therefore$ (선분 AB의 길이)$=4$

이때 점 A는 $y=-\frac{12a}{x}$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 -3이므로

$y=-\frac{12a}{-3}=4a$　　$\therefore$ A$(-3, 4a)$

따라서 점 B의 y좌표가 $4a-4$이므로 점 C의 y좌표도 $4a-4$이다.

즉 점 C$(3, 4a-4)$가 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

$4a-4=3a$　　$\therefore a=4$

23 답 120분

A 기계와 B 기계의 그래프의 식을 각각 $y=ax(a\neq 0)$, $y=bx(b\neq 0)$라 하자.

A 기계 : $y=ax$에 $x=20$, $y=30$을 대입하면

$30=20a \quad \therefore a=\frac{3}{2}$, 즉 $y=\frac{3}{2}x$

B 기계 : $y=bx$에 $x=20$, $y=40$을 대입하면

$40=20b \quad \therefore b=2$, 즉 $y=2x$

두 기계 A, B를 동시에 가동하여 x분 동안 만들어지는 장난감의 개수를 y라 하면

$y=\frac{3}{2}x+2x=\frac{7}{2}x$

$y=\frac{7}{2}x$에 $y=420$을 대입하면

$420=\frac{7}{2}x \quad \therefore x=120$

따라서 두 기계 A, B를 동시에 가동하여 장난감 420개를 만드는 데 걸리는 시간은 120분이다.

24 답 ②, ④

주어진 그래프가 모두 원점을 지나는 직선이므로 A, B, C, D의 그래프의 식은 모두 $y=ax(a\neq 0)$의 꼴이다.

① A의 그래프가 점 $(80, 600)$을 지나므로 $y=ax$에 대입하면

$600=80a \quad \therefore a=\frac{15}{2}$

즉 A의 그래프의 식은 $y=\frac{15}{2}x$이다.

② 200 m를 40초 동안 달린 학생은 C이다.

③ 학생 C는 120초 동안 600 m를 달리므로 학생 C의 속력은 $\frac{600}{120}=5$, 즉 초속 5 m이다.

④ 달리는 속력이 가장 빠른 학생은 그래프가 가장 가파른 A이다.

⑤ 학생 B는 160초 동안 1000 m, 학생 C는 160초 동안 800 m를 달렸으므로 달린 거리의 차는 $1000-800=200$ (m)

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

참고

A, B, C, D의 속력을 각각 구하면 다음과 같다.

A의 속력은 $\frac{600}{80}=\frac{15}{2}$, 즉 초속 $\frac{15}{2}$ m

B의 속력은 $\frac{1000}{160}=\frac{25}{4}$, 즉 초속 $\frac{25}{4}$ m

C의 속력은 $\frac{600}{120}=5$, 즉 초속 5 m

D의 속력은 $\frac{800}{200}=4$, 즉 초속 4 m

따라서 A의 속력이 가장 빠르다는 것을 알 수 있다.

25 답 (1) 10 (2) $y=40x$ (3) 15대

(1) 8시간 동안 기계 5대로 400개의 상품을 만들므로 1시간 동안 기계 5대로는 $400\div 8=50$(개)의 상품을 만들고, 1시간 동안 기계 1대로는 $50\div 5=10$(개)의 상품을 만들 수 있다. …… ❶

(2) 4시간 동안 기계 1대로 $10\times 4=40$(개)의 상품을 만들 수 있으므로 4시간 동안 기계 x대로 $40x$개의 상품을 만들 수 있다.

$\therefore y=40x$ …… ❷

(3) $y=40x$에 $y=600$을 대입하면

$600=40x \quad \therefore x=15$

따라서 600개의 상품을 4시간 만에 만들려면 15대의 기계가 필요하다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 1대의 기계로 1시간에 만들 수 있는 상품의 개수 구하기	40 %
❷ x와 y 사이의 관계식 구하기	30 %
❸ 600개의 상품을 4시간 만에 만들려면 몇 대의 기계가 필요한지 구하기	30 %

학교 시험 최상위 기출 도전 142쪽~144쪽

01 답 ④

[전략] 먼저 28을 소인수분해하여 주어진 조건을 모두 만족하는 a, b, c의 값을 각각 구해 본다.

조건 (나)에서 $28=2^2\times 7$이므로 $a\times b\times c=-2^2\times 7$

조건 (가), (다)에 의하여

$a=-2$, $b=2$, $c=7$ 또는 $a=2$, $b=-2$, $c=7$

① $a^2-c=4-7=-3$

② $\frac{a}{b}-c=-1-7=-8$

③ $a+b=0$, $c=7$이므로 점 $(0, 7)$은 y축 위의 점이다.

④ $a=2$ 또는 $a=-2$이고 $c=7$이므로 점 (a, c)는 제1사분면 또는 제2사분면 위의 점이다.

⑤ $ab=-4$, $c=7$이므로 점 $(-4, 7)$은 제2사분면 위의 점이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 답 제2사분면

[전략] 제2사분면 위의 점은 (x좌표)<0, (y좌표)>0임을 이용한다.

$ab>0$이면 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$

점 $A(a+b, bcd)$는 제2사분면 위의 점이므로

$a+b<0$, $bcd>0$

이때 $a+b<0$이므로 $a<0$, $b<0$

$bcd>0$이고 $b<0$이므로 $cd<0$

또 $a^2+1>0$이고 점 $B(3+e, a^2+1)$은 어느 사분면에도 속하지 않으므로 $3+e=0 \quad \therefore e=-3$

따라서 $a<0$, $b<0$이고 $|a|<|b|$이므로 $b-a<0$

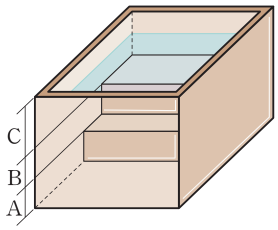
$cd<0$이고 $e=-3$이므로 $\frac{ce}{d}>0$

즉 점 $P\left(b-a, \frac{ce}{d}\right)$는 제2사분면 위의 점이다.

03 답 풀이 참조

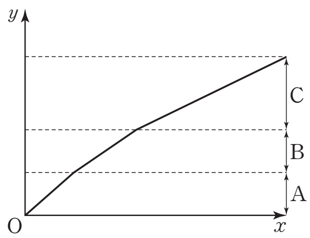
[전략] 계단이 있는 나무 욕조는 밑넓이가 다른 세 직육면체를 쌓아 놓은 것과 같음을 이용한다.

주어진 나무 욕조는 오른쪽 그림과 같이 A, B, C 세 부분으로 나눌 수 있다. A 부분에서는 물의 높이가 빠르고 일정하게 증가하다가 B 부분에서는 A 부분보다 물의 높이가 느리고 일정하게 증가한다.



또 C 부분에서는 B 부분보다 물의 높이가 더 느리고 일정하게 증가한다.

따라서 경과 시간 x에 따른 물의 높이 y의 변화를 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



04 답 116

[전략] A 호스만을 이용하여 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양과 B 호스만을 이용하여 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양을 구한다.

A 호스만을 이용하여 10분 동안 넣은 물의 양이 2 m^3이므로 1분에 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ (m^3)의 물을 넣을 수 있다.

A, B 두 호스를 모두 이용하면 물을 넣기 시작한 지 10분 후부터 30분 후까지, 즉 20분 동안 넣은 물의 양은 $16-2=14$ (m^3)이므로 1분에 $\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$ (m^3)의 물을 넣을 수 있다.

따라서 B 호스만을 이용하여 1분에 넣을 수 있는 물의 양은

$\frac{7}{10}-\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$ (m^3)

이때 물통의 반이 채워지려면 B 호스만을 이용하여 4 m^3의 물을 더 넣어야 하므로 걸리는 시간은 $4\div\frac{1}{2}=4\times2=8$(분)

$\therefore a=30+8=38$

한편 물통이 가득 차려면 B 호스만을 이용하여 24 m^3의 물을 더 넣어야 하므로 걸리는 시간은 $24\div\frac{1}{2}=24\times2=48$(분)

$\therefore b=30+48=78$

$\therefore a+b=38+78=116$

05 답 $\frac{8}{5}$, $-\frac{8}{5}$

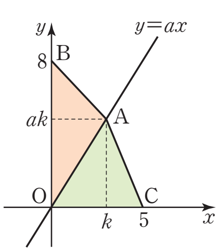
[전략] $a>0$인 경우와 $a<0$인 경우로 나누어 생각한다.

(i) $a>0$일 때

점 A의 x좌표를 k라 하면 점 A는 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

A(k, ak)

이때 삼각형 ABO의 넓이와 삼각형 AOC의 넓이가 같으므로



$\frac{1}{2}\times8\times|k|=\frac{1}{2}\times5\times\underbrace{|ak|}_{|a|\times|k|}$

$5|a|=8$, $|a|=\frac{8}{5}$

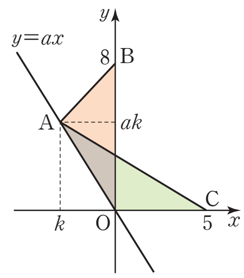
$\therefore a=\frac{8}{5}$ $(\because a>0)$

(ii) $a<0$일 때

점 A의 x좌표를 k라 하면 점 A는 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

A(k, ak)

이때 삼각형 ABO의 넓이와 삼각형 AOC의 넓이가 같으므로



$\frac{1}{2}\times8\times|k|=\frac{1}{2}\times5\times|ak|$

$5|a|=8$, $|a|=\frac{8}{5}$

$\therefore a=-\frac{8}{5}$ $(\because a<0)$

(i), (ii)에서 a의 값은 $\frac{8}{5}$, $-\frac{8}{5}$이다.

06 답 $-2<b<-\frac{2}{9}$

[전략] 두 점 A, B의 x좌표의 차가 6임을 이용하여 a의 값을 구한다.

$y=\frac{a}{x}$에 $y=2$를 대입하면 $2=\frac{a}{x}$　　$\therefore x=\frac{a}{2}$, 즉 A$\left(\frac{a}{2}, 2\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $y=6$을 대입하면 $6=\frac{a}{x}$　　$\therefore x=\frac{a}{6}$, 즉 B$\left(\frac{a}{6}, 6\right)$

이때 두 점 A, B의 x좌표의 차가 6이므로

$\frac{a}{6}-\frac{a}{2}=6$, $-\frac{1}{3}a=6$　　$\therefore a=-18$

$\therefore$ A$(-9, 2)$, B$(-3, 6)$

$y=bx$의 그래프가 A$(-9, 2)$를 지날 때

$2=-9b$　　$\therefore b=-\frac{2}{9}$

$y=bx$의 그래프가 B$(-3, 6)$을 지날 때

$6=-3b$　　$\therefore b=-2$

따라서 $y=bx$의 그래프가 $y=\frac{a}{x}$의 그래프와 두 점 A, B 사이에서 만나려면 $y=-\frac{2}{9}x$의 그래프와 $y=-2x$의 그래프 사이에 있으면 되므로

$-2<b<-\frac{2}{9}$

07 답 29

[전략] 점 A의 x좌표를 a로 놓고, 점 A의 y좌표와 세 점 B, C, F의 x좌표를 a의 식으로 나타낸다.

점 A의 x좌표를 a라 하면 점 A는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로

A$\left(a, \frac{1}{2}a\right)$

즉 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$이다.

점 B의 x좌표가 a이고 선분 BC의 길이가 $\frac{1}{2}a$이므로 점 C의 x좌표는 $a+\frac{1}{2}a=\frac{3}{2}a$이고 점 F의 x좌표는 $\frac{3}{2}a+4$이다.

이때 점 E는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이고 x좌표가 $\frac{3}{2}a+4$이므로

$y=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}a+4\right)=\frac{3}{4}a+2$

즉 정사각형 EFGH의 한 변의 길이는 $\frac{3}{4}a+2$이다.

이때 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 28이므로

$\frac{1}{2}a\times4+\left(\frac{3}{4}a+2\right)\times4=28$

$5a+8=28,\ 5a=20 \qquad \therefore a=4$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}\times4=2$,

정사각형 EFGH의 한 변의 길이는 $\frac{3}{4}\times4+2=5$이므로

두 정사각형의 넓이의 합은

$2^2+5^2=4+25=29$

참고

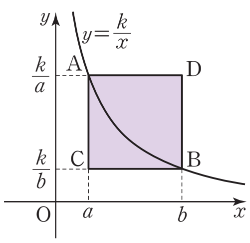
정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 점 A의 y좌표와 같고, 정사각형 EFGH의 한 변의 길이는 점 E의 y좌표와 같다.

08 답 70

[전략] 반비례 관계 $y=\frac{k}{x}$의 그래프와 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내어 본다.

반비례 관계 $y=\frac{k}{x}$의 그래프와

네 점 $\mathrm{A}\left(a, \frac{k}{a}\right)$, $\mathrm{B}\left(b, \frac{k}{b}\right)$, $\mathrm{C}\left(a, \frac{k}{b}\right)$, $\mathrm{D}\left(b, \frac{k}{a}\right)$를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같고, 사각형 ACBD의 넓이가 1이므로



$(b-a)\times\left(\frac{k}{a}-\frac{k}{b}\right)=1$

이때 네 점 A, B, C, D의 x좌표, y좌표가 모두 자연수이므로

$b-a$와 $\frac{k}{a}-\frac{k}{b}$도 모두 자연수이다.

$\therefore b-a=1,\ \frac{k}{a}-\frac{k}{b}=1$

조건 (다)에서 b는 10 이하의 소수이므로 $b=2, 3, 5, 7$

(i) $b=2$이면 $a=1$이므로 $\frac{k}{1}-\frac{k}{2}=1$에서

$\frac{k}{2}=1 \qquad \therefore k=2$

(ii) $b=3$이면 $a=2$이므로 $\frac{k}{2}-\frac{k}{3}=1$에서

$\frac{k}{6}=1 \qquad \therefore k=6$

(iii) $b=5$이면 $a=4$이므로 $\frac{k}{4}-\frac{k}{5}=1$에서

$\frac{k}{20}=1 \qquad \therefore k=20$

(iv) $b=7$이면 $a=6$이므로 $\frac{k}{6}-\frac{k}{7}=1$에서

$\frac{k}{42}=1 \qquad \therefore k=42$

(i)~(iv)에서 자연수 k의 값의 합은

$2+6+20+42=70$

09 답 8개

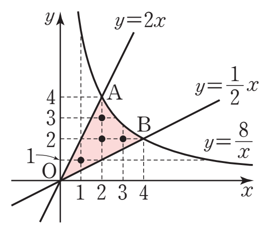
[전략] 두 정비례 관계 $y=2x$, $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 반비례 관계 $y=\frac{8}{x}$의 그래프를 좌표평면 위에 나타내어 본다.

세 그래프로 둘러싸인 부분은 제1사분면과 제3사분면 위에 있다.

제1사분면 위의 $y=2x$와 $y=\frac{8}{x}$의 그래프의 교점을 A, $y=\frac{1}{2}x$와 $y=\frac{8}{x}$의 그래프의 교점을 B라 하면

A(2, 4), B(4, 2)

제1사분면에서 세 그래프로 둘러싸인 부분에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(i) $x=1$일 때, $y=\frac{1}{2}$과 $y=2$ 사이의 정수를 구하면 $y=1$

(ii) $x=2$일 때, $y=1$과 $y=4$ 사이의 정수를 구하면 $y=2, 3$

(iii) $x=3$일 때, $y=\frac{3}{2}$과 $y=\frac{8}{3}$ 사이의 정수를 구하면 $y=2$

(i)~(iii)에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2)의 4개이다.

같은 방법으로 제3사분면에서 세 그래프로 둘러싸인 부분에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점도 4개이므로 구하는 점은 모두 $4\times2=8$(개)이다.

참고

점 A의 좌표를 구할 때 $y=2x$와 $y=\frac{8}{x}$에서

$2x=\frac{8}{x},\ x^2=4=2^2 \qquad \therefore x=2\ (\because x>0)$

$y=2x$에 $x=2$를 대입하면 $y=2\times2=4 \qquad \therefore \mathrm{A}(2, 4)$

점 B의 좌표를 구할 때 $y=\frac{1}{2}x$와 $y=\frac{8}{x}$에서

$\frac{1}{2}x=\frac{8}{x},\ x^2=16=4^2 \qquad \therefore x=4\ (\because x>0)$

$y=\frac{1}{2}x$에 $x=4$를 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times4=2 \qquad \therefore \mathrm{B}(4, 2)$

10 답 72

[전략] 직사각형 BOAP의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 점 P의 x좌표, y좌표와 같으므로 $y=\frac{12}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 알아본다.

점 P의 x좌표를 a라 하면 점 P는 $y=\frac{12}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$\mathrm{P}\left(a, \frac{12}{a}\right)$

이때 직사각형 BOAP의 넓이는 $a\times\frac{12}{a}=12$

즉 $y=\frac{12}{x}$의 그래프 위의 한 점 P의 위치에 관계없이 직사각형 BOAP의 넓이는 12로 일정하다.

$y=\frac{12}{x}$에서 y가 자연수이려면 x가 12의 약수이어야 하므로

$x=1, 2, 3, 4, 6, 12$

따라서 $y=\frac{12}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점 P는 6개이므로 구하는 직사각형의 넓이의 합은

$12\times 6=72$

11 답 8

[전략] 정비례, 반비례의 뜻을 이용하여 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.

점 R의 좌표를 (p, q)라 하자.

두 점 R, Q는 정비례 관계 $y=nx$의 그래프 위의 점이고, 점 Q의 x좌표가 점 R의 x좌표의 2배이므로 점 Q의 y좌표도 점 R의 y좌표의 2배가 된다. 즉 $Q(2p, 2q)$

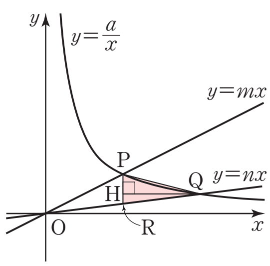
두 점 P, Q는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이고, 점 P의 x좌표가 점 Q의 x좌표의 $\frac{1}{2}$배이므로 점 P의 y좌표는 점 Q의 y좌표의 2배가 된다. 즉 $P(p, 4q)$

점 Q에서 선분 PR에 그은 수선이 선분 PR와 만나는 점을 H라 하면

(선분 QH의 길이)$=2p-p=p$

(선분 PR의 길이)$=4q-q=3q$

이때 삼각형 PRQ의 넓이가 3이므로



$\frac{1}{2}\times 3q\times p=3$

$\frac{3}{2}pq=3 \qquad \therefore pq=2$

따라서 점 $P(p, 4q)$는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$4q=\frac{a}{p}$

$\therefore a=4pq=4\times 2=8$

12 답 (1) $y=2x$

(2) 톱니바퀴 D는 시계 반대 방향으로 18번 회전한다.

[전략] (A의 톱니의 수)$\times$(A의 회전 수)$=$(D의 톱니의 수)$\times$(D의 회전 수)임을 이용한다.

(1) 톱니바퀴 A가 x번 회전할 때, 톱니바퀴 D는 y번 회전하고 톱니바퀴 B, C가 각각 b번, c번 회전한다고 하면

$30\times x=10\times b=45\times c=15\times y$

즉 $30\times x=15\times y$에서 $y=2x$

(2) 톱니바퀴 A가 시계 방향으로 회전하므로 톱니바퀴 B는 시계 반대 방향으로, 톱니바퀴 C는 시계 방향으로, 톱니바퀴 D는 시계 반대 방향으로 회전한다.

$y=2x$에 $x=9$를 대입하면 $y=2\times 9=18$

따라서 톱니바퀴 D는 시계 반대 방향으로 18번 회전한다.

MEMO