정답과 해설

중 1-2

빠른 정답

1 기본 도형

01 | 기본 도형

개념 확인 7쪽

01 13	**02** ②	**03** 12 cm	**04** 52°
05 $\angle x=60°$, $\angle y=140°$		**06** ⑤	

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~13쪽

01 ③	**02** ④	**03** ③, ⑤	
04 반직선의 개수 : 12, 선분의 개수 : 6			**05** 40
06 1	**07** ②	**08** ⑤	**09** ③
10 5 cm	**11** 14 cm	**12** 9 cm	**13** 15 cm
14 15 cm	**15** 7 : 6	**16** 55°	**17** 33°
18 60°	**19** 54°	**20** 62°	**21** 63°
22 60°	**23** 40°	**24** 75°	**25** 45°
26 75°	**27** 14	**28** 8	**29** 6
30 76	**31** 18 cm	**32** 20 cm	**33** 24 cm
34 60 cm	**35** 52.5°	**36** 102.5°	

적중 & 심화 실전 TEST 14쪽~15쪽

01 ㄴ, ㄹ, ㅁ	**02** ③, ④	**03** ⑤	**04** $\frac{3}{2}$
05 15 cm	**06** 15°	**07** 72°	**08** 30°
09 120°	**10** 56	**11** 21 cm	

12 3시 $\frac{60}{11}$분, 3시 $\frac{300}{11}$분

02 | 위치 관계

개념 확인 17쪽

01 ⑤	**02** ⑤	**03** 3	**04** ③
05 ④	**06** 3		

적중 & 심화 유형 연습 18쪽~23쪽

01 ③	**02** ⑤	**03** 5	**04** ④
05 ③	**06** ②	**07** $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{GL}$	**08** 12
09 ①, ⑤	**10** $\overline{EF}$	**11** ③, ⑤	**12** ③, ④
13 ④, ⑤	**14** ②, ④	**15** ①, ⑤	**16** 3
17 ③	**18** ④	**19** ③	**20** 4
21 7	**22** 35	**23** 4	**24** 12
25 ④, ⑤	**26** 8	**27** ②, ⑤	**28** ③, ⑤
29 ②, ③	**30** ④	**31** ㄷ, ㄹ, ㅂ	

적중 & 심화 실전 TEST 24쪽~25쪽

01 ④	**02** ④	**03** 6	**04** ㄴ, ㄷ, ㅁ, ㅂ
05 5	**06** 8	**07** 9	

08 (1) 면 DGHF, 면 GBH (2) $\overline{DF}$, $\overline{HF}$, $\overline{FC}$, $\overline{AC}$
(3) 면 DGHF, 면 ABC, 면 HBCF

09 ②, ④	**10** ⑤		

03 | 평행선의 성질

개념 확인 27쪽

01 ⑤	**02** 140°	**03** 40°	**04** ⑤
05 75°			

적중 & 심화 유형 연습 28쪽~33쪽

01 ⑤	**02** ④		
03 (1) 각 ❶, 각 ❾, 각 ⑯ (2) 각 ❽, 각 ⓫			**04** 60°
05 80°	**06** 50°	**07** ④	**08** ②
09 30°	**10** 57°	**11** 154°	**12** 67°
13 102°	**14** 65°	**15** 70°	**16** 13°
17 249°	**18** 92°	**19** 60°	**20** 36°
21 74°	**22** 21°	**23** 157°	**24** 30°
25 ④	**26** 156°	**27** 62°	**28** 45°
29 134°	**30** 133°	**31** 68°	**32** 9°
33 84°	**34** 50°	**35** 84°	

적중 & 심화 실전 TEST 34쪽~36쪽

01 ②, ④ **02** 74° **03** ③ **04** ③
05 27° **06** 18° **07** 44° **08** 70°
09 169° **10** 16° **11** 45° **12** 60°
13 64° **14** 25° **15** 250° **16** 25°
17 90° **18** 260°

학교 시험 최상위 기출 도전 37쪽~38쪽

01 ㉡, ㉦ **02** 15 **03** 3 : 14 **04** 32
05 11 **06** 60° **07** 93° **08** 82°

2 작도와 합동

01 | 작도와 합동

개념 확인 41쪽

01 ②, ⑤ **02** ㉠→㉢→㉡→㉣→㉤ **03** ③
04 ①, ④ **05** 88 **06** ③

적중 & 심화 유형 연습 42쪽~48쪽

01 ㉠→㉢→㉣→㉡ **02** ㈎ $\overline{AB}$ ㈏ $\overline{BC}$
03 ③ **04** ③, ⑤
05 (1) ㉠→㉣→㉡→㉤→㉢→㉥
(2) 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다.
06 ④ **07** 7 **08** ④, ⑤ **09** 3
10 ⑤ **11** ②, ④ **12** ㉠, ㉡, ㉤ **13** ①, ⑤
14 ㉠과 ㉥ (SAS 합동), ㉢과 ㉧ (SSS 합동), ㉣과 ㉤ (ASA 합동)
15 ④ **16** ㉠, ㉢ **17** ②, ⑤ **18** ④
19 103°
20 (1) $\triangle AMN \equiv \triangle DMC$ (SAS 합동) (2) 풀이 참조
21 ④ **22** 60° **23** 16 cm^2 **24** ③
25 ㉠, ㉢, ㉣ **26** 18° **27** 15 cm **28** 5 cm
29 30° **30** 90° **31** 7 **32** 5
33 6 **34** 2개 **35** 4 **36** 60°
37 ㉡, ㉣, ㉤ **38** 135° **39** 55° **40** 9 cm^2
41 13°

적중 & 심화 실전 TEST 49쪽~51쪽

01 ㈎ $\overline{BA}$ ㈏ $\overline{BA}$ ㈐ $\overline{BC}$ **02** ③, ④ **03** ⑤
04 3 **05** 8 **06** ㉡, ㉢, ㉣
07 $\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$
08 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ (ASA 합동),
$\triangle AEF \equiv \triangle DBF$ (ASA 합동)
09 9 cm **10** 20° **11** 60° **12** ④
13 4 **14** 4 **15** 69 **16** 36 cm^2
17 17°

학교 시험 최상위 기출 도전 52쪽

01 8 **02** 66° **03** 10° **04** 140

3 평면도형

01 | 다각형

개념 확인 55쪽

01 ③, ⑤ **02** 66 **03** (1) 50° (2) 62°
04 148° **05** (1) 100° (2) 42° **06** 185

적중 & 심화 유형 연습 56쪽~65쪽

01 ④ **02** 정팔각형 **03** 21 **04** 14
05 90 **06** 10 **07** 125° **08** 130°
09 56° **10** 30° **11** 40° **12** 50°
13 35° **14** 88° **15** 20° **16** 64°
17 $\angle x=124^\circ$, $\angle y=34^\circ$ **18** 25° **19** 165°
20 25° **21** 66° **22** 105° **23** 36°
24 77° **25** 188° **26** 1080° **27** ②
28 20° **29** 75° **30** 62° **31** 65°
32 640° **33** 65° **34** ③ **35** 237
36 (1) 정십이각형 (2) 54 (3) 30° **37** 6
38 100° **39** $\angle x=36^\circ$, $\angle y=108^\circ$ **40** 24°
41 12° **42** 36° **43** 150° **44** 72°
45 6 **46** 37 **47** 96 **48** 174°

49 $55°$ **50** $\angle x=72°$, $\angle y=24°$ **51** $360°$
52 $225°$ **53** $360°$ **54** $360°$ **55** $540°$
56 ② **57** $96°$ **58** $66°$

적중 & 심화 실전 TEST 66쪽~69쪽

01 팔각형 **02** $125°$ **03** $192°$ **04** $80°$
05 $130°$ **06** $33°$ **07** $100°$ **08** ㉠, ㉢, ㉣
09 $648°$ **10** ⑤ **11** $36°$ **12** $144°$
13 $78°$ **14** $135°$ **15** $54°$ **16** ④
17 $101°$ **18** $60°$ **19** $320°$ **20** $720°$
21 2 **22** $96°$ **23** 10

02 | 원과 부채꼴

개념 확인 71쪽

01 ⑤ **02** 28
03 (1) $l=24\pi$ cm, $S=48\pi$ cm^2 (2) $l=12\pi$ cm, $S=8\pi$ cm^2
04 $l=\frac{21}{2}\pi$ cm, $S=\frac{147}{4}$ cm^2 **05** 10π cm
06 $l=(5\pi+10)$ cm, $S=\frac{25}{2}\pi$ cm^2

적중 & 심화 유형 연습 72쪽~82쪽

01 24 **02** $\frac{15}{2}\pi$ cm **03** 6배 **04** $5:8$
05 $120°$ **06** $40°$ **07** $135°$ **08** ⑤
09 $3:1$ **10** 15π cm **11** $5:2$ **12** 2 cm
13 8π cm **14** 12 cm **15** 36 cm^2 **16** 6 cm^2
17 $120°$ **18** ⑤ **19** ㉠, ㉢, ㉤ **20** ④
21 18π cm **22** 둘레의 길이 : 20π cm, 넓이 : 40π cm^2
23 $(108\pi+240)$ m^2 **24** 32π cm^2 **25** 15π cm^2
26 8π cm **27** 5π cm^2 **28** A
29 $(14\pi+18)$ cm **30** $\left(\frac{19}{5}\pi+6\right)$ cm
31 $(15\pi+40)$ cm **32** 8π cm
33 $\left(\frac{16}{3}\pi+16\right)$ cm **34** 6π cm^2
35 $(128\pi-256)$ cm^2 **36** $(150-25\pi)$ cm^2
37 10π cm^2 **38** 16π cm^2 **39** $(4\pi-8)$ cm^2
40 $(8\pi-16)$ cm^2 **41** $\frac{27}{4}\pi$ cm^2 **42** 3π cm^2
43 21 cm **44** $15°$ **45** $40°$ **46** 25 m^2
47 $\frac{159}{5}\pi$ cm^2 **48** $16:15$ **49** 3π **50** $45°$
51 $(3\pi-6)$ cm **52** 50π cm^2 **53** 280π cm^2
54 $\frac{52}{3}\pi$ **55** $(8\pi+32)$ cm
56 $(20\pi+60)$ cm **57** $(10\pi+50)$ cm
58 $(4\pi+60)$ cm^2 **59** $(9\pi+96)$ cm^2
60 $(32\pi+32)$ cm^2 **61** 8π cm **62** 8π cm
63 12π cm **64** $\frac{19}{6}\pi$ m^2 **65** $\frac{105}{2}\pi$ m^2

적중 & 심화 실전 TEST 83쪽~86쪽

01 16 cm **02** $20°$ **03** 12π cm **04** 20 cm
05 56π cm^2 **06** ③ **07** 64π **08** 12π cm^2
09 8π cm **10** 6π cm **11** $(16\pi-32)$ cm^2
12 $8\pi-12$ **13** $(\pi+2)$ cm^2 **14** $(96-16\pi)$ cm^2
15 $\frac{3}{2}\pi$ cm^2 **16** 24 **17** $80°$
18 $(100-32\pi)$ cm^2 **19** 65π cm^2
20 $(8\pi+48)$ cm **21** $(36\pi+240)$ cm^2
22 $\frac{13}{3}\pi$ cm **23** 38π m^2

학교 시험 최상위 기출 도전 87쪽~88쪽

01 ㉡, ㉤ **02** $100°$ **03** 22 **04** $123°$
05 $\frac{15}{2}\pi$ cm^2 **06** 24π cm^2 **07** $(24\pi+48)$ cm^2
08 8π cm

4 입체도형

01 | 다면체와 회전체

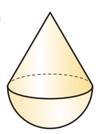
개념 확인 91쪽

01 2 **02** ③ **03** ㉠, ㉤ **04** ④
05 ② **06** ⑤

적중 & 심화 유형 연습 92쪽~100쪽

01 ② **02** ② **03** ④ **04** 28
05 ④ **06** 27 **07** ④ **08** 3개
09 ③ **10** ① **11** 32 **12** ③, ⑤
13 ⑤ **14** ⑤ **15** ④ **16** 20
17 62 **18** 17 **19** ③ **20** ④
21 ⑤ **22** ② **23** ② **24** ㉡, ㉢, ㉣
25 ② **26** ③, ⑤ **27** ㉠, ㉡ **28** ①
29 ⑤ **30** $126\ \mathrm{cm}^2$ **31** $132\ \mathrm{cm}^2$
32 (1) $108\ \mathrm{cm}^2$ (2) $\frac{36}{5}\ \mathrm{cm}$ **33** 144° **34** ①, ⑤
35 ② **36** ⑤ **37** ④ **38** 55
39 46 **40** 정육면체 **41** ③ **42** 30
43 ③, ④ **44** 오각형 **45** 60° **46** ⑤
47 ④ **48** ⑤ **49** $(36\pi+12)\ \mathrm{cm}$
50 $12\ \mathrm{cm}$

적중 & 심화 실전 TEST 101쪽~103쪽

01 ⑤ **02** 4 **03** ③, ⑤ **04** 20
05 풀이 참조 **06** ④ **07** ③ **08** $\overline{AE}$, $\overline{DC}$
09

10 $42\ \mathrm{cm}^2$ **11** 5π **12** ⑤
13 5개 **14** 30 **15** ④ **16** ④
17 $(36\pi-72)\ \mathrm{cm}^2$

02 | 입체도형의 겉넓이와 부피

개념 확인 105쪽

01 472 **02** 3
03 겉넓이 : $96\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $48\ \mathrm{cm}^3$
04 겉넓이 : $96\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $96\pi\ \mathrm{cm}^3$
05 $\frac{416}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$ **06** 겉넓이 : $27\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $18\pi\ \mathrm{cm}^3$

적중 & 심화 유형 연습 106쪽~116쪽

01 $180\ \mathrm{cm}^3$ **02** 360 **03** $208\ \mathrm{cm}^3$ **04** $130\pi\ \mathrm{cm}^2$
05 겉넓이 : $156\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $216\pi\ \mathrm{cm}^3$ **06** $900\pi\ \mathrm{cm}^2$
07 겉넓이 : $(252\pi+216)\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $648\pi\ \mathrm{cm}^3$
08 $\frac{189}{4}\pi\ \mathrm{cm}^3$ **09** $(36\pi+160)\ \mathrm{cm}^2$
10 겉넓이 : $198\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $216\pi\ \mathrm{cm}^3$ **11** $32+10\pi$
12 $170\ \mathrm{cm}^2$ **13** $480\ \mathrm{cm}^2$ **14** $162\ \mathrm{cm}^3$ **15** $48\ \mathrm{cm}^3$
16 (1) $126\pi\ \mathrm{cm}^2$ (2) $126\pi\ \mathrm{cm}^3$ **17** $(55\pi+48)\ \mathrm{cm}^2$
18 겉넓이 : $154\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $164\pi\ \mathrm{cm}^3$ **19** $6\ \mathrm{cm}$
20 $200\ \mathrm{cm}^2$ **21** 8번 **22** $72\ \mathrm{cm}^3$
23 $(32+48\pi)\ \mathrm{cm}^3$ **24** $1:6$ **25** $308\ \mathrm{cm}^3$
26 $330\ \mathrm{cm}^3$ **27** $80\ \mathrm{cm}^3$ **28** $2\ \mathrm{cm}$ **29** 5
30 $a=9$, $b=3$ **31** $15\ \mathrm{cm}$ **32** $71\pi\ \mathrm{cm}^2$ **33** 3
34 겉넓이 : $108\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $128\pi\ \mathrm{cm}^3$ **35** $\frac{20}{3}\pi$
36 겉넓이 : $\frac{84}{5}\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $\frac{48}{5}\pi\ \mathrm{cm}^3$ **37** 99π
38 $69\pi\ \mathrm{cm}^2$ **39** $28\pi\ \mathrm{cm}^2$ **40** 8개 **41** 27
42 $18\pi\ \mathrm{cm}^3$ **43** $105\pi\ \mathrm{cm}^2$ **44** $180\ \mathrm{cm}^2$ **45** $688\ \mathrm{cm}^2$
46 $2\ \mathrm{cm}$ **47** $\frac{44}{13}\ \mathrm{cm}$ **48** $\frac{31}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$ **49** $117\pi\ \mathrm{cm}^2$
50 $(45\pi+36)\ \mathrm{cm}^2$ **51** $252\pi\ \mathrm{cm}^3$ **52** $100\pi\ \mathrm{cm}^2$
53 $64\pi\ \mathrm{cm}^2$ **54** $\frac{40}{3}$분 **55** 48분 **56** 130분
57 12 **58** $\frac{32}{3}\ \mathrm{cm}$ **59** 7개
60 원뿔의 부피 : $8\pi\ \mathrm{cm}^3$, 원기둥의 부피 : $24\pi\ \mathrm{cm}^3$
61 $54\pi\ \mathrm{cm}^3$ **62** $8:1$ **63** ② **64** $288\ \mathrm{cm}^3$
65 $6\ \mathrm{cm}$

적중 & 심화 실전 TEST 117쪽~120쪽

01 겉넓이 : $216\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $216\ \mathrm{cm}^3$ **02** 6바퀴
03 $(335\pi+300)\ \mathrm{cm}^2$ **04** $266\pi\ \mathrm{cm}^2$ **05** $320\ \mathrm{cm}^3$
06 $200\pi\ \mathrm{cm}^3$ **07** ⑤ **08** $\frac{343}{6}\ \mathrm{cm}^3$ **09** $693\ \mathrm{cm}^3$
10 $\frac{26}{3}\ \mathrm{cm}$ **11** 15번 **12** $150\pi\ \mathrm{cm}^2$ **13** $64\pi\ \mathrm{cm}^3$
14 (1) 125개 (2) 80 mL **15** $\frac{514}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$
16 $12\ \mathrm{cm}$ **17** 겉넓이 : $72\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $20\ \mathrm{cm}^3$
18 $\frac{128}{\pi}\left(1-\frac{2}{\pi}\right)\mathrm{cm}^3$ **19** 10000원 **20** 5바퀴
21 70분 **22** $3\ \mathrm{cm}$ **23** $54\pi\ \mathrm{cm}^3$

학교 시험 최상위 기출 도전 121쪽~122쪽

01 90 **02** ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦, ㉧, ㉨ **03** $234\ \mathrm{cm}^2$
04 1200 m **05** $42\ \mathrm{cm}^2$ **06** $(750\pi-1500)\ \mathrm{cm}^3$
07 $\frac{448}{3}\ \mathrm{cm}^3$ **08** $252\pi\ \mathrm{cm}^3$

5 자료의 정리와 해석

01 | 대푯값

개념 확인 124쪽

01 4.7　02 8　03 14　04 ②

적중 & 심화 유형 연습 125쪽~129쪽

01 92점　02 5　03 172 cm　04 15
05 10　06 148.5　07 ②　08 24
09 $a=3$, $b=7$　10 9.2　11 6.5　12 ㉠, ㉢, ㉣
13 6　14 8　15 31　16 23
17 3　18 34　19 ②, ⑤　20 ㉡, ㉢
21 10　22 43　23 73.5점　24 ㉡, ㉢
25 ㉡, ㉢　26 89점　27 85점　28 2
29 22세

적중 & 심화 실전 TEST 130쪽~131쪽

01 ③, ④　02 ⑤　03 32　04 81점
05 ①　06 10　07 7　08 ⑤
09 2　10 35회　11 7 cm

02 | 도수분포표와 그래프

개념 확인 133쪽

01 ①, ④　02 ④　03 ㉠, ㉡　04 15
05 ④

적중 & 심화 유형 연습 134쪽~142쪽

01 ③　02 3　03 ④　04 25 %
05 ④　06 ③, ⑤　07 ⑤
08 (1) 4 (2) 20 % (3) 6회 이상 9회 미만　09 9
10 ④　11 17명　12 1　13 8명
14 (1) 14 (2) 180명　15 ③
16 (1) 2배 (2) 30 %　17 80점　18 ④
19 35 %　20 8명　21 ②, ⑤　22 6 : 5
23 (1) 3배 (2) 17초　24 13명　25 ⑤
26 (1) 12명 (2) 320　27 ③　28 ③
29 9명　30 7　31 43　32 ④
33 30 %　34 72가구　35 20 %　36 ③, ④

적중 & 심화 실전 TEST 143쪽~145쪽

01 2개　02 ③, ④　03 5　04 ②, ⑤
05 10 %　06 37　07 ④　08 13일
09 50 m　10 105명　11 (1) 200개 (2) 51 %
12 18명　13 ①, ④　14 10 %

03 | 상대도수

개념 확인 147쪽

01 ④　02 ⑤　03 0.2　04 9
05 ③　06 58 %

적중 & 심화 유형 연습 148쪽~155쪽

01 0.2　02 18　03 0.35
04 (1) $A=0.42$, $B=12$, $C=0.24$, $D=50$ (2) 0.24
05 0.2　06 36명　07 132명　08 12명
09 ⑤　10 80명　11 (1) 200가구 (2) 24가구
12 43명　13 2　14 52명　15 90명
16 16명　17 0.2　18 ⑤　19 18등
20 ②　21 ④　22 40　23 ④
24 ㉡, ㉣　25 0.2　26 9　27 10명
28 (1) 0.2 (2) 12명　29 14명　30 14명
31 390명　32 30명　33 ④　34 ③
35 48등

적중 & 심화 실전 TEST 156쪽~158쪽

01 0.28　02 24 %　03 ④　04 2
05 72명　06 ①, ⑤　07 12 : 5　08 0.18
09 12명　10 ④　11 12명　12 10명
13 ⑤

학교 시험 최상위 기출 도전 159쪽~160쪽

01 72　02 ㉠, ㉡, ㉣　03 (1) $x=10$, $y=7$ (2) 21명
04 최댓값 : 12, 최솟값 : 5　05 9 : 11　06 50명
07 ①　08 10명

정답과 해설

1 기본 도형

01 | 기본 도형

개념 확인 7쪽

01 답 13

교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같으므로 5이다.
$\therefore a=5$
교선의 개수는 모서리의 개수와 같으므로 8이다.
$\therefore b=8$
$\therefore a+b=5+8=13$

02 답 ②

두 반직선이 서로 같으려면 시작점이 같고 방향이 같아야 하므로 $\overrightarrow{BD}$와 같은 것은 $\overrightarrow{BC}$이다.

03 답 12 cm

점 N은 $\overline{MB}$의 중점이므로
$\overline{MB}=2\overline{MN}=2\times4=8\,(\text{cm})$
점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로
$\overline{AM}=\overline{MB}=8\text{ cm}$
$\therefore \overline{AN}=\overline{AM}+\overline{MN}=8+4=12\,(\text{cm})$

04 답 52°

$\angle AOD=180^\circ$이므로
$\angle AOB+90^\circ+38^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle AOB=52^\circ$

05 답 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=140^\circ$

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
$2\angle x-80^\circ=100^\circ-\angle x$에서 $3\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=60^\circ$
$\angle y=140^\circ$

06 답 ⑤

① $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$는 평행하다.
② $\overline{AD}$의 수선은 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$이다.
③ $\overline{AD}$와 $\overline{AB}$의 교점은 점 A이다.
④ 점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 4 cm이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~13쪽

01 답 ③

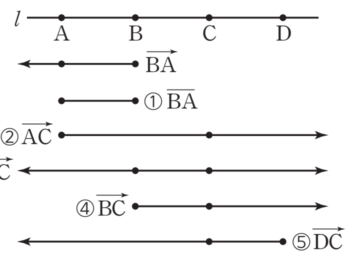
③ $\overrightarrow{AD}$와 $\overrightarrow{DA}$는 시작점과 방향이 모두 다르므로 다른 반직선이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

02 답 ④

① $\overline{AC}$와 $\overline{AB}$는 다른 선분이다.
② $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 시작점과 방향이 모두 다르므로 다른 반직선이다.
③ $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BC}$는 방향은 같지만 시작점이 다르므로 다른 반직선이다.
⑤ $\overrightarrow{DA}$와 $\overrightarrow{DC}$는 시작점은 같지만 방향이 다르므로 다른 반직선이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

03 답 ③, ⑤

$\overrightarrow{BA}$와 ①~⑤의 직선, 반직선, 선분을 나타내면 다음과 같다.



따라서 $\overrightarrow{BA}$를 포함하는 것은 ③, ⑤이다.

04 답 반직선의 개수 : 12, 선분의 개수 : 6

만들 수 있는 반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$의 12개이다.
선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 6개이다.

> **100점 TIP**
> 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n(n\geq2)$개의 점에 대하여
> (i) (직선의 개수)$=\dfrac{n(n-1)}{2}$
> (ii) (반직선의 개수)$=n(n-1)$ → (반직선의 개수)=(직선의 개수)×2
> (iii) (선분의 개수)$=\dfrac{n(n-1)}{2}$ → (직선의 개수)=(선분의 개수)

05 답 40

만들 수 있는 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$의 10개이므로 $a=10$ ······ ❶
반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$의 20개이므로
$b=20$ ······ ❷
선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$의 10개이므로 $c=10$ ······ ❸

$\therefore a+b+c=10+20+10=40$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ c의 값 구하기	20 %
❹ $a+b+c$의 값 구하기	10 %

06 답 1

만들 수 있는 직선은 l뿐이므로 $a=1$

반직선은 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$의 6개이므로 $b=6$

선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 6개이므로 $c=6$

$\therefore a+b-c=1+6-6=1$

참고

한 직선 위에 있는 점들로 만들 수 있는 직선은 오직 하나뿐이다.

07 답 ②

① $\overline{AB}=3\overline{NB}=3\times2\overline{NP}=6\overline{NP}$

② $\overline{AB}:\overline{AN}=3:2$이므로 $\overline{AN}=\frac{2}{3}\overline{AB}$

③ $\overline{AM}=\overline{MN}=\overline{NB}=2\overline{NP}$이므로
$\overline{AP}=\overline{AM}+\overline{MN}+\overline{NP}=2\overline{NP}+2\overline{NP}+\overline{NP}=5\overline{NP}$
이때 $\overline{NP}=\overline{BP}$이므로 $\overline{AP}=5\overline{BP}$

④ $\overline{BP}=\frac{1}{2}\overline{NB}=\frac{1}{2}\overline{MN}$

⑤ $\overline{AM}=\overline{MN}=\overline{NB}$이므로 $\overline{MN}=\frac{1}{3}\overline{AB}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

08 답 ⑤

① $\overline{AC}=\overline{AM}+\overline{MC}=2\overline{MC}+\overline{MC}=3\overline{MC}$

② $\overline{AB}=2\overline{AC}=2\times3\overline{MC}=6\overline{MC}$

③ $\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CB}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times3\overline{MC}=\frac{3}{2}\overline{MC}$

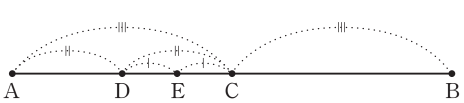
④ $\overline{AC}=\overline{BC}=2\overline{CN}$이므로
$\overline{AN}=\overline{AC}+\overline{CN}=2\overline{CN}+\overline{CN}=3\overline{CN}$
이때 $\overline{CN}=\overline{NB}$이므로 $\overline{AN}=3\overline{NB}$

⑤ $\overline{AM}=\frac{2}{3}\overline{AC}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times2\overline{CN}=\frac{4}{3}\overline{CN}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

09 답 ③

점 C는 $\overline{AB}$의 중점, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점, 점 E는 $\overline{CD}$의 중점이므로 다음 그림과 같다.



① $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로 $\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

② $\overline{AD}=\overline{DC}=2\overline{DE}$

③ $\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{8}\overline{AB}$

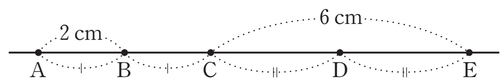
④ $\overline{BC}=\overline{AC}=2\overline{DC}=2\times2\overline{DE}=4\overline{DE}$

⑤ $\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=2\overline{DE}+\overline{DE}=3\overline{DE}$
이때 $\overline{DE}=\overline{EC}$이므로 $\overline{AE}=3\overline{EC}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

10 답 5 cm

한 직선 위에 5개의 점 A, B, C, D, E를 조건에 맞게 나타내면 다음과 같다.



점 B는 $\overline{AC}$의 중점이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2$ cm

점 D는 $\overline{CE}$의 중점이므로

$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{CE}=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=2+3=5$ (cm)

11 답 14 cm

점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times20=10$ (cm)

점 N은 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BN}=\overline{NC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)

이때 $\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=10+6=16$ (cm)이고

점 P는 $\overline{MN}$의 중점이므로

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\times16=8$ (cm)

$\therefore \overline{PC}=\overline{PN}+\overline{NC}=8+6=14$ (cm)

12 답 9 cm

$\overline{CD}=x$ cm라 하면 점 D는 $\overline{CB}$의 중점이므로

$\overline{DB}=\overline{CD}=x$ cm

점 E는 $\overline{AD}$의 중점이므로

$\overline{AE}=\overline{ED}=\overline{EC}+\overline{CD}=3+x$ (cm)

한편 점 C는 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{AC}=\overline{CB}$

즉 $\overline{AE}+\overline{EC}=\overline{CD}+\overline{DB}$이므로

$(3+x)+3=x+x$

$x+6=2x \qquad \therefore x=6$

$\therefore \overline{AE}=3+x=3+6=9$ (cm)

13 답 15 cm

$2\overline{AB}=\overline{BD}$에서 $\overline{AB}:\overline{BD}=1:2$

$\therefore \overline{BD}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times30=20$ (cm)

또 $3\overline{BC}=\overline{CD}$에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=1:3$

$\therefore \overline{CD}=\frac{3}{4}\overline{BD}=\frac{3}{4}\times20=15$ (cm)

14 답 15 cm

$\overline{AC}=2\overline{CD}$에서 $\overline{AC}:\overline{CD}=2:1$

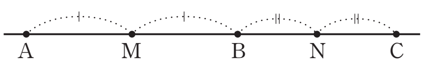
$\therefore\ \overline{AC}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times27=18\,(\text{cm})$

또 $\overline{AC}=6\overline{BC}$에서 $6\overline{BC}=18$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=3\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=18-3=15\,(\text{cm})$

15 답 $7:6$

한 직선 위에 5개의 점 A, B, C, M, N을 조건에 맞게 나타내면 다음과 같다.



$\overline{AB}:\overline{BC}=4:3$이므로

$\overline{AB}=\frac{4}{7}\overline{AC},\ \overline{BC}=\frac{3}{7}\overline{AC}$ ······ ❶

이때 $\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB},\ \overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\overline{AC}$ ······ ❷

$\therefore\ \overline{MN}:\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AC}:\frac{3}{7}\overline{AC}=7:6$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 $\overline{AC}$의 식으로 나타내기	30 %
❷ $\overline{MN}$의 길이를 $\overline{AC}$의 식으로 나타내기	40 %
❸ $\overline{MN}:\overline{BC}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	30 %

16 답 55°

$\angle AOB=180^\circ$이므로

$3\angle x+(4\angle x-5^\circ)+(6\angle x-10^\circ)=180^\circ$

$13\angle x-15^\circ=180^\circ,\ 13\angle x=195^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=15^\circ$

$\therefore\ \angle COD=4\angle x-5^\circ=4\times15^\circ-5^\circ=55^\circ$

17 답 33°

$\angle AOB=90^\circ-\angle BOC=\angle COD$이고

$\angle AOB+\angle COD=114^\circ$이므로

$2\angle AOB=114^\circ$ $\quad\therefore\ \angle AOB=57^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=90^\circ-\angle AOB=90^\circ-57^\circ=33^\circ$

18 답 60°

평각은 180°이므로

$\angle x=180^\circ\times\frac{2}{2+3+4}=40^\circ$

$\angle y=180^\circ\times\frac{3}{2+3+4}=60^\circ$

$\angle z=180^\circ\times\frac{4}{2+3+4}=80^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y+\angle z=40^\circ-60^\circ+80^\circ=60^\circ$

19 답 54°

[전략] $\angle x:\angle y:\angle z$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

$\angle x:\angle y=2:3=4:6$이고

$\angle y:\angle z=2:5=6:15$이므로

$\angle x:\angle y:\angle z=4:6:15$

$\therefore\ \angle z=90^\circ\times\frac{15}{4+6+15}=54^\circ$

다른 풀이

$\angle y:\angle z=2:5$에서 $\angle y=\frac{2}{5}\angle z$

$\angle x:\angle y=2:3$에서 $\angle x=\frac{2}{3}\angle y=\frac{4}{15}\angle z$

$\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$이므로 $\frac{4}{15}\angle z+\frac{2}{5}\angle z+\angle z=90^\circ$

$\frac{25}{15}\angle z=90^\circ$ $\quad\therefore\ \angle z=54^\circ$

20 답 62°

$\angle BOD=4\angle DOE$이고 $\angle BOE=\angle BOD+\angle DOE=90^\circ$이므로 $4\angle DOE+\angle DOE=90^\circ$

$5\angle DOE=90^\circ$ $\quad\therefore\ \angle DOE=18^\circ$ ······ ❶

$5\angle DOE=9\angle COD$이므로

$\angle COD=\frac{5}{9}\angle DOE=\frac{5}{9}\times18^\circ=10^\circ$ ······ ❷

$\therefore\ \angle x=90^\circ-(10^\circ+18^\circ)=62^\circ$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle DOE$의 크기 구하기	40 %
❷ $\angle COD$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle x$의 크기 구하기	30 %

21 답 63°

$\angle AOB=180^\circ$이므로

$\angle AOC+\angle COD+\angle DOE+\angle EOB=180^\circ$

$\frac{13}{7}\angle COD+\angle COD+\angle DOE+\frac{13}{7}\angle DOE=180^\circ$

$\frac{20}{7}\angle COD+\frac{20}{7}\angle DOE=180^\circ$

$\frac{20}{7}(\angle COD+\angle DOE)=180^\circ$

$\frac{20}{7}\angle COE=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle COE=63^\circ$

22 답 60°

$\angle AOD=180^\circ$이므로 $\angle BOC=180^\circ\times\frac{4}{3+4+5}=60^\circ$

이때 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$\angle EOF=\angle BOC=60^\circ$

23 답 40°

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$90^\circ+(\angle c-10^\circ)=135^\circ$에서

$\angle c+80°=135°$ $\quad\therefore \angle c=55°$

$(\angle c-10°)+(\angle b-\angle c+15°)=90°$에서

$\angle b+5°=90°$ $\quad\therefore \angle b=85°$

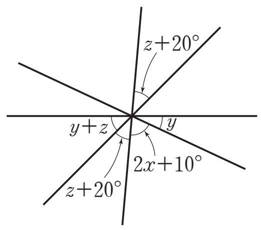
$(\angle a-20°)+135°=180°$에서

$\angle a+115°=180°$ $\quad\therefore \angle a=65°$

$\therefore \angle a+\angle b-2\angle c=65°+85°-2\times55°=40°$

24 답 $75°$

오른쪽 그림에서



$(\angle y+\angle z)+(\angle z+20°)$

$+(2\angle x+10°)+\angle y=180°$

$2\angle x+2\angle y+2\angle z+30°=180°$

$2(\angle x+\angle y+\angle z)=150°$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=75°$

25 답 $45°$

$\angle AOC=\frac{1}{3}\angle AOG$에서 $\angle AOG=3\angle AOC$

$\angle DOF=\frac{1}{4}\angle DOG$에서 $\angle DOG=4\angle DOF$

$\therefore \angle GOF=\angle DOG-\angle DOF=4\angle DOF-\angle DOF=3\angle DOF$

이때 $\angle COD=180°$이므로

$\angle AOC+\angle AOG+\angle GOF+\angle DOF=180°$

$\angle AOC+3\angle AOC+3\angle DOF+\angle DOF=180°$

$4(\angle AOC+\angle DOF)=180°$

$\therefore \angle AOC+\angle DOF=45°$

따라서 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$\angle COE+\angle BOD=\angle DOF+\angle AOC=45°$

26 답 $75°$

$\angle DOE=90°$이고 $\angle DOE=\frac{5}{3}\angle COD$이므로

$\angle COD=\frac{3}{5}\angle DOE=\frac{3}{5}\times90°=54°$ …… ❶

$\angle AOC=90°-\angle COD=90°-54°=36°$이고

$\angle BOC=\angle FOG=\frac{7}{5}\angle AOB$이므로

$\angle AOB+\angle BOC=36°$에서 $\angle AOB+\frac{7}{5}\angle AOB=36°$

$\frac{12}{5}\angle AOB=36°$ $\quad\therefore \angle AOB=15°$ …… ❷

$\therefore \angle FOH=\angle BOD$

$=90°-\angle AOB$

$=90°-15°=75°$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle COD$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle AOB$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle FOH$의 크기 구하기	30 %

27 답 14

만들 수 있는 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BD}$의 4개이므로 $a=4$

반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$의 10개이므로 $b=10$

$\therefore a+b=4+10=14$

28 답 8

만들 수 있는 반직선은 $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$의 18개이므로 $a=18$

선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$의 10개이므로 $b=10$

$\therefore a-b=18-10=8$

29 답 6

만들 수 있는 반직선은 $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$의 16개이므로 $a=16$

선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$의 10개이므로 $b=10$

$\therefore a-b=16-10=6$

30 답 76

만들 수 있는 직선은 $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{AF}$, $\overleftrightarrow{AG}$, $\overleftrightarrow{AH}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{BG}$, $\overleftrightarrow{BH}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{CF}$, $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{CH}$, $\overleftrightarrow{DF}$, $\overleftrightarrow{DG}$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{EG}$, $\overleftrightarrow{EH}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{FH}$, $\overleftrightarrow{GH}$의 24개이므로 $a=24$

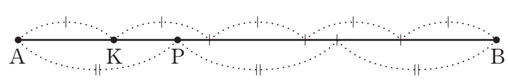
시작점이 각각 A, B, C, D, E, F, G, H인 반직선의 개수는 각각 6, 7, 5, 7, 6, 7, 7, 7이므로

$b=6+7+5+7+6+7+7+7=52$

$\therefore a+b=24+52=76$

31 답 18 cm

두 점 P, K를 $\overline{AB}$ 위에 나타내면 다음과 같다.



이때 $\overline{AP}=\frac{1}{3}\overline{AB}$, $\overline{AK}=\frac{1}{5}\overline{AB}$이므로

$\overline{KP}=\overline{AP}-\overline{AK}=\frac{1}{3}\overline{AB}-\frac{1}{5}\overline{AB}=\frac{2}{15}\overline{AB}$

$\overline{KP}=\frac{12}{5}$ cm이므로 $\frac{2}{15}\overline{AB}=\frac{12}{5}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{12}{5}\times\frac{15}{2}=18$ (cm)

32 답 20 cm

한 직선 위에 점 A, B, P, Q, M, N을 조건에 맞게 나타내면 다음과 같다.

$\overline{AP}=3\overline{PB}$에서 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$

$\therefore \overline{PB}=\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{1}{4}\times 40=10\ (\text{cm})$

또 $\overline{AQ}=2\overline{BQ}$이고 $\overline{AQ}=\overline{AB}+\overline{BQ}$이므로

$\overline{BQ}=\overline{AB}=40$ cm

점 M은 $\overline{PB}$의 중점이므로

$\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{PB}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\text{cm})$

점 N은 $\overline{PQ}$의 중점이므로

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2}(\overline{PB}+\overline{BQ})=\frac{1}{2}\times(10+40)$

$\quad=\frac{1}{2}\times 50=25\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{MN}=\overline{PN}-\overline{PM}=25-5=20\ (\text{cm})$

33 답 24 cm

$\overline{AC}:\overline{BC}=1:2$이므로 $\overline{BC}=\frac{2}{3}\overline{AB}$

세 점 D, E, F는 $\overline{BC}$를 사등분하는 점이므로

$\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FB}=\frac{1}{4}\overline{BC}=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\overline{AB}=\frac{1}{6}\overline{AB}$

점 M은 $\overline{EF}$의 중점이므로

$\overline{EM}=\frac{1}{2}\overline{EF}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\overline{AB}=\frac{1}{12}\overline{AB}$

이때 $\overline{DM}=6$ cm이므로

$\overline{DE}+\overline{EM}=6$에서 $\frac{1}{6}\overline{AB}+\frac{1}{12}\overline{AB}=6$

$\frac{1}{4}\overline{AB}=6 \qquad \therefore \overline{AB}=24\ (\text{cm})$

34 답 60 cm

$3\overline{AB}=2\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3 \qquad \therefore \overline{AB}=\frac{2}{5}\overline{AC}$

$\overline{AP}=2\overline{PC}$에서 $\overline{AP}:\overline{PC}=2:1 \qquad \therefore \overline{PC}=\frac{1}{3}\overline{AC}$

점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\overline{AC}=\frac{1}{5}\overline{AC}$

점 N은 $\overline{PC}$의 중점이므로

$\overline{NC}=\frac{1}{2}\overline{PC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{6}\overline{AC}$

$\therefore \overline{MN}=\overline{AC}-\overline{AM}-\overline{NC}=\overline{AC}-\frac{1}{5}\overline{AC}-\frac{1}{6}\overline{AC}=\frac{19}{30}\overline{AC}$

즉 $\frac{19}{30}\overline{AC}=38$이므로 $\overline{AC}=38\times\frac{30}{19}=60\ (\text{cm})$

35 답 52.5°

[전략] 1분 동안 시침은 0.5°, 분침은 6° 움직임을 이용한다.

시침이 12를 가리킬 때부터 1시간 15분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 1+0.5^\circ\times 15=37.5^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 15분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times 15=90^\circ$

따라서 구하는 각의 크기는

$90^\circ-37.5^\circ=52.5^\circ$

(분침이 움직인 각도)−(시침이 움직인 각도)

> **100점 TIP**
>
> **시침과 분침이 이루는 각의 크기**
>
> 시침은 1시간, 즉 60분에 30°만큼 움직이므로 1분에 0.5°만큼 움직이고, 분침은 1시간, 즉 60분에 360°만큼 움직이므로 1분에 6°만큼 움직인다.
>
> 시계가 x시 y분을 가리킬 때, 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 다음을 이용하여 구할 수 있다.
>
> ① 시침이 12를 가리킬 때부터 x시간 y분 동안 움직인 각도는
> $30^\circ\times x+0.5^\circ\times y$
>
> ② 분침이 12를 가리킬 때부터 y분 동안 움직인 각도는
> $6^\circ\times y$

36 답 102.5°

시침이 12를 가리킬 때부터 8시간 25분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 8+0.5^\circ\times 25=252.5^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 25분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times 25=150^\circ$

따라서 구하는 각의 크기는

$252.5^\circ-150^\circ=102.5^\circ$

(시침이 움직인 각도)−(분침이 움직인 각도)

적중 & 심화 실전 TEST

14쪽~15쪽

01 답 ㉡, ㉣, ㉤

㉡ 두 반직선이 같으려면 시작점과 방향이 모두 같아야 한다.

㉣ 반직선은 한쪽 방향으로 뻗어 나가는 모양이고, 직선은 양쪽 방향으로 뻗어 나가는 모양이므로 반직선과 직선의 길이는 생각할 수 없다.

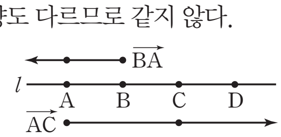
㉤ 선분은 양 끝 점을 포함한다.

따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉣, ㉤이다.

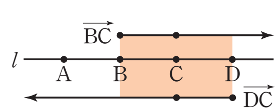
02 답 ③, ④

③ $\overrightarrow{BC}$와 $\overrightarrow{CB}$는 시작점도 다르고 방향도 다르므로 같지 않다.

④ 오른쪽 그림에서
$\overrightarrow{BA}$는 $\overrightarrow{AC}$에 포함되지 않는다.



⑤ 오른쪽 그림에서
$\overrightarrow{BC}$와 $\overrightarrow{DC}$의 공통인 부분은
$\overline{BD}$이다.



따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

03 답 ⑤

③ $\overline{AM}=\frac{1}{3}\overline{AB}$이고 $\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}$이므로

$\overline{AM}:\overline{AP}=\frac{1}{3}\overline{AB}:\frac{1}{2}\overline{AB}=2:3$

$\therefore 3\overline{AM}=2\overline{AP}$

④ $\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{AM}=\frac{1}{3}\overline{AB}$이므로

$\overline{MP}=\overline{AP}-\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}-\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{6}\overline{AB}$

이때 $\overline{BP}=\frac{1}{2}\overline{AB}$이므로 $\overline{MP}:\overline{BP}=\frac{1}{6}\overline{AB}:\frac{1}{2}\overline{AB}=1:3$

$\therefore 3\overline{MP}=\overline{BP}$

⑤ $\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{BM}=\frac{2}{3}\overline{AB}$이므로

$\overline{AP}:\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}:\frac{2}{3}\overline{AB}=3:4$

$4\overline{AP}=3\overline{BM}$ $\quad\therefore \overline{AP}=\frac{3}{4}\overline{BM}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04 답 $\frac{3}{2}$

점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{MB}=\overline{AM}=12$ cm

$\therefore \overline{BN}=\overline{MN}-\overline{MB}=20-12=8$ (cm)

이때 점 N은 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BC}=2\overline{BN}=2\times 8=16$ (cm)

한편 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 12=24$ (cm)이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=24:16=3:2$

$2\overline{AB}=3\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{BC}$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 $\frac{3}{2}$이다.

05 답 15 cm

$5\overline{AB}=4\overline{BD}$에서 $\overline{AB}:\overline{BD}=4:5$

$\therefore \overline{BD}=\frac{5}{9}\overline{AD}=\frac{5}{9}\times 36=20$ (cm) …… ❶

또 $3\overline{BC}=\overline{CD}$에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=1:3$

$\therefore \overline{CD}=\frac{3}{4}\overline{BD}=\frac{3}{4}\times 20=15$ (cm) …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\overline{BD}$의 길이 구하기	50 %
❷ $\overline{CD}$의 길이 구하기	50 %

06 답 15°

$\angle AOC=4\angle BOC$이므로

$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC=4\angle BOC-\angle BOC=3\angle BOC$

이때 $\angle AOB=90°$이므로

$3\angle BOC=90°$ $\quad\therefore \angle BOC=30°$

따라서 $\angle COE=90°-\angle BOC=90°-30°=60°$이고

$\angle DOE=3\angle COD$이므로

$\angle COE=\angle COD+\angle DOE=\angle COD+3\angle COD=60°$

$4\angle COD=60°$ $\quad\therefore \angle COD=15°$

07 답 72°

$\angle a:\angle b=2:1=8:4$,

$\angle b:\angle c=2:1=4:2$,

$\angle c:\angle d=2:1$

이므로 $\angle a:\angle b:\angle c:\angle d=8:4:2:1$

따라서 $\angle a=180°\times\frac{8}{8+4+2+1}=96°$,

$\angle c=180°\times\frac{2}{8+4+2+1}=24°$이므로

$\angle a-\angle c=96°-24°=72°$

다른 풀이

$\angle a:\angle b=\angle b:\angle c=\angle c:d=2:1$이므로

$\angle c=2\angle d$, $\angle b=2\angle c=4\angle d$, $\angle a=2\angle b=8\angle d$

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180°$이므로

$8\angle d+4\angle d+2\angle d+\angle d=180°$

$15\angle d=180°$ $\quad\therefore \angle d=12°$

따라서 $\angle a=8\times 12°=96°$, $\angle c=2\times 12°=24°$이므로

$\angle a-\angle c=96°-24°=72°$

08 답 30°

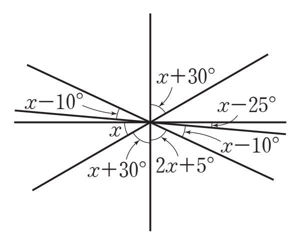
오른쪽 그림에서

$\angle x+(\angle x+30°)+(2\angle x+5°)$

$+(\angle x-10°)+(\angle x-25°)$

$=180°$

$6\angle x=180°$ $\quad\therefore \angle x=30°$



09 답 120°

$\angle AOB=180°$이므로

$\angle AOC+\angle COG+\angle FOG+\angle BOF=180°$

$\frac{1}{2}\angle COG+\angle COG+\angle FOG+\frac{1}{2}\angle FOG=180°$

$\frac{3}{2}(\angle COG+\angle FOG)=180°$

$\frac{3}{2}\angle COF=180°$ $\quad\therefore \angle COF=180°\times\frac{2}{3}=120°$

이때 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$\angle EOD=\angle COF=120°$

10 답 56

직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{CF}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DF}$의 13개이므로 $a=13$ …… ❶

반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CF}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FB}$, $\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{FE}$의 28개이므로 $b=28$ …… ❷

선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DE}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$의 15개이므로 $c=15$ ······ ❸

$\therefore a+b+c=13+28+15=56$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ c의 값 구하기	30 %
❹ $a+b+c$의 값 구하기	10 %

11 답 21 cm

두 점 L, M은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{LB}+2\overline{MB}=2(\overline{LB}+\overline{BM})$

$=2\overline{LM}=2\times 9=18\text{ (cm)}$

$\overline{BC}=2\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$

$\therefore \overline{BC}=\frac{2}{3}\overline{AC}=\frac{2}{3}\times 18=12\text{ (cm)}$

$2\overline{CD}=3\overline{BC}$에서 $\overline{CD}=\frac{3}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}\times 12=18\text{ (cm)}$

점 N은 $\overline{CD}$의 중점이므로

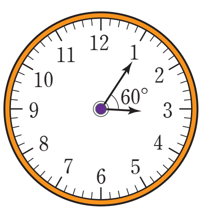
$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 18=9\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{BN}=\overline{BC}+\overline{CN}=12+9=21\text{ (cm)}$

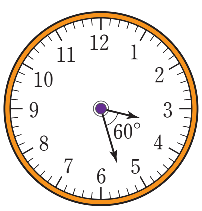
12 답 3시 $\frac{60}{11}$분, 3시 $\frac{300}{11}$분

3시와 4시 사이에 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 60°인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ)



(ⅱ)



이때의 시각을 3시 x분이라 하자.

시침이 12를 가리킬 때부터 3시 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 3+0.5^\circ\times x=90^\circ+0.5x^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times x=6x^\circ$

(ⅰ) $(90^\circ+0.5x^\circ)-6x^\circ=60^\circ$이므로

$5.5x^\circ=30^\circ \qquad \therefore x=\frac{60}{11}$

따라서 구하는 시각은 3시 $\frac{60}{11}$분이다.

(ⅱ) $6x^\circ-(90^\circ+0.5x^\circ)=60^\circ$이므로

$5.5x^\circ=150^\circ \qquad \therefore x=\frac{300}{11}$

따라서 구하는 시각은 3시 $\frac{300}{11}$분이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 시각은 3시 $\frac{60}{11}$분, 3시 $\frac{300}{11}$분이다.

02 | 위치 관계

개념 확인 17쪽

01 답 ⑤

⑤ 두 점 B, D는 직선 l 위에 있으므로 같은 직선 위에 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 답 ⑤

⑤ '꼬인 위치에 있다.'는 공간에서 두 직선의 위치 관계이다.

따라서 한 평면 위에 있는 두 직선의 위치 관계가 될 수 없는 것은 ⑤이다.

03 답 3

모서리 AB와 평행한 모서리는 $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$의 3개이므로 $a=3$

모서리 AB와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$의 4개이므로 $b=4$

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$의 4개이므로 $c=4$

$\therefore a+b-c=3+4-4=3$

04 답 ③

① 모서리 DE와 모서리 CF는 꼬인 위치에 있다.

② 모서리 AC와 모서리 DF는 평행하다.

④ 모서리 EF와 모서리 BC는 평행하다.

⑤ 모서리 BE와 모서리 CF는 평행하다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

05 답 ④

① 모서리 BC는 면 ABFE에 포함되지 않는다.

② 모서리 BC는 면 AEHD와 평행하다.

③ 모서리 BC는 면 BFGC에 포함된다.

⑤ 모서리 BC는 면 EFGH와 평행하다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

06 답 3

면 AGHB와 수직인 면은 면 ABCDEF, 면 GHIJKL의 2개이므로 $a=2$

면 AGHB와 평행한 면은 면 EKJD의 1개이므로 $b=1$

$\therefore a+b=2+1=3$

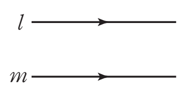
적중 & 심화 유형 연습 18쪽~23쪽

01 답) ③

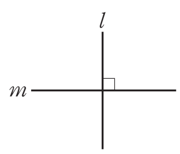
① 두 직선이 한 점에서 만날 때, 수직이 아닐 수도 있다.
② 한 평면에 있는 두 직선은 평행하거나 한 점에서 만나거나 일치한다.
즉 한 평면에 있는 두 직선이 반드시 만나는 것은 아니다.
④ 한 직선과 두 점에서만 만나는 직선은 없다.
⑤ 한 직선 위에 있지 않은 점을 지나면서 이 직선과 수직인 직선은 1개이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

02 답) ⑤

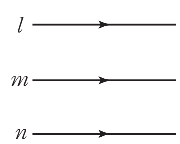
① 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m$이면 두 직선 l, m은 만나지 않는다.



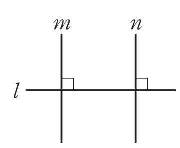
② 오른쪽 그림과 같이 $l \perp m$이면 두 직선 l, m은 한 점에서 만난다.



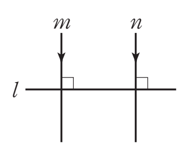
③ 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m$, $l /\!/ n$이면 $m /\!/ n$이다.



④ 오른쪽 그림과 같이 $l \perp m$, $l \perp n$이면 $m /\!/ n$이다.



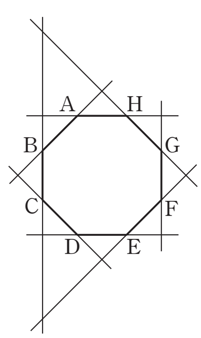
⑤ 오른쪽 그림과 같이 $l \perp m$, $m /\!/ n$이면 $l \perp n$이다.



따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

03 답) 5

$\overleftrightarrow{BC}$와 한 점에서 만나는 직선은
$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AH}$, $\overleftrightarrow{HG}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{EF}$의 6개이므로 $a=6$ ······ ❶
$\overleftrightarrow{BC}$와 평행한 직선은 $\overleftrightarrow{GF}$의 1개이므로
$b=1$ ······ ❷
$\therefore a-b=6-1=5$ ······ ❸



채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	50 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

04 답) ④

① $\overline{AC}$와 $\overline{CD}$는 점 C에서 만난다.
② $\overline{AC}$와 $\overline{BC}$는 점 C에서 만난다.
③ $\overline{AC}$와 $\overline{AB}$는 점 A에서 만난다.
⑤ $\overline{BD}$와 $\overline{CD}$는 점 D에서 만난다.
따라서 꼬인 위치에 있는 모서리끼리 짝 지어진 것은 ④이다.

05 답) ③

② 모서리 CG와 평행한 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{DH}$의 3개이다.
③ 모서리 BF와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$의 4개이다.
⑤ 모서리 EH와 한 점에서 만나는 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{EF}$, $\overline{DH}$, $\overline{GH}$의 4개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

06 답) ②

① $\overline{AE}$와 $\overline{BC}$는 꼬인 위치에 있다.
② $\overline{AE}$와 $\overline{CG}$는 평행하다.
③ $\overline{AE}$와 $\overline{DC}$는 꼬인 위치에 있다.
④ $\overline{AE}$와 $\overline{FG}$는 꼬인 위치에 있다.
⑤ $\overline{AE}$와 $\overline{HG}$는 꼬인 위치에 있다.
따라서 $\overline{AE}$와의 위치 관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

07 답) $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{GL}$

모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{AG}$, $\overline{FL}$, $\overline{EK}$, $\overline{DJ}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{GL}$, $\overline{GH}$
이 중 모서리 BH와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{GL}$
따라서 두 모서리 BC, BH와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{GL}$이다.

08 답) 12

모서리 AF를 포함하는 면은 면 ABCDEF, 면 AGLF의 2개이므로 $a=2$
면 ABHG와 평행한 모서리는 $\overline{CI}$, $\overline{DJ}$, $\overline{EK}$, $\overline{FL}$, $\overline{DE}$, $\overline{JK}$의 6개이므로 $b=6$
$\therefore ab=2\times 6=12$

09 답) ①, ⑤

$\overline{AB}$와 평면 P의 교점 B를 지나는 평면 P 위의 두 직선이 $\overline{AB}$와 수직이면 평면 P와 $\overline{AB}$는 수직이다.
따라서 평면 P와 $\overline{AB}$가 수직임을 설명하기 위하여 필요한 조건은 $\overline{AB}\perp\overline{BC}$, $\overline{AB}\perp\overline{BE}$이다.

10 답/ $\overline{EF}$

조건 (가)에서 모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$
조건 (가)를 만족하는 모서리 중에서 면 ABCD와 만나지 않는 모서리는 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$
조건 (가), (나)를 만족하는 모서리 중에서 모서리 DH와 만나지 않는 모서리는 $\overline{EF}$이다.

11 답/ ③, ⑤

① 면 BFGC와 평행한 면은 면 AEHD의 1개이다.
② 면 AEGC와 평행한 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$의 2개이다.
③ 면 AEGC와 수직인 면은 면 ABCD, 면 EFGH의 2개이다.
④ $\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{EH}$의 6개이다.
⑤ 면 AEHD와 면 BFGC 사이의 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

참고
⑤에서 $\overline{AB}$의 길이와 $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$의 길이는 같다.

12 답/ ③, ④

① 면 BGHC와 수직인 면은 면 ABCDE, 면 FGHIJ의 2개이다.
② 모서리 DI를 포함하는 면은 면 CHID, 면 DIJE의 2개이다.
④ 모서리 EJ와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$의 6개이다.
⑤ 면 ABCDE와 수직인 모서리는 $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{CH}$, $\overline{DI}$, $\overline{EJ}$의 5개이다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

13 답/ ④, ⑤

③ 모서리 BE와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{GF}$, $\overline{HI}$의 6개이다.
④ 평면과 직선 사이의 관계에는 꼬인 위치가 없다.
면 FGHI와 모서리 AB는 한 점에서 만난다.
⑤ 면 CGFB와 평행한 면은 면 DHIE의 1개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

14 답/ ②, ④

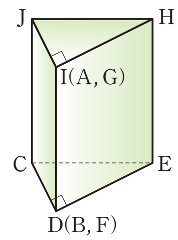
① 모서리 CG와 모서리 AE는 평행하다.
② 모서리 BC와 수직인 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$의 2개이다.
③ 모서리 EH와 면 CGFB는 평행하지 않다.
④ 면 AEFB와 수직인 면은 면 ABCD, 면 AEHD, 면 EFGH의 3개이다.
⑤ 모서리 BC와 면 AEFB는 수직이 아니다.
따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

15 답/ ①, ⑤

① 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CG}$, $\overline{DE}$, $\overline{DG}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$의 5개이다.
③ 모서리 BE와 한 점에서 만나는 면은 면 ABC, 면 AED, 면 BFGC, 면 DEFG의 4개이다.
④ 모서리 BF를 포함하는 면은 면 BEF, 면 BFGC의 2개이다.
⑤ 면 ADGC와 평행한 모서리는 $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{EF}$의 3개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

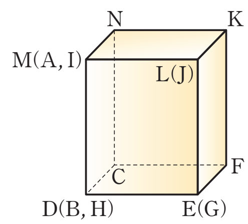
16 답/ 3

주어진 전개도로 만든 삼각기둥은 오른쪽 그림과 같다.
이때 모서리 IH와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{JC}$, $\overline{CD}(=\overline{BC})$, $\overline{CE}$의 3개이다.



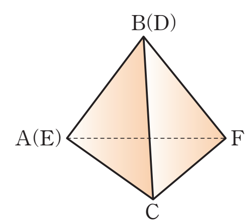
17 답/ ③

주어진 전개도로 만든 직육면체는 오른쪽 그림과 같다.
① $\overline{AN}$과 $\overline{IH}$는 한 점에서 만난다.
② $\overline{ML}$과 $\overline{DE}$는 평행하다.
④ 면 ABCN은 $\overline{IH}$를 포함한다.
⑤ 면 ABCN과 면 JGHI는 한 모서리에서 만난다.
따라서 옳은 것은 ③이다.



18 답/ ④

주어진 전개도로 만든 삼각뿔은 오른쪽 그림과 같다.
① $\overline{AB}$와 $\overline{CF}$는 꼬인 위치에 있다.
② $\overline{AF}$와 $\overline{CD}$는 꼬인 위치에 있다.
③ $\overline{BC}$와 $\overline{AF}$는 꼬인 위치에 있다.
④ $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$는 한 점에서 만난다.
⑤ $\overline{AC}$와 $\overline{DF}$는 꼬인 위치에 있다.
따라서 위치 관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.



19 답/ ③

③ 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않다.
따라서 평면이 하나로 정해지는 조건이 아닌 것은 ③이다.

100점 TIP

평면이 하나로 정해지는 조건
(1) 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점이 주어질 때
(2) 한 직선과 그 직선 위에 있지 않은 한 점이 주어질 때
(3) 한 점에서 만나는 두 직선이 주어질 때
(4) 평행한 두 직선이 주어질 때

20 답 4

공간에서 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 네 점으로 만들 수 있는 평면은 평면 ABC, 평면 ABD, 평면 ACD, 평면 BCD의 4개이다.

21 답 7

네 점 B, C, D, E 중 세 점으로 정해지는 평면은 평면 P의 1개뿐이고, 네 점 B, C, D, E 중 두 점과 점 A로 정해지는 서로 다른 평면은 평면 ABC, 평면 ABD, 평면 ABE, 평면 ACD, 평면 ACE, 평면 ADE의 6개이다.
따라서 구하는 평면의 개수는 $1+6=7$

22 답 35

면 ABED와 평행한 모서리의 개수는 $\overline{CJ}$, $\overline{JI}$, $\overline{IF}$, $\overline{FG}$, $\overline{CG}$의 5개이므로 $a=5$
모서리 DG와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{CJ}$, $\overline{HJ}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{BE}$, $\overline{IF}$의 7개이므로 $b=7$
$\therefore ab=5\times7=35$

23 답 4

면 ABFE와 수직인 면은 면 ABCD, 면 AEHD, 면 BFGIJC, 면 EFGH, 면 JIK의 5개이므로 $a=5$ …… ❶
모서리 CD와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{IG}$, $\overline{JI}$, $\overline{IK}$의 9개이므로 $b=9$ …… ❷
$\therefore b-a=9-5=4$ …… ❸

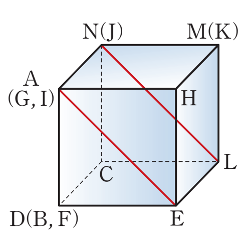
채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	50 %
❸ $b-a$의 값 구하기	10 %

24 답 12

모서리 CG와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{EG}$, $\overline{FG}$, $\overline{IJ}$의 5개이므로 $a=5$
모서리 EG와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AH}$, $\overline{DJ}$, $\overline{FI}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$의 7개이므로 $b=7$
$\therefore a+b=5+7=12$

25 답 ④, ⑤

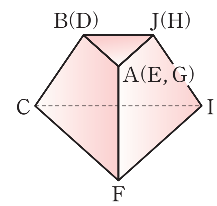
주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.



이때 $\overline{NL}$과 $\overline{EG}$는 평행하다.
① $\overline{AB}$와 $\overline{LK}$는 평행하다.
② $\overline{CL}$과 $\overline{HG}$는 평행하다.
③ $\overline{BC}$와 $\overline{KH}$는 평행하다.
④ $\overline{CD}$와 $\overline{ML}$은 꼬인 위치에 있다.
⑤ $\overline{NC}$와 $\overline{KJ}$는 한 점에서 만난다.
따라서 위치 관계가 $\overline{NL}$과 $\overline{EG}$의 위치 관계와 다른 것은 ④, ⑤이다.

26 답 8

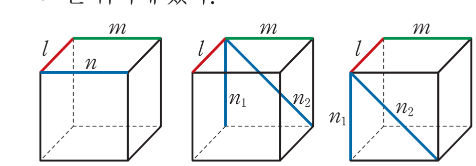
주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



모서리 BJ와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{EF}(=\overline{GF})$, $\overline{CF}$, $\overline{FI}$의 3개이므로 $a=3$
모서리 FI와 평행한 면은 면 ABJ의 1개이므로 $b=1$
면 BCIJ와 만나는 면은 면 ABJ, 면 CFI, 면 CDEF, 면 IFGH의 4개이므로 $c=4$
$\therefore a+b+c=3+1+4=8$

27 답 ②, ⑤

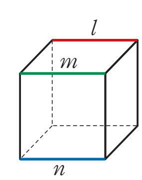
[전략] 직육면체를 그려서 모서리는 직선으로, 면은 평면으로 생각한다.
② 공간에서 서로 만나지 않는 두 직선은 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
⑤ 한 직선에 수직인 두 직선은 평행하거나 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.
➡ $l\perp m$, $l\perp n$이면 $m /\!/ n$이거나 m과 n이 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



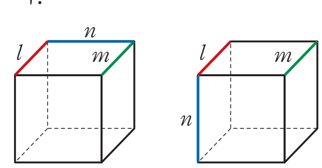
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

28 답 ③, ⑤

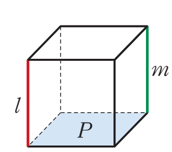
① $l /\!/ m$, $l /\!/ n$이면 $m /\!/ n$이다.



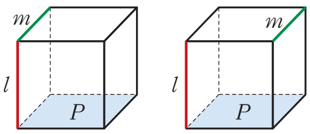
② $l /\!/ m$, $l\perp n$이면 m과 n은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



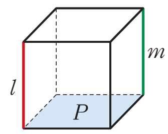
③ $l\perp P$, $l /\!/ m$이면 $m\perp P$이다.



④ $l\perp P$, $m\parallel P$이면 l과 m은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



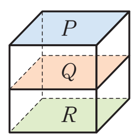
⑤ $l\perp P$, $m\perp P$이면 $l\parallel m$이다.



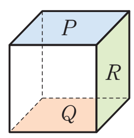
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

29 답 ②, ③

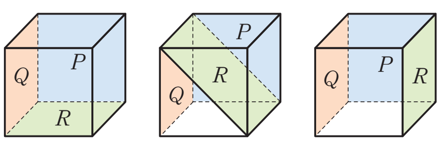
① $P\parallel Q$, $P\parallel R$이면 $Q\parallel R$이다.



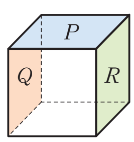
② $P\parallel Q$, $P\perp R$이면 $Q\perp R$이다.



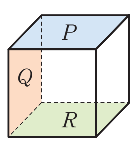
③ $P\perp Q$, $P\perp R$이면 Q와 R은 한 직선에서 만나거나 $Q\parallel R$이다.



④ $P\perp Q$이고 $Q\parallel R$이면 $P\perp R$이다.



⑤ $P\perp Q$이고 $P\parallel R$이면 $Q\perp R$이다.

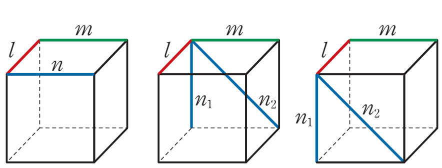


따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

30 답 ④

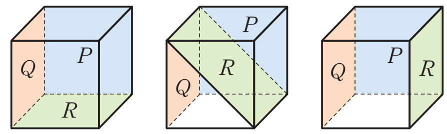
① 한 직선에 수직인 두 직선은 평행하거나 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.

➡ $l\perp m$, $l\perp n$이면 $m\parallel n$이거나 m과 n이 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



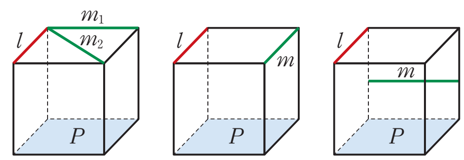
② 한 평면에 수직인 두 평면은 한 직선에서 만나거나 평행하다.

➡ $P\perp Q$, $P\perp R$이면 Q와 R은 한 직선에서 만나거나 $Q\parallel R$이다.



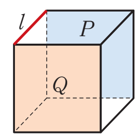
③ 한 평면에 평행한 두 직선은 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

➡ $l\parallel P$, $m\parallel P$이면 l과 m은 한 점에서 만나거나 $l\parallel m$이거나 꼬인 위치에 있다.



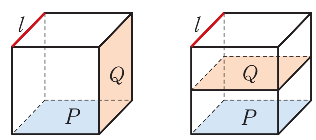
④ 한 직선에 수직인 두 평면은 평행하다.

➡ $l\perp P$, $l\perp Q$이면 $P\parallel Q$



⑤ 한 직선에 평행한 두 평면은 한 직선에서 만나거나 평행하다.

➡ $l\parallel P$, $l\parallel Q$이면 P와 Q는 한 직선에서 만나거나 $P\parallel Q$이다.



따라서 항상 평행한 것은 ④이다.

100점 TIP

직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면이 항상 평행한 경우

(1) 한 직선과 평행한 모든 직선

(2) 한 직선과 수직인 모든 평면

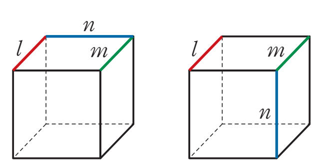
(3) 한 평면과 평행한 모든 평면

(4) 한 평면과 수직인 모든 직선

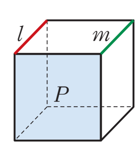
31 답 ㉢, ㉣, ㉥

㉠ 공간에서 두 직선 l, m이 만나지 않으면 $l\parallel m$이거나 l과 m은 꼬인 위치에 있다.

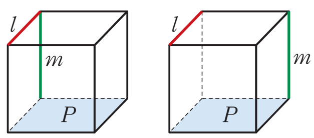
㉡ $l\parallel m$, $m\perp n$이면 l과 n은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



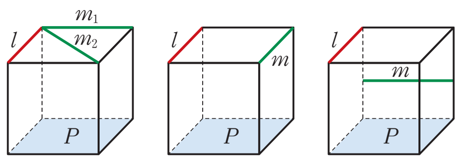
㉢ $l\parallel m$, $m\perp P$이면 $l\perp P$이다.



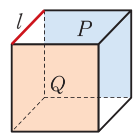
ㄹ $l /\!/ P$, $m \perp P$이면 l과 m은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



ㅁ $l /\!/ P$, $m /\!/ P$이면 l과 m은 한 점에서 만나거나 $l /\!/ m$이거나 꼬인 위치에 있다.



ㅂ $l \perp P$, $l \perp Q$이면 $P /\!/ Q$이다.



따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

적중 & 심화 실전 TEST
24쪽~25쪽

01 답 ④

① 점 A는 직선 n 위에 있지 않다.
② 직선 m은 점 C를 지나지 않는다.
③ 두 직선 m과 l의 교점은 점 A이다.
⑤ 두 직선 l과 n의 교점은 점 C의 1개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

02 답 ④

①, ②, ③, ⑤ 한 점에서 만난다.
④ 평행하다.
따라서 위치 관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

03 답 6

모서리 CH와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$의 4개이므로 $a=4$
모서리 CH와 평행한 모서리는 $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{DI}$, $\overline{EJ}$의 4개이므로 $b=4$
모서리 CH와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{AE}$, $\overline{DE}$, $\overline{FG}$, $\overline{FJ}$, $\overline{IJ}$의 6개이므로 $c=6$
$\therefore a-b+c=4-4+6=6$

04 답 ㄴ, ㄷ, ㅁ, ㅂ

ㄱ 모서리 AB와 모서리 CD는 연장하였을 때 한 점에서 만난다.
ㄴ 모서리 CD를 포함하는 면은 면 ABCDEF, 면 CIJD의 2개이다.
ㄷ 모서리 CI와 평행한 면은 면 BHGA, 면 AGLF, 면 FLKE, 면 DJKE의 4개이다.
ㄹ 면 BHIC와 평행한 모서리는 $\overline{DJ}$, $\overline{EK}$, $\overline{FL}$, $\overline{AG}$, $\overline{EF}$, $\overline{KL}$의 6개이다.
ㅁ 면 ABCDEF와 수직인 면은 면 BHGA, 면 BHIC, 면 CIJD, 면 DJKE, 면 EKLF, 면 AGLF의 6개이다.
ㅂ 모서리 DE와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{FL}$, $\overline{AG}$, $\overline{BH}$, $\overline{CI}$, $\overline{GL}$, $\overline{LK}$, $\overline{IJ}$, $\overline{HI}$
이 중 모서리 EK와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{GL}$, $\overline{IJ}$, $\overline{HI}$
즉 두 모서리 DE, EK와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{GL}$, $\overline{IJ}$, $\overline{HI}$의 3개이다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.

05 답 5

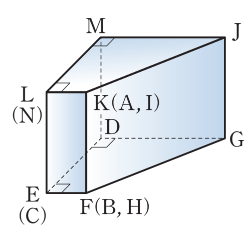
모서리 AB와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AM}$, $\overline{AE}$, $\overline{BN}$, $\overline{BF}$의 4개이므로 $a=4$ ······ ❶
모서리 MH와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BN}$, $\overline{BF}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$의 5개이므로 $b=5$ ······ ❷
면 BFGN과 수직인 면은 면 ABNM, 면 ABFE, 면 EFGH, 면 NGHM의 4개이므로 $c=4$ ······ ❸
$\therefore a+b-c=4+5-4=5$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	20 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ c의 값 구하기	30 %
❹ $a+b-c$의 값 구하기	10 %

참고
(면 BFGN)$\perp\overleftrightarrow{MN}$이고 면 NGHM이 $\overleftrightarrow{MN}$을 포함하므로
(면 BFGN)$\perp$(면 NGHM)

06 답 8

주어진 전개도로 만든 사각기둥은 오른쪽 그림과 같다.



모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{LM}(=\overline{NM})$, $\overline{MJ}$, $\overline{ED}(=\overline{CD})$, $\overline{DG}$의 4개이므로 $a=4$
모서리 AB와 평행한 면은 면 NCDM, 면 MDGJ의 2개이므로 $b=2$
모서리 AB와 수직인 면은 면 LMJK, 면 DEFG의 2개이므로 $c=2$
$\therefore a+b+c=4+2+2=8$

07 답 9

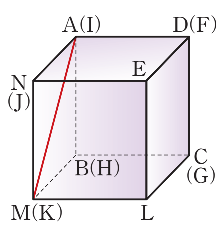
다섯 개의 점 A, B, C, D, E 중 세 점으로 정해지는 서로 다른 평면은 1개뿐이고, 다섯 개의 점 A, B, C, D, E 중 두 점과 점 F로 정해지는 서로 다른 평면은 평면 FAB, 평면 FAC, 평면 FAD, 평면 FAE, 평면 FBC, 평면 FBD, 평면 FBE, 평면 FCE의 8개이다.
따라서 구하는 서로 다른 평면의 개수는
$1+8=9$

08 답 (1) 면 DGHF, 면 GBH
(2) $\overline{DF}$, $\overline{HF}$, $\overline{FC}$, $\overline{AC}$
(3) 면 DGHF, 면 ABC, 면 HBCF

(1) 모서리 AC와 평행한 면은 면 DGHF, 면 GBH이다.
(2) 모서리 GB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{DF}$, $\overline{HF}$, $\overline{FC}$, $\overline{AC}$이다.
(3) 면 DABG와 수직인 면은 면 DGHF, 면 ABC, 면 HBCF이다.

09 답 ②, ④

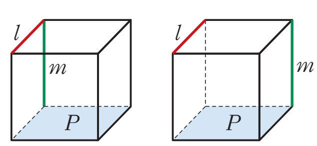
주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.



① $\overline{AM}$과 $\overline{KJ}$는 한 점에서 만난다.
② $\overline{AM}$과 $\overline{GH}$는 꼬인 위치에 있다.
③ $\overline{AM}$과 $\overline{FI}$는 한 점에서 만난다.
④ $\overline{AM}$과 $\overline{JE}$는 꼬인 위치에 있다.
⑤ $\overline{AM}$과 $\overline{IH}$는 한 점에서 만난다.
따라서 $\overline{AM}$과 꼬인 위치에 있는 모서리는 ②, ④이다.

10 답 ⑤

⑤ $l /\!/ P$, $m \perp P$이면 직선 l과 m은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

03 | 평행선의 성질

개념 확인 27쪽

01 답 ⑤

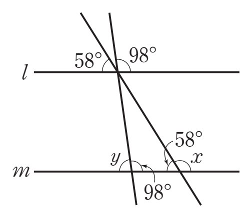
⑤ $\angle b$의 동위각은 $\angle f$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 답 140°

$l /\!/ m$이므로
$\angle a=65^\circ$ (엇각), $\angle b=75^\circ$ (동위각)
$\therefore \angle a+b=65^\circ+75^\circ=140^\circ$

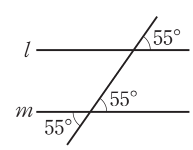
03 답 40°

$l /\!/ m$이므로
$58^\circ+\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=122^\circ$
$\angle y+98^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle y=82^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=122^\circ-82^\circ=40^\circ$

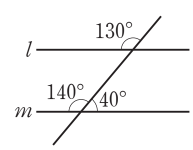


04 답 ⑤

① $140^\circ+40^\circ=180^\circ$이므로 $l /\!/ m$
② 엇각의 크기가 같으므로 $l /\!/ m$
③ 동위각의 크기가 같으므로 $l /\!/ m$
④ 동위각의 크기가 같으므로
$l /\!/ m$



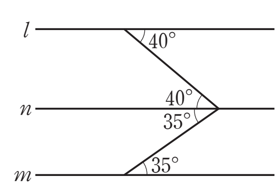
⑤ 동위각의 크기가 같지 않으므로
두 직선 l, m은 서로 평행하지 않다.



따라서 두 직선 l, m이 서로 평행하지 않은 것은 ⑤이다.

05 답 75°

오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면
$\angle x=40^\circ+35^\circ=75^\circ$



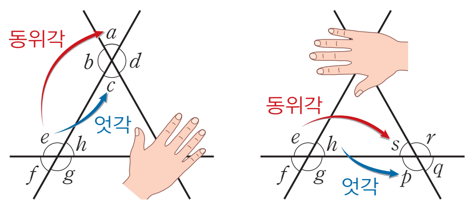
01 답 ⑤

① $\angle a$의 동위각은 $\angle e$이고 $\angle e=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
② $\angle b$의 엇각은 $\angle d$이고 $\angle d=100^\circ$ (맞꼭지각)
③ $\angle c$의 동위각은 $\angle f$이고 $\angle f=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
⑤ $\angle e$의 엇각은 $\angle c$이고 $\angle c=180^\circ-40^\circ=140^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 답 ④

④ $\angle f$의 동위각은 $\angle b$와 $\angle p$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

100점 TIP
세 직선이 세 점에서 만나는 경우 동위각 또는 엇각을 찾을 때에는 한 교점을 손으로 가려 보면 쉽게 찾을 수 있다.

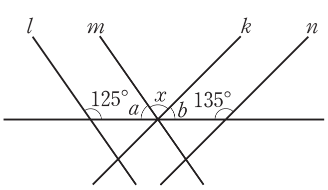


03 답 (1) 각 ❶, 각 ❾, 각 ⓰
(2) 각 ❽, 각 ⓫

04 답 60°

$l /\!/ m$이므로 $\angle x+63^\circ=123^\circ$ (동위각) $\therefore\ \angle x=60^\circ$
$\angle x+\angle y=180^\circ$이므로 $60^\circ+\angle y=180^\circ$ $\therefore\ \angle y=120^\circ$
$\therefore\ \angle y-\angle x=120^\circ-60^\circ=60^\circ$

05 답 80°

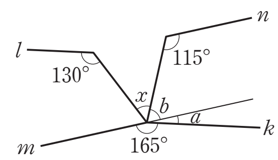


$l /\!/ m$이므로 $125^\circ+\angle a=180^\circ$ $\therefore\ \angle a=55^\circ$
$k /\!/ n$이므로 $\angle b+135^\circ=180^\circ$ $\therefore\ \angle b=45^\circ$
$\angle a+\angle x+\angle b=180^\circ$이므로 $55^\circ+\angle x+45^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=80^\circ$

다른 풀이
$l /\!/ m$이므로 $\angle x+\angle b=125^\circ$ (동위각) ······ ㉠
$k /\!/ n$이므로 $\angle a+\angle x=135^\circ$ (동위각) ······ ㉡
㉠+㉡을 하면 $2\angle x+\angle a+\angle b=260^\circ$
이때 $\angle a+\angle x+\angle b=180^\circ$이므로
$\angle x+180^\circ=260^\circ$ $\therefore\ \angle x=80^\circ$

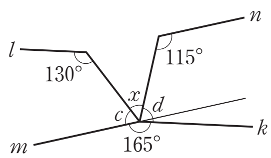
06 답 50°

오른쪽 그림과 같이 직선 m을 연장하면



$\angle a=180^\circ-165^\circ=15^\circ$
$m /\!/ n$이므로 $115^\circ+\angle b=180^\circ$
$\therefore\ \angle b=65^\circ$
$l /\!/ k$이므로 $\angle x+\angle b+\angle a=130^\circ$ (엇각)
$\angle x+65^\circ+15^\circ=130^\circ$ $\therefore\ \angle x=50^\circ$

다른 풀이

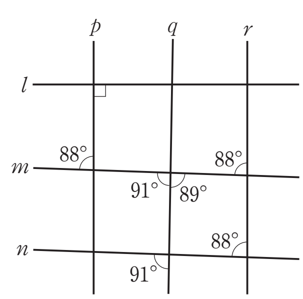


$m /\!/ n$이므로 $\angle c+\angle x=115^\circ$ (엇각) ······ ㉠
$l /\!/ k$이므로 $\angle x+\angle d=130^\circ$ (엇각) ······ ㉡
㉠+㉡을 하면 $2\angle x+\angle c+\angle d=245^\circ$ ······ ㉢
이때 $\angle x+\angle c+165^\circ+\angle d=360^\circ$이므로
$\angle x+\angle c+\angle d=195^\circ$
이것을 ㉢에 대입하면 $\angle x+195^\circ=245^\circ$ $\therefore\ \angle x=50^\circ$

07 답 ④

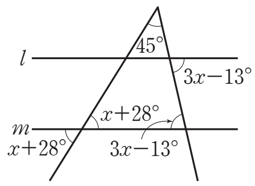
① $l /\!/ m$이면 $\angle c=\angle g$ (동위각)
② $\angle b=\angle h$이면 엇각의 크기가 같으므로 $l /\!/ m$
③ $\angle d=\angle b$ (맞꼭지각)
 $\angle d=\angle f$이면 $\angle b=\angle f$
 즉 동위각의 크기가 같으므로 $l /\!/ m$
④ $l /\!/ m$이면 $\angle a=\angle e$ (동위각)
 이때 $\angle e=\angle g$(맞꼭지각)이므로 $\angle a=\angle g$
 즉 $\angle a\neq 90^\circ$이면 $\angle a+\angle g\neq 180^\circ$
⑤ $\angle e+\angle h=180^\circ$이므로 $\angle c+\angle h=180^\circ$이면 $\angle c=\angle e$
 즉 엇각의 크기가 같으므로 $l /\!/ m$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

08 답 ②



두 직선 m, n이 직선 q와 만나서 생기는 동위각의 크기가 91°로 같으므로 $m /\!/ n$
$m /\!/ n$이므로 두 직선 m, r이 이루는 각 중 작은 각의 크기는 88° (동위각)
두 직선 p, r이 직선 m과 만나서 생기는 동위각의 크기가 88°로 같으므로 $p /\!/ r$
두 직선 l과 p가 수직으로 만나므로 $l \perp p$
따라서 옳은 것끼리 짝 지어진 것은 ②이다.

09 답) 30°



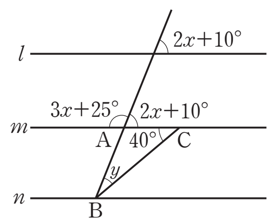
오른쪽 그림에서 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°이므로

$45^\circ+(\angle x+28^\circ)+(3\angle x-13^\circ)$
$=180^\circ$

$4\angle x+60^\circ=180^\circ$, $4\angle x=120^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ$

10 답) 57°



오른쪽 그림에서

$(3\angle x+25^\circ)+(2\angle x+10^\circ)$
$=180^\circ$

$5\angle x+35^\circ=180^\circ$, $5\angle x=145^\circ$

$\therefore \angle x=29^\circ$

삼각형 ABC에서

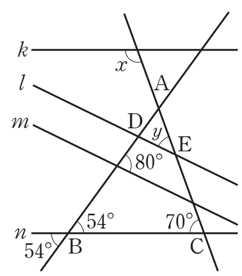
$\angle BAC=3\angle x+25^\circ=3\times29^\circ+25^\circ=112^\circ$이므로

$112^\circ+\angle y+40^\circ=180^\circ$

$\angle y+152^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle y=28^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=29^\circ+28^\circ=57^\circ$

11 답) 154°



오른쪽 그림에서 $k /\!/ n$이므로

$\angle x+70^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=110^\circ$ …… ❶

삼각형 ABC에서

$\angle BAC+54^\circ+70^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle BAC=56^\circ$

$l /\!/ m$이므로 $\angle ADE=80^\circ$ (동위각)

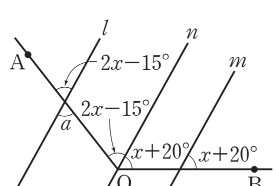
삼각형 ADE에서

$56^\circ+80^\circ+\angle y=180^\circ$ $\quad\therefore \angle y=44^\circ$ …… ❷

$\therefore \angle x+\angle y=110^\circ+44^\circ=154^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle y$의 크기 구하기	60 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기 구하기	10 %

12 답) 67°



오른쪽 그림과 같이 점 O를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면

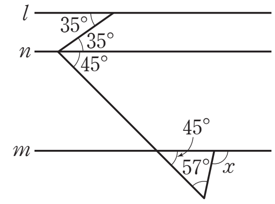
$(2\angle x-15^\circ)+(\angle x+20^\circ)=128^\circ$

$3\angle x+5^\circ=128^\circ$, $3\angle x=123^\circ$

$\therefore \angle x=41^\circ$

$\therefore \angle a=2\angle x-15^\circ=2\times41^\circ-15^\circ=67^\circ$

13 답) 102°



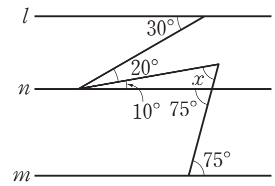
오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 긋는다.

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$45^\circ+57^\circ+(180^\circ-\angle x)=180^\circ$

$282^\circ-\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=102^\circ$

14 답) 65°



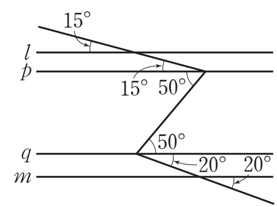
오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 긋는다.

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+10^\circ+(180^\circ-75^\circ)=180^\circ$

$\angle x+115^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=65^\circ$

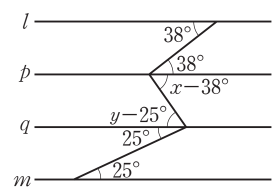
15 답) 70°



오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$\angle x=50^\circ+20^\circ=70^\circ$

16 답) 13°



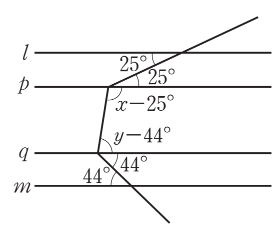
오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$\angle x-38^\circ=\angle y-25^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=13^\circ$

17 답) 249°

[전략] 꺾인 점을 지나면서 주어진 평행선에 평행한 직선을 그은 후 평행선에서 크기의 합이 180°인 두 각을 찾는다.



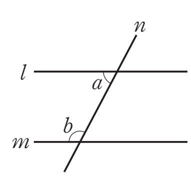
오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$(\angle x-25^\circ)+(\angle y-44^\circ)=180^\circ$

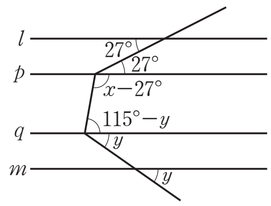
$\therefore \angle x+\angle y=249^\circ$

100점 TIP

서로 다른 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만날 때, $l /\!/ m$이면 $\angle a+\angle b=180^\circ$



18 답 92°



오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$(\angle x-27^\circ)+(115^\circ-\angle y)=180^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=92^\circ$

19 답 60°

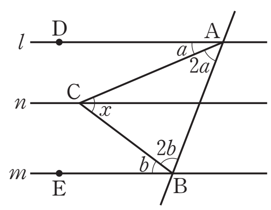
$\angle DAB=\frac{3}{2}\angle CAB$, $\angle ABE=\frac{3}{2}\angle ABC$이므로

$\angle DAC=\angle DAB-\angle CAB=\frac{1}{2}\angle CAB$

$\therefore \angle CAB=2\angle DAC$

$\angle CBE=\angle ABE-\angle ABC=\frac{1}{2}\angle ABC$

$\therefore \angle ABC=2\angle CBE$



$\angle DAC=\angle a$, $\angle CBE=\angle b$라 하면

$\angle CAB=2\angle a$, $\angle CBA=2\angle b$

$l\,/\!/\,m$이므로

$\angle DAB+\angle ABE=180^\circ$

$3\angle a+3\angle b=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=60^\circ$

위 그림과 같이 점 C를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면

$\angle x=\angle a+\angle b=60^\circ$

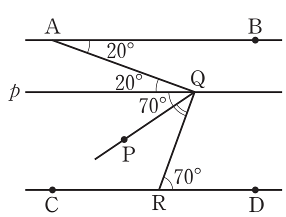
다른 풀이

$l\,/\!/\,m$이므로 $3\angle a+3\angle b=180^\circ$ $\quad\therefore \angle a+\angle b=60^\circ$

삼각형 ACB에서

$\angle x=180^\circ-2(\angle a+\angle b)=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$

20 답 36°



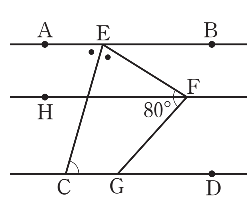
오른쪽 그림과 같이 점 Q를 지나면서 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 직선 p를 그으면

$\angle AQR=20^\circ+70^\circ=90^\circ$

$\angle AQP : \angle PQR=3 : 2$이므로

$\angle PQR=90^\circ\times\frac{2}{3+2}=36^\circ$

21 답 74°



오른쪽 그림과 같이 점 F를 지나면서 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 직선을 그으면

$\angle BEF=\angle EFH$ (엇각)

$\angle DGF=\angle HFG$ (엇각)

$\therefore \angle BEF+\angle DGF$

$\quad=\angle EFH+\angle HFG=80^\circ$

이때 $\angle BEF : \angle DGF=2 : 3$이므로

$\angle BEF=80^\circ\times\frac{2}{2+3}=32^\circ$ ······ ❶

한편 $\angle AEC=\angle FEC$이고

$\angle AEC+\angle FEC+32^\circ=180^\circ$이므로

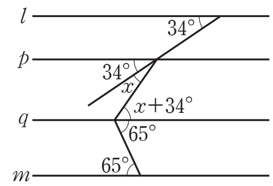
$2\angle AEC+32^\circ=180^\circ$, $2\angle AEC=148^\circ$

$\therefore \angle AEC=74^\circ$ ······ ❷

$\therefore \angle ECG=\angle AEC=74^\circ$ (엇각) ······ ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle$BEF의 크기 구하기	50 %
❷ $\angle$AEC의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle$ECG의 크기 구하기	20 %

22 답 21°

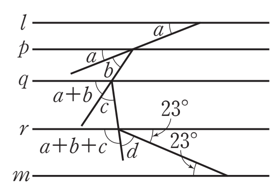


오른쪽 그림과 같이 $\angle x$와 크기가 120°인 각의 꼭짓점을 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$(\angle x+34^\circ)+65^\circ=120^\circ$

$\therefore \angle x=21^\circ$

23 답 157°



오른쪽 그림과 같이 $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$의 꼭짓점을 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q, r을 그으면

$(\angle a+\angle b+\angle c)+\angle d+23^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=157^\circ$

24 답 30°

$\angle ABF=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

$\angle EAB=\angle ABF=75^\circ$ (엇각)

$\angle FAB=\angle EAB=75^\circ$ (접은 각)

따라서 삼각형 AFB에서

$\angle x+75^\circ+75^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=30^\circ$

25 답 ④

① $\angle GEF=\angle CEF$ (접은 각)

② $\angle GFE=\angle CEF$ (엇각)이고 ①에서 $\angle GEF=\angle CEF$이므로
$\angle GEF=\angle GFE$

③ $\angle AGE=\angle HGF$ (맞꼭지각)

④ $\angle AGE=\angle GEC=\angle GEF+\angle CEF=2\angle CEF=2\angle GFE$

⑤ $\angle AGE+\angle BEG=180^\circ$이므로 $180^\circ-\angle AGE=\angle BEG$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

26 답 156°

$\angle QD'B=\angle B'QP=76^\circ$ (동위각)

$\angle QD'B+60^\circ+\angle y=180^\circ$에서

$76^\circ+60^\circ+\angle y=180^\circ$ $\quad\therefore \angle y=44^\circ$

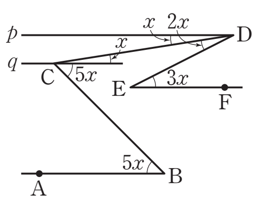
$\angle x=\angle y=44^\circ$ (엇각)
$\angle DRS=\angle D'RS=\angle z$(접은 각)이므로
$\angle x+\angle z+\angle z=180^\circ$
$44^\circ+2\angle z=180^\circ$, $2\angle z=136^\circ$
$\therefore\ \angle z=68^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y+\angle z=44^\circ+44^\circ+68^\circ=156^\circ$

27 답 62°

$\angle LGH=\angle HGC=62^\circ$(접은 각)이므로
$\angle JLH=\angle LGC=62^\circ+62^\circ=124^\circ$ (동위각)
$\therefore\ \angle KLE=180^\circ-(22^\circ+124^\circ)=34^\circ$
이때 $\angle KLF=90^\circ$이므로 $\angle ELF=90^\circ-34^\circ=56^\circ$
따라서 $\angle EFB=\angle LEF=\angle x$(엇각),
$\angle EFL=\angle EFB=\angle x$(접은 각)이므로
삼각형 EFL에서
$\angle x+\angle x+56^\circ=180^\circ$
$2\angle x=124^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=62^\circ$

28 답 45°

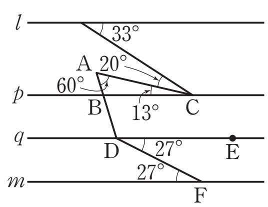
오른쪽 그림과 같이 두 점 C, D를 각각 지나면서 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{EF}$에 평행한 직선 p, q를 그으면



$\angle x+5\angle x=54^\circ$
$6\angle x=54^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=9^\circ$
$\therefore\ \angle ABC=5\angle x=5\times9^\circ=45^\circ$

29 답 134°

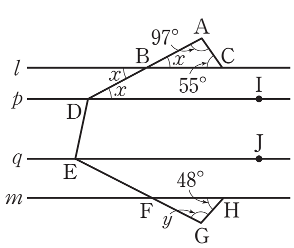
오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면 삼각형 ABC에서



$\angle ABC=180^\circ-(60^\circ+13^\circ)$
$\qquad=107^\circ$
$p\,/\!/\,q$이므로
$\angle BDE=\angle ABC=107^\circ$ (동위각)
$\therefore\ \angle x=\angle BDE+\angle EDF=107^\circ+27^\circ=134^\circ$

30 답 133°

삼각형 ABC에서 $\angle ABC=\angle x$(맞꼭지각)이므로
$\angle x=180^\circ-(97^\circ+55^\circ)=28^\circ$ …… ❶
오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

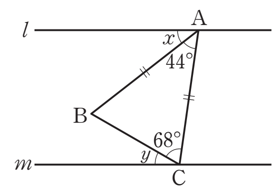


$\angle BDI=\angle x=28^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle IDE=130^\circ-28^\circ=102^\circ$
이때 $\angle IDE+\angle DEJ=180^\circ$이므로
$102^\circ+\angle DEJ=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle DEJ=78^\circ$
$\therefore\ \angle JEF=105^\circ-\angle DEJ=105^\circ-78^\circ=27^\circ$
따라서 삼각형 FGH에서 $\angle HFG=\angle JEF=27^\circ$(동위각)이므로
$\angle y=180^\circ-(27^\circ+48^\circ)=105^\circ$ …… ❷
$\therefore\ \angle x+\angle y=28^\circ+105^\circ=133^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle y$의 크기 구하기	60 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기 구하기	10 %

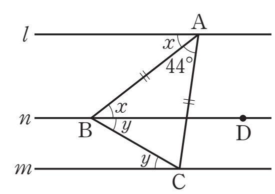
31 답 68°

삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로



$\angle ABC=\angle ACB$
$\qquad=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)$
$\qquad=68^\circ$
$l\,/\!/\,m$이므로
$(\angle x+44^\circ)+(\angle y+68^\circ)=180^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=68^\circ$

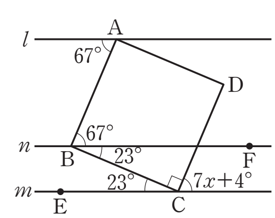
다른 풀이
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면



$\angle ABD=\angle x$ (엇각)
$\angle DBC=\angle y$ (엇각)
이때 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\angle ACB=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=\angle ABC=68^\circ$

32 답 9°

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 $\angle ABF=67^\circ$ (엇각)



정사각형의 한 각의 크기는 90°이므로
$\angle CBF=90^\circ-67^\circ=23^\circ$
$\therefore\ \angle BCE=\angle CBF=23^\circ$ (엇각)
따라서 $23^\circ+90^\circ+(7\angle x+4^\circ)=180^\circ$이므로
$7\angle x+117^\circ=180^\circ$, $7\angle x=63^\circ$
$\therefore\ \angle x=9^\circ$

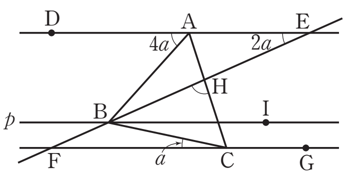
33 답 84°

$\angle BCF=\angle a$라 하면 $\dfrac{\angle AEH}{\angle BCF}=2$에서

$\angle AEH=2\angle BCF=2\angle a$

또 $\dfrac{\angle DAB}{\angle AEH}=2$이므로

$\angle DAB=2\angle AEH=2\times 2\angle a=4\angle a$



위 그림과 같이 점 B를 지나면서 $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{FG}$에 평행한 직선 p를 그으면

$\angle ABI=4\angle a$ (엇각), $\angle IBC=\angle a$ (엇각)

정삼각형의 한 각의 크기는 60°이므로

$4\angle a+\angle a=60^\circ$, $5\angle a=60^\circ$

$\therefore\ \angle a=12^\circ$

이때 $\angle DAB=4\angle a=4\times 12=48^\circ$이므로

$\angle HAE=180^\circ-(48^\circ+60^\circ)=72^\circ$

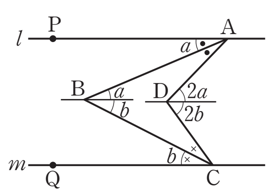
삼각형 AHE에서

$\angle AHE=180^\circ-(72^\circ+2\times 12^\circ)=84^\circ$

$\therefore\ \angle BHC=\angle AHE=84^\circ$ (맞꼭지각)

34 답 50°

오른쪽 그림과 같이 꺾인 점 B, D를 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.



$\angle PAB=\angle a$, $\angle BCQ=\angle b$라 하면

$\angle PAD=2\angle a$, $\angle DCQ=2\angle b$

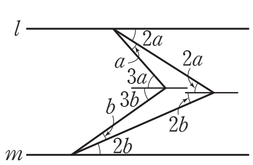
$\angle ADC=100^\circ$이므로

$2\angle a+2\angle b=100^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a+\angle b=50^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle a+\angle b=50^\circ$

35 답 84°

오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 각각 그으면



$2\angle a+2\angle b=56^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b=28^\circ$

$\therefore\ \angle x=3\angle a+3\angle b=3(\angle a+\angle b)=3\times 28^\circ=84^\circ$

적중 & 심화 실전 TEST

34쪽~36쪽

01 답 ②, ④

② $\angle a$의 동위각은 $\angle d$와 $\angle j$이다.

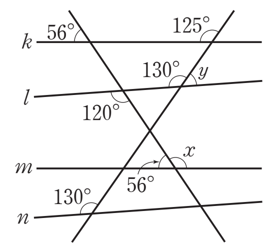
④ $\angle i$의 맞꼭지각은 $\angle g$이다.

$\angle c=180^\circ-95^\circ=85^\circ$이므로

$\angle g=180^\circ-(85^\circ+60^\circ)=35^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

02 답 74°



$k\,/\!/\,m$이므로 $56^\circ+\angle x=180^\circ$

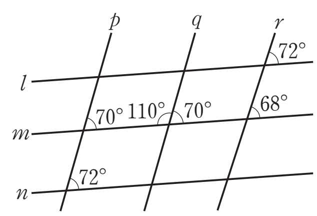
$\therefore\ \angle x=124^\circ$

$l\,/\!/\,n$이므로 $130^\circ+\angle y=180^\circ$

$\therefore\ \angle y=50^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=124^\circ-50^\circ=74^\circ$

03 답 ③



두 직선 p, q가 직선 m과 만나서 생기는 동위각의 크기가 70°로 같으므로 $p\,/\!/\,q$

04 답 ③

① $l\,/\!/\,n$이므로 $\angle a=\angle c$ (동위각)

② 삼각형 ABD에서 $\angle a+\angle b+\angle d=180^\circ$

이때 $l\,/\!/\,n$이므로 $\angle d=\angle e$ (동위각)

$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle e=180^\circ$

③ $\angle a+\angle b+\angle d=180^\circ$이므로 $\angle b+\angle d\neq 180^\circ$

④ $l\,/\!/\,n$이므로 $\angle d=\angle BEC$ (엇각)

⑤ 삼각형 BEC에서 $\angle EBC=\angle b$(맞꼭지각),

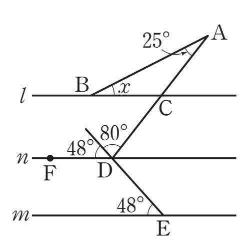
$\angle BEC=\angle e$(맞꼭지각), $\angle BCE=\angle c$(맞꼭지각)이므로

$\angle b+\angle e+\angle c=180^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

05 답 27°

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 삼각형 ABC에서

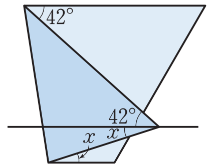


$\angle ACB=\angle CDF=48^\circ+80^\circ=128^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(25^\circ+128^\circ)=27^\circ$

06 답 18°

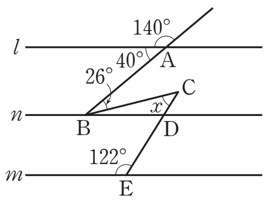
오른쪽 그림과 같이 접힌 종이의 꼭짓점을 지나면서 두 변에 평행한 직선을 그으면



$42^\circ+\angle x=60^\circ \qquad \therefore \angle x=18^\circ$

07 답 44°

오른쪽 그림과 같이 크기가 26°인 각의 꼭짓점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면



$\angle ABD=40^\circ$(엇각)이므로

$\angle CBD=40^\circ-26^\circ=14^\circ$

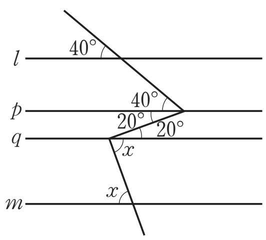
삼각형 CBD에서

$\angle CDB=122^\circ$(동위각)이므로

$\angle x+14^\circ+122^\circ=180^\circ \qquad \therefore \angle x=44^\circ$

08 답 70°

오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

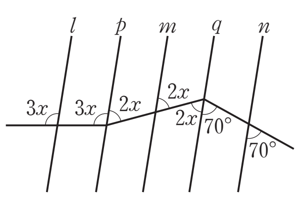


$\angle x-10^\circ=40^\circ+20^\circ$

$\therefore \angle x=70^\circ$

09 답 169°

오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 세 직선 l, m, n에 평행한 직선 p, q를 그으면



$3\angle x+2\angle x=165^\circ$

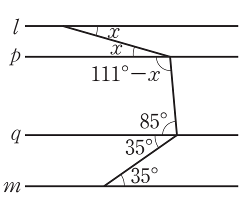
$5\angle x=165^\circ \qquad \therefore \angle x=33^\circ$

$\angle y=2\angle x+70^\circ=2\times33^\circ+70^\circ=136^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=33^\circ+136^\circ=169^\circ$

10 답 16°

오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면



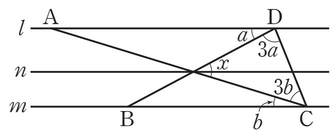
$(111^\circ-\angle x)+85^\circ=180^\circ$

$196^\circ-\angle x=180^\circ \qquad \therefore \angle x=16^\circ$

11 답 45°

$\angle ADB=\angle a$, $\angle ACB=\angle b$라 하면

$\angle BDC=3\angle a$, $\angle ACD=3\angle b$



$l\,/\!/\,m$이므로

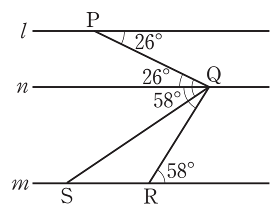
$4\angle a+4\angle b=180^\circ \qquad \therefore \angle a+\angle b=45^\circ$

위 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면

$\angle x=\angle a+\angle b=45^\circ$

12 답 60°

오른쪽 그림과 같이 점 Q를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면



$\angle PQR=26^\circ+58^\circ=84^\circ$ …… ❶

$\angle SQR=\dfrac{2}{5}\angle PQS$에서

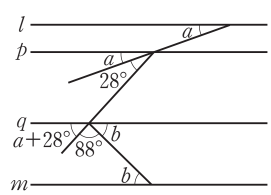
$\angle PQS:\angle SQR=5:2$이므로 …… ❷

$\angle PQS=84^\circ\times\dfrac{5}{5+2}=60^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ ∠PQR의 크기 구하기	40 %
❷ ∠PQS : ∠SQR을 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	20 %
❸ ∠PQS의 크기 구하기	40 %

13 답 64°

오른쪽 그림과 같이 크기가 28°, 88°인 각의 꼭짓점을 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면



$(\angle a+28^\circ)+88^\circ+\angle b=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=64^\circ$

14 답 25°

$\angle y=\angle GFE=35^\circ$ (엇각)

$\angle GEF=\angle FEB=35^\circ$ (접은 각)

$\angle HIE=180^\circ-150^\circ=30^\circ$이므로

$\angle IEC=\angle HIE=30^\circ$ (엇각), $\angle HEI=\angle IEC=30^\circ$ (접은 각)

$\therefore \angle z=\angle HEC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$ (동위각)

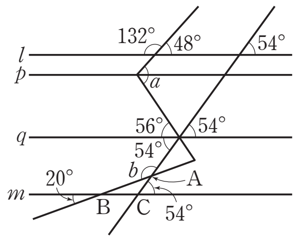
$\angle GEB+\angle x+\angle HEC=180^\circ$에서

$(35^\circ+35^\circ)+\angle x+60^\circ=180^\circ$

$\angle x+130^\circ=180^\circ \qquad \therefore \angle x=50^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y-\angle z=50^\circ+35^\circ-60^\circ=25^\circ$

15 답 $250°$



오른쪽 그림과 같이 $\angle a$와 크기가 $110°$인 각의 꼭짓점을 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$\angle a=48°+56°=104°$

삼각형 ABC에서

$\angle ABC=20°$ (맞꼭지각),

$\angle ACB=180°-54°=126°$이므로

$(180°-\angle b)+20°+126°=180°$

$326°-\angle b=180°$ $\therefore \angle b=146°$

$\therefore \angle a+\angle b=104°+146°=250°$

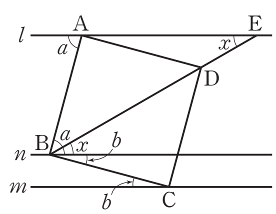
16 답 $25°$

삼각형 ABC가 정삼각형이므로 $\angle BAC=60°$

$l /\!/ m$이므로 $2\angle x+60°=4\angle x+10°$ (엇각)

$2\angle x=50°$ $\therefore \angle x=25°$

17 답 $90°$



오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 정사각형의 한 각의 크기는 $90°$이므로 $\angle a+\angle b=90°$ …… ❶

이때 $\angle a : \angle b=5 : 1$이므로

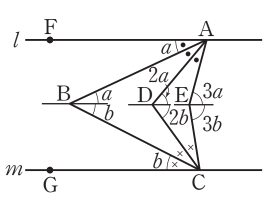
$\angle a=90°\times\dfrac{5}{5+1}=75°$, $\angle b=\dfrac{1}{5+1}\times 90°=15°$ …… ❷

$\angle ABD=45°$이므로 $\angle x=75°-45°=30°$ …… ❸

$\therefore \angle a-\angle b+\angle x=75°-15°+30°=90°$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle a+\angle b$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle a$, $\angle b$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle x$의 크기 구하기	30 %
❹ $\angle a-\angle b+\angle x$의 크기 구하기	10 %

18 답 $260°$



오른쪽 그림과 같이 꺾인 점 B, D, E를 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.

$\angle FAB=\angle a$, $\angle BCG=\angle b$라 하면

$\angle a+\angle b=52°$

$\angle FAD=2\angle a$, $\angle DCG=2\angle b$이므로

$\angle x=2\angle a+2\angle b=2(\angle a+\angle b)=2\times 52°=104°$

$\angle FAE=3\angle a$, $\angle ECG=3\angle b$이므로

$\angle y=3\angle a+3\angle b=3(\angle a+\angle b)=3\times 52°=156°$

$\therefore \angle x+\angle y=104°+156°=260°$

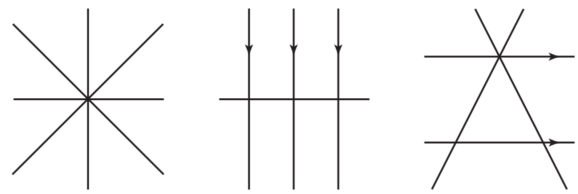
학교 시험 최상위 기출 도전

37쪽~38쪽

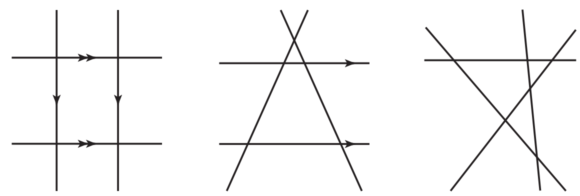
01 답 ㄴ, ㅅ

[전략] 그림을 그려 확인한다.

서로 다른 4개의 직선을 겹치지 않게 그리면 다음과 같다.



교점 1개 교점 3개 교점 3개



교점 4개 교점 5개 교점 6개

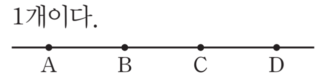
서로 다른 4개의 직선을 그어서 교점의 개수가 2가 되는 경우는 없고, 서로 다른 4개의 직선을 그었을 때의 최대 교점의 개수는 6이다. 따라서 서로 다른 4개의 직선을 겹치지 않게 그었을 때 생기는 교점의 개수가 될 수 없는 것은 ㄴ, ㅅ이다.

02 답 15

[전략] 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 점들을 이어서 만든 선분과 직선의 개수는 같음을 이용한다.

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 점들을 이어서 만든 선분과 직선의 개수는 같다.

그러나 다음 그림과 같이 한 직선 위에 있는 네 점으로 만들어지는 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 6개이지만 직선은 $\overleftrightarrow{AD}$의 1개이다.



따라서 한 직선 위에 있는 네 점으로 만들어지는 선분과 직선의 개수의 차는 $6-1=5$이므로 주어진 경우의 선분과 직선의 개수의 차는 $5\times 3=15$이다.

03 답 $3 : 14$

[전략] 주어진 비를 이용하여 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{CE}$, $\overline{EB}$의 길이를 문자를 사용하여 나타낸다.

$\overline{AD} : \overline{DC}=1 : 2$, $\overline{CE} : \overline{EB}=3 : 4$이므로

$\overline{AD}=x$, $\overline{DC}=2x$, $\overline{CE}=3y$, $\overline{EB}=4y$라 하자.

$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}+\overline{CE}=2x+3y$

이때 점 F는 $\overline{DE}$의 중점이므로

$\overline{DF}=\overline{FE}=\dfrac{2x+3y}{2}=x+\dfrac{3}{2}y$

한편 $\overline{CF}=\overline{DF}-\overline{DC}=x+\frac{3}{2}y-2x=\frac{3}{2}y-x$이고

$\overline{CF}:\overline{FE}=1:2$이므로

$\left(\frac{3}{2}y-x\right):\left(x+\frac{3}{2}y\right)=1:2$

$x+\frac{3}{2}y=3y-2x$, $3x=\frac{3}{2}y$

$\therefore y=2x$

$\therefore \overline{AC}:\overline{BC}=(\overline{AD}+\overline{DC}):(\overline{CE}+\overline{EB})$

$=(x+2x):(3y+4y)$

$=3x:7y$

$=3x:(7\times 2x)$

$=3:14$

다른 풀이

$\overline{AD}:\overline{DC}=1:2$이므로 $\overline{AD}=a$라 하면 $\overline{DC}=2a$

점 F는 $\overline{DE}$의 중점이므로 $\overline{DF}=\overline{FE}$

$\overline{CF}:\overline{FE}=1:2$에서 $\overline{FE}=2\overline{CF}$이고 $\overline{DF}=\overline{DC}+\overline{CF}$이므로

$\overline{FE}=\overline{DC}+\overline{CF}$, $2\overline{CF}=\overline{DC}+\overline{CF}$

$\therefore \overline{CF}=\overline{DC}=2a$

$\overline{FE}=2\overline{CF}=2\times 2a=4a$

$\overline{CE}=\overline{CF}+\overline{FE}=2a+4a=6a$이고 $\overline{CE}:\overline{EB}=3:4$이므로

$6a:\overline{EB}=3:4$, $3\overline{EB}=24a$

$\therefore \overline{EB}=8a$

$\therefore \overline{AC}:\overline{BC}=(\overline{AD}+\overline{DC}):(\overline{CE}+\overline{EB})$

$=(a+2a):(6a+8a)$

$=3a:14a$

$=3:14$

04 답 32

[전략] 평면의 결정 조건을 이용한다.

(i) 평면 P 위의 한 점 A와 평면 Q 위의 두 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면은 평면 ADE, 평면 ADF, 평면 ADG, 평면 AEF, 평면 AEG, 평면 AFG의 6개이고, 평면 P 위의 점 B, C일 때도 마찬가지로 각각 6개이므로 만들 수 있는 서로 다른 평면은

$6+6+6=18$(개)

(ii) 평면 P 위의 두 점 A, B와 평면 Q 위의 한 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면은 평면 ABD, 평면 ABE, 평면 ABF, 평면 ABG의 4개이고, 평면 P 위의 두 점 A, C, 두 점 B, C일 때도 마찬가지로 각각 4개이므로 만들 수 있는 서로 다른 평면은

$4+4+4=12$(개)

(iii) 평면 P 위의 세 점으로 만들 수 있는 평면은 P뿐이므로 1개이다.

(iv) 평면 Q 위의 세 점으로 만들 수 있는 평면은 Q뿐이므로 1개이다.

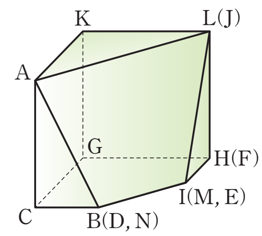
(i)~(iv)에서 구하는 평면의 개수는

$18+12+1+1=32$

05 답 11

[전략] 주어진 전개도로 입체도형을 만들어 본다.

주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



직선 KG와 꼬인 위치에 있는 직선은 $\overleftrightarrow{AL}$, $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CB}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{JI}$, $\overleftrightarrow{HI}$의 6개이므로 $a=6$

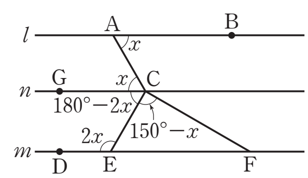
직선 MN과 꼬인 위치에 있는 직선은 $\overleftrightarrow{AK}$, $\overleftrightarrow{KL}$, $\overleftrightarrow{KG}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{JH}$의 5개이므로 $b=5$

$\therefore a+b=6+5=11$

06 답 60°

[전략] 점 C를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋고, 평행선의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 긋는다.



$\angle BAC=\angle x$라 하면

$\angle ACG=\angle BAC=\angle x$ (엇각)

$\angle CED=2\angle BAC=2\angle x$이므로

$\angle GCE=180^\circ-2\angle x$

또 $\angle BAC+\angle ECF=150^\circ$이므로 $\angle ECF=150^\circ-\angle x$

$3\angle ACF=5\angle ECF$이므로

$\angle ACF=\frac{5}{3}\angle ECF=\frac{5}{3}\times(150^\circ-\angle x)=250^\circ-\frac{5}{3}\angle x$

$\angle ACG+\angle GCE+\angle ECF+\angle ACF=360^\circ$이므로

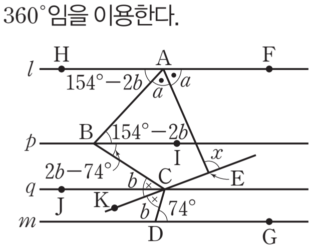
$\angle x+(180^\circ-2\angle x)+(150^\circ-\angle x)+\left(250^\circ-\frac{5}{3}\angle x\right)=360^\circ$

$\frac{11}{3}\angle x=220^\circ$ $\quad\therefore \angle x=60^\circ$

07 답 93°

[전략] 사각형의 네 각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 두 점 B, C를 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 긋는다.



$\angle BAE=\angle FAE=\angle a$,

$\angle BCK=\angle KCD=\angle b$라 하면

$\angle JCD=\angle CDG=74^\circ$(엇각)이고 $\angle BCD=2\angle b$이므로 $\angle BCJ=2\angle b-74^\circ$

이때 $\angle IBC=\angle BCJ=2\angle b-74^\circ$(엇각)이므로

$\angle ABI=80^\circ-(2\angle b-74^\circ)=154^\circ-2\angle b$

즉 $\angle HAB=\angle ABI=154^\circ-2\angle b$(엇각)이므로

$(154^\circ-2\angle b)+2\angle a=180^\circ$

$2(\angle a-\angle b)=26^\circ$ $\quad\therefore \angle a-\angle b=13^\circ$

사각형 ABCE에서

$\angle a+80^\circ+(180^\circ-\angle b)+(180^\circ-\angle x)=360^\circ$

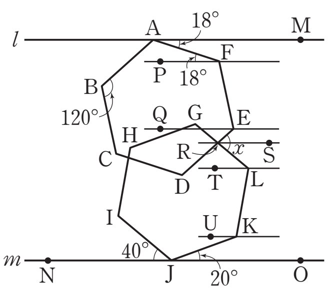
$\therefore\ \angle x=80^\circ+\angle a-\angle b$

$\qquad=80^\circ+13^\circ=93^\circ$

08 답 82°

[전략] 정육각형의 모든 각의 크기는 120°로 같음을 이용한다.

다음 그림과 같이 점 F, E, L, K와 $\angle x$의 꼭짓점을 각각 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.



(i) $\angle AFP=\angle MAF=18^\circ$(엇각)이고 $\angle AFE=120^\circ$이므로

$\angle PFE=120^\circ-18^\circ=102^\circ$

$\angle PFE+\angle FEQ=180^\circ$이므로

$\angle FEQ=180^\circ-102^\circ=78^\circ$

$\angle QER=120^\circ-78^\circ=42^\circ$

$\angle ERS=\angle QER=42^\circ$ (엇각)

(ii) $\angle IJK=120^\circ$이므로

$\angle KJO=180^\circ-(40^\circ+120^\circ)=20^\circ$

$\therefore\ \angle UKJ=\angle KJO=20^\circ$ (엇각)

$\angle LKU=120^\circ-20^\circ=100^\circ$

$\angle TLK+\angle LKU=180^\circ$이므로

$\angle TLK=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

$\angle RLT=120^\circ-80^\circ=40^\circ$

$\angle SRL=\angle RLT=40^\circ$ (엇각)

(i), (ii)에서 $\angle x=\angle ERS+\angle SRL=42^\circ+40^\circ=82^\circ$

2 작도와 합동

01 | 작도와 합동

개념 확인 41쪽

01 답 ②, ⑤

① 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 작도라 한다.

③ 두 점을 지나는 직선을 그릴 때는 눈금 없는 자를 사용한다.

④ 크기가 같은 각을 그릴 때는 눈금 없는 자와 컴퍼스를 사용한다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

02 답 ㉠→㉢→㉡→㉣→㉤

03 답 ③

(i) $\angle B$와 크기가 같은 $\angle XBY$를 작도한다.

(ii) 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 a, c인 원을 그려 $\overrightarrow{BY}$, $\overrightarrow{BX}$와의 교점을 각각 C, A라 한다.

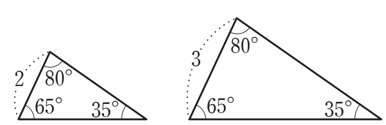
(iii) 점 A와 점 C를 이으면 삼각형 ABC가 작도된다.

따라서 삼각형 ABC를 작도하는 순서는

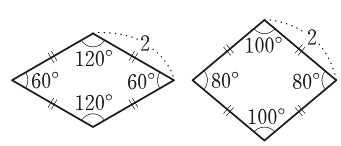
③ ㉦→㉡→㉢→㉣→㉤→㉠→㉥이다.

04 답 ①, ④

① 다음 그림과 같은 두 삼각형은 세 각의 크기가 각각 같지만 합동이 아니다.



④ 다음 그림과 같은 두 마름모는 한 변의 길이가 같지만 합동이 아니다.



따라서 두 도형이 합동이 아닌 것은 ①, ④이다.

05 답 88

사각형 ABCD와 사각형 EFGH가 합동이므로

$\overline{DC}=\overline{HG}=8\text{ cm}\qquad\therefore\ x=8$

사각형 ABCD의 네 각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle D=360^\circ-(120^\circ+90^\circ+70^\circ)=80^\circ$

이때 $\angle H=\angle D=80^\circ$이므로 $y=80$

$\therefore\ x+y=8+80=88$

06 답 ③

③ 나머지 한 각의 크기는

$180^\circ-(60^\circ+65^\circ)=55^\circ$

따라서 주어진 삼각형과 ③의 삼각형은 한 변의 길이가 7 cm로 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 60°, 55°로 같으므로 ASA 합동이다.

적중 & 심화 유형 연습

42쪽~48쪽

01 답 ㉠→㉢→㉣→㉡

02 답 (가) $\overline{AB}$ (나) $\overline{BC}$

03 답 ③

①, ② 두 점 O, P를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 그리므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}$

③ $\overline{OA}$와 $\overline{AB}$의 길이가 같은지는 알 수 없다.

④ 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

04 답 ③, ⑤

① ㉠, ㉥에서 그린 원의 반지름의 길이가 같으므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}=\overline{PE}$

② ㉡, ㉤, ㉣에서 그린 원의 반지름의 길이가 같으므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{DE}$

③ $\overline{OA}$와 $\overline{CE}$의 길이가 같은지는 알 수 없다.

④ $\angle AOB=\angle DPC=\angle EPD$이므로

$\angle EPC=\angle DPC+\angle EPD=2\angle AOB$

$\therefore \angle AOB=\frac{1}{2}\angle EPC$

⑤ 작도 순서는 다음과 같다.

㉠ 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉥ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 그려 $\overrightarrow{PQ}$와의 교점을 C라 한다.

㉡ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.

㉤ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉥의 원과의 교점을 D라 한다.

㉣ 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉥의 원과의 교점을 E라 한다.

㉢ $\overrightarrow{PE}$를 그으면 $\angle EPC$는 $\angle XOY$의 크기의 2배가 되는 각이 된다.

즉 작도 순서는 ㉠→㉥→㉡→㉤→㉣→㉢이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

05 답 (1) ㉠→㉣→㉡→㉤→㉢→㉥

(2) 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다. …… ❷

(1) ㉠ 점 P를 지나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 Q라 한다.

㉣ 점 Q를 중심으로 하는 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$, 직선 l과의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉡ 점 P를 중심을 하고 반지름의 길이가 $\overline{QA}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$와의 교점을 C라 한다.

㉤ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.

㉢ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉡의 원과의 교점을 D라 한다.

㉥ $\overleftrightarrow{DP}$를 그으면 이 직선이 점 P를 지나고 직선 l에 평행한 직선이 된다.

따라서 작도 순서는 ㉠→㉣→㉡→㉤→㉢→㉥이다. …… ❶

채점 기준	비율
❶ 작도 순서 나열하기	70 %
❷ 작도에 이용된 평행선의 성질 말하기	30 %

06 답 ④

[전략] 세 변의 길이가 주어졌을 때 삼각형이 될 수 있는 조건

➡ (가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)

① $4<2+3$　② $3<3+3$　③ $8<4+6$

④ $10=5+5$　⑤ $10<5+7$

따라서 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은 ④이다.

07 답 7

(ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 x cm일 때

$x<4+7$　$\therefore x<11$

$x>7$이므로 자연수 x는 8, 9, 10이다.

(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 7 cm일 때

$7<4+x$

$x\le 7$이므로 자연수 x는 4, 5, 6, 7이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 자연수 x는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10의 7개이다.

08 답 ④, ⑤

① 세 변의 길이는 7, 5, 14이므로 $14>7+5$

② 세 변의 길이는 8, 6, 15이므로 $15>8+6$

③ 세 변의 길이는 9, 7, 16이므로 $16=9+7$

④ 세 변의 길이는 10, 8, 17이므로 $17<10+8$

⑤ 세 변의 길이는 11, 9, 18이므로 $18<11+9$

따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ④, ⑤이다.

09 답 3

4개의 선분 중 3개를 뽑는 경우는 다음과 같다.

(5 cm, 8 cm, 9 cm), (5 cm, 8 cm, 13 cm),

$(5\text{ cm}, 9\text{ cm}, 13\text{ cm})$, $(8\text{ cm}, 9\text{ cm}, 13\text{ cm})$
이때 $9<5+8$, $13=5+8$, $13<5+9$, $13<8+9$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
$(5\text{ cm}, 8\text{ cm}, 9\text{ cm})$, $(5\text{ cm}, 9\text{ cm}, 13\text{ cm})$,
$(8\text{ cm}, 9\text{ cm}, 13\text{ cm})$
따라서 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수는 3이다.

10 답 ⑤

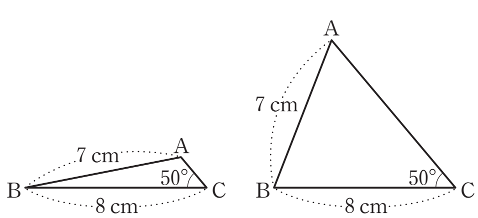
한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌을 때는 선분을 작도한 후 두 각을 작도하거나 한 각을 작도한 후 선분을 작도하고 다른 각을 작도하면 된다.
따라서 $\triangle ABC$를 작도하는 순서로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

11 답 ②, ④

① $10>3+6$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$는 하나로 정해진다.
③ $\angle B+\angle C=95^\circ+85^\circ=180^\circ$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
④ $\angle B=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$는 하나로 정해진다.
⑤ 세 각의 크기가 주어졌으므로 무수히 많은 삼각형이 그려진다.
따라서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지는 것은 ②, ④이다.

12 답 ㉠, ㉡, ㉤

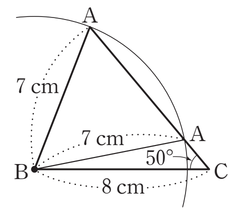
㉠ $\angle A=60^\circ$, $\angle C=50^\circ$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$이면
$\angle B=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$
한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$는 하나로 정해진다.
㉡ $\angle B=75^\circ$, $\angle C=50^\circ$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$이면
한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$는 하나로 정해진다.
㉢ $\angle B=130^\circ$, $\angle C=50^\circ$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$이면
$\angle B+\angle C=130^\circ+50^\circ=180^\circ$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
㉣ $\overline{AB}=7\text{ cm}$, $\angle C=50^\circ$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$이면 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$가 2개 그려진다.



㉤ $\overline{AC}=4\text{ cm}$, $\angle C=50^\circ$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$이면 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$는 하나로 정해진다.

따라서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지기 위하여 필요한 조건이 될 수 있는 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

100점 TIP
㉣ 오른쪽 그림과 같이 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 7 cm인 원을 그리면 조건을 만족하는 삼각형 ABC가 2개 그려짐을 알 수 있다.



13 답 ①, ⑤

① 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$는 하나로 정해진다.
② $\angle A$는 $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는다.
③ 세 각의 크기가 주어지면 삼각형은 무수히 많이 그려진다.
④ $\angle A$는 $\overline{BC}$와 $\overline{AC}$의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는다.
⑤ $\angle A$와 $\angle B$의 크기가 주어지면 $\angle C=180^\circ-(\angle A+\angle B)$로 구할 수 있다.
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$는 하나로 정해진다.
따라서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지기 위하여 필요한 조건은 ①, ⑤이다.

14 답 ㉠과 ㉥ (SAS 합동), ㉢과 ㉦ (SSS 합동), ㉣과 ㉤ (ASA 합동)

㉣에서 나머지 한 각의 크기는 $180^\circ-(40^\circ+80^\circ)=60^\circ$
㉣과 ㉤의 삼각형은 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.

15 답 ④

①, ③ 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.
② $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$이면
$\angle C=180^\circ-(\angle A+\angle B)=180^\circ-(\angle D+\angle E)=\angle F$
즉 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.
⑤ 세 변의 길이가 각각 같으므로 SSS 합동이다.
따라서 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$라 할 수 없는 것은 ④이다.

16 답 ㉠, ㉢

㉠ SSS 합동　　㉢ SAS 합동
따라서 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$가 되기 위해 필요한 나머지 한 조건은 ㉠, ㉢이다.

17 답 ②, ⑤

② $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$이면

$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)=180^\circ-(\angle E+\angle F)=\angle D$

∴ ASA 합동

⑤ SAS 합동

따라서 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$가 되기 위해 필요한 나머지 한 조건은 ②, ⑤이다.

18 답 ④

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

⑤ $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$이면

$\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)=180^\circ-(\angle D+\angle F)=\angle E$

∴ ASA 합동

따라서 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$가 되지 않는 것은 ④이다.

19 답 103°

$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=\overline{BA}+\overline{AE}=\overline{BE}$, $\angle B$는 공통

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DBE$ (SAS 합동)

∴ $\angle C=\angle E=30^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\angle BAC+47^\circ+30^\circ=180^\circ$이므로

$\angle BAC=103^\circ$

20 답 (1) $\triangle AMN\equiv\triangle DMC$ (SAS 합동) (2) 풀이 참조

(1) $\triangle AMN$과 $\triangle DMC$에서

$\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{NM}=\overline{CM}$, $\angle AMN=\angle DMC$(맞꼭지각)

이므로 $\triangle AMN\equiv\triangle DMC$ (SAS 합동) …… ❶

(2) $\triangle AMN\equiv\triangle DMC$이므로 $\angle MNA=\angle MCD$ (엇각)

따라서 $\overline{NB}$, $\overline{DC}$가 $\overline{NC}$와 만나서 생기는 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{NB}\,/\!/\,\overline{DC}$이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 합동인 두 삼각형을 찾고, 합동 조건 말하기	50 %
❷ $\overline{NB}\,/\!/\,\overline{DC}$임을 설명하기	50 %

21 답 ④

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABC=\angle ADE$, $\angle A$는 공통

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle ADE$ (ASA 합동) (②)

∴ $\angle C=\angle E$ (①), $\overline{BC}=\overline{DE}$ (③), $\overline{AC}=\overline{AE}$ (⑤)

④ $\overline{AD}$와 $\overline{DC}$의 길이가 같은지는 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

22 답 60°

$\triangle DBM$과 $\triangle DCM$에서

$\overline{DM}$은 공통, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle DMB=\angle DMC=90^\circ$

이므로 $\triangle DBM\equiv\triangle DCM$ (SAS 합동)

∴ $\angle BDM=\angle CDM$ …… ㉠

$\triangle DCM$과 $\triangle DCA$에서 $\angle DCM=\angle DCA$이므로

$\angle CDM=90^\circ-\angle DCM=90^\circ-\angle DCA=\angle CDA$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle BDM=\angle CDM=\angle CDA$이고

$\angle BDM+\angle CDM+\angle CDA=180^\circ$이므로

$3\angle BDM=180^\circ$ ∴ $\angle BDM=60^\circ$

23 답 16 cm^2

$\triangle AFD$와 $\triangle EFC$에서

$\overline{AF}=\overline{EF}$, $\angle AFD=\angle EFC$(맞꼭지각),

$\angle FAD=\angle FEC$(엇각)

이므로 $\triangle AFD\equiv\triangle EFC$ (ASA 합동)

따라서 $\triangle AFD$의 넓이와 $\triangle EFC$의 넓이가 같으므로

(사다리꼴 ABCD의 넓이)

$=$(사각형 ABCF의 넓이)$+\triangle AFD$

$=$(사각형 ABCF의 넓이)$+\triangle EFC$

$=\triangle ABE$

$=\frac{1}{2}\times8\times4=16\ (\text{cm}^2)$

24 답 ③

$\triangle ABE$와 $\triangle DBC$에서

$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{BC}$, $\angle ABE=60^\circ+\angle DBE=\angle DBC$ (①)

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle DBC$ (SAS 합동) (⑤)

∴ $\overline{AE}=\overline{DC}$ (④)

② $\angle DBE=180^\circ-(\angle DBA+\angle EBC)$

$=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

③ $\angle ADC=60^\circ+\angle BDC$, $\angle AEC=60^\circ+\angle AEB$

이때 $\angle BDC$와 $\angle AEB$의 크기가 같은지 알 수 없으므로

$\angle ADC$와 $\angle AEC$의 크기가 같은지는 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

100점 TIP

정삼각형이 주어졌을 때, 다음 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

(1) 정삼각형의 세 변의 길이는 모두 같다.

(2) 정삼각형의 세 각의 크기는 모두 60°이다.

25 답 ㉠, ㉢, ㉣

$\triangle ADF$와 $\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서

$\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$, $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$

이므로 $\triangle ADF\equiv\triangle BED\equiv\triangle CFE$ (SAS 합동) (㉤)

∴ $\overline{FD}=\overline{DE}=\overline{EF}$ (㉠), $\angle ADF=\angle BED=\angle CFE$ (㉣)

㉢ $\triangle DEF$에서 $\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이므로 $\triangle DEF$는 정삼각형이다.

∴ $\angle FDE=\angle DEF=\angle EFD=60^\circ$

$\therefore \angle BDE+\angle ADF=180^\circ-\angle FDE=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

참고

$\overline{AF}=\overline{AC}-\overline{CF}$, $\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}$, $\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}$

이때 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}$이고 $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$

26 답 18°

$\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\angle ABE=60^\circ-\angle EBC=\angle CBD$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CBD$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BCD=\angle BAE=60^\circ-42^\circ=18^\circ$

27 답 15 cm

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\angle BAD=60^\circ-\angle DAC=\angle CAE$

이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동) …… ❶

$\therefore \overline{BD}=\overline{CE}$ …… ❷

따라서 $\triangle DCE$의 둘레의 길이는

$\overline{ED}+\overline{DC}+\overline{CE}=\overline{ED}+\overline{DC}+\overline{BD}$

$=\overline{ED}+\overline{BC}$

$=7+8=15\,(cm)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$임을 알기	50 %
❷ $\overline{BD}=\overline{CE}$임을 알기	20 %
❸ $\triangle DCE$의 둘레의 길이 구하기	30 %

28 답 5 cm

$\triangle BCG$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{GC}=\overline{EC}$, $\angle BCG=\angle DCE=90^\circ$

이므로 $\triangle BCG\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BG}=\overline{DE}=5$ cm

100점 TIP

정사각형이 주어졌을 때, 다음 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

(1) 정사각형의 네 변의 길이는 모두 같다.

(2) 정사각형의 네 각의 크기는 모두 90°이다.

29 답 30°

$\triangle ABE$와 $\triangle CBF$에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\angle BAE=\angle BCF=90^\circ$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CBF$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{BF}$

따라서 $\triangle BFE$는 $\overline{BF}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BFE=\angle BEF=75^\circ$

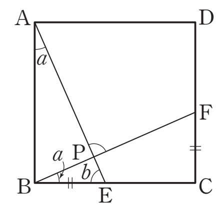
$\therefore \angle EBF=180^\circ-2\times75^\circ=30^\circ$

30 답 90°

$\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ (SAS 합동)



오른쪽 그림과 같이

$\angle BAE=\angle a$, $\angle AEB=\angle b$라 하면

$\triangle ABE$에서

$\angle a+\angle b+90^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=90^\circ$

이때 $\angle CBF=\angle BAE=\angle a$이므로

$\triangle BEP$에서

$\angle BPE=180^\circ-(\angle a+\angle b)=90^\circ$

$\therefore \angle APF=\angle BPE=90^\circ$ (맞꼭지각)

31 답 7

삼각형의 둘레의 길이가 27 cm이므로

$2a+b=27$ …… ㉠

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로

$2a>b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 만족하는 자연수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(7, 13)$, $(8, 11)$, $(9, 9)$, $(10, 7)$, $(11, 5)$, $(12, 3)$, $(13, 1)$

따라서 구하는 이등변삼각형의 개수는 7이다.

32 답 5

(i) 나무 기둥 3개를 사용할 때

$4<2+3$, $5=2+3$, $5<2+4$, $5<3+4$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(2 m, 3 m, 4 m), (2 m, 4 m, 5 m), (3 m, 4 m, 5 m)의 3개

(ii) 나무 기둥 4개를 사용할 때

$(2+3)<4+5$, $(2+4)<3+5$, $(2+5)=3+4$,

$(3+4)=2+5$, $(3+5)>2+4$, $(4+5)>2+3$

이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(4 m, 5 m, (2+3) m), (3 m, 5 m, (2+4) m)의 2개

(i), (ii)에서 구하는 삼각형의 개수는

$3+2=5$

33 답 6

(i) 가장 긴 변의 길이가 2 cm일 때

$2<2+2$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(2 cm, 2 cm, 2 cm)의 1개

(ii) 가장 긴 변의 길이가 6 cm일 때

$6>2+2$, $6<2+6$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(2 cm, 6 cm, 6 cm)의 1개

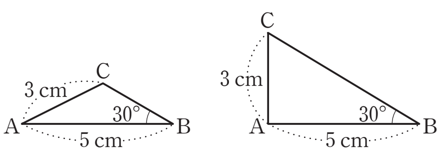
(ⅲ) 가장 긴 변의 길이가 7 cm일 때
$7>2+2$, $7<2+6$, $7<6+6$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(2 cm, 6 cm, 7 cm), (6 cm, 6 cm, 7 cm)의 2개

(ⅳ) 가장 긴 변의 길이가 9 cm일 때
$9>2+2$, $9>2+6$, $9=2+7$, $9<6+6$, $9<6+7$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(6 cm, 6 cm, 9 cm), (6 cm, 7 cm, 9 cm)의 2개

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 삼각형의 개수는
$1+1+2+2=6$

34 답 2개

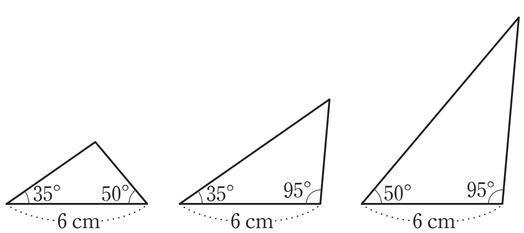
$\overline{AB}=5$ cm, $\overline{AC}=3$ cm, $\angle B=30^\circ$인 삼각형 ABC는 다음 그림과 같이 2개 그릴 수 있다.



35 답 4

(가) 세 변의 길이가 주어지고 $9<5+6$이므로 삼각형은 하나로 그려진다. $\therefore a=1$ …… ❶

(나) 주어진 두 각을 제외한 나머지 한 각의 크기는
$180^\circ-(35^\circ+50^\circ)=95^\circ$
따라서 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6 cm이고 그 양 끝 각의 크기가 35°와 50°, 35°와 95°, 50°와 95°인 삼각형 3개를 그릴 수 있다. $\therefore b=3$ …… ❷

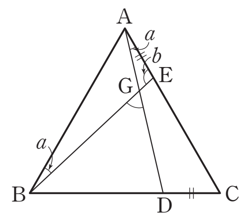


$\therefore a+b=1+3=4$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	60 %
❸ $a+b$의 값 구하기	10 %

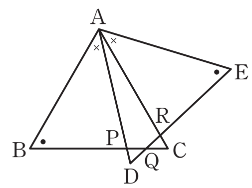
36 답 60°

△ABE와 △CAD에서
$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\overline{AE}=\overline{CD}$, $\angle BAE=\angle ACD=60^\circ$
이므로 △ABE≡△CAD (SAS 합동)



오른쪽 그림과 같이 $\angle ABE=\angle a$,
$\angle AEB=\angle b$라 하면 △ABE에서
$60^\circ+\angle a+\angle b=180^\circ$이므로
$\angle a+\angle b=120^\circ$
이때 $\angle CAD=\angle ABE=\angle a$이므로
△AGE에서
$\angle AGE=180^\circ-(\angle a+\angle b)=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
$\therefore \angle BGD=\angle AGE=60^\circ$ (맞꼭지각)

37 답 ㉡, ㉣, ㉤



△ABP와 △AER에서
$\overline{AB}=\overline{AE}$, $\angle B=\angle E=60^\circ$,
$\angle BAP=60^\circ-\angle PAR=\angle EAR$
이므로 △ABP≡△AER
(ASA 합동)
$\therefore \overline{AP}=\overline{AR}$ (㉠), $\angle APB=\angle ARE$ (㉡), $\overline{BP}=\overline{ER}$
㉢ $\overline{BC}=\overline{DE}$이므로 $\overline{CP}=\overline{BC}-\overline{BP}=\overline{DE}-\overline{ER}=\overline{DR}$
또 △PDQ와 △RCQ에서
$\angle D=\angle C=60^\circ$, $\angle QPD=\angle APB=\angle ARE=\angle QRC$
$\overline{AD}=\overline{AC}$이고 $\overline{AP}=\overline{AR}$이므로
$\overline{PD}=\overline{AD}-\overline{AP}=\overline{AC}-\overline{AR}=\overline{RC}$
따라서 △PDQ≡△RCQ(ASA 합동) (㉤)이므로
$\overline{PQ}=\overline{RQ}$, $\overline{DQ}=\overline{CQ}$ (㉣)
그러므로 옳지 않은 것은 ㉡, ㉣, ㉤이다.

38 답 135°

△ABE와 △CBD에서
$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\angle ABE=60^\circ-\angle EBC=\angle CBD$
이므로 △ABE≡△CBD (SAS 합동)
$\therefore \angle BEA=\angle BDC$
한편 사각형 EBDC의 네 각의 크기의 합은 360°이므로
$\angle BEC+60^\circ+\angle BDC+75^\circ=360^\circ$
$\therefore \angle BEC+\angle BDC=225^\circ$
$\therefore \angle AEC=360^\circ-(\angle BEA+\angle BEC)$
$=360^\circ-(\angle BDC+\angle BEC)$
$=360^\circ-225^\circ=135^\circ$

39 답 55°

△BCE와 △DCE에서
$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CE}$는 공통, $\angle BCE=\angle DCE=45^\circ$
이므로 △BCE≡△DCE (SAS 합동)
따라서 △FBC에서 $\angle CBE=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$이므로
$\angle CDE=\angle CBE=55^\circ$

40 답 9 cm^2

$\triangle$OBP와 $\triangle$OCQ에서

$\overline{OB}=\overline{OC}$, $\angle OBP=\angle OCQ=45^\circ$,

$\angle BOP=90^\circ-\angle POC=\angle COQ$

이므로 $\triangle OBP\equiv\triangle OCQ$ (ASA 합동) …… ❶

$\therefore$ (사각형 OPCQ의 넓이)$=\triangle OPC+\triangle OCQ$

$=\triangle OPC+\triangle OBP$

$=\triangle OBC$ …… ❷

$=\frac{1}{4}\times$(정사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{4}\times6\times6=9\ (\text{cm}^2)$ …… ❸

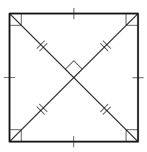
채점 기준	비율
❶ $\triangle OBP\equiv\triangle OCQ$임을 알기	40 %
❷ (사각형 OPCQ의 넓이)$=\triangle OBC$임을 알기	30 %
❸ 사각형 OPCQ의 넓이 구하기	30 %

100점 TIP

정사각형의 대각선의 성질

① 두 대각선의 길이는 서로 같다.

② 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.



41 답 13°

$\triangle$EAD와 $\triangle$GCD에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{ED}=\overline{GD}$, $\angle EDA=90^\circ-\angle ADG=\angle GDC$

이므로 $\triangle EAD\equiv\triangle GCD$ (SAS 합동)

$\triangle$GCD에서 $\angle GCD=90^\circ-65^\circ=25^\circ$이므로

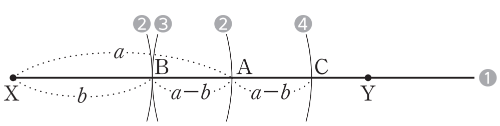
$\angle CGD=180^\circ-(25^\circ+52^\circ)=103^\circ$

따라서 $\angle AED=\angle CGD=103^\circ$이므로

$\angle AEF=\angle AED-\angle FED=103^\circ-90^\circ=13^\circ$

적중 & 심화 실전 TEST 49쪽~51쪽

01 답 (가) $\overline{BA}$ (나) $\overline{BA}$ (다) $\overline{BC}$



02 답 ③, ④

[전략] 정삼각형의 세 각의 크기가 모두 60°임을 이용하여 직각, 즉 90°의 삼등분선을 작도할 수 있다.

직각인 $\angle XOY$의 삼등분선의 작도 순서는 다음과 같다.

㉢ 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉠ 점 B, A를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 그려 ㉢의 원과의 교점을 각각 C, D라 한다.

㉡ $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$를 그으면 $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$가 $\angle XOY$의 삼등분선이 된다.

즉 작도 순서는 ㉢→㉠→㉡이다. (④)

①, ⑤ 세 점 O, A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 그린 것이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{AD}=\overline{BC}$

따라서 $\triangle$AOD와 $\triangle$COB는 정삼각형이다.

② $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$가 $\angle XOY$의 삼등분선이므로

$\angle AOC=\frac{1}{3}\angle XOY=\frac{1}{3}\times90^\circ=30^\circ$

③ $\triangle$AOD는 정삼각형이므로 $\angle AOD=60^\circ$

$\triangle$AOC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle AOC=30^\circ$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

$\therefore \angle AOD\neq\angle OCA$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

03 답 ⑤

작도 순서는 다음과 같다.

㉠ 점 B를 중심으로 하는 원을 그려 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 한다.

㉦ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BE}$인 원을 그려 $\overrightarrow{BA}$와의 교점을 P라 한다.

㉣ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BE}$인 원을 그려 $\overrightarrow{BC}$와의 교점을 R이라 한다.

㉡ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{EF}$의 길이를 잰다.

㉧ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{EF}$인 원을 그려 ㉦의 원과의 교점을 Q라 한다.

㉤ 점 R을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{EF}$인 원을 그려 ㉣의 원과의 교점을 S라 한다.

㉢ $\overrightarrow{AQ}$를 긋는다.

㉥ $\overrightarrow{CS}$를 긋는다.

이때 $\overrightarrow{AQ}$와 $\overrightarrow{CS}$의 교점을 D라 하면 사각형 ABCD는 평행사변형이 되고, ㉦과 ㉣, ㉧과 ㉤, ㉢과 ㉥은 순서가 서로 바뀌어도 상관 없다.

따라서 작도 순서로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04 답 3

$x\le y$라 하고 $x+y=12$를 만족하는 순서쌍 (x, y)를 나타내면

$(1, 11)$, $(2, 10)$, $(3, 9)$, $(4, 8)$, $(5, 7)$, $(6, 6)$

(i) $x=1$, $y=11$일 때, $11>1+6$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

(ii) $x=2$, $y=10$일 때, $10>2+6$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

(iii) $x=3$, $y=9$일 때, $9=3+6$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

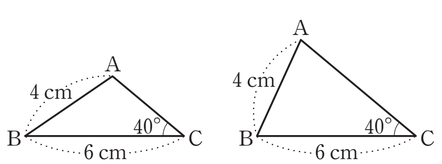
(iv) $x=4$, $y=8$일 때, $8<4+6$이므로 삼각형이 만들어진다.
(v) $x=5$, $y=7$일 때, $7<5+6$이므로 삼각형이 만들어진다.
(vi) $x=6$, $y=6$일 때, $6<6+6$이므로 삼각형이 만들어진다.
(i)~(vi)에서 구하는 삼각형의 개수는 3이다.

05 답 8

(i) 가장 긴 변의 길이가 10 cm일 때
$10>4+5$, $10=4+6$, $10<4+8$, $10<5+6$, $10<5+8$, $10<6+8$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(4 cm, 8 cm, 10 cm), (5 cm, 6 cm, 10 cm),
(5 cm, 8 cm, 10 cm), (6 cm, 8 cm, 10 cm)
의 4개
(ii) 가장 긴 변의 길이가 8 cm일 때
$8<4+5$, $8<4+6$, $8<5+6$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(4 cm, 5 cm, 8 cm), (4 cm, 6 cm, 8 cm),
(5 cm, 6 cm, 8 cm)의 3개
(iii) 가장 긴 변의 길이가 6 cm일 때
$6<4+5$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(4 cm, 5 cm, 6 cm)의 1개
(i)~(iii)에서 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수는
$4+3+1=8$

06 답 ㉡, ㉢, ㉣

㉠ $10=7+3$이므로 △ABC가 만들어지지 않는다.
㉡ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 △ABC는 하나로 정해진다.
㉢ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 △ABC는 하나로 정해진다.
㉣ $\angle C=180^\circ-(50^\circ+60^\circ)=70^\circ$
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 △ABC는 하나로 정해진다.
㉤ 다음 그림과 같이 삼각형 ABC는 2개 그려진다.



㉥ 세 각의 크기가 주어졌으므로 △ABC는 무수히 많이 그려진다.
㉦ $\angle B+\angle C=50^\circ+130^\circ=180^\circ$이므로 △ABC는 만들어지지 않는다.
따라서 △ABC가 하나로 정해지는 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

07 답 $\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$

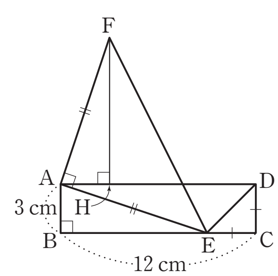
△ABC와 △DEF에서 $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$이면
$\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$
$=180^\circ-(\angle D+\angle F)=\angle E$
따라서 △ABC와 △DEF가 ASA 합동이 되기 위해 필요한 나머지 한 조건은
$\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$

08 답 △ABC≡△DEC (ASA 합동), △AEF≡△DBF (ASA 합동)

△ABC와 △DEC에서
$\overline{AC}=\overline{DC}$, ∠C는 공통, $\angle A=\angle D$
이므로 △ABC≡△DEC (ASA 합동) …… ❶
이때 $\overline{BC}=\overline{EC}$, $\angle ABC=\angle DEC$이므로
$\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=\overline{DC}-\overline{BC}=\overline{DB}$
$\angle AEF=180^\circ-\angle DEC=180^\circ-\angle ABC=\angle DBF$ …… ❷
따라서 △AEF와 △DBF에서
$\overline{AE}=\overline{DB}$, $\angle AEF=\angle DBF$, $\angle A=\angle D$
이므로 △AEF≡△DBF (ASA 합동) …… ❸

채점 기준	비율
❶ △ABC≡△DEC임을 알기	30 %
❷ 길이가 같은 변, 크기가 같은 각을 찾기	40 %
❸ △AEF≡△DBF임을 알기	30 %

09 답 9 cm

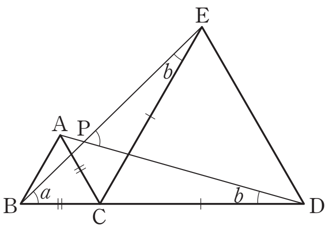


오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.
△FAH와 △EAB에서
$\overline{FA}=\overline{EA}$
$\angle FAH=90^\circ-\angle DAE$
$=\angle EAB$
$\angle AFH=180^\circ-(90^\circ+\angle FAH)$
$=180^\circ-(90^\circ+\angle EAB)=\angle AEB$
∴ △FAH≡△EAB (ASA 합동)
이때 점 F에서 $\overline{AD}$까지의 거리는 $\overline{FH}$의 길이이고
$\overline{FH}=\overline{EB}=\overline{BC}-\overline{EC}=12-3=9$ (cm)

10 답 20°

△ABD와 △BCE에서
$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$, $\angle ABD=\angle BCE=60^\circ$
이므로 △ABD≡△BCE (SAS 합동)
△ABD에서 $\angle BAD=180^\circ-(60^\circ+100^\circ)=20^\circ$이므로
$\angle PBD=\angle BAD=20^\circ$

11 답 60°



$\triangle ACD$와 $\triangle BCE$에서

$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$, $\angle ACD=\angle ACE+60^\circ=\angle BCE$

이므로 $\triangle ACD\equiv\triangle BCE$ (SAS 합동)

$\angle EBC=\angle a$, $\angle BEC=\angle b$라 하면

$\triangle BCE$에서 $\angle a+\angle b+\angle BCE=180^\circ$

$\angle a+\angle b+(180^\circ-\angle ECD)=180^\circ$

$\angle a+\angle b+(180^\circ-60^\circ)=180^\circ$ $\quad\therefore \angle a+\angle b=60^\circ$

이때 $\angle ADC=\angle BEC=\angle b$이므로 $\triangle PBD$에서

$\angle BPD=180^\circ-(\angle a+\angle b)=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\therefore \angle EPD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

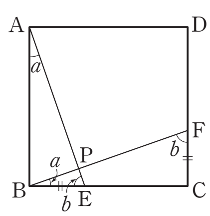
12 답 ④

$\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ (SAS 합동) (①)

$\therefore \overline{AE}=\overline{BF}$ (②), $\angle BAE=\angle CBF$, $\angle AEB=\angle BFC$



③ $\angle BAE=\angle CBF=\angle a$,

$\angle AEB=\angle BFC=\angle b$라 하면

$\triangle ABE$에서 $\angle a+90^\circ+\angle b=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=90^\circ$

이때 $\triangle PBE$에서

$\angle BPE+\angle a+\angle b=180^\circ$이므로

$\angle BPE+90^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle BPE=90^\circ$

$\therefore \angle EPF=180^\circ-\angle BPE=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

④ 사각형 APFD에서 $\angle APF=\angle BPE=90^\circ$(맞꼭지각)이므로

$\angle PAD+\angle PFD=360^\circ-(90^\circ+90^\circ)=180^\circ$

⑤ $\angle ABP=90^\circ-\angle a=\angle BFC$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 답 4

조건 (다)에서 길이가 같은 두 변의 길이를 각각 a cm, 나머지 한 변의 길이를 b cm라 하면 삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로 $2a>b$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

조건 (나)에서 삼각형의 둘레의 길이는 24 cm이므로

$2a+b=24$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 만족하는 자연수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(11, 2)$, $(10, 4)$, $(9, 6)$, $(7, 10)$

이므로 구하는 삼각형의 개수는 4이다.

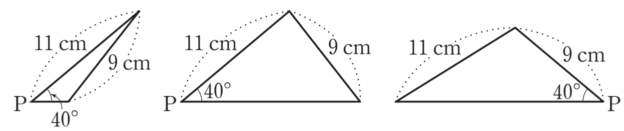
14 답 4

(ⅰ) $\angle P$가 주어진 두 변의 끼인각일 때

두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 삼각형은 하나로 그려진다. $\quad\therefore a=1$

(ⅱ) $\angle P$가 주어진 두 변의 끼인각이 아닐 때

다음 그림과 같이 삼각형이 3개 그려진다. $\quad\therefore b=3$



$\therefore a+b=1+3=4$

15 답 69

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\angle BAD=60^\circ+\angle CAD=\angle CAE$

이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{CE}=\overline{BD}=2+7=9$ (cm)이므로 $x=9$ $\quad\cdots\cdots$ ❶

또 $\angle ACE=\angle ABD=60^\circ$이므로

$\angle ECD=180^\circ-(\angle ACB+\angle ACE)$

$=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)$

$=60^\circ$

$\therefore y=60$ $\quad\cdots\cdots$ ❷

$\therefore x+y=9+60=69$ $\quad\cdots\cdots$ ❸

채점 기준	비율
❶ x의 값 구하기	50 %
❷ y의 값 구하기	40 %
❸ $x+y$의 값 구하기	10 %

16 답 36 cm^2

$\triangle APO$와 $\triangle BQO$에서

$\overline{AO}=\overline{BO}$, $\angle OAP=\angle OBQ=45^\circ$,

$\angle AOP=90^\circ-\angle POB=\angle BOQ$

이므로 $\triangle APO\equiv\triangle BQO$ (ASA 합동)

$\therefore$ (사각형 OPBQ의 넓이)$=\triangle OPB+\triangle OBQ$

$=\triangle OPB+\triangle OAP$

$=\triangle OAB$

$=\frac{1}{4}\times$(정사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{4}\times12\times12$

$=36\ (\text{cm}^2)$

17 답 17°

$\triangle$AED와 $\triangle$CGD에서
$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{ED}=\overline{GD}$, $\angle ADE=90^\circ-\angle EDF=\angle CDG$
이므로 $\triangle AED\equiv\triangle CGD$ (SAS 합동)
$\therefore\ \angle DCG=\angle DAE=28^\circ$
이때 $\overline{DF}$가 정사각형 EFGD의 대각선이므로 $\angle DFG=45^\circ$
$\therefore\ \angle GFC=180^\circ-45^\circ=135^\circ$
따라서 $\triangle$FCG에서
$\angle FGC=180^\circ-(135^\circ+28^\circ)=17^\circ$

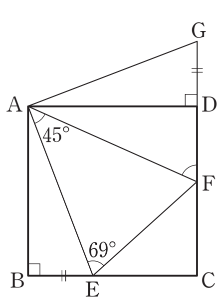
학교 시험 최상위 기출 도전 52쪽

01 답 8

[전략] 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작음을 이용하여 c의 값이 될 수 있는 자연수를 구한다.
$a\le b\le c$에서 c가 가장 긴 변의 길이이므로
$c<a+b$
즉 $2c<a+b+c$에서 $2c<20$
이때 c는 자연수이므로 $c=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
또 $a\le c$, $b\le c$이므로
$a+b+c\le c+c+c=3c$
즉 $3c\ge 20$
따라서 c의 값으로 가능한 것은 7 또는 8 또는 9이다.
(i) $c=7$일 때, $a+b=13$, $a\le b\le 7$이므로
$a=6$, $b=7$
(ii) $c=8$일 때, $a+b=12$, $a\le b\le 8$이므로
$a=4$, $b=8$ 또는 $a=5$, $b=7$ 또는 $a=6$, $b=6$
(iii) $c=9$일 때, $a+b=11$, $a\le b\le 9$이므로
$a=2$, $b=9$ 또는 $a=3$, $b=8$ 또는 $a=4$, $b=7$
또는 $a=5$, $b=6$
(i)~(iii)에서 만들 수 있는 삼각형의 개수는
$1+3+4=8$

02 답 66°

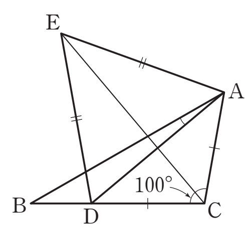
[전략] $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BE}=\overline{DG}$가 되도록 점 G를 잡고, 합동인 삼각형을 찾는다.
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에
$\overline{BE}=\overline{DG}$가 되도록 점 G를 잡는다.



$\triangle$ABE와 $\triangle$ADG에서
$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{DG}$,
$\angle ABE=\angle ADG=90^\circ$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle ADG$ (SAS 합동)
즉 $\overline{AE}=\overline{AG}$이고 $\angle BAE=\angle DAG$이므로
$\angle GAF=\angle DAG+\angle DAF=\angle BAE+\angle DAF$
$=90^\circ-\angle EAF=90^\circ-45^\circ=45^\circ$
$\triangle$AEF와 $\triangle$AGF에서
$\overline{AE}=\overline{AG}$, $\overline{AF}$는 공통, $\angle EAF=\angle GAF=45^\circ$
이므로 $\triangle AEF\equiv\triangle AGF$ (SAS 합동)
$\therefore\ \angle AFD=\angle AFE=180^\circ-(45^\circ+69^\circ)=66^\circ$

03 답 10°

[전략] $\overline{CE}$를 긋고 합동인 삼각형을 찾는다.
$\triangle$CAD에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로
$\angle CAD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$
$\angle EAC=\angle EAD+\angle CAD=60^\circ+40^\circ=100^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\triangle$AEC와 $\triangle$DEC에서
$\overline{AE}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DC}$, $\overline{EC}$는 공통
이므로 $\triangle AEC\equiv\triangle DEC$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle AEC=\angle DEC=30^\circ$,
$\angle ACE=\angle DCE=50^\circ$
$\triangle$AEC와 $\triangle$CBA에서
$\overline{AC}$는 공통, $\overline{AE}=\overline{AD}=\overline{CB}$, $\angle CAE=\angle ACB=100^\circ$
이므로 $\triangle AEC\equiv\triangle CBA$ (SAS 합동)
$\therefore\ \angle ABC=\angle CEA=30^\circ$, $\angle BAC=\angle ECA=50^\circ$
$\therefore\ \angle BAD=\angle BAC-\angle DAC$
$=50^\circ-40^\circ=10^\circ$

04 답 140

[전략] $\triangle$DCE와 합동인 삼각형을 찾는다.
$\triangle$GBC와 $\triangle$EDC에서
$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CG}=\overline{CE}$, $\angle GCB=90^\circ-\angle DCG=\angle ECD$
이므로 $\triangle GBC\equiv\triangle EDC$ (SAS 합동)
$\therefore\ \triangle DCE=\triangle GBC=\frac{1}{2}\times 10\times 10=50\ (\mathrm{cm}^2)$
$\therefore\ a=50$
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle PGD=\angle GBC$ (동위각)
$\triangle GBC\equiv\triangle EDC$ (SAS 합동)이므로 $\angle GBC=\angle EDC$
$\therefore\ \angle PGD=\angle EDC$
$\triangle$PGD에서 $\angle GPD+\angle PGD+\angle PDG=180^\circ$
$\angle BPE+\angle EDC+\angle PDG=180^\circ$
이때 $\angle EDC+\angle PDG=180^\circ-\angle GDC=180^\circ-90^\circ=90^\circ$이므로 $\angle BPE+90^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle BPE=90^\circ$
$\therefore\ b=90$
$\therefore\ a+b=50+90=140$

3 평면도형

01 | 다각형

개념 확인

55쪽

01 답) ③, ⑤

③ 변의 개수가 가장 적은 다각형은 삼각형이다.
⑤ 다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

02 답) 66

십사각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는
$14-3=11 \qquad \therefore a=11$
십사각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{14\times(14-3)}{2}=77 \qquad \therefore b=77$
$\therefore b-a=77-11=66$

03 답) (1) 50° (2) 62°

(1) $\angle x=180^\circ-(55^\circ+75^\circ)=50^\circ$
(2) $\angle x+38^\circ=100^\circ$이므로 $\angle x=62^\circ$

04 답) 148°

$\angle x=50^\circ+40^\circ=90^\circ$
$\angle y+32^\circ=90^\circ$이므로 $\angle y=58^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=90^\circ+58^\circ=148^\circ$

05 답) (1) 100° (2) 42°

(1) 오각형의 내각의 크기의 합은
$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$
$100^\circ+\angle x+120^\circ+100^\circ+120^\circ=540^\circ$이므로
$\angle x+440^\circ=540^\circ \qquad \therefore \angle x=100^\circ$
(2) 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이므로
$78^\circ+60^\circ+45^\circ+70^\circ+\angle x+65^\circ=360^\circ$
$\angle x+318^\circ=360^\circ \qquad \therefore \angle x=42^\circ$

06 답) 185

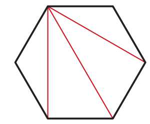
정구각형의 한 내각의 크기는
$\dfrac{180^\circ\times(9-2)}{9}=140^\circ \qquad \therefore a=140$
정팔각형의 한 외각의 크기는
$\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ \qquad \therefore b=45$
$\therefore a+b=140+45=185$

적중 & 심화 유형 연습

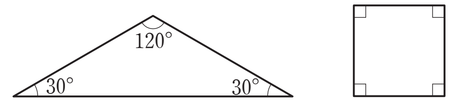
56쪽~65쪽

01 답) ④

① 삼각형에서는 대각선을 그을 수 없다.
② 오른쪽 그림과 같이 대각선의 길이가 같지 않은 정다각형도 있다.

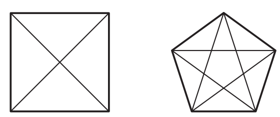


③ 정다각형일 경우에만 외각의 크기가 모두 같다.
⑤ 다음 그림과 같이 사각형이 삼각형보다 변의 개수는 많지만 가장 큰 내각의 크기는 삼각형이 사각형보다 큰 경우도 있다.



따라서 옳은 것은 ④이다.

참고
모든 대각선의 길이가 같은 정다각형은 정사각형과 정오각형뿐이다.



02 답) 정팔각형

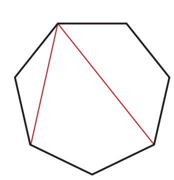
(가), (나)에 의하여 구하는 다각형은 정다각형이다.
구하는 다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{n(n-3)}{2}=20$
$n(n-3)=40,\ n(n-3)=8\times5$
$\therefore n=8$
따라서 구하는 다각형은 정팔각형이다.

03 답) 21

구하는 다각형을 n각형이라 하면
$n-2=7 \qquad \therefore n=9$
따라서 구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는
$9-3=6 \qquad \therefore a=6$
구각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27 \qquad \therefore b=27$
$\therefore b-a=27-6=21$

04 답) 14

오른쪽 그림과 같이 한 꼭짓점에서 서로 다른 두 대각선을 그었을 때, 삼각형 한 개와 사각형 두 개로 나누어지는 다각형은 칠각형이다.
따라서 칠각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{7\times(7-3)}{2}=14$



05 답 90

구하는 다각형을 n각형이라 하면

$a=n-3$, $b=n-2$

이때 $a+b=25$이므로 $(n-3)+(n-2)=25$

$2n=30$ $\quad\therefore n=15$

따라서 십오각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{15\times(15-3)}{2}=90$

06 답 10

각 단지를 오각형의 꼭짓점으로 생각하면 횡단보도의 개수는 오각형의 변의 개수와 대각선의 개수의 합과 같다.

따라서 만들 수 있는 횡단보도의 개수는

$5+\dfrac{5\times(5-3)}{2}=10$

07 답 125°

$\triangle$ABC에서

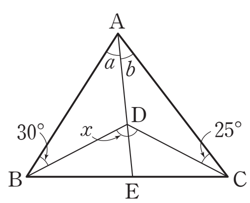
$\angle DBC+\angle DCB=180^\circ-(70^\circ+30^\circ+25^\circ)=55^\circ$

따라서 $\triangle$DBC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 직선 AD를 그으면



$\triangle$ABD에서 $\angle BDE=\angle a+30^\circ$

$\triangle$ADC에서 $\angle CDE=\angle b+25^\circ$

$\therefore \angle x=(\angle a+30^\circ)+(\angle b+25^\circ)$

$\quad=(\angle a+\angle b)+55^\circ$

$\quad=70^\circ+55^\circ=125^\circ$

08 답 130°

$\triangle$ABC에서 $80^\circ+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$이므로

$\angle ABC+\angle ACB=100^\circ$

$\therefore \angle DBC+\angle DCB=\dfrac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$ $\quad$ …… ❶

따라서 $\triangle$DBC에서

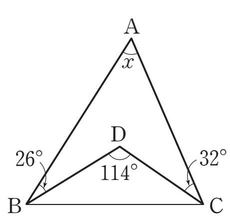
$\angle x=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$

$\quad=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ $\quad$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\angle DBC+\angle DCB$의 크기 구하기	60 %
❷ $\angle x$의 크기 구하기	40 %

09 답 56°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\triangle$DBC에서

$\angle DBC+\angle DCB=180^\circ-114^\circ$

$\quad=66^\circ$

따라서 $\triangle$ABC에서

$\angle x=180^\circ-(26^\circ+\angle DBC+\angle DCB+32^\circ)$

$\quad=180^\circ-(26^\circ+66^\circ+32^\circ)$

$\quad=56^\circ$

10 답 30°

$\triangle$ABC에서 $\angle ACD=40^\circ+60^\circ=100^\circ$

$\triangle$FCD에서 $\angle x+\angle FCD=130^\circ$이므로

$\angle x+100^\circ=130^\circ$ $\quad\therefore \angle x=30^\circ$

11 답 40°

$\triangle$ABD에서 $\angle BAD+52^\circ=96^\circ$

$\therefore \angle BAD=44^\circ$

따라서 $\angle DAC=\angle BAD=44^\circ$이므로 $\triangle$ADC에서

$\angle x=180^\circ-(44^\circ+96^\circ)=40^\circ$

12 답 50°

$\triangle$DBF에서 $\angle ADE=\angle x+22^\circ$

$\triangle$ADE에서 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로

$\angle AED=\angle ADE=\angle x+22^\circ$

$\angle CEF=\angle AED=\angle x+22^\circ$(맞꼭지각)이므로

$\triangle$ECF에서 $(\angle x+22^\circ)+22^\circ=94^\circ$

$\therefore \angle x=50^\circ$

13 답 35°

[전략] 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용한다.

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=\angle x$

$\angle DAC=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle$ACD에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로

$\angle D=\angle DAC=2\angle x$

$\triangle$DBC에서 $\angle x+2\angle x=105^\circ$

$3\angle x=105^\circ$ $\quad\therefore \angle x=35^\circ$

14 답 88°

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=22^\circ$

$\angle DAC=22^\circ+22^\circ=44^\circ$

$\triangle$ACD에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로

$\angle ADC=\angle DAC=44^\circ$

$\triangle$DBC에서 $\angle DCE=22^\circ+44^\circ=66^\circ$

$\triangle$DCE에서 $\overline{DC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DEC=\angle DCE=66^\circ$

$\triangle$DBE에서 $\angle x=22^\circ+66^\circ=88^\circ$

15 답 20°

$\angle B=\angle a$라 하면

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=\angle a$

$\angle DAC=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로

$\angle D=\angle DAC=2\angle a$

$\triangle DBC$에서 $\angle a+2\angle a=120^\circ$

$3\angle a=120^\circ \qquad \therefore \angle a=40^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(\angle a+120^\circ)$

$=180^\circ-(40^\circ+120^\circ)=20^\circ$

16 답 64°

$\triangle ABC$에서 $\angle ACE=\angle x+\angle ABC=\angle x+2\angle DBC$

$\therefore \angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}(\angle x+2\angle DBC)$

$=\frac{1}{2}\angle x+\angle DBC$ ······ ㉠

$\triangle DBC$에서 $\angle DCE=32^\circ+\angle DBC$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}\angle x=32^\circ$이므로 $\angle x=64^\circ$

17 답 $\angle x=124^\circ$, $\angle y=34^\circ$

$\triangle ABC$에서 $68^\circ+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$이므로

$\angle ABC+\angle ACB=112^\circ$

$\triangle DBC$에서

$\angle x=180^\circ-\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$

$=180^\circ-\frac{1}{2}\times112^\circ$

$=180^\circ-56^\circ=124^\circ$ ······ ❶

또 $\triangle ABC$에서 $\angle ACF=68^\circ+\angle ABC=68^\circ+2\angle EBC$

$\therefore \angle ECF=\frac{1}{2}\angle ACF=\frac{1}{2}(68^\circ+2\angle EBC)$

$=34^\circ+\angle EBC$ ······ ㉠

$\triangle EBC$에서 $\angle ECF=\angle y+\angle EBC$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle y=34^\circ$ ······ ❷

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기 구하기	50 %
❷ $\angle y$의 크기 구하기	50 %

18 답 25°

$\triangle ABC$에서 $\angle ACE=75^\circ+\angle ABC=75^\circ+3\angle DBC$

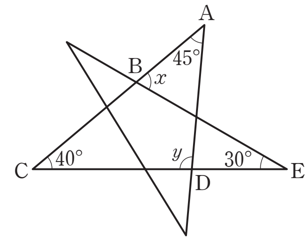
$\therefore \angle DCE=\frac{1}{3}\angle ACE=\frac{1}{3}(75^\circ+3\angle DBC)$

$=25^\circ+\angle DBC$ ······ ㉠

$\triangle DBC$에서 $\angle DCE=\angle x+\angle DBC$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x=25^\circ$

19 답 165°



$\triangle BCE$에서

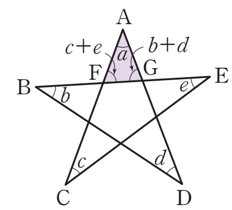
$\angle x=40^\circ+30^\circ=70^\circ$

$\triangle ACD$에서

$\angle y=180^\circ-(40^\circ+45^\circ)=95^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=70^\circ+95^\circ=165^\circ$

100점 TIP



오른쪽 그림에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$

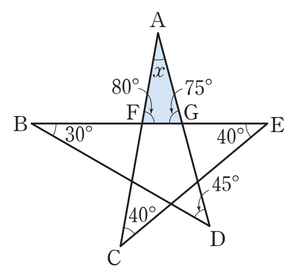
의 크기를 구할 때는 주어진 각을 내각 또는 외각으로 갖는 삼각형을 찾아 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

① $\triangle FCE$에서 $\quad \angle AFG=\angle c+\angle e$

② $\triangle GBD$에서 $\quad \angle AGF=\angle b+\angle d$

③ $\triangle AFG$에서 $\quad \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180^\circ$

20 답 25°



$\triangle BDG$에서

$\angle AGF=30^\circ+45^\circ=75^\circ$

$\triangle FCE$에서

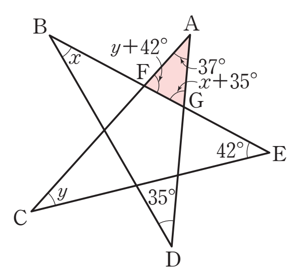
$\angle AFG=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

$\triangle AFG$에서

$\angle x=180^\circ-(\angle AFG+\angle AGF)$

$=180^\circ-(80^\circ+75^\circ)=25^\circ$

21 답 66°



$\triangle BDG$에서

$\angle AGF=\angle x+35^\circ$

$\triangle FCE$에서

$\angle AFG=\angle y+42^\circ$

$\triangle AFG$에서

$37^\circ+(\angle y+42^\circ)+(\angle x+35^\circ)$

$=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=66^\circ$

22 답 105°

칠각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(7-2)=900^\circ$이므로

$110^\circ+(180^\circ-65^\circ)+160^\circ+(180^\circ-\angle x)+140^\circ+\angle y+90^\circ$

$=900^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=105^\circ$

23 답 36°

다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이므로

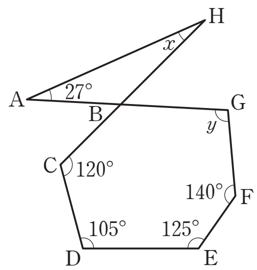
$(\angle x+35^\circ)+(180^\circ-102^\circ)+\angle x+(180^\circ-90^\circ)+40^\circ+45^\circ$

$=360^\circ$

$2\angle x=72^\circ \qquad \therefore \angle x=36^\circ$

24 답 77°

$\triangle ABH$에서



$\angle ABH=180^\circ-(27^\circ+\angle x)$

$\quad\quad=153^\circ-\angle x$

육각형 BCDEFG에서

$\angle CBG=\angle ABH$ (맞꼭지각)

이고, 육각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$

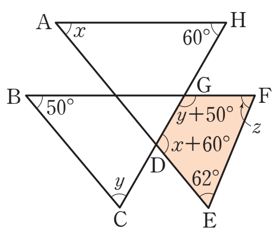
이므로

$(153^\circ-\angle x)+120^\circ+105^\circ+125^\circ+140^\circ+\angle y=720^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=77^\circ$

25 답 188°

$\triangle ADH$에서



$\angle GDE=\angle x+60^\circ$

$\triangle BCG$에서

$\angle DGF=\angle y+50^\circ$

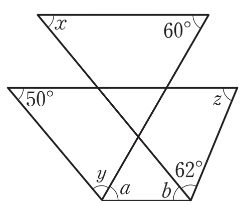
사각형 GDEF에서 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$(\angle x+60^\circ)+62^\circ+\angle z+(\angle y+50^\circ)=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=188^\circ$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면



$\angle a+\angle b=\angle x+60^\circ$

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

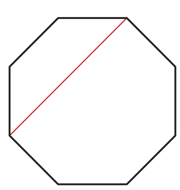
$50^\circ+\angle y+\angle a+\angle b+62^\circ+\angle z=360^\circ$

$50^\circ+\angle y+\angle x+60^\circ+62^\circ+\angle z=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=188^\circ$

26 답 1080°

오른쪽 그림과 같이 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그었을 때, 사각형과 육각형으로 나누어지는 다각형은 팔각형이다.



따라서 팔각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(8-2)=1080^\circ$

27 답 ②

주어진 다각형을 n각형이라 하면

$180^\circ\times(n-2)=1260^\circ$

$n-2=7 \qquad \therefore n=9$

즉 주어진 다각형은 구각형이다.

㉠ 구각형의 변의 개수는 9이다.

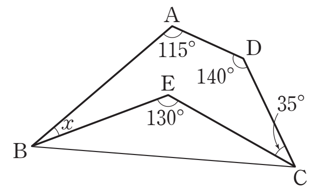
㉡ 구각형의 대각선의 개수는 $\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27$

㉢ 구각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $9-2=7$

따라서 옳은 것은 ㉡이다.

28 답 20°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\triangle EBC$에서

$\angle EBC+\angle ECB$

$=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

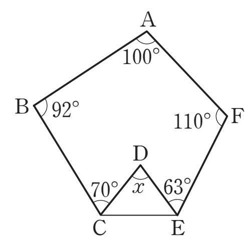
$115^\circ+\angle x+\angle EBC+\angle ECB+35^\circ+140^\circ=360^\circ$

$115^\circ+\angle x+50^\circ+35^\circ+140^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x=20^\circ$

29 답 75°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로

$100^\circ+92^\circ+70^\circ+\angle DCE+\angle DEC$

$+63^\circ+110^\circ=540^\circ$

$\therefore \angle DCE+\angle DEC=105^\circ$

따라서 $\triangle DCE$에서

$\angle x=180^\circ-(\angle DCE+\angle DEC)$

$\quad=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

30 답 62°

오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로

$104^\circ+80^\circ+\angle BCD+\angle CDE+120^\circ=540^\circ$

$\therefore \angle BCD+\angle CDE=236^\circ$

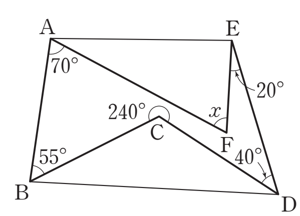
따라서 $\triangle FCD$에서 $\angle x+\angle FCD+\angle FDC=180^\circ$이므로

$\angle x+\dfrac{1}{2}(\angle BCD+\angle CDE)=180^\circ$

$\angle x+118^\circ=180^\circ \qquad \therefore \angle x=62^\circ$

31 답 65°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BD}$를 긋자. $\triangle CBD$에서



$\angle BCD=360^\circ-240^\circ=120^\circ$

이므로

$120^\circ+\angle CBD+\angle CDB=180^\circ$

$\therefore \angle CBD+\angle CDB=60^\circ$

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$70^\circ+55^\circ+\angle CBD+\angle CDB+40^\circ+20^\circ+\angle FEA+\angle FAE$

$=360^\circ$

$70^\circ+55^\circ+60^\circ+40^\circ+20^\circ+\angle FEA+\angle FAE=360^\circ$

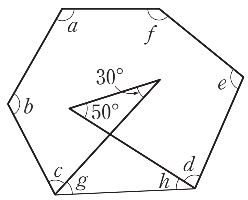
$\therefore \angle FEA+\angle FAE=115^\circ$

따라서 $\triangle$AFE에서

$\angle x=180^\circ-(\angle \mathrm{FEA}+\angle \mathrm{FAE})$

$=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

32 답 640°



오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$\angle g+\angle h=50^\circ+30^\circ=80^\circ$

육각형의 내각의 크기의 합은

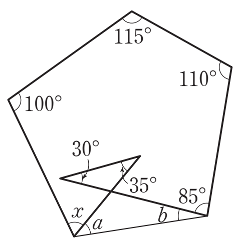
$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$

$=720^\circ-(\angle g+\angle h)$

$=720^\circ-80^\circ=640^\circ$

33 답 65°



오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$\angle a+\angle b=30^\circ+35^\circ=65^\circ$

오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로

$115^\circ+100^\circ+\angle x+\angle a+\angle b+85^\circ$

$+110^\circ=540^\circ$

$115^\circ+100^\circ+\angle x+65^\circ+85^\circ+110^\circ=540^\circ$

$\therefore \angle x=65^\circ$

34 답 ③

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합은 180°이므로

한 외각의 크기는 $180^\circ\times\dfrac{2}{3+2}=72^\circ$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{360^\circ}{n}=72^\circ \qquad \therefore n=5$

즉 주어진 정다각형은 정오각형이다.

① $180^\circ\times\dfrac{3}{3+2}=108^\circ$

③ 정오각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{5\times(5-3)}{2}=5$

④ 정오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$

⑤ 정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$5-3=2$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

100점 TIP

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $m:n$일 때

① 한 내각의 크기 ➡ $180^\circ\times\dfrac{m}{m+n}$

② 한 외각의 크기 ➡ $180^\circ\times\dfrac{n}{m+n}$

35 답 237

한 내각의 크기가 156°인 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=156^\circ$

$24^\circ\times n=360^\circ \qquad \therefore n=15$

따라서 정십오각형의 변의 개수는 15이므로 $a=15$

한 외각의 크기가 15°인 정다각형을 정m각형이라 하면

$\dfrac{360^\circ}{m}=15^\circ \qquad \therefore m=24$

따라서 정이십사각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{24\times(24-3)}{2}=252 \qquad \therefore b=252$

$\therefore b-a=252-15=237$

36 답 (1) 정십이각형 (2) 54 (3) 30°

(1) 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이므로 구하는 정다각형의 내각의 크기의 합은

$2160^\circ-360^\circ=1800^\circ$

구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

$180^\circ\times(n-2)=1800^\circ$

$n-2=10 \qquad \therefore n=12$

따라서 구하는 정다각형은 정십이각형이다. ...... ❶

(2) 정십이각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{12\times(12-3)}{2}=54$ ...... ❷

(3) 정십이각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 조건을 만족하는 정다각형 구하기	40 %
❷ 정십이각형의 대각선의 개수 구하기	30 %
❸ 정십이각형의 한 외각의 크기 구하기	30 %

다른 풀이

(1) 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

(내각의 크기의 합)+(외각의 크기의 합)$=180^\circ\times n$이므로

$2160^\circ=180^\circ\times n \qquad \therefore n=12$

따라서 구하는 정다각형은 정십이각형이다.

37 답 6

꼭짓점의 개수의 비가 $1:2$이므로 한 정다각형을 정n각형이라 하면 다른 정다각형은 정$2n$각형이다.

이때 두 정다각형의 한 내각의 크기의 비가 $4:5$이므로

$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}:\dfrac{180^\circ\times(2n-2)}{2n}=4:5$

$5(n-2)=4(n-1)$, $5n-10=4n-4$

$\therefore n=6$

따라서 구하는 두 정다각형은 정육각형, 정십이각형이므로 두 정다각형의 변의 개수의 차는 $12-6=6$

38 답 100°

정구각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(9-2)}{9}=140^\circ$

$\triangle$CDB, $\triangle$EFD는 각각 $\overline{CD}=\overline{CB}$, $\overline{EF}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDB=\angle EDF=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

$\therefore\ \angle x=140^\circ-(20^\circ+20^\circ)=100^\circ$

39 답 $\angle x=36^\circ$, $\angle y=108^\circ$

정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ …… ❶

$\triangle$ABE, $\triangle$BCA, $\triangle$EAD는 각각 $\overline{AB}=\overline{AE}$, $\overline{BA}=\overline{BC}$, $\overline{EA}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABE=\angle BAC=\angle EAD=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\therefore\ \angle x=108^\circ-(36^\circ+36^\circ)=36^\circ$ …… ❷

또 $\triangle$ABF에서

$\angle y=\angle BFA=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 정오각형의 한 내각의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle x$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle y$의 크기 구하기	30 %

40 답 24°

정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정육각형의 한 내각의 크기는

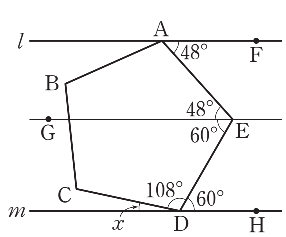
$\dfrac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

$\therefore\ \angle x=360^\circ-(2\times108^\circ+120^\circ)=24^\circ$

41 답 12°

[전략] 정오각형의 한 꼭짓점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그어 엇각의 크기가 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그으면



$\angle AEG=\angle FAE=48^\circ$ (엇각)

정오각형의 한 내각의 크기는 108°이므로

$\angle GED=108^\circ-48^\circ=60^\circ$

따라서 $\angle EDH=\angle GED=60^\circ$(엇각)이므로

$\angle x=180^\circ-(108^\circ+60^\circ)=12^\circ$

42 답 36°

정오각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$ $\quad\therefore\ \angle y=\angle OBC=72^\circ$

$\triangle$OCB에서 $\angle x=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=72^\circ-36^\circ=36^\circ$

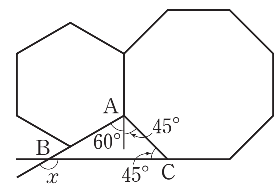
43 답 150°

정육각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$

정팔각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$



$\triangle$ABC에서 $\angle BAC=60^\circ+45^\circ=105^\circ$, $\angle ACB=45^\circ$이므로

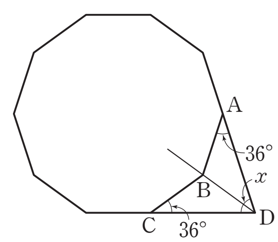
$\angle x=105^\circ+45^\circ=150^\circ$

44 답 72°

정십각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{10}=36^\circ$

정십각형의 한 내각의 크기는 $180^\circ-36^\circ=144^\circ$

오른쪽 그림과 같이 직선 BD를 그으면



$\angle ABC=(36^\circ+\angle ADB)$

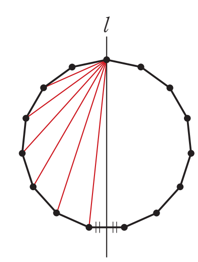
$\qquad\qquad+(\angle CDB+36^\circ)$

$144^\circ=36^\circ+\angle x+36^\circ$

$\therefore\ \angle x=72^\circ$

45 답 6

정십오각형은 오른쪽 그림과 같이 직선 l에 대하여 좌우대칭이다. 즉 직선 l의 왼쪽에 있는 대각선과 같은 길이의 대각선을 직선 l의 오른쪽에도 그릴 수 있음을 알 수 있다.

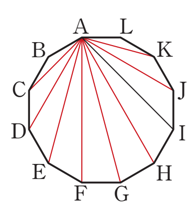


따라서 정십오각형에서 길이가 서로 다른 대각선의 개수는 6이다.

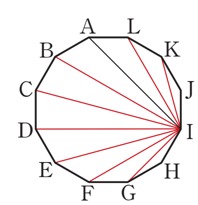
46 답 37

[전략] 대각선 AI와 두 점 A, I에서 각각 만나는 경우와 대각선 AI와 정십이각형의 내부의 한 점에서 만나는 경우로 나누어 생각한다.

대각선 AI와 두 점 A, I에서 각각 만나는 대각선은 다음 그림과 같다.

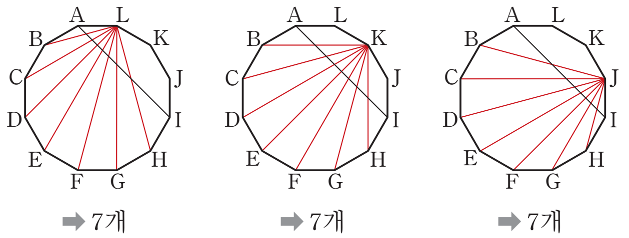


➡ 8개



➡ 8개

대각선 AI와 정십이각형의 내부의 한 점에서 만나는 대각선은 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 대각선의 개수는

$8\times2+7\times3=37$

47 답) 96

[전략] 정십육각형의 대각선의 개수에서 길이가 8인 대각선의 개수를 뺀다.

16개의 점 P_1, P_2, P_3, $\cdots$, P_{16}을 순서대로 선분으로 연결하여 만든 다각형은 정십육각형이고, 정십육각형의 대각선의 개수는

$\frac{16\times(16-3)}{2}=104$

이때 길이가 8인 대각선은

$\overline{P_1P_9}$, $\overline{P_2P_{10}}$, $\overline{P_3P_{11}}$, $\overline{P_4P_{12}}$, $\overline{P_5P_{13}}$, $\overline{P_6P_{14}}$, $\overline{P_7P_{15}}$, $\overline{P_8P_{16}}$

의 8개이다.

따라서 정십육각형의 대각선 중에서 길이가 8보다 짧은 대각선의 개수는 $104-8=96$

48 답) 174°

$\angle ABD=\angle DBC=\angle a$, $\angle ACE=\angle ECB=\angle b$라 하면

$\triangle ABC$에서 $64^\circ+2\angle a+2\angle b=180^\circ$이므로

$\angle a+\angle b=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

$\triangle EBC$에서 $\angle x=2\angle a+\angle b$

$\triangle DBC$에서 $\angle y=\angle a+2\angle b$

$\therefore\ \angle x+\angle y=(2\angle a+\angle b)+(\angle a+2\angle b)$

$\qquad=3(\angle a+\angle b)$

$\qquad=3\times58^\circ=174^\circ$

49 답) 55°

$\triangle ABC$에서 $\angle ACB+\angle ABC=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

$\angle ECB+\angle CBD=(180^\circ-\angle ACB)+(180^\circ-\angle ABC)$

$\qquad=360^\circ-(\angle ACB+\angle ABC)$

$\qquad=360^\circ-110^\circ=250^\circ$

$\therefore\ \angle OCB+\angle OBC=\frac{1}{2}(\angle ECB+\angle CBD)$

$\qquad=\frac{1}{2}\times250^\circ=125^\circ$

$\triangle OCB$에서

$\angle x=180^\circ-(\angle OCB+\angle OBC)$

$\quad=180^\circ-125^\circ=55^\circ$

50 답) $\angle x=72^\circ$, $\angle y=24^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle ACF=\angle x+\angle ABC=\angle x+3\angle EBC$

$\therefore\ \angle DCF=\frac{2}{3}\angle ACF=\frac{2}{3}(\angle x+3\angle EBC)$

$\qquad=\frac{2}{3}\angle x+2\angle EBC$ …… ㉠

$\triangle DBC$에서 $\angle DCF=48^\circ+2\angle EBC$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{2}{3}\angle x=48^\circ$이므로 $\angle x=72^\circ$ …… ❶

또 $\triangle EBC$에서 $\angle ECF=\angle y+\angle EBC$ …… ㉢

$\angle ECF=\frac{1}{2}\angle DCF=\frac{1}{2}(48^\circ+2\angle EBC)$

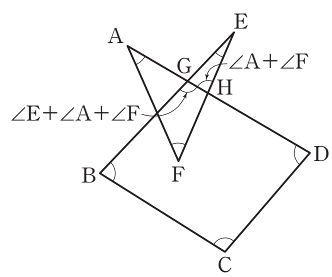
$\qquad=24^\circ+\angle EBC$ …… ㉣

㉢, ㉣에서 $\angle y=24^\circ$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기 구하기	50 %
❷ $\angle y$의 크기 구하기	50 %

51 답) 360°

[전략] 삼각형의 내각과 외각의 관계와 사각형의 내각의 크기의 합을 이용한다.



$\triangle AFH$에서

$\angle EHG=\angle A+\angle F$

$\triangle EGH$에서

$\angle BGD=\angle E+\angle A+\angle F$

사각형 GBCD에서 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$(\angle E+\angle A+\angle F)+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$

즉 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=360^\circ$

52 답) 225°

사각형 ABPF에서

$\angle P=360^\circ-(140^\circ+\angle ABP+\angle AFP)$

$\quad=220^\circ-(\angle ABP+\angle AFP)$

사각형 CDEQ에서

$\angle Q=360^\circ-(130^\circ+\angle QCD+\angle QED)$

$\quad=230^\circ-(\angle QCD+\angle QED)$

이때 육각형의 내각의 크기의 합은 720°이므로

$140^\circ+2\angle ABP+2\angle QCD+130^\circ+2\angle QED+2\angle AFP$

$=720^\circ$

$2(\angle ABP+\angle QCD+\angle QED+\angle AFP)=450^\circ$

$\therefore\ \angle ABP+\angle QCD+\angle QED+\angle AFP=225^\circ$

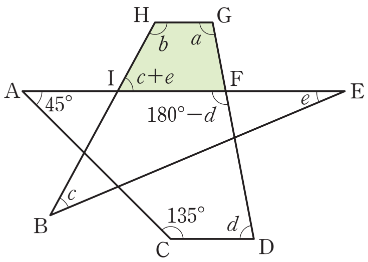
$\therefore\ \angle P+\angle Q$

$\quad=220^\circ-(\angle ABP+\angle AFP)+230^\circ-(\angle QCD+\angle QED)$

$\quad=450^\circ-(\angle ABP+\angle QCD+\angle QED+\angle AFP)$

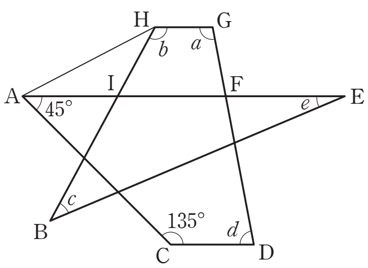
$\quad=450^\circ-225^\circ=225^\circ$

53 답 360°



$\triangle$IBE에서 $\angle HIF=\angle c+\angle e$
사각형 ACDF에서
$\angle AFD=360^\circ-(45^\circ+135^\circ+\angle d)=180^\circ-\angle d$
$\therefore\ \angle GFI=180^\circ-(180^\circ-\angle d)=\angle d$
따라서 사각형 HIFG에서 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로
$\angle b+(\angle c+\angle e)+\angle d+\angle a=360^\circ$
즉 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=360^\circ$

다른 풀이

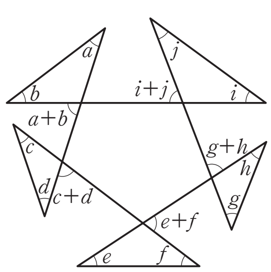


위 그림과 같이 $\overline{AH}$를 그으면
$\angle IAH+\angle IHA=\angle c+\angle e$
오각형 ACDGH에서 오각형의 내각의 크기의 합은 540°이므로
$(\angle IAH+45^\circ)+135^\circ+\angle d+\angle a+(\angle b+\angle IHA)=540^\circ$
$\angle a+\angle b+\angle IAH+\angle IHA+\angle d+180^\circ=540^\circ$
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+180^\circ=540^\circ$
$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=360^\circ$

54 답 360°

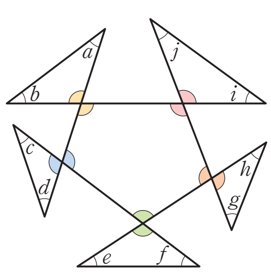
[전략] 삼각형의 내각과 외각의 관계와 다각형의 외각의 크기의 합을 이용한다.

오른쪽 그림에서
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$
$+\angle f+\angle g+\angle h+\angle i+\angle j$
$=$(오각형의 외각의 크기의 합)
$=360^\circ$



다른 풀이

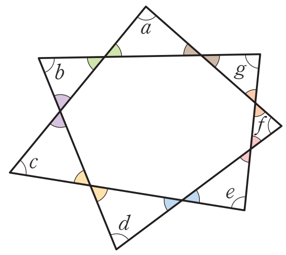
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$
$+\angle f+\angle g+\angle h+\angle i+\angle j$
$=$(5개의 삼각형의 내각의 크기의 합)
$\quad -$(오각형의 내각의 크기의 합)
$=180^\circ\times5-540^\circ$
$=900^\circ-540^\circ$
$=360^\circ$



55 답 540°

[전략] 주어진 각을 포함하는 7개의 삼각형의 내각의 크기의 합과 내부에 있는 칠각형의 외각의 크기의 합을 이용한다.

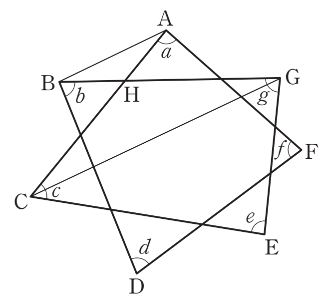
칠각형의 외각을 표시하면 다음 그림과 같다.



$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$
$=$(삼각형의 내각의 크기의 합)$\times7$
$\quad -$(칠각형의 외각의 크기의 합)$\times2$
$=180^\circ\times7-360^\circ\times2=1260^\circ-720^\circ=540^\circ$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{CG}$를 그으면
$\angle HBA+\angle HAB$
$=\angle HCG+\angle HGC$
이므로
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$
$+\angle f+\angle g$
$=$(사각형 ABDF의 내각의 크기의 합)$+$(삼각형 CEG의 내각의 크기의 합)
$=360^\circ+180^\circ=540^\circ$



56 답 ②

정다각형으로 평면을 빈틈없이 채우려면 한 꼭짓점에 3개 이상의 정다각형이 모여야 하고, 모인 각의 크기의 합이 360°이어야 한다.
즉 $\dfrac{360^\circ}{(\text{한 내각의 크기})}=$(자연수)이어야 한다.
정다각형의 한 내각의 크기를 x°라 하면 x는 $60\le x<180$이면서 360의 약수이어야 하므로 $x=60, 90, 120$
따라서 60°, 90°, 120°를 한 내각의 크기로 갖는 정다각형은 정삼각형, 정사각형, 정육각형이다.

57 답 96°

[전략] 정오각형, 정삼각형, 정사각형의 한 내각의 크기를 이용한다.

정오각형, 정삼각형, 정사각형의 한 내각의 크기는 각각 108°, 60°, 90°이므로
$\angle JCD=108^\circ-60^\circ=48^\circ$, $\angle JDC=108^\circ-90^\circ=18^\circ$
$\triangle$JCD에서 $\angle CJD=180^\circ-(48^\circ+18^\circ)=114^\circ$
$\therefore\ \angle GJH=\angle CJD=114^\circ$ (맞꼭지각)
사각형 IGJH에서 $\angle IGJ=90^\circ$, $\angle IHJ=60^\circ$이므로
$\angle GIH=360^\circ-(90^\circ+114^\circ+60^\circ)=96^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle GIH=96^\circ$ (맞꼭지각)

58 답 $66°$

[전략] 정오각형, 정육각형의 한 내각의 크기를 이용한다.

정육각형의 한 내각의 크기는 $120°$이고

$\triangle FAE$는 $\overline{FA}=\overline{FE}$인 이등변삼각형이므로

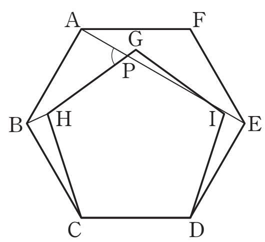
$\angle FAE=\angle FEA=\frac{1}{2}\times(180°-120°)=30°$

$\therefore \angle BAP=120°-30°=90°$

정오각형의 한 내각의 크기는 $108°$이므로

$\angle BCH=120°-108°=12°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BH}$를 그으면



$\triangle BCH$는 $\overline{CB}=\overline{CH}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CBH=\angle CHB$

$=\frac{1}{2}\times(180°-12°)=84°$

$\therefore \angle ABH=120°-84°=36°$

$\angle BHP=360°-(84°+108°)=168°$

따라서 사각형 ABHP에서

$\angle APH=360°-(90°+36°+168°)=66°$

적중 & 심화 실전 TEST

66쪽~69쪽

01 답 팔각형

구하는 다각형을 n각형이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$이다.

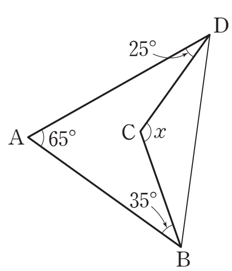
오각형의 대각선의 개수는 $\frac{5\times(5-3)}{2}=5$이므로

$n-3=5 \qquad \therefore n=8$

따라서 구하는 다각형은 팔각형이다.

02 답 $125°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle ABD$에서

$65°+(35°+\angle CBD)$

$+(\angle CDB+25°)$

$=180°$

$\therefore \angle CBD+\angle CDB=55°$

따라서 $\triangle CBD$에서

$\angle x=180°-(\angle CBD+\angle CDB)$

$=180°-55°=125°$

03 답 $192°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=150°-42°=108°$

$\therefore \angle BAD=\angle DAE=\angle EAC=\frac{1}{3}\angle BAC$

$=\frac{1}{3}\times108°=36°$ …… ❶

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle x=42°+\angle BAD=42°+36°=78°$ …… ❷

$\triangle ADE$에서

$\angle y=\angle x+\angle DAE=78°+36°=114°$ …… ❸

$\therefore \angle x+\angle y=78°+114°=192°$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle A$의 삼등분각의 크기 구하기	20 %
❷ $\angle x$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle y$의 크기 구하기	30 %
❹ $\angle x+\angle y$의 크기 구하기	20 %

04 답 $80°$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=16°$

$\angle DAC=16°+16°=32°$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로

$\angle CDA=\angle DAC=32°$

$\triangle DBC$에서 $\angle DCE=16°+32°=48°$

$\triangle DCE$에서 $\overline{DC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DEC=\angle DCE=48°$

$\triangle DBE$에서 $\angle FDE=16°+48°=64°$

$\triangle DEF$에서 $\overline{DE}=\overline{EF}$이므로

$\angle F=\angle FDE=64°$

$\triangle FBE$에서 $\angle x=16°+64°=80°$

05 답 $130°$

$\triangle ABC$에서 $40°+\angle ABC+\angle ACB=180°$이므로

$\angle ABC+\angle ACB=140°$

$\triangle DBC$에서

$\angle x=180°-\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$

$=180°-\frac{1}{2}\times140°$

$=180°-70°=110°$

또 $\triangle ABC$에서 $\angle ACF=40°+\angle ABC=40°+2\angle EBC$

$\therefore \angle ECF=\frac{1}{2}\angle ACF=\frac{1}{2}(40°+2\angle EBC)$

$=20°+\angle EBC$ …… ㉠

$\triangle EBC$에서 $\angle ECF=\angle y+\angle EBC$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle y=20°$

$\therefore \angle x+\angle y=110°+20°=130°$

06 답 33°

[전략] $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle e$의 크기가 순서대로 3°씩 커짐을 이용하여 $\angle a$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle e$의 크기를 $\angle b$에 대한 식으로 나타낸다.

$\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle e$의 크기가 순서대로 3°씩 커지므로

$\angle a=\angle b-3^\circ$, $\angle c=\angle b+3^\circ$, $\angle d=\angle b+6^\circ$, $\angle e=\angle b+9^\circ$

이때 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180^\circ$이므로

$(\angle b-3^\circ)+\angle b+(\angle b+3^\circ)+(\angle b+6^\circ)+(\angle b+9^\circ)=180^\circ$

$5\angle b=165^\circ \qquad \therefore \angle b=33^\circ$

07 답 100°

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle DCF=360^\circ-(80^\circ+130^\circ+\angle y)$

$=150^\circ-\angle y$

이때 $\angle BCG=\angle DCF$(맞꼭지각)이고, 오각형의 내각의 크기의 합은 540°이므로

$\angle x+100^\circ+(150^\circ-\angle y)+70^\circ+120^\circ=540^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=100^\circ$

08 답 ㉠, ㉢, ㉣

외각의 크기의 합이 360°이므로 내각의 크기의 합은

$1620^\circ-360^\circ=1260^\circ$

구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

$180^\circ\times(n-2)=1260^\circ$

$n-2=7 \qquad \therefore n=9$

즉 구하는 다각형은 정구각형이다.

㉡ 정구각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27$

㉢ 정구각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{9}=40^\circ$

㉣ 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $9-2=7$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

09 답 648°

$\angle CID=108^\circ$ (맞꼭지각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면

$\triangle ICD$에서

$\angle ICD+\angle IDC=180^\circ-108^\circ$

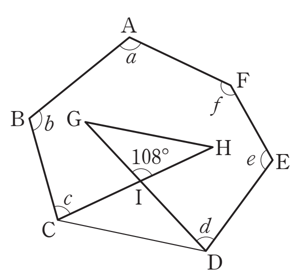
$=72^\circ$

따라서 육각형의 내각의 크기의 합은 720°이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$

$=720^\circ-(\angle ICD+\angle IDC)$

$=720^\circ-72^\circ=648^\circ$



10 답 ⑤

구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{n\times(n-3)}{2}=20$, $n\times(n-3)=40$

$n\times(n-3)=8\times5 \qquad \therefore n=8$

즉 구하는 정다각형은 정팔각형이다.

① $8-3=5$

② $180^\circ\times(8-2)=1080^\circ$

③ $\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$

④ $8-2=6$

⑤ $\dfrac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

11 답 36°

(가), (나)의 과정을 10번 반복하여 실행시켰을 때 로봇이 처음 출발한 자리로 되돌아오므로 로봇이 지나간 길은 십각형이다. 이때 모든 변의 길이가 7 cm로 같고, 모든 외각의 크기가 $\angle x$로 같으므로 로봇이 지나간 길은 정십각형이다.

$\therefore \angle x=\dfrac{360^\circ}{10}=36^\circ$

12 답 144°

구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

$a=n-3$, $b=n-2$ …… ❶

이때 $2a+b=22$이므로 $2(n-3)+(n-2)=22$

$3n=30 \qquad \therefore n=10$ …… ❷

따라서 정십각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(10-2)}{10}=144^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 구하는 정다각형을 정n각형으로 놓고, a, b를 n의 식으로 나타내기	40 %
❷ n의 값 구하기	30 %
❸ 정다각형의 한 내각의 크기 구하기	30 %

13 답 78°

정오각형, 정육각형, 정사각형의 한 내각의 크기는 각각 108°, 120°, 90°이므로

$\angle CDI=360^\circ-(108^\circ+120^\circ)=132^\circ$

$\angle DIJ=360^\circ-(120^\circ+90^\circ)=150^\circ$

따라서 사각형 DCJI에서

$\angle x+\angle y=360^\circ-(\angle CDI+\angle DIJ)$

$=360^\circ-(132^\circ+150^\circ)=78^\circ$

14 답 135°

정팔각형의 한 내각의 크기는 135°이고, $\triangle DEC$, $\triangle EFD$는 각각 $\overline{DC}=\overline{DE}$, $\overline{ED}=\overline{EF}$인 이등변삼각형이므로

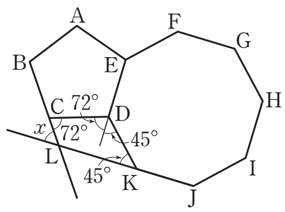
$\angle DEC = \angle EDF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 135^\circ) = 22.5^\circ$

따라서 $\triangle DEI$에서

$\angle DIE = 180^\circ - (22.5^\circ + 22.5^\circ) = 135^\circ$

$\therefore \angle CIF = \angle DIE = 135^\circ$ (맞꼭지각)

15 답 54°



정오각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$이고

정팔각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$이므로

$\angle LCD = 72^\circ$,

$\angle CDK = 72^\circ + 45^\circ = 117^\circ$, $\angle DKL = 45^\circ$

따라서 사각형 CLKD에서

$\angle CLK = 360^\circ - (72^\circ + 117^\circ + 45^\circ) = 126^\circ$

$\therefore \angle x = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$

16 답 ④

① 정오각형의 한 내각의 크기는 108°이고

$\triangle DEC$는 $\overline{DC} = \overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCE = \angle DEC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$

$\angle B = 108^\circ$이고 $\angle BCE = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$이므로

$\angle B + \angle BCE = 108^\circ + 72^\circ = 180^\circ$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} /\!/ \overleftrightarrow{CE}$

② 정오각형의 한 외각의 크기는 72°이므로

$\angle EDF = \angle DEF = 72^\circ$

$\triangle EDF$에서 $\angle F = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$

$\therefore \angle EDF = 2\angle F$

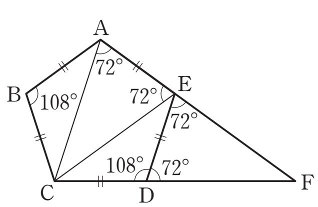
③ $\angle CEF = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$

④ $\angle AEC + \angle DEF = 180^\circ - \angle CED$

$= 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$

$\angle A = 108^\circ$이므로 $\angle AEC + \angle DEF \neq \angle A$

⑤ 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$(SAS 합동)이므로 $\triangle ABC = \triangle CDE$

또 $\triangle ACE \equiv \triangle DFE$(ASA 합동)이므로

$\triangle ACE = \triangle DFE$

$\therefore$ (사각형 ABCE의 넓이) $= \triangle ABC + \triangle ACE$

$= \triangle CDE + \triangle DFE$

$= \triangle CEF$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

17 답 101°

$\triangle QBC$에서 $\angle PQR = 2\angle RBC + \angle RCB$

$\triangle SBC$에서 $\angle PSR = \angle RBC + 2\angle RCB$

이때 $\triangle ABC$에서 $79^\circ + 3\angle RBC + 3\angle RCB = 180^\circ$이므로

$3\angle RBC + 3\angle RCB = 101^\circ$

$\therefore \angle PQR + \angle PSR = 3\angle RBC + 3\angle RCB = 101^\circ$

18 답 60°

$\triangle ABC$에서 $\angle ACF = 60^\circ + \angle ABC = 60^\circ + 3\angle EBC$

$\therefore \angle DCF = \frac{2}{3}\angle ACF = \frac{2}{3}(60^\circ + 3\angle EBC)$

$= 40^\circ + 2\angle EBC$ ······ ㉠

$\triangle DBC$에서 $\angle DCF = \angle x + 2\angle EBC$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x = 40^\circ$

또 $\triangle EBC$에서 $\angle ECF = \angle y + \angle EBC$ ······ ㉢

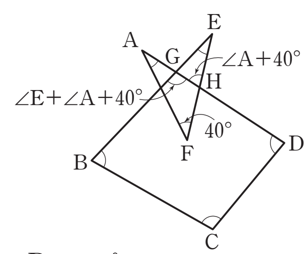
$\angle ECF = \frac{1}{2}\angle DCF = \frac{1}{2}(40^\circ + 2\angle EBC)$

$= 20^\circ + \angle EBC$ ······ ㉣

㉢, ㉣에서 $\angle y = 20^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$

19 답 320°



$\triangle AFH$에서

$\angle EHG = \angle A + 40^\circ$

$\triangle EGH$에서

$\angle BGD = \angle E + \angle A + 40^\circ$

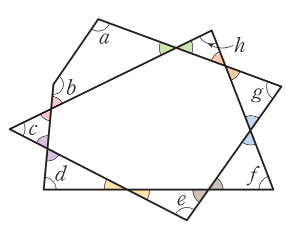
사각형 GBCD에서 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$(\angle E + \angle A + 40^\circ) + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 320^\circ$

20 답 720°

칠각형의 외각을 표시하면 다음 그림과 같다.



$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g + \angle h$

$=$(삼각형의 내각의 크기의 합)$\times 6 +$(사각형의 내각의 크기의 합)

$-$(칠각형의 외각의 크기의 합)$\times 2$

$= 180^\circ \times 6 + 360^\circ - 360^\circ \times 2$

$= 1440^\circ - 720^\circ = 720^\circ$

21 답 2

정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$,

한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$이므로

$\frac{360^\circ}{n}\div\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=\frac{2}{n-2}$

즉 $\frac{2}{n-2}$가 자연수이므로 $n-2=1$ 또는 $n-2=2$

$\therefore\ n=3$ 또는 $n=4$

따라서 구하는 정다각형은 정삼각형, 정사각형의 2개이다.

22 답 96°

정육각형, 정오각형, 정삼각형의 한 내각의 크기는 각각 120°, 108°, 60°이므로

$\angle FAK=120^\circ-108^\circ=12^\circ$

$\angle AFK=120^\circ-60^\circ=60^\circ$ ...... ❶

따라서 $\triangle AKF$에서

$\angle AKF=180^\circ-(12^\circ+60^\circ)=108^\circ$

$\therefore\ \angle GKJ=\angle AKF=108^\circ$ (맞꼭지각) ...... ❷

사각형 KGLJ에서 $\angle KJL=108^\circ$, $\angle KGL=60^\circ$이므로

$\angle GLJ=360^\circ-(108^\circ+108^\circ+60^\circ)=84^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-\angle GLJ=180^\circ-84^\circ=96^\circ$ ...... ❸

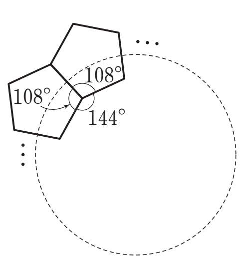
채점 기준	비율
❶ $\angle FAK$, $\angle AFK$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle GKJ$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle x$의 크기 구하기	40 %

23 답 10

[전략] 원의 내부에 만들어지는 도형을 생각한다.

정오각형의 한 내각의 크기는 108°이다.

이때 필요한 정오각형의 개수를 n이라 하면 오른쪽 그림과 같이 원의 내부에 만들어지는 정다각형은 정n각형이고, 한 내각의 크기는



$360^\circ-(108^\circ+108^\circ)=144^\circ$

이므로

$\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=144^\circ$

$36^\circ\times n=360^\circ\qquad\therefore\ n=10$

따라서 원의 내부에 만들어지는 정다각형은 정십각형이므로 필요한 정오각형은 10개이다.

02 | 원과 부채꼴

개념 확인 71쪽

01 답 ⑤

① $\overline{AD}$는 원 O의 지름이므로 가장 긴 현이다.

③ $\angle AOB=\angle BOC$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

④ $\angle AOC=2\angle BOC$이므로 $\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{BC}$

⑤ $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}<\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{BC}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 답 28

$45:135=x:12$이므로 $1:3=x:12$

$3x=12\qquad\therefore\ x=4$

$36:108=8:S$이므로 $1:3=8:S$

$\therefore\ S=24$

$\therefore\ x+S=4+24=28$

03 답 (1) $l=24\pi$ cm, $S=48\pi$ cm^2
(2) $l=12\pi$ cm, $S=8\pi$ cm^2

(1) $l=2\pi\times8+2\pi\times4=16\pi+8\pi=24\pi$ (cm)

$S=\pi\times8^2-\pi\times4^2=64\pi-16\pi=48\pi$ (cm^2)

(2) $l=2\pi\times6\times\frac{1}{2}+2\pi\times4\times\frac{1}{2}+2\pi\times2\times\frac{1}{2}$

$=6\pi+4\pi+2\pi=12\pi$ (cm)

$S=\pi\times6^2\times\frac{1}{2}-\pi\times4^2\times\frac{1}{2}-\pi\times2^2\times\frac{1}{2}$

$=18\pi-8\pi-2\pi=8\pi$ (cm^2)

04 답 $l=\frac{21}{2}\pi$ cm, $S=\frac{147}{4}$ cm^2

$l=2\pi\times7\times\frac{270}{360}=\frac{21}{2}\pi$ (cm)

$S=\pi\times7^2\times\frac{270}{360}=\frac{147}{4}$ (cm^2)

05 답 10π cm

부채꼴의 호의 길이를 l cm라 하면

$\frac{1}{2}\times9\times l=45\pi\qquad\therefore\ l=10\pi$

따라서 부채꼴의 호의 길이는 10π cm이다.

06 답 $l=(5\pi+10)$ cm, $S=\frac{25}{2}\pi$ cm^2

$l=2\pi\times5\times\frac{60}{360}+2\pi\times10\times\frac{60}{360}+5\times2$

$=\frac{5}{3}\pi+\frac{10}{3}\pi+10=5\pi+10$ (cm)

$S=\pi\times10^2\times\frac{60}{360}-\pi\times5^2\times\frac{60}{360}$

$=\frac{100}{6}\pi-\frac{25}{6}\pi=\frac{25}{2}\pi$ (cm^2)

01 답 24

$x:(3x-12)=6:15$이므로 $x:(3x-12)=2:5$

$5x=2(3x-12)$, $5x=6x-24$ $\quad\therefore x=24$

02 답 $\frac{15}{2}\pi$ cm

$\triangle AOB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=50^\circ$

$\therefore \angle AOB=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$

$\angle BOC=180^\circ-\angle AOB=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

따라서 $\angle AOB:\angle BOC=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}$이므로

$80:100=6\pi:\overset{\frown}{BC}$, $4:5=6\pi:\overset{\frown}{BC}$

$4\overset{\frown}{BC}=30\pi$ $\quad\therefore \overset{\frown}{BC}=\frac{15}{2}\pi$ (cm)

03 답 6배

$\triangle AOB$에서 $\overline{AB}=\overline{AO}=\overline{BO}$이므로 $\triangle AOB$는 정삼각형이다.

$\therefore \angle AOB=60^\circ$

$60:360=\overset{\frown}{AB}:$ (원 O의 둘레의 길이)이므로

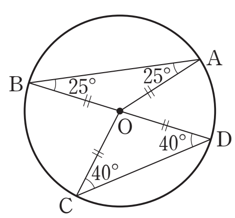
$1:6=\overset{\frown}{AB}:$ (원 O의 둘레의 길이)

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이) $=6\overset{\frown}{AB}$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 $\overset{\frown}{AB}$의 길이의 6배이다.

04 답 $5:8$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=25^\circ$

$\angle AOD=25^\circ+25^\circ=50^\circ$

$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=40^\circ$

$\angle BOC=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

$\therefore \overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}=\angle AOD:\angle BOC=50:80=5:8$

05 답 120°

$\angle AOB:\angle BOC:\angle COA=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=3:5:7$이므로

$\angle BOC=360^\circ\times\frac{5}{3+5+7}=120^\circ$

참고

$\angle AOB=360^\circ\times\frac{3}{3+5+7}=72^\circ$

$\angle COA=360^\circ\times\frac{7}{3+5+7}=168^\circ$

06 답 40°

$4\overset{\frown}{AB}=5\overset{\frown}{BC}$에서 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=5:4$이므로

$\angle AOB:\angle BOC=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=5:4$ ······ ❶

$\therefore \angle AOB=180^\circ\times\frac{5}{5+4}=100^\circ$ ······ ❷

따라서 $\triangle AOB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle BAO=\angle ABO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle AOB:\angle BOC$를 구하기	40 %
❷ $\angle AOB$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle BAO$의 크기 구하기	30 %

07 답 135°

$\overset{\frown}{AD}$의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{3}{8}$이므로

$\angle AOD=360^\circ\times\frac{3}{8}=135^\circ$

08 답 ⑤

① $\triangle ODE$에서 $\overline{OD}=\overline{DE}$이므로
$\angle BOD=\angle E=30^\circ$

② $\triangle ODE$에서 $\angle ODC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로
$\angle OCD=\angle ODC=60^\circ$
$\therefore \angle COD=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

③ $\triangle OCE$에서 $\angle AOC=60^\circ+30^\circ=90^\circ$

④ $\angle COD:\angle BOD=\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{BD}$이므로
$60:30=\overset{\frown}{CD}:2\pi$, $2:1=\overset{\frown}{CD}:2\pi$
$\therefore \overset{\frown}{CD}=4\pi$ (cm)

⑤ $\angle AOC:\angle BOD=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}$이므로
$90:30=\overset{\frown}{AC}:2\pi$, $3:1=\overset{\frown}{AC}:2\pi$
$\therefore \overset{\frown}{AC}=6\pi$ (cm)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

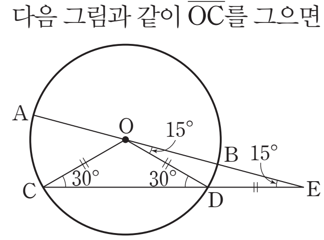
09 답 $3:1$

$\triangle ODE$에서 $\overline{OD}=\overline{DE}$이므로

$\angle DOE=\angle E=15^\circ$

$\therefore \angle ODC=15^\circ+15^\circ=30^\circ$

다음 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=30^\circ$

$\triangle OCE$에서 $\angle AOC=15^\circ+30^\circ=45^\circ$

$\therefore \overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=\angle AOC:\angle BOD=45:15=3:1$

10 답 15π cm

$\angle E=\angle a$라 하면 $\triangle$ODE에서 $\overline{OD}=\overline{DE}$이므로

$\angle DOE=\angle E=\angle a$

$\therefore \angle ODC=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle$OCD에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 $\angle OCD=\angle ODC=2\angle a$

$\triangle$OCE에서 $\angle AOC=\angle a+2\angle a=3\angle a$이므로

$3\angle a=60^\circ \qquad \therefore \angle a=20^\circ$ …… ❶

이때 $\angle OCD=\angle ODC=2\angle a=2\times 20^\circ=40^\circ$이므로

$\angle COD=180^\circ-2\times 40^\circ=100^\circ$ …… ❷

따라서 $60:100=9\pi:\widehat{CD}$이므로 $3:5=9\pi:\widehat{CD}$

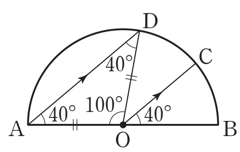
$3\widehat{CD}=45\pi \qquad \therefore \widehat{CD}=15\pi$ (cm) …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle E=\angle a$라 할 때, $\angle a$의 크기 구하기	50 %
❷ $\angle COD$의 크기 구하기	20 %
❸ $\widehat{CD}$의 길이 구하기	30 %

11 답 5 : 2

$\overline{AD}/\!/\overline{OC}$이므로 $\angle COB=\angle DAO=40^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$를 그으면



$\triangle$AOD에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODA=\angle DAO=40^\circ$

$\therefore \angle AOD=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)$

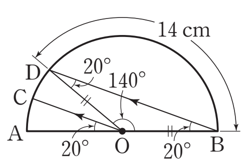
$=100^\circ$

$\therefore \widehat{AD}:\widehat{BC}=100:40=5:2$

12 답 2 cm

$\overline{OC}/\!/\overline{BD}$이므로 $\angle OBD=\angle AOC=20^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$를 그으면



$\triangle$OBD에서 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODB=\angle OBD=20^\circ$

$\therefore \angle DOB=180^\circ-(20^\circ+20^\circ)$

$=140^\circ$

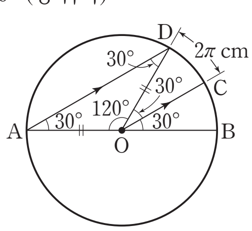
따라서 $20:140=\widehat{AC}:14$이므로 $1:7=\widehat{AC}:14$

$7\widehat{AC}=14 \qquad \therefore \widehat{AC}=2$ (cm)

13 답 8π cm

$\overline{AD}/\!/\overline{OC}$이므로 $\angle DAO=\angle COB=30^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$를 그으면



$\triangle$AOD에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODA=\angle OAD=30^\circ$

$\therefore \angle AOD=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)$

$=120^\circ$

또 $\overline{AD}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle DOC=\angle ADO=30^\circ$ (엇각)

따라서 $120:30=\widehat{AD}:2\pi$이므로 $4:1=\widehat{AD}:2\pi$

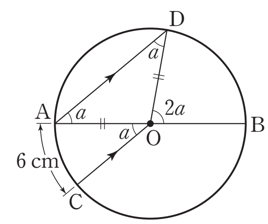
$\therefore \widehat{AD}=8\pi$ (cm)

14 답 12 cm

$\angle AOC=\angle a$라 하면 $\overline{AD}/\!/\overline{CO}$이므로

$\angle DAO=\angle AOC=\angle a$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$를 그으면



$\triangle$AOD에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle ADO=\angle DAO=\angle a$

$\therefore \angle DOB=\angle a+\angle a=2\angle a$

따라서

$\widehat{AC}:\widehat{BD}=\angle AOC:\angle DOB$이므로

$6:\widehat{BD}=\angle a:2\angle a$

$6:\widehat{BD}=1:2 \qquad \therefore \widehat{BD}=12$ (cm)

15 답 $36\ \text{cm}^2$

$\angle AOB:\angle BOC:\angle COA=\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=5:6:7$

부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 세 부채꼴 AOB, BOC, COA의 넓이의 비는 5 : 6 : 7이다.

따라서 부채꼴 BOC의 넓이는

$108\times\dfrac{6}{5+6+7}=36\ (\text{cm}^2)$

참고

(부채꼴의 호의 길이의 비)=(부채꼴의 중심각의 크기의 비)

=(부채꼴의 넓이의 비)

즉 부채꼴의 넓이는 호의 길이에 정비례한다.

16 답 $6\ \text{cm}^2$

$\triangle$AOB에서 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle BOD=\angle ABO=40^\circ$ (엇각)

부채꼴 BOD의 넓이를 $S\ \text{cm}^2$라 하면

$100:40=15:S$이므로 $5:2=15:S$

$5S=30 \qquad \therefore S=6$

따라서 부채꼴 BOD의 넓이는 $6\ \text{cm}^2$이다.

17 답 120°

$360^\circ:\angle AOB=144\pi:24\pi$이므로

$360^\circ:\angle AOB=6:1$

$6\angle AOB=360^\circ \qquad \therefore \angle AOB=60^\circ$

$\triangle$OPQ에서 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+\angle y=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

18 답 ⑤

①, ② $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle AOB=\angle BOC$

$\therefore \widehat{AB}=\widehat{BC}$

③ $\triangle$OAB와 $\triangle$OBC에서

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{AB}=\overline{BC}$

이므로 $\triangle OAB\equiv\triangle OBC$ (SSS 합동)

④ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{AC} \neq 2\overline{AB}$

⑤ 삼각형의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$2\triangle OAB \neq \triangle OAC$

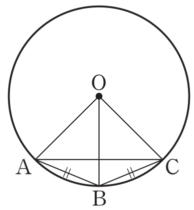
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

참고

오른쪽 그림에서

$2\triangle OAB = \triangle OAB + \triangle OBC$
$= \triangle OAC + \triangle ABC$

$\therefore 2\triangle OAB > \triangle OAC$



19 답 ㉠, ㉢, ㉤

㉠ $\triangle AOC$에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$이므로

$\angle OCA = \frac{1}{2} \times \{180^\circ - (15^\circ + 75^\circ)\} = 45^\circ$

$\therefore \angle OCA = 3\angle AOB$

㉡ $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = \angle AOB : \angle BOC = 15 : 75 = 1 : 5$이므로
$\overset{\frown}{BC} = 5\overset{\frown}{AB}$

㉢ $\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC} = \angle AOC : \angle BOC = 90 : 75 = 6 : 5$이므로
$5\overset{\frown}{AC} = 6\overset{\frown}{BC}$

㉣ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{AC} \neq 6\overline{AB}$

㉤ 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하고
$\angle AOC = 6\angle AOB$이므로
(부채꼴 AOC의 넓이)$=6\times$(부채꼴 AOB의 넓이)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

20 답 ④

① $\angle AOC = \angle BOD$이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$

② $\angle BOD = \frac{2}{4}\angle AOE$, 즉 $\angle BOD = \frac{1}{2}\angle AOE$이므로

$\overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AE}$

③ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{AD} \neq 3\overline{DE}$

④ $\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BE} = \angle AOC : \angle BOE = 2 : 3$이므로 $3\overset{\frown}{AC} = 2\overset{\frown}{BE}$

⑤ $\triangle ODA$와 $\triangle OEB$에서
$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OD} = \overline{OE}$, $\angle AOD = \angle BOE$
이므로 $\triangle ODA \equiv \triangle OEB$ (SAS 합동)
$\therefore \triangle ODA = \triangle OEB$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

21 답 18π cm

작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2 = 9\pi$이므로 $r^2 = 9$ $\quad \therefore r = 3$ ($\because r > 0$)

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 $3r = 3 \times 3 = 9$ (cm)이므로

큰 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 9 = 18\pi$ (cm)

22 답 둘레의 길이 : 20π cm, 넓이 : 40π cm^2

(색칠한 부분의 둘레의 길이)
$=$(지름의 길이가 14 cm인 원의 둘레의 길이)
$+$(지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이)
$= 14\pi + 6\pi = 20\pi$ (cm) …… ❶

(색칠한 부분의 넓이)
$=$(지름의 길이가 14 cm인 원의 넓이)
$-$(지름의 길이가 6 cm인 원의 넓이)
$= \pi \times 7^2 - \pi \times 3^2$
$= 49\pi - 9\pi = 40\pi$ (cm^2) …… ❷

채점 기준	비율
❶ 색칠한 부분의 둘레의 길이 구하기	50 %
❷ 색칠한 부분의 넓이 구하기	50 %

23 답 $(108\pi + 240)$ m^2

(트랙의 넓이)
$=$(반원 모양의 트랙의 넓이)$+$(직선 모양의 트랙의 넓이)
$= (\pi \times 12^2 - \pi \times 6^2) + (20 \times 6) \times 2$
$= 108\pi + 240$ (m^2)

24 답 32π cm^2

(색칠한 부분의 넓이)
$=$(지름의 길이가 8 cm인 반원의 넓이)$\times 4$
$= \left(\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2}\right) \times 4 = 32\pi$ (cm^2)

25 답 15π cm^2

색칠한 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 6 cm이고 중심각의 크기가 $55^\circ + 35^\circ + 60^\circ = 150^\circ$인 부채꼴의 넓이와 같으므로

$\pi \times 6^2 \times \frac{150}{360} = 15\pi$ (cm^2)

26 답 8π cm

정삼각형의 한 내각의 크기는 모두 60°로 같고, $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CA}$이므로 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$\left(2\pi \times 8 \times \frac{60}{360}\right) \times 3 = 8\pi$ (cm)

27 답 5π cm^2

$\angle AOB : \angle AOC = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{AC} = 3 : 7$이므로

$\angle AOB = (360^\circ - 120^\circ) \times \frac{3}{3+7} = 72^\circ$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi \times 5^2 \times \frac{72}{360} = 5\pi$ (cm^2)

28 답 A

A 피자의 한 조각의 넓이는

$\pi\times12^2\times\frac{1}{6}=24\pi\ (\text{cm}^2)$

B 피자의 한 조각의 넓이는

$\pi\times16^2\times\frac{1}{12}=\frac{64}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

이때 $24\pi>\frac{64}{3}\pi$이므로 A 피자의 한 조각을 선택하면 더 많은 양의 피자를 먹을 수 있다.

29 답 $(14\pi+18)$ cm

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\widehat{AB}+\widehat{BC}+\overline{AC}$

$=2\pi\times9\times\frac{1}{2}+2\pi\times18\times\frac{50}{360}+9\times2$

$=9\pi+5\pi+18$

$=14\pi+18\ (\text{cm})$

30 답 $\left(\frac{19}{5}\pi+6\right)$ cm

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

∴ (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\widehat{BD}+\widehat{DF}+\overline{BC}+\overline{CF}$

$=2\pi\times3\times\frac{108}{360}+2\pi\times3\times\frac{120}{360}+3+3$

$=\frac{9}{5}\pi+2\pi+6$

$=\frac{19}{5}\pi+6\ (\text{cm})$

31 답 $(15\pi+40)$ cm

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\widehat{AB}+\widehat{BC}+\widehat{AC}+$(정사각형 ABCD의 둘레의 길이)

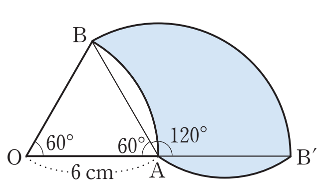
$=\left(10\pi\times\frac{1}{2}\right)\times2+2\pi\times10\times\frac{90}{360}+10\times4$

$=10\pi+5\pi+40$

$=15\pi+40\ (\text{cm})$

32 답 8π cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 $\triangle$BOA에서 $\overline{OB}=\overline{OA}$이므로



$\angle OAB=\angle OBA$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)$

$=60^\circ$ …… ❶

따라서 $\triangle$BOA는 정삼각형이므로 $\overline{AB}=6$ cm

$\angle BAB'=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ …… ❷

∴ (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\widehat{AB}+\widehat{AB'}+\widehat{BB'}$

$=\left(2\pi\times6\times\frac{60}{360}\right)\times2+2\pi\times6\times\frac{120}{360}$

$=4\pi+4\pi=8\pi\ (\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle$OAB의 크기 구하기	20 %
❷ $\overline{AB}$의 길이와 $\angle BAB'$의 크기 구하기	30 %
❸ 색칠한 부분의 둘레의 길이 구하기	50 %

33 답 $\left(\frac{16}{3}\pi+16\right)$ cm

$\triangle$ABE는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형이므로 $\angle BAE=60^\circ$

∴ $\angle DAE=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

∴ (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\widehat{AC}+\widehat{DE}+\overline{AE}+\overline{DC}$

$=2\pi\times8\times\frac{90}{360}+2\pi\times8\times\frac{30}{360}+8+8$

$=4\pi+\frac{4}{3}\pi+16$

$=\frac{16}{3}\pi+16\ (\text{cm})$

34 답 6π cm^2

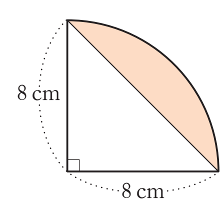
(색칠한 부분의 넓이)

$=\left(\pi\times6^2\times\frac{30}{360}-\pi\times4^2\times\frac{30}{360}\right)\times2+\pi\times4^2\times\frac{60}{360}$

$=\left(3\pi-\frac{4}{3}\pi\right)\times2+\frac{8}{3}\pi=6\pi\ (\text{cm}^2)$

35 답 $(128\pi-256)$ cm^2

구하는 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이의 8배와 같으므로



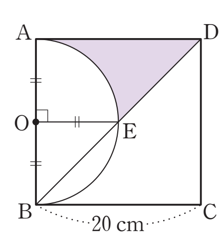
$\left(\pi\times8^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times8$

$=(16\pi-32)\times8$

$=128\pi-256\ (\text{cm}^2)$

36 답 $(150-25\pi)$ cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



$\angle AOE=90^\circ$이므로

(색칠한 부분의 넓이)

=(사다리꼴 AOED의 넓이)

−(부채꼴 AOE의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(20+10)\times10-\pi\times10^2\times\frac{90}{360}$

$=150-25\pi\ (\text{cm}^2)$

37 답) $10\pi\ \mathrm{cm}^2$

(색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 B′AB의 넓이)+(반원 O′의 넓이)−(반원 O의 넓이)

같다.

=(부채꼴 B′AB의 넓이)

$=\pi\times10^2\times\frac{36}{360}=10\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

38 답) $16\pi\ \mathrm{cm}^2$

(색칠한 부분의 넓이)

=△DEC+(부채꼴 DCA의 넓이)−(부채꼴 ECB의 넓이)
 −△ABC

=(부채꼴 DCA의 넓이)−(부채꼴 ECB의 넓이)

$=\pi\times10^2\times\frac{90}{360}-\pi\times6^2\times\frac{90}{360}$

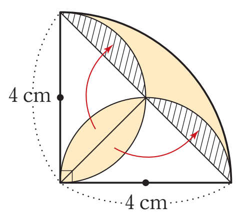
$=25\pi-9\pi=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

39 답) $(4\pi-8)\ \mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 이동하면 구하는 넓이는

$\pi\times4^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times4\times4$

$=4\pi-8\ (\mathrm{cm}^2)$

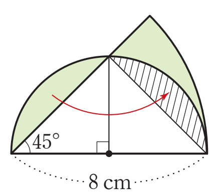


40 답) $(8\pi-16)\ \mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 이동하면 구하는 넓이는

$\pi\times8^2\times\frac{45}{360}-\frac{1}{2}\times8\times4$

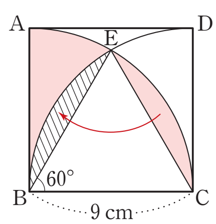
$=8\pi-16\ (\mathrm{cm}^2)$



41 답) $\frac{27}{4}\pi\ \mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 이동하면 구하는 넓이는 부채꼴 ABE의 넓이와 같으므로

$\pi\times9^2\times\frac{30}{360}=\frac{27}{4}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$



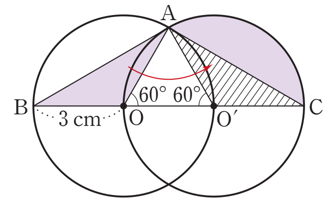
42 답) $3\pi\ \mathrm{cm}^2$

△AOO′은 한 변의 길이가 3 cm인 정삼각형이므로

$\angle AOO'=\angle AO'O=60^\circ$

$\therefore\ \angle AOB=\angle AO'C=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

따라서 △AOB≡△AO′C(SAS 합동)이므로 다음 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는 부채꼴 AO′C의 넓이와 같다.



$\therefore\ \pi\times3^2\times\frac{120}{360}=3\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

43 답) 21 cm

$\angle AOB=60^\circ$, $\angle DOC=90^\circ$이므로 $\overparen{AB}$와 $\overparen{CD}$에 대한 중심각의 크기의 합은 $60^\circ+90^\circ=150^\circ$

따라서 $\overparen{BC}$와 $\overparen{AD}$에 대한 중심각의 크기의 합은 $360^\circ-150^\circ=210^\circ$이고, 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$(\overparen{AB}+\overparen{CD}):(\overparen{BC}+\overparen{AD})=150:210$

즉 $15:(\overparen{BC}+\overparen{AD})=5:7$이므로

$5(\overparen{BC}+\overparen{AD})=105$ $\quad\therefore\ \overparen{BC}+\overparen{AD}=21\ (\mathrm{cm})$

44 답) 15°

$\overparen{AB}=\overparen{BC}=\overparen{CD}$이므로

$\angle AOB=\angle BOC=\angle DOC=\frac{1}{3}\times(360^\circ-30^\circ)=110^\circ$

△DOC에서 $\overline{OD}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

△AOC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\frac{1}{2}\times\{180^\circ-(30^\circ+110^\circ)\}=20^\circ$

$\therefore\ \angle ACD=\angle OCD-\angle OCA=35^\circ-20^\circ=15^\circ$

45 답) 40°

$8\overparen{AB}=13\overparen{BC}$에서 $\overparen{AB}:\overparen{BC}=13:8$

$\overparen{BC}=2\overparen{CD}$에서 $\overparen{BC}:\overparen{CD}=2:1=8:4$

따라서 $\overparen{AB}:\overparen{BC}:\overparen{CD}=13:8:4$이므로

$\angle BOC=125^\circ\times\frac{8}{13+8+4}=40^\circ$

46 답) $25\ \mathrm{m}^2$

부채꼴 모양의 텃밭에서 반지름의 길이가 5 m이므로 텃밭의 호의 길이는 $20-5\times2=10\ (\mathrm{m})$

따라서 부채꼴 모양의 텃밭의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times10=25\ (\mathrm{m}^2)$

47 답) $\frac{159}{5}\pi\ \mathrm{cm}^2$

정사각형의 한 내각의 크기는 90°

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 중심각의 크기가 $90^\circ+108^\circ+120^\circ=318^\circ$인 부채꼴의 넓이와 같으므로

$\pi\times6^2\times\frac{318}{360}=\frac{159}{5}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

48 답 $16:15$

$a=2\pi\times4\times\frac{60}{360}=\frac{4}{3}\pi$ …… ❶

길이가 4 cm인 반지름을 25 % 늘인 길이는

$4+4\times\frac{25}{100}=4+1=5\ (\mathrm{cm})$

크기가 60°인 중심각을 25 % 줄인 각의 크기는

$60^\circ-60^\circ\times\frac{25}{100}=60^\circ-15^\circ=45^\circ$

$\therefore b=2\pi\times5\times\frac{45}{360}=\frac{5}{4}\pi$ …… ❷

$\therefore a:b=\frac{4}{3}\pi:\frac{5}{4}\pi=16:15$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	50 %
❸ $a:b$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	20 %

49 답 3π

[전략] 색칠한 두 부분의 넓이가 같음을 이용하여 넓이가 같아지는 도형을 찾는다.

㉠=㉡이므로

(직사각형 ABCD의 넓이)=(부채꼴 ABE의 넓이)

즉 $12\times x=\pi\times12^2\times\frac{90}{360}$이므로 $12x=36\pi$ $\therefore x=3\pi$

50 답 45°

색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로

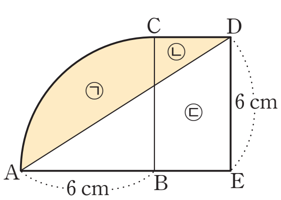
(반원 O의 넓이)=(부채꼴 CAB의 넓이)

$\angle\mathrm{CAB}=x^\circ$라 하면 $\pi\times5^2\times\frac{1}{2}=\pi\times10^2\times\frac{x}{360}$

$\frac{25}{2}\pi=\frac{5}{18}\pi x$ $\therefore x=45$

$\therefore \angle\mathrm{CAB}=45^\circ$

51 답 $(3\pi-6)$ cm



(색칠한 부분의 넓이)=㉠+㉡

(직사각형 CBED의 넓이)

=㉡+㉢

즉 ㉠=㉢이므로

(부채꼴 ABC의 넓이)

=(삼각형 AED의 넓이)

즉 $\pi\times6^2\times\frac{90}{360}=\frac{1}{2}\times(6+\overline{\mathrm{BE}})\times6$이므로

$9\pi=18+3\overline{\mathrm{BE}}$, $3\overline{\mathrm{BE}}=9\pi-18$

$\therefore \overline{\mathrm{BE}}=3\pi-6\ (\mathrm{cm})$

52 답 $50\pi\ \mathrm{cm}^2$

세 점 A, D, C가 각각 중심인 세 부채꼴의 반지름의 길이는 각각 2 cm, 8 cm, 2 cm이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times2^2\times\frac{90}{360}+\pi\times8^2\times\frac{270}{360}+\pi\times2^2\times\frac{90}{360}$

$=\pi+48\pi+\pi=50\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

53 답 $280\pi\ \mathrm{cm}^2$

[전략] 정오각형의 한 외각이 부채꼴의 중심각이다.

정오각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$이고,

세 부채꼴 AEF, FDG, GCH의 반지름의 길이는 각각 10 cm, 20 cm, 30 cm이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times10^2\times\frac{72}{360}+\pi\times20^2\times\frac{72}{360}+\pi\times30^2\times\frac{72}{360}$

$=20\pi+80\pi+180\pi=280\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

54 답 $\frac{52}{3}\pi$

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 x라 하면 정삼각형의 한 외각의 크기는 120°이므로 부채꼴 CBD의 호의 길이에서

$2\pi\times x\times\frac{120}{360}=\frac{4}{3}\pi$ $\therefore x=2$ …… ❶

따라서 두 부채꼴 DAE, ECF의 반지름의 길이는 각각 4, 6이므로

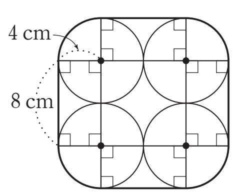
(색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times4^2\times\frac{120}{360}+\pi\times6^2\times\frac{120}{360}$

$=\frac{16}{3}\pi+12\pi=\frac{52}{3}\pi$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 정삼각형 ABC의 한 변의 길이 구하기	40 %
❷ 색칠한 부분의 넓이 구하기	60 %

55 답 $(8\pi+32)$ cm

[전략] 끈의 최소 길이는 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 생각한다.



(끈의 최소 길이)

=(곡선 부분의 길이)

+(직선 부분의 길이)

=(반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이)$+8\times4$

$=2\pi\times4+32=8\pi+32\ (\mathrm{cm})$

참고

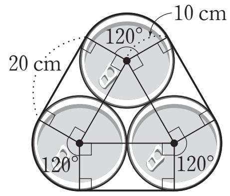
곡선 부분에서 각 부채꼴의 중심각의 크기는

$360^\circ-(90^\circ+90^\circ+90^\circ)=90^\circ$

이때 $90^\circ\times4=360^\circ$이므로 부채꼴의 호의 길이의 합은 반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

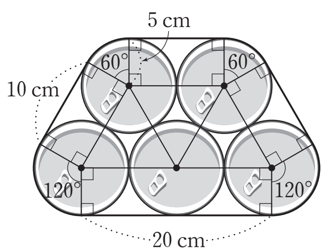
56 답 $(20\pi+60)$ cm

(끈의 최소 길이)
$=$(곡선 부분의 길이)
$+$(직선 부분의 길이)
$=$(반지름의 길이가 10 cm인 원의 둘레의 길이)$+20\times3$
$=2\pi\times10+60$
$=20\pi+60$ (cm)



참고
세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 정삼각형이므로 각 부채꼴의 중심각의 크기는
$360°-(90°+60°+90°)=120°$

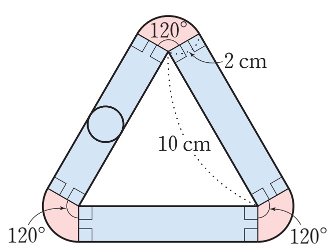
57 답 $(10\pi+50)$ cm



(끈의 최소 길이)
$=$(곡선 부분의 길이)$+$(직선 부분의 길이)
$=$(반지름의 길이가 5 cm인 원의 둘레의 길이)$+10\times3+20$
$=2\pi\times5+50$
$=10\pi+50$ (cm)

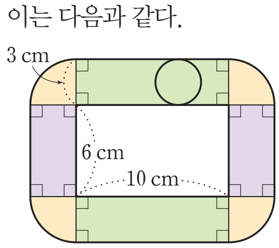
58 답 $(4\pi+60)$ cm^2

원이 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 구하는 넓이는
(반지름의 길이가 2 cm인 원의 넓이)
$+$(직사각형의 넓이의 합)
$=\pi\times2^2+(10\times2)\times3$
$=4\pi+60$ (cm^2)



59 답 $(9\pi+96)$ cm^2

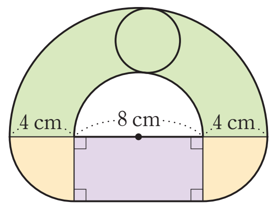
[전략] 원이 지나간 자리를 그려 본다.
원이 지나간 자리는 아래 그림의 색칠한 부분과 같으므로 구하는 넓이는 다음과 같다.



(반지름의 길이가 3 cm인 원의 넓이)$+$(직사각형의 넓이의 합)
$=\pi\times3^2+(10\times3)\times2+(6\times3)\times2$
$=9\pi+96$ (cm^2)

60 답 $(32\pi+32)$ cm^2

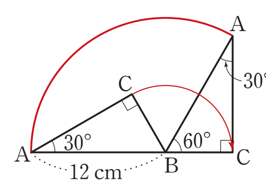
원이 지나간 자리는 아래 그림의 색칠한 부분과 같으므로 구하는 넓이는 다음과 같다.



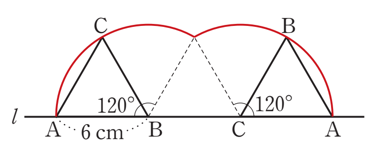
(반지름의 길이가 8 cm인 반원의 넓이)
$-$(반지름의 길이가 4 cm인 반원의 넓이)
$+$(반지름의 길이가 4 cm인 반원의 넓이) $+$(직사각형의 넓이)
$=\pi\times8^2\times\frac{1}{2}+8\times4=32\pi+32$ (cm^2)

61 답 8π cm

오른쪽 그림에서 점 A가 움직인 거리는 중심각의 크기가 $180°-60°=120°$이고,
반지름의 길이가 12 cm인 부채꼴의 호의 길이와 같다.
따라서 점 A가 움직인 거리는
$2\pi\times12\times\frac{120}{360}=8\pi$ (cm)

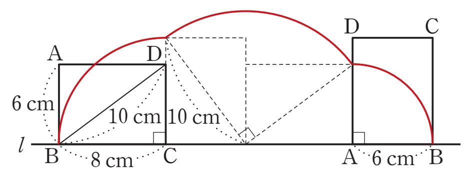


62 답 8π cm



점 A가 움직인 경로를 나타내면 위의 그림과 같으므로 점 A가 움직인 거리는
$\left(2\pi\times6\times\frac{120}{360}\right)\times2=8\pi$ (cm)

63 답 12π cm

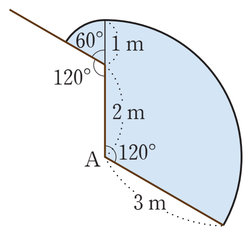


점 B가 움직인 경로를 나타내면 위의 그림과 같으므로 점 B가 움직인 거리는
$2\pi\times8\times\frac{90}{360}+2\pi\times10\times\frac{90}{360}+2\pi\times6\times\frac{90}{360}$
$=4\pi+5\pi+3\pi=12\pi$ (cm)

64 답 $\frac{19}{6}\pi\ \text{m}^2$

[전략] 강아지가 움직일 수 있는 영역을 그려 본다.

강아지가 최대로 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분이다.



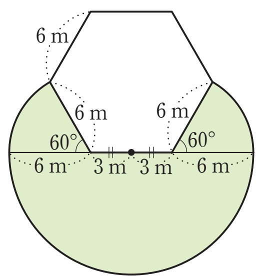
따라서 강아지가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$\pi\times1^2\times\frac{60}{360}+\pi\times3^2\times\frac{120}{360}$

$=\frac{\pi}{6}+3\pi=\frac{19}{6}\pi\ (\text{m}^2)$

65 답 $\frac{105}{2}\pi\ \text{m}^2$

염소가 최대로 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분이다. ······ ❶



이때 정육각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이므로 염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$\left(\pi\times6^2\times\frac{60}{360}\right)\times2+\pi\times9^2\times\frac{1}{2}$

$=12\pi+\frac{81}{2}\pi=\frac{105}{2}\pi\ (\text{m}^2)$ ······ ❷

채점 기준	비율
❶ 염소가 움직일 수 있는 영역을 그림으로 나타내기	50 %
❷ 염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이 구하기	50 %

적중 & 심화 실전 TEST

83쪽~86쪽

01 답 16 cm

$\triangle$DOB에서 $\overline{OB}=\overline{DO}=\overline{DB}$이므로 $\triangle$DOB는 정삼각형이다.

따라서 $\angle DOB=60^\circ$이므로

$\angle COD=180^\circ-(40^\circ+60^\circ)=80^\circ$

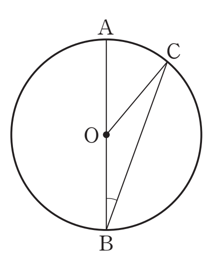
$\angle COD:\angle DOB=\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{BD}$이므로

$80:60=\overset{\frown}{CD}:12$, $4:3=\overset{\frown}{CD}:12$

$3\overset{\frown}{CD}=48$ $\quad\therefore\ \overset{\frown}{CD}=16\ (\text{cm})$

02 답 20°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$7\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{BC}$에서

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=2:7$이므로

$\angle AOC:\angle BOC=2:7$

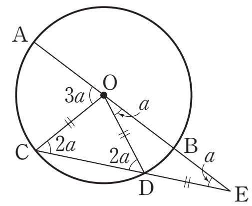
$\therefore\ \angle BOC=180^\circ\times\frac{7}{2+7}=140^\circ$

따라서 $\triangle$OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BOC)=\frac{1}{2}\times40^\circ=20^\circ$

03 답 12π cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 긋고 $\angle E=\angle a$라 하자.



$\triangle$ODE에서 $\overline{OD}=\overline{DE}$이므로

$\angle DOE=\angle E=\angle a$

$\therefore\ \angle ODC=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle$OCD에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=2\angle a$

$\triangle$OCE에서 $\angle AOC=\angle a+2\angle a=3\angle a$

따라서 $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=\angle AOC:\angle BOD$이므로

$\overset{\frown}{AC}:4\pi=3\angle a:\angle a$, 즉 $\overset{\frown}{AC}:4\pi=3:1$

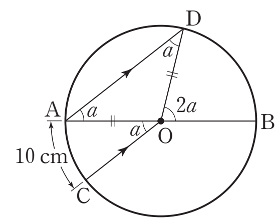
$\therefore\ \overset{\frown}{AC}=12\pi\ (\text{cm})$

04 답 20 cm

$\angle AOC=\angle a$라 하면 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{CO}$이므로

$\angle DAO=\angle AOC=\angle a$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$를 그으면



$\triangle$AOD에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODA=\angle DAO=\angle a$

$\therefore\ \angle DOB=\angle a+\angle a=2\angle a$

따라서

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=\angle AOC:\angle DOB$

이므로

$10:\overset{\frown}{BD}=\angle a:2\angle a$, 즉 $10:\overset{\frown}{BD}=1:2$

$\therefore\ \overset{\frown}{BD}=20\ (\text{cm})$

05 답 $56\pi\ \text{cm}^2$

$\overline{OC}\,/\!/\,\overline{BD}$이므로 $\angle OBD=\angle AOC=20^\circ$ (동위각)

$\triangle$OBD에서 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로 $\angle ODB=\angle OBD=20^\circ$

$\therefore\ \angle DOB=180^\circ-(20^\circ+20^\circ)=140^\circ$

따라서 $20:140=8\pi:$(부채꼴 BOD의 넓이)이므로

$1:7=8\pi:$(부채꼴 BOD의 넓이)

$\therefore$ (부채꼴 BOD의 넓이)$=56\pi\ (\text{cm}^2)$

06 답 ③

①, ⑤ $\angle AOC=\angle BOD=30^\circ$(맞꼭지각)이므로

$\overline{AC}=\overline{BD}$

(부채꼴 AOC의 넓이)=(부채꼴 BOD의 넓이)

②, ④ $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\angle EAO=\angle DOB=30^\circ$ (동위각)

$\triangle$AOE에서 $\overline{OA}=\overline{OE}$이므로

$\angle AEO=\angle EAO=30^\circ$

$\therefore\ \angle EOD=\angle OEA=30^\circ$ (엇각)

따라서 $\angle AOC=\angle EOD=30^\circ$이므로 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{ED}$

③ $\triangle$AOE에서 $\angle AOE=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

$\overset{\frown}{AE}:\overset{\frown}{ED}=120:30$이므로 $\overset{\frown}{AE}:\overset{\frown}{ED}=4:1$

$\therefore\ \overset{\frown}{AE}=4\overset{\frown}{ED}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

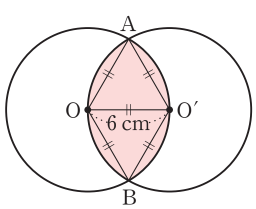
07 답 64π

(색칠한 부분의 둘레의 길이)
$=$(지름의 길이가 16 cm인 원의 둘레의 길이)
$+$(지름의 길이가 12 cm인 원의 둘레의 길이)
$+$(지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이)
$=16\pi+12\pi+4\pi=32\pi\ (\text{cm})$
(색칠한 부분의 넓이)
$=$(지름의 길이가 16 cm인 원의 넓이)
$-$(지름의 길이가 12 cm인 원의 넓이)
$+$(지름의 길이가 4 cm인 원의 넓이)
$=\pi\times8^2-\pi\times6^2+\pi\times2^2$
$=64\pi-36\pi+4\pi=32\pi\ (\text{cm}^2)$
따라서 $a=32\pi$, $b=32\pi$이므로
$a+b=64\pi$

08 답 $12\pi\ \text{cm}^2$

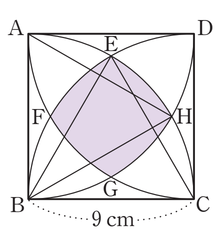
이등변삼각형 CAB에서
$\angle\text{CAB}=\angle\text{CBA}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$
$\triangle$ODA, $\triangle$OBE는 각각 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OD}}$, $\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OE}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle\text{ODA}=\angle\text{OAD}=75^\circ$, $\angle\text{OEB}=\angle\text{OBE}=75^\circ$
$\therefore\ \angle\text{AOD}=\angle\text{BOE}=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$
따라서 $\angle\text{DOE}=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$이므로
부채꼴 DOE의 넓이는
$\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi\ (\text{cm}^2)$

09 답 8π cm



오른쪽 그림과 같이 두 원 O, O′이 만나는 두 점을 A, B라 하고, $\overline{\text{OA}}$, $\overline{\text{OB}}$, $\overline{\text{O'A}}$, $\overline{\text{O'B}}$를 그으면 $\triangle$OO′A, $\triangle$OBO′이 정삼각형이므로
$\angle\text{AOB}=60^\circ+60^\circ=120^\circ$
$\angle\text{AO'B}=60^\circ+60^\circ=120^\circ$
따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는
$\widehat{\text{AOB}}+\widehat{\text{AO'B}}=2\pi\times6\times\frac{120}{360}+2\pi\times6\times\frac{120}{360}$
$=4\pi+4\pi=8\pi\ (\text{cm})$

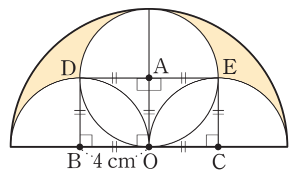
10 답 6π cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{EB}}$, $\overline{\text{EC}}$를 그으면 $\triangle$EBC에서 $\overline{\text{EB}}=\overline{\text{EC}}=\overline{\text{BC}}=9$ cm이므로 $\triangle$EBC는 정삼각형이다.
또 $\overline{\text{AH}}$, $\overline{\text{BH}}$를 그으면 $\triangle$ABH에서 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BH}}=\overline{\text{AH}}=9$ cm이므로
$\triangle$ABH는 정삼각형이다.
이때 $\angle\text{ABE}=\angle\text{HBC}=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로
$\angle\text{EBH}=90^\circ-(30^\circ+30^\circ)=30^\circ$
따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 9 cm이고 중심각의 크기가 30°인 부채꼴 EBH의 호의 길이의 4배와 같으므로
$\left(2\pi\times9\times\frac{30}{360}\right)\times4=6\pi\ (\text{cm})$

11 답 $(16\pi-32)\ \text{cm}^2$

다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는



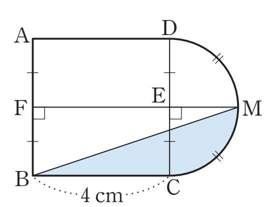
(반원 O의 넓이)$-$(반지름의 길이가 4 cm인 원의 넓이)
$-$(직사각형 DBCE의 넓이)
$=\pi\times8^2\times\frac{1}{2}-\pi\times4^2-8\times4$
$=32\pi-16\pi-32=16\pi-32\ (\text{cm}^2)$

12 답 $8\pi-12$

$\triangle$EBC에서 $\overline{\text{EB}}=\overline{\text{EC}}=\overline{\text{BC}}=6$ cm이므로 $\triangle$EBC는 정삼각형이다. 즉 $\angle\text{EBC}=\angle\text{ECB}=60^\circ$이므로
$\angle\text{ABE}=\angle\text{ECD}=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ ······ ❶
$\therefore$ (색칠한 부분의 둘레의 길이)
$=\widehat{\text{AE}}+\widehat{\text{ED}}+\overline{\text{AD}}+$(정삼각형 EBC의 둘레의 길이)
$=\left(2\pi\times6\times\frac{30}{360}\right)\times2+6+6\times3$
$=2\pi+24\ (\text{cm})$ ······ ❷
(색칠한 부분의 넓이)
$=$(정사각형 ABCD의 넓이)$-$(부채꼴 ABE의 넓이)$\times2$
$=6\times6-\left(\pi\times6^2\times\frac{30}{360}\right)\times2$
$=36-6\pi\ (\text{cm}^2)$ ······ ❸
따라서 $a=2\pi+24$, $b=36-6\pi$이므로
$a-b=(2\pi+24)-(36-6\pi)=8\pi-12$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle$ABE, $\angle$ECD의 크기 구하기	20 %
❷ 색칠한 부분의 둘레의 길이 구하기	30 %
❸ 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %
❹ $a-b$의 값 구하기	20 %

13 답 $(\pi+2)\ \text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{\text{DC}}$에 내린 수선의 발을 E라 하고, $\overline{\text{ME}}$의 연장선과 $\overline{\text{AB}}$의 교점을 F라 하면 점 E가 반원의 중심이므로
$\overline{\text{DE}}=\overline{\text{EC}}=\overline{\text{ME}}=2$ cm

따라서 색칠한 부분의 넓이는

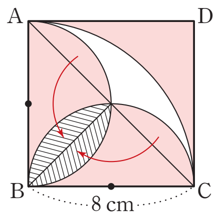
(직사각형 BCEF의 넓이)+(부채꼴 MEC의 넓이)$-\triangle$MFB

$=4\times2+\pi\times2^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times6\times2$

$=8+\pi-6=\pi+2\ (\mathrm{cm}^2)$

14 답 $(96-16\pi)\ \mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 이동하면 구하는 넓이는



(정사각형 ABCD의 넓이)

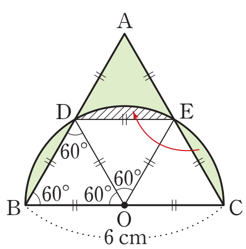
$-$(부채꼴 ABC의 넓이)$+\triangle$ABC

$=8\times8-\pi\times8^2\times\dfrac{90}{360}+\dfrac{1}{2}\times8\times8$

$=64-16\pi+32=96-16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

15 답 $\dfrac{3}{2}\pi\ \mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 이동하면 $\triangle$ADE$\equiv\triangle$DBO이므로 구하는 넓이는 부채꼴 DOB의 넓이와 같다.



$\therefore\ \pi\times3^2\times\dfrac{60}{360}=\dfrac{3}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

16 답 24

처음 부채꼴의 반지름의 길이를 r, 중심각의 크기를 $x°$라 하면 새로 만들어진 부채꼴의 반지름의 길이는 $3r$, 중심각의 크기는 $2x°$이다.

이때 새로 만들어진 부채꼴의 호의 길이는

$2\pi\times3r\times\dfrac{2x}{360}=6\times\left(2\pi\times r\times\dfrac{x}{360}\right)$

이므로 처음 부채꼴의 호의 길이의 6배이다.

또 새로 만들어진 부채꼴의 넓이는

$\pi\times(3r)^2\times\dfrac{2x}{360}=18\times\left(\pi\times r^2\times\dfrac{x}{360}\right)$

이므로 처음 부채꼴의 넓이의 18배이다.

따라서 $a=6$, $b=18$이므로

$a+b=6+18=24$

참고

처음 부채꼴의 호의 길이를 l이라 하면 새로 만들어진 부채꼴의 호의 길이는 $6l$이므로 새로 만들어진 부채꼴의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times3r\times6l=18\times\dfrac{1}{2}rl$

즉 새로 만들어진 부채꼴의 넓이는 처음 부채꼴의 넓이의 18배이다.

17 답 $80°$

색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로

(부채꼴 AOB의 넓이)=(반원 O′의 넓이) …… ❶

이때 $\angle$AOB$=x°$라 하면 $\pi\times3^2\times\dfrac{x}{360}=\pi\times2^2\times\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{\pi}{40}x=2\pi \qquad \therefore\ x=80$

$\therefore\ \angle$AOB$=80°$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 넓이가 같은 두 도형 찾기	40 %
❷ $\angle$AOB의 크기 구하기	60 %

18 답 $(100-32\pi)\ \mathrm{cm}^2$

(정사각형 ABCD의 넓이)

=(반지름의 길이가 8 cm인 사분원의 넓이)$\times2-S_2+S_1+S_3$

$\therefore\ S_1-S_2+S_3=$(정사각형 ABCD의 넓이)

$-$(반지름의 길이가 8 cm인 사분원의 넓이)$\times2$

$=10\times10-\left(\pi\times8^2\times\dfrac{90}{360}\right)\times2$

$=100-32\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

19 답 $65\pi\ \mathrm{cm}^2$

정오각형 ABCDE의 한 변의 길이를 x cm라 하면 정오각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360°}{5}=72°$이므로 부채꼴 BAF의 호의 길이에서

$2\pi\times x\times\dfrac{72}{360}=2\pi \qquad \therefore\ x=5$

따라서 두 부채꼴 FEG, GDH의 반지름의 길이는 각각 10 cm, 15 cm이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times10^2\times\dfrac{72}{360}+\pi\times15^2\times\dfrac{72}{360}$

$=20\pi+45\pi=65\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

20 답 $(8\pi+48)$ cm

(끈의 최소 길이)

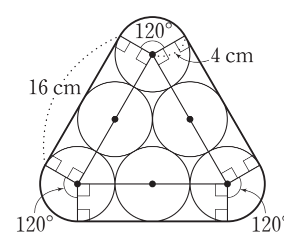
=(곡선 부분의 길이)

+(직선 부분의 길이)

=(반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이)$+16\times3$

$=2\pi\times4+48$

$=8\pi+48$ (cm)

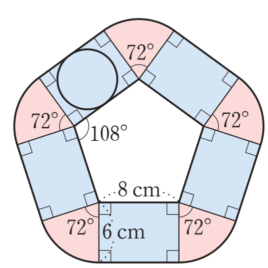


21 답 $(36\pi+240)\ \mathrm{cm}^2$

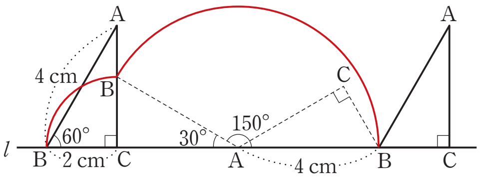
원이 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 구하는 넓이는 (반지름의 길이가 6 cm인 원의 넓이)+(직사각형의 넓이의 합)

$=\pi\times6^2+(8\times6)\times5$

$=36\pi+240\ (\mathrm{cm}^2)$



22 답 $\frac{13}{3}\pi$ cm



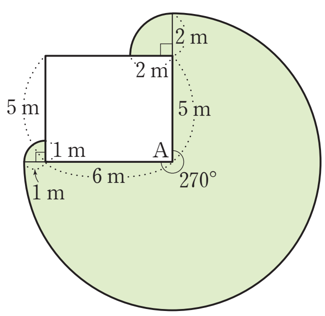
점 B가 움직인 경로를 나타내면 위의 그림과 같으므로 점 B가 움직인 거리는

$2\pi\times2\times\frac{90}{360}+2\pi\times4\times\frac{150}{360}$

$=\pi+\frac{10}{3}\pi=\frac{13}{3}\pi$ (cm)

23 답 38π m^2

소가 최대로 움직일 수 있는 영역은 다음 그림의 색칠한 부분이다.



따라서 소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$\pi\times1^2\times\frac{90}{360}+\pi\times7^2\times\frac{270}{360}+\pi\times2^2\times\frac{90}{360}$

$=\frac{\pi}{4}+\frac{147}{4}\pi+\pi=38\pi$ (m^2)

학교 시험 **최상위 기출 도전** 87쪽~88쪽

01 답 ㉡, ㉤

[전략] 다각형의 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합을 이용한다.

㉠ △FHE에서 $\angle e+\angle f=\angle g$이므로
$\angle e=\angle g-\angle f$

㉡ △GHI의 외각의 크기의 합은 360°이므로
$(180^\circ-\angle i)+\angle g+\angle h=360^\circ$
$\therefore \angle g+\angle h=180^\circ+\angle i$

㉢ △GCD에서 $\angle i+\angle c+\angle d=180^\circ$이므로
$\angle d+\angle i=180^\circ-\angle c$

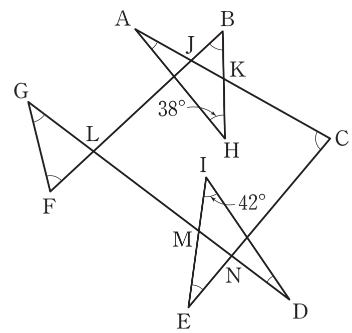
㉣ 사각형 HCDI에서 $\angle g=\angle e+\angle f$이므로
$\angle c+\angle d+\angle h+\angle g=\angle c+\angle d+\angle h+(\angle e+\angle f)$
$=360^\circ$
즉 $\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle h=360^\circ$

㉤ 사각형 HCDI에서 $\angle g=\angle e+\angle f$, $\angle h=\angle a+\angle b$이므로
$\angle c+\angle d+\angle h+\angle g=\angle c+\angle d+\angle a+\angle b+\angle e+\angle f$
$=360^\circ$
즉 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f=360^\circ$

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

02 답 100°

[전략] 삼각형에서 내각과 외각의 관계와 사각형의 내각의 크기의 합을 이용한다.



△AHK에서 $\angle AKB=\angle A+38^\circ$
△BJK에서 $\angle LJK=\angle B+\angle A+38^\circ$
$\angle JLM=\angle GLF=180^\circ-\angle G-\angle F$
△IMD에서 $\angle EMD=\angle D+42^\circ$
△MEN에서 $\angle MNC=\angle D+42^\circ+\angle E$
사각형 JLNC에서 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로
$(\angle B+\angle A+38^\circ)+(180^\circ-\angle G-\angle F)$
$+(\angle D+42^\circ+\angle E)+\angle C=360^\circ$
$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E-\angle F-\angle G=100^\circ$

03 답 22

[전략] 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$이므로 $x=180-\frac{360}{n}$

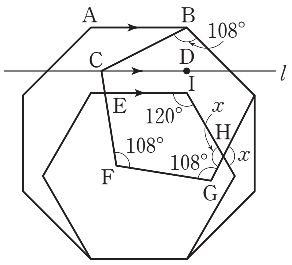
이때 x가 정수가 되려면 $\frac{360}{n}$도 정수이어야 하고, $\frac{360}{n}$이 정수이려면 n은 360의 약수이어야 한다.

$360=2^3\times3^2\times5$이므로 360의 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$
그런데 $n\geq3$이므로 조건을 만족하는 n은 1과 2를 제외한
$24-2=22$(개)

04 답 123°

[전략] 정다각형의 한 내각의 크기를 이용한다.

다음 그림과 같이 정팔각형과 정육각형의 한 변에 평행하고, 정오각형의 한 점을 지나는 직선을 l이라 하자.



정오각형, 정육각형, 정팔각형의 한 내각의 크기는 각각 108°, 120°, 135°이므로

$\angle ABC=135^\circ-108^\circ=27^\circ$

$\overline{AB}\,/\!/\,l$이므로 $\angle BCD=\angle ABC=27^\circ$ (엇각)

$\angle DCE=108^\circ-27^\circ=81^\circ$

$l\,/\!/\,\overline{EI}$이므로 $\angle IEF=\angle DCE=81^\circ$ (동위각)

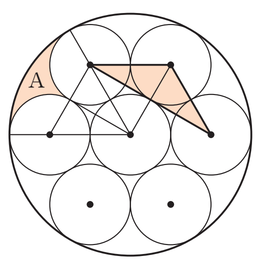
이때 오각형 EFGHI에서 오각형의 내각의 크기의 합은 540°이고, $\angle IHG=\angle x$(맞꼭지각)이므로

$81^\circ+108^\circ+108^\circ+\angle x+120^\circ=540^\circ$

$\therefore\ \angle x=123^\circ$

05 답 $\frac{15}{2}\pi\ \text{cm}^2$

[전략] 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있는 도형의 넓이의 합, 차로 나타낸다.



영역 A는 중심각의 크기가 60°이고 반지름의 길이가 9 cm인 부채꼴에서 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형과 중심각의 크기가 120°이고 반지름의 길이가 3 cm인 두 부채꼴을 뺀 것과 같다. 이때 정삼각형의 넓이가 색칠한 이등변삼각형의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는 중심각의 크기가 60°이고 반지름의 길이가 9 cm인 부채꼴의 넓이에서 중심각의 크기가 120°이고 반지름의 길이가 3 cm인 두 부채꼴의 넓이만 빼면 된다.

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $=\pi\times9^2\times\frac{60}{360}-\left(\pi\times3^2\times\frac{120}{360}\right)\times2$

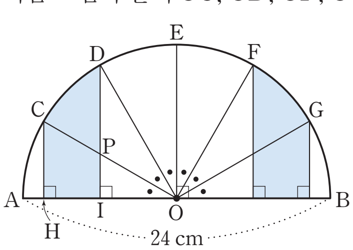
$=\frac{27}{2}\pi-6\pi$

$=\frac{15}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$

06 답 $24\pi\ \text{cm}^2$

[전략] $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그어 합동인 두 삼각형을 찾는다.

다음 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$를 긋자.



$\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}=\widehat{EF}=\widehat{FG}=\widehat{GB}$이므로

$\angle AOC=\angle COD=\angle DOE=\angle EOF=\angle FOG=\angle GOB$

$=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$

이때 $\triangle OCH$와 $\triangle DOI$에서

$\overline{OC}=\overline{DO}$

$\angle COH=30^\circ$, $\angle ODI=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$이므로

$\angle COH=\angle ODI$

$\angle OCH=\angle DOI=60^\circ$

$\therefore\ \triangle OCH\equiv\triangle DOI$ (ASA 합동)

$\therefore$ (사각형 CHIP의 넓이) $=\triangle OCH-\triangle OPI$

$=\triangle DOI-\triangle OPI$

$=\triangle POD$

따라서 도형 CHID의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같으므로

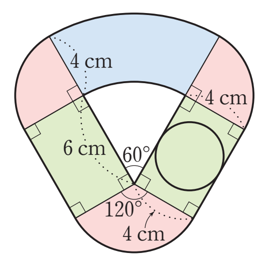
(색칠한 부분의 넓이) $=$ (부채꼴 COD의 넓이) $\times2$

$=\left(\pi\times12^2\times\frac{30}{360}\right)\times2$

$=24\pi\ (\text{cm}^2)$

07 답 $(24\pi+48)\ \text{cm}^2$

[전략] 원이 지나간 자리를 그려 본다.



원이 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 구하는 넓이는

$\left(\pi\times10^2\times\frac{60}{360}-\pi\times6^2\times\frac{60}{360}\right)$

$+\left(\pi\times4^2\times\frac{90}{360}\right)\times2$

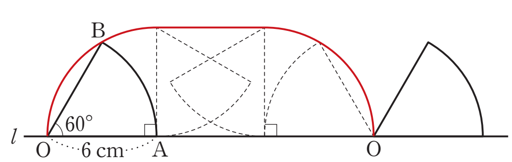
$+\pi\times4^2\times\frac{120}{360}+(6\times4)\times2$

$=\left(\frac{50}{3}\pi-6\pi\right)+8\pi+\frac{16}{3}\pi+48$

$=24\pi+48\ (\text{cm}^2)$

08 답 8π cm

[전략] 점 O가 움직일 때 그리는 도형을 그려 본다.



점 O가 움직인 경로를 나타내면 위의 그림과 같으므로 점 O가 움직인 거리는

$2\pi\times6\times\frac{90}{360}+\underbrace{2\pi\times6\times\frac{60}{360}}_{\widehat{AB}\text{의 길이와 같다.}}+2\pi\times6\times\frac{90}{360}$

$=3\pi+2\pi+3\pi$

$=8\pi$ (cm)

4 입체도형

01 | 다면체와 회전체

개념 확인 91쪽

01 답 2

다면체는 정사면체, 사각기둥, 육각뿔, 오각뿔대, 정십이면체, 팔각뿔의 6개이므로 $a=6$
회전체는 구, 원뿔대, 원기둥, 원뿔의 4개이므로 $b=4$
$\therefore a-b=6-4=2$

02 답 ③

① 오각뿔 – 삼각형　② 삼각뿔대 – 사다리꼴
④ 칠각기둥 – 직사각형　⑤ 정사면체 – 삼각형
따라서 바르게 짝 지어진 것은 ③이다.

03 답 ㉠, ㉤

각 입체도형의 면의 개수는 다음과 같다.
㉠ 오각기둥 : $5+2=7$　㉡ 칠각기둥 : $7+2=9$
㉢ 사각뿔대 : $4+2=6$　㉣ 육각뿔대 : $6+2=8$
㉤ 육각뿔 : $6+1=7$　㉥ 칠각뿔 : $7+1=8$
따라서 칠면체인 것은 ㉠, ㉤이다.

04 답 ④

④ 정다면체의 면의 모양은 정삼각형, 정사각형, 정오각형뿐이다.
⑤ 정사면체, 정팔면체, 정이십면체의 면의 모양은 정삼각형으로 모두 같다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

05 답 ②

② 원뿔 – 이등변삼각형
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

06 답 ⑤

① 구의 회전축은 무수히 많다.
② 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자르면 원뿔과 원뿔대가 생긴다.
③ 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 항상 원이지만 모두 합동인 것은 아니다.
④ 원뿔대의 두 밑면은 크기가 다르므로 합동이 아니다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

적중 & 심화 유형 연습 92쪽~100쪽

01 답 ②

① n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$, 면의 개수는 $n+2$로 같지 않다.
② n각뿔의 꼭짓점의 개수와 면의 개수는 모두 $n+1$로 항상 같다.
③, ⑤ 다면체가 아니다.
④ n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$, 면의 개수는 $n+2$로 같지 않다.
따라서 꼭짓점의 개수와 면의 개수가 항상 같은 것은 ② 각뿔이다.

02 답 ②

주어진 입체도형의 면의 개수와 모서리의 개수는 각각 7, 15이다.
각 다면체의 면의 개수와 모서리의 개수를 차례대로 구하면
① 6, 12　② 7, 15　③ 6, 10
④ 7, 12　⑤ 8, 18
따라서 구하는 다면체는 ② 오각기둥이다.

03 답 ④

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 사각뿔대이다. (②)
① 사각뿔대의 면의 개수는 $4+2=6$이므로 육면체이다.
③ 꼭짓점의 개수는 $2\times4=8$
④ 모서리의 개수는 $3\times4=12$
⑤ (꼭짓점의 개수)$-$(모서리의 개수)$+$(면의 개수)
$=8-12+6=2$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

참고
다면체에서
(꼭짓점의 개수)$-$(모서리의 개수)$+$(면의 개수)$=2$
가 항상 성립한다.

04 답 28

꼭짓점의 개수가 10인 각뿔을 n각뿔이라 하면
$n+1=10$　$\therefore n=9$, 즉 구각뿔
따라서 구각뿔의 면의 개수는 $9+1=10$, 모서리의 개수는 $2\times9=18$이므로 $a=10$, $b=18$
$\therefore a+b=10+18=28$

05 답 ④

구하는 각뿔대를 n각뿔대라 하면 n각뿔대의 모서리의 개수와 면의 개수는 각각 $3n$, $n+2$이므로
$3n+(n+2)=22$
$4n=20$　$\therefore n=5$
따라서 오각뿔대의 밑면의 모양은 오각형이다.

06 답) 27

칠면체인 각뿔을 n각뿔이라 하면

$n+1=7$ $\quad \therefore n=6$

이때 육각뿔의 모서리의 개수는 $2\times6=12$

칠면체인 각뿔대를 m각뿔대라 하면

$m+2=7$ $\quad \therefore m=5$

이때 오각뿔대의 모서리의 개수는 $3\times5=15$

따라서 칠면체인 각뿔과 각뿔대의 모서리의 개수의 합은

$12+15=27$

07 답) ④

④ n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

08 답) 3개

㉠ 오각뿔의 면의 개수는 $5+1=6$이므로 육면체이다.

㉡ 사각뿔대의 옆면의 모양은 사다리꼴이다.

㉢ 삼각기둥의 옆면의 모양은 직사각형이다.

㉣ 구각뿔의 모서리의 개수와 육각기둥의 모서리의 개수는 모두 18로 같다.

㉤ 모서리의 개수가 24인 각뿔대를 n각뿔대라 하면

$3n=24$ $\quad \therefore n=8$

즉 팔각뿔대의 밑면의 모양은 팔각형이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤의 3개이다.

09 답) ③

① n각기둥의 모서리의 개수는 $3n$이므로 n이 홀수이면 모서리의 개수도 홀수이다. 즉 모서리의 개수가 홀수인 각기둥은 존재한다.

② n각뿔의 꼭짓점의 개수와 면의 개수는 $n+1$로 같다.

③ n각기둥의 모서리의 개수는 $3n$이고 면의 개수는 $n+2$이므로 $3n=3(n+2)$를 만족하는 n의 값은 없다. 즉 모서리의 개수가 면의 개수의 3배인 각기둥은 존재하지 않는다.

④ n각기둥의 면의 개수는 $n+2$, n각뿔의 꼭짓점의 개수는 $n+1$이므로 n각기둥의 면의 개수는 n각뿔의 꼭짓점의 개수보다 항상 많다.

⑤ 모서리의 개수가 15인 각뿔대를 n각뿔대라 하면

$3n=15$ $\quad \therefore n=5$, 즉 오각뿔대

꼭짓점의 개수가 6인 각뿔을 m각뿔이라 하면

$m+1=6$ $\quad \therefore m=5$, 즉 오각뿔

즉 오각뿔대와 오각뿔의 밑면은 오각형이고 그 변의 개수는 5로 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

10 답) ①

조건 (가), (나)를 만족하는 입체도형은 각기둥이다.

구하는 각기둥을 n각기둥이라 하면 조건 (다)에 의하여

$2n=14$ $\quad \therefore n=7$

따라서 구하는 입체도형은 칠각기둥이다.

11 답) 32

조건 (가), (나)를 만족하는 입체도형은 각뿔대이다.

구하는 각뿔대를 n각뿔대라 하면 밑면이 n각형이므로 조건 (다)에 의하여 $\dfrac{n(n-3)}{2}=5$

$n(n-3)=5\times2$ $\quad \therefore n=5$, 즉 오각뿔대 …… ❶

따라서 오각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2\times5=10$, 모서리의 개수는 $3\times5=15$, 면의 개수는 $5+2=7$이므로

$a=10$, $b=15$, $c=7$ …… ❷

$\therefore a+b+c=10+15+7=32$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 조건을 만족하는 다면체 구하기	50 %
❷ a, b, c의 값 구하기	40 %
❸ $a+b+c$의 값 구하기	10 %

12 답) ③, ⑤

조건 (가), (나)를 만족하는 입체도형은 각뿔이다.

구하는 각뿔을 n각뿔이라 하면 조건 (다)에 의하여

$2n=16$ $\quad \therefore n=8$, 즉 팔각뿔 (①)

② 팔각뿔의 꼭짓점의 개수는 $8+1=9$

③ 팔각뿔의 면의 개수는 $8+1=9$

④ 팔각뿔의 밑면은 팔각형이므로 팔각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{8\times(8-3)}{2}=20$

⑤ 밑면인 팔각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(8-2)=1080^\circ$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

13 답) ⑤

① 정사면체와 정이십면체의 면의 모양은 정삼각형으로 같다.

③ 정육면체의 면의 개수와 정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6으로 같다.

⑤ 꼭짓점의 개수가 가장 많은 정다면체는 정십이면체이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

100점 TIP

정다면체의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수

	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 개수	4	6	8	12	20
모서리의 개수	6	12	12	30	30
꼭짓점의 개수	4	8	6	20	12

14 답 ⑤

④ 면의 모양이 정오각형인 정다면체는 정십이면체이고, 정십이면체의 꼭짓점의 개수는 20이다.
⑤ 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합이 360°보다 작아야 한다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

15 답 ④

조건 (가), (나)를 모두 만족하는 다면체는 정이십면체이고, 정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12이다.
따라서 바르게 짝 지어진 것은 ④이다.

16 답 20

면의 모양이 정삼각형이고 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4인 정다면체는 정팔면체이다.
정팔면체의 면의 개수는 8, 모서리의 개수는 12이므로 그 합은
$8+12=20$

17 답 62

주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 정이십면체이다.
정이십면체의 면의 개수는 20, 모서리의 개수는 30, 꼭짓점의 개수는 12이므로 $a=20$, $b=30$, $c=12$
$\therefore a+b+c=20+30+12=62$

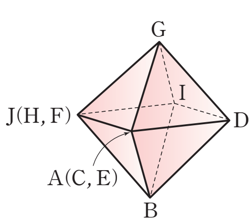
18 답 17

주어진 전개도로 만들어진 정육면체에서 a와 마주 보는 면에 적힌 숫자는 3, b와 마주 보는 면에 적힌 숫자는 2, c와 마주 보는 면에 적힌 숫자는 8이다. 즉
$a+3=12$에서 $a=9$ ...... ❶
$b+2=12$에서 $b=10$ ...... ❷
$c+8=12$에서 $c=4$ ...... ❸
$\therefore a+2b-3c=9+2\times10-3\times4=17$ ...... ❹

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ c의 값 구하기	30 %
❹ $a+2b-3c$의 값 구하기	10 %

19 답 ③

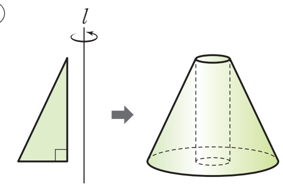
주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 정팔면체이고 오른쪽 그림과 같다.



② 정육면체와 정팔면체의 모서리의 개수는 12로 같다.
③ $\overline{CD}$와 평행한 모서리는 $\overline{IJ}(\overline{IH})$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

20 답 ④

④

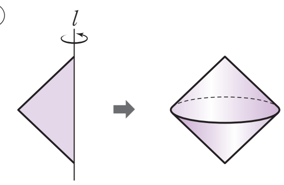


따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

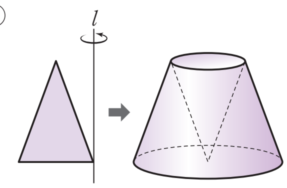
21 답 ⑤

주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음과 같다.

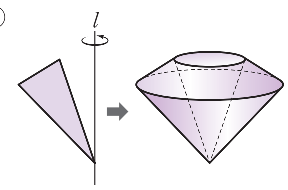
①



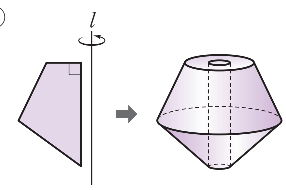
②



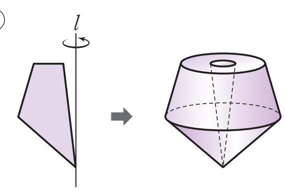
③



④

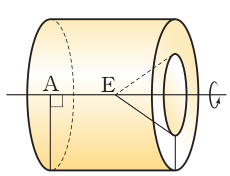


⑤



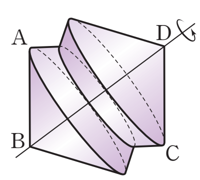
22 답 ②

주어진 평면도형을 직선 AE를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



23 답 ②

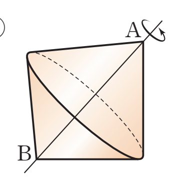
직사각형 ABCD를 대각선 BD를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



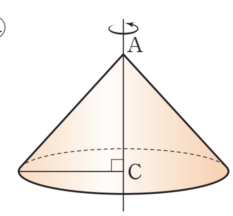
24 답 ㉡, ㉢, ㉣

보기의 직선을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음과 같다.

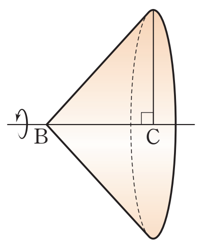
㉠



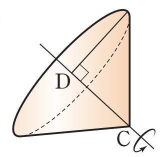
㉡



ⓒ



ⓓ

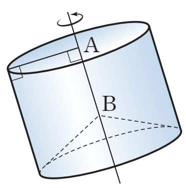


따라서 생기는 입체도형이 원뿔인 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

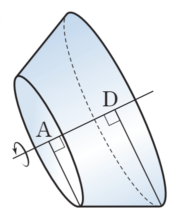
25 답 ②

평면도형을 주어진 직선을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음과 같다.

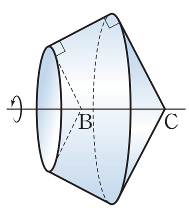
①



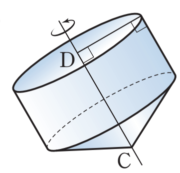
②



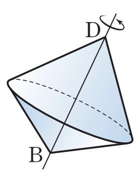
③



④



⑤

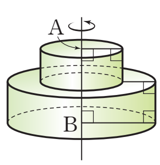


따라서 원뿔대가 만들어지는 것은 평면도형을 $\overleftrightarrow{AD}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때이므로 회전축이 될 수 있는 것은 ②이다.

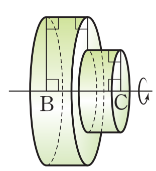
26 답 ③, ⑤

각 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음과 같다.

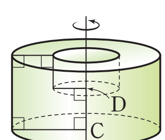
①



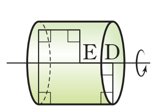
②



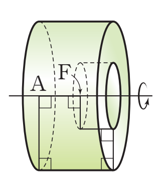
③



④



⑤



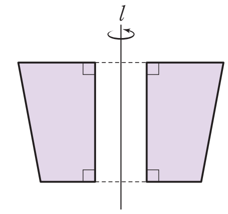
따라서 입체도형 (나)의 회전축이 될 수 있는 것은 ③, ⑤이다.

27 답 ㉠, ㉡

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 경계는 항상 원이어야 하므로 단면의 모양이 될 수 있는 것은 ㉠, ㉡이다.

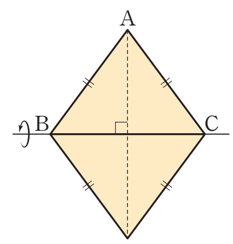
28 답 ①

회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이므로 오른쪽 그림과 같다.



29 답 ⑤

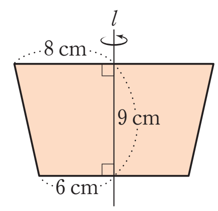
회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이므로 오른쪽 그림과 같은 마름모이다.



30 답 $126\ \text{cm}^2$

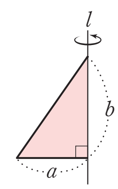
구하는 단면은 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는

$\left\{\frac{1}{2}\times(8+6)\times 9\right\}\times 2=126\ (\text{cm}^2)$

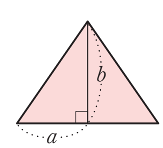


100점 TIP

[그림 1]의 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐다. 이때 생기는 단면은 회전축을 대칭축으로 선대칭도형이므로 [그림 2]의 도형과 같다.



[그림 1]



[그림 2]

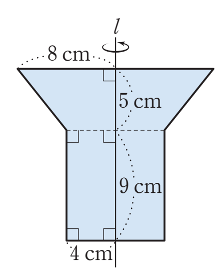
∴ (회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이)
=(회전시키기 전의 평면도형의 넓이)×2

31 답 $132\ \text{cm}^2$

구하는 단면은 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는

$\left\{\frac{1}{2}\times(8+4)\times 5+4\times 9\right\}\times 2$

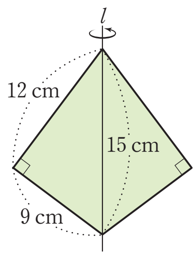
$=132\ (\text{cm}^2)$



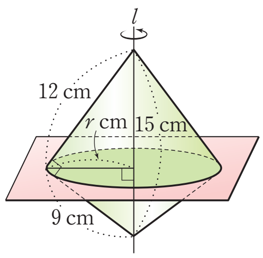
32 답 (1) 108 cm^2 (2) $\frac{36}{5}$ cm

(1) 구하는 단면은 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는

$\left(\frac{1}{2}\times12\times9\right)\times2=108\ (\text{cm}^2)$ …… ❶



(2) 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원이고, 원의 넓이가 가장 큰 경우는 오른쪽 그림과 같이 자를 때이므로 구하는 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\frac{1}{2}\times15\times r=\frac{1}{2}\times12\times9$

$\therefore r=\frac{36}{5}$

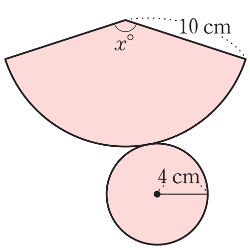
따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{36}{5}$ cm이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이 구하기	40 %
❷ 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면 중 가장 큰 단면의 반지름의 길이 구하기	60 %

33 답 144°

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.

이때 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면



$2\pi\times10\times\frac{x}{360}=2\pi\times4$

$\therefore x=144$

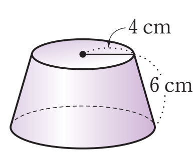
따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 144°이다.

34 답 ①, ⑤

① 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.

③ $\overset{\frown}{AB}$의 길이는 전개도에서 두 밑면 중 작은 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi\times4=8\pi$ (cm)



④ 주어진 전개도로 만들어지는 회전체는 원뿔대이므로 원뿔대를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 사다리꼴이다.

⑤ 원뿔대를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 원이지만 그 크기가 다르므로 합동은 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

35 답 ②

점 A에서 점 B까지 팽팽하게 감은 실의 경로는 원기둥의 전개도에서 옆면인 직사각형의 대각선과 같다.

36 답 ⑤

⑤ 구는 회전체이지만 전개도를 그릴 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

37 답 ④

① 원뿔의 전개도에서 옆면의 모양은 부채꼴이다.

② 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 원이지만 그 크기가 다르므로 합동은 아니다.

③ 구는 회전체이지만 모선이 없다.

⑤ 구의 회전축은 무수히 많다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

38 답 55

정이십면체의 한 면을 이루는 다각형은 삼각형이므로 변의 개수는 3이다. $\therefore a=3$

이때 $b=20$, $c=2$이므로

$\frac{a\times b}{c}=d$에서 $\frac{3\times20}{2}=30$ $\therefore d=30$

$\therefore a+b+c+d=3+20+2+30=55$

39 답 46

면의 개수가 가장 많은 정다면체는 정이십면체이고, 정이십면체의 모서리의 개수는 30이다. $\therefore a=30$ …… ❶

꼭짓점의 개수가 가장 많은 정다면체는 정십이면체이고, 정십이면체의 면의 개수는 12이다. $\therefore b=12$ …… ❷

모서리의 개수가 가장 적은 정다면체는 정사면체이고, 정사면체의 꼭짓점의 개수는 4이다. $\therefore c=4$ …… ❸

$\therefore a+b+c=30+12+4=46$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ c의 값 구하기	30 %
❹ $a+b+c$의 값 구하기	10 %

40 답 정육면체

$3v=2e$이므로 $v=\frac{2}{3}e$, $2f=e$이므로 $f=\frac{1}{2}e$

$v-e+f=2$에서 $\frac{2}{3}e-e+\frac{1}{2}e=2$

$\frac{1}{6}e=2$ $\therefore e=12$

따라서 $f=\frac{1}{2}\times12=6$이므로 구하는 정다면체는 정육면체이다.

41 답 ③

정팔면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체는 정육면체이다.
① 면의 개수는 6이다.
② 면의 개수는 6, 꼭짓점의 개수는 8로 서로 같지 않다.
④ 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이다.
⑤ 각 면의 모양은 합동인 정사각형이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

참고
정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 또 하나의 정다면체를 만들 수 있다.
(1) 정사면체 ➡ 정사면체　　(2) 정육면체 ➡ 정팔면체
(3) 정팔면체 ➡ 정육면체　　(4) 정십이면체 ➡ 정이십면체
(5) 정이십면체 ➡ 정십이면체

42 답 30

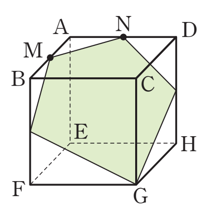
정십이면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체는 정이십면체이고, 정이십면체의 모서리의 개수는 30이다.

43 답 ③, ④

주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 정이십면체이고, 정이십면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체는 정십이면체이다.
① 면의 모양은 정오각형이다.
② 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이다.
⑤ 꼭짓점의 개수는 20이다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

44 답 오각형

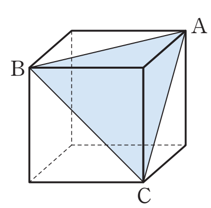
오른쪽 그림과 같이 세 점 M, N, G를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 $\overline{BF}$의 중점과 $\overline{DH}$의 중점을 지나는 오각형이다.



45 답 60°

[전략] 주어진 전개도로 만들어지는 정육면체를 그려 세 점 A, B, C를 나타낸다.

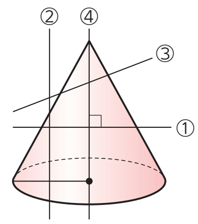
주어진 전개도로 만들어지는 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.
정육면체를 이루는 면은 모두 합동인 정사각형이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$는 각각 합동인 정사각형의 대각선이므로 그 길이가 같다.

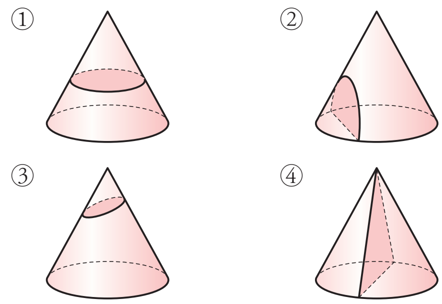


즉 $\triangle ABC$는 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이고, 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이므로 $\angle ABC=60^\circ$

46 답 ⑤

원뿔을 오른쪽 그림과 같은 방향으로 자른 단면을 살펴보면 다음과 같다.

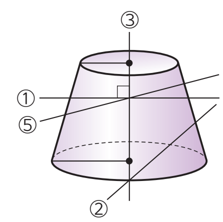


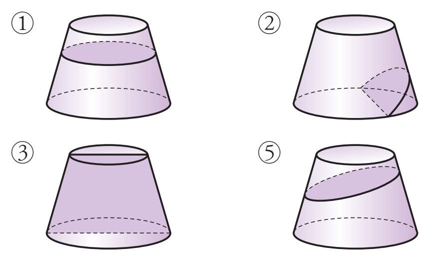


따라서 원뿔을 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

47 답 ④

만들어지는 회전체는 원뿔대이고, 원뿔대를 오른쪽 그림과 같은 방향으로 자른 단면을 살펴보면 다음과 같다.

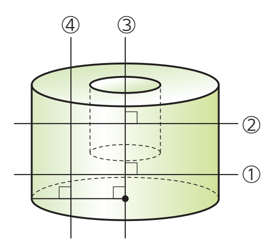


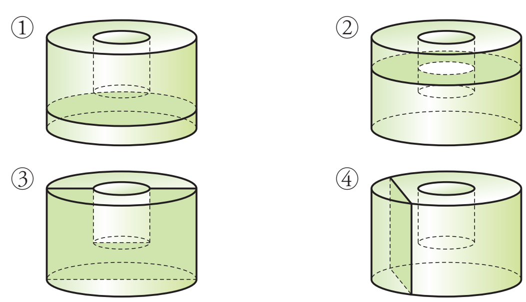


따라서 원뿔대를 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ④이다.

48 답 ⑤

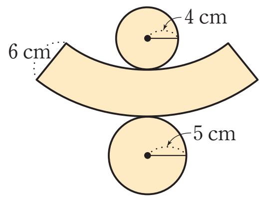
만들어지는 회전체는 오른쪽 그림과 같고, 표시한 방향으로 자른 단면을 살펴보면 다음과 같다.





따라서 만들어진 회전체의 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

49 답 $(36\pi+12)$ cm



원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로

(작은 원의 둘레의 길이)

$=2\pi\times4=8\pi$ (cm)

(큰 원의 둘레의 길이)

$=2\pi\times5=10\pi$ (cm)

옆면의 짧은 호의 길이는 밑면 중 작은 원의 둘레의 길이와 같고, 긴 호의 길이는 큰 원의 둘레의 길이와 같으므로

(옆면의 둘레의 길이)$=2\pi\times4+2\pi\times5+6\times2$

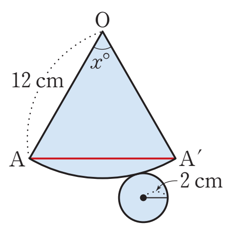
$=8\pi+10\pi+12$

$=18\pi+12$ (cm)

따라서 주어진 원뿔대의 전개도에 있는 모든 도형의 둘레의 길이의 합은

$8\pi+10\pi+(18\pi+12)=36\pi+12$ (cm)

50 답 12 cm



주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 점 A에서 시작하여 다시 점 A로 돌아오는 가장 짧은 실의 길이는 $\overline{AA'}$이다.

부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times2$

$\therefore x=60$

이때 $\triangle OAA'$에서 $\overline{OA}=\overline{OA'}$이므로

$\angle OAA'=\angle OA'A=\dfrac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉 $\triangle OAA'$은 정삼각형이므로 구하는 실의 길이는

$\overline{AA'}=\overline{OA}=12$ cm

적중 & 심화 실전 TEST

101쪽~103쪽

01 답 ⑤

① 다면체는 삼각뿔, 오각뿔대, 육각기둥, 정사면체, 정십이면체, 정이십면체의 6개이다.

② 회전체는 원뿔, 원기둥, 원뿔대의 3개이다.

③ 모든 면이 삼각형인 다면체는 삼각뿔, 정사면체, 정이십면체의 3개이다.

④ 모든 면이 오각형인 다면체는 정십이면체의 1개이다.

⑤ 옆면이 모두 사각형인 다면체는 오각뿔대, 육각기둥의 2개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

02 답 4

[전략] 주어진 입체도형에서 맞닿아 있는 부분에서 공유하고 있는 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수를 살펴본다.

사각기둥의 꼭짓점의 개수는 8, 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 6이고, 사각뿔의 꼭짓점의 개수는 5, 모서리의 개수는 8, 면의 개수는 5이므로

$v=8+8+5-3=18$

$e=12+12+8-1=31$

$f=6+6+5=17$

$\therefore v-e+f=18-31+17=4$

03 답 ③, ⑤

① 삼각기둥은 오면체이다.

② 오각뿔은 밑면만 오각형이고 옆면은 삼각형이다.

③ n각뿔대의 면의 개수는 $n+2$, n각뿔의 면의 개수는 $n+1$이므로 n각뿔대는 n각뿔보다 면이 1개 더 많다.

④ 각뿔의 옆면의 모양은 밑면의 모양에 상관없이 항상 삼각형이다.

⑤ 밑면의 모양을 n각형이라 하면 n각기둥과 n각뿔대의 모서리의 개수는 $3n$으로 같다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

04 답 20

㈎에서 구하는 다면체는 각기둥이다.

구하는 각기둥을 n각기둥이라 하면 n각기둥의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수는 각각 $n+2$, $3n$, $2n$이므로 …… ❶

$(n+2)+3n+2n=50$

$6n=48$ $\quad\therefore n=8$, 즉 팔각기둥 …… ❷

따라서 팔각기둥의 밑면은 팔각형이므로 팔각형의 대각선의 개수는 $\dfrac{8\times(8-3)}{2}=20$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 구하는 다면체의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수 구하기	40 %
❷ 구하는 다면체의 이름 알기	30 %
❸ 구하는 다면체의 밑면의 대각선의 개수 구하기	30 %

05 답 풀이 참조

각 면이 모두 합동인 정삼각형으로 이루어져 있지만 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4 또는 5로 같지 않으므로 정다면체가 아니다.

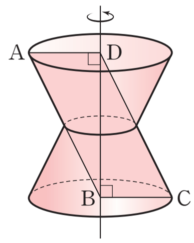
06 답 ④

[전략] ㈏의 전개도에서 ㉠과 눈의 수가 1인 면은 서로 이웃하는 면에 있으므로 ㈎의 전개도에서 눈의 수가 1인 면과 이웃하지 않은 면을 찾으면 된다.

(가)의 전개도로 만든 정육면체 모양의 주사위에서 눈의 수가 1인 면과 마주 보는 면은 눈의 수가 5인 면이고, 눈의 수가 1인 면과 서로 이웃하는 면은 눈의 수가 각각 2, 3, 4, 6인 면이다.
따라서 (나)의 전개도를 접었을 때 ㉠과 눈의 수가 1인 면은 서로 이웃하는 면에 위치하므로 ㉠에 들어갈 수 없는 눈의 수는 5이다.

07 답 ③

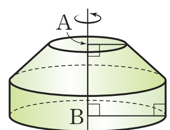
사각형 ABCD를 직선 BD를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



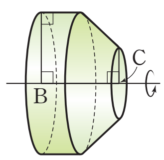
08 답 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$

각 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음과 같다.

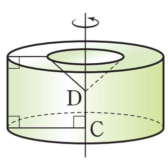
$\overline{\mathrm{AB}}$:



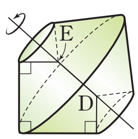
$\overline{\mathrm{BC}}$:



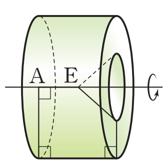
$\overline{\mathrm{DC}}$:



$\overline{\mathrm{ED}}$:

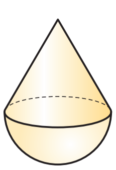


$\overline{\mathrm{AE}}$:



따라서 주어진 회전체의 회전축이 될 수 있는 변은 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$이다.

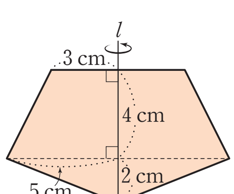
09 답



10 답 42 cm^2

구하는 단면은 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는

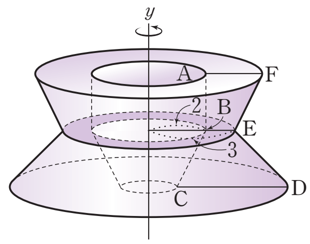
$\left\{\frac{1}{2}\times(3+5)\times4+\frac{1}{2}\times5\times2\right\}\times2$
$=42\ (\mathrm{cm}^2)$



11 답 5π

[전략] 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면 중 넓이가 가장 작은 단면을 그려 본다.

주어진 도형을 y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음 그림과 같다.



이 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 작은 경우는 $\overline{\mathrm{BE}}$를 지나는 평면으로 자를 때이므로 구하는 단면의 넓이는

$\pi\times3^2-\pi\times2^2=5\pi$

12 답 ⑤

③ 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로
$2\pi\times9=18\pi\ (\mathrm{cm})$

④ $2\pi\times12\times\frac{b}{360}=18\pi$이므로 $b=270$

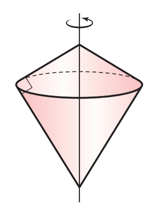
⑤ 원뿔의 옆넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times18\pi=108\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

13 답 5개

㉡ 직각삼각형을 빗변을 회전축으로 하여 1회전 시키면 오른쪽 그림과 같이 원뿔 두 개를 합친 회전체가 된다.

㉥ 반원을 지름을 회전축으로 하여 1회전 시키면 구가 된다.



따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤, ㉦의 5개이다.

14 답 30

[전략] 한 꼭짓점에는 3개의 면이 모이고, 한 모서리에는 2개의 면이 모인다.

정오각형 12개의 변의 개수는 $5\times12=60$, 정육각형 20개의 변의 개수는 $6\times20=120$

한 모서리에 2개의 면이 모이므로 주어진 입체도형의 모서리의 개수는 $\frac{60+120}{2}=90$ …… ❶

정오각형 12개의 꼭짓점의 개수는 $5\times12=60$, 정육각형 20개의 꼭짓점의 개수는 $6\times20=120$

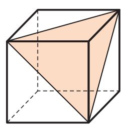
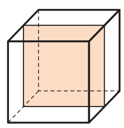
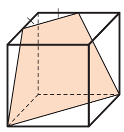
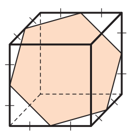
한 꼭짓점에 3개의 면이 모이므로 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수는 $\frac{60+120}{3}=60$ …… ❷

따라서 $a=90$, $b=60$이므로 $a-b=90-60=30$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

15 답 ④

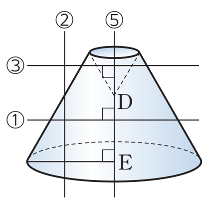
[전략] 각 단면의 모양이 나올 수 있도록 정육면체를 평면으로 자른다.

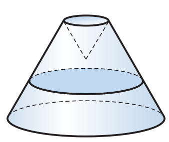
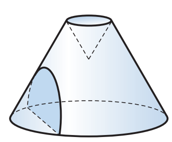
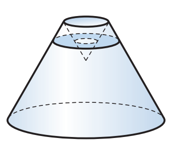
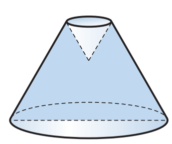
① 
② 
③ 
⑤ 

따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ④이다.

16 답 ④

만들어지는 회전체는 오른쪽 그림과 같고, 표시한 방향으로 자른 단면을 살펴보면 다음과 같다.



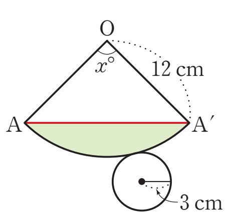
① 
② 
③ 
⑤ 

따라서 만들어진 회전체의 단면이 될 수 없는 것은 ④이다.

17 답 $(36\pi-72)\ \mathrm{cm}^2$

[전략] 원뿔의 전개도를 그려 부채꼴에 색칠한 부분을 표시한다.

색칠한 부분을 원뿔의 전개도에 나타내면 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times3$

$\therefore\ x=90$

따라서 $\triangle OAA'$은 $\angle AOA'=90°$인 이등변삼각형이므로

(색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 AOA′의 넓이)$-\triangle OAA'$

$=\pi\times12^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times12\times12$

$=36\pi-72\ (\mathrm{cm}^2)$

02 | 입체도형의 겉넓이와 부피

개념 확인 105쪽

01 답 472

(겉넓이)

$=\left\{\dfrac{1}{2}\times(10+4)\times4\right\}\times2+(5+4+5+10)\times8$

$=56+192=248\ (\mathrm{cm}^2)$

(부피)$=\left\{\dfrac{1}{2}\times(10+4)\times4\right\}\times8=224\ (\mathrm{cm}^3)$

따라서 $a=248$, $b=224$이므로

$a+b=248+224=472$

02 답 3

$\pi\times3^2\times12=\pi\times6^2\times x$이므로

$108\pi=36\pi x\qquad\therefore\ x=3$

03 답 겉넓이 : $96\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $48\ \mathrm{cm}^3$

(겉넓이)$=6\times6+\left(\dfrac{1}{2}\times6\times5\right)\times4$

$=36+60=96\ (\mathrm{cm}^2)$

(부피)$=\dfrac{1}{3}\times(6\times6)\times4=48\ (\mathrm{cm}^3)$

04 답 겉넓이 : $96\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $96\pi\ \mathrm{cm}^3$

(겉넓이)$=\pi\times6^2+\pi\times6\times10$

$=36\pi+60\pi=96\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(부피)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times8=96\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

05 답 $\dfrac{416}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$

(부피)=(큰 원뿔의 부피)−(작은 원뿔의 부피)

$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times12-\dfrac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times4$

$=144\pi-\dfrac{16}{3}\pi=\dfrac{416}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

06 답 겉넓이 : $27\pi\ \mathrm{cm}^2$, 부피 : $18\pi\ \mathrm{cm}^3$

(겉넓이)$=(4\pi\times3^2)\times\dfrac{1}{2}+\pi\times3^2$

$=18\pi+9\pi=27\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(부피)$=\left(\dfrac{4}{3}\pi\times3^3\right)\times\dfrac{1}{2}=18\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

적중 & 심화 유형 연습 106쪽~116쪽

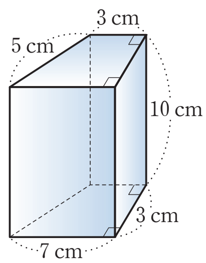
01 답 180 cm^3

(밑넓이)$=\left\{\frac{1}{2}\times(4+8)\times3\right\}\times2=36\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (부피)$=36\times5=180\ (\text{cm}^3)$

02 답 360

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 사각기둥이므로



(겉넓이)

$=\left\{\frac{1}{2}\times(3+7)\times3\right\}\times2$

$\quad+(3+5+7+3)\times10$

$=30+180=210\ (\text{cm}^2)$

(부피)

$=\left\{\frac{1}{2}\times(3+7)\times3\right\}\times10=150\ (\text{cm}^3)$

따라서 $a=210$, $b=150$이므로

$a+b=210+150=360$

03 답 208 cm^3

오각기둥의 높이를 h cm라 하면

$\left(\frac{1}{2}\times3\times4+5\times4\right)\times2+(3+4+5+4+4)\times h=212$

$52+20h=212,\ 20h=160 \qquad \therefore h=8$

따라서 오각기둥의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times3\times4+5\times4\right)\times8=208\ (\text{cm}^3)$

04 답 $130\pi\text{ cm}^2$

밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=10\pi \qquad \therefore r=5$

따라서 원기둥의 겉넓이는

$(\pi\times5^2)\times2+10\pi\times8=50\pi+80\pi=130\pi\ (\text{cm}^2)$

05 답 겉넓이 : $156\pi\text{ cm}^2$, 부피 : $216\pi\text{ cm}^3$

(겉넓이)$=$(작은 원기둥의 옆넓이)$+$(큰 원기둥의 겉넓이)

$=(2\pi\times3)\times4+\{(\pi\times6^2)\times2+(2\pi\times6)\times5\}$

$=24\pi+132\pi=156\pi\ (\text{cm}^2)$ …… ❶

(부피)$=$(작은 원기둥의 부피)$+$(큰 원기둥의 부피)

$=(\pi\times3^2)\times4+(\pi\times6^2)\times5$

$=36\pi+180\pi=216\pi\ (\text{cm}^3)$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 주어진 입체도형의 겉넓이 구하기	60 %
❷ 주어진 입체도형의 부피 구하기	40 %

06 답 $900\pi\text{ cm}^2$

페인트가 칠해진 부분의 넓이는 원기둥 모양의 롤러의 옆넓이의 3배와 같으므로

$(2\pi\times5\times30)\times3=900\pi\ (\text{cm}^2)$

07 답 겉넓이 : $(252\pi+216)\text{ cm}^2$, 부피 : $648\pi\text{ cm}^3$

(밑넓이)$=\pi\times9^2\times\frac{240}{360}=54\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left(2\pi\times9\times\frac{240}{360}+9+9\right)\times12$

$=144\pi+216\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=54\pi\times2+(144\pi+216)$

$=252\pi+216\ (\text{cm}^2)$

(부피)$=\left(\pi\times9^2\times\frac{240}{360}\right)\times12=648\pi\ (\text{cm}^3)$

08 답 $\frac{189}{4}\pi\text{ cm}^3$

(밑넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{90}{360}-\pi\times3^2\times\frac{90}{360}$

$=9\pi-\frac{9}{4}\pi=\frac{27}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (부피)$=\frac{27}{4}\pi\times7=\frac{189}{4}\pi\ (\text{cm}^3)$

09 답 $(36\pi+160)\text{ cm}^2$

케이크 한 조각의 밑면인 부채꼴의 중심각의 크기는 $\frac{360°}{10}=36°$이므로

(밑넓이)$=\pi\times10^2\times\frac{36}{360}=10\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left(2\pi\times10\times\frac{36}{360}+10+10\right)\times8$

$=16\pi+160\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=10\pi\times2+(16\pi+160)$

$=36\pi+160\ (\text{cm}^2)$

10 답 겉넓이 : $198\pi\text{ cm}^2$, 부피 : $216\pi\text{ cm}^3$

(밑넓이)$=\pi\times6^2-\pi\times3^2=36\pi-9\pi=27\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=$(바깥쪽 옆넓이)$+$(안쪽 옆넓이)

$=2\pi\times6\times8+2\pi\times3\times8$

$=96\pi+48\pi=144\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=27\pi\times2+144\pi=198\pi\ (\text{cm}^2)$

(부피)$=$(큰 원기둥의 부피)$-$(작은 원기둥의 부피)

$=\pi\times6^2\times8-\pi\times3^2\times8$

$=288\pi-72\pi=216\pi\ (\text{cm}^3)$

11 답 $32+10\pi$

(밑넓이)$=4\times4-\pi\times1^2=16-\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)=(바깥쪽 옆넓이)+(안쪽 옆넓이)

$=(4+4+4+4)\times4+2\pi\times1\times4$

$=64+8\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=(16-\pi)\times2+(64+8\pi)=96+6\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(부피)=(정육면체의 부피)−(원기둥의 부피)

$=4\times4\times4-\pi\times1^2\times4=64-4\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

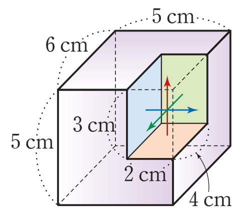
따라서 $a=96+6\pi$, $b=64-4\pi$이므로

$a-b=96+6\pi-(64-4\pi)=32+10\pi$

12 답 170 cm^2

[전략] 잘린 단면을 이동시켜 본다.

오른쪽 그림과 같이 잘린 단면을 이동시켜 생각하면 입체도형의 겉넓이는 잘라 내기 전 직육면체의 겉넓이와 같으므로



(겉넓이)

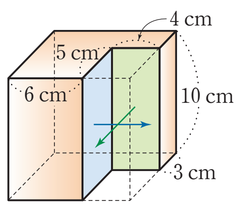
$=(5\times6)\times2+(5+6+5+6)\times5$

$=60+110=170\ (\mathrm{cm}^2)$

13 답 480 cm^2

(밑넓이)$=10\times8-5\times4=60\ (\mathrm{cm}^2)$

오른쪽 그림과 같이 잘린 단면을 이동시켜 생각하면 입체도형의 옆넓이는 잘라 내기 전 직육면체의 옆넓이와 같으므로



(옆넓이)$=(8+10+8+10)\times10$

$=360\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=60\times2+360=480\ (\mathrm{cm}^2)$

14 답 162 cm^3

(부피)=(정육면체의 부피)−(삼각기둥의 부피)

$=6\times6\times6-\left(\frac{1}{2}\times3\times6\right)\times6$

$=216-54=162\ (\mathrm{cm}^3)$

15 답 48 cm^3

주어진 입체도형의 높이를 h cm라 하면

$9\times7\times h-\left(\frac{1}{2}\times4\times3\right)\times h=456$

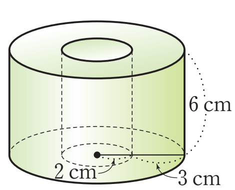
$63h-6h=456$, $57h=456$ $\qquad\therefore h=8$

따라서 잘라 낸 삼각기둥의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times4\times3\right)\times8=48\ (\mathrm{cm}^3)$

16 답 (1) 126π cm^2 (2) 126π cm^3

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



(1) (밑넓이)$=\pi\times5^2-\pi\times2^2$

$=25\pi-4\pi$

$=21\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(옆넓이)$=2\pi\times5\times6+2\pi\times2\times6$

$=60\pi+24\pi=84\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

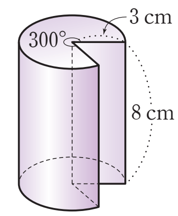
$\therefore$ (겉넓이)$=21\pi\times2+84\pi=126\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(2) (부피)$=\pi\times5^2\times6-\pi\times2^2\times6$

$=150\pi-24\pi=126\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

17 답 $(55\pi+48)$ cm^2

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(밑넓이)$=\pi\times3^2\times\frac{300}{360}$

$=\frac{15}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

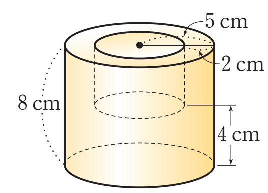
(옆넓이)$=\left(2\pi\times3\times\frac{300}{360}+3+3\right)\times8$

$=40\pi+48\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=\frac{15}{2}\pi\times2+(40\pi+48)=55\pi+48\ (\mathrm{cm}^2)$

18 답 겉넓이 : 154π cm^2, 부피 : 164π cm^3

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

=(큰 원기둥의 겉넓이)

+(작은 원기둥의 옆넓이)

$=\{(\pi\times5^2)\times2+2\pi\times5\times8\}+2\pi\times3\times4$

$=130\pi+24\pi=154\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(부피)=(큰 원기둥의 부피)−(작은 원기둥의 부피)

$=(\pi\times5^2)\times8-(\pi\times3^2)\times4$

$=200\pi-36\pi=164\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

19 답 6 cm

옆면인 이등변삼각형의 높이를 h cm라 하면

$8\times8+\left(\frac{1}{2}\times8\times h\right)\times4=160$

$64+16h=160$, $16h=96$ $\qquad\therefore h=6$

따라서 옆면인 이등변삼각형의 높이는 6 cm이다.

20 답 200 cm^2

(두 밑넓이의 합)$=4\times4+8\times8=80\ (\mathrm{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left\{\frac{1}{2}\times(4+8)\times5\right\}\times4=120\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=80+120=200\ (\mathrm{cm}^2)$

21 답 8번

(사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(3\times3)\times3=9\ (\mathrm{cm}^3)$ …… ❶

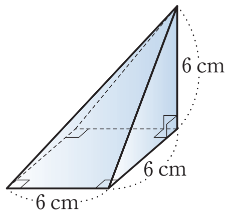
(사각기둥의 부피)$=3\times3\times8=72\ (\mathrm{cm}^3)$ …… ❷

따라서 물을 $72\div9=8$(번) 부어야 한다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 사각뿔의 부피 구하기	40 %
❷ 사각기둥의 부피 구하기	30 %
❸ 답 구하기	30 %

22 답 $72\ \text{cm}^3$

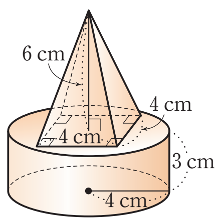
주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 사각뿔이므로 구하는 부피는



$\frac{1}{3}\times(6\times6)\times6=72\ (\text{cm}^3)$

23 답 $(32+48\pi)\ \text{cm}^3$

주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 사각뿔과 원기둥이 붙어 있는 모양이므로 구하는 부피는



(사각뿔의 부피)+(원기둥의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(4\times4)\times6+(\pi\times4^2)\times3$

$=32+48\pi\ (\text{cm}^3)$

24 답 $1:6$

삼각뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6=36\ (\text{cm}^3)$

처음 정육면체의 부피는 $6\times6\times6=216\ (\text{cm}^3)$

따라서 구하는 부피의 비는

$36:216=1:6$

25 답 $308\ \text{cm}^3$

(부피)=(직육면체의 부피)−(삼각뿔의 부피)

$=9\times6\times6-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times6\right)\times4$

$=324-16=308\ (\text{cm}^3)$

26 답 $330\ \text{cm}^3$

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면 삼각뿔 M−EGH에서 $\overline{\text{EH}}=a$ cm, $\overline{\text{GH}}=b$ cm, $\overline{\text{MH}}=\frac{c}{2}$ cm이므로

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}ab\times\frac{c}{2}=30 \qquad \therefore abc=360$

따라서 큰 입체도형의 부피는

(직육면체의 부피)−(작은 입체도형의 부피)

$=abc-30=360-30=330\ (\text{cm}^3)$

27 답 $80\ \text{cm}^3$

남아 있는 물의 부피는 삼각뿔의 부피와 같으므로

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)\times2=16\ (\text{cm}^3)$

따라서 흘려 보낸 물의 양은

(직육면체 모양의 그릇의 부피)−(남아 있는 물의 부피)

$=6\times8\times2-16=80\ (\text{cm}^3)$

28 답 2 cm

그릇의 높이를 h cm라 하면 그릇에 담긴 물의 부피는 삼각뿔의 부피와 같으므로

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times5\times6\right)\times h=10$

$5h=10 \qquad \therefore h=2$

따라서 그릇의 높이는 2 cm이다.

29 답 5

두 그릇에 들어 있는 물의 양이 같으므로

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times10\times15\right)\times8=\left(\frac{1}{2}\times10\times x\right)\times8$

$200=40x \qquad \therefore x=5$

30 답 $a=9,\ b=3$

처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r, 높이를 h, 부피를 V라 하면

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h$

㈎에서 변화한 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는 $3r$이므로 변화한 원뿔의 부피를 V_1이라 하면

$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times(3r)^2\times h=9\times\frac{1}{3}\pi r^2h=9V$

$\therefore a=9$

㈏에서 변화한 원뿔의 높이는 $3h$이므로 변화한 원뿔의 부피를 V_2라 하면

$V_2=\frac{1}{3}\pi r^2\times(3h)=3\times\frac{1}{3}\pi r^2h=3V$

$\therefore b=3$

31 답 15 cm

원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=10\pi \qquad \therefore r=5$

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 원뿔의 겉넓이가 $100\pi\ \text{cm}^2$이므로

$\pi\times5^2+\pi\times5\times l=100\pi$

$25\pi+5\pi l=100\pi,\ 5\pi l=75\pi \qquad \therefore l=15$

따라서 원뿔의 모선의 길이는 15 cm이다.

32 답 $71\pi\ \text{cm}^2$

(두 밑넓이의 합)$=\pi\times2^2+\pi\times5^2=29\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\pi\times5\times10-\pi\times2\times4$

$=50\pi-8\pi=42\pi\ (\text{cm}^2)$

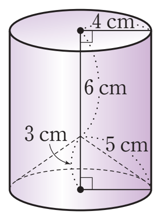
$\therefore$ (겉넓이)$=29\pi+42\pi=71\pi\ (\text{cm}^2)$

33 답 3

$\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times9=(\pi\times2^2)\times x$이므로

$4\pi x=12\pi \qquad \therefore x=3$

34 답 겉넓이 : $108\pi\ \text{cm}^2$, 부피 : $128\pi\ \text{cm}^3$



생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로

(겉넓이)=(원기둥의 밑넓이)+(원기둥의 옆넓이)

+(원뿔의 옆넓이)

$=\pi\times4^2+(2\pi\times4)\times9+\pi\times4\times5$

$=16\pi+72\pi+20\pi$

$=108\pi\ (\text{cm}^2)$

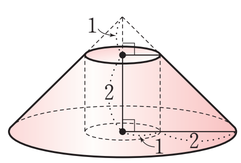
(부피)=(원기둥의 부피)−(원뿔의 부피)

$=(\pi\times4^2)\times9-\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times3$

$=144\pi-16\pi$

$=128\pi\ (\text{cm}^3)$

35 답 $\frac{20}{3}\pi$



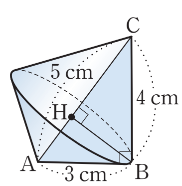
생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times3-\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times1$

$-(\pi\times1^2)\times2$

$=9\pi-\frac{1}{3}\pi-2\pi=\frac{20}{3}\pi$

36 답 겉넓이 : $\frac{84}{5}\pi\ \text{cm}^2$, 부피 : $\frac{48}{5}\pi\ \text{cm}^3$



$\overline{\text{AC}}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다. 이때 꼭짓점 B에서 $\overline{\text{AC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\frac{1}{2}\times5\times\overline{\text{BH}}=\frac{1}{2}\times3\times4$

$\therefore \overline{\text{BH}}=\frac{12}{5}\ (\text{cm})$ …… ❶

$\therefore$ (겉넓이)$=\pi\times\frac{12}{5}\times4+\pi\times\frac{12}{5}\times3$

$=\frac{48}{5}\pi+\frac{36}{5}\pi=\frac{84}{5}\pi\ (\text{cm}^2)$ …… ❷

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times\overline{\text{CH}}+\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times\overline{\text{AH}}$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times(\overline{\text{CH}}+\overline{\text{AH}})$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times5$

$=\frac{48}{5}\pi\ (\text{cm}^3)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 꼭짓점 B에서 $\overline{\text{AC}}$에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\text{BH}}$의 길이 구하기	20 %
❷ 겉넓이 구하기	40 %
❸ 부피 구하기	40 %

37 답 99π

(겉넓이)=(구의 겉넓이)$\times\frac{7}{8}$+(부채꼴의 넓이)$\times3$

$=(4\pi\times6^2)\times\frac{7}{8}+\left(\pi\times6^2\times\frac{90}{360}\right)\times3$

$=126\pi+27\pi=153\pi\ (\text{cm}^2)$

(부피)$=\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{7}{8}=252\pi\ (\text{cm}^3)$

따라서 $a=153\pi$, $b=252\pi$이므로

$b-a=252\pi-153\pi=99\pi$

38 답 $69\pi\ \text{cm}^2$

(겉넓이)=(구의 겉넓이)$\times\frac{1}{2}$+(원기둥의 옆넓이)

+(원뿔의 옆넓이)

$=(4\pi\times3^2)\times\frac{1}{2}+(2\pi\times3)\times6+\pi\times3\times5$

$=18\pi+36\pi+15\pi=69\pi\ (\text{cm}^2)$

39 답 $28\pi\ \text{cm}^2$

(겉넓이)

$=(4\pi\times1^2)\times\frac{1}{2}+(\pi\times3^2-\pi\times1^2)+(4\pi\times3^2)\times\frac{1}{2}$

$=2\pi+8\pi+18\pi=28\pi\ (\text{cm}^2)$

40 답 8개

원뿔 모양의 유리잔으로 16번 옮긴 물의 양의 합은

$\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times a^2)\times a\right\}\times16=\frac{16}{3}\pi a^3\ (\text{cm}^3)$

반구 모양의 유리잔의 부피는

$\left(\frac{4}{3}\pi\times a^3\right)\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\pi a^3\ (\text{cm}^3)$

따라서 $\frac{16}{3}\pi a^3\div\frac{2}{3}\pi a^3=8$이므로 반구 모양의 유리잔을 8개나 가득 채울 수 있다.

41 답 27

반지름의 길이가 9 cm인 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times9^3=972\pi\ (\text{cm}^3)$

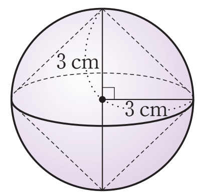
반지름의 길이가 3 cm인 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi\ (\text{cm}^3)$

따라서 $972\pi\div36\pi=27$이므로 반지름의 길이가 3 cm인 구를 최대 27개까지 만들 수 있다.

42 답 $18\pi\ \text{cm}^3$

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



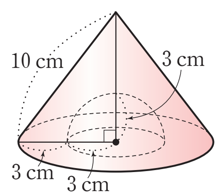
(부피)

$=\frac{4}{3}\pi\times3^3-\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times3\right\}\times2$

$=36\pi-18\pi=18\pi\ (\text{cm}^3)$

43 답 $105\pi\ \text{cm}^2$

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

$=\pi\times6\times10+(4\pi\times3^2)\times\frac{1}{2}$

$\quad+(\pi\times6^2-\pi\times3^2)$

$=60\pi+18\pi+27\pi=105\pi\ (\text{cm}^2)$

44 답 $180\ \text{cm}^2$

한 모서리의 길이가 3 cm인 정육면체 1개의 겉넓이는

$(3\times3)\times6=54\ (\text{cm}^2)$

이때 맞닿아 있는 면이 10개이므로 구하는 겉넓이는

$54\times5-(3\times3)\times10=270-90=180\ (\text{cm}^2)$

다른 풀이

주어진 입체도형의 겉넓이는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형 20개의 넓이의 합과 같으므로

$(3\times3)\times20=180\ (\text{cm}^2)$

45 답 $688\ \text{cm}^2$

처음 직육면체의 겉넓이는

$(4\times8+4\times6+6\times8)\times2=208\ (\text{cm}^2)$ …… ❶

직육면체를 한 번씩 자를 때마다 2개의 면이 생기므로 10번 자를 때, 새로 생기는 면의 개수는 $2\times10=20$

이때 자를 때마다 생기는 면은 가로의 길이가 4 cm, 세로의 길이가 6 cm인 직사각형이므로 새로 생긴 면의 넓이의 합은

$(4\times6)\times20=480\ (\text{cm}^2)$ …… ❷

따라서 11개의 직육면체의 겉넓이의 합은

$208+480=688\ (\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 처음 직육면체의 겉넓이 구하기	30 %
❷ 새로 생긴 면의 넓이의 합 구하기	50 %
❸ 11개의 직육면체의 겉넓이의 합 구하기	20 %

46 답 2 cm

[전략] 줄어든 물의 부피는 한 모서리의 길이가 4 cm인 정육면체 모양의 물체의 부피와 같음을 이용한다.

줄어든 물의 부피는 한 모서리의 길이가 4 cm인 정육면체 모양의 물체의 부피와 같으므로 내려간 수면의 높이를 h cm라 하면

$\left(\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times h=4\times4\times4$

$32h=64 \qquad \therefore h=2$

따라서 내려간 수면의 높이는 2 cm이다.

47 답 $\frac{44}{13}$ cm

[전략] 칸막이가 있을 때와 없을 때의 물의 부피가 같음을 이용한다.

칸막이가 있을 때의 물의 부피는

$10\times8\times2+3\times8\times8=160+192=352\ (\text{cm}^3)$

칸막이를 없앴을 때의 물의 높이를 h cm라 하면

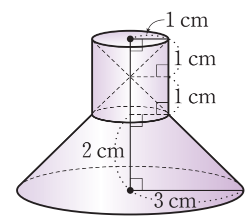
$13\times8\times h=352$

$104h=352 \qquad \therefore h=\frac{44}{13}$

따라서 구하는 물의 높이는 $\frac{44}{13}$ cm이다.

48 답 $\frac{31}{3}\pi\ \text{cm}^3$

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



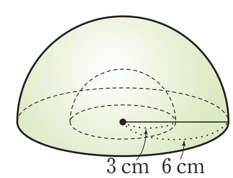
$\left\{(\pi\times1^2)\times2-\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times1\right\}$

$+\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times3-\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times1\right\}$

$=\frac{5}{3}\pi+\frac{26}{3}\pi=\frac{31}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

49 답 $117\pi\ \text{cm}^2$

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는



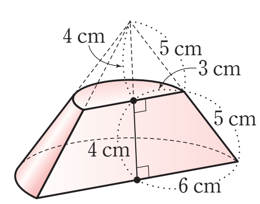
$4\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+4\pi\times3^2\times\frac{1}{2}$

$+(\pi\times6^2-\pi\times3^2)$

$=72\pi+18\pi+27\pi=117\pi\ (\text{cm}^2)$

50 답 $(45\pi+36)\ \text{cm}^2$

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(두 밑넓이의 합)

$=\pi\times3^2\times\frac{1}{2}+\pi\times6^2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{9}{2}\pi+18\pi=\frac{45}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)=(곡면 부분의 넓이)+(사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(\pi\times6\times10-\pi\times3\times5)+\frac{1}{2}\times(6+12)\times4$

$=\frac{45}{2}\pi+36\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=\frac{45}{2}\pi+\left(\frac{45}{2}\pi+36\right)$

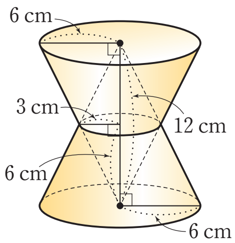
$=45\pi+36\ (\text{cm}^2)$

참고

주어진 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 하여 180°만큼 회전시킬 때 생기는 입체도형은 원뿔대의 $\frac{1}{2}$ 부분이다. 따라서 옆면 중 곡면 부분은 원뿔대의 옆면의 $\frac{1}{2}$이다.

51 답 $252\pi\ \text{cm}^3$

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 이 회전체의 부피는 크기와 모양이 같은 두 원뿔대의 부피의 합과 같다.



따라서 구하는 부피는

(원뿔대의 부피)$\times 2$

$=\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 12-\frac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times 6\right\}\times 2$

$=(144\pi-18\pi)\times 2=252\pi\ (\text{cm}^3)$

52 답 $100\pi\ \text{cm}^2$

원뿔의 밑면인 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times 5=10\pi\ (\text{cm})$

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 원뿔이 4바퀴를 회전하고 처음 위치로 되돌아오므로

$2\pi l=10\pi\times 4\qquad \therefore l=20$

따라서 원뿔의 옆넓이는

$\pi\times 5\times 20=100\pi\ (\text{cm}^2)$

53 답 $64\pi\ \text{cm}^2$

원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times 12=24\pi\ (\text{cm})$

이므로 원뿔의 밑면인 원의 둘레의 길이는

$24\pi\times\frac{1}{3}=8\pi\ (\text{cm})$

원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=8\pi\qquad \therefore r=4$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times 4^2+\pi\times 4\times 12=16\pi+48\pi=64\pi\ (\text{cm}^2)$

54 답 $\frac{40}{3}$분

주어진 물통의 부피는

$\left(\pi\times 4^2\times\frac{150}{360}\right)\times 8=\frac{160}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

따라서 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은

$\frac{160}{3}\pi\div 4\pi=\frac{160}{3}\pi\times\frac{1}{4\pi}=\frac{40}{3}$(분)

55 답 48분

원뿔 모양의 그릇의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 12=144\pi\ (\text{cm}^3)$

따라서 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은

$144\pi\div 3\pi=48$(분)

56 답 130분

5분 동안 넣은 물의 양은

$\frac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 3=4\pi\ (\text{m}^3)$ …… ❶

즉 1분에 $\frac{4}{5}\pi\ \text{m}^3$씩 물을 넣고 있다. …… ❷

이때 수조의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 9=108\pi\ (\text{m}^3)$

이므로 수조를 가득 채우기 위해 더 넣어야 하는 물의 양은

$108\pi-4\pi=104\pi\ (\text{m}^3)$ …… ❸

따라서 물을 가득 채우려면

$104\pi\div\frac{4}{5}\pi=104\pi\times\frac{5}{4\pi}=130$(분)

동안 물을 더 넣어야 한다. …… ❹

채점 기준	비율
❶ 5분 동안 넣은 물의 양 구하기	30 %
❷ 1분 동안 넣은 물의 양 구하기	20 %
❸ 수조를 가득 채우기 위해 더 넣어야 하는 물의 양 구하기	30 %
❹ 물을 가득 채우려면 몇 분 동안 물을 더 넣어야 하는지 구하기	20 %

57 답 12

물의 높이가 x cm일 때의 물의 부피는 물의 높이가 10 cm인 물의 부피와 쇠구슬의 부피의 합과 같으므로

$(\pi\times 12^2)\times x=(\pi\times 12^2)\times 10+\frac{4}{3}\pi\times 6^3$

$144\pi x=1728\pi\qquad \therefore x=12$

58 답 $\frac{32}{3}$ cm

[전략] 넘친 물의 부피는 쇠구슬 3개의 부피와 같음을 이용한다.

원기둥 모양의 그릇의 부피는

$(\pi\times 9^2)\times 12=972\pi\ (\text{cm}^3)$

쇠구슬 3개의 부피는

$\left(\frac{4}{3}\pi\times 3^3\right)\times 3=108\pi\ (\text{cm}^3)$

원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 부피는

$972\pi-108\pi=864\pi\ (\text{cm}^3)$

이므로 그릇에 남아 있는 물의 높이를 x cm라 하면

$(\pi\times 9^2)\times x=864\pi$

$81\pi x=864\pi\qquad \therefore x=\frac{32}{3}$

따라서 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이는 $\frac{32}{3}$ cm이다.

59 답 7개

원기둥 모양의 그릇의 부피는

$(\pi\times6^2)\times9=324\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

이므로 빈 공간의 부피는

$324\pi-252\pi=72\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

이때 쇠구슬 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

따라서 $72\pi\div\frac{32}{3}\pi=72\pi\times\frac{3}{32\pi}=6.75$이므로 물이 넘치게 하려면 쇠구슬이 최소 7개가 필요하다.

60 답 원뿔의 부피 : $8\pi\ \mathrm{cm}^3$, 원기둥의 부피 : $24\pi\ \mathrm{cm}^3$

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{4}{3}\pi r^3=16\pi \qquad \therefore r^3=12$

원뿔과 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 r cm, 높이는 $2r$ cm이므로

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times r^2)\times2r=\frac{2}{3}\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\pi\times12=8\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(원기둥의 부피)$=(\pi\times r^2)\times2r=2\pi r^3$

$=2\pi\times12=24\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

다른 풀이

원기둥에 원뿔과 구가 꼭 맞게 들어갈 때

(원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)$=1:2:3$

이므로

(원뿔의 부피) : 16π : (원기둥의 부피)$=1:2:3$에서

(원뿔의 부피)$=16\pi\times\frac{1}{2}=8\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(원기둥의 부피)$=16\pi\times\frac{3}{2}=24\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

61 답 $54\pi\ \mathrm{cm}^3$

원기둥 모양의 통의 밑면의 반지름의 길이는 3 cm,

높이는 $6\times3=18$ (cm)이므로 통의 부피는

$(\pi\times3^2)\times18=162\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

공 1개의 부피는 $\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

따라서 빈 공간의 부피는

(통의 부피)$-$(공 3개의 부피)$=162\pi-36\pi\times3$

$=54\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

62 답 $8:1$

공의 반지름의 길이를 r이라 하면 원기둥 모양의 통의 밑면의 반지름의 길이는 $2r$, 높이는 $4r$이므로

통의 부피는 $\pi\times(2r)^2\times4r=16\pi r^3$

공 1개의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$

따라서 빈 공간의 부피는

(통의 부피)$-$(공 4개의 부피)$=16\pi r^3-\frac{4}{3}\pi r^3\times4=\frac{32}{3}\pi r^3$

$\therefore$ (빈 공간의 부피) : (공 한 개의 부피)

$=\frac{32}{3}\pi r^3:\frac{4}{3}\pi r^3=8:1$

63 답 ②

정육면체의 부피는 a^3

사각뿔의 부피는 $\frac{1}{3}a^3$

구의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}a$이므로 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{1}{2}a\right)^3=\frac{1}{6}\pi a^3$

$\therefore$ (정육면체의 부피) : (구의 부피) : (사각뿔의 부피)

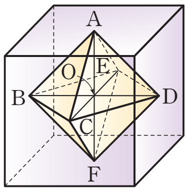
$=a^3:\frac{1}{6}\pi a^3:\frac{1}{3}a^3=6:\pi:2$

64 답 $288\ \mathrm{cm}^3$

정팔면체의 부피는 밑면이 두 대각선의 길이가 각각 12 cm인 정사각형이고, 높이가 6 cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같으므로

$\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times12\times12\right)\times6\right\}\times2=288\ (\mathrm{cm}^3)$

65 답 6 cm



주어진 정팔면체는 오른쪽 그림과 같이 사각형 BCDE를 밑면으로 하는 두 정사각뿔 A$-$BCDE와 F$-$BCDE를 붙여 놓은 것이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 사각형 BCDE의 두 대각선의 교점을 O라 하면

$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}=a$ cm, $\overline{OA}=\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{AF}=\frac{1}{2}a$ (cm) …… ❶

즉 정팔면체의 부피는 밑면이 두 대각선의 길이가 각각 a cm인 정사각형이고, 높이가 $\frac{1}{2}a$ cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같다.

$\therefore$ (정팔면체의 부피)$=$(사각뿔의 부피)$\times2$

$=\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times a\times a\right)\times\frac{1}{2}a\right\}\times2$

$=\frac{1}{6}a^3\ (\mathrm{cm}^3)$ …… ❷

이때 정팔면체의 부피가 $36\ \mathrm{cm}^3$이므로

$\frac{1}{6}a^3=36,\ a^3=216=6^3 \qquad \therefore a=6$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 6 cm이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 정팔면체를 이루는 사각뿔에서 밑면의 대각선의 길이와 높이 구하기	30 %
❷ 정팔면체의 부피 구하기	40 %
❸ 정육면체의 한 모서리의 길이 구하기	30 %

적중 & 심화 실전 TEST 117쪽~120쪽

01 답 겉넓이 : 216 cm^2, 부피 : 216 cm^3

(밑넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times3+8\times3=36\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(5+3+8+3+5)\times6=144\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=36\times2+144=216\ (\text{cm}^2)$

(부피)$=36\times6=216\ (\text{cm}^3)$

02 답 6바퀴

롤러를 한 바퀴 굴렸을 때 페인트가 칠해진 부분의 넓이는 원기둥 모양의 롤러의 옆넓이와 같으므로

$(2\pi\times3)\times16=96\pi\ (\text{cm}^2)$

따라서 $576\pi\div96\pi=6$이므로 롤러를 6바퀴 굴렸다.

03 답 $(335\pi+300)\text{ cm}^2$

[전략] 주어진 입체도형은 원기둥의 절반과 직육면체가 합쳐진 모양이다.

(겉넓이)$=\left\{\left(\pi\times5^2\times\frac{1}{2}\right)\times2+2\pi\times5\times\frac{1}{2}\times30\right\}$

$+\{(10\times2\pi)\times2+(2\pi+10+2\pi)\times30\}$

$=335\pi+300\ (\text{cm}^2)$

04 답 $266\pi\text{ cm}^2$

주어진 입체도형의 높이를 h cm라 하면

$\pi\times8^2\times h-\pi\times6^2\times h=210\pi$

$28\pi h=210\pi \qquad \therefore h=\frac{15}{2}$

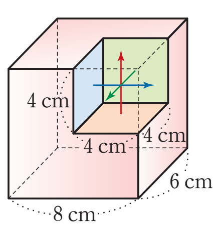
따라서 구하는 겉넓이는

$(\pi\times8^2-\pi\times6^2)\times2+2\pi\times6\times\frac{15}{2}+2\pi\times8\times\frac{15}{2}$

$=56\pi+90\pi+120\pi=266\pi\ (\text{cm}^2)$

05 답 320 cm^3

오른쪽 그림과 같이 잘린 단면을 이동시켜 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 자르기 전의 직육면체의 겉넓이와 같다.



자르기 전 직육면체의 높이를 h cm라 하면

$(8\times6)\times2+(8+6+8+6)\times h=320$

$96+28h=320,\ 28h=224 \qquad \therefore h=8$ ...... ❶

따라서 주어진 입체도형의 부피는

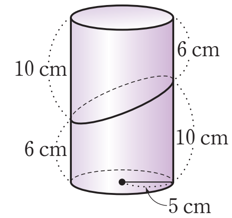
(자르기 전 직육면체의 부피)$-$(잘라 낸 정육면체의 부피)

$=8\times6\times8-4\times4\times4=384-64=320\ (\text{cm}^3)$ ...... ❷

채점 기준	비율
❶ 자르기 전 직육면체의 높이 구하기	60 %
❷ 주어진 입체도형의 부피 구하기	40 %

06 답 $200\pi\text{ cm}^3$

구하는 입체도형의 부피는 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm, 높이가 16 cm인 원기둥의 부피의 $\frac{1}{2}$이다.

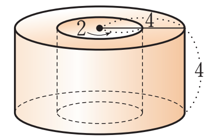


따라서 구하는 부피는

$\{(\pi\times5^2)\times16\}\times\frac{1}{2}=200\pi\ (\text{cm}^3)$

07 답 ⑤

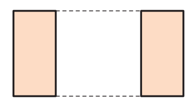
직사각형 ABCD를 y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



① (부피)$=(\pi\times4^2)\times4-(\pi\times2^2)\times4$

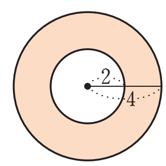
$=64\pi-16\pi=48\pi$

② 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다.



③ 자르는 방향에 따라 단면의 모양은 여러 가지이므로 합동이 아니다.

④ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다.



⑤ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이는

$\pi\times4^2-\pi\times2^2=12\pi$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

08 답 $\frac{343}{6}\text{ cm}^3$

[전략] 사각뿔 O$-$ABCD의 밑면의 모양은 정사각형이다.

사각뿔 O$-$ABCD의 밑면은 대각선의 길이가 7 cm인 정사각형이고, 높이가 7 cm이므로 그 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times7\times7\right)\times7=\frac{343}{6}\ (\text{cm}^3)$

09 답 693 cm^3

[전략] 잘라 낸 삼각뿔 한 개의 부피를 구하여 정육면체의 부피에서 8개의 삼각뿔의 부피를 뺀다.

정육면체의 부피는

$9\times9\times9=729\ (\text{cm}^3)$

잘라 낸 삼각뿔 한 개의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times3=\frac{9}{2}\ (\text{cm}^3)$

이때 잘라 낸 삼각뿔의 개수가 8이므로 구하는 부피는

$729-\frac{9}{2}\times8=693\ (\text{cm}^3)$

10 답 $\frac{26}{3}$ cm

[전략] [그림 1]에서 물이 담겨져 있는 모양은 높이가 13 cm인 삼각뿔이고, [그림 2]에서 물이 담겨져 있는 모양은 삼각기둥이다.

삼각기둥 모양의 그릇의 밑넓이를 S cm^2, [그림 2]의 물의 높이를 h cm라 하면 [그림 1]과 [그림 2]의 물의 양은 같으므로

$\frac{1}{3}\times S\times 13=Sh \qquad \therefore h=\frac{13}{3}$

따라서 [그림 2]에서 물이 없는 부분의 높이는

$13-\frac{13}{3}=\frac{26}{3}$ (cm)

11 답 15번

원뿔 모양의 그릇의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times 5=15\pi$ (cm^3)

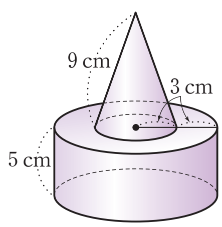
원기둥 모양의 그릇의 부피는

$(\pi\times 5^2)\times 9=225\pi$ (cm^3)

따라서 $225\pi\div 15\pi=15$이므로 원기둥 모양의 그릇에 모래를 가득 채우려면 15번 부어야 한다.

12 답 150π cm^2

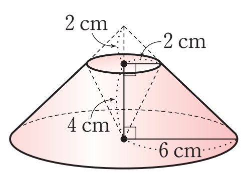
주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 원뿔과 원기둥이 붙어 있는 모양이므로 구하는 겉넓이는



$\pi\times 3\times 9+(\pi\times 6^2-\pi\times 3^2)$
$+(2\pi\times 6)\times 5+\pi\times 6^2$
$=27\pi+27\pi+60\pi+36\pi$
$=150\pi$ (cm^2)

13 답 64π cm^3

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 입체도형의 부피는 큰 원뿔의 부피에서 높이가 2 cm인 원뿔의 부피와 높이가 4 cm인 원뿔의 부피를 뺀 것과 같다.



따라서 구하는 부피는

$=\frac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 6-\frac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 2-\frac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 4$

$=72\pi-\frac{8}{3}\pi-\frac{16}{3}\pi=64\pi$ (cm^3)

14 답 (1) 125개 (2) 80 mL

(1) 반지름의 길이가 10 cm인 쇠구슬 한 개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times 10^3=\frac{4000}{3}\pi$ (cm^3)

반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬 한 개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times 2^3=\frac{32}{3}\pi$ (cm^3)

따라서 $\frac{4000}{3}\pi\div\frac{32}{3}\pi=125$이므로 반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬은 최대 125개 만들 수 있다. …… ❶

(2) 반지름의 길이가 10 cm인 쇠구슬의 겉넓이는

$4\pi\times 10^2=400\pi$ (cm^2)

이 쇠구슬의 표면을 칠하는 데 16 mL의 페인트가 사용되므로 1 cm^{2}의 표면을 칠하는 데 필요한 페인트의 양은

$\frac{16}{400\pi}=\frac{1}{25\pi}$ (mL) …… ❷

이때 반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬 한 개의 겉넓이는 $4\pi\times 2^2=16\pi$ (cm^2)이므로 이 쇠구슬 125개의 표면을 모두 칠하는 데 필요한 페인트의 양은

$(16\pi\times 125)\times\frac{1}{25\pi}=80$ (mL) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 만들 수 있는 반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬의 최대 개수 구하기	40 %
❷ 1 cm^{2}의 표면을 칠하는 데 필요한 페인트의 양 구하기	30 %
❸ 반지름의 길이가 2 cm인 모든 쇠구슬들의 표면을 칠하는 데 필요한 페인트 양 구하기	30 %

15 답 $\frac{514}{3}\pi$ cm^3

구하는 부피는

(원기둥의 부피)$-$(원뿔의 부피)$+$(반구의 부피)

$=(\pi\times 5^2)\times 4-\frac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times 4+\frac{4}{3}\pi\times 5^3\times\frac{1}{2}$

$=100\pi-12\pi+\frac{250}{3}\pi=\frac{514}{3}\pi$ (cm^3)

16 답 12 cm

칸막이가 있을 때의 물의 부피는

$30\times 15\times 8+20\times 15\times 18=3600+5400=9000$ (cm^3)

칸막이가 없을 때의 물의 높이를 h cm라 하면

$50\times 15\times h=9000$

$750h=9000 \qquad \therefore h=12$

따라서 구하는 물의 높이는 12 cm이다.

17 답 겉넓이 : 72 cm^2, 부피 : 20 cm^3

(바깥쪽 6개의 면의 겉넓이)$=(3\times 3-1\times 1)\times 6=48$ (cm^2)

(안쪽 6개의 구멍의 겉넓이)$=(1\times 1\times 4)\times 6=24$ (cm^2)

$\therefore$ (겉넓이)$=48+24=72$ (cm^2)

(처음 정육면체의 부피)$=3\times 3\times 3=27$ (cm^3)

(사각기둥 모양인 구멍 1개의 부피)$=1\times 1\times 3=3$ (cm^3)

$\therefore$ (부피)$=$(처음 정육면체의 부피)
$-$(사각기둥 모양인 구멍 1개의 부피)$\times 3$
$+$(한가운데에 있는 정육면체의 부피)$\times 2$
$=27-3\times 3+(1\times 1\times 1)\times 2=20$ (cm^3)

18 답 $\frac{128}{\pi}\left(1-\frac{2}{\pi}\right)$ cm^3

[전략] 원기둥의 전개도에서 옆면인 직사각형의 가로의 길이가 밑면인 원의 둘레의 길이와 같음을 이용한다.

원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=8 \qquad \therefore r=\frac{4}{\pi}$

이때 원기둥의 높이를 h cm라 하면

$h=8-4r=8-4\times\frac{4}{\pi}=8-\frac{16}{\pi}$

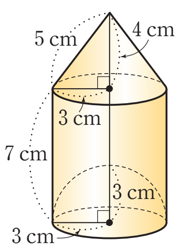
따라서 구하는 원기둥의 부피는

$\pi\times\left(\frac{4}{\pi}\right)^2\times\left(8-\frac{16}{\pi}\right)=\frac{128}{\pi}\left(1-\frac{2}{\pi}\right)$ (cm^3)

19 답 10000원

[전략] 1 cm^{2}를 칠하는 데 필요한 페인트의 양을 구하여 입체도형의 표면을 칠하는 데 필요한 페인트의 양을 구해 본다.

생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 입체도형의 겉넓이는



$\pi\times3\times5+(2\pi\times3)\times7+(4\pi\times3^2)\times\frac{1}{2}$

$=15\pi+42\pi+18\pi=75\pi$ (cm^2)

이때 1 cm^{2}를 칠하는 데 필요한 페인트의 양은 $\frac{100}{10\pi}=\frac{10}{\pi}$ (mL)이므로 75π cm^{2}를 칠하는 데 필요한 페인트의 양은

$75\pi\times\frac{10}{\pi}=750$ (mL)

따라서 큰 통 2개 또는 큰 통 1개와 작은 통 2개 또는 작은 통 4개를 사야 하므로 최소 비용은 큰 통 2개의 가격인 10000원이다.

20 답 5바퀴

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면

$\pi\times4^2+\pi\times4\times l=96\pi$

$4\pi l=80 \qquad \therefore l=20$ …… ❶

즉 반지름의 길이가 20 cm인 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times20=40\pi$ (cm) …… ❷

원뿔의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times4=8\pi$ (cm) …… ❸

따라서 $40\pi\div8\pi=5$이므로 원뿔은 5바퀴 회전한 후 처음의 자리로 되돌아온다. …… ❹

채점 기준	비율
❶ 원뿔의 모선의 길이 구하기	40 %
❷ 원 O의 둘레의 길이 구하기	20 %
❸ 원뿔의 밑면의 둘레의 길이 구하기	20 %
❹ 원뿔이 몇 바퀴 회전한 후 처음의 자리로 되돌아오는지 구하기	20 %

21 답 70분

2분 동안 넣은 물의 양은

$\frac{1}{3}\times(2\times2)\times3=4$ (cm^3)

즉 1분에 $\frac{4}{2}=2$ (cm^3)씩 물을 넣고 있다.

이때 사각뿔 모양의 그릇의 부피는

$\frac{1}{3}\times(6\times6)\times12=144$ (cm^3)

이므로 그릇을 가득 채우기 위해 더 넣어야 하는 물의 양은

$144-4=140$ (cm^3)

따라서 물을 가득 채우려면 $140\div2=70$(분) 동안 물을 더 넣어야 한다.

22 답 3 cm

원기둥 모양의 그릇의 부피는

$(\pi\times6^2)\times12=432\pi$ (cm^3)

구 모양의 쇠구슬 한 개의 반지름의 길이를 r cm라 하면 그 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$ cm^{3}이므로 채워져 있는 물의 부피는

$432\pi-\frac{4}{3}\pi r^3\times3=432\pi-4\pi r^3$ (cm^3)

따라서 $(432\pi-4\pi r^3):\frac{4}{3}\pi r^3=9:1$이므로

$432\pi-4\pi r^3=12\pi r^3$, $16\pi r^3=432\pi$

$r^3=27 \qquad \therefore r=3$

따라서 쇠구슬 한 개의 반지름의 길이는 3 cm이다.

다른 풀이

채워져 있는 물의 부피와 쇠구슬 한 개의 부피의 비가 9 : 1이므로 원기둥 모양의 그릇의 부피와 쇠구슬 한 개의 부피의 비는

$(9+1+1+1):1=12:1$

이때 원기둥 모양의 그릇의 부피는 $(\pi\times6^2)\times12=432\pi$ (cm^3)

이므로 쇠구슬 한 개의 부피는 $432\pi\times\frac{1}{12}=36\pi$ (cm^3)

쇠구슬 한 개의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{4}{3}\pi r^3=36\pi$, $r^3=27 \qquad \therefore r=3$

따라서 쇠구슬 한 개의 반지름의 길이는 3 cm이다.

23 답 54π cm^3

[전략] 야구공 한 개의 반지름의 길이를 구하여 원기둥 모양의 투명 용기의 높이를 구해 본다.

야구공 한 개의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$4\pi r^2=36\pi$, $r^2=9 \qquad \therefore r=3\ (\because r>0)$

즉 원기둥 모양의 투명 용기의 반지름의 길이는 3 cm이고, 높이는 $(3\times2)\times3=18$ (cm)이므로 빈 공간의 부피는

(원기둥 모양의 투명 용기의 부피)$-$(야구공 3개의 부피)

$=(\pi\times3^2)\times18-\left(\frac{4}{3}\pi\times3^3\right)\times3$

$=162\pi-108\pi=54\pi$ (cm^3)

학교 시험 최상위 기출 도전 121쪽~122쪽

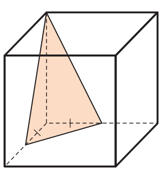
01 답 90

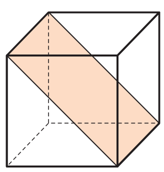
[전략] 정십이면체의 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수를 이용한다.

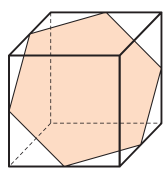
정십이면체에서 각 모서리의 중점을 이어서 만들어지는 삼각뿔을 각 꼭짓점에서 잘라 내면 정십이면체의 모서리는 모두 사라지고 각 꼭짓점마다 3개의 모서리가 생긴다. 또 정십이면체의 꼭짓점은 모두 사라지고 정십이면체의 모서리의 개수만큼 꼭짓점이 생긴다.
따라서 잘라 내고 남은 입체도형의 모서리의 개수는
(정십이면체의 꼭짓점의 개수)$\times 3 = 20 \times 3 = 60$
잘라 내고 남은 입체도형의 꼭짓점의 개수는 정십이면체의 모서리의 개수와 같으므로 30이다.
따라서 구하는 개수의 합은 $60+30=90$

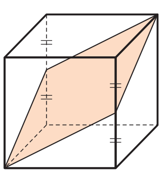
02 답 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦, ㉧, ㉨

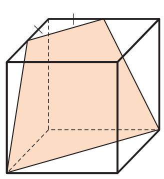
[전략] 각 단면의 모양이 나올 수 있도록 정육면체를 평면으로 자른다.

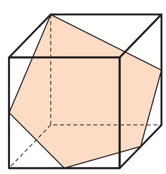
㉠

이등변삼각형

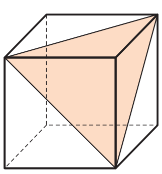
㉡

직사각형

㉤

육각형

㉥

마름모

㉦

사다리꼴

㉧

오각형

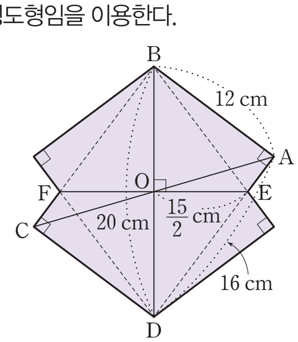
㉨

정삼각형

따라서 단면이 되는 것은 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦, ㉧, ㉨이다.

03 답 $234\ \text{cm}^2$

[전략] 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형임을 이용한다.

회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이므로 오른쪽 그림과 같다.



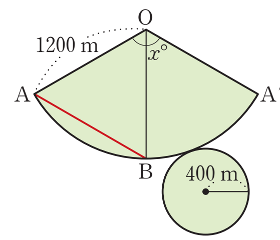
이때 $\triangle OEA \equiv \triangle OFC$
(ASA 합동)이므로
$\overline{OE}=\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{EF}=\frac{15}{2}$ (cm)

$\therefore$ (단면의 넓이)
$=2\times(\triangle ABD \times 2 - \triangle EBD)$
$=2\times\left\{\left(\frac{1}{2}\times 12\times 16\right)\times 2-\left(\frac{1}{2}\times 20\times\frac{15}{2}\right)\right\}$
$=2\times(192-75)=234\ (\text{cm}^2)$

04 답 1200 m

[전략] 원뿔의 전개도에서 도착점은 옆면인 부채꼴의 호의 중점이다.

원뿔 모양의 산의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 출발점을 A, 도착점을 B라 하면 최단 거리의 등산로는 $\overline{AB}$이다.



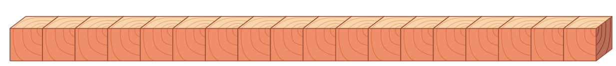
옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면
$2\pi \times 1200 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 400 \qquad \therefore x=120$
$\widehat{AB}=\widehat{BA'}$이므로
$\angle AOB = \frac{1}{2}\angle AOA' = \frac{1}{2}\times 120° = 60°$
이때 $\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 60°$
따라서 $\triangle OAB$는 정삼각형이므로 등산로의 길이는 1200 m이다.

05 답 $42\ \text{cm}^2$

[전략] 쌓기나무를 가로로 a개, 세로로 b개, 위로 c개 쌓았다고 하고, 18을 세 자연수의 곱으로 나타낸다.

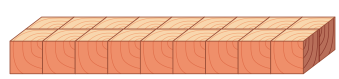
쌓기나무를 가로로 a개, 세로로 b개, 위로 c개 쌓았다고 하면
$18=18\times 1\times 1=9\times 2\times 1=6\times 3\times 1=3\times 3\times 2$이므로
다음과 같이 4가지의 직육면체를 만들 수 있다.

(i) $a\times b\times c=18\times 1\times 1$일 때



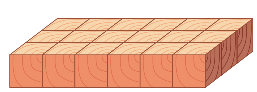
$\therefore$ (겉넓이)$=18\times 4+1\times 2=74\ (\text{cm}^2)$

(ii) $a\times b\times c=9\times 2\times 1$일 때



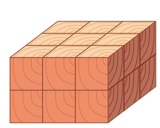
$\therefore$ (겉넓이)$=18\times 2+9\times 2+2\times 2=58\ (\text{cm}^2)$

(iii) $a\times b\times c=6\times 3\times 1$일 때



$\therefore$ (겉넓이)$=18\times 2+6\times 2+3\times 2=54\ (\text{cm}^2)$

(iv) $a\times b\times c=3\times 3\times 2$ 일 때



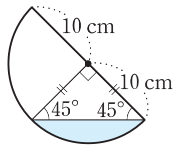
$\therefore$ (겉넓이)$=9\times 2+6\times 4=42\ (\text{cm}^2)$

(i)~(iv)에서 겉넓이가 최소가 되는 직육면체의 겉넓이는 $42\ \text{cm}^2$이다.

06 답) $(750\pi-1500)\,\text{cm}^3$

[전략] 통에 남아 있는 물의 밑면의 모양을 파악한다.

통에 남아 있는 물의 밑면은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로



(색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times10^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times10\times10$

$=25\pi-50\ (\text{cm}^2)$

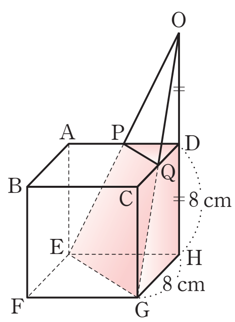
따라서 통에 남아 있는 물의 양은

$(25\pi-50)\times30=750\pi-1500\ (\text{cm}^3)$

07 답) $\frac{448}{3}\,\text{cm}^3$

[전략] 작은 쪽의 입체도형은 삼각뿔대이므로 $\overline{\text{QD}}$와 $\overline{\text{PD}}$의 길이를 알면 이 삼각뿔대의 부피를 구할 수 있다.

작은 쪽의 입체도형은 오른쪽 그림의 색칠한 부분으로 삼각뿔대이다.



$\triangle$QDO와 $\triangle$QCG에서

$\overline{\text{DO}}=\overline{\text{CG}}$, $\angle\text{QDO}=\angle\text{QCG}=90°$,

$\angle\text{QOD}=\angle\text{QGC}$ (엇각)

이므로 $\triangle\text{QDO}\equiv\triangle\text{QCG}$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{\text{QD}}=\overline{\text{QC}}=\frac{1}{2}\times8=4\ (\text{cm})$

또 $\triangle$PDO와 $\triangle$PAE에서

$\overline{\text{DO}}=\overline{\text{AE}}$, $\angle\text{PDO}=\angle\text{PAE}=90°$, $\angle\text{POD}=\angle\text{PEA}$ (엇각)

이므로 $\triangle\text{PDO}\equiv\triangle\text{PAE}$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{\text{PD}}=\overline{\text{PA}}=\frac{1}{2}\times8=4\ (\text{cm})$

따라서 작은 쪽의 입체도형의 부피는

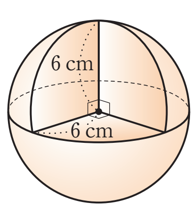
$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times16-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times8$

$=\frac{512}{3}-\frac{64}{3}=\frac{448}{3}\ (\text{cm}^3)$

08 답) $252\pi\,\text{cm}^3$

[전략] 줄을 팽팽하게 당겼을 때 방울이 움직일 수 있는 공간을 그려 본다.

방울이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 구의 $\frac{7}{8}$이다.



따라서 방울이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는 $\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{7}{8}=252\pi\ (\text{cm}^3)$

5 자료의 정리와 해석

01 | 대푯값

개념 확인 124쪽

01 답) 4.7

$(\text{평균})=\frac{3+4+2+6+7+5+4+5+6+5}{10}=\frac{47}{10}=4.7$

$\therefore\ a=4.7$

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7

이므로 $(\text{중앙값})=\frac{5+5}{2}=5$ $\quad\therefore\ b=5$

또 변량 중에 5가 3번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 5이다.

$\therefore\ c=5$

$\therefore\ a+b-c=4.7+5-5=4.7$

02 답) 8

주어진 자료의 중앙값은 5이고 평균과 중앙값이 같으므로

$\frac{2+4+5+6+x}{5}=5$

$17+x=25$ $\quad\therefore\ x=8$

03 답) 14

a를 제외한 모든 변량이 한 번씩 나타나고 최빈값이 16이므로

$a=16$

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

10, 11, 12, 13, 15, 16, 16, 17

이므로 $(\text{중앙값})=\frac{13+15}{2}=14$

04 답) ②

② 변량 중에 300과 같이 다른 변량들과 차이가 매우 큰 값, 즉 극단적인 값이 있으므로 평균을 대푯값으로 사용하기에 적절하지 않다.

적중 & 심화 유형 연습 125쪽~129쪽

01 답) 92점

6회째 시험에서 x점을 받았다고 하면

$\frac{80+76+90+68+86+x}{6}=82$

$400+x=492$ $\quad\therefore\ x=92$

따라서 6회째 시험에서 92점을 받아야 한다.

02 답 5

변량 a, b, c, d의 평균이 4이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=4$ $\therefore a+b+c+d=16$

따라서 변량 $a+6$, $b-3$, $c+2$, $d-1$의 평균은

$\frac{(a+6)+(b-3)+(c+2)+(d-1)}{4}$

$=\frac{(a+b+c+d)+4}{4}$

$=\frac{16+4}{4}=5$

03 답 172 cm

학생 10명의 키의 평균이 165 cm이므로 학생 10명의 키의 총합은

$165\times10=1650$ (cm)

학생 3명이 전학을 간 후 나머지 학생 7명의 키의 평균이 162 cm이므로 나머지 학생 7명의 키의 총합은

$162\times7=1134$ (cm)

따라서 전학을 간 학생 3명의 키의 총합은

$1650-1134=516$ (cm)

이므로 전학을 간 학생 3명의 키의 평균은

$\frac{516}{3}=172$ (cm)

04 답 15

1, 2, 3, 4, 5, 6, x의 중앙값이 4이므로 $x\ge4$

따라서 가능한 x의 값은 4, 5, 6이므로 그 합은

$4+5+6=15$

05 답 10

6, 7, 8, 12, 15, x의 중앙값이 9시간이므로 $8<x<12$

따라서 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 8, x, 12, 15

이므로 $\frac{8+x}{2}=9$

$8+x=18$ $\therefore x=10$

100점 TIP

변량의 개수가 6이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균이다.

먼저 x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 8, 12, 15

$x\le8$이면 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균은 8보다 작거나 같아지므로 중앙값은 9시간이 아니다.

또 $x\ge12$이면 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균은 $\frac{8+12}{2}=10$

이므로 중앙값은 9시간이 아니다.

따라서 x의 값의 범위는 $8<x<12$임을 알 수 있다.

06 답 148.5

주어진 자료는 3×1, 3×2, 3×3, $\cdots$, 3×97, 3×98의 98개이므로 중앙값은 49번째, 50번째에 있는 두 값의 평균이다.

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{3\times49+3\times50}{2}=148.5$

07 답 ②

한지우가 11표로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 한지우이다.

주의

이 자료는 숫자로 나타나지 않는 자료이므로 최빈값은 이름으로 답해야 한다.

08 답 24

평균이 5이므로

$\frac{3+4+9+4+2+7+a+b}{8}=5$

$29+a+b=40$ $\therefore a+b=11$

이때 최빈값이 3과 4이고 3은 한 번, 4는 두 번 나타나므로 a와 b 둘 중 하나는 3이다.

따라서 $a=3$이면 $b=8$, $b=3$이면 $a=8$이므로

$ab=3\times8=24$

09 답 $a=3$, $b=7$

평균이 6.5시간이므로

$\frac{5+a+6+9+8+b+8+6}{8}=6.5$

$42+a+b=52$ $\therefore a+b=10$ …… ❶

이때 a, b는 자연수이고 $a<b$이므로 $a+b=10$을 만족하는 a, b의 값을 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 9)$, $(2, 8)$, $(3, 7)$, $(4, 6)$ …… ❷

그런데 (a, b)가 $(1, 9)$, $(2, 8)$, $(4, 6)$이면 최빈값이 두 개가 아니므로

$a=3$, $b=7$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $a+b$의 값 구하기	40 %
❷ $a+b=10$을 만족하는 $a<b$인 순서쌍 (a, b)를 모두 구하기	20 %
❸ a, b의 값 구하기	40 %

참고

(i) $a=1$, $b=9$이면 최빈값은 6, 8, 9의 3개

(ii) $a=2$, $b=8$이면 최빈값은 8의 1개

(iii) $a=4$, $b=6$이면 최빈값은 6의 1개

10 답 9.2

(평균)$=\frac{6\times2+7\times4+8\times5+9\times6+10\times3}{20}=\frac{164}{20}=8.2$(점)

$\therefore a=8.2$

변량의 개수가 20이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 10번째, 11번째에 있는 두 값의 평균이다.

즉 (중앙값)$=\frac{8+8}{2}=8$(점) $\therefore b=8$

최빈값은 9점이 6명으로 가장 많으므로 9점이다. $\therefore c=9$

$\therefore a-b+c=8.2-8+9=9.2$

11 답 6.5

변량의 개수가 24이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 12번째, 13번째에 있는 두 값의 평균이다.

즉 (중앙값)$=\frac{3+4}{2}=3.5$(회) $\therefore a=3.5$

최빈값은 3회가 7명으로 가장 많으므로 3회이다. $\therefore b=3$

$\therefore a+b=3.5+3=6.5$

12 답 ㉠, ㉢, ㉣

㉠ 만족도를 조사한 학생 수는
$2+4+5+3+1=15$(명)

㉡ 변량의 개수가 15이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째 값인 3점이다.

㉢ 최빈값은 3점이 5명으로 가장 많으므로 3점이다.

㉣ (평균)$=\frac{1\times2+2\times4+3\times5+4\times3+5\times1}{15}=\frac{42}{15}=2.8$(점)
즉 평균이 최빈값보다 작다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

13 답 6

주어진 자료에서 7을 제외한 변량은 모두 1개씩이므로 x의 값에 관계없이 이 자료의 최빈값은 7이다.

이때 평균과 최빈값이 같으므로

$\frac{7+16+3+4+7+x+6+7}{8}=7$

$50+x=56$ $\therefore x=6$

14 답 8

변량의 개수가 6이므로 중앙값은 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균이다.

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{5+7}{2}=6$

이때 평균과 중앙값이 같으므로

$\frac{2+3+5+7+x+11}{6}=6$

$28+x=36$ $\therefore x=8$

15 답 31

변량의 개수가 6이므로 중앙값은 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균이다.

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{x+14}{2}$ …… ❶

이때 최빈값이 한 개이고 x와 y를 제외한 변량이 모두 한 번씩 나타나므로 최빈값은 x와 y 둘 중 하나이다.

(ⅰ) 최빈값이 x일 때

중앙값과 최빈값이 같으므로 $\frac{x+14}{2}=x$

$x+14=2x$ $\therefore x=14$

이때 평균도 14이므로

$\frac{10+13+14+14+16+y}{6}=14$

$67+y=84$ $\therefore y=17$ …… ❷

(ⅱ) 최빈값이 y일 때

$y=16$이고 중앙값과 최빈값이 같으므로 $\frac{x+14}{2}=16$

$x+14=32$ $\therefore x=18$

그런데 이것은 $13\le x\le14$를 만족하지 않는다. …… ❸

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x+y=14+17=31$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ 중앙값을 x를 사용한 식으로 나타내기	20 %
❷ 최빈값이 x일 때, x, y의 값 구하기	40 %
❸ 최빈값이 y일 때, 조건을 만족하지 않음을 보이기	30 %
❹ $x+y$의 값 구하기	10 %

16 답 23

[전략] 자료의 중앙값이 주어졌을 때에는 먼저 변량을 작은 값부터 크기 순으로 나열한다.

9, 11, 15, 20, a의 중앙값이 a가 되려면 $11\le a\le15$ …… ㉠

8, 12, 13, 16, a의 중앙값이 12가 되려면 $a\le12$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 모두 만족하는 자연수 a의 값은 11, 12이므로 그 합은 $11+12=23$

17 답 3

조건 ㈎에서 25, 35, 38, a의 중앙값이 30이고 $\frac{25+35}{2}=30$이므로 $a\le25$

조건 ㈏에서 10, 15, 23, 26, a의 중앙값이 23이므로 $a\ge23$

따라서 두 조건을 모두 만족하는 자연수 a는 23, 24, 25의 3개이다.

18 답 34

자료 A의 중앙값이 16이므로 $a=16$

두 자료 A, B를 섞은 전체 자료는

10, 13, 15, 16, 19, 19, 20, $b-1$, b

이때 변량의 개수가 9이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째에 있는 값이다.

즉 $b-1=17$ $\therefore b=18$

$\therefore a+b=16+18=34$

19 답 ②, ⑤

① 자료 C의 평균은

$\frac{1+2+4+3+3+2+1+1+2+3}{10}=\frac{22}{10}=2.2$

② 자료 B의 중앙값은 $\frac{6+7}{2}=6.5$

③ 자료 C의 변량 중에 1이 3번, 2가 3번, 3이 3번 나타나므로 최빈값은 1, 2, 3의 3개이다.

④ 자료 A에는 극단적인 값인 150이 있으므로 평균을 대푯값으로 하는 것은 적절하지 않다.

⑤ 자료 C의 최빈값은 3개이므로 최빈값을 대푯값으로 하는 것은 적절하지 않다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

20 답 ㉡, ㉢

㉠ 자료 A에는 극단적인 값인 120이 있으므로 평균을 대푯값으로 하는 것은 적절하지 않다.

㉡ 자료 B에는 극단적인 값이 없으므로 평균이나 중앙값을 대푯값으로 하는 것이 적절하다.

㉢ 자료 C에서

(평균)$=\frac{15+18+20+18+19+16+18+20+19+17}{10}$

$=\frac{180}{10}=18$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

15, 16, 17, 18, 18, 18, 19, 19, 20, 20

이므로 (중앙값)$=\frac{18+18}{2}=18$

18이 3번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 18이다.

즉 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 같다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

21 답 10

최빈값이 a이고 10과 12는 각각 두 번씩 나타나므로 a는 10과 12 둘 중 하나이다.

(ⅰ) $a=10$일 때

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 10, 10, 10, 12, 12, 15, 16

이므로 (중앙값)$=\frac{10+12}{2}=11$

이것은 중앙값이 $a+1$이라는 조건을 만족한다.

(ⅱ) $a=12$일 때

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 10, 10, 12, 12, 12, 15, 16

이므로 (중앙값)$=\frac{12+12}{2}=12$

그런데 이것은 중앙값이 $a+1$이라는 조건을 만족하지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a=10$

22 답 43

$a\le b\le c$라 하자.

최빈값이 16이고 7이 두 번, 16이 한 번 나타나므로 a, b, c 중 적어도 두 개는 16이다.

(ⅰ) $a=b=c=16$일 때

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 7, 7, 13, 16, 16, 16, 16

이므로 (중앙값)$=\frac{13+16}{2}=14.5$

그런데 이것은 중앙값이 12라는 조건을 만족하지 않는다.

(ⅱ) a, b, c 중 두 개가 16일 때

중앙값이 12이므로 $b=c=16$이고 $7<a<13$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 7, 7, a, 13, 16, 16, 16

이므로 (중앙값)$=\frac{a+13}{2}=12$

$a+13=24$ $\quad\therefore a=11$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a+b+c=11+16+16=43$

참고

(ⅱ) $a=b=16$인 경우 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 7, 7, 13, 16, 16, 16, c

이므로 (중앙값)$=\frac{13+16}{2}=9.5$

그런데 이것은 중앙값이 12라는 조건을 만족하지 않는다.

23 답 73.5점

학생 47명의 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 24번째 학생의 점수가 중앙값이므로 24번째 학생의 점수는 74점이다.

이 반에 영어 점수가 73점인 학생이 들어왔을 때, 학생 48명의 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 24번째, 25번째 학생의 점수가 각각 73점, 74점이고, 이 두 값의 평균이 중앙값이다.

따라서 학생 48명의 영어 점수의 중앙값은

$\frac{73+74}{2}=73.5$(점)

24 답 ㉡, ㉢

㉠ 추가한 변량에 따라 평균은 변할 수도 있고 변하지 않을 수도 있다.

㉡ 8개의 변량 1, 3, 4, 6, 6, 6, 7, 9의 중앙값은 $\frac{6+6}{2}=6$

추가한 변량을 x라 할 때, $x<6$이면 9개의 변량 1, 3, 4, x, 6, 6, 6, 7, 9의 중앙값은 6이고 $x\ge 6$이면 9개의 변량 1, 3, 4, 6, 6, 6, x, 7, 9의 중앙값도 6이다.

즉 중앙값은 변하지 않는다.

㉢ 8개의 변량에서 6이 3번으로 가장 많이 나타나고 나머지는 한 번씩 나타나므로 한 개의 변량이 추가되더라도 최빈값은 6으로 변하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

25 답 ㉡, ㉢

㉠ 최빈값의 변화는 알 수 없다.

㉡ 전학 간 선수의 키를 x cm라 하면 기존 배구팀 선수들의 키의 합은 $179 \times 13 = 2327$ (cm)이므로 새로운 배구팀 선수들의 키의 합은

$2327 - x + 179 = 2506 - x$ (cm)

이때 새로운 배구팀 선수들의 키의 평균이 180 cm이므로

$\frac{2506 - x}{13} = 180$

$2506 - x = 2340 \qquad \therefore x = 166$

따라서 전학 간 선수의 키는 166 cm이다.

㉢ 기존 배구팀 선수 13명의 키의 중앙값이 178 cm이었는데 중앙값보다 작은 키의 선수가 전학을 가고 중앙값보다 큰 키의 선수가 합류되었으므로 새로운 중앙값은 178 cm보다 크거나 같다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

참고

전학 온 학생의 키가 179 cm이므로 새로운 중앙값을 k라 할 때, k의 값의 범위는

$178 \le k \le 179$

26 답 89점

[전략] 4회에 걸쳐 받은 수학 점수를 작은 값부터 a점, b점, c점, d점이라 하고, 중앙값과 최빈값을 이용하여 c, d의 값을 구한다.

최빈값이 95점이므로 4회에 걸쳐 받은 수학 점수 중 적어도 두 개는 95점이다.

이때 4회에 걸쳐 받은 수학 점수를 작은 값부터 a점, b점, c점, d점이라 하면 중앙값이 94점이므로 $c = d = 95$이고 $\frac{b + 95}{2} = 94$

$b + 95 = 188 \qquad \therefore b = 93$

평균이 93점이므로

$\frac{a + 93 + 95 + 95}{4} = 93$

$a + 283 = 372 \qquad \therefore a = 89$

따라서 가장 낮은 점수는 89점이다.

27 답 85점

(다)에서 최빈값은 1개로 70점이므로 학생 5명의 영어 점수 중 적어도 두 개는 70점이어야 한다.

따라서 (나), (다), (라)에 의해 학생 5명의 영어 점수를 70점, 70점, 75점, 80점, x점이라 하면 (가)에서 평균이 76점이므로

$\frac{70 + 70 + 75 + 80 + x}{5} = 76$

$295 + x = 380 \qquad \therefore x = 85$

그러므로 학생 5명 중 영어 점수가 가장 높은 학생의 점수는 85점이다.

28 답 2

(다)에서 최빈값이 5이므로 6번 던져 나온 눈의 수 중 적어도 두 개는 5이어야 한다. 이때 중앙값이 4.5이므로 6개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째 변량은 4, 4번째 변량은 5이다.

즉 (나), (다)에 의해 6개의 변량 중 4개의 변량은 1, 4, 5, 5이다.

나머지 두 변량을 x, y $(x < y)$라 하면 평균이 4이므로

$\frac{1 + 4 + 5 + 5 + x + y}{6} = 4$

$15 + x + y = 24 \qquad \therefore x + y = 9$

$x + y = 9$를 만족하는 x, y의 값을 순서쌍 (x, y)로 나타내면

$(3, 6)$, $(4, 5)$

그런데 $x = 4$, $y = 5$이면 한 번도 나오지 않은 눈의 수가 2, 3, 6의 3개이므로 (가)를 만족하지 않는다.

$\therefore x = 3,\ y = 6$

따라서 한 번도 나오지 않는 눈의 수는 2이다.

29 답 22세

(나), (다), (라)에 의해 수학 동호회 회원의 나이를 작은 값부터 16세, a세, 18세, b세, c세, 25세라 하자.

(가)에서 중앙값이 20세이므로

$\frac{18 + b}{2} = 20 \qquad \therefore b = 22$ …… ❶

(마)에서 16세, a세, 18세, 22세, c세, 25세의 평균이 20세이므로

$\frac{16 + a + 18 + 22 + c + 25}{6} = 20$

$\therefore a + c = 39$ …… ㉠ …… ❷

이때 $16 < a \le 18$이고 a는 자연수이므로 $a = 17$ 또는 $a = 18$

(i) $a = 17$일 때, ㉠에서 $c = 22$

(ii) $a = 18$일 때, ㉠에서 $c = 21$

그런데 $22 \le c \le 25$이므로 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 $a = 17$, $c = 22$이므로 …… ❸

회원 6명의 나이의 최빈값은 22세이다. …… ❹

채점 기준	비율
❶ 수학 동호회 회원의 나이를 작은 값부터 16세, a세, 18세, b세, c세, 25세라 할 때, b의 값 구하기	30 %
❷ $a + c$의 값 구하기	20 %
❸ a, c의 값 구하기	30 %
❹ 회원 6명의 나이의 최빈값 구하기	20 %

적중 & 심화 실전 TEST

130쪽~131쪽

01 답 ③, ④

③ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하여 구한 중앙값과 큰 값부터 크기순으로 나열하여 구한 중앙값은 서로 같다.

④ 중앙값을 구할 때 반복되는 변량은 반복되는 변량의 개수만큼 나열하여 구한다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

02 답 ⑤

[A 역]

$(\text{평균})=\frac{8+6+4+6+6}{5}=\frac{30}{5}=6(\text{분})$

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 6, 6, 6, 8이므로 중앙값은 6분이다.

최빈값은 6분이 3번으로 가장 많이 나타나므로 6분이다.

[B 역]

$(\text{평균})=\frac{10+4+5+7+4}{5}=\frac{30}{5}=6(\text{분})$

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 4, 5, 7, 10이므로 중앙값은 5분이다.

최빈값은 4분이 2번으로 가장 많이 나타나므로 4분이다.

⑤ A 역과 B 역의 중앙값은 각각 6분과 5분으로 다르다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

03 답 32

평균이 11초이므로

$\frac{8+10+14+9+a+10+15+9+13+b}{10}=11$

$88+a+b=110 \qquad \therefore a+b=22$

이때 자료에서 a와 b를 제외했을 때, 변량 9와 10이 각각 두 번씩 나타나고 최빈값이 10초이므로 a와 b 둘 중 하나가 10이다.

즉 $a=10$이면 $b=12$, $b=10$이면 $a=12$

그런데 $a<b$이므로 $a=10$, $b=12$

$\therefore 2a+b=2\times10+12=32$

04 답 81점

주어진 자료를 차례대로 60, a, b, c, 85, d, e라 하면

가장 높은 점수가 95점이므로 $e=95$

중앙값이 82점이므로 $c=82$

최빈값이 75점과 95점이므로 $a=b=75$, $d=95$

$\therefore (\text{평균})=\frac{60+75+75+82+85+95+95}{7}=\frac{567}{7}=81(\text{점})$

05 답 1

$(\text{평균})=\frac{1\times5+2\times1+3\times2+4\times3+5\times1}{12}=\frac{30}{12}=2.5(\text{권})$

$\therefore a=2.5$ …… ❶

변량의 개수가 $5+1+2+3+1=12$이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 6번째, 7번째에 있는 두 값의 평균이다.

즉 $(\text{중앙값})=\frac{2+3}{2}=2.5(\text{권}) \qquad \therefore b=2.5$ …… ❷

최빈값은 1권이 5명으로 가장 많으므로 1권이다.

$\therefore c=1$ …… ❸

$\therefore a-b+c=2.5-2.5+1=1$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ c의 값 구하기	20 %
❹ $a-b+c$의 값 구하기	10 %

06 답 10

주어진 자료에서 x를 제외했을 때, 변량 7, 10, 12가 각각 두 번씩 나타나므로 이 자료의 최빈값은 x이다.

또 변량의 개수가 10이므로 중앙값은 5번째, 6번째에 있는 두 값의 평균이다.

$\therefore (\text{중앙값})=\frac{10+10}{2}=10$

이때 최빈값과 중앙값이 같으므로 $x=10$

$\therefore (\text{평균})=\frac{6+7+7+8+10+10+10+12+12+18}{10}$

$=\frac{100}{10}=10$

07 답 7

조건 (가)에서 5, 10, 13, 15, a의 중앙값이 10이므로 $a\le10$ …… ❶

조건 (나)에서 2, a, 14, 15, b의 중앙값이 13이므로 $b=13$ …… ❷

즉 2, a, 14, 15, 13의 평균이 $b-3=13-3=10$이므로

$\frac{2+a+14+15+13}{5}=10$

$44+a=50 \qquad \therefore a=6$ …… ❸

$\therefore b-a=13-6=7$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ a의 값의 범위 구하기	20 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ a의 값 구하기	40 %
❹ $b-a$의 값 구하기	10 %

08 답 ⑤

① $(\text{평균})=\frac{4+8+1+6+5+157+8}{7}=\frac{189}{7}=27(\text{개})$

② 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 4, 5, 6, 8, 8, 157이므로 중앙값은 6개이다.

③ 최빈값은 8이 두 번으로 가장 많이 나타나므로 8개이다.

④ 변량 중에 극단적인 값인 157이 있으므로 대푯값으로 평균은 적절하지 않다.

⑤ 3개의 변량 3, 6, 8을 추가한 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 1, 3, 4, 5, 6, 6, 8, 8, 8, 157이므로
$(\text{중앙값})=\frac{6+6}{2}=6(\text{개})$
즉 중앙값은 변하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

09 답 2

최빈값이 7이고 7과 9가 각각 두 번씩 나타나므로
$a+4=7$ 또는 $3a+1=7$
(ⅰ) $a+4=7$일 때
$a=3$이므로 $3a+1=3\times3+1=10$
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 7, 7, 7, 9, 9, 10, 10
이므로 (중앙값)$=\frac{7+9}{2}=8$
그런데 이것은 중앙값이 7이라는 조건을 만족하지 않는다.
(ⅱ) $3a+1=7$일 때
$3a=6$ $\quad\therefore a=2$
$a+4=2+4=6$이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 6, 7, 7, 7, 9, 9, 10
이므로 (중앙값)$=\frac{7+7}{2}=7$
이것은 중앙값이 7이라는 조건을 만족한다.
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 $a=2$

10 답 35회

학생 14명의 기록을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 7번째, 8번째에 있는 기록의 평균이 중앙값이므로 7번째 학생의 기록을 x회라 하면 $\frac{x+36}{2}=35$
$x+36=70$ $\quad\therefore x=34$
이때 기록이 35회인 학생을 한 명 더 포함시킬 때, 15명의 기록을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 8번째 학생의 기록이 35회이므로 중앙값은 35회이다.

11 답 7 cm

(가), (라), (마)에 의해 연희네 가족 중 3명의 키는
170 cm, 176 cm, 176 cm이다.
연희의 키와 나머지 한 명의 키를 각각 x cm, y cm라 하면
(다)에서 평균이 174 cm이므로
$\frac{170+176+176+x+y}{5}=174$
$522+x+y=870$ $\quad\therefore x+y=348$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
이때 x는 $x\geq177$인 자연수이므로 $x=177, 178, \cdots$일 때 y의 값을 찾으면 다음과 같다.
(ⅰ) $x=177$일 때, ㉠에서 $y=171$
(ⅱ) $x=178$일 때, ㉠에서 $y=170$
그런데 이것은 (가)를 만족하지 않는다.
(ⅲ) $x\geq179$일 때, ㉠에서 $y\leq169$
그런데 이것은 (가)를 만족하지 않는다.
(ⅰ)~(ⅲ)에서 연희의 키는 177 cm이므로 연희와 연희 동생의 키의 차는
$177-170=7$ (cm)

02 | 도수분포표와 그래프

개념 확인 133쪽

01 답 ①, ④

② 도수분포표에서 계급의 개수는 자료의 양에 따라 달라지지만 보통 5~15개 정도가 적당하다.
③ 변량에 따라 줄기와 잎은 두 자리 이상일 수 있다.
⑤ 도수분포다각형을 그릴 때, 표시하는 점의 개수는 계급의 개수보다 두 개 더 많다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

02 답 ④

④ 행사에 참가한 사람의 수는 $5+7+3+2=17$(명)
⑤ 나이가 20세 이상 40세 미만인 참가자의 수는
$7+3=10$(명)
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 답 ㉠, ㉡

㉢ 몸무게가 70 kg 이상인 학생 수는 2명, 60 kg 이상인 학생 수는 $2+6=8$(명), 50 kg 이상인 학생 수는 $8+15=23$(명)이므로 몸무게가 무거운 쪽에서 9번째인 학생이 속하는 계급은 50 kg 이상 60 kg 미만이다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

04 답 15

(계급의 크기)$=4-2=6-4=\cdots=14-12=2$(회)
$\therefore x=2$
(계급의 개수)$=$(직사각형의 개수)$=6$ $\quad\therefore y=6$
도수가 가장 큰 계급은 8회 이상 10회 미만이고 도수는 7명이다.
$\therefore z=7$
$\therefore x+y+z=2+6+7=15$

05 답 ④

① 계급의 개수는 5이다.
② (계급의 크기)$=20-10=30-20=\cdots=60-50=10$ (m)
③ (윤아네 반 전체 학생 수)$=2+4+8+7+6=27$(명)
④ 가장 멀리 던진 학생의 기록이 50 m 이상 60 m 미만인 것은 알 수 있지만 정확한 기록은 알 수 없다.
⑤ 공 던지기 기록이 24 m인 학생이 속하는 계급은
20 m 이상 30 m 미만이다.
따라서 도수분포다각형을 보고 알 수 없는 것은 ④이다.

적중 & 심화 유형 연습 134쪽~142쪽

01 답 ③

줄기와 잎 그림을 완성하면 다음과 같다.

(0|6은 6분)

줄기	잎
0	6 8 9
1	1 2 3 5
2	0 0 1 2 5 7 8
3	1 2 3 4 7
4	0 1

③ 통학 시간이 20분 미만인 학생은 7명이다.
⑤ 통학 시간이 가장 짧은 학생과 가장 긴 학생의 통학 시간은 각각 6분과 41분이므로 그 차는 $41-6=35$(분)
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

02 답 3

평균이 70점이므로

$$\frac{52+58+61+65+69+74+75+76+(80+a)+87}{10}=70$$

$697+a=700$ $\therefore a=3$

03 답 ④

① (전체 회원 수)$=5+3+6+2=16$(명)
② 홈런 수가 10개 미만인 회원은 5명이다.
③ 변량의 개수가 16이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째, 9번째에 있는 두 값의 평균이다.
$\therefore$ (중앙값)$=\frac{18+20}{2}=19$(개)
최빈값은 5개가 두 번으로 가장 많이 나타나므로 5개이다.
④ 홈런 수가 20개 미만인 타자 수는 8명이므로
$\frac{8}{16}\times100=50\ (\%)$
⑤ 줄기와 잎 그림에서는 회원들의 정확한 홈런 수를 알 수 있다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

04 답 25 %

줄기가 15인 학생 수는 10명이므로 줄기가 14인 학생 수는
$10\times\frac{3}{5}=6$(명)
전체 학생 수는 $1+6+10+8+3=28$(명)
따라서 키가 150 cm 이하인 학생 수는 $1+6=7$(명)이므로
$\frac{7}{28}\times100=25\ (\%)$

05 답 ④

① (남학생 수)$=3+4+4+3+1=15$(명)
(여학생 수)$=1+2+2+3+2=10$(명)
$\therefore$ (전체 학생 수)$=15+10=25$(명)
② 여학생에서 잎이 가장 많은 줄기는 5이다.
③ 줄넘기 횟수가 56회 이상인 남학생은 56회, 63회의 2명, 여학생은 57회, 64회, 68회의 3명이므로 여학생이 남학생보다 더 많다.
④ 줄넘기 횟수가 36회 이상 48회 이하인 학생은 36회, 36회, 38회, 41회, 43회, 44회, 47회, 48회의 8명이다.
⑤ 줄넘기 횟수가 여학생 중 4번째로 많은 학생의 횟수는 53회, 남학생 중 3번째로 많은 학생의 횟수는 52회이므로 같지 않다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

06 답 ③, ⑤

① (남학생 수)$=1+6+8+4+1=20$(명)
(여학생 수)$=7+8+3+2=20$(명)
즉 남학생 수와 여학생 수는 같다.
② 남학생의 잎이 여학생의 잎보다 대체로 줄기의 값이 큰 쪽에 치우쳐 있으므로 남학생이 여학생보다 대체로 무거운 편이다.
③ 남학생의 몸무게의 최빈값은 66 kg, 여학생의 몸무게의 최빈값은 56 kg으로 서로 다르다.
④ 몸무게가 가벼운 쪽에서 9번째인 학생의 몸무게는 50 kg으로 여학생이다.
⑤ 전체 학생 수는 $20+20=40$(명)이고 몸무게가 60 kg 이상 70 kg 미만인 학생 수는 11명이므로
$\frac{11}{40}\times100=27.5\ (\%)$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

07 답 ⑤

① (계급의 크기)$=80-60=100-80=\cdots=160-140=20$(분)
② $A=40-(4+9+12+5)=10$
④ 상영 시간이 120분 이상인 영화 수는 $10+5=15$(편)이므로
$\frac{15}{40}\times100=37.5\ (\%)$
⑤ 상영 시간이 140분 이상인 영화 수는 5편, 120분 이상인 영화 수는 $5+10=15$(편)이므로 상영 시간이 긴 쪽에서 15번째인 영화가 속하는 계급은 120분 이상 140분 미만이고 그 도수는 10편이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

100점 TIP

(1) (각 계급의 백분율)$=\frac{\text{(그 계급의 도수)}}{\text{(도수의 총합)}}\times100\ (\%)$

(2) (계급의 도수)$=$(도수의 총합)$\times\frac{\text{(그 계급의 백분율)}}{100}$

08 답 (1) 4 (2) 20 % (3) 6회 이상 9회 미만

(1) $A=30-(5+8+11+1+1)=4$ …… ❶

(2) 턱걸이 횟수가 9회 이상인 학생 수는 $4+1+1=6$(명)이므로

$\frac{6}{30}\times100=20\ (\%)$ …… ❷

(3) 턱걸이 횟수가 15회 이상인 학생 수는 1명, 12회 이상인 학생 수는 $1+1=2$(명), 9회 이상인 학생 수는 $2+4=6$(명), 6회 이상인 학생 수는 $6+11=17$(명)이므로 턱걸이 횟수가 많은 쪽에서 7번째인 학생이 속하는 계급은 6회 이상 9회 미만이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ A의 값 구하기	20 %
❷ 턱걸이 횟수가 9회 이상인 학생은 전체의 몇 %인지 구하기	40 %
❸ 턱걸이 횟수가 많은 쪽에서 7번째인 학생이 속하는 계급 구하기	40 %

09 답 9

필기도구의 수가 12개 이상 14개 미만인 계급의 도수가 $(A-5)$명이므로 $3+A+16+18+(A-5)=50$

$2A+32=50$, $2A=18$ $\quad\therefore A=9$

10 답 ④

② $1+2x+7+3x+x=20$이므로

$6x=12$ $\quad\therefore x=2$

즉 수학 점수가 70점 미만인 학생 수는

$1+2x=1+2\times2=5$(명)

③ 수학 점수가 80점 이상 90점 미만인 학생 수는 $3\times2=6$(명)이므로 도수가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이다.

④ 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는 2명이므로

$\frac{2}{20}\times100=10\ (\%)$

⑤ 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는 2명, 80점 이상인 학생 수는 $2+6=8$(명)이므로 수학 점수가 높은 쪽에서 4번째인 학생이 속하는 계급은 80점 이상 90점 미만이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

11 답 17명

책가방 무게가 9 kg 이상인 학생이 전체의 40 %이므로 그 학생 수는 $40\times\frac{40}{100}=16$(명)

따라서 책가방 무게가 6 kg 이상 9 kg 미만인 학생 수는

$40-(3+4+16)=17$(명)

12 답 1

달리기 기록이 9초 이상 11초 미만인 학생 수는 $(A+14)$명이므로

$\frac{A+14}{50}\times100=44$

$2A+28=44$, $2A=16$ $\quad\therefore A=8$

$\therefore B=50-(6+8+14+12+1)=9$

$\therefore B-A=9-8=1$

13 답 8명

연간 독서량이 40권 이상인 학생 수는 $5+2=7$(명)이므로

$\frac{7}{(\text{전체 학생 수})}\times100=35$ $\quad\therefore$ (전체 학생 수)$=20$(명)

따라서 연간 독서량이 30권 이상 40권 미만인 학생 수는

$20-(1+4+5+2)=8$(명)

14 답 (1) 14 (2) 180명

(1) (전체 학생 수)$=12+3x+54+2x+30+x=6x+96$(명)

이때 운동 시간이 20분 미만인 학생 수는 $(12+3x)$명이므로

$\frac{12+3x}{6x+96}\times100=30$ …… ❶

$1200+300x=180x+2880$

$120x=1680$ $\quad\therefore x=14$ …… ❷

(2) (전체 학생 수)$=6\times14+96=180$(명) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 조건을 이용하여 방정식 세우기	40 %
❷ x의 값 구하기	40 %
❸ 전체 학생 수 구하기	20 %

15 답 ③

① (전체 학생 수)$=4+7+6+3+2=22$(명)

② 봉사활동 시간이 8시간인 학생이 속하는 계급은 8시간 이상 10시간 미만이고 그 도수는 6명이다.

③ 봉사활동 시간이 12시간 이상인 학생 수는 2명, 10시간 이상인 학생 수는 $2+3=5$(명)이므로 봉사활동 시간이 많은 쪽에서 5번째인 학생이 속하는 계급은 10시간 이상 12시간 미만이고 계급값은 $\frac{10+12}{2}=11$(시간)

④ (직사각형의 넓이의 합)$=$(계급의 크기)$\times$(도수의 총합)

$=2\times22=44$

⑤ 봉사활동 시간이 8시간 미만인 학생 수는 $4+7=11$(명)이므로

$\frac{11}{22}\times100=50\ (\%)$

따라서 옳은 것은 ③이다.

참고

계급값 : 도수분포표에서 각 계급의 가운뎃값

➡ (계급값)$=\frac{(\text{계급의 양 끝 값의 합})}{2}$

16 답 (1) 2배 (2) 30 %

(1) 도수가 두 번째로 큰 계급의 직사각형의 넓이는 $1\times8=8$

도수가 두 번째로 작은 계급의 직사각형의 넓이는 $1\times4=4$

$\therefore 8\div4=2$(배)

(2) (전체 학생 수)$=3+6+8+9+4=30$(명)이고 달리기 기록이 18초 미만인 학생 수는 $3+6=9$(명)이므로

$\frac{9}{30}\times100=30\ (\%)$

참고

(1) 히스토그램에서 직사각형의 가로의 길이는 계급의 크기와 같으므로 두 직사각형의 넓이의 비를 구할 때는 세로의 길이, 즉 도수만 생각해도 된다.

17 답 80점

전체 학생 수는 $5+5+8+4+2=24$(명)이므로
영어 점수가 상위 25 % 이내에 드는 학생 수는
$24\times\frac{25}{100}=6$(명)
이때 영어 점수가 90점 이상인 학생 수는 2명, 80점 이상인 학생 수는 $2+4=6$(명)이므로 상위 25 % 이내에 들려면 최소 80점 이상의 점수를 받아야 한다.

18 답 ④

통학 시간이 25분 이상 30분 미만인 학생 수는
$30-(3+4+5+7+4+2)=5$(명)
① (계급의 크기)$=10-5=15-10=\cdots=40-35=5$(분)
③ 통학 시간이 30분 이상인 학생 수는 $4+2=6$(명)이므로
$\frac{6}{30}\times100=20$ (%)
④ 히스토그램에서 직사각형의 넓이가 가장 큰 계급은 도수가 가장 큰 계급이므로 20분 이상 25분 미만이다.
⑤ 통학 시간이 35분 이상인 학생 수는 2명, 30분 이상인 학생 수는 $2+4=6$(명), 25분 이상인 학생 수는 $6+5=11$(명)이므로 통학 시간이 긴 쪽에서 10번째인 학생이 속하는 계급은 25분 이상 30분 미만이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

19 답 35 %

기록이 17초 이상 18초 미만인 학생 수를 x명이라 하면 기록이 16초 이상 17초 미만인 학생 수는 $(x+2)$명이므로
$3+4+(x+2)+x+1=20$
$2x=10$ $\therefore x=5$ …… ❶
따라서 기록이 16초 이상 17초 미만인 학생 수는
$5+2=7$(명)이므로 …… ❷
$\frac{7}{20}\times100=35$ (%) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 기록이 17초 이상 18초 미만인 학생 수 구하기	50 %
❷ 기록이 16초 이상 17초 미만인 학생 수 구하기	20 %
❸ 기록이 16초 이상 17초 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구하기	30 %

20 답 8명

틀린 문제의 수가 2개 미만인 학생 수는 9명이므로
$\frac{9}{(\text{전체 학생 수})}\times100=36$
$\therefore$ (전체 학생 수)$=25$(명)
따라서 틀린 문제의 수가 2개 이상 4개 미만인 학생 수는
$25-(9+5+2+1)=8$(명)

21 답 ②, ⑤

① (전체 학생 수)$=2+5+12+8+2+1=30$(명)
② 계급의 개수는 6이다.
③ 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는 1명, 80점 이상인 학생 수는 $1+2=3$(명), 70점 이상인 학생 수는 $3+8=11$(명)이므로 수학 점수가 높은 쪽에서 5번째인 학생이 속하는 계급은 70점 이상 80점 미만이고 그 도수는 8명이다.
④ 도수가 가장 큰 계급은 60점 이상 70점 미만이고 그 도수는 12명이므로 $\frac{12}{30}\times100=40$ (%)
⑤ (도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)
$=$(계급의 크기)$\times$(도수의 총합)
$=10\times30=300$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

22 답 6 : 5

(도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)
$=$(계급의 크기)$\times$(도수의 총합)
에서 1반과 2반의 계급의 크기가 같으므로 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이의 비는 1반과 2반 각각의 도수의 총합, 즉 전체 학생 수의 비와 같다.
이때 1반의 전체 학생 수는 $5+7+10+8+6=36$(명),
2반의 전체 학생 수는 $1+5+8+11+5=30$(명)이므로
$S_1 : S_2=36 : 30=6 : 5$

23 답 (1) 3배 (2) 17초

(1) 기록이 18초 이상 19초 미만인 학생 수는 9명
기록이 14초 이상 15초 미만인 학생 수는 3명
$\therefore 9\div3=3$(배) …… ❶
(2) 전체 학생 수가 $3+6+7+10+9+4+1=40$(명)이므로
기록이 상위 40 % 이내에 드는 학생 수는
$40\times\frac{40}{100}=16$(명) …… ❷
이때 기록이 15초 미만인 학생 수는 3명, 16초 미만인 학생 수는 $3+6=9$(명), 17초 미만인 학생 수는 $9+7=16$(명)이므로 상위 40 % 이내에 들려면 최대 17초 미만으로 달려야 한다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 기록이 18초 이상 19초 미만인 학생 수가 14초 이상 15초 미만인 학생 수의 몇 배인지 구하기	30 %
❷ 기록이 상위 40 % 이내에 드는 학생 수 구하기	30 %
❸ 기록이 상위 40 % 이내에 들려면 최대 몇 초 미만으로 달려야 하는지 구하기	40 %

24 답 13명

등록된 친구 수가 60명 미만인 학생 수가 $2+5=7$(명)이므로

$\frac{7}{(\text{전체 학생 수})}\times 100=25$ $\therefore$ (전체 학생 수)$=28$(명)

따라서 등록된 친구 수가 60명 이상 80명 미만인 학생 수는

$28-(2+5+7+1)=13$(명)

25 답 ⑤

① 볼링 점수가 100점 이상 110점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 90점 이상 100점 미만인 학생 수는 $2x$명이므로

$2+5+9+2x+x+3=40$

$3x=21$ $\therefore x=7$

즉 볼링 점수가 100점 이상 110점 미만인 학생 수가 7명이므로 100점 이상인 학생 수는 $7+3=10$(명)

② 볼링 점수가 90점 이상 100점 미만인 학생 수는 $2\times 7=14$(명)

③ 볼링 점수가 70점인 학생이 속하는 계급은 70점 이상 80점 미만인 계급이고 그 도수는 5명이다.

④ 도수가 가장 큰 계급의 도수는 14명, 도수가 가장 작은 계급의 도수는 2명이므로 그 차는 $14-2=12$(명)

⑤ 볼링 점수가 100점 이상 110점 미만인 학생 수는 7명이므로

$\frac{7}{40}\times 100=17.5\ (\%)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

26 답 (1) 12명 (2) 320

(1) 국어 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 $3x$명이라 하면 전체 학생 수는 $8x$명이므로

$2+5+8+3x+4+1=8x$

$5x=20$ $\therefore x=4$

따라서 국어 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생 수는

$3\times 4=12$(명)

(2) 전체 학생 수는 $8\times 4=32$(명)이므로

(도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)

$=$(계급의 크기)$\times$(도수의 총합)

$=10\times 32=320$

27 답 ③

① (여학생 수)$=5+9+8+6+2=30$(명)

(남학생 수)$=4+10+8+5+3=30$(명)

즉 여학생 수와 남학생 수는 같다.

② 신발 크기가 220 mm 이상 230 mm 미만인 계급, 230 mm 이상 240 mm 미만인 계급에서는 여학생 수가 남학생 수보다 많고, 나머지 계급에서는 남학생 수가 여학생 수보다 많다.

③ 신발 크기가 240 mm 미만인 학생 수는 여학생이 $5+9=14$(명)이고 남학생이 4명이므로 모두 $14+4=18$(명)

$\therefore \frac{18}{60}\times 100=30\ (\%)$

④ 여학생 중 도수가 가장 큰 계급은 230 mm 이상 240 mm 미만이다.

⑤ 여학생과 남학생의 도수분포다각형에서 여학생 수와 남학생 수가 같고 계급의 크기가 같으므로 각각의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

28 답 ③

① (1반 학생 수)$=1+3+7+10+7+2=30$(명)

(2반 학생 수)$=2+4+7+7+6+4=30$(명)

즉 1반과 2반의 학생 수는 같다.

② 수학 점수가 60점 미만인 학생 수는 1반이 $1+3=4$(명), 2반이 $2+4=6$(명)이므로 2반이 1반보다 더 많다.

③ 1반에서 수학 점수가 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{30}{100}=9$(명)

1반에서 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는 2명, 80점 이상인 학생 수는 $2+7=9$(명)이므로 상위 30 % 이내에 드는 학생의 점수는 최소 80점 이상이다.

④ 2반에서 수학 점수가 80점 이상 90점 미만인 학생 수는 6명이므로 $\frac{6}{30}\times 100=20\ (\%)$

⑤ 1반과 2반에서 수학 점수가 높은 쪽에서 3번째인 학생의 점수가 속하는 계급은 각각 80점 이상 90점 미만과 90점 이상 100점 미만이므로 2반의 3등 수학 점수가 1반의 3등 수학 점수보다 더 높다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

29 답 9명

맥박수가 80회 이상인 사람 수를 x명이라 하면 80회 미만인 사람 수는 $2x$명이므로 $2x+x=51$

$3x=51$ $\therefore x=17$

즉 맥박수가 80회 이상인 사람 수가 17명이므로 맥박수가 80회 이상 90회 미만인 사람 수는 $17-(6+2)=9$(명)

다른 풀이

맥박수가 80회 이상 90회 미만인 사람 수를 x명이라 하면 70회 이상 80회 미만인 사람 수는

$51-(11+x+6+2)=32-x$(명)

이때 맥박수가 80회 미만인 사람 수는 $11+(32-x)=43-x$(명)이고 80회 이상인 사람 수는 $x+6+2=x+8$(명)이므로

$43-x=2(x+8)$에서 $43-x=2x+16$

$3x=27$ $\therefore x=9$

따라서 맥박수가 80회 이상 90회 미만인 사람 수는 9명이다.

30 답 7

운동 시간이 120분 이상인 학생이 전체의 37.5 %이므로 그 학생 수는

$40\times\frac{37.5}{100}=15$(명)

$\therefore A=40-(5+13+15)=7$ …… ❶

따라서 운동 시간이 60분 이상 80분 미만인 학생은 최대 7명이고 최소 0명이므로 80분 미만인 학생은 최대 $5+7=12$(명)이고 최소 5명이다. 즉 $x=12$, $y=5$ …… ❷

$\therefore x-y=12-5=7$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ A의 값 구하기	30 %
❷ x, y의 값 구하기	50 %
❸ $x-y$의 값 구하기	20 %

31 답 43

[전략] 계급값이 각각 8 m^3, 10 m^3인 계급을 찾는다. 이때 계급값은 각 계급의 가운뎃값이다.

도시가스 사용량이 7 m^3 이상인 가구 수가 전체의 55 %이므로 7 m^3 미만인 가구 수는 전체의 45 %이다.

도시가스 사용량이 7 m^3 미만인 가구 수는 $3+6+18=27$(가구)이므로

$\frac{27}{(\text{전체 가구 수})}\times 100=45$ $\therefore$ (전체 가구 수)$=60$(가구)

이때 계급값이 8 m^3인 계급은 7 m^2 이상 9 m^3 미만이고, 계급값이 10 m^3인 계급은 9 m^3 이상 11 m^3 미만이므로 도시가스 사용량이 9 m^3 이상 11 m^3 미만인 가구 수가 a가구이면 7 m^3 이상 9 m^3 미만인 가구 수는 $(a+4)$가구이다.

즉 $3+6+18+(a+4)+a+3=60$이므로

$2a=26$ $\therefore a=13$

따라서 도수가 가장 큰 계급은 5 m^3 이상 7 m^3 미만이고 그 도수는 18가구이므로

$\frac{18}{60}\times 100=30$ (%) $\therefore b=30$

$\therefore a+b=13+30=43$

32 답 ④

[전략] 히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례함을 이용한다.

① 읽은 책의 수가 50권 이상인 학생 수는 $4+2=6$(명)이므로

$\frac{6}{(\text{전체 학생 수})}\times 100=12$ $\therefore$ (전체 학생 수)$=50$(명)

②, ③ 두 직사각형 A, B의 넓이는 그 계급의 도수에 정비례하므로 읽은 책의 수가 30권 이상 40권 미만인 학생 수를 $5x$명이라 하면 40권 이상 50권 미만인 학생 수는 $7x$명이다.

이때 $7+13+5x+7x+4+2=50$이므로

$12x=24$ $\therefore x=2$

즉 읽은 책의 수가 30권 이상 40권 미만인 학생 수는 $5\times 2=10$(명), 40권 이상 50권 미만인 학생 수는 $7\times 2=14$(명)이므로 도수가 가장 큰 계급은 40권 이상 50권 미만이다.

④ 도수가 가장 큰 계급의 직사각형의 넓이는 $10\times 14=140$, 도수가 가장 작은 계급의 직사각형의 넓이는 $10\times 2=20$이므로 $140\div 20=7$(배)

⑤ 두 직사각형 A, B의 넓이는 각각 $10\times 10=100$, $10\times 14=140$이므로 그 차는 $140-100=40$

따라서 옳은 것은 ④이다.

33 답 30 %

국어 점수가 80점 이상인 학생 수는 3명이므로

$\frac{3}{(\text{전체 학생 수})}\times 100=5$ $\therefore$ (전체 학생 수)$=60$(명)

이때 국어 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 70점 이상 80점 미만인 학생 수는 $(x-11)$명이므로

$5+7+11+9+x+(x-11)+3=60$

$2x=36$ $\therefore x=18$

따라서 국어 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 18명이므로

$\frac{18}{60}\times 100=30$ (%)

34 답 72가구

[전략] (도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)
=(계급의 크기)×(도수의 총합)
임을 이용한다.

계급의 크기는 3이므로 아파트 전체 가구 수는

$\frac{612}{3}=204$(가구) …… ❶

이때 세로축에서 한 칸을 x가구라 하면 각 계급의 도수는 차례대로 x가구, $2x$가구, $6x$가구, $4x$가구, $3x$가구, x가구이므로

$x+2x+6x+4x+3x+x=204$

$17x=204$ $\therefore x=12$ …… ❷

따라서 도수가 가장 큰 계급은 18 kg 이상 21 kg 미만이고 그 도수는 $6\times 12=72$(가구) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 전체 가구 수 구하기	30 %
❷ 세로축에서 한 칸이 몇 가구인지 구하기	50 %
❸ 도수가 가장 큰 계급의 도수 구하기	20 %

35 답 20 %

B 반 학생 수는 $3+5+9+10+2+1=30$(명)이므로 B 반에서 상위 10 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{10}{100}=3$(명)

B 반에서 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는 1명, 80점 이상인 학생 수는 $1+2=3$(명)이므로 B 반에서 상위 10 % 이내에 드는 학생의 수학 점수는 80점 이상이다.

한편 A 반 학생 수는 $2+4+11+15+6+2=40$(명)이고 A 반에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 수는 $6+2=8$(명)이므로

$\frac{8}{40}\times100=20\ (\%)$

따라서 80점 이상인 수학 점수는 A 반에서 최소 상위 20 % 이내에 든다.

36 답 ③, ④

① (1반 학생 수)$=4+9+12+10+5=40$(명)
(2반 학생 수)$=5+10+14+9+2=40$(명)
즉 1반 학생 수와 2반 학생 수는 같다.

② 2반의 그래프가 1반의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 2반 학생이 1반 학생보다 용돈을 더 많이 쓴 편이다.

③ 1반 학생 수와 2반 학생 수가 같고 계급의 크기도 같으므로 각각의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다. 따라서 이 넓이에서 공통인 부분의 넓이를 뺀 S_1과 S_2는 같다. 즉 $S_1=S_2$

④ 용돈을 3000원 미만 쓴 학생 수는 1반이 $4+9=13$(명), 2반이 5명이므로 모두 $13+5=18$(명)
$\therefore \frac{18}{80}\times100=22.5\ (\%)$

그러므로 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

적중 & 심화 실전 TEST

143쪽~145쪽

01 답 2개

㉠ 줄기와 잎 그림은 자료의 전체적인 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있다.
㉢ 도수분포표에서 계급의 크기는 일정해야 한다.
㉤ 2개 이상의 자료를 비교할 때에는 히스토그램보다 도수분포다각형이 더 편리하다.
㉥ (도수분포다각형에서 점의 개수)$=$(계급의 개수)$+2$

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣의 2개이다.

02 답 ③, ④

① 전체 학생 수는 $4+3+5+7+6+3=28$(명)

② 3번째로 멀리 뛴 학생의 기록은 210 cm이다.

③ 변량의 개수가 28이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 14번째, 15번째에 있는 값의 평균이다.
$\therefore$ (중앙값)$=\frac{194+194}{2}=194\ (\text{cm})$
최빈값은 194 cm가 3번으로 가장 많이 나타나므로 194 cm이다.

④ 기록이 176 cm 이하인 학생 수는 7명이므로
$\frac{7}{28}\times100=25\ (\%)$

⑤ 기록이 낮은 쪽에서 3번째인 학생의 기록은 164 cm, 높은 쪽에서 4번째인 학생의 기록은 207 cm이므로 그 차는
$207-164=43\ (\text{cm})$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

03 답 5

[전략] 줄기가 1이고 잎이 a이면 변량의 십의 자리의 숫자가 1이고 일의 자리의 숫자가 a임을 의미하므로 변량은 $10\times1+1\times a=10+a$이다.

변량의 총합은

$$2+x+x+12+\{10+(x-1)\}+(10+x)+\{10+(x+1)\}+\{10+(x+2)\}+22=6x+78$$

이므로 $\frac{6x+78}{9}=12$

$6x+78=108,\ 6x=30 \qquad \therefore x=5$

04 답 ②, ⑤

① 기록이 가장 좋은 학생의 기록은 25회이고 이 학생은 A 모둠에 있다.

② 기록이 좋은 쪽에서 6번째인 학생의 기록은 13회이고 이 학생은 A 모둠에 있다.

③ 기록이 13회 이상인 학생은 13회, 14회, 16회, 21회, 23회, 25회의 6명이다.

④ B 모둠의 잎이 A 모둠의 잎보다 대체로 줄기의 값이 큰 쪽에 치우쳐 있으므로 B 모둠이 A 모둠보다 2단 뛰기 줄넘기를 더 잘하는 편이다.

⑤ A 모둠의 학생 수는 10명, B 모둠의 학생 수는 10명이므로 전체 학생 수는 $10+10=20$(명)
기록이 20회 이상인 학생 수는 3명이므로
$\frac{3}{20}\times100=15\ (\%)$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

05 답 10 %

$12+3x+10+x+2=40$이므로

$4x=16 \qquad \therefore x=4$

따라서 통학 시간이 40분 이상 50분 미만인 학생 수가 4명이므로

$\frac{4}{40}\times100=10\ (\%)$

06 답 37

인터넷 사용 시간이 20시간 이상인 학생이 전체의 30 %이므로 인터넷 사용 시간이 20시간 미만인 학생은 전체의

$100-30=70\ (\%)$

이때 인터넷 사용 시간이 20시간 미만인 학생 수는

$4+7+10=21$(명)이므로

$\frac{21}{B}\times100=70 \qquad \therefore B=30$

따라서 $A=30-(4+7+10+2)=7$이므로

$A+B=7+30=37$

다른 풀이

전체 학생 수는 $4+7+10+A+2=A+23$(명)

인터넷 사용 시간이 20시간 이상인 학생 수가 $(A+2)$명이므로

$\frac{A+2}{A+23}\times 100=30$

$100A+200=30A+690$

$70A=490 \qquad \therefore A=7$

따라서 $A=7$, $B=7+23=30$이므로

$A+B=7+30=37$

07 답 ④

① (전체 가구 수)$=5+8+6+9+5+2=35$(가구)

③ 사용한 수돗물의 양이 800 L 이상인 가구 수는 2가구, 750 L 이상인 가구 수는 $2+5=7$(가구)이므로 사용한 수돗물의 양이 많은 쪽에서 7번째인 가구가 속하는 계급은 750 L 이상 800 L 미만이다.

④ 사용한 수돗물의 양이 600 L 이상 700 L 미만인 가구는 $8+6=14$(가구)이므로

$\frac{14}{35}\times 100=40\ (\%)$

⑤ 사용한 수돗물의 양이 600 L 이상 650 L 미만인 계급의 직사각형의 넓이는 $50\times 8=400$

사용한 수돗물의 양이 800 L 이상 850 L 미만인 계급의 직사각형의 넓이는 $50\times 2=100$

$\therefore 400\div 100=4$(배)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

08 답 13일

기온이 26 ℃ 이상 30 ℃ 미만인 날수가 $12+10=22$(일)이므로

$\frac{22}{(\text{전체 날수})}\times 100=55 \qquad \therefore$ (전체 날수)$=40$(일)

따라서 평균 기온이 30 ℃ 이상인 날수는

$40-(5+12+10)=13$(일)

09 답 50 m

전체 학생 수가 $1+3+6+9+5+1=25$(명)이므로 ...... ❶

기록이 상위 24 % 이내에 드는 학생 수는

$25\times\frac{24}{100}=6$(명) ...... ❷

이때 기록이 60 m 이상인 학생 수는 1명, 50 m 이상인 학생 수는 $1+5=6$(명)이므로 상위 24 % 이내에 들려면 최소 50 m 이상 던져야 한다. ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 전체 학생 수 구하기	30 %
❷ 상위 24 % 이내에 드는 학생 수 구하기	30 %
❸ 상위 24 % 이내에 들려면 최소 몇 m 이상 던져야 하는지 구하기	40 %

10 답 105명

점수가 15점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 15점 이상인 학생 수는 $2x$명이므로

$x+2x=240$

$3x=240 \qquad \therefore x=80$

따라서 점수가 15점 이상인 학생 수는 $2\times 80=160$(명)이므로

점수가 15점 이상 20점 미만인 학생 수는

$160-55=105$(명)

11 답 (1) 200개 (2) 51 %

(1) 유통 기한이 24개월 이상 남은 통조림의 개수가 전체의 79 %이므로 24개월 미만 남은 통조림의 개수는 전체의 21 %이다.

유통 기한이 24개월 미만 남은 통조림의 개수는

$6+12+24=42$(개)이므로

$\frac{42}{(\text{전체 통조림의 개수})}\times 100=21$

$\therefore$ (전체 통조림의 개수)$=200$(개) ...... ❶

(2) 두 직사각형 A, B의 넓이는 그 계급의 도수에 정비례하므로 유통 기한이 30개월 이상 36개월 미만인 통조림의 개수를 x개라 하면 24개월 이상 30개월 미만인 통조림의 개수는 $3x$개이다.

전체 통조림의 개수가 200개이므로

$6+12+24+3x+x+14+8=200$

$4x=136 \qquad \therefore x=34$

따라서 유통 기한이 24개월 이상 30개월 미만인 통조림의 개수는 $3\times 34=102$(개)이므로 ...... ❷

$\frac{102}{200}\times 100=51\ (\%)$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 전체 통조림의 개수 구하기	40 %
❷ 유통 기한이 24개월 이상 30개월 미만인 통조림의 개수 구하기	40 %
❸ 유통 기한이 24개월 이상 30개월 미만인 통조림은 전체의 몇 %인지 구하기	20 %

12 답 18명

두 삼각형 A, B의 넓이는 같고 그 합이 60이므로 삼각형 A의 넓이는 $60\times\frac{1}{2}=30$

세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 학생 수를 x명이라 하면

$\frac{1}{2}\times 5\times 4x=30 \qquad \therefore x=3$

$\frac{1}{2}\times$(계급의 크기)$=\frac{1}{2}\times 10=5$

따라서 하루 독서 시간이 10분 이상 20분 미만인 학생 수는

$6x=6\times 3=18$(명)

13 답 ①, ④

(1반 학생 수)$=2+3+10+9+5+1=30$(명)

(2반 학생 수)$=1+2+8+10+6+3=30$(명)

① 2반의 그래프가 1반의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 2반 학생들이 1반 학생들보다 일 년 동안 더 많은 책을 읽었다고 할 수 있다.

② 1반에서 책을 16권 읽은 학생은 16권 이상 20권 미만인 계급에 속하고, 읽은 책의 수가 16권 이상인 학생 수는 $9+5+1=15$(명)이므로 $\frac{15}{30}\times 100=50\ (\%)$

즉 1반에서 책을 16권 읽은 학생은 책을 많이 읽은 쪽에서 50 % 이내에 든다.

③ 계급값이 18권인 계급은 16권 이상 20권 미만이고, 그 계급에 속하는 학생 수는 1반이 9명, 2반이 10명이므로 2반이 1반보다 더 많다.

④ 1반에서 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{20}{100}=6$(명)

1반에서 읽은 책의 수가 20권 이상인 학생 수가 $5+1=6$(명)이므로 1반에서 상위 20 % 이내에 드는 학생이 읽은 책의 수는 20권 이상이다.

이때 2반에서 읽은 책의 수가 20권 이상인 학생 수는

$6+3=9$(명)이므로 $\frac{9}{30}\times 100=30\ (\%)$

즉 20권 이상인 책의 수는 2반에서는 최소 상위 30 % 이내에 든다.

⑤ 1반과 2반의 도수분포다각형에서 계급의 크기가 같고 학생 수가 같으므로 각각의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

14 답 10 %

A 반 학생 수는 $1+6+10+15+6+2=40$(명)이므로

A 반에서 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$40\times\frac{20}{100}=8$(명)

A 반에서 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는 2명, 80점 이상인 학생 수는 $2+6=8$(명)이므로 A 반에서 상위 20 % 이내에 드는 학생의 점수는 80점 이상이다.

한편 B 반 학생 수는 $3+4+8+12+1+1=29$(명)이고 B 반에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 수는 $1+1=2$(명)이므로 A 반에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 중 한 명이 B 반으로 반을 옮기면 B 반의 학생 수는 $29+1=30$(명)이고 B 반에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 수는 $2+1=3$(명)이 된다.

따라서 A 반에서 B 반으로 반을 옮긴 학생은 최소 상위

$\frac{3}{30}\times 100=10\ (\%)$ 이내에 든다.

03 | 상대도수

개념 확인 147쪽

01 답 ④

④ 상대도수의 분포를 나타낸 그래프만으로는 도수의 총합을 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 답 ⑤

도수의 총합이 다른 두 자료의 분포를 비교할 때에는 상대도수의 분포표를 이용하는 것이 편리하다.

03 답 0.2

무게가 60 g인 고구마는 60 g 이상 70 g 미만인 계급에 속하므로 그 계급의 상대도수는

$\frac{8}{40}=0.2$

04 답 9

(도수의 총합)$=\frac{16}{0.32}=50$

따라서 상대도수가 0.18인 계급의 도수는

$50\times 0.18=9$

05 답 ③

$A=\frac{16}{40}=0.4$, $B=40\times 0.15=6$, $C=\frac{12}{40}=0.3$

$D=40\times 0.1=4$, $E=1$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

06 답 58 %

하루 TV 시청 시간이 30분 이상 50분 미만인 계급의 상대도수의 합은 $0.22+0.36=0.58$이므로

$0.58\times 100=58\ (\%)$

적중 & 심화 유형 연습 148쪽~155쪽

01 답 0.2

(전체 학생 수)$=3+4+8+5+3+2=25$(명)

몸무게가 55 kg 이상인 학생 수는 2명, 50 kg 이상인 학생 수는 $2+3=5$(명), 45 kg 이상인 학생 수는 $5+5=10$(명)이므로 몸무게가 무거운 쪽에서 6번째인 학생이 속하는 계급은 45 kg 이상 50 kg 미만이고, 그 계급의 도수는 5명이다.

따라서 구하는 상대도수는 $\frac{5}{25}=0.2$

02 답 18

$(\text{도수의 총합})=\dfrac{12}{0.3}=40$

$x=40\times0.1=4$

$y=\dfrac{18}{40}=0.45$

$\therefore\ 10xy=10\times4\times0.45=18$

03 답 0.35

오래 매달리기 기록이 9초 이상 12초 미만인 학생 수는

$40-(4+10+7+5)=14$(명)

이므로 구하는 상대도수는 $\dfrac{14}{40}=0.35$

04 답 (1) $A=0.42$, $B=12$, $C=0.24$, $D=50$ (2) 0.24

(1) $D=\dfrac{10}{0.2}=50$, $A=\dfrac{21}{50}=0.42$

$B=50-(4+10+21+3)=12$, $C=\dfrac{12}{50}=0.24$

(2) 하루 평균 수면 시간이 9시간 이상인 학생 수는 3명, 8시간 이상인 학생 수는 $3+12=15$(명)이므로 하루 평균 수면 시간이 많은 쪽에서 15번째인 학생이 속하는 계급은 8시간 이상 9시간 미만이고, 그 계급의 도수는 12명이다.

따라서 구하는 상대도수는 $\dfrac{12}{50}=0.24$

05 답 0.2

$(\text{전체 학생 수})=\dfrac{1}{0.04}=25$(명)이므로 점수가 10점 이상 15점 미만인 학생 수는 $25\times0.24=6$(명)

따라서 점수가 20점 이상 25점 미만인 학생 수는

$25-(1+6+7+6)=5$(명)

이므로 구하는 상대도수는 $\dfrac{5}{25}=0.2$

06 답 36명

$(\text{전체 학생 수})=\dfrac{9}{0.15}=60$(명) …… ❶

식사 시간이 20분 이상인 학생이 전체의 25 %이므로 식사 시간이 20분 이상인 계급의 상대도수의 합은 0.25이다.

이때 식사 시간이 16분 이상 20분 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.15+0.25)=0.6$ …… ❷

따라서 구하는 학생 수는

$60\times0.6=36$(명) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 전체 학생 수 구하기	30 %
❷ 식사 시간이 16분 이상 20분 미만인 계급의 상대도수 구하기	40 %
❸ 식사 시간이 16분 이상 20분 미만인 학생 수 구하기	30 %

07 답 132명

각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 AB형에 대한 상대도수를 x라 하면 B형에 대한 상대도수는 $4x$이다.

이때 상대도수의 총합은 1이므로

$0.15+4x+x+0.3=1$

$5x=0.55$ $\therefore\ x=0.11$

따라서 B형에 대한 상대도수는 $4\times0.11=0.44$이므로 구하는 학생 수는 $300\times0.44=132$(명)

08 답 12명

인터넷 접속 시간이 6시간 이상 9시간 미만인 계급의 상대도수가 0.1이므로

$(\text{전체 학생 수})=\dfrac{5}{0.1}=50$(명)

인터넷 접속 시간이 18시간 이상인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.16+0.08=0.24$이므로 구하는 학생 수는

$50\times0.24=12$(명)

09 답 ⑤

① (계급의 크기)$=10-5=15-10=\cdots=30-25=5$(분)

② 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 도수가 가장 큰 계급은 상대도수가 가장 큰 계급인 15분 이상 20분 미만이다.

③ 숙제를 하는 시간이 10분 이상 20분 미만인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.28+0.4=0.68$이므로

$0.68\times100=68$ (%)

④ 숙제를 하는 시간이 20분 이상인 학생 수는

$50\times(0.16+0.04)=10$(명)

⑤ 숙제를 하는 시간이 10분 미만인 학생 수는 $50\times0.12=6$(명), 15분 미만인 학생 수는 $50\times(0.12+0.28)=20$(명)이므로 숙제를 하는 시간이 짧은 쪽에서 8번째인 학생이 속하는 계급은 10분 이상 15분 미만이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

10 답 80명

전체 학생 수를 x명이라 하면 몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수는 $x\times0.4=0.4x$(명)이고 45 kg 미만인 학생 수는

$x\times(0.05+0.2)=0.25x$(명)이므로

$0.4x=0.25x+12$

$0.15x=12$ $\therefore\ x=80$

따라서 전체 학생 수는 80명이다.

다른 풀이

몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수를 x명이라 하면 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로

$x:(x-12)=0.4:(0.05+0.2)$

$0.25x=0.4x-4.8$, $0.15x=4.8$ $\therefore\ x=32$

따라서 전체 학생 수는 $\dfrac{32}{0.4}=80$(명)

11 답 (1) 200가구 (2) 24가구

(1) 상대도수가 가장 작은 계급의 상대도수는 0.02이므로

(전체 가구 수)$=\frac{4}{0.02}=200$(가구) ...... ❶

(2) 전력 사용량이 150 kWh 미만인 세 계급의 상대도수의 합은 $0.02+0.04+0.08=0.14$이므로 $0.14\times100=14$ (%)
전력 사용량이 200 kWh 미만인 계급의 상대도수의 합은 $0.14+0.12=0.26$이므로 $0.26\times100=26$ (%)
따라서 전력 사용량이 하위 17 % 이상 24 % 미만인 가구가 속하는 계급은 150 kWh 이상 200 kWh 미만이므로 ...... ❷
그 계급의 도수는 $200\times0.12=24$(가구) ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 전체 가구 수 구하기	30 %
❷ 전력 사용량이 하위 17 % 이상 24 % 미만인 가구가 속하는 계급 구하기	40 %
❸ 전력 사용량이 하위 17 % 이상 24 % 미만인 가구가 속하는 계급의 도수 구하기	30 %

12 답 43명

읽은 책의 수가 8권 이상 12권 미만인 남학생 수는
$150\times(0.2+0.1)=45$(명)
읽은 책의 수가 8권 이상 12권 미만인 여학생 수는
$200\times(0.26+0.18)=88$(명)
따라서 구하는 차는 $88-45=43$(명)

13 답 2

B 중학교의 학생 수가 A 중학교의 학생 수보다 많으므로 B 중학교의 상대도수가 A 중학교의 상대도수보다 크거나 같은 계급에서는 B 중학교의 도수가 A 중학교의 도수보다 더 크다.
이때 A 중학교의 상대도수가 B 중학교의 상대도수보다 큰 계급에서 각각의 도수를 구하면 다음과 같다.

시청 시간(시간)	A 중학교 학생 수(명)	B 중학교 학생 수(명)
1이상 ~ 3미만	$260\times0.1=26$	$400\times0.05=20$
3 ~ 5	$260\times0.25=65$	$400\times0.1=40$
5 ~ 7	$260\times0.3=78$	$400\times0.2=80$

따라서 A 중학교의 도수가 B 중학교의 도수보다 큰 계급은 1시간 이상 3시간 미만, 3시간 이상 5시간 미만의 2개이다.

14 답 52명

수학 점수가 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.12+0.18+0.24+0.2)=0.26$
이므로 구하는 학생 수는 $200\times0.26=52$(명)

15 답 90명

(전체 학생 수)$=\frac{60}{0.2}=300$(명)

연간 봉사 활동 시간이 15시간 이상 18시간 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.1+0.2+0.2+0.15+0.05)=0.3$
이므로 구하는 도수는 $300\times0.3=90$(명)

16 답 16명

계급값이 5회인 계급은 4회 이상 6회 미만이고, 계급값이 7회인 계급은 6회 이상 8회 미만이다.
이때 턱걸이 횟수가 6회 이상 8회 미만인 계급의 상대도수를 x라 하면 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로
$5:6=0.2:x$, $5x=1.2$ $\quad\therefore x=0.24$ ...... ❶
따라서 턱걸이 횟수가 8회 이상 10회 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.06+0.2+0.24+0.18)=0.32$ ...... ❷
이므로 구하는 학생 수는 $50\times0.32=16$(명) ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 턱걸이 횟수가 6회 이상 8회 미만인 계급의 상대도수 구하기	40 %
❷ 턱걸이 횟수가 8회 이상 10회 미만인 계급의 상대도수 구하기	30 %
❸ 턱걸이 횟수가 8회 이상 10회 미만인 학생 수 구하기	30 %

17 답 0.2

(전체 학생 수)$=50+40=90$(명)
운동 시간이 4시간 이상 5시간 미만인 남학생 수와 여학생 수는 각각 $50\times0.26=13$(명), $40\times0.125=5$(명)이므로 구하는 상대도수는 $\frac{13+5}{90}=\frac{18}{90}=0.2$

18 답 ⑤

① A 중학교에서 기록이 22분 이상 24분 미만인 계급의 상대도수는 $1-(0.1+0.3+0.15+0.05)=0.4$
② 두 중학교 A, B에서 기록이 22분 미만인 학생 수의 비율은 각각 0.1, 0.05이므로 A 중학교가 B 중학교보다 더 높다.
③ 기록이 26분 이상 28분 미만인 학생 수를 구하면
A 중학교 : $100\times0.15=15$(명),
B 중학교 : $40\times0.35=14$(명)
이므로 A 중학교가 B 중학교보다 더 많다.
⑤ 기록이 24분 이상 26분 미만인 학생 수를 구하면
A 중학교 : $100\times0.3=30$(명),
B 중학교 : $40\times0.3=12$(명)
이므로 두 중학교가 다르다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19 답 18등

건이네 반에서 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는
$25\times0.08=2$(명)
80점 이상인 학생 수는 $(0.12+0.08)=5$(명)
건이는 5등이므로 건이의 수학 점수는 80점 이상이다.

이때 전체 학생 중에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 수는
$150\times(0.04+0.08)=18$(명)
이므로 건이는 학년 전체에서 적어도 18등 안에 든다.

20 답 ②

키가 165 cm 이상 170 cm 미만인 남학생 수와 여학생 수를 각각 $2x$명, x명이라 하면 이 계급의 상대도수의 비는
$\frac{2x}{200}:\frac{x}{300}=\frac{1}{100}:\frac{1}{300}=3:1$

21 답 ④

A 중학교와 B 중학교의 전체 학생 수를 각각 $7a$명, $8a$명이라 하고, 안경을 쓴 학생의 상대도수를 각각 $4b$, $5b$라 하면 A 중학교와 B 중학교에서 안경을 쓴 학생 수의 비는
$(7a\times4b):(8a\times5b)=28:40=7:10$

22 답 40

두 중학교 A, B의 전체 학생 수를 각각 $4a$명, $3a$명이라 하고, 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 계급의 상대도수를 각각 $2b$, b라 하면 두 중학교 A, B에서 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수의 비는
$(4a\times2b):(3a\times b)=8:3$ …… ❶
따라서 $z:15=8:3$이므로
$3z=120$ $\therefore z=40$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 두 중학교 A, B에서 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	60 %
❷ z의 값 구하기	40 %

23 답 ④

① 평균 점수가 60점 미만인 학생의 비율을 구하면
남학생 : $0.08+0.3=0.38$,
여학생 : $0.04+0.12=0.16$
이므로 남학생이 여학생보다 더 높다.
② 평균 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 구하면
남학생 : $150\times0.22=33$(명)
여학생 : $100\times0.28=28$(명)
③ 평균 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생 수를 구하면
남학생 : $150\times0.24=36$(명),
여학생 : $100\times0.32=32$(명)
이므로 남학생이 여학생보다 더 많다.
④ 여학생의 그래프가 남학생의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 여학생의 평균 점수가 남학생의 평균 점수보다 더 높은 편이다.
⑤ 상대도수의 총합은 1이고 남학생과 여학생의 계급의 크기가 같으므로 각 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

24 답 ㄴ, ㄹ

ㄱ A 중학교에서 기록이 200 cm 이상 240 cm 미만인 계급의 상대도수의 합이 $0.24+0.4=0.64$이므로
$0.64\times100=64$ (%)
ㄴ B 중학교에서 기록이 180 cm 미만인 계급의 상대도수가 0.16이므로 구하는 학생 수는
$300\times0.16=48$(명)
ㄷ 기록이 240 cm 이상인 학생 수를 구하면
A 중학교 : $150\times0.08=12$(명),
B 중학교 : $300\times0.06=18$(명)
이므로 B 중학교가 A 중학교보다 $18-12=6$(명) 더 많다.
ㄹ A 중학교의 그래프가 B 중학교의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 A 중학교가 B 중학교보다 제자리멀리뛰기를 더 잘하는 편이다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

25 답 0.2

수학 점수가 60점 미만인 학생 수는 $3+9=12$(명)이므로
$\frac{12}{(\text{전체 학생 수})}\times100=30$ $\therefore$ (전체 학생 수)$=40$(명)
따라서 수학 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생 수는
$40-(3+9+14+6)=8$(명)
이므로 구하는 상대도수는 $\frac{8}{40}=0.2$

26 답 9

무게가 52 g 이상 55 g 미만인 달걀의 수를 a개라 하면 조건 (가)에 의해 무게가 58 g 이상 61 g 미만인 달걀의 수는 $3a$개이다.
한편 무게가 52 g 이상 55 g 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{a}{50}$이고
무게가 61 g 이상 64 g 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{x}{50}$이므로
조건 (나)에 의해 $\frac{x}{50}=2\times\frac{a}{50}+0.02$
$\therefore x=2a+1$
따라서 $2+a+18+3a+(2a+1)+3+2=50$이므로
$6a=24$ $\therefore a=4$
$\therefore x=2\times4+1=9$

27 답 10명

전체 배우의 수를 x명이라 하면 나이가 30세 이상 40세 미만인 배우의 수는 $0.36x$명이므로 나이가 30세 미만인 배우의 수는 $(0.36x+1)$명이다.
따라서 $(0.36x+1)+0.36x+6=x$이므로
$0.72x+7=x$, $0.28x=7$ $\therefore x=25$
따라서 전체 배우의 수는 25명이고, 나이가 30세 미만인 배우의 수는 $0.36\times25+1=10$(명)

28 답 (1) 0.2 (2) 12명

(1) 박물관 방문 횟수가 10회 이상인 학생 수와 20회 이상인 학생 수의 비가 6 : 1이므로 박물관 방문 횟수가 10회 이상 20회 미만인 학생 수와 20회 이상인 학생 수의 비는 5 : 1이다.
이때 각 계급의 상대도수는 각 계급의 도수에 정비례하므로
$(0.24+0.36):B=5:1$, $5B=0.6$ $\quad\therefore B=0.12$
$\therefore A=1-(0.08+0.24+0.36+0.12)=0.2$

(2) 박물관 방문 횟수가 15회 이상인 두 계급의 상대도수의 합이 $0.36+0.12=0.48$이므로 구하는 학생 수는
$25\times0.48=12$(명)

29 답 14명

$A=1-(0.1+0.35+0.25+0.1)=0.2$
1반 전체 학생 수를 x명이라 하면 1반에서 수학 점수가 70점 미만인 학생 수가 12명이므로
$x\times(0.1+0.2)=12$, $0.3x=12$ $\quad\therefore x=40$
즉 1반 전체 학생 수는 40명이다.
이때 1반에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 수는
$40\times(0.25+0.1)=14$(명)
이므로 2반에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 수는
$14-4=10$(명)
2반 전체 학생 수를 y명이라 하면
$y\times(0.2+0.05)=10$, $0.25y=10$ $\quad\therefore y=40$
한편 $B=1-(0.15+0.25+0.2+0.05)=0.35$
따라서 2반에서 수학 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생 수는
$40\times0.35=14$(명)

30 답 14명

연습 시간이 9시간 이상 12시간 미만인 계급의 상대도수가 0.14이므로 전체 회원 수는 $\frac{7}{0.14}=50$(명)
연습 시간이 18시간 이상 21시간 미만인 계급의 상대도수를 x라 하면 12시간 이상 15시간 미만인 계급의 상대도수는 $2x$이므로
$0.04+0.1+0.14+2x+0.22+x+0.08=1$
$3x=0.42$ $\quad\therefore x=0.14$
따라서 연습 시간이 12시간 이상 15시간 미만인 계급의 상대도수는 $2\times0.14=0.28$이므로 구하는 회원 수는
$50\times0.28=14$(명)

31 답 390명

신발 크기가 240 mm 미만인 학생 수와 240 mm 이상 250 mm 미만인 학생 수가 같으므로 상대도수도 같다.
신발 크기가 230 mm 이상 240 mm 미만인 계급의 상대도수를 x라 하면 240 mm 이상 250 mm 미만인 계급의 상대도수는 $(x+0.04)$이므로
$0.04+x+(x+0.04)+0.2+0.14+0.06=1$
$2x=0.52$ $\quad\therefore x=0.26$
따라서 신발 크기가 230 mm 이상 240 mm 미만인 계급의 상대도수가 0.26이므로 구하는 학생 수는 $1500\times0.26=390$(명)

32 답 30명

A 중학교에서 통화 시간이 15분 미만인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.15+0.25=0.4$이므로 A 중학교의 전체 학생 수는
$\frac{60}{0.4}=150$(명)
B 중학교에서 통화 시간이 15분 미만인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.05+0.35=0.4$이므로 B 중학교의 전체 학생 수는
$\frac{40}{0.4}=100$(명) …… ❶
이때 A 중학교에서 통화 시간이 25분 이상인 계급의 상대도수는
$1-(0.15+0.25+0.4+0.1)=0.1$이므로 이 계급의 도수는
$150\times0.1=15$(명)
B 중학교에서 통화 시간이 25분 이상인 계급의 상대도수는
$1-(0.05+0.15+0.3+0.15)=0.15$이므로 이 계급의 도수는
$100\times0.15=15$(명) …… ❷
따라서 두 중학교에서 휴대전화 통화 시간이 25분 이상인 학생 수의 합은 $15+15=30$(명) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 두 중학교 A, B의 전체 학생 수 구하기	40 %
❷ 두 중학교 A, B에서 통화 시간이 25분 이상인 학생 수 구하기	40 %
❸ 두 중학교 A, B에서 통화 시간이 25분 이상인 학생 수의 합 구하기	20 %

33 답 ④

① 기록이 120 cm 이상 130 cm 미만인 계급의 상대도수는 0.06이므로 대회에 참가한 학생 수는 $\frac{9}{0.06}=150$(명)
② 기록이 160 cm 이상인 두 계급의 상대도수의 합은 0.4이므로 기록이 150 cm 이상 160 cm 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.06+0.14+0.24+0.4)=0.16$
따라서 기록이 150 cm 이상 160 cm 미만인 학생 수는
$150\times0.16=24$(명)
③ 도수가 36명인 계급의 상대도수는 $\frac{36}{150}=0.24$이므로 이 계급은 140 cm 이상 150 cm 미만이다.
$\therefore$ (이 계급의 계급값)$=\frac{140+150}{2}=145$ (cm)
④ 기록이 140 cm 미만인 두 계급의 상대도수의 합은
$0.06+0.14=0.2$이므로 $0.2\times100=20$ (%)
기록이 150 cm 미만인 세 계급의 상대도수의 합은
$0.06+0.14+0.24=0.44$이므로 $0.44\times100=44$ (%)
즉 기록이 하위 33 % 이상 40 % 미만인 학생이 속하는 계급은 140 cm 이상 150 cm 미만이다.
⑤ 계급값이 165 cm인 계급은 160 cm 이상 170 cm 미만이고 이 계급의 상대도수는 $0.4-0.12=0.28$

계급값이 135 cm인 계급은 130 cm 이상 140 cm 미만이고 이 계급의 상대도수는 0.14이다.

$\therefore 0.28 \div 0.14 = 2$(배)

그러므로 옳지 않은 것은 ④이다.

34 답 ③

① 전체 남학생 수와 전체 여학생 수는 알 수 없다.

② 남학생의 그래프가 여학생의 그래프보다 왼쪽으로 더 치우쳐 있으므로 남학생의 기록이 여학생 기록보다 상대적으로 더 좋은 편이다.

③ 남학생 중에서 기록이 40초 미만인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.04+0.12=0.16$이므로 $0.16 \times 100 = 16\ (\%)$

④ 전체 남학생 수와 전체 여학생 수를 알 수 없으므로 비교할 수 없다.

⑤ 상대도수의 총합은 1이고 남학생과 여학생의 계급의 크기가 같으므로 각 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

35 답 48등

B 중학교에서 수학 점수가 90점 이상인 학생 수는

$500 \times 0.04 = 20$(명)

80점 이상인 학생 수는 $500 \times (0.16+0.04) = 100$(명)

즉 B 중학교에서 100등인 학생의 점수는 80점 이상이다.

A 중학교에서 수학 점수가 80점 이상인 학생 수는

$400 \times (0.08+0.04) = 48$(명)

따라서 B 중학교에서 100등인 학생의 점수는 A 중학교에서는 적어도 48등 안에 든다.

적중 & 심화 실전 TEST

156쪽~158쪽

01 답 0.28

(전체 학생 수)$=7+16+14+9+4=50$(명)

기록이 220 cm 이상인 학생 수는 4명, 200 cm 이상인 학생 수는 $4+9=13$(명), 180 cm 이상인 학생 수는 $13+14=27$(명)이므로 멀리 뛴 쪽에서 15번째인 학생이 속하는 계급은 180 cm 이상 200 cm 미만이고 이 계급의 도수는 14명이다.

따라서 구하는 상대도수는 $\frac{14}{50}=0.28$

02 답 24 %

(전체 선수의 수)$=\frac{6}{0.08}=75$(명)이므로

키가 180 cm 이상 190 cm 미만인 선수의 수는

$75 \times 0.32 = 24$(명)

따라서 키가 200 cm 이상인 선수의 수는

$75-(6+15+24+12)=18$(명)이므로

$\frac{18}{75} \times 100 = 24\ (\%)$

03 답 ④

① 계급의 개수는 7이다.

② (조사한 전체 사람 수)$=\frac{5}{0.1}=50$(명)

③ 도수가 9명인 계급의 상대도수는 $\frac{9}{50}=0.18$

즉 상대도수가 0.18인 계급은 40분 이상 50분 미만이므로 이 계급의 계급값은 $\frac{40+50}{2}=45$(분)

④ 대화 시간이 1시간, 즉 60분 이상인 세 계급의 상대도수의 합이 $0.2+0.12+0.08=0.4$이므로 구하는 사람 수는 $50 \times 0.4 = 20$(명)

⑤ 대화 시간이 40분 이상 60분 미만인 두 계급의 상대도수의 합이 $0.18+0.24=0.42$이므로 $0.42 \times 100 = 42\ (\%)$

따라서 옳은 것은 ④이다.

04 답 2

민수네 학교 학생 수가 정우네 학교 학생 수보다 많으므로 민수네 학교의 상대도수가 정우네 학교의 상대도수보다 크거나 같은 계급에서는 민수네 학교의 도수가 정우네 학교의 도수보다 더 크다.

한편 정우네 학교의 상대도수가 민수네 학교의 상대도수보다 큰 계급에서 각각의 도수를 구하면 다음과 같다.

시간(분)	민수네 학교 학생 수(명)	정우네 학교 학생 수(명)
30이상 ~ 40미만	$300 \times 0.2 = 60$	$250 \times 0.4 = 100$
40 ~ 50	$300 \times 0.06 = 18$	$250 \times 0.08 = 20$

따라서 정우네 학교의 도수가 민수네 학교의 도수보다 큰 계급은 30분 이상 40분 미만, 40분 이상 50분 미만의 2개이다.

05 답 72명

각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 수면 시간이 7시간 이상 8시간 미만인 계급의 상대도수를 x라 하면 6시간 이상 7시간 미만인 계급의 상대도수는 $2x$이다.

이때 $0.06+0.26+2x+x+0.12+0.08=1$이므로

$3x=0.48 \qquad \therefore x=0.16$

평균 수면 시간이 7시간 이상인 세 계급의 상대도수의 합은

$0.16+0.12+0.08=0.36$이므로 구하는 학생 수는

$200 \times 0.36 = 72$(명)

06 답 ①, ⑤

① $y=1-(0.05+0.4+0.3+0.15)=0.1$

즉 기록이 14초 이상 16초 미만인 학생의 비율은 A 반이 0.25, B 반이 0.1이므로 A 반이 B 반보다 더 높다.

② $x=1-(0.125+0.25+0.375+0.2)=0.05$
기록이 20초 이상 22초 미만인 학생 수를 구하면
A 반 : $0.05\times40=2$(명), B 반 : $0.15\times40=6$(명)
즉 B 반이 A 반보다 $6-2=4$(명) 더 많다.
③ 학생들의 정확한 기록은 알 수 없다.
④ A, B 두 반의 전체 학생 수가 같고, 기록이 20초 이상인 계급의 상대도수는 B 반이 A 반의 $\frac{0.15}{0.05}=3$(배)이므로
이 계급의 학생 수도 B 반이 A 반의 3배이다.
⑤ A 반에서 기록이 16초 미만인 학생 수는
$(0.125+0.25)\times40=15$(명)
이므로 A 반에서 15번째로 기록이 좋은 학생의 기록은 16초 미만이다.
B 반에서 기록이 16초 미만인 학생 수는
$(0.05+0.1)\times40=6$(명)
이므로 B 반에서는 적어도 6번째로 좋은 기록이다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

07 답 12 : 5

1반과 2반의 전체 학생 수를 각각 $5a$명, $4a$명이라 하고,
키가 165 cm 이상 170 cm 미만인 학생 수를 $3b$명, b명이라 하면
1반과 2반에서 키가 165 cm 이상 170 cm 미만인 계급의 상대도수의 비는
$\frac{3b}{5a}:\frac{b}{4a}=12:5$

08 답 0.18

몸무게가 46 kg 이상인 학생 수는 $50\times\frac{26}{100}=13$(명)이므로
몸무게가 42 kg 이상 46 kg 미만인 학생 수는
$50-(1+4+9+14+13)=9$(명)
따라서 구하는 상대도수는 $\frac{9}{50}=0.18$

09 답 12명

봉사 활동 시간이 6시간 미만인 계급의 상대도수는 0.48이므로
8시간 이상인 계급의 상대도수는
$1-(0.48+0.4)=0.12$ …… ❶
$\therefore$ (전체 학생 수)$=\frac{3}{0.12}=25$(명) …… ❷
따라서 봉사 활동 시간이 6시간 미만인 학생 수는
$25\times0.48=12$(명) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 봉사 활동 시간이 8시간 이상인 계급의 상대도수 구하기	40 %
❷ 전체 학생 수 구하기	30 %
❸ 봉사 활동 시간이 6시간 미만인 학생 수 구하기	30 %

10 답 ④

$x=4a$, $y=3a$라 하자.
① 몸무게가 30 kg 이상 35 kg 미만인 계급의 상대도수의 비는
$\frac{12}{4a}:\frac{24}{3a}=3:8$
② 두 중학교 A, B에서 몸무게가 35 kg 이상 40 kg 미만인 계급의 도수를 각각 $3b$명, $2b$명이라 하면 이 계급의 상대도수의 비는 $\frac{3b}{4a}:\frac{2b}{3a}=9:8$
③ 몸무게가 40 kg 이상 45 kg 미만인 계급의 상대도수의 비는
$\frac{42}{4a}:\frac{30}{3a}=21:20$
④ 몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 도수를 각각 $6c$명, $5c$명이라 하면 이 계급의 상대도수의 비는
$\frac{6c}{4a}:\frac{5c}{3a}=9:10$
⑤ $\frac{z}{4a}:\frac{15}{3a}=2:1$이므로 $\frac{z}{4}:5=2:1$
$\frac{z}{4}=10$ $\therefore z=40$
따라서 옳은 것은 ④이다.

11 답 12명

몸무게가 40 kg 미만인 두 계급의 상대도수의 합이
$0.04+0.08=0.12$이므로 전체 학생 수는
$\frac{6}{0.12}=50$(명) …… ❶
각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 계급의 상대도수를 x라 하면 몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{3}{2}x$이다.
이때 $0.04+0.08+0.16+\frac{3}{2}x+x+0.08+0.04=1$이므로
$\frac{5}{2}x=0.6$ $\therefore x=0.24$ …… ❷
따라서 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 계급의 상대도수는 0.24이므로 구하는 학생 수는 $50\times0.24=12$(명) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 전체 학생 수 구하기	30 %
❷ 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 계급의 상대도수 구하기	40 %
❸ 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수 구하기	30 %

12 답 10명

남학생에서 수학 점수가 70점 미만인 두 계급의 상대도수의 합이
$0.15+0.2=0.35$이므로
(전체 남학생 수)$=\frac{70}{0.35}=200$(명)
여학생에서 수학 점수가 70점 미만인 두 계급의 상대도수의 합이
$0.1+0.35=0.45$이므로
(전체 여학생 수)$=\frac{90}{0.45}=200$(명)

이때 남학생에서 수학 점수가 90점 이상인 계급의 상대도수는
$1-(0.35+0.45+0.15)=0.05$이므로 이 계급의 도수는
$200\times0.05=10$(명)
여학생에서 수학 점수가 90점 이상인 계급의 상대도수는
$1-(0.45+0.3+0.15)=0.1$이므로 이 계급의 도수는
$200\times0.1=20$(명)
따라서 수학 점수가 90점 이상인 남학생과 여학생의 차는
$20-10=10$(명)

13 답 ⑤

② 10대 관람객의 비율은 A 전시회가 0.28, B 전시회가 0.21이므로 A 전시회가 B 전시회보다 더 높다.
③ 30대 미만의 계급에서는 A 전시회를 다녀간 관람객의 비율이 높고 30대 이상의 계급에서는 B 전시회에 다녀간 관람객의 비율이 높으므로 30대 미만은 A 전시회를 선호하고, 30대 이상은 B 전시회를 선호한다고 볼 수 있다.
⑤ A 전시회에서 관람객의 나이가 40세 이상인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.11+0.08=0.19$이므로 A 전시회를 다녀간 관람객 중에서 나이가 많은 쪽에서 $0.19\times100=19$ (%) 이내에 드는 관람객의 나이는 40세 이상이다.
B 전시회에서 관람객의 나이가 40세 이상인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.17+0.12=0.29$이므로 B 전시회를 다녀간 40세 이상인 관람객은 나이가 많은 쪽에서 $0.29\times100=29$ (%) 이내에 든다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

학교 시험 최상위 기출 도전 159쪽~160쪽

01 답 72

[전략] 조건을 만족하도록 학생 7명의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열한다.

학생 7명의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
(나)에서 중앙값이 79점이므로 4번째에 79점이 오고,
(다)에서 최빈값이 75점이므로 $x<75$라 하면 2번째와 3번째에 각각 75점이 온다.
또 (라)에서 가장 높은 점수가 92점이므로 7번째에 92점이 온다.
5번째, 6번째에 오는 점수를 a점, b점이라 할 때, 7개의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 다음과 같다.
x점, 75점, 75점, 79점, a점, b점, 92점
(가)에서 평균이 82점이므로

$$\frac{x+75+75+79+a+b+92}{7}=82$$

$\therefore x+a+b=253$
이때 $79<a<b<92$이어야 하므로 x의 값이 최소이려면 a, b의 값이 최대이어야 한다.
즉 $a=90$, $b=91$일 때, x의 값이 최소가 되므로
$x+90+91=253$ $\therefore x=72$
따라서 x의 최솟값은 72이다.

02 답 ㉠, ㉡, ㉣

[전략] 주사위의 모든 눈의 수가 적어도 한 번씩 나온 것과 중앙값이 3임을 이용하여 c의 값의 범위를 정한다.

14개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 $x_1, x_2, \cdots, x_{14}$라 하자.
(단, $x_1\le x_2\le\cdots\le x_{14}$)
주사위의 모든 눈의 수가 적어도 한 번씩 나왔고 중앙값이 3이므로
$x_7=x_8=3$
즉 3은 적어도 2개 이상이다. $\therefore c\ge2$ (㉠)
또 최빈값이 2와 5이므로 2와 5는 적어도 3개 이상이어야 한다.
(ⅰ) $c=2$일 때, 조건을 만족하는 경우는 다음과 같다.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
1	1	2	2	2	2	3	3	4	5	5	5	5	6

$\therefore a=2$, $b=e=4$
(ⅱ) $c=3$일 때, 조건을 만족하는 경우는 다음과 같다.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
1	2	2	2	2	3	3	3	4	5	5	5	5	6

$\therefore a=1$, $b=e=4$
(ⅲ) $c\ge4$일 때, 조건을 만족하지 않는다.
(ⅰ)~(ⅲ)에서 $b=e=4$ (㉡)
㉣ $a=2$이면 $c=2$, $b=e=4$, $d=1$, $f=1$이므로

$$(\text{평균})=\frac{1\times2+2\times4+3\times2+4\times1+5\times4+6\times1}{14}=\frac{46}{14}=\frac{23}{7}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

03 답 (1) $x=10$, $y=7$ (2) 21명

[전략] 점수에 따른 맞힌 문항 수를 생각해 본다.

(1) 점수가 5점 이상인 학생이 전체의 20 %이므로

$$\frac{y+1}{40}\times100=20$$

$y+1=8$ $\therefore y=7$
$\therefore x=40-(2+6+4+10+7+1)=10$

(2) 점수에 따른 맞힌 문항 수를 구하면 다음과 같이 점수가 3점인 학생 중에는 3점짜리 한 문제만 맞힌 경우와 1점과 2점짜리 두 문제를 맞힌 경우가 있다.

점수(점)	0	1	2	3		4	5	6
맞힌 문항 수(개)	0	1	1	1	2	2	2	3

한편 한 문제만 맞힌 학생이 전체의 40 %이므로

$$40\times\frac{40}{100}=16(\text{명})$$

이때 점수가 1점, 2점인 학생 수는 $6+4=10$(명)이므로 점수가 3점인 학생 중 한 문제만 맞힌 학생 수는 $16-10=6$(명)이다.
즉 3점인 학생 중 두 문제를 맞힌 학생 수는 $10-6=4$(명)
따라서 두 문제만 맞힌 학생은 점수가 3점인 학생 중에서 4명, 4점인 학생 10명, 5점인 학생 7명이므로 구하는 학생 수는
$4+10+7=21$(명)

04 답 최댓값 : 12, 최솟값 : 5

[전략] 기록이 30회 이상 40회 미만인 학생 수를 B명이라 하고, A의 값의 범위와 B의 값의 범위를 각각 구해 본다.

기록이 30회 이상 40회 미만인 학생 수를 B명이라 하면
$4+A+18+B+13=50$
$\therefore A+B=15$ ...... ㉠
기록이 16회 미만인 학생 수는 $50\times\frac{18}{100}=9$(명)이므로
기록이 10회 이상 16회 미만인 학생 수 $9-4=5$(명)
$\therefore A\geq 5$ ...... ㉡
기록이 36회 이상인 학생 수는 $50\times\frac{32}{100}=16$(명)이므로
기록이 36회 이상 40회 미만인 학생 수는 $16-13=3$(명)
$\therefore B\geq 3$ ...... ㉢
㉠~㉢을 모두 만족하는 A, B의 값은 다음과 같다.

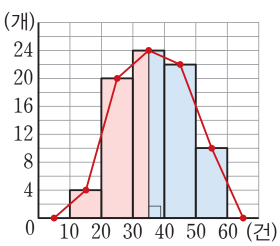
A	5	6	7	8	9	10	11	12
B	10	9	8	7	6	5	4	3

따라서 A의 최댓값은 12, 최솟값은 5이다.

05 답 9 : 11

[전략] 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같음을 이용한다.

신용카드 결재 건수가 40건 미만인 점포가 전체의 60 %이므로 40건 이상인 점포는 전체의 40 %이다.
결재 건수가 40건 이상인 점포 수가 $22+10=32$(개)이므로
$\frac{32}{(\text{전체 점포 수})}\times 100=40$ $\therefore$ (전체 점포 수)$=80$(개)
이때 결재 건수가 20건 이상 30건 미만인 점포 수를 x개라 하면
30건 이상 40건 미만인 점포 수는 $\frac{6}{5}x$개이므로
$4+x+\frac{6}{5}x+22+10=80$
$\frac{11}{5}x=44$ $\therefore x=20$
찢어진 도수분포다각형을 완성하여 히스토그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 A, B의 넓이는 각각 가로축에 그은 수선으로 나누어진 히스토그램의 왼쪽 부분과 오른쪽 부분의 넓이와 같으므로
$A=10\times(4+20)+\frac{1}{2}\times 10\times 24=360$
$B=\frac{1}{2}\times 10\times 24+10\times(22+10)=440$
$\therefore A:B=360:440=9:11$

06 답 50명

[전략] 전체 남학생 수를 x명, 전체 여학생 수를 y명이라 하고, x와 y 사이의 관계식을 알아본다.

전체 남학생 수를 x명, 전체 여학생 수를 y명이라 하면 읽은 책의 수가 15권 이상 18권 미만인 남학생 수와 여학생 수가 같으므로
$0.05x=0.2y$ $\therefore x=4y$
이때 x, y, 즉 $4y$, y의 최소공배수는 $4y$이므로
$4y=200$ $\therefore y=50$
따라서 전체 여학생 수는 50명이다.

07 답 ①

[전략] 세 중학교 A, B, C의 전체 학생 수의 비와 a 이상 b 미만인 계급의 도수의 비를 구한다.

세 중학교 A, B, C의 전체 학생 수를 각각 x명, y명, z명이라 하면
$x:y=4:3=12:9$, $x:z=6:5=12:10$
이므로 $x:y:z=12:9:10$
세 중학교 A, B, C의 a 이상 b 미만인 계급의 도수를 각각 l명, m명, n명이라 하면
$l:m=4:5=8:10$, $m:n=2:3=10:15$
이므로 $l:m:n=8:10:15$
따라서 두 중학교 A, C의 전체 학생 수를 $12k_1$명, $10k_1$명이라 하고, a 이상 b 미만인 계급의 도수를 $8k_2$명, $15k_2$명이라 하면 구하는 상대도수의 비는
$\frac{8k_2}{12k_1}:\frac{15k_2}{10k_1}=\frac{2}{3}:\frac{3}{2}=4:9$

08 답 10명

[전략] A 반 학생들의 운동 시간에 대한 상대도수의 분포를 나타낸 그래프를 이용하여 세로 눈금 한 칸의 크기를 구해 본다.

그래프의 세로 눈금 한 칸의 크기를 x라 하면 A 반에서 상대도수의 총합은 1이므로
$x+3x+6x+7x+3x=1$
$20x=1$ $\therefore x=0.05$
즉 세로 눈금 한 칸의 크기는 0.05이다.
B 반에서 운동 시간이 9시간 이상 11시간 미만인 계급의 상대도수는
$1-(2\times 0.05+8\times 0.05+5\times 0.05+1\times 0.05)=0.2$
이때 B 반 전체 학생 수는 $\frac{8}{0.2}=40$(명)이고 운동 시간이 9시간 이상인 두 계급의 상대도수의 합은 $0.2+0.05=0.25$이므로 구하는 학생 수는
$40\times 0.25=10$(명)