체크체크 기출심화 N제

정답과 해설

중 2-2

빠른 정답 02

1 삼각형의 성질 07

2 사각형의 성질 26

3 도형의 닮음 42

4 닮음의 응용 55

5 피타고라스 정리 75

6 경우의 수 85

7 확률 95

빠른 정답

1 삼각형의 성질

01 | 이등변삼각형

개념 확인 7쪽

01 40° **02** 41 **03** 10 cm **04** ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
05 34 **06** ④

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~15쪽

01 15° **02** 55° **03** 25° **04** 30°
05 22° **06** 16 cm **07** 32 cm **08** 108°
09 26° **10** 56° **11** 28° **12** 32°
13 56° **14** 130° **15** 5 cm **16** 16 cm
17 15 cm **18** 12 cm **19** 20 cm^2 **20** 127°
21 40° **22** 14° **23** 16° **24** 4 cm
25 64 cm^2 **26** 7 cm **27** 24 cm^2 **28** 30°
29 32° **30** 18 cm **31** 72 cm^2 **32** 6 cm
33 $\frac{15}{2}$ cm **34** 15° **35** 40° **36** 25°
37 8 cm **38** 68° **39** 40° **40** 150°
41 41° **42** 5 cm **43** 4 cm **44** 13 cm
45 26 cm **46** 17° **47** 10 cm **48** 8 cm

적중 & 심화 실전 TEST 16쪽~17쪽

01 143° **02** 80° **03** 40° **04** 59°
05 5 cm **06** 30° **07** 29 cm^2 **08** 24 cm^2
09 10 cm **10** 64° **11** 7 cm **12** 74°

02 | 삼각형의 외심과 내심

개념 확인 19쪽

01 ③, ⑤ **02** $25\pi\text{ cm}^2$ **03** 28° **04** ③
05 35° **06** 4 cm

적중 & 심화 유형 연습 20쪽~26쪽

01 51° **02** 12π cm **03** 40° **04** 22°
05 8 cm **06** 60 cm^2 **07** 64° **08** 60°
09 60° **10** 14° **11** 27° **12** 18°
13 109° **14** 114° **15** 39° **16** 15°
17 204° **18** 118° **19** 40° **20** $17:6$
21 $(54-9\pi)\text{ cm}^2$ **22** 12 cm **23** 2 cm
24 16 cm **25** 52 cm **26** 12° **27** 141°
28 28π cm **29** 110° **30** 120° **31** 18°
32 56° **33** 7 cm **34** 204° **35** ㉠, ㉡, ㉣
36 3 cm **37** 2 cm **38** $\frac{21}{4}\text{ cm}^2$ **39** 64°
40 62° **41** 26° **42** 24 cm^2

적중 & 심화 실전 TEST 27쪽~28쪽

01 17 cm^2 **02** 4 cm **03** $\frac{8}{9}\pi$ cm **04** 140°
05 43° **06** 46° **07** 20 cm^2 **08** 20°
09 17° **10** 136° **11** 72° **12** 122°

학교 시험 최상위 기출 도전 29쪽~30쪽

01 36° **02** 30° **03** 3 cm **04** 6 cm^2
05 9 cm **06** 31 cm **07** 48° **08** $\frac{5}{3}$ cm

2 사각형의 성질

01 | 평행사변형

개념 확인 33쪽

01 ④ **02** 12 **03** 72°
04 ㈎ CDA ㈏ BCA ㈐ 엇각 ㈑ // **05** ③
06 22 cm^2

적중 & 심화 유형 연습 34쪽~39쪽

01 4 cm **02** 96° **03** 12 cm **04** 3 cm
05 4 cm **06** 30° **07** 270° **08** ③
09 ㉠, ㉢, ㉣

10 (1) 평행사변형, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
(2) 3 cm (3) 5 cm

11 7 cm^2 **12** 50 cm^2 **13** 152 cm^2 **14** 1 : 2
15 $\frac{7}{2}$ cm **16** $102°$ **17** $100°$ **18** $90°$
19 $112°$ **20** $40°$ **21** $125°$
22 $y=\frac{3}{5}x+\frac{12}{5}$ **23** 7개 **24** 45 cm^2
25 126 cm^2 **26** 16 cm^2 **27** 15 cm^2 **28** 20 cm^2
29 112 cm^2 **30** 16 cm **31** ③ **32** $105°$
33 (1) 평행사변형 (2) 12 cm^2 (3) 24 cm^2 **34** 10초

적중 & 심화 실전 TEST 40쪽~41쪽

01 $36°$ **02** $36°$ **03** ①, ④ **04** ④
05 $105°$ **06** 80 cm^2 **07** $26°$ **08** $140°$
09 D$(-4, 3)$ **10** 60 cm^2 **11** 16 cm **12** 8초

02 | 여러 가지 사각형

개념 확인 43쪽

01 28 **02** 102 **03** ⑤ **04** 117
05 (1) 마름모 (2) 직사각형 (3) 마름모 (4) 직사각형 (5) 정사각형
06 $\frac{27}{2}$ cm^2

적중 & 심화 유형 연습 44쪽~50쪽

01 25π cm^2 **02** $60°$ **03** $58°$ **04** $120°$
05 $60°$ **06** $80°$ **07** $25°$ **08** $127°$
09 $30°$ **10** $60°$ **11** $78°$ **12** ④, ⑤
13 8 **14** ⑤ **15** 6 cm **16** 300 cm^2
17 24 cm^2 **18** 30 cm^2 **19** 22 cm^2 **20** 4π cm^2
21 ① **22** $64°$ **23** $45°$ **24** ①, ③
25 $150°$ **26** 3 cm **27** $75°$ **28** $77°$
29 $60°$ **30** 29 cm **31** 20 cm^2 **32** $30°$
33 $32°$ **34** $76°$ **35** 10 cm **36** 3 cm^2
37 96 cm^2 **38** 15 cm^2 **39** 72 cm^2 **40** 6 cm^2
41 $\frac{63}{4}$ cm^2

적중 & 심화 실전 TEST 51쪽~52쪽

01 72 cm^2 **02** $59°$ **03** $81°$ **04** $72°$
05 ④ **06** (1) 마름모 (2) 24 cm **07** $45°$
08 25 cm **09** $45°$ **10** $70°$ **11** 6 cm
12 5 cm^2

학교 시험 최상위 기출 도전 53쪽~54쪽

01 109 cm^2 **02** 24 cm **03** $5a$ cm^2 **04** $\frac{36}{5}$ cm
05 $\frac{96}{5}$ cm **06** 8 cm **07** 14 cm **08** 104 cm^2

3 도형의 닮음

01 | 도형의 닮음

개념 확인 57쪽

01 ④ **02** ④ **03** 54 cm^3 **04** $\frac{9}{2}$ cm
05 ② **06** 3 cm

적중 & 심화 유형 연습 58쪽~67쪽

01 ① **02** 4 : 1 **03** ② **04** 32 cm
05 40 cm **06** $\left(5, \frac{20}{3}\right)$ **07** 12 cm **08** 36 cm
09 (1) $\triangle ABD \backsim \triangle CBA$, SAS 닮음 (2) 6 **10** 9 cm
11 5 cm **12** 30 cm **13** 6 cm^2 **14** 81π cm^2
15 56 cm^2 **15** 250π cm^3 **16** 240π cm^3 **18** 2.45 m
19 10 m **20** 160 cm^2 **21** 21분 **22** 10 cm
23 $\frac{5}{2}$ cm **24** $\frac{100}{9}$ cm^2 **25** $\frac{18}{7}$ cm **26** 24
27 300 cm^2 **28** $\frac{84}{25}$ cm^2 **29** $\frac{20}{3}$ cm **30** $\frac{21}{2}$ cm
31 $\frac{45}{8}$ cm **32** ⑤ **33** 16 : 1 **34** 7
35 9 : 12 : 16 **36** $\frac{5}{2}$ cm **37** 3 cm **38** 37 : 12
39 $\frac{5}{8}$ **40** 16 cm **41** 6 cm **42** 4 cm
43 6 cm^2 **44** 70 cm^2 **45** 56 cm^2 **46** 3
47 56초 **48** 57π cm^3 **49** 43 **50** $\frac{15}{2}$ cm^2
51 $\frac{18}{5}$ cm **52** $\frac{39}{5}$ cm **53** 1 cm

적중 & 심화 **실전 TEST** 68쪽~70쪽

01 ⑤ **02** ② **03** $\frac{320}{9}$ cm **04** 39
05 16 cm^3 **06** 155 m **07** $\frac{25}{2}$ cm **08** $\frac{9}{5}$ cm
09 27 : 1 **10** 43 : 6 **11** 20배 **12** $\frac{9}{2}$ cm^2
13 $\frac{24}{5}$초 **14** $\frac{36}{5}$ cm **15** 50

학교 시험 **최상위 기출 도전** 71쪽~72쪽

01 $\frac{45}{2}$ cm **02** $\frac{70}{17}$ cm **03** $\frac{9}{2}$ cm **04** $\frac{44}{5}$ cm
05 $\frac{7}{2}$ cm **06** $\frac{33}{7}$ cm **07** $\frac{60}{49}$ cm **08** 48 cm^2

4 닮음의 응용

01 | 평행선과 선분의 길이의 비

개념 확인 75쪽

01 15 **02** 100 **03** 7 **04** 5 cm
05 $\frac{35}{3}$ cm **06** $\frac{15}{4}$

적중 & 심화 **유형 연습** 76쪽~82쪽

01 $\frac{15}{2}$ cm **02** 15 **03** 7 **04** ㉢, ㉥
05 3 cm **06** 1 cm **07** 28 cm **08** 8 cm
09 7 cm **10** $\frac{24}{7}$ cm **11** 6 cm **12** 27 cm^2
13 ②, ④ **14** 27 **15** 1 **16** 19
17 $\frac{27}{5}$ cm **18** 58 **19** $\frac{40}{7}$ cm **20** 4 cm
21 16 **22** $\frac{30}{7}$ cm **23** 5 : 4 **24** 8 cm
25 $\frac{10}{3}$ cm **26** 40 cm **27** 5 cm **28** $\frac{8}{3}$ cm
29 3 cm **30** 4 : 1 **31** 30 cm^2 **32** 32 cm^2
33 8 cm **34** $\frac{1}{15}$ **35** 20 cm **36** 80 cm^2
37 (1) 4 cm (2) 3 cm **38** $\frac{21}{2}$ cm^2 **39** $\frac{36}{7}$ cm

적중 & 심화 **실전 TEST** 83쪽~85쪽

01 $\frac{7}{4}$ cm **02** $\frac{192}{25}$ cm **03** 21 cm **04** 8 cm
05 $\frac{9}{2}$ cm **06** $\frac{15}{4}$ cm **07** $\frac{24}{5}$ cm **08** 14 cm
09 25 **10** 9 **11** $\frac{9}{7}$ cm **12** $\frac{48}{25}$ cm^2
13 $\frac{24}{5}$ cm **14** 23° **15** 3 cm **16** $\frac{5}{2}$ cm
17 $\frac{3}{4}$배

02 | 삼각형의 무게중심

개념 확인 87쪽

01 28 cm^2 **02** 12 **03** 54 cm **04** ⑤
05 27 cm^2 **06** 4 cm^2

적중 & 심화 **유형 연습** 88쪽~93쪽

01 6 cm^2 **02** 16 cm^2 **03** 8 **04** 12 cm
05 36 cm **06** 5 cm **07** $\frac{5}{2}$ cm **08** 8 cm^2
09 45 cm^2 **10** 12 cm^2 **11** 8 cm^2 **12** 12 cm^2
13 ③, ⑤ **14** 5 cm^2 **15** 16 cm^2 **16** 6 cm
17 3 cm^2 **18** 10 cm^2 **19** 32 cm **20** $\frac{5}{2}$ cm
21 10 cm **22** 18 cm **23** (1) 2 cm (2) $\frac{4}{3}$ cm
24 $\frac{28}{3}$ cm^2 **25** $\frac{32}{3}$ cm^2 **26** ③, ⑤ **27** 2 cm^2
28 8 cm^2 **29** 1 : 9 **30** 60 cm^2 **31** 5 cm^2
32 30 cm^2 **33** 20 cm^2 **34** 50 cm^2

적중 & 심화 **실전 TEST** 94쪽~95쪽

01 4 cm **02** 8 cm **03** 18 cm^2
04 (1) 20 cm^2 (2) 25 cm^2 **05** $\frac{4}{3}$ cm^2 **06** 9 cm
07 $\frac{25}{3}$ cm **08** $\frac{12}{7}$ cm^2 **09** ③, ⑤ **10** 12 cm^2
11 20 cm^2 **12** 4 cm^2

학교 시험 최상위 기출 도전 96쪽~98쪽

01 12 cm	**02** $\frac{90}{31}$ cm	**03** 48 cm^2	**04** 8 cm
05 4 : 15	**06** 4 cm	**07** 6 cm	**08** 81 cm^2
09 45 cm^2	**10** 12 cm^2	**11** $\frac{9}{2}$배	**12** 16 cm^2

5 피타고라스 정리

01 | 피타고라스 정리

개념 확인 101쪽~102쪽

01 17	**02** 69	**03** 6	**04** 54 cm^2
05 65 cm^2	**06** ③	**07** 3 cm	**08** 50π cm^2

적중 & 심화 유형 연습 103쪽~111쪽

01 6	**02** 20 cm	**03** 24 cm	**04** 15 cm^2
05 375π cm^3	**06** 9π	**07** 25 cm	**08** 7 cm
09 505	**10** $\frac{20}{3}$ cm	**11** 1	**12** $\frac{625}{2}$ cm^2
13 16 cm^2	**14** ①, ⑤	**15** 82	**16** 17
17 120 cm^2	**18** 2개	**19** 15	**20** ④
21 1	**22** 예각삼각형	**23** 15	**24** 42
25 80	**26** 6	**27** 32π cm^2	**28** 16 cm^2
29 192 cm^2	**30** 3	**31** $\frac{12}{5}$	**32** 15 cm
33 15	**34** $\frac{120}{13}$ cm	**35** 192	**36** 18
37 24	**38** $\frac{8}{3}$ cm	**39** $\frac{25}{8}\pi$	**40** 38 cm^2
41 149	**42** 108 cm^2	**43** 54	**44** 288
45 29 : 35	**46** ④	**47** 9	**48** 208
49 68	**50** 10	**51** 20 m	**52** 50π
53 $30+\frac{25}{8}\pi$	**54** 18π cm^2		

적중 & 심화 실전 TEST 112쪽~113쪽

01 108	**02** 2240π cm^3	**03** $\frac{25}{4}$ cm	**04** 68
05 $\frac{60}{13}$	**06** 115	**07** $\frac{27}{5}$	**08** 13π cm
09 8 cm^2	**10** 15 cm	**11** 5	**12** 57

학교 시험 최상위 기출 도전 114쪽

01 125	**02** $\frac{15}{2}$	**03** 17	**04** 8

6 경우의 수

01 | 경우의 수

개념 확인 118쪽

01 ⑤ **02** 23 **03** 60

04 (1) 20 (2) 16 **05** (1) 90 (2) 120

06 15

적중 & 심화 유형 연습 119쪽~127쪽

01 2	**02** 8	**03** 10	**04** 24
05 4	**06** 2	**07** 13	**08** 16
09 10	**10** 18	**11** 64	**12** 45
13 30	**14** 48	**15** 24	**16** 120
17 96	**18** 48	**19** 13	**20** 11
21 204	**22** 120	**23** 144	**24** 8명
25 90	**26** 16	**27** 31	**28** 30
29 5	**30** 9	**31** 8	**32** 3
33 5	**34** 15	**35** 9	**36** 135
37 15	**38** 27	**39** 38	**40** 14
41 12	**42** 12	**43** $dacbe$	**44** 144
45 12	**46** 36	**47** 415	**48** 414
49 52	**50** 40	**51** 72	**52** 26
53 34	**54** 20		

적중 & 심화 실전 TEST 128쪽~129쪽

01 6 **02** 22 **03** 3 **04** 46
05 60 **06** 5 **07** 8 **08** 8
09 20 **10** 25 **11** 20 **12** 45

학교 시험 최상위 기출 도전 130쪽

01 10 **02** 128 **03** 66 **04** 20

7 확률

01 | 확률

개념 확인 133쪽

01 $\frac{1}{12}$ **02** $\frac{1}{3}$ **03** ㉠, ㉡, ㉣ **04** $\frac{11}{15}$
05 $\frac{1}{8}$ **06** $\frac{15}{56}$

적중 & 심화 유형 연습 134쪽~145쪽

01 9 **02** $\frac{1}{3}$ **03** $\frac{13}{25}$ **04** $\frac{3}{7}$
05 $\frac{1}{2}$ **06** $\frac{11}{36}$ **07** ㉠, ㉡ **08** ⑤
09 $\frac{16}{25}$ **10** $\frac{11}{12}$ **11** $\frac{2}{3}$ **12** $\frac{7}{10}$
13 $\frac{13}{16}$ **14** $\frac{11}{50}$ **15** $\frac{1}{6}$ **16** $\frac{1}{2}$
17 $\frac{1}{6}$ **18** ③ **19** $\frac{1}{2}$ **20** $\frac{21}{25}$
21 $\frac{11}{25}$ **22** $\frac{7}{8}$ **23** $\frac{4}{5}$ **24** $\frac{63}{121}$
25 $\frac{5}{12}$ **26** $\frac{1}{2}$ **27** $\frac{19}{35}$ **28** ㉠, ㉡, ㉢
29 $\frac{12}{25}$ **30** $\frac{5}{11}$ **31** $\frac{1}{7}$ **32** $\frac{2}{3}$
33 $\frac{2}{5}$ **34** 5 **35** $\frac{1}{18}$ **36** $\frac{3}{8}$
37 $\frac{1}{18}$ **38** $\frac{3}{8}$ **39** $\frac{11}{12}$ **40** $\frac{3}{4}$
41 $\frac{4}{5}$ **42** 9 **43** $\frac{1}{4}$ **44** $\frac{11}{36}$
45 $\frac{1}{6}$ **46** $\frac{16}{27}$ **47** $\frac{67}{190}$ **48** $\frac{9}{10}$
49 $\frac{4}{5}$ **50** $\frac{1}{24}$ **51** $\frac{1}{16}$ **52** $\frac{4}{25}$
53 $\frac{3}{10}$ **54** $\frac{5}{27}$ **55** $\frac{1}{2}$ **56** $\frac{7}{24}$
57 $\frac{3}{16}$ **58** $\frac{25}{144}$ **59** $\frac{1}{29}$ **60** $\frac{9}{20}$
61 풀이 참조 **62** $\frac{26}{81}$
63 (1) $\frac{3}{4}$ (2) 수빈 : 1250원, 수호 : 3750원 **64** $\frac{5}{18}$
65 $\frac{7}{18}$ **66** $\frac{4}{5}$

적중 & 심화 실전 TEST 146쪽~148쪽

01 $\frac{11}{16}$ **02** $\frac{1}{18}$ **03** ㉣, ㉢, ㉡, ㉠
04 12 **05** $\frac{17}{42}$ **06** $\frac{23}{50}$ **07** $\frac{1}{5}$
08 $\frac{9}{20}$ **09** $\frac{1}{3}$ **10** $\frac{3}{8}$ **11** $\frac{25}{49}$
12 $\frac{122}{125}$ **13** $\frac{6}{7}$ **14** $\frac{1}{6}$ **15** $\frac{1}{6}$
16 $\frac{5}{9}$ **17** $\frac{81}{125}$ **18** $\frac{203}{432}$

학교 시험 최상위 기출 도전 149쪽~151쪽

01 $\frac{1}{6}$ **02** $\frac{1}{10}$ **03** $\frac{4}{9}$ **04** 7
05 $\frac{2}{9}$ **06** $\frac{1}{9}$ **07** $\frac{2}{9}$ **08** $\frac{5}{18}$
09 ⑤

정답과 해설

1 삼각형의 성질

01 | 이등변삼각형

개념 확인 7쪽

01 답 40°

$\angle ACB=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle ACB=70^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$

02 답 41

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 꼭지각인 $\angle A$의 이등분선은 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.
즉 $\angle ADC=90^\circ$, $\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$
$\therefore y=4$
$\triangle ADC$에서 $\angle C=180^\circ-(53^\circ+90^\circ)=37^\circ$이므로
$\angle B=\angle C=37^\circ$ $\quad\therefore x=37$
$\therefore x+y=37+4=41$

03 답 10 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$
$\angle DBC=\angle ABD=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$
$\triangle BCD$에서 $\angle BDC=180^\circ-(36^\circ+72^\circ)=72^\circ$
즉 $\triangle BCD$에서 $\angle C=\angle BDC=72^\circ$이므로
$\overline{BD}=\overline{BC}=10$ cm
$\triangle ABD$에서 $\angle A=\angle ABD=36^\circ$이므로
$\overline{AD}=\overline{BD}=10$ cm

04 답 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

㉠ RHS 합동
㉡ SAS 합동
㉢ RHA 합동
㉣ 합동인지 알 수 없다.
㉤ ASA 합동
따라서 합동인 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤이다.

05 답 34

$\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서
$\angle ADE=\angle C=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통, $\overline{AD}=\overline{AC}$
$\therefore \triangle ADE\equiv\triangle ACE$ (RHS 합동)
$\therefore \overline{DE}=\overline{CE}=4$ cm, 즉 $x=4$
$\angle CAE=\angle DAE=30^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서
$\angle B=180^\circ-(30^\circ+30^\circ+90^\circ)=30^\circ$ $\quad\therefore y=30$
$\therefore x+y=4+30=34$

06 답 ④

$\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\overline{OP}$는 공통, $\angle AOP=\angle BOP$
$\therefore \triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (RHA 합동) (⑤)
$\therefore \overline{AO}=\overline{BO}$ (①), $\overline{PA}=\overline{PB}$ (②), $\angle APO=\angle BPO$ (③)
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

적중 & 심화 유형 연습 8쪽~15쪽

01 답 15°

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로
$\angle A=\angle ABD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\therefore \angle DBC=\angle ABC-\angle ABD=65^\circ-50^\circ=15^\circ$

02 답 55°

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\overline{BE}$이므로 $\angle EAB=\angle B=60^\circ$
$\therefore \angle AEB=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$
$\triangle CDE$에서 $\overline{CD}=\overline{CE}$이므로
$\angle DEC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\therefore \angle AED=180^\circ-(\angle AEB+\angle DEC)$
$=180^\circ-(60^\circ+65^\circ)=55^\circ$

03 답 25°

$\triangle ADC$에서 $\angle DAC=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$
$\triangle AEF$에서 $\overline{AE}=\overline{AF}$이므로
$\angle AFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\triangle ABF$에서
$\angle ABE=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$

04 답 30°

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

이때 $\angle B+\angle C=100^\circ$이므로 $2\angle B=100^\circ$

$\therefore\ \angle B=50^\circ$

$\triangle$BDE에서 $\overline{DB}=\overline{DE}$이므로 $\angle E=\angle B=50^\circ$

$\triangle$AFE에서 $\angle AFE=180^\circ-(100^\circ+50^\circ)=30^\circ$

$\therefore\ \angle CFD=\angle AFE=30^\circ$ (맞꼭지각)

05 답 22°

$\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\triangle$ADC는 $\overline{AD}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\angle DAB=60^\circ$이므로 $\angle DAC=60^\circ+44^\circ=104^\circ$

$\therefore\ \angle ADC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-104^\circ)=38^\circ$

$\therefore\ \angle BDC=\angle ADB-\angle ADC=60^\circ-38^\circ=22^\circ$

06 답 16 cm

[전략] 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 이용한다.

$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle A$의 이등분선은 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

따라서 $\angle ADB=90^\circ$이고 $\overline{BD}=\overline{CD}$

이때 $\triangle$ABD의 넓이가 40 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times10=40$ $\quad\therefore\ \overline{BD}=8$ (cm)

$\therefore\ \overline{BC}=2\overline{BD}=2\times8=16$ (cm)

07 답 32 cm

$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle B$의 이등분선은 $\overline{AC}$를 수직이등분한다.

즉 $\angle BDC=90^\circ$이고 $\overline{AD}=\overline{CD}$

이때 $\triangle$DBC에서 $\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$\frac{1}{2}\times20\times\frac{48}{5}=\frac{1}{2}\times12\times\overline{CD}$

$6\overline{CD}=96$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=16$ (cm)

$\therefore\ \overline{AC}=2\overline{CD}=2\times16=32$ (cm)

08 답 108°

$\angle A=\angle a$라 하면 $\triangle$ABD에서 $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로

$\angle DBA=\angle a$

$\angle BDC=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle$BCD에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이므로

$\angle C=\angle BDC=2\angle a$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle C=2\angle a$

$\triangle$ABC에서 $\angle a+2\angle a+2\angle a=180^\circ$이므로

$5\angle a=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a=36^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-2\angle a=180^\circ-2\times36^\circ=108^\circ$

09 답 26°

$\angle B=\angle a$라 하면 $\triangle$DBE에서 $\overline{BD}=\overline{ED}$이므로

$\angle DEB=\angle B=\angle a$

$\angle FDE=\angle a+\angle a=2\angle a$ $\quad\cdots\cdots$ ❶

$\triangle$EFD에서 $\overline{ED}=\overline{EF}$이므로

$\angle EFD=\angle EDF=2\angle a$

$\triangle$FBE에서 $\angle FEC=2\angle a+\angle a=3\angle a$ $\quad\cdots\cdots$ ❷

$\triangle$FEC에서 $\overline{FE}=\overline{FC}$이므로

$\angle FCE=\angle FEC=3\angle a$ $\quad\cdots\cdots$ ❸

$\triangle$FCA에서 $\overline{FC}=\overline{FA}$이므로

$\angle FCA=\angle A=38^\circ$

$\triangle$ABC에서 $38^\circ+\angle a+(3\angle a+38^\circ)=180^\circ$이므로

$4\angle a=104^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a=26^\circ$, 즉 $\angle B=26^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle B=\angle a$라 할 때, $\angle FDE$의 크기를 $\angle a$의 식으로 나타내기	30 %
❷ $\angle FEC$의 크기를 $\angle a$의 식으로 나타내기	30 %
❸ $\angle FCE$의 크기를 $\angle a$의 식으로 나타내기	10 %
❹ $\angle B$의 크기 구하기	30 %

10 답 56°

$\angle BAD=\angle DAC=\angle a$라 하면

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\angle C=\angle BAC=2\angle a$

$\triangle$ADC에서 $\angle a+2\angle a=93^\circ$이므로

$3\angle a=93^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a=31^\circ$

$\triangle$ABD에서 $\angle B=180^\circ-(31^\circ+93^\circ)=56^\circ$

11 답 28°

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

$\therefore\ \angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times62^\circ=31^\circ$

이때 $\angle ACE=180^\circ-62^\circ=118^\circ$이므로

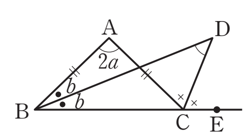
$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times118^\circ=59^\circ$

따라서 $\triangle$DBC에서

$\angle D+31^\circ=59^\circ$ $\quad\therefore\ \angle D=28^\circ$

100점 TIP

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 점 D는 $\angle B$의 이등분선과 $\angle C$의 외각의 이등분선의 교점일 때,



$\angle A=2\angle a$, $\angle DBC=\angle b$라 하면

① $\angle ACB=2\angle b$

② $\angle ACE = 2\angle a + 2\angle b$이므로

$\angle DCE = \frac{1}{2}\angle ACE = \angle a + \angle b$

③ $\triangle DBC$에서 $\angle D = \angle DCE - \angle DBC = \angle a$

$\therefore \angle D = \frac{1}{2}\angle A$

12 답) $32°$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle B = \angle C$

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle B = \angle C$

$\therefore$ $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{AE}$이므로 $\triangle ADE$에서

$\angle AED = \angle ADE = 74°$

$\therefore$ $\angle x = 180° - 2 \times 74° = 32°$

13 답) $56°$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 68°) = 56°$ …… ❶

$\triangle BDF$와 $\triangle CED$에서

$\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{BF} = \overline{CD}$, $\angle B = \angle C$

$\therefore$ $\triangle BDF \equiv \triangle CED$ (SAS 합동) …… ❷

따라서 $\angle BDF = \angle CED$, $\angle BFD = \angle CDE$이므로

$\angle EDF = 180° - (\angle BDF + \angle CDE)$

$= 180° - (\angle BDF + \angle BFD)$

$= \angle B = 56°$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle B$와 $\angle C$의 크기 구하기	20 %
❷ $\triangle BDF \equiv \triangle CED$임을 알기	30 %
❸ $\angle EDF$의 크기 구하기	50 %

14 답) $130°$

$\triangle ABE$에서 $\angle ABE = 85° - 40° = 45°$

$\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서

$\angle A$는 공통, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle ACD = \angle ABE = 45°$

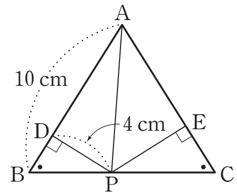
$\triangle EFC$에서 $\angle x = 85° + 45° = 130°$

15 답) 5 cm

$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{AC} = \overline{AB} = 10$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PD}$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 4$

$= 20$ (cm^2)

$\triangle ACP = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{PE} = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PE} = 5\overline{PE}$

이때 $\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle ACP$이므로

$45 = 20 + 5\overline{PE}$

$5\overline{PE} = 25$ $\quad\therefore$ $\overline{PE} = 5$ (cm)

16 답) 16 cm

$\triangle ACD$에서 $\angle CAD = 64° - 32° = 32°$

즉 $\angle CAD = \angle D$이므로 $\overline{CA} = \overline{CD} = 8$ cm

$\triangle ABD$에서 $\angle B = 96° - 32° = 64°$

즉 $\triangle ABC$에서 $\angle B = \angle ACB$이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$ cm

$\therefore$ $\overline{AB} + \overline{AC} = 8 + 8 = 16$ (cm)

17 답) 15 cm

$\triangle ABD$에서 $\angle ADC = 32° + 28° = 70°$이므로

$\angle ADC = \angle C$

즉 $\triangle ADC$는 $\overline{AD} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ABD$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BD} + \overline{AD} = \overline{AB} + (\overline{BC} - 3) + \overline{AC}$

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} - 3$

$=$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $- 3$

$= 18 - 3 = 15$ (cm)

18 답) 12 cm

$\angle A = 3\angle C$이므로 $\angle EAC = \angle C$

따라서 $\triangle AEC$는 $\overline{EA} = \overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\triangle ABE$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EA} = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EC}$

$= \overline{AB} + \overline{BC} = 17$ (cm)

즉 $5 + \overline{BC} = 17$이므로 $\overline{BC} = 12$ (cm)

19 답) 20 cm^2

$\angle GEF = \angle FEC$ (접은 각), $\angle GFE = \angle FEC$ (엇각)이므로

$\angle GEF = \angle GFE$

따라서 $\triangle GEF$는 $\overline{GE} = \overline{GF}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{GF} = \overline{GE} = 8$ cm

$\therefore$ $\triangle GEF = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$ (cm^2)

20 답) $127°$

$\angle EAF = 90° - 16° = 74°$ …… ❶

$\angle AEF = \angle FEC$ (접은 각), $\angle AFE = \angle FEC$ (엇각)이므로

$\angle AEF = \angle AFE$ ······ ❷

따라서 $\triangle AEF$는 $\overline{AE} = \overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AFE = \frac{1}{2} \times (180° - 74°) = 53°$ ······ ❸

$\therefore \angle x = 180° - 53° = 127°$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle EAF$의 크기 구하기	20 %
❷ $\angle AEF = \angle AFE$임을 알기	40 %
❸ $\angle AFE$의 크기 구하기	20 %
❹ $\angle x$의 크기 구하기	20 %

21 답 40°

$\angle A = \angle x$라 하면 $\angle DBE = \angle A = \angle x$이므로

$\angle x - \angle EBC = 10°$ $\therefore \angle EBC = \angle x - 10°$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle C = \angle ABC = \angle x + (\angle x - 10°) = 2\angle x - 10°$

이때 $\angle x + (2\angle x - 10°) + (2\angle x - 10°) = 180°$이므로

$5\angle x - 20° = 180°$, $5\angle x = 200°$

$\therefore \angle x = 40°$, 즉 $\angle A = 40°$

22 답 14°

$\angle A = \angle DCE = \angle x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle B = \angle x + 12°$

이때 $\angle x + (\angle x + 12°) + (\angle x + 12°) = 180°$이므로

$3\angle x + 24° = 180°$, $3\angle x = 156°$ $\therefore \angle x = 52°$

한편 $\angle DEC = \angle DEA$ (접은 각)이므로

$\angle DEC = \frac{1}{2} \times 180° = 90°$

$\triangle DCE$에서 $\angle y = 180° - (90° + 52°) = 38°$

$\therefore \angle x - \angle y = 52° - 38° = 14°$

23 답 16°

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 52°) = 64°$

$\therefore \angle E = \angle C = 64°$

이때 $\angle DBC = \angle EBD = 18°$ (접은 각)이므로

$\triangle BCD$에서 $\angle BDA = 18° + 64° = 82°$

따라서 $\triangle EBD$에서

$18° + (82° + \angle FDE) + 64° = 180°$

$\therefore \angle FDE = 16°$

24 답 4 cm

$\triangle DAB$와 $\triangle ECA$에서

$\angle ADB = \angle CEA = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,

$\angle DAB = 90° - \angle EAC = \angle ECA$

$\therefore \triangle DAB \equiv \triangle ECA$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = \overline{CE} = 2$ cm이므로

$\overline{DB} = \overline{EA} = \overline{DE} - \overline{DA} = 6 - 2 = 4$ (cm)

25 답 64 cm²

$\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서

$\angle D = \angle CEM = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\angle DMB = \angle EMC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle BDM \equiv \triangle CEM$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME} = 4$ cm, $\overline{BD} = \overline{CE} = 8$ cm이므로

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AD}$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times (4 + 12)$

$= 64$ (cm²)

26 답 7 cm

$\triangle ACE$와 $\triangle BAD$에서

$\angle CEA = \angle ADB = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BA}$,

$\angle ECA = 90° - \angle CAE = \angle DAB$

$\therefore \triangle ACE \equiv \triangle BAD$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 5$ cm, $\overline{AE} = \overline{BD} = 12$ cm이므로

$\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 12 - 5 = 7$ (cm)

27 답 24 cm²

$\triangle ABF$와 $\triangle BCG$에서

$\angle AFB = \angle BGC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$,

$\angle BAF = 90° - \angle ABF = \angle CBG$

$\therefore \triangle ABF \equiv \triangle BCG$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{BG} = \overline{AF} = 12$ cm, $\overline{BF} = \overline{CG} = 8$ cm이므로

$\overline{FG} = \overline{BG} - \overline{BF} = 12 - 8 = 4$ (cm)

$\therefore \triangle AFG = \frac{1}{2} \times \overline{FG} \times \overline{AF}$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 12 = 24$ (cm²)

28 답 30°

$\triangle EAD$와 $\triangle EBD$에서

$\angle EDA = \angle EDB = 90°$, $\overline{DE}$는 공통, $\overline{AD} = \overline{BD}$

$\therefore \triangle EAD \equiv \triangle EBD$ (SAS 합동)

$\therefore \angle EBD = \angle A = \angle x$

$\triangle EBD$와 $\triangle EBC$에서

$\angle EDB = \angle C = 90°$, $\overline{BE}$는 공통, $\overline{DE} = \overline{CE}$

$\therefore \triangle EBD \equiv \triangle EBC$ (RHS 합동)

$\therefore \angle EBC = \angle EBD = \angle x$

$\triangle ABC$에서 $\angle x + (\angle x + \angle x) + 90° = 180°$

$3\angle x = 90°$ $\therefore \angle x = 30°$

29 답 32°

$\triangle$MBD와 $\triangle$MCE에서

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{DM}=\overline{EM}$

$\therefore$ $\triangle MBD\equiv\triangle MCE$ (RHS 합동)

따라서 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

$\triangle$MCE에서 $\angle EMC=180^\circ-(90^\circ+58^\circ)=32^\circ$

30 답 18 cm

$\triangle$AED와 $\triangle$ACD에서

$\angle AED=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\overline{AE}=\overline{AC}$

$\therefore$ $\triangle AED\equiv\triangle ACD$ (RHS 합동) …… ❶

$\therefore$ $\overline{AE}=\overline{AC}=9$ cm, $\overline{DE}=\overline{DC}$ …… ❷

따라서 $\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=15-9=6$ (cm)이므로

($\triangle$BDE의 둘레의 길이)$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}$

$=\overline{BD}+\overline{DC}+\overline{BE}$

$=\overline{BC}+\overline{BE}$

$=12+6=18$ (cm) …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle AED\equiv\triangle ACD$임을 알기	30 %
❷ $\overline{AE}=\overline{AC}$, $\overline{DE}=\overline{DC}$임을 알기	30 %
❸ $\triangle$BDE의 둘레의 길이 구하기	40 %

31 답 72 cm^2

$\triangle$ABD와 $\triangle$AED에서

$\angle B=\angle AED=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle BAD=\angle EAD$

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle AED$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{DE}=\overline{DB}=12$ cm

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

또 $\triangle$EDC에서 $\angle EDC=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$이므로

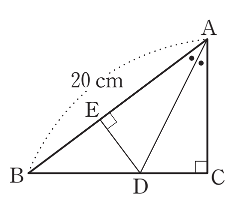
$\triangle$EDC는 $\overline{ED}=\overline{EC}$인 직각이등변삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{EC}=\overline{ED}=12$ cm

$\therefore$ $\triangle EDC=\frac{1}{2}\times12\times12=72\ (\text{cm}^2)$

32 답 6 cm

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\frac{1}{2}\times20\times\overline{DE}=60$

$\therefore$ $\overline{DE}=6$ (cm)

$\triangle$AED와 $\triangle$ACD에서

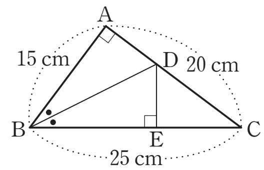
$\angle AED=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle EAD=\angle CAD$

$\therefore$ $\triangle AED\equiv\triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{CD}=\overline{ED}=6$ cm

33 답 $\frac{15}{2}$ cm

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle$ABD와 $\triangle$EBD에서

$\angle A=\angle DEB=90^\circ$,

$\overline{BD}$는 공통, $\angle ABD=\angle EBD$

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle EBD$ (RHA 합동)

이때 $\overline{AD}=\overline{ED}=x$ cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle DBC$에서

$\frac{1}{2}\times15\times20=\frac{1}{2}\times15\times x+\frac{1}{2}\times25\times x$

$20x=150$ $\quad\therefore x=\frac{15}{2}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.

34 답 15°

$\triangle$ABC에서 $\angle BAC=180^\circ-(80^\circ+50^\circ)=50^\circ$

$\triangle$ADE에서 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로

$\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

한편 $\overline{AF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle FAC=\angle C=50^\circ$ (엇각)

따라서 $\triangle$ADF에서

$\angle F=180^\circ-(50^\circ+50^\circ+65^\circ)=15^\circ$

35 답 40°

$\angle BAE=\angle BEA=\angle a$, $\angle CAD=\angle CDA=\angle b$라 하면

$\triangle$ABE에서 $\angle B=180^\circ-2\angle a$

$\triangle$CAD에서 $\angle C=180^\circ-2\angle b$

$\triangle$ABC에서

$100^\circ+(180^\circ-2\angle a)+(180^\circ-2\angle b)=180^\circ$

$2\angle a+2\angle b=280^\circ$ $\quad\therefore \angle a+\angle b=140^\circ$

$\triangle$ADE에서

$\angle DAE=180^\circ-(\angle a+\angle b)=180^\circ-140^\circ=40^\circ$

36 답 25°

$\triangle$A′BA는 $\overline{A'B}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이고

$\angle A'BA=40^\circ$이므로

$\angle A'AB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

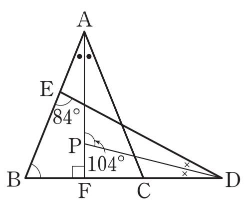
또 $\angle C'=\angle C=45^\circ$이므로 $\triangle$ABC′에서

$\angle x+45^\circ=70^\circ$ $\quad\therefore \angle x=25^\circ$

37 답 8 cm

$\overline{AD}$는 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선이므로
$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$
$\triangle EBD$와 $\triangle ECD$에서
$\overline{ED}$는 공통, $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle EDB=\angle EDC=90^\circ$
$\therefore$ $\triangle EBD \equiv \triangle ECD$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle EBC$는 $\overline{EB}=\overline{EC}$인 직각이등변삼각형이다.
$\therefore$ $\angle EBD=\angle ECD=45^\circ$
또 $\angle BED=\angle CED=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$이므로
$\triangle EBD$, $\triangle ECD$도 모두 직각이등변삼각형이다.
$\therefore$ $\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{ED}=4$ cm
$\therefore$ $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=4+4=8$ (cm)

38 답 68°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 F라 하면 $\overline{AF}$는 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선이므로 $\overline{AF} \perp \overline{BC}$, 즉 $\angle AFC=90^\circ$
$\triangle PFD$에서
$\angle PDF=104^\circ-90^\circ=14^\circ$이므로
$\angle EDB=2\angle PDF=2\times 14^\circ=28^\circ$
따라서 $\triangle EBD$에서
$\angle B=180^\circ-(84^\circ+28^\circ)=68^\circ$

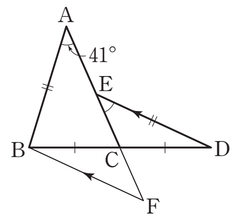
39 답 40°

$\angle CDA=\angle x$라 하면 $\triangle ACD$에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로
$\angle CAD=\angle CDA=\angle x$
$\angle ACB=\angle x+\angle x=2\angle x$
$\triangle ABC$에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로
$\angle BAC=\angle BCA=2\angle x$
이때 $\angle BAC+\angle CAD+\angle DAE=180^\circ$이므로
$2\angle x+\angle x+75^\circ=180^\circ$
$3\angle x=105^\circ$ $\quad\therefore$ $\angle x=35^\circ$
따라서 $\triangle ABD$에서
$\angle B+35^\circ=75^\circ$ $\quad\therefore$ $\angle B=40^\circ$

40 답 150°

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$
$\triangle OAC$와 $\triangle OBD$에서
$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OC}=\overline{OD}$, $\angle AOC=30^\circ+\angle BOC=\angle BOD$
$\therefore$ $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$ (SAS 합동)
이때 $\angle OAC=\angle OBD=\angle x$라 하면
$\angle BAP=75^\circ-\angle x$, $\angle ABP=75^\circ+\angle x$
$\triangle BAP$에서
$\angle APD=\angle BAP+\angle ABP$
$=(75^\circ-\angle x)+(75^\circ+\angle x)=150^\circ$

41 답 41°



오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나면서 $\overline{ED}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$의 연장선과 만나는 점을 F라 하면
$\triangle BFC$와 $\triangle DEC$에서
$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\angle CBF=\angle CDE$ (엇각),
$\angle BCF=\angle DCE$ (맞꼭지각)
$\therefore$ $\triangle BFC \equiv \triangle DEC$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{BF}=\overline{DE}$, $\angle F=\angle CED$
따라서 $\triangle ABF$는 $\overline{BA}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle F=\angle A=41^\circ$
$\therefore$ $\angle CED=\angle F=41^\circ$

42 답 5 cm

$\triangle ABD$에서 $\angle ADB=90^\circ-\angle BAD$
$\triangle AFE$에서 $\angle AFE=90^\circ-\angle EAF$
이때 $\angle BAD=\angle EAF$이므로 $\angle ADB=\angle AFE$이다.
한편 $\angle BFD=\angle AFE$ (맞꼭지각)이므로
$\angle BDF=\angle BFD$
따라서 $\triangle BDF$는 $\overline{BD}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BD}=\overline{BF}=5$ cm

43 답 4 cm

$\angle B=\angle C=\angle a$라 하면 $\triangle DFC$에서
$\angle D=90^\circ-\angle a$
$\triangle EBF$에서 $\angle BEF=90^\circ-\angle a$
이때 $\angle D=\angle BEF$이고 $\angle BEF=\angle AED$ (맞꼭지각)이므로
$\angle D=\angle AED$
즉 $\triangle ADE$는 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{AD}=\overline{AE}=x$ cm라 하면
$\overline{AB}=(x+5)$ cm, $\overline{AC}=(13-x)$ cm이므로
$x+5=13-x$, $2x=8$ $\quad\therefore$ $x=4$
따라서 $\overline{AE}$의 길이는 4 cm이다.

44 답 13 cm

$\triangle ABE$에서 $\angle ABE=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$
즉 $\angle BAE=\angle ABE$이므로 $\triangle ABE$는 $\overline{AE}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이다.
$\triangle AFE$와 $\triangle BCE$에서
$\overline{AE}=\overline{BE}$, $\angle AEF=\angle BEC$, $\angle EAF=90^\circ-\angle C=\angle EBC$
$\therefore$ $\triangle AFE \equiv \triangle BCE$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AF}=\overline{BC}=8+5=13$ (cm)

45 답 26 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로 $\angle B=\angle FEC$ (동위각)

$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\angle C=\angle DEB$ (동위각) …… ❶

즉 $\angle B=\angle DEB$이므로 $\triangle DBE$는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이다.

또 $\angle C=\angle FEC$이므로 $\triangle FEC$는 $\overline{FE}=\overline{FC}$인 이등변삼각형이다. …… ❷

따라서 사각형 ADEF의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FA}&=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{FC}+\overline{FA}\\&=\overline{AB}+\overline{AC}\\&=13+13=26\ (\mathrm{cm})\end{aligned}$$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 조건을 이용하여 크기가 같은 각 찾기	30 %
❷ $\triangle DBE$와 $\triangle FEC$가 이등변삼각형임을 알기	30 %
❸ 사각형 ADEF의 둘레의 길이 구하기	40 %

46 답 17°

$\triangle FBC$에서 $\angle BFC=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)=62^\circ$

$\triangle EBA$와 $\triangle FBC$에서

$\angle EAB=\angle FCB=90^\circ$, $\overline{EB}=\overline{FB}$, $\overline{BA}=\overline{BC}$

$\therefore\ \triangle EBA\equiv\triangle FBC$ (RHS 합동)

$\therefore\ \angle EBA=\angle FBC=28^\circ$, $\angle AEB=\angle CFB=62^\circ$

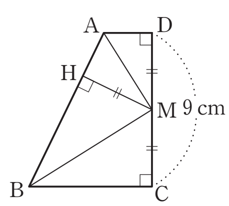
$\angle EBF=\angle EBA+\angle ABF=\angle FBC+\angle ABF=90^\circ$이므로

$\triangle BEF$는 $\overline{BE}=\overline{BF}$인 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle BEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle DEF&=\angle AEB-\angle BEF\\&=62^\circ-45^\circ=17^\circ\end{aligned}$$

47 답 10 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$, $\overline{BM}$을 그으면

$\triangle ADM$과 $\triangle AHM$에서

$\angle D=\angle AHM=90^\circ$,

$\overline{AM}$은 공통, $\overline{DM}=\overline{HM}$

$\therefore\ \triangle ADM\equiv\triangle AHM$ (RHS 합동)

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AH}$

$\triangle BHM$과 $\triangle BCM$에서

$\angle BHM=\angle C=90^\circ$, $\overline{BM}$은 공통, $\overline{HM}=\overline{CM}$

$\therefore\ \triangle BHM\equiv\triangle BCM$ (RHS 합동)

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}$

한편 사다리꼴 ABCD의 넓이가 45 cm^2이므로

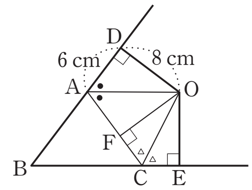
$\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{DC}=45$

$\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times 9=45$

$\therefore\ \overline{AD}+\overline{BC}=10\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=\overline{AD}+\overline{BC}=10\ (\mathrm{cm})$

48 답 8 cm



오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\triangle ODA$와 $\triangle OFA$에서

$\angle ODA=\angle OFA=90^\circ$,

$\overline{OA}$는 공통, $\angle OAD=\angle OAF$

$\therefore\ \triangle ODA\equiv\triangle OFA$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OF}=\overline{OD}=8$ cm

$\triangle OFC$와 $\triangle OEC$에서

$\angle OFC=\angle OEC=90^\circ$, $\overline{OC}$는 공통, $\angle OCF=\angle OCE$

$\therefore\ \triangle OFC\equiv\triangle OEC$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OE}=\overline{OF}=8$ cm

적중 & 심화 실전 TEST

16쪽~17쪽

01 답 143°

$\triangle ABE$에서 $\overline{BA}=\overline{BE}$이므로

$\angle BEA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-34^\circ)=73^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle AEC&=180^\circ-\angle BEA\\&=180^\circ-73^\circ=107^\circ\end{aligned}$$

$\triangle ADC$에서 $\angle ADC=180^\circ-108^\circ=72^\circ$이고 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로

$\angle C=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$

$\therefore\ \angle AEC+\angle C=107^\circ+36^\circ=143^\circ$

02 답 80°

$\angle B=\angle a$라 하면

$\triangle FBE$에서 $\overline{FB}=\overline{FE}$이므로

$\angle FEB=\angle B=\angle a$

$\angle DFE=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle EFD$에서 $\overline{ED}=\overline{EF}$이므로

$\angle EDF=\angle EFD=2\angle a$

$\triangle DBE$에서 $\angle DEC=2\angle a+\angle a=3\angle a$

$\triangle DEC$에서 $\overline{DE}=\overline{DC}$이므로

$\angle DCE=\angle DEC=3\angle a$

$\triangle DBC$에서 $\angle ADC=\angle a+3\angle a=4\angle a$

$\triangle CAD$에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로

$\angle A=\angle CDA=4\angle a$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로

$\angle BCA=\angle A=4\angle a$

따라서 $4\angle a+\angle a+4\angle a=180^\circ$이므로

$9\angle a=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a=20^\circ$

$\therefore\ \angle BCA=4\angle a=4\times20^\circ=80^\circ$

03 답 40°

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-28^\circ)=76^\circ$

$\therefore \angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times76^\circ=38^\circ$ …… ❶

또 $\angle ACE=180^\circ-76^\circ=104^\circ$이므로

$\angle DCE=104^\circ\times\frac{3}{1+3}=78^\circ$ …… ❷

따라서 $\triangle DBC$에서

$\angle x+38^\circ=78^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle DBC$의 크기 구하기	40 %
❷ $\angle DCE$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle x$의 크기 구하기	20 %

04 답 59°

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

$\triangle BDF$와 $\triangle CED$에서

$\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$

$\therefore \triangle BDF\equiv\triangle CED$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DF}=\overline{ED}$, $\angle BFD=\angle CDE$

따라서 $\triangle DEF$에서 $\angle DFE=\angle DEF$이고

$\angle FDE=180^\circ-(\angle FDB+\angle CDE)$

$=180^\circ-(\angle FDB+\angle BFD)$

$=\angle B=62^\circ$

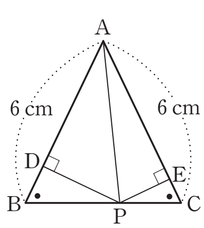
$\therefore \angle DFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=59^\circ$

05 답 5 cm

$\angle B=\angle C$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}=6$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



$\triangle ABP=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{PD}$

$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{PD}=3\overline{PD}$

$\triangle ACP=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{PE}$

$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{PE}=3\overline{PE}$

이때 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle ACP$이므로

$15=3\overline{PD}+3\overline{PE}$, $3(\overline{PD}+\overline{PE})=15$

$\therefore \overline{PD}+\overline{PE}=5$ (cm)

06 답 30°

$\angle DBE=2\angle a$, $\angle CBE=3\angle a$라 하면

$\angle A=\angle DBE=2\angle a$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle C=\angle ABC=2\angle a+3\angle a=5\angle a$

이때 $2\angle a+5\angle a+5\angle a=180^\circ$이므로

$12\angle a=180^\circ \quad \therefore \angle a=15^\circ$

$\therefore \angle A=2\angle a=2\times15^\circ=30^\circ$

07 답 29 cm^2

$\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서

$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle CBE=\angle BCE$

$\therefore \triangle ADB\equiv\triangle BEC$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DB}=\overline{EC}=3$ cm, $\overline{BE}=\overline{AD}=7$ cm이므로

$\triangle ABC=$(사다리꼴 ADEC의 넓이)$-2\triangle ADB$

$=\frac{1}{2}\times(7+3)\times10-2\times\left(\frac{1}{2}\times3\times7\right)$

$=50-21=29\ (\text{cm}^2)$

08 답 24 cm^2

$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서

$\angle B=\angle AED=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{AE}$

$\therefore \triangle ABD\equiv\triangle AED$ (RHS 합동)

이때 $\overline{BD}=\overline{ED}=x$ cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$에서

$\frac{1}{2}\times16\times12=\frac{1}{2}\times x\times12+\frac{1}{2}\times20\times x$

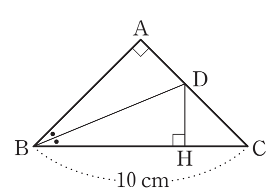
$16x=96 \quad \therefore x=6$

따라서 $\overline{DE}=6$ cm, $\overline{CE}=\overline{AC}-\overline{AE}=20-12=8$ (cm)이므로

$\triangle EDC=\frac{1}{2}\times6\times8=24\ (\text{cm}^2)$

09 답 10 cm

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABD$와 $\triangle HBD$에서

$\angle A=\angle DHB=90^\circ$, $\overline{BD}$는 공통,

$\angle ABD=\angle HBD$

$\therefore \triangle ABD\equiv\triangle HBD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{AB}=\overline{HB}$, $\overline{AD}=\overline{HD}$

한편 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

$\triangle DHC$에서 $\angle HDC=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$이므로

$\triangle DHC$는 $\overline{HD}=\overline{HC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AD}=\overline{HC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{AD}=\overline{HB}+\overline{HC}=10$ cm

10 답 64°

$\angle BAD=\angle x$라 하면 $\angle CAD=3\angle x$이므로

$\angle BAC=\angle x+3\angle x=4\angle x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-4\angle x)=90^\circ-2\angle x$

한편 $\triangle EDC$에서

$\angle EDC=180^\circ-(90^\circ+16^\circ)=74^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\angle x+(90^\circ-2\angle x)=74^\circ$

$90^\circ-\angle x=74^\circ \qquad \therefore \angle x=16^\circ$

$\therefore \angle BAC=4\angle x=4\times16^\circ=64^\circ$

11 답 7 cm

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times14=7\ (cm)$

$\angle B=\angle C=\angle a$라 하면

$\triangle QPC$에서 $\angle Q=90^\circ-\angle a$

$\triangle MBP$에서 $\angle BMP=90^\circ-\angle a$

이때 $\angle Q=\angle BMP$이고 $\angle QMA=\angle BMP$ (맞꼭지각)이므로

$\angle Q=\angle QMA$

따라서 $\triangle AQM$은 $\overline{AQ}=\overline{AM}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AQ}=\overline{AM}=7$ cm

12 답 74°

$\triangle AED$에서

$\angle ADE=180^\circ-(90^\circ+61^\circ)=29^\circ$ …… ❶

$\triangle DAE$와 $\triangle DCF$에서

$\angle A=\angle DCF=90^\circ$, $\overline{DE}=\overline{DF}$, $\overline{DA}=\overline{DC}$

$\therefore \triangle DAE\equiv\triangle DCF$ (RHS 합동)

$\therefore \angle CDF=\angle ADE=29^\circ$ …… ❷

$\angle EDF=\angle EDC+\angle CDF=\angle EDC+\angle ADE=90^\circ$이므로

$\triangle DEF$는 $\overline{DE}=\overline{DF}$인 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle DFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$ …… ❸

따라서 $\triangle DGF$에서

$\angle EGD=29^\circ+45^\circ=74^\circ$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle ADE$의 크기 구하기	20 %
❷ $\angle CDF$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle DFE$의 크기 구하기	30 %
❹ $\angle EGD$의 크기 구하기	20 %

02 | 삼각형의 외심과 내심

개념 확인 19쪽

01 답 ③, ⑤

⑤ $\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OAD=\angle OBD$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

02 답 $25\pi\ cm^2$

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5\ (cm)$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는

$\pi\times5^2=25\pi\ (cm^2)$

03 답 28°

$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times116^\circ=58^\circ$

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$

$\therefore \angle x=58^\circ-30^\circ=28^\circ$

04 답 ③

05 답 35°

$\angle AIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ABC$이고 $\angle IBA=\angle IBC$이므로

$125^\circ=90^\circ+\angle IBC \qquad \therefore \angle IBC=35^\circ$

06 답 4 cm

$\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=(9-x)$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=(12-x)$ cm

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$(9-x)+(12-x)=13$

$21-2x=13,\ 2x=8 \qquad \therefore x=4$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 4 cm이다.

적중 & 심화 유형 연습 20쪽~26쪽

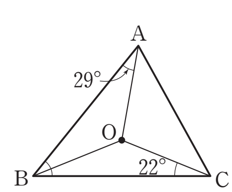
01 답 51°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$를 그으면

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=29^\circ$

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로



$\angle OBC = \angle OCB = 22^\circ$

$\therefore\ \angle ABC = \angle OBA + \angle OBC$

$= 29^\circ + 22^\circ = 51^\circ$

02 답 12π cm

$\overline{OA} = \overline{OB} = r$ cm라 하면

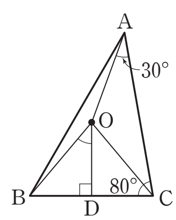
$\triangle OAB$의 둘레의 길이가 22 cm이므로

$r + r + 10 = 22,\ 2r = 12 \qquad \therefore\ r = 6$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는 6 cm이므로 외접원의 둘레의 길이는

$2\pi \times 6 = 12\pi$ (cm)

03 답 40°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\triangle OAC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이므로

$\angle OCA = \angle OAC = 30^\circ$

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$

$\triangle OBD$에서

$\angle BOD = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$

04 답 22°

점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MB}$

$\triangle MAB$에서 $\overline{MA} = \overline{MB}$이므로

$\angle MAB = \angle B = 34^\circ$

$\therefore\ \angle AMH = 34^\circ + 34^\circ = 68^\circ$

따라서 $\triangle AMH$에서

$\angle MAH = 180^\circ - (68^\circ + 90^\circ) = 22^\circ$

05 답 8 cm

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ …… ❶

$\angle OCA = \angle x$라 하면 $\angle OAB : \angle OCA = 2 : 1$이므로

$\angle OAB = 2\angle x$

$\triangle OAC$에서 $\angle OAC = \angle OCA = \angle x$이므로

$2\angle x + \angle x = 90^\circ,\ 3\angle x = 90^\circ \qquad \therefore\ \angle x = 30^\circ$

$\therefore\ \angle OAB = 2\angle x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ …… ❷

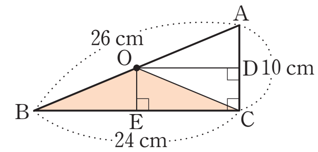
이때 $\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle OAB$는 정삼각형이다. …… ❸

$\therefore\ \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = 8$ cm

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는 8 cm이다. …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$임을 알기	20 %
❷ $\angle OAB$의 크기 구하기	30 %
❸ $\triangle OAB$가 정삼각형임을 알기	30 %
❹ $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이 구하기	20 %

06 답 $60\ \text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자.

$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ (cm)

이때 $\angle OEC = \angle ECD = \angle CDO = 90^\circ$이므로 $\angle DOE = 90^\circ$

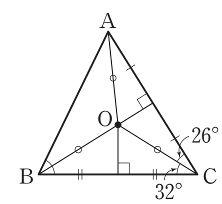
즉 사각형 OECD는 직사각형이므로

$\overline{OD} = \overline{CE} = 12$ cm

따라서 $\triangle OBC = \triangle ABC - \triangle AOC$이므로

$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 24 \times 10 - \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60\ (\text{cm}^2)$

07 답 64°



점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 26^\circ$

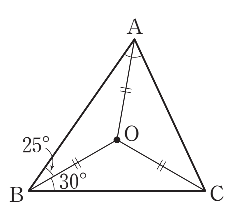
$\angle OBC = \angle OCB = 32^\circ$

이때 $26^\circ + \angle OBA + 32^\circ = 90^\circ$이므로

$\angle OBA = 32^\circ$

$\therefore\ \angle ABC = \angle OBA + \angle OBC = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$

08 답 60°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\therefore\ \angle OAB = \angle OBA = 25^\circ$

$\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$

이때 $\angle OAC + 25^\circ + 30^\circ = 90^\circ$이므로

$\angle OAC = 35^\circ$

$\therefore\ \angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$

09 답 60°

$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{2+3+4} = 120^\circ$

이때 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$

10 답 14°

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$

점 O′은 $\triangle OBC$의 외심이므로

$\angle BO'C = 2\angle BOC = 2 \times 76^\circ = 152^\circ$

$\triangle$O′BC에서 $\overline{\mathrm{O'B}}=\overline{\mathrm{O'C}}$이므로

$\angle \mathrm{O'BC}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-152^\circ)=14^\circ$

11 답 27°

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{C}=2\times 48^\circ=96^\circ$

$\triangle$OAB에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로

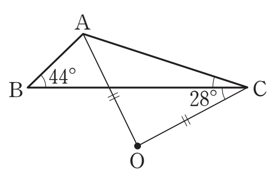
$\angle \mathrm{OAB}=\angle \mathrm{OBA}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-96^\circ)=42^\circ$

$\triangle$ABD에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$이므로

$\angle \mathrm{ABD}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{OBD}=\angle \mathrm{ABD}-\angle \mathrm{OBA}=69^\circ-42^\circ=27^\circ$

12 답 18°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}$를 그으면

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle \mathrm{AOC}=2\angle \mathrm{B}=2\times 44^\circ=88^\circ$

$\triangle$OAC에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$이므로

$\angle \mathrm{OCA}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-88^\circ)=46^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{OCA}-\angle \mathrm{OCB}=46^\circ-28^\circ=18^\circ$

13 답 109°

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle \mathrm{AOC}=2\angle \mathrm{ABC}=2\times 42^\circ=84^\circ$

$\triangle$AOC에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$이므로

$\angle \mathrm{OAC}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-84^\circ)=48^\circ$

$\triangle$OAB에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로

$\angle \mathrm{OAB}=\angle \mathrm{OBA}=42^\circ+19^\circ=61^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{OAB}+\angle \mathrm{OAC}=61^\circ+48^\circ=109^\circ$

다른 풀이

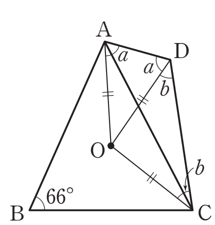
$\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$이므로 $\angle \mathrm{OCB}=\angle \mathrm{OBC}=19^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{BOC}=180^\circ-(19^\circ+19^\circ)=142^\circ$

따라서 $360^\circ-\angle \mathrm{BOC}=2\angle \mathrm{BAC}$이므로

$\angle \mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\times(360^\circ-142^\circ)=109^\circ$

14 답 114°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OC}}$, $\overline{\mathrm{OD}}$를

그으면 점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle \mathrm{AOC}=2\angle \mathrm{B}=2\times 66^\circ=132^\circ$

이때 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$이므로

$\angle \mathrm{OAD}=\angle \mathrm{ODA}=\angle a$,

$\angle \mathrm{ODC}=\angle \mathrm{OCD}=\angle b$라 하면

사각형 AOCD에서

$\angle a+132^\circ+\angle b+(\angle a+\angle b)=360^\circ$

$2(\angle a+\angle b)=228^\circ\qquad \therefore\ \angle a+\angle b=114^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{D}=\angle a+\angle b=114^\circ$

다른 풀이

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle \mathrm{AOC}=2\angle \mathrm{B}=2\times 66^\circ=132^\circ$

또 점 O는 $\triangle$ACD의 외심이므로

$360^\circ-\angle \mathrm{AOC}=2\angle \mathrm{D}$

$\therefore\ \angle \mathrm{D}=\frac{1}{2}\times(360^\circ-132^\circ)=114^\circ$

15 답 39°

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{ICB}=\angle \mathrm{ICA}=20^\circ$

$\triangle$ABC에서 $\angle \mathrm{BAC}=180^\circ-(62^\circ+20^\circ+20^\circ)=78^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{BAI}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\times 78^\circ=39^\circ$

16 답 15°

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{IAB}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\times 62^\circ=31^\circ$

$\angle \mathrm{ABC}=2\angle \mathrm{IBA}=2\times 37^\circ=74^\circ$

$\triangle$ABH에서 $\angle \mathrm{BAH}=180^\circ-(74^\circ+90^\circ)=16^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{DAH}=\angle \mathrm{BAD}-\angle \mathrm{BAH}=31^\circ-16^\circ=15^\circ$

17 답 204°

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{ABC}=2\angle \mathrm{ABI}=2\times 24^\circ=48^\circ$

$\angle \mathrm{ACB}=2\angle \mathrm{ACI}=2\times 28^\circ=56^\circ$

$\triangle$ABC에서 $\angle y=180^\circ-(48^\circ+56^\circ)=76^\circ$

$\therefore\ \angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle y=90^\circ+\frac{1}{2}\times 76^\circ=128^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=128^\circ+76^\circ=204^\circ$

다른 풀이

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{IBC}=\angle \mathrm{ABI}=24^\circ$, $\angle \mathrm{ICB}=\angle \mathrm{ACI}=28^\circ$

$\triangle$IBC에서 $\angle x=180^\circ-(24^\circ+28^\circ)=128^\circ$

$\triangle$ABC에서 $\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle y$

즉 $128^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle y$이므로

$\frac{1}{2}\angle y=38^\circ\qquad \therefore\ y=76^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=128^\circ+76^\circ=204^\circ$

18 답 118°

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$이므로 $\angle \mathrm{C}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{AIB}=90^\circ+\frac{1}{2}\angle \mathrm{C}=90^\circ+\frac{1}{2}\times 56^\circ=118^\circ$

19 답 40°

점 I′은 $\triangle$AIB의 내심이므로

$\angle AI'B = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle AIB$

$155^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle AIB$, $\frac{1}{2}\angle AIB = 65^\circ$

$\therefore \angle AIB = 130^\circ$

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ACB = 90^\circ + \angle ICB$

$130^\circ = 90^\circ + \angle ICB \qquad \therefore \angle ICB = 40^\circ$

20 답 17 : 6

내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times r \times (9+13+12) = 17r$

$\triangle AIC = \frac{1}{2}\times r \times 12 = 6r$

$\therefore \triangle ABC : \triangle AIC = 17r : 6r = 17 : 6$

21 답 $(54-9\pi)\ \mathrm{cm}^2$

내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r = 6\pi$에서 $r=3$

∴ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC-$(내접원 I의 넓이)

$= \frac{1}{2}\times 3 \times 36 - \pi \times 3^2$

$= 54 - 9\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

22 답 12 cm

$\overline{BD} = x$ cm라 하면 $\overline{BE} = \overline{BD} = x$ cm이므로

$\overline{AF} = \overline{AD} = (10-x)$ cm, $\overline{CF} = \overline{CE} = (11-x)$ cm

이때 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF}$이므로

$9 = (10-x) + (11-x)$, $2x = 12 \qquad \therefore x = 6$

또한 $\overline{GD} = \overline{GJ}$, $\overline{HE} = \overline{HJ}$이므로

($\triangle$GBH의 둘레의 길이)$= \overline{GB} + \overline{BH} + \overline{GH}$

$= \overline{GB} + \overline{BH} + (\overline{GJ} + \overline{HJ})$

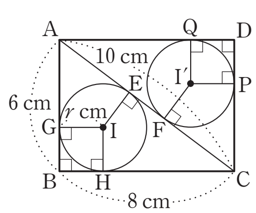
$= \overline{GB} + \overline{BH} + (\overline{GD} + \overline{HE})$

$= (\overline{GB} + \overline{GD}) + (\overline{BH} + \overline{HE})$

$= \overline{BD} + \overline{BE}$

$= 6 + 6 = 12\ (\mathrm{cm})$

23 답 2 cm



오른쪽 그림과 같이 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 내접원 I의 접점을 각각 G, H라 하고, $\triangle$ACD에서 $\overline{CD}$, $\overline{AD}$와 내접원 I′의 접점을 각각 P, Q라 하자.

$\overline{IG} = \overline{IH} = r$ cm라 하면 사각형 IGBH는 정사각형이므로

$\overline{BG} = \overline{BH} = r$ cm, $\overline{AE} = \overline{AG} = (6-r)$ cm,

$\overline{CE} = \overline{CH} = (8-r)$ cm

이때 $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$이므로

$10 = (6-r) + (8-r)$, $2r = 4 \qquad \therefore r = 2$

같은 방법으로 원 I′의 반지름의 길이도 2 cm이므로

$\overline{CE} = 8-2 = 6\ (\mathrm{cm})$, $\overline{CF} = \overline{CP} = 6-2 = 4\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{EF} = \overline{CE} - \overline{CF} = 6-4 = 2\ (\mathrm{cm})$

24 답 16 cm

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24$이므로 $\overline{AB} + 8 + \overline{CA} = 24$

$\therefore \overline{AB} + \overline{CA} = 16\ (\mathrm{cm})$ …… ❶

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle DBI = \angle IBC$, $\angle ECI = \angle ICB$

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DIB = \angle IBC$ (엇각), $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle EIC$

즉 $\triangle$DBI와 $\triangle$EIC는 각각 $\overline{DI} = \overline{DB}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$인 이등변삼각형이다. …… ❷

∴ ($\triangle$ADE의 둘레의 길이)$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA}$

$= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{IE}) + \overline{EA}$

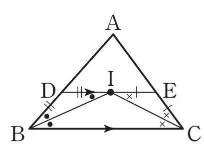
$= \overline{AD} + (\overline{DB} + \overline{EC}) + \overline{EA}$

$= \overline{AB} + \overline{AC}$

$= 16\ (\mathrm{cm})$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB} + \overline{CA}$의 길이 구하기	20 %
❷ $\overline{DI} = \overline{DB}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$임을 보이기	40 %
❸ $\triangle$ADE의 둘레의 길이 구하기	40 %

100점 TIP



오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$일 때

① $\triangle$DBI, $\triangle$EIC는 이등변삼각형이다.

② ($\triangle$ADE의 둘레의 길이)

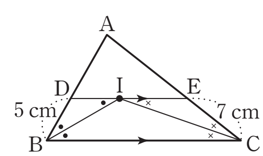
$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{IE}) + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$

$= \overline{AB} + \overline{AC}$

25 답 52 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle DBI = \angle IBC$, $\angle ECI = \angle ICB$

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DIB = \angle IBC$ (엇각), $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle EIC$

즉 $\triangle$DBI와 $\triangle$EIC는 이등변삼각형이므로

$\overline{DI} = \overline{DB} = 5$ cm, $\overline{EI} = \overline{EC} = 7$ cm

이때 $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\frac{3}{5}\overline{BC}$이므로

$5+7=\frac{3}{5}\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=20\ (\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=(\overline{AD}+\overline{DB})+\overline{BC}+(\overline{AE}+\overline{EC})$

$=(\overline{AD}+\overline{DI})+\overline{BC}+(\overline{AE}+\overline{EI})$

$=(\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{AE})+\overline{BC}$

$=(\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE})+\overline{BC}$

$=32+20=52\ (\text{cm})$

26 답 $12°$

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-44°)=68°$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 68°=34°$

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times 44°=88°$

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180°-88°)=46°$

$\therefore \angle OBI=\angle OBC-\angle IBC=46°-34°=12°$

27 답 $141°$

$\triangle ABC$에서 $\angle ACB=180°-(64°+90°)=26°$ ······ ❶

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 26°=13°$ ······ ❷

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$

$\therefore \angle OBC=\angle OCB=26°$ ······ ❸

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle BPC=180°-(26°+13°)=141°$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle ACB$의 크기 구하기	20 %
❷ $\angle ICB$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle OBC$의 크기 구하기	30 %
❹ $\angle BPC$의 크기 구하기	20 %

28 답 28π cm

원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10\ (\text{cm})$

원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times 16\times 12=\frac{1}{2}\times r\times(20+16+12)$이므로

$24r=96$ $\quad\therefore r=4$

따라서 원 O와 원 I의 둘레의 길이의 합은

$2\pi\times 10+2\pi\times 4=28\pi\ (\text{cm})$

29 답 $110°$

외심 O가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$는 $\angle BAC=90°$인 직각삼각형이다.

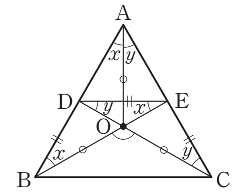
이때 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OAB=\angle B=35°$

$\therefore \angle OAC=\angle BAC-\angle OAB=90°-35°=55°$

점 O′은 $\triangle AOC$의 외심이므로

$\angle OO'C=2\angle OAC=2\times 55°=110°$

30 답 $120°$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 긋고

$\angle DBE=\angle x$, $\angle DCE=\angle y$라 하면

$\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}$이므로

$\angle DEB=\angle DBE=\angle x$

$\angle EDC=\angle ECD=\angle y$

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OAB=\angle OBA=\angle x$

$\triangle OAC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OAC=\angle OCA=\angle y$

$\therefore \angle BAC=\angle x+\angle y$

한편 $\angle BOC=2\angle BAC$이므로 $\angle BOC=2(\angle x+\angle y)$

$\therefore \angle DOE=\angle BOC=2(\angle x+\angle y)$ (맞꼭지각)

$\triangle OED$에서 $2(\angle x+\angle y)+\angle x+\angle y=180°$

$3(\angle x+\angle y)=180°$ $\quad\therefore \angle x+\angle y=60°$

$\therefore \angle BOC=2(\angle x+\angle y)=2\times 60°=120°$

31 답 $18°$

점 G는 직각삼각형 EFC의 외심이므로 $\overline{GF}=\overline{GC}=\overline{GE}$

$\angle F=\angle x$라 하면

$\triangle GFC$에서 $\angle GCF=\angle F=\angle x$

$\angle EGC=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle CAG$에서 $\overline{CA}=\overline{CG}$이므로

$\angle CAG=\angle CGA=2\angle x$

$\triangle AFD$에서

$(2\angle x+36°)+\angle x+90°=180°$

$3\angle x=54°$ $\quad\therefore \angle x=18°$

따라서 $\angle F$의 크기는 $18°$이다.

32 답 $56°$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=44°$ (엇각)

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\angle ABD=\angle ADB=44°$

$\therefore \angle BAD=180°-(44°+44°)=92°$

점 I는 $\triangle ABD$의 내심이므로

$\angle IAD=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 92°=46°$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이므로

$\angle BDC=\frac{1}{2}\times(180°-44°)=68°$

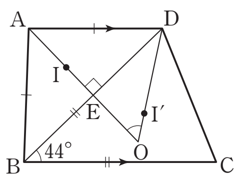
점 I′은 $\triangle$DBC의 내심이므로

$\angle \mathrm{I'DB}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BDC}=\frac{1}{2}\times 68^\circ=34^\circ$

$\triangle$AOD에서

$\angle \mathrm{AOD}=180^\circ-(46^\circ+44^\circ+34^\circ)=56^\circ$

다른 풀이



$\overline{\mathrm{AO}}$는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각의 이등분선이므로

$\overline{\mathrm{AO}}\perp\overline{\mathrm{BD}}$, 즉 $\angle \mathrm{DEO}=90^\circ$

$\triangle$BCD에서 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BD}}$이므로

$\angle \mathrm{BDC}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$

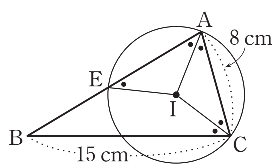
점 I′은 $\triangle$DBC의 내심이므로

$\angle \mathrm{I'DB}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BDC}=\frac{1}{2}\times 68^\circ=34^\circ$

$\triangle$DEO에서

$\angle \mathrm{EOD}=180^\circ-(90^\circ+34^\circ)=56^\circ$

33 답 7 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{IA}}$, $\overline{\mathrm{IC}}$, $\overline{\mathrm{IE}}$를 그으면 $\overline{\mathrm{IA}}=\overline{\mathrm{IC}}=\overline{\mathrm{IE}}$이므로

$\triangle$IAC에서 $\angle \mathrm{IAC}=\angle \mathrm{ICA}$

$\triangle$IAE에서 $\angle \mathrm{IAE}=\angle \mathrm{IEA}$

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{IAC}=\angle \mathrm{IAE}$, $\angle \mathrm{ICA}=\angle \mathrm{ICB}$

$\therefore\ \angle \mathrm{ICB}=\angle \mathrm{ICA}=\angle \mathrm{IAC}=\angle \mathrm{IAE}=\angle \mathrm{IEA}$

즉 $\triangle$ABC에서 $\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BCA}$이므로

$\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}=15$ cm

한편 $\triangle$IAE와 $\triangle$IAC에서

$\overline{\mathrm{IA}}$는 공통, $\angle \mathrm{IAE}=\angle \mathrm{IAC}$,

$\angle \mathrm{AIE}=180^\circ-2\angle \mathrm{IAE}=180^\circ-2\angle \mathrm{IAC}=\angle \mathrm{AIC}$

$\therefore\ \triangle \mathrm{IAE}\equiv\triangle \mathrm{IAC}$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{AC}}=8$ cm이므로

$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BA}}-\overline{\mathrm{AE}}=15-8=7$ (cm)

참고

$\triangle$IAE와 $\triangle$IAC의 합동 조건은 ASA 합동, SAS 합동 모두 가능하다.

$\triangle$IAE와 $\triangle$IAC에서

$\overline{\mathrm{IA}}$는 공통, $\overline{\mathrm{IE}}=\overline{\mathrm{IC}}$,

$\angle \mathrm{AIE}=180^\circ-2\angle \mathrm{IAE}=180^\circ-2\angle \mathrm{IAC}=\angle \mathrm{AIC}$

$\therefore\ \triangle \mathrm{IAE}\equiv\triangle \mathrm{IAC}$ (SAS 합동)

34 답 204°

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{IAB}=\angle \mathrm{IAC}=\angle a$, $\angle \mathrm{ICB}=\angle \mathrm{ICA}=\angle b$라 하면

$\triangle$ABC에서

$76^\circ+2\angle a+2\angle b=180^\circ$

$2(\angle a+\angle b)=104^\circ \qquad \therefore\ \angle a+\angle b=52^\circ$

$\triangle$EBC에서 $\angle x=76^\circ+\angle b$

$\triangle$ABD에서 $\angle y=76^\circ+\angle a$

$\therefore\ \angle x+\angle y=(76^\circ+\angle b)+(76^\circ+\angle a)$

$\qquad\qquad\quad=152^\circ+(\angle a+\angle b)$

$\qquad\qquad\quad=152^\circ+52^\circ=204^\circ$

35 답 ㉠, ㉡, ㉣

㉠ 점 E는 $\triangle$ABC의 두 내각의 이등분선의 교점이므로 점 E는 $\triangle$ABC의 내심이다.

㉡ 점 F는 $\triangle$EBC의 두 내각의 이등분선의 교점으로 점 F는 $\triangle$EBC의 내심이다.

㉢ $\angle \mathrm{ABD}=\angle a$, $\angle \mathrm{ACD}=\angle b$라 하면

$80^\circ+4(\angle a+\angle b)=180^\circ$이므로

$4(\angle a+\angle b)=100^\circ \qquad \therefore\ \angle a+\angle b=25^\circ$

따라서 $\triangle$DBC에서

$\angle \mathrm{BDC}=180-3(\angle a+\angle b)$

$\qquad\quad=180^\circ-3\times25^\circ=105^\circ$

㉣ 점 E는 $\triangle$ABC의 내심이므로

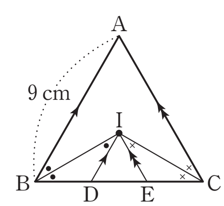
$\angle \mathrm{BEC}=90^\circ+\frac{1}{2}\angle \mathrm{A}=90^\circ+\frac{1}{2}\times80^\circ=130^\circ$

점 F는 $\triangle$EBC의 내심이므로

$\angle \mathrm{BFC}=90^\circ+\frac{1}{2}\angle \mathrm{BEC}=90^\circ+\frac{1}{2}\times130^\circ=155^\circ$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

36 답 3 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{IB}}$, $\overline{\mathrm{IC}}$를 그으면

점 I가 정삼각형 ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{IBD}=\angle \mathrm{IBA}=30^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{ID}}$이므로

$\angle \mathrm{BID}=\angle \mathrm{ABI}=30^\circ$ (엇각)

따라서 $\angle \mathrm{IBD}=\angle \mathrm{BID}$이므로 $\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{DI}}$

같은 방법으로 $\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{EI}}$

한편 $\triangle$IDE에서 $\angle \mathrm{IDE}=\angle \mathrm{IED}=30^\circ+30=60^\circ$이므로

$\angle \mathrm{DIE}=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

즉 $\triangle$IDE는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{DI}}=\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{EI}}=\overline{\mathrm{EC}}$이므로

$\overline{\mathrm{DE}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{BC}}=\frac{1}{3}\times9=3$ (cm)

37 답 2 cm

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{DBI}=\angle \mathrm{IBC}$, $\angle \mathrm{ECI}=\angle \mathrm{ICB}$

$\overline{\mathrm{DE}}/\!/\overline{\mathrm{BC}}$이므로

$\angle \mathrm{DIB}=\angle \mathrm{IBC}$ (엇각), $\angle \mathrm{EIC}=\angle \mathrm{ICB}$ (엇각)

$\therefore\ \angle \mathrm{DBI}=\angle \mathrm{DIB}$, $\angle \mathrm{ECI}=\angle \mathrm{EIC}$

즉 $\triangle$DBI와 $\triangle$ECI는 $\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{DI}}$, $\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{EI}}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore$ ($\triangle$ADE의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}$

$=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{EA}$

$=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{EA})$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=12+10=22\ (\text{cm})$

$\triangle$ADE의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle$ADE의 넓이가 22 cm^{2}이므로

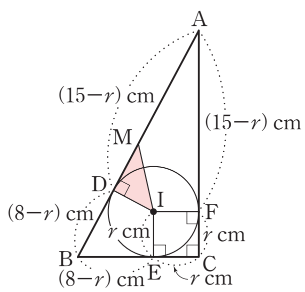
$\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA})=22$

$\frac{1}{2}\times r\times 22=22 \qquad \therefore r=2$

따라서 $\triangle$ADE의 내접원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

38 답 $\frac{21}{4}$ cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IE}$, $\overline{IF}$를 긋고 원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면 사각형 IECF는 정사각형이므로



$\overline{EC}=\overline{CF}=\overline{IE}=r$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=(8-r)$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=(15-r)$ cm

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$17=(15-r)+(8-r)$

$2r=6 \qquad \therefore r=3$ …… ❶

따라서 $\overline{BD}=8-3=5\ (\text{cm})$, $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{17}{2}\ (\text{cm})$이므로

$\overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}=\frac{17}{2}-5=\frac{7}{2}\ (\text{cm})$ …… ❷

$\therefore \triangle IMD=\frac{1}{2}\times\frac{7}{2}\times 3=\frac{21}{4}\ (\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 원 I의 반지름의 길이 구하기	50 %
❷ $\overline{DM}$의 길이 구하기	30 %
❸ $\triangle$IMD의 넓이 구하기	20 %

39 답 $64°$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-76°)=52°$

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle ICD=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 52°=26°$

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이고 $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로

$\angle ODC=90°$이다.

따라서 $\triangle$DEC에서

$\angle x=180°-(90°+26°)=64°$

40 답 $62°$

$\triangle$ABO에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=27°$

$\therefore \angle AOB=180°-(27°+27°)=126°$

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 126°=63°$

$\triangle$AEC에서

$\angle AED=41°+63°=104°$

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle IAB=\angle IAC=41°$

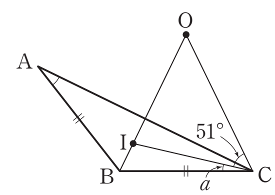
$\therefore \angle IAD=\angle IAB-\angle OAB=41°-27°=14°$

따라서 $\triangle$ADE에서

$\angle ADE=180°-(14°+104°)=62°$

41 답 $26°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 긋고



$\angle ICB=\angle a$라 하면

$\triangle$OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=\angle a+51°$

$\triangle$BAC에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로

$\angle A=\angle BCA=2\angle a$

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times 2\angle a=4\angle a$

$\triangle$OBC에서

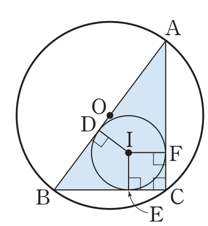
$4\angle a+(\angle a+51°)+(\angle a+51°)=180°$

$6\angle a=78° \qquad \therefore \angle a=13°$

$\therefore \angle A=2\angle a=2\times 13°=26°$

42 답 24 cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{ID}$, $\overline{IE}$, $\overline{IF}$를 그으면



$\pi\times\overline{OA}^2=25\pi$에서 $\overline{OA}=5\ (\text{cm})$

$\pi\times\overline{IE}^2=4\pi$에서 $\overline{IE}=2\ (\text{cm})$

이때 □IECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{IE}=2$ cm

한편 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

$\overline{AF}+\overline{BE}=\overline{AD}+\overline{BD}=\overline{AB}=2\overline{OA}=2\times 5=10\ (\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times 2\times(\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{CE}+\overline{CF}+\overline{AF})$

$=\frac{1}{2}\times 2\times(\overline{AB}+\overline{CE}+\overline{CF}+\overline{AF}+\overline{BE})$

$=\frac{1}{2}\times 2\times(10+2+2+10)$

$=24\ (\text{cm}^2)$

적중 & 심화 실전 TEST

27쪽~28쪽

01 답) 17 cm^2

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

이때 $\triangle OAD\equiv\triangle OBD$ (RHS 합동),

$\triangle OBE\equiv\triangle OCE$ (RHS 합동),

$\triangle OAF\equiv\triangle OCF$ (RHS 합동)이므로

$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$\quad=2\triangle OAD+2\triangle OCE+2\triangle OCF$

즉 $54=2\times\left(\frac{1}{2}\times4\times5\right)+2\triangle OCE+2\triangle OCF$에서

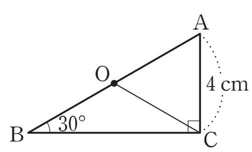
$2\triangle OCE+2\triangle OCF=34$, $2(\triangle OCE+\triangle OCF)=34$

$\therefore\ \triangle OCE+\triangle OCF=17\ (\text{cm}^2)$

따라서 사각형 OECF의 넓이는 17 cm^2이다.

02 답) 4 cm

오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심을 O라 하면 점 O는 빗변 AB의 중점이다.



이때 $\overline{OC}$를 그으면

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=\angle OBC=30^\circ$

$\angle AOC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

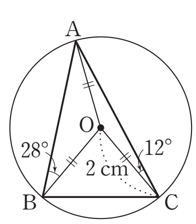
$\triangle OCA$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이고 $\angle AOC=60^\circ$이므로 $\triangle OCA$는 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

03 답) $\frac{8}{9}\pi\text{ cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\therefore\ \angle OAB=\angle OBA=28^\circ$

$\quad\angle OAC=\angle OCA=12^\circ$

따라서 $\angle BAC=28^\circ+12^\circ=40^\circ$이므로 …… ❶

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times40^\circ=80^\circ$ …… ❷

$\therefore\ \overset{\frown}{BC}=2\pi\times2\times\frac{80}{360}=\frac{8}{9}\pi\ (\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle BAC$의 크기 구하기	40 %
❷ $\angle BOC$의 크기 구하기	30 %
❸ $\overset{\frown}{BC}$의 길이 구하기	30 %

04 답) 140°

$\triangle ABC$에서 $\angle A=180^\circ-(40^\circ+30^\circ)=110^\circ$

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$360^\circ-\angle BOC=2\angle A$

$360^\circ-\angle BOC=220^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=140^\circ$

05 답) 43°

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(46^\circ+70^\circ)=64^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAB=\angle IAC=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$

$\triangle AHC$에서 $\angle CAH=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)=20^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle IAC-\angle CAH=32^\circ-20^\circ=12^\circ$

한편 $\angle IBA=\angle IBD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times46^\circ=23^\circ$

$\triangle ABI$에서

$\angle y=\angle IAB+\angle IBA=32^\circ+23^\circ=55^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=55^\circ-12^\circ=43^\circ$

06 답) 46°

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times56^\circ=118^\circ$

$\angle IBC=\angle IBA=32^\circ$

점 I′은 $\triangle DBC$의 내심이므로

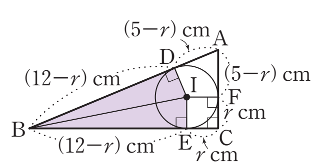
$\angle IBI'=\frac{1}{2}\angle IBC=\frac{1}{2}\times32^\circ=16^\circ$

$\triangle IBI'$에서

$\angle II'B=180^\circ-(118^\circ+16^\circ)=46^\circ$

07 답) 20 cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IF}$, $\overline{BI}$를 긋고 원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면 사각형 IECF는 정사각형이므로



$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{IE}=r\text{ cm}$

$\overline{BD}=\overline{BE}=(12-r)\text{ cm}$, $\overline{AD}=\overline{AF}=(5-r)\text{ cm}$

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$13=(5-r)+(12-r)$, $2r=4$ $\quad\therefore\ r=2$ …… ❶

이때 $\triangle IBD\equiv\triangle IBE$ (RHS 합동)이고

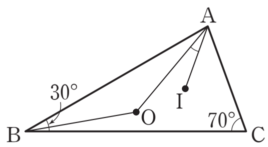
$\overline{BE}=12-2=10\ (\text{cm})$이므로 사각형 DBEI의 넓이는

$2\times\left(\frac{1}{2}\times10\times2\right)=20\ (\text{cm}^2)$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 원 I의 반지름의 길이 구하기	60 %
❷ 사각형 DBEI의 넓이 구하기	40 %

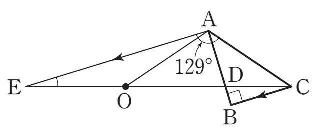
08 답 20°

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(30^\circ+70^\circ)=80^\circ$
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle IAB=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면
점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle AOB=2\angle C=2\times 70^\circ=140^\circ$
$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$
$\therefore\ \angle IAO=\angle IAB-\angle OAB=40^\circ-20^\circ=20^\circ$



09 답 17°

$\overline{EA}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle EAB=\angle ABC=90^\circ$ (엇각)
즉 $\triangle EDA$는 $\angle EAD=90^\circ$인 직각삼각형이므로 $\overline{ED}$의 중점을 O라 하면 점 O는 $\triangle EDA$의 외심이다.
이때 $\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OA}=\overline{OE}=\overline{OD}$
$\angle E=\angle x$라 하면 $\triangle OAE$에서
$\angle OAE=\angle E=\angle x$, $\angle AOD=2\angle x$
이때 $\overline{ED}=2\overline{AC}$이므로 $\overline{AC}=\overline{OD}=\overline{OA}$
$\triangle AOC$에서 $\angle ACO=\angle AOC=2\angle x$
따라서 $\triangle AEC$에서 $129^\circ+\angle x+2\angle x=180^\circ$
$3\angle x=51^\circ \qquad \therefore\ \angle x=17^\circ$
따라서 $\angle E$의 크기는 17°이다.



10 답 136°

점 I가 $\triangle DBC$의 내심이므로
$\angle DBI=\frac{1}{2}\angle DBC=\frac{1}{2}\times 48^\circ=24^\circ$
$\triangle DBC$에서 $\angle ADC=48^\circ+52^\circ=100^\circ$
$\triangle DCA$에서 $\overline{DA}=\overline{DC}$이므로
$\angle DAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$
이때 점 I′은 $\triangle DCA$의 내심이므로
$\angle DAI'=\frac{1}{2}\angle DAC=\frac{1}{2}\times 40^\circ=20^\circ$
따라서 $\triangle ABP$에서
$\angle IPI'=180^\circ-(20^\circ+24^\circ)=136^\circ$

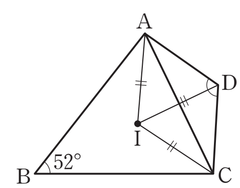
11 답 72°

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle IAB=\angle IAC=\angle a$, $\angle IBA=\angle IBC=\angle b$라 하면
$\triangle ABE$에서 $2\angle a+\angle b+103^\circ=180^\circ$
$2\angle a+\angle b=77^\circ$ …… ㉠
$\triangle ABD$에서 $\angle a+2\angle b+95^\circ=180^\circ$
$\angle a+2\angle b=85^\circ$ …… ㉡
㉠+㉡을 하면 $3\angle a+3\angle b=162^\circ$
$\therefore\ \angle a+\angle b=54^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle C=180^\circ-2(\angle a+\angle b)$
$=180^\circ-2\times 54^\circ$
$=72^\circ$

다른 풀이
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$
사각형 IDCE에서
$\angle DIE=\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$ (맞꼭지각),
$\angle IDC=180^\circ-95^\circ=85^\circ$, $\angle IEC=180^\circ-103^\circ=77^\circ$이므로
$\left(90^\circ+\frac{1}{2}\angle C\right)+85^\circ+77^\circ+\angle C=360^\circ$
$\frac{3}{2}\angle C=108^\circ \qquad \therefore\ \angle C=72^\circ$

12 답 122°

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle AIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle B$
$=90^\circ+\frac{1}{2}\times 52^\circ=116^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$, $\overline{IC}$, $\overline{ID}$를 그으면 점 I는 $\triangle ACD$의 외심이므로
$\overline{IA}=\overline{ID}=\overline{IC}$



따라서 $\triangle AID$와 $\triangle DIC$는 각각 $\overline{IA}=\overline{ID}$, $\overline{IC}=\overline{ID}$인 이등변삼각형이다.
이때 $\angle IAD=\angle IDA=\angle x$, $\angle ICD=\angle IDC=\angle y$라 하면
사각형 AICD에서
$116^\circ+2\angle x+2\angle y=360^\circ$
$2(\angle x+\angle y)=244^\circ$, $\angle x+\angle y=122^\circ$
$\therefore\ \angle D=\angle x+\angle y=122^\circ$

다른 풀이
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle AIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle B=90^\circ+\frac{1}{2}\times 52^\circ=116^\circ$
이때 점 I는 $\triangle ACD$의 외심이므로
$360^\circ-\angle AIC=2\angle ADC$
$\therefore\ \angle ADC=\frac{1}{2}\times(360^\circ-116^\circ)=122^\circ$

학교 시험 최상위 기출 도전 29쪽~30쪽

01 답 36°

[전략] 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용한다.

$\angle B=\angle x$라 하면 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로

$\angle A=\angle B=\angle x$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이므로

$\angle BCD=\angle BDC=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle x)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle x$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로

$\angle ADE=\angle AED=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle x)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle x$

$\angle ADE+\angle EDC+\angle BDC=180^\circ$이므로

$\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle x\right)+\angle EDC+\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle x\right)=180^\circ$

$\therefore \angle EDC=\angle x$

$\triangle EDC$에서 $\overline{ED}=\overline{EC}$이므로

$\angle ECD=\angle EDC=\angle x$

$\triangle ABC$에서

$\angle x+\angle x+\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle x+\angle x\right)=180^\circ$

$\frac{5}{2}\angle x=90^\circ \qquad \therefore \angle x=36^\circ$

따라서 $\angle B$의 크기는 36°이다.

100점 TIP

삼각형에서 각의 크기를 구할 때 자주 이용되는 도형의 성질은 다음과 같다.

(1) 평각의 크기는 180°이다.

(2) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

(3) 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

02 답 30°

[전략] $\overline{PD}$를 긋고 합동인 삼각형을 찾는다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

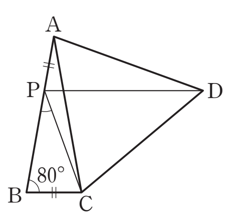
$\angle ACB=\angle B=80^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times80^\circ=20^\circ$

$\triangle ACD$는 정삼각형이므로 $\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{AC}=\overline{AB}$

$\angle DAC=60^\circ$이므로 $\angle DAP=60^\circ+20^\circ=80^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PD}$를 그으면



$\triangle ABC$와 $\triangle DAP$에서

$\overline{AB}=\overline{DA}$, $\overline{BC}=\overline{AP}$,

$\angle ABC=\angle DAP$

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle DAP$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DP}=\overline{AC}$

$\angle ADP=\angle BAC=20^\circ$, $\angle APD=\angle BCA=80^\circ$

이때 $\triangle PCD$에서 $\angle PDC=60^\circ-20^\circ=40^\circ$이고

$\overline{DP}=\overline{AC}=\overline{DC}$이므로

$\angle DCP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle BPC=180^\circ-(\angle APD+\angle DPC)$

$=180^\circ-(80^\circ+70^\circ)=30^\circ$

03 답 $3\ \mathrm{cm}$

[전략] 평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{C'B'}$이므로

$\angle ABD=\angle DEB'$ (엇각), $\angle BAD=\angle DB'E$ (엇각)

이때 $\angle ABC=\angle AB'C'$이므로

$\angle ABD=\angle BAD=\angle DB'E=\angle DEB'$

따라서 $\triangle ABD$, $\triangle DB'E$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}$, $\overline{DB'}=\overline{DE}$

$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=\overline{BC}-(\overline{BD}+\overline{DE})$

$=\overline{BC}-(\overline{AD}+\overline{DB'})$

$=\overline{BC}-\overline{AB'}$

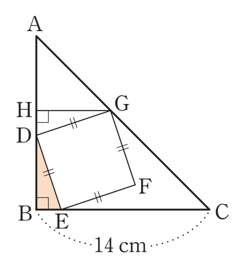
$=\overline{BC}-\overline{AB}$

$=9-6=3\ (\mathrm{cm})$

04 답 $6\ \mathrm{cm}^2$

[전략] 보조선을 그어 합동인 두 직각삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 G에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle GHD$와 $\triangle DBE$에서

$\angle GHD=\angle DBE=90^\circ$, $\overline{GD}=\overline{DE}$,

$\angle HGD=90^\circ-\angle GDH=\angle BDE$

$\therefore \triangle GHD\equiv\triangle DBE$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{GH}=\overline{DB}$, $\overline{HD}=\overline{BE}$

한편 $\angle A=\angle C=45^\circ$이므로

$\triangle AHG$에서 $\angle AGH=\angle A=45^\circ$

$\therefore \overline{AH}=\overline{GH}$

즉 $\overline{AH}=\overline{DB}$이므로 $\overline{DB}+\overline{BE}=8\ \mathrm{cm}$에서

$\overline{AH}+\overline{HD}=\overline{AD}=8\ \mathrm{cm}$

$\therefore \overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=14-8=6\ (\mathrm{cm})$

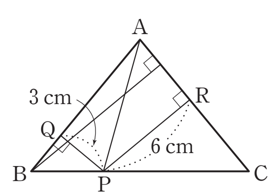
$\overline{BE}=\overline{HD}=\overline{AD}-\overline{AH}=8-6=2\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle DBE=\frac{1}{2}\times2\times6=6\ (\mathrm{cm}^2)$

05 답 $9\ \mathrm{cm}$

[전략] $\overline{AP}$를 긋고 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



$\triangle ABC$

$=\triangle ABP+\triangle APC$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times3+\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times6$

$=\frac{3}{2}\overline{AC}+3\overline{AC}=\frac{9}{2}\overline{AC}$

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}$이므로

$\frac{9}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}$　　$\therefore \overline{BH}=9\ (\text{cm})$

따라서 점 B와 $\overline{AC}$ 사이의 거리는 9 cm이다.

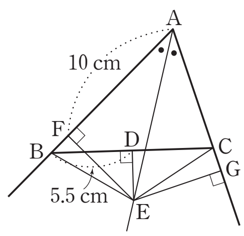
06 답 31 cm

[전략] $\overline{BE}, \overline{CE}$를 긋고 합동인 삼각형을 찾는다.

$\triangle AFE \equiv \triangle AGE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{EF}=\overline{EG}$, $\overline{AG}=\overline{AF}=10$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}, \overline{CE}$를 그으면



$\triangle EBD$와 $\triangle ECD$에서

$\angle EDB=\angle EDC=90^\circ$, $\overline{ED}$는 공통,

$\overline{BD}=\overline{CD}$

$\therefore \triangle EBD \equiv \triangle ECD$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{CE}$

$\triangle EFB$와 $\triangle EGC$에서

$\angle EFB=\angle EGC=90^\circ$, $\overline{BE}=\overline{CE}$, $\overline{EF}=\overline{EG}$

$\therefore \triangle EFB \equiv \triangle EGC$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{BF}=\overline{CG}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}&=(\overline{AF}+\overline{BF})+\overline{BC}+(\overline{AG}-\overline{CG})\\&=\overline{AF}+\overline{CG}+\overline{BC}+\overline{AG}-\overline{CG}\\&=\overline{AF}+2\overline{BD}+\overline{AG}\\&=10+2\times5.5+10\\&=31\ (\text{cm})\end{aligned}$$

07 답 48°

[전략] $\angle OMN=\angle x$라 하고 $\angle MON$의 크기를 $\angle x$의 식으로 나타낸다.

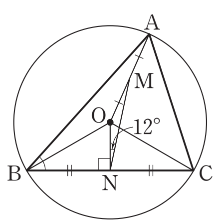
$\angle OMN=\angle x$라 하면

$\angle ABC=4\angle x$, $\angle ACB=6\angle x$

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180^\circ-(4\angle x+6\angle x)=180^\circ-10\angle x$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}, \overline{OC}$를 그으면



$\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{ON}$은 $\angle BOC$의 이등분선이다.

$\therefore \angle BON=\angle CON$

이때 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle BAC$

$$\begin{aligned}\therefore \angle CON&=\frac{1}{2}\angle BOC\\&=\frac{1}{2}\times2\angle BAC\\&=\angle BAC\\&=180^\circ-10\angle x\end{aligned}$$

또 $\angle AOC=2\angle ABC=8\angle x$이므로

$$\begin{aligned}\angle MON&=\angle AOC+\angle CON\\&=8\angle x+(180^\circ-10\angle x)\\&=180^\circ-2\angle x\end{aligned}$$

따라서 $\triangle ONM$에서

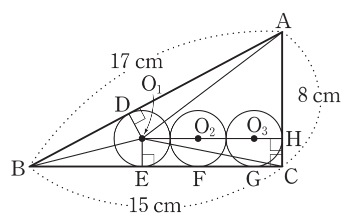
$(180^\circ-2\angle x)+12^\circ+\angle x=180^\circ$이므로

$\angle x=12^\circ$

$\therefore \angle ABC=4\angle x=4\times12^\circ=48^\circ$

08 답 $\frac{5}{3}$ cm

[전략] $\overline{AO_1}, \overline{BO_1}, \overline{CO_1}, \overline{O_1D}, \overline{O_1E}, \overline{O_1H}$를 긋고 $\triangle ABC=\triangle AO_1B+\triangle BO_1C+\triangle AO_1C$임을 이용한다.



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times15\times8=60\ (\text{cm}^2)$

세 원 O_1, O_2, O_3의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{O_1D}=r$ cm, $\overline{O_1E}=r$ cm, $\overline{O_1H}=5r$ cm이므로

$\triangle ABC=\triangle AO_1B+\triangle BO_1C+\triangle AO_1C$에서

$60=\left(\frac{1}{2}\times17\times r\right)+\left(\frac{1}{2}\times15\times r\right)+\left(\frac{1}{2}\times8\times5r\right)$

$60=\frac{17}{2}r+\frac{15}{2}r+20r$

$36r=60$　　$\therefore r=\frac{5}{3}$

따라서 원 O_1의 반지름의 길이는 $\frac{5}{3}$ cm이다.

2 사각형의 성질

01 | 평행사변형

개념 확인 33쪽

01 답 ④

① $\overline{CD}=\overline{AB}=6\text{ cm}$

② $\angle ABC=\angle ADC=60^\circ$

③ $\angle BCD+\angle ADC=180^\circ$이므로

$\angle BCD=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

④ $\overline{AC}=10\text{ cm}$인지는 알 수 없다.

⑤ $\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서

$\overline{AC}$는 공통, $\angle BAC=\angle DCA$ (엇각),

$\angle BCA=\angle DAC$ (엇각)

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle CDA$ (ASA 합동)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 답 12

$\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$3x-2=x+6$, $2x=8$ $\therefore x=4$

따라서 $\overline{AD}=2\times4+4=12$이므로

$\overline{BC}=\overline{AD}=12$

03 답 72°

$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle B=180^\circ\times\dfrac{2}{3+2}=72^\circ$

$\therefore \angle D=\angle B=72^\circ$

04 답 (가) CDA (나) BCA (다) 엇각 (라) $/\!/$

05 답 ③

① $\angle A+\angle B=180^\circ$이면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

즉 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 다른 한 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 아니다.

④ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

따라서 □ABCD가 평행사변형이 아닌 것은 ③이다.

06 답 22 cm^2

$\triangle PAB+\triangle PCD=\dfrac{1}{2}$□ABCD이므로

$10+\triangle PCD=\dfrac{1}{2}\times64$ $\therefore \triangle PCD=22\ (\text{cm}^2)$

적중 & 심화 유형 연습 34쪽~39쪽

01 답 4 cm

$\overline{FB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BFC=\angle FCD$ (엇각)

$\triangle FBC$에서 $\angle BFC=\angle BCF$이므로

$\overline{BF}=\overline{BC}=13\text{ cm}$

이때 $\overline{AB}=\overline{DC}=9\text{ cm}$이므로

$\overline{AF}=\overline{BF}-\overline{AB}=13-9=4\ (\text{cm})$

02 답 96°

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle ABD=\angle BDC=42^\circ$ (엇각)

$\angle EDB=\angle BDC=42^\circ$ (접은 각)

$\triangle FBD$에서 $\angle FBD=\angle FDB$이므로

$\angle AFE=180^\circ-2\times42^\circ=96^\circ$

03 답 12 cm

$\triangle AED$와 $\triangle FEC$에서

$\angle ADE=\angle FCE$ (엇각), $\overline{DE}=\overline{CE}$,

$\angle AED=\angle FEC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle AED\equiv\triangle FEC$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{CF}=\overline{DA}=6\text{ cm}$

이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=6\text{ cm}$이므로

$\overline{BF}=\overline{BC}+\overline{CF}=6+6=12\ (\text{cm})$

04 답 3 cm

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AEB=\angle DAE$ (엇각), $\angle DFC=\angle ADF$ (엇각)

$\triangle ABE$에서 $\angle BAE=\angle BEA$이므로

$\overline{BE}=\overline{BA}=8\text{ cm}$

$\triangle DFC$에서 $\angle CDF=\angle CFD$이므로

$\overline{CF}=\overline{CD}=\overline{AB}=8\text{ cm}$

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{FE}$이고

$\overline{BC}=\overline{AD}=13\text{ cm}$이므로

$13=8+8-\overline{FE}$ $\therefore \overline{FE}=3\ (\text{cm})$

05 답 4 cm

$\triangle AHD$에서 $\angle ADH=\angle a$라 하면

$\angle DAH=90^\circ-\angle a$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AFB=\angle DAF=90^\circ-\angle a$

$\angle B=\angle ADC=2\angle a$이므로 $\triangle ABF$에서

$\angle BAF=180^\circ-(2\angle a+90^\circ-\angle a)=90^\circ-\angle a$

즉 $\angle BAF=\angle BFA$이므로 $\overline{BF}=\overline{BA}=10$ cm
이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=14$ cm이므로
$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=14-10=4$ (cm)

06 답 30°

$\angle D=\angle B=72^\circ$이므로 $\triangle ACD$에서
$\angle DAC=180^\circ-(48^\circ+72^\circ)=60^\circ$
$\therefore \angle DAE=\frac{1}{2}\angle DAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle E=\angle DAE=30^\circ$ (엇각)

07 답 270°

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle AFB=\angle FBE$ (엇각), $\angle AEB=\angle FAE$ (엇각)
$\angle FAB+\angle ABE=180^\circ$에서
$2\angle FAE+2\angle FBE=180^\circ$
$\therefore \angle FAE+\angle FBE=90^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore \angle AEC+\angle BFD&=(180^\circ-\angle AEB)+(180^\circ-\angle AFB)\\&=360^\circ-(\angle AEB+\angle AFB)\\&=360^\circ-(\angle FAE+\angle FBE)\\&=360^\circ-90^\circ=270^\circ\end{aligned}$$

08 답 ③

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
② $\angle B+\angle C=50^\circ+130^\circ=180^\circ$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
즉 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.
③ $\overline{AB}\neq\overline{DC}$, $\overline{AD}\neq\overline{BC}$이므로 □ABCD는 평행사변형이 아니다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.
⑤ $\angle D=360^\circ-(100^\circ+80^\circ+100^\circ)=80^\circ$
즉 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
따라서 □ABCD가 평행사변형이 아닌 것은 ③이다.

09 답 ㉠, ㉢, ㉣

㉠ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
㉡ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 다른 한 쌍의 대변이 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이 아니다.
㉢ $\angle A+\angle D=180^\circ$이면 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
㉣ $\angle BAC=\angle ACD$이면 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
따라서 □ABCD가 평행사변형이 되는 조건은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

10 답 (1) 평행사변형, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
(2) 3 cm (3) 5 cm

(1) □EOCD가 평행사변형이므로 $\overline{ED}/\!/\overline{OC}$, $\overline{ED}=\overline{OC}$
이때 점 O가 $\overline{AC}$의 중점이므로 $\overline{AO}/\!/\overline{ED}$, $\overline{AO}=\overline{OC}=\overline{ED}$
즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AODE는 평행사변형이다. ······ ❶
(2) $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3$ (cm) ······ ❷
(3) $\overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5$ (cm) ······ ❸

채점 기준	비율
❶ □AODE가 평행사변형임을 알고, 그 이유 설명하기	50 %
❷ $\overline{EF}$의 길이 구하기	25 %
❸ $\overline{FD}$의 길이 구하기	25 %

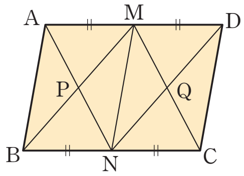
11 답 7 cm²

$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}$□ABCD에서
$8+\triangle PCD=\frac{1}{2}\times 6\times 5$ $\quad\therefore \triangle PCD=7$ (cm²)

12 답 50 cm²

$\triangle OAE$와 $\triangle OCF$에서
$\angle EAO=\angle FCO$ (엇각), $\overline{OA}=\overline{OC}$,
$\angle AOE=\angle COF$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle OAE\equiv\triangle OCF$ (ASA 합동)
즉 $\triangle OAE=\triangle OCF$이므로
$\triangle OAE+\triangle OBF=\triangle OCF+\triangle OBF=\triangle OBC=25$ cm²
따라서 $\triangle OAB=\triangle OBC=25$ cm²이므로
□ABFE $=\triangle OAE+\triangle OBF+\triangle OAB$
$=25+25$
$=50$ (cm²)

13 답 152 cm²



오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$을 그으면 □ABNM, □MNCD는 모두 평행사변형이다.
∴ □ABCD
= □ABNM + □MNCD
$=4\triangle PNM+4\triangle QMN$
= 4□MPNQ
$=4\times 38$
$=152$ (cm²)

14 답 $1:2$

$\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\square ABCD=2\triangle ABC$

$\square AFEC$에서 $\overline{AB}=\overline{BE}$, $\overline{CB}=\overline{BF}$이므로 $\square AFEC$는 평행사변형이다.

$\therefore \square AFEC=4\triangle ABC$

따라서 $\square ABCD$와 $\square AFEC$의 넓이의 비는

$2\triangle ABC : 4\triangle ABC=1:2$

15 답 $\frac{7}{2}$ cm

$\angle BAE=\angle AFC$ (엇각), $\angle BAE=\angle MAE$ (접은 각)이므로

$\triangle MAF$는 $\overline{MA}=\overline{MF}$인 이등변삼각형이다.

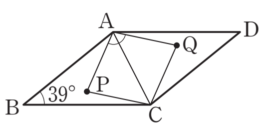
$\therefore \overline{MF}=\overline{MA}=\overline{AB}=7$ cm

이때 점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로

$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{7}{2}$ (cm)

$\therefore \overline{CF}=\overline{MF}-\overline{CM}=7-\frac{7}{2}=\frac{7}{2}$ (cm)

16 답 $102°$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PC}$, $\overline{QC}$를 그으면 점 P는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle APC=2\angle B=2\times 39°=78°$

이고 $\overline{PA}=\overline{PC}$이다.

$\therefore \angle PAC=\frac{1}{2}\times(180°-78°)=51°$

또 $\angle D=\angle B=39°$이고 점 Q는 $\triangle ACD$의 외심이므로

$\angle AQC=2\angle D=2\times 39°=78°$이고 $\overline{QA}=\overline{QC}$이다.

$\therefore \angle QAC=\frac{1}{2}\times(180°-78°)=51°$

$\therefore \angle PAQ=\angle PAC+\angle QAC=51°+51°=102°$

17 답 $100°$

직각삼각형 AFC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 점 O는 $\triangle AFC$의 외심이다.

$\therefore \overline{OA}=\overline{OF}=\overline{OC}$

즉 $\triangle OFC$에서 $\overline{OF}=\overline{OC}$이므로 $\angle OFC=\angle OCF=40°$

$\therefore \angle FOC=180°-2\times 40°=100°$

참고

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

18 답 $90°$

$\angle DAG=\angle a$라 하면 $\angle BAD=2\angle a$

$\angle GCB=\angle BAD=2\angle a$이므로

$\angle GCE=180°-2\angle a$

$\therefore \angle FCE=\frac{1}{2}\times(180°-2\angle a)=90°-\angle a$

또 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle CEF=\angle DAG=\angle a$ (엇각)

따라서 $\triangle CEF$에서

$\angle CFG=(90°-\angle a)+\angle a=90°$

19 답 $112°$

$\triangle AEB$는 정삼각형이므로

$\angle EBC=60°+76°=136°$

$\angle ADC=\angle ABC=76°$이고 $\triangle ADF$는 정삼각형이므로

$\angle CDF=76°+60°=136°$

$\triangle EBC$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{EB}=\overline{BA}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{AD}=\overline{DF}$, $\angle EBC=\angle CDF$

$\therefore \triangle EBC\equiv\triangle CDF$ (SAS 합동)

이때 $\angle ECB=\angle CFD=60°-42°=18°$이므로

$\triangle GBC$에서

$\angle BGC=180°-(76°+18°)=86°$

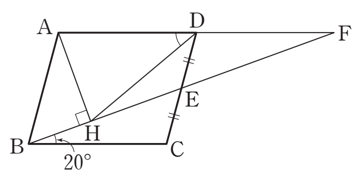
$\therefore \angle x=\angle BGC=86°$ (맞꼭지각)

$\triangle CDF$에서

$\angle y=180°-(136°+18°)=26°$

$\therefore \angle x+\angle y=86°+26°=112°$

20 답 $40°$



위 그림과 같이 $\overline{BE}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 연장선이 만나는 점을 F라 하면 $\triangle EBC$와 $\triangle EFD$에서

$\overline{EC}=\overline{ED}$, $\angle BEC=\angle FED$ (맞꼭지각), $\angle BCE=\angle FDE$ (엇각)

$\therefore \triangle EBC\equiv\triangle EFD$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AD}=\overline{BC}=\overline{FD}$

즉 점 D는 직각삼각형 AHF의 외심이므로

$\overline{DA}=\overline{DH}=\overline{DF}$

이때 $\overline{AF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AFB=\angle FBC=20°$ (엇각)

$\triangle DHF$에서 $\overline{DH}=\overline{DF}$이므로 $\angle DHF=\angle DFH=20°$

$\therefore \angle ADH=20°+20°=40°$

21 답 $125°$

$\triangle DBE$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{DB}=\overline{AB}$, $\overline{BE}=\overline{BC}$, $\angle DBE=60°-\angle EBA=\angle ABC$

$\therefore \triangle DBE\equiv\triangle ABC$ (SAS 합동) ······ ❶

$\triangle FEC$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{EC}=\overline{BC}$, $\overline{FC}=\overline{AC}$, $\angle FCE=60°-\angle ECA=\angle ACB$

$\therefore \triangle FEC\equiv\triangle ABC$ (SAS 합동) ······ ❷

즉 $\overline{DE}=\overline{AC}=\overline{AF}$, $\overline{EF}=\overline{BA}=\overline{DA}$이므로 $\square EDAF$는 평행사변형이다. ······ ❸

이때 $\angle DAF=360°-(60°+115°+60°)=125°$이므로

$\angle DEF=\angle DAF=125°$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$임을 설명하기	20 %
❷ $\triangle FEC \equiv \triangle ABC$임을 설명하기	20 %
❸ $\square EDAF$가 평행사변형임을 설명하기	40 %
❹ $\angle DEF$의 크기 구하기	20 %

22 답 $y=\frac{3}{5}x+\frac{12}{5}$

$\square ABCD$가 평행사변형이 되려면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이어야 하므로

$\overline{AD}=\overline{BC}=2-(-4)=6$

즉 점 D의 좌표는 $(6, 6)$이다.

두 점 $B(-4, 0)$, $D(6, 6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{6-0}{6-(-4)}=\frac{3}{5}$이므로

$y=\frac{3}{5}x+b$라 놓고 $x=-4$, $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{12}{5}+b \qquad \therefore b=\frac{12}{5}$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=\frac{3}{5}x+\frac{12}{5}$

23 답 7개

$\overline{AH}=\overline{BF}$, $\overline{AH}/\!/\overline{BF}$이므로 $\square ABFH$는 평행사변형이다. …… ㉠

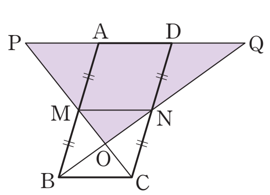
$\overline{HD}=\overline{FC}$, $\overline{HD}/\!/\overline{FC}$이므로 $\square HFCD$는 평행사변형이다. …… ㉡

$\overline{AH}=\overline{FC}$, $\overline{AH}/\!/\overline{FC}$이므로 $\square AFCH$는 평행사변형이다. …… ㉢

$\overline{AE}=\overline{GC}$, $\overline{AE}/\!/\overline{GC}$이므로 $\square AECG$는 평행사변형이다. …… ㉣

㉠, ㉣에서 $\overline{AE}/\!/\overline{PS}$, $\overline{AP}/\!/\overline{ES}$이므로 $\square AESP$는 평행사변형이다.
㉡, ㉣에서 $\overline{PS}/\!/\overline{GC}$, $\overline{PG}/\!/\overline{SC}$이므로 $\square PSCG$는 평행사변형이다.
㉢, ㉣에서 $\overline{AR}/\!/\overline{QC}$, $\overline{AQ}/\!/\overline{RC}$이므로 $\square ARCQ$는 평행사변형이다.
따라서 평행사변형은 모두 7개이다.

24 답 45 cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$을 그으면

$\square MBCN=\square AMND$

$=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 40=20\ (cm^2)$

$\triangle ONM=\frac{1}{4}\square MBCN=\frac{1}{4}\times 20=5\ (cm^2)$

$\triangle MAP$와 $\triangle MBC$에서

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\angle PAM=\angle CBM$ (엇각),

$\angle PMA=\angle CMB$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle MAP \equiv \triangle MBC$ (ASA 합동)

$\triangle MAP=\triangle MBC=\frac{1}{2}\square MBCN=\frac{1}{2}\times 20=10\ (cm^2)$

같은 방법으로 $\triangle NQD \equiv \triangle NBC$ (ASA 합동)이므로

$\triangle NQD=\triangle NBC=\frac{1}{2}\square MBCN=\frac{1}{2}\times 20=10\ (cm^2)$

$\therefore \triangle OQP=\triangle MAP+\square AMND+\triangle NQD+\triangle ONM$
$=10+20+10+5=45\ (cm^2)$

25 답 126 cm^2

$\triangle PBC$와 $\triangle EPC$의 넓이의 비가 $4:5$이므로

$\triangle PBC=4a\ cm^2$, $\triangle EPC=5a\ cm^2$라 하자.

$\triangle EBC=\triangle PBC+\triangle EPC=4a+5a=9a\ (cm^2)$이므로

$\square ABCD=2\triangle EBC=2\times 9a=18a\ (cm^2)$

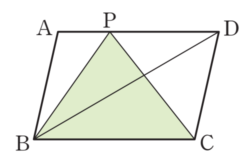
이때 $\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$35+4a=\frac{1}{2}\times 18a$, $5a=35 \qquad \therefore a=7$

$\therefore \square ABCD=18\times 7=126\ (cm^2)$

100점 TIP

$\triangle PBC=\triangle DBC$
$=\frac{1}{2}\square ABCD$



26 답 16 cm^2

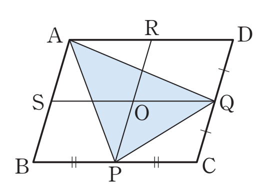
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\square ABCD$,

$\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle ABD=\triangle PDA+\triangle PBC=\triangle PDA+12$

$\therefore \triangle BPD=\triangle PDA+\triangle PAB-\triangle ABD$
$=\triangle PDA+28-(\triangle PDA+12)$
$=28-12=16\ (cm^2)$

27 답 15 cm^2



오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 R, 점 Q를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 S, $\overline{PR}$와 $\overline{QS}$의 교점을 O라 하면

$\overline{AB}/\!/\overline{RP}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{SQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle ABP=\frac{1}{2}\square ABPR=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 40=10\ (cm^2)$

$\triangle AQD=\frac{1}{2}\square ASQD=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 40=10\ (\text{cm}^2)$

$\triangle QPC=\frac{1}{2}\square OPCQ=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{8}\square ABCD$

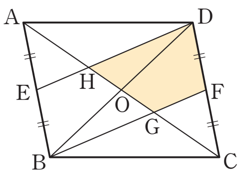
$=\frac{1}{8}\times 40=5\ (\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle APQ=\square ABCD-\triangle ABP-\triangle AQD-\triangle QPC$

$=40-10-10-5=15\ (\text{cm}^2)$

28 답 $20\ \text{cm}^2$

$\overline{EB}/\!/\overline{DF}$, $\overline{EB}=\overline{DF}$이므로 $\square EBFD$는 평행사변형이다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면

$\triangle DHO$와 $\triangle BGO$에서

$\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle HDO=\angle GBO$ (엇각),

$\angle DOH=\angle BOG$ (맞꼭지각)

$\therefore\ \triangle DHO\equiv\triangle BGO$ (ASA 합동)

$\therefore\ \square DHGF=\triangle DHO+\square DOGF$

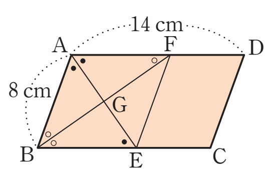
$=\triangle BGO+\square DOGF$

$=\triangle DBF=\frac{1}{2}\triangle DBC$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 80=20\ (\text{cm}^2)$

29 답 $112\ \text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{FE}$를 그으면 $\angle AFB=\angle EBF=\angle ABF$이므로 $\triangle ABF$는 $\overline{AB}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{AB}=8\ \text{cm}$

또 $\angle BEA=\angle FAE=\angle BAE$이므로 $\triangle ABE$는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{AB}=8\ \text{cm}$

즉 $\overline{AF}/\!/\overline{BE}$, $\overline{AF}=\overline{BE}$이므로 $\square ABEF$는 평행사변형이다.

$\therefore\ \square ABEF=4\triangle GBE=4\times 16=64\ (\text{cm}^2)$

이때 $\square ABEF:\square ABCD=\overline{AF}:\overline{AD}=8:14=4:7$이므로

$64:\square ABCD=4:7$, $4\square ABCD=448$

$\therefore\ \square ABCD=112\ (\text{cm}^2)$

참고

두 평행사변형 ABEF와 ABCD의 높이가 같으므로 두 평행사변형의 넓이의 비는 $\overline{AF}:\overline{AD}$와 같다.

30 답 $16\ \text{cm}$

$\overline{EF}/\!/\overline{DC}$, $\overline{ED}/\!/\overline{FC}$이므로 $\square EDCF$는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{ED}=\overline{FC}=16\ \text{cm}$

$\overline{ED}/\!/\overline{AC}$이므로 $\angle EDA=\angle CAD$ (엇각)이고

$\angle EAD=\angle CAD$이므로 $\angle EDA=\angle EAD$

즉 $\triangle AED$는 $\overline{AE}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{DE}=16\ \text{cm}$

31 답 ③

$\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle APB=\angle CQD=90^\circ$, $\angle BAP=\angle DCQ$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABP\equiv\triangle CDQ$ (RHA 합동) (⑤)

$\therefore\ \overline{BP}=\overline{DQ}$ (①)

이때 $\angle BPQ=\angle DQP$이므로 $\overline{BP}/\!/\overline{DQ}$

즉 $\overline{BP}/\!/\overline{DQ}$, $\overline{BP}=\overline{DQ}$이므로 $\square PBQD$는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{DP}=\overline{BQ}$ (②)

또 $\overline{DP}/\!/\overline{BQ}$이므로 $\angle DPQ=\angle BQP=61^\circ$ (④)

③ $\triangle DPQ$에서 $\angle PDQ=180^\circ-(61^\circ+90^\circ)=29^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

32 답 105°

$\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$, $\angle ABE=\angle CDF$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{CF}$

같은 방법으로 $\triangle ADF\equiv\triangle CBE$ (SAS 합동)이므로

$\overline{AF}=\overline{CE}$

즉 $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$이므로 $\square AECF$는 평행사변형이다.

따라서 $\triangle AEC$에서

$\angle AEC=180^\circ-(40^\circ+35^\circ)=105^\circ$이므로

$\angle AFC=\angle AEC=105^\circ$

33 답 (1) 평행사변형 (2) $12\ \text{cm}^2$ (3) $24\ \text{cm}^2$

(1) $\angle AEB=\angle EBC=\angle ABE$이므로 $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AB}=8\ \text{cm}$

또 $\angle CFD=\angle ADF=\angle CDF$이므로 $\triangle CDF$는 $\overline{CD}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{CD}=\overline{AB}=8\ \text{cm}$

이때 $\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=12-8=4\ (\text{cm})$,

$\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=12-8=4\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{ED}/\!/\overline{BF}$, $\overline{ED}=\overline{BF}$이므로 $\square EBFD$는 평행사변형이다. …… ❶

(2) $\triangle ABE:\triangle EBD=\overline{AE}:\overline{ED}=8:4=2:1$이므로

$\triangle EBD=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times 72=12\ (\text{cm}^2)$ …… ❷

(3) $\square EBFD=2\triangle EBD=2\times 12=24\ (\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ □EBFD가 평행사변형임을 알기	40 %
❷ △EBD의 넓이 구하기	40 %
❸ □EBFD의 넓이 구하기	20 %

34 답 10초

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AP}/\!/\overline{QC}$
이때 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 되려면 □APCQ가 평행사변형이어야 하므로 $\overline{AP}=\overline{QC}$이어야 한다.
점 Q가 점 C를 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=\overline{QC}$가 된다고 하면
$\overline{AP}=5(x+6)$ cm, $\overline{QC}=8x$ cm이므로
$5(x+6)=8x$, $3x=30$ $\quad\therefore x=10$
따라서 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 되는 것은 점 Q가 출발한 지 10초 후이다.

적중 & 심화 실전 TEST

40쪽~41쪽

01 답 36°

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ACB=\angle ABC=72^\circ$
△ACE에서 $\overline{AC}=\overline{CE}$이므로 $\angle CAE=\angle CEA$
이때 $\angle CAE+\angle CEA=72^\circ$이므로
$\angle CEA=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle DAE=\angle CEA=36^\circ$ (엇각)

02 답 36°

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이므로
$\angle EDC=108^\circ$
△DEC에서 $\overline{DE}=\overline{DC}$이므로
$\angle DEC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ECF=\angle DEC=36^\circ$ (엇각)

03 답 ①, ④

①, ② $\angle BFA=\angle DAF=\angle BAF$이므로 △ABF는 $\overline{BA}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{BF}=\overline{BA}=6$ cm
$\angle DEC=\angle ADE=\angle EDC$이므로 △CDE는 $\overline{CD}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{CE}=\overline{CD}=\overline{AB}=6$ cm
이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=9$ cm이므로
$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=9-6=3$ (cm)
또 $\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CE}-\overline{EF}$이므로
$9=6+6-\overline{EF}$ $\quad\therefore \overline{EF}=3$ (cm)
③ $\angle DGA=\angle BAG=\angle DAG$이므로 △DAG는 $\overline{DA}=\overline{DG}$인 이등변삼각형이다.
즉 $\overline{DG}=\overline{DA}=9$ cm이므로
$\overline{CG}=\overline{DG}-\overline{DC}=9-6=3$ (cm)
④ △DAG에서 $\angle ADG=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$이므로
$\angle DEC=\angle ADE=\frac{1}{2}\angle ADG=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$
$\therefore \angle BED=180^\circ-25^\circ=155^\circ$
⑤ $\angle B=\angle ADC=50^\circ$
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

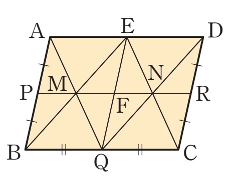
04 답 ④

△ABM과 △ECM에서
$\angle ABM=\angle ECM$ (엇각) (①),
$\angle AMB=\angle EMC$ (맞꼭지각) (②), $\overline{BM}=\overline{CM}$
$\therefore$ △ABM≡△ECM (ASA 합동) (③)
즉 $\overline{AB}/\!/\overline{CE}$, $\overline{AB}=\overline{CE}$이므로 □ABEC는 평행사변형이다. (⑤)
④ $\angle EAC=\angle DAC$인지는 알 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

05 답 105°

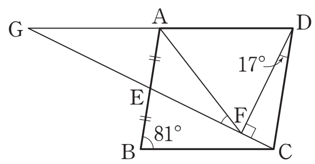
$\overline{AE}/\!/\overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$이므로 □AFCE는 평행사변형이다.
$\therefore \angle ECF=\angle EAF=62^\circ$
따라서 △HFC에서 $\angle x=62^\circ+43^\circ=105^\circ$

06 답 80 cm^2



오른쪽 그림과 같이 점 Q를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{PR}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하면 □ABQE, □EQCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 모두 평행사변형이다.
$\therefore \overline{AE}=\overline{BQ}=\overline{QC}=\overline{ED}$
이때 $\overline{BE}$, $\overline{CE}$를 그으면 □AQCE, □EBQD는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 모두 평행사변형이다.
또 $\overline{BE}$, $\overline{CE}$는 각각 점 M, N을 지나고 $\overline{EM}/\!/\overline{QN}$, $\overline{EN}/\!/\overline{MQ}$이므로 □EMQN도 평행사변형이다.
$\therefore$ □ABCD=□ABQE+□EQCD
=4△EMQ+4△EQN
=4△MQN+4△MQN
=8△MQN
$=8\times10=80\ (\text{cm}^2)$

07 답 $26°$



위 그림과 같이 $\overline{DA}$의 연장선과 $\overline{CE}$의 연장선이 만나는 점을 G라 하면 $\triangle EAG$와 $\triangle EBC$에서

$\overline{AE}=\overline{BE}$, $\angle AEG=\angle BEC$ (맞꼭지각),

$\angle GAE=\angle CBE$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle EAG \equiv \triangle EBC$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{AG}=\overline{BC}=\overline{AD}$

즉 점 A는 직각삼각형 GFD의 외심이므로

$\overline{AF}=\overline{AG}=\overline{AD}$

이때 $\angle ADC=\angle B=81°$이므로

$\angle AFD=\angle ADF=81°-17°=64°$

$\therefore$ $\angle AFE=90°-64°=26°$

08 답 $140°$

$\triangle DBE$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{DB}=\overline{AB}$, $\angle DBE=\angle ABC$, $\overline{BE}=\overline{BC}$

$\therefore$ $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$ (SAS 합동)

$\overline{DE}=\overline{AC}=\overline{AF}$ …… ㉠

$\triangle FEC$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{EC}=\overline{BC}$, $\angle ECF=\angle BCA$, $\overline{FC}=\overline{AC}$

$\therefore$ $\triangle FEC \equiv \triangle ABC$ (SAS 합동)

$\overline{FE}=\overline{AB}=\overline{AD}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{DE}=\overline{AF}$, $\overline{EF}=\overline{DA}$이므로 □EDAF는 평행사변형이다.

한편 $\angle DBC+\angle FCB=200°$에서

$(\angle ABC+60°)+(\angle ACB+60°)=200°$이므로

$\angle ABC+\angle ACB=80°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180°-80°=100°$이므로

$\angle DAF=360°-(60°+100°+60°)=140°$

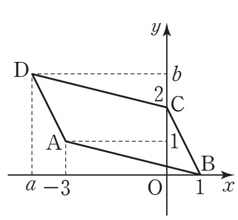
$\therefore$ $\angle DEF=\angle DAF=140°$

09 답 $D(-4, 3)$

점 D의 좌표를 (a, b)라 하자.

□ABCD가 평행사변형이 되려면

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이어야 하므로



$\dfrac{1-0}{-3-1}=\dfrac{b-2}{a-0}$에서

$a+4b=8$ …… ㉠ …… ❶

또 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이어야 하므로

$\dfrac{b-1}{a-(-3)}=\dfrac{2-0}{0-1}$에서

$2a+b=-5$ …… ㉡ …… ❷

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-4$, $b=3$

따라서 점 D의 좌표는 $D(-4, 3)$이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$임을 이용하여 점 D의 좌표에 대한 식 세우기	40 %
❷ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$임을 이용하여 점 D의 좌표에 대한 식 세우기	40 %
❸ 점 D의 좌표 구하기	20 %

10 답 $60\ cm^2$

$\triangle DAP=a\ cm^2$, $\triangle DPQ=4a\ cm^2$라 하면

$\triangle AQD=\triangle DAP+\triangle DPQ=a+4a=5a\ (cm^2)$이므로

$\square ABCD=2\triangle AQD=2\times 5a=10a\ (cm^2)$

이때 $\triangle DAP+\triangle PBC=\dfrac{1}{2}\square ABCD$이므로

$a+24=\dfrac{1}{2}\times 10a$, $4a=24$ $\therefore$ $a=6$

$\therefore$ $\square ABCD=10\times 6=60\ (cm^2)$

11 답 $16\ cm$

$\angle BEA=\angle FAE=\angle BAE$이므로 $\triangle ABE$는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{BE}=\overline{AB}=5\ cm$

또 $\angle DFC=\angle FCE=\angle DCF$이므로 $\triangle DFC$는 $\overline{DF}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{DF}=\overline{DC}=\overline{AB}=5\ cm$

이때 $\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=8-5=3\ (cm)$,

$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=8-5=3\ (cm)$

즉 $\overline{AF} /\!/ \overline{EC}$, $\overline{AF}=\overline{EC}$이므로 □AECF는 평행사변형이다.

한편 $\angle BAE=\angle BEA=180°-120°=60°$이므로

$\angle ABE=180°-2\times 60°=60°$

따라서 $\triangle ABE$는 정삼각형이므로 $\overline{AE}=\overline{AB}=5\ cm$

$\therefore$ (□AECF의 둘레의 길이)$=\overline{AE}+\overline{EC}+\overline{FC}+\overline{AF}$

$=5+3+5+3=16\ (cm)$

12 답 8초

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{PD} /\!/ \overline{BQ}$

이때 $\overline{PB} /\!/ \overline{DQ}$가 되려면 □PBQD가 평행사변형이어야 하므로

$\overline{PD}=\overline{BQ}$이어야 한다.

점 Q가 점 C를 출발한 지 x초 후에 $\overline{PD}=\overline{BQ}$가 된다고 하면

$\overline{AP}=2(x+4)\ cm$, $\overline{QC}=3x\ cm$이므로

$\overline{PD}=100-2(x+4)=-2x+92\ (cm)$,

$\overline{BQ}=100-3x\ (cm)$

즉 $-2x+92=100-3x$ $\therefore$ $x=8$

따라서 $\overline{PB} /\!/ \overline{DQ}$가 되는 것은 점 Q가 출발한 지 8초 후이다.

02 | 여러 가지 사각형

개념 확인 43쪽

01 답 28

$\angle ABC=90^\circ$이므로

$\angle OBC=90^\circ-56^\circ=34^\circ$

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\angle OCB=\angle OBC=34^\circ$

$\therefore x=34$

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\text{cm})$이므로 $y=6$

$\therefore x-y=34-6=28$

02 답 102

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$x=90$

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$2y+1=y+13 \qquad \therefore y=12$

$\therefore x+y=90+12=102$

03 답 ⑤

⑤ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$,
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

04 답 117

$\angle DCB=\angle ABC=70^\circ$이고 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ADC+70^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle ADC=110^\circ$, 즉 $x=110$

$\overline{AC}=\overline{BD}=7\text{ cm}$이므로 $y=7$

$\therefore x+y=110+7=117$

05 답 (1) 마름모 (2) 직사각형 (3) 마름모 (4) 직사각형 (5) 정사각형

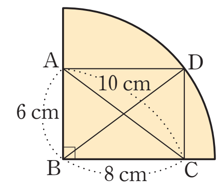
(1) 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모가 된다.
(2) 한 내각이 직각이므로 직사각형이 된다.
(3) 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모가 된다.
(4) 두 대각선의 길이가 같으므로 직사각형이 된다.
(5) 한 내각이 직각이고 두 대각선이 서로 수직이므로 정사각형이 된다.

06 답 $\frac{27}{2}\text{ cm}^2$

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\triangle ABC+\triangle ACE$
$=\triangle ABE$
$=\frac{1}{2}\times(4+5)\times 3=\frac{27}{2}\ (\text{cm}^2)$

적중 & 심화 유형 연습 44쪽~50쪽

01 답 $25\pi\text{ cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\overline{BD}=\overline{AC}=10\text{ cm}$

따라서 사분원의 넓이는

$\pi\times 10^2\times\frac{1}{4}=25\pi\ (\text{cm}^2)$

02 답 60°

$\angle BDE=\angle CDE=\angle x$라 하면

$\triangle BED$에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로

$\angle DBE=\angle BDE=\angle x$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBE=\angle x$ (엇각)

이때 $\angle ADC=90^\circ$이므로

$3\angle x=90^\circ \qquad \therefore \angle x=30^\circ$

따라서 $\triangle DEC$에서

$\angle DEC=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

03 답 58°

$\angle EAG=90^\circ$이므로

$\angle EAF=90^\circ-26^\circ=64^\circ$

$\angle AEF=\angle FEC$ (접은 각)

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AFE=\angle FEC$ (엇각)

따라서 $\angle AEF=\angle AFE$이므로

$\angle AEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

04 답 120°

$\triangle ABD$와 $\triangle CBD$에서

$\overline{BD}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$

$\therefore \triangle ABD\equiv\triangle CBD$ (SSS 합동)

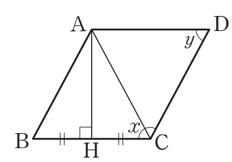
즉 $\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\triangle CBD$에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로 $\angle CDB=\angle CBD=30^\circ$

따라서 $\triangle DFE$에서

$\angle AFD=90^\circ+30^\circ=120^\circ$

05 답 60°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\overline{AH}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$

또 $\square ABCD$는 마름모이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\angle B=60^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-\angle B=180^\circ-60^\circ=120^\circ$,

$\angle y=\angle B=60^\circ$이므로

$\angle x-\angle y=120^\circ-60^\circ=60^\circ$

06 답 80°

$\angle BAE=\angle EAC=\angle x$라 하면
$\triangle AEC$에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로
$\angle ACE=\angle EAC=\angle x$
$\angle B=\angle D=60^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서
$2\angle x+60^\circ+\angle x=180^\circ$, $3\angle x=120^\circ$ $\quad\therefore \angle x=40^\circ$
따라서 $\triangle ABE$에서 $\angle AEB=180^\circ-(40^\circ+60^\circ)=80^\circ$

07 답 25°

$\triangle BCE$와 $\triangle DCE$에서
$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\angle BCE=\angle DCE=45^\circ$, $\overline{CE}$는 공통
$\therefore \triangle BCE\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)
즉 $\angle DEC=\angle BEC=70^\circ$
따라서 $\triangle AED$에서
$45^\circ+\angle ADE=70^\circ$ $\quad\therefore \angle ADE=25^\circ$

08 답 127°

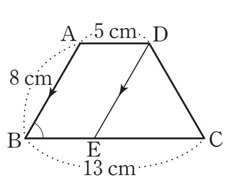
$\triangle ABF$에서 $\angle BAF=180^\circ-(90^\circ+53^\circ)=37^\circ$
$\triangle DAE$와 $\triangle ABF$에서
$\overline{AD}=\overline{BA}$, $\overline{AE}=\overline{BF}$, $\angle DAE=\angle ABF=90^\circ$
$\therefore \triangle DAE\equiv\triangle ABF$ (SAS 합동)
즉 $\angle x=\angle BAF=37^\circ$, $\angle DEA=\angle AFB=53^\circ$
$\triangle AEG$에서 $\angle y=37^\circ+53^\circ=90^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=37^\circ+90^\circ=127^\circ$

09 답 30°

$\angle ECB=60^\circ$이므로 $\angle ECD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ …… ❶
$\triangle CDE$에서 $\overline{CD}=\overline{BC}=\overline{CE}$이므로
$\angle CDE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$ …… ❷
$\therefore \angle BDE=\angle CDE-\angle BDC$
$=75^\circ-45^\circ=30^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle ECD$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle CDE$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle BDE$의 크기 구하기	40 %

10 답 60°



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 □ABED는 평행사변형이므로
$\overline{DE}=\overline{AB}=8$ cm, $\overline{BE}=\overline{AD}=5$ cm
이때 $\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=13-5=8$ (cm)이고 $\overline{DC}=\overline{AB}=8$ cm이므로 $\triangle DEC$는 정삼각형이다.
$\therefore \angle B=\angle C=60^\circ$

11 답 78°

$\angle ACB=\angle x$라 하면
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle ACB=\angle x$ (엇각)
$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\overline{DC}$이므로
$\angle DCA=\angle DAC=\angle x$
이때 □ABCD는 등변사다리꼴이므로
$\angle B=\angle DCB=\angle x+\angle x=2\angle x$
$\triangle ABC$에서 $63^\circ+2\angle x+\angle x=180^\circ$
$3\angle x=117^\circ$ $\quad\therefore \angle x=39^\circ$
$\therefore \angle B=2\angle x=2\times 39^\circ=78^\circ$

12 답 ④, ⑤

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

13 답 8

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이므로
$a=4$
두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이므로
$b=2$
두 대각선이 서로 수직인 사각형은 마름모, 정사각형이므로
$c=2$
$\therefore a+b+c=4+2+2=8$

14 답 ⑤

$\angle DAB+\angle ABC=180^\circ$에서
$2\angle EAB+2\angle EBA=180^\circ$이므로
$\angle EAB+\angle EBA=90^\circ$
$\therefore \angle HEF=\angle AEB=90^\circ$ (맞꼭지각)
같은 방법으로 $\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$이므로
□EFGH는 직사각형이다.
⑤ 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것은 마름모 또는 정사각형의 성질이다.

15 답 6 cm

$\triangle EOD$와 $\triangle FOB$에서
$\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle EDO=\angle FBO$ (엇각), $\angle EOD=\angle FOB$
$\therefore \triangle EOD\equiv\triangle FOB$ (ASA 합동)
즉 $\overline{ED}/\!/\overline{FB}$, $\overline{ED}=\overline{FB}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.
이때 □EBFD는 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모이다.
한편 $\angle EBF=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이고 $\overline{BE}=\overline{BF}$이므로 $\triangle EBF$는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{EF}=\overline{BF}=\overline{DE}=9-3=6$ (cm)

16 답 300 cm²

$\triangle$BOP와 $\triangle$DOP에서

$\overline{OP}$는 공통, $\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{BP}=\overline{DP}$

$\therefore$ $\triangle BOP \equiv \triangle DOP$ (SSS 합동) …… ❶

즉 $\angle BOP=\angle DOP=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$

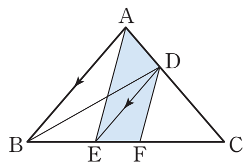
따라서 □ABCD는 두 대각선이 수직이므로 마름모이다. …… ❷

이때 $\overline{AC}=20$ cm, $\overline{BD}=30$ cm이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 20\times 30=300\ (\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle BOP \equiv \triangle DOP$임을 설명하기	30 %
❷ □ABCD가 마름모임을 알기	40 %
❸ □ABCD의 넓이 구하기	30 %

17 답 24 cm²



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\overline{BF}:\overline{FC}=4:3$이므로

$\triangle DBF:\triangle DFC=4:3$

즉 $\triangle DBF:18=4:3$이므로

$3\triangle DBF=72$

$\therefore$ $\triangle DBF=24\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ $\square AEFD=\triangle AED+\triangle DEF$

$=\triangle DBE+\triangle DEF$

$=\triangle DBF=24\ \text{cm}^2$

18 답 30 cm²

$\triangle ABO=\triangle ABC-\triangle OBC$

$=\triangle DBC-\triangle OBC$

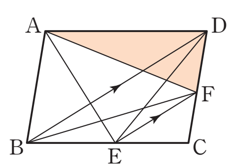
$=\triangle DOC=20\ \text{cm}^2$

이때 $\overline{AO}:\overline{OC}=2:3$이므로 $\triangle ABO:\triangle OBC=2:3$

즉 $20:\triangle OBC=2:3$이므로

$2\triangle OBC=60$ $\therefore$ $\triangle OBC=30\ (\text{cm}^2)$

19 답 22 cm²



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BF}$, $\overline{DE}$를 그으면

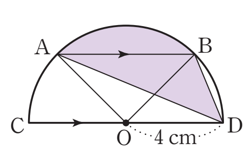
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AFD=\triangle BFD$

$\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로 $\triangle BFD=\triangle BED$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle DBE=\triangle ABE$

$\therefore$ $\triangle AFD=\triangle ABE=22\ \text{cm}^2$

20 답 4π cm²



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면

$2\pi\times 4\times\frac{\angle AOB}{360^\circ}=2\pi$에서

$\angle AOB=90^\circ$

이때 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\triangle AOB=\triangle ADB$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이와 같으므로

$\pi\times 4^2\times\frac{90}{360}=4\pi\ (\text{cm}^2)$

21 답 ①

$\angle ABE=\angle EBD=\angle x$라 하면

$\triangle$ABE에서

$\angle AEB=180^\circ-(90^\circ+\angle x)=90^\circ-\angle x$

$\triangle$FBH에서

$\angle BFH=180^\circ-(90^\circ+\angle x)=90^\circ-\angle x$

이때 $\angle AFE=\angle BFH=90^\circ-\angle x$ (맞꼭지각)이므로

$\angle AEF=\angle AFE$

따라서 $\triangle$AFE는 $\overline{AF}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{AF}$와 길이가 같은 선분은 $\overline{AE}$이다.

22 답 64°

$\angle ACE=\angle ECB=\angle x$라 하면

$\triangle$OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=2\angle x$

$\triangle$FBC에서 $\angle BFC=\angle EFO=132^\circ$ (맞꼭지각)이므로

$2\angle x+\angle x+132^\circ=180^\circ$

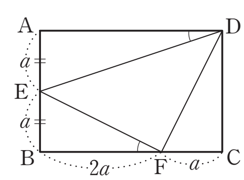
$3\angle x=48^\circ$ $\therefore$ $\angle x=16^\circ$

따라서 $\triangle$OBC에서

$\angle DOC=2\angle x+2\angle x=4\angle x$

$=4\times 16^\circ=64^\circ$

23 답 45°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 긋고

$\overline{AE}=\overline{EB}=a$라 하면

$\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이므로

$\overline{BC}=3a$

또 $\overline{BF}:\overline{FC}=2:1$이므로

$\overline{BF}=2a$, $\overline{FC}=a$

$\triangle$EBF와 $\triangle$FCD에서

$\overline{EB}=\overline{FC}$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\angle EBF=\angle FCD=90^\circ$

$\therefore$ $\triangle EBF\equiv\triangle FCD$ (SAS 합동)

즉 $\overline{EF}=\overline{FD}$, $\angle EFB=\angle FDC$이므로

$\angle EFD=180^\circ-(\angle EFB+\angle DFC)$

$=180^\circ-(\angle FDC+\angle DFC)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

따라서 $\triangle$EFD는 $\overline{EF}=\overline{FD}$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle EDF=45^\circ$

$\therefore$ $\angle ADE+\angle BFE=\angle ADE+\angle CDF$

$=\angle ADC-\angle EDF$

$=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

24 답 ①, ③

$\triangle$ABM과 $\triangle$DCM에서
$\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$
$\therefore$ $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동)
이때 $\angle A=\angle D$이고 $\angle A+\angle D=180^\circ$이므로
$\angle A=\angle D=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$ (①)
즉 □ABCD는 직사각형이다.
② 마름모 또는 정사각형의 성질이다.
③ 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$
④ $\angle BMA=45^\circ$인지 알 수 없다.
⑤ $\angle BCD=90^\circ$이므로 $\angle BCM\neq 90^\circ$
따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

25 답 150°

$\triangle$ABO는 정삼각형이므로
$\angle BAO=\angle ABO=\angle AOB=60^\circ$
$\therefore$ $\angle OAD=100^\circ-60^\circ=40^\circ$
이때 $\overline{AO}=\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\triangle$AOD에서
$\angle AOD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$
또 $\angle BAD+\angle ABC=180^\circ$에서
$\angle ABC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$이므로
$\angle OBC=80^\circ-60^\circ=20^\circ$
이때 $\overline{BO}=\overline{BA}=\overline{BC}$이므로 $\triangle$BCO에서
$\angle BOC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-20^\circ)=80^\circ$
따라서 $\angle AOB+\angle BOC+\angle COD+\angle AOD=360^\circ$에서
$60^\circ+80^\circ+\angle COD+70^\circ=360^\circ$
$\therefore$ $\angle COD=150^\circ$

26 답 3 cm

$\triangle$BEF에서 $\overline{BE}=\overline{BF}$이므로 $\angle BEF=\angle BFE$
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle DCF=\angle BEF$ (엇각)
또 $\angle DFC=\angle BFE$ (맞꼭지각)이므로 $\angle DCF=\angle DFC$
따라서 $\triangle$DFC는 $\overline{DF}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{DC}=\overline{DF}=\overline{BD}-\overline{BF}=15-6=9$ (cm)
이때 $\overline{AB}=\overline{DC}=9$ cm이므로
$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=9-6=3$ (cm)

27 답 75°

$\triangle$ABE와 $\triangle$CBE에서
$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle ABE=\angle CBE=45^\circ$
$\therefore$ $\triangle ABE\equiv\triangle CBE$ (SAS 합동)
이때 $\triangle$ABF에서 $\angle BAF=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$이므로
$\triangle$ABE에서 $\angle AEB=180^\circ-(60^\circ+45^\circ)=75^\circ$
$\therefore$ $\angle BEC=\angle BEA=75^\circ$

28 답 77°

□ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$이고 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로
$\triangle$ABE는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore$ $\angle BAE=180^\circ-2\times32^\circ=116^\circ$
이때 $\angle EAD=116^\circ-90^\circ=26^\circ$이고
$\triangle$EAD는 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle EDF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-26^\circ)=77^\circ$

29 답 60°

$\triangle$ADE와 $\triangle$CDG에서
$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}=\overline{DG}$, $\angle ADE=90^\circ-\angle CDE=\angle CDG$
$\therefore$ $\triangle ADE\equiv\triangle CDG$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\angle GCD=\angle EAD=90^\circ-40^\circ=50^\circ$
이때 $\angle CDG=90^\circ-20^\circ=70^\circ$이므로
$\triangle$CDG에서
$\angle CGD=180^\circ-(70^\circ+50^\circ)=60^\circ$

30 답 29 cm

$\triangle$OPC와 $\triangle$OQD에서
$\overline{OC}=\overline{OD}$, $\angle OCP=\angle ODQ=45^\circ$,
$\angle POC=90^\circ-\angle COQ=\angle QOD$
$\therefore$ $\triangle OPC\equiv\triangle OQD$ (ASA 합동) …… ❶
따라서 $\overline{OQ}=\overline{OP}=8$ cm,
$\overline{PC}+\overline{CQ}=\overline{DQ}+\overline{CQ}=\overline{CD}=13$ cm이므로
□OPCQ의 둘레의 길이는
$\overline{OP}+\overline{PC}+\overline{CQ}+\overline{OQ}=8+13+8=29$ (cm) …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\triangle OPC\equiv\triangle OQD$임을 설명하기	50 %
❷ □OPCQ의 둘레의 길이 구하기	50 %

31 답 20 cm²

$\triangle$AEO와 $\triangle$DFO에서
$\overline{AO}=\overline{DO}$, $\angle OAE=\angle ODF=45^\circ$,
$\angle AOE=90^\circ-\angle AOF=\angle DOF$
$\therefore$ $\triangle AEO\equiv\triangle DFO$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{FD}=\overline{EA}=4$ cm이므로
$\overline{AD}=\overline{AF}+\overline{FD}=8+4=12$ (cm)
$\therefore$ $\triangle EOF=\square AEOF-\triangle AEF$
$=\triangle AEO+\triangle AOF-\triangle AEF$
$=\triangle DFO+\triangle AOF-\triangle AEF$
$=\triangle AOD-\triangle AEF$
$=\frac{1}{4}\square ABCD-\triangle AEF$
$=\frac{1}{4}\times12^2-\frac{1}{2}\times8\times4$
$=20$ (cm²)

32 답 30°

$\triangle$ABP와 $\triangle$ADR에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABP=\angle ADR=90^\circ$, $\overline{AP}=\overline{AR}$

$\therefore$ $\triangle ABP\equiv\triangle ADR$ (RHS 합동)

$\triangle$APQ와 $\triangle$ARQ에서

$\overline{AP}=\overline{AR}$, $\overline{AQ}$는 공통,

$\angle RAQ=\angle RAD+\angle DAQ$

$=\angle PAB+\angle DAQ$

$=\angle BAQ-\angle PAQ$

$=90^\circ-45^\circ=45^\circ=\angle PAQ$

$\therefore$ $\triangle APQ\equiv\triangle ARQ$ (SAS 합동)

따라서 $\angle APB=\angle APQ=60^\circ$이므로

$\triangle$ABP에서 $\angle BAP=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$

33 답 32°

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle DAC=32^\circ$ (엇각)

$\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서

$\overline{BC}$는 공통, $\angle ABC=\angle DCB$, $\overline{AB}=\overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle DBC=\angle ACB=32^\circ$

이때 $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로 $\angle E=\angle DBC=32^\circ$ (동위각)

34 답 76°

$\angle ABC+\angle C=180^\circ$이므로

$\angle ABC+71^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore$ $\angle ABC=109^\circ$

$\angle EBC=\angle C=71^\circ$이므로

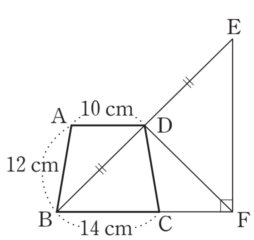
$\angle ABE=\angle ABC-\angle EBC=109^\circ-71^\circ=38^\circ$

$\angle EBF=\angle ABE=38^\circ$ (접은 각)이므로

$\angle FBC=\angle EBC-\angle EBF=71^\circ-38^\circ=33^\circ$

따라서 $\triangle$FBC에서 $\angle BFC=180^\circ-(33^\circ+71^\circ)=76^\circ$

35 답 10 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면 직각삼각형 EBF에서 $\overline{BD}=\overline{DE}$이므로 점 D는 $\triangle$EBF의 외심이다.

$\therefore$ $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{DF}$

즉 $\triangle$DBF는 이등변삼각형이므로

$\angle DBF=\angle DFB$

$\triangle$ABD와 $\triangle$CDF에서

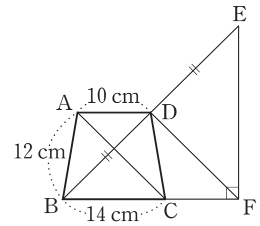
$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{DF}$,

$\angle ABD=\angle ABC-\angle DBC=\angle DCB-\angle DFC=\angle CDF$

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle CDF$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\overline{CF}=\overline{AD}=10$ cm

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{DF}$를 그으면 점 D는 직각삼각형 EBF의 외심이므로 $\overline{DF}=\overline{BD}$

□ABCD는 등변사다리꼴이므로

$\overline{AC}=\overline{BD}$

$\therefore$ $\overline{AC}=\overline{DF}$

$\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서

$\overline{BC}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABC=\angle DCB$

$\therefore$ $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

즉 $\angle ACB=\angle DBC$이고 $\triangle$DBF는 이등변삼각형이므로

$\angle DFB=\angle DBC=\angle ACB$

따라서 $\overline{AC}/\!/\overline{DF}$이므로 □ACFD는 평행사변형이다.

$\therefore$ $\overline{CF}=\overline{AD}=10$ cm

36 답 3 cm^2

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle BED$

즉 $\triangle AFD+\triangle DFE=\triangle BEF+\triangle DFE$이므로

$\triangle AFD=\triangle BEF$

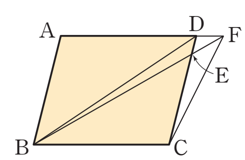
이때 $\triangle ABD=\triangle BCD$이므로

$\triangle ABF+\triangle AFD=\triangle BCE+\triangle BEF+\triangle DFE$

$17=14+\triangle DFE$

$\therefore$ $\triangle DFE=3\ (\text{cm}^2)$

37 답 96 cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\overline{AF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle DBF=\triangle DCF$

즉 $\triangle DBE+\triangle DEF$

$=\triangle ECF+\triangle DEF$이므로

$\triangle DBE=\triangle ECF=8\ \text{cm}^2$

이때 $\overline{DE}:\overline{EC}=1:5$이므로

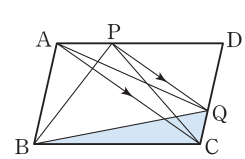
$\triangle DBE:\triangle EBC=1:5$에서

$\triangle EBC=5\triangle DBE=5\times8=40\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle DBC=\triangle DBE+\triangle EBC=8+40=48\ (\text{cm}^2)$이므로

$\square ABCD=2\triangle DBC=2\times48=96\ (\text{cm}^2)$

38 답 15 cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$를 그으면

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\triangle BCQ=\triangle ACQ$

$\overline{AC}/\!/\overline{PQ}$이므로

$\triangle ACQ=\triangle ACP$

$\therefore$ $\triangle BCQ=\triangle ACP=\frac{1}{3}\triangle ACD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times90=15\ (\text{cm}^2)$

참고

$\overline{AP}:\overline{PD}=1:2$이므로

$\triangle ACP=\triangle ACD\times\dfrac{1}{1+2}$

$=\dfrac{1}{3}\triangle ACD$

39 답 72 cm^2

$\overline{AQ}:\overline{QP}=2:1$이므로

$\triangle AOQ:\triangle OPQ=2:1$에서

$\triangle AOQ:3=2:1 \quad \therefore \triangle AOQ=6\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로

$\triangle OCP=\triangle AOP$

$=\triangle AOQ+\triangle OPQ$

$=6+3=9\ (\text{cm}^2)$

$\overline{CP}=\overline{PD}$이므로

$\triangle APD=\triangle ACP$

$=\triangle AOP+\triangle OCP$

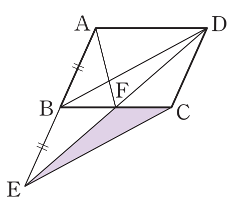
$=9+9=18\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD=2\triangle ACD$

$=2(\triangle ACP+\triangle APD)$

$=2\times(18+18)=72\ (\text{cm}^2)$

40 답 6 cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle ABD=\triangle AFD=12\text{ cm}^2$

$\overline{AE}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{BE}$이므로

$\triangle BEC=\triangle BED=\triangle ABD$

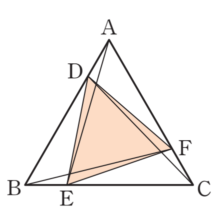
$=12\text{ cm}^2$

이때 $\overline{BE}/\!/\overline{DC}$, $\overline{BE}=\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $\square BECD$는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BF}=\overline{CF}$이므로

$\triangle FEC=\dfrac{1}{2}\triangle BEC=\dfrac{1}{2}\times12=6\ (\text{cm}^2)$

41 답 $\dfrac{63}{4}\text{ cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$를 그으면

$\triangle ADF=\dfrac{1}{4}\triangle ABF=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}\triangle ABC$

$=\dfrac{3}{16}\triangle ABC$

$=\dfrac{3}{16}\times36=\dfrac{27}{4}\ (\text{cm}^2)$

$\triangle BED=\dfrac{1}{4}\triangle BCD=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}\triangle ABC$

$=\dfrac{3}{16}\triangle ABC$

$=\dfrac{3}{16}\times36=\dfrac{27}{4}\ (\text{cm}^2)$

$\triangle CFE=\dfrac{1}{4}\triangle CAE=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{4}\triangle ABC$

$=\dfrac{3}{16}\triangle ABC$

$=\dfrac{3}{16}\times36=\dfrac{27}{4}\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle DEF=\triangle ABC-(\triangle ADF+\triangle BED+\triangle CFE)$

$=36-\left(\dfrac{27}{4}+\dfrac{27}{4}+\dfrac{27}{4}\right)=\dfrac{63}{4}\ (\text{cm}^2)$

적중 & 심화 실전 TEST

51쪽~52쪽

01 답 72 cm^2

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BEA=\angle DAE$ (엇각)

즉 $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=8\text{ cm}$

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=13-8=5\ (\text{cm})$

따라서 $\square AECD$의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times(13+5)\times8=72\ (\text{cm}^2)$

02 답 $59°$

$\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle B=\angle D$, $\angle AEB=\angle AFD=90°$

$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle ADF$ (RHA 합동) …… ❶

$\therefore \overline{AE}=\overline{AF}$, $\angle BAE=\angle DAF$

이때 $\angle B+\angle BAD=180°$이므로

$62°+\angle BAD=180° \quad \therefore \angle BAD=118°$

또 $\angle DAF=\angle BAE=180°-(62°+90°)=28°$이므로

$\angle EAF=118°-(28°+28°)=62°$ …… ❷

이때 $\triangle AEF$는 $\overline{AE}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AFE=\dfrac{1}{2}\times(180°-62°)=59°$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABE\equiv\triangle ADF$임을 설명하기	20 %
❷ $\angle EAF$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle AFE$의 크기 구하기	40 %

03 답 $81°$

$\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$, $\angle ABE=\angle CDF=90°$

$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (SAS 합동)

따라서 $\angle DCF=\angle BAE=36°$이고

$\angle HDC=45°$이므로 $\triangle HCD$에서

$\angle BHC=45°+36°=81°$

04 답 72°

$\angle DCA=\angle x$라 하면
$\overline{AD}=\overline{DC}$이므로 $\angle DAC=\angle DCA=\angle x$
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ACB=\angle DAC=\angle x$ (엇각)
이때 □ABCD는 등변사다리꼴이므로
$\angle B=\angle DCB=\angle x+\angle x=2\angle x$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로
$\angle CAB=\angle B=2\angle x$
따라서 $\triangle ABC$에서 $2\angle x+2\angle x+\angle x=180^\circ$이므로
$5\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=36^\circ$
$\therefore \angle B=2\angle x=2\times 36^\circ=72^\circ$

05 답 ④

① 한 내각의 크기가 90°이고 두 대각선이 서로 수직이므로 정사각형이 된다.
② 한 내각의 크기가 90°이므로 직사각형이 된다.
③ 두 대각선의 길이가 같으므로 직사각형이 된다.
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모가 된다.
⑤ 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모가 된다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

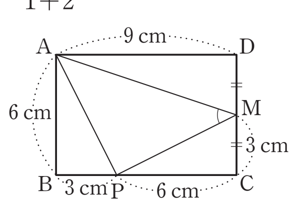
06 답 (1) 마름모 (2) 24 cm

(1) $\triangle POD$와 $\triangle QOB$에서
$\overline{DO}=\overline{BO}$, $\angle POD=\angle QOB$, $\angle PDO=\angle QBO$ (엇각)
$\therefore \triangle POD\equiv\triangle QOB$ (ASA 합동) …… ❶
즉 $\overline{PD}/\!/\overline{QB}$, $\overline{PD}=\overline{QB}$이므로 □PBQD는 평행사변형이다.
이때 평행사변형 PBQD의 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모이다. …… ❷
(2) □PBQD의 둘레의 길이는 $6\times 4=24$ (cm) …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle POD\equiv\triangle QOB$임을 설명하기	40 %
❷ □PBQD가 어떤 사각형인지 말하기	40 %
❸ □PBQD의 둘레의 길이 구하기	20 %

07 답 45°

$\overline{CD}=\overline{AB}=6$ cm이고 점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로
$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 6=3$ (cm)
$\overline{BC}=\overline{AD}=9$ cm이고 $\overline{BP}:\overline{PC}=1:2$이므로
$\overline{BP}=9\times\frac{1}{1+2}=3$ (cm), $\overline{PC}=9\times\frac{2}{1+2}=6$ (cm)
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면 $\triangle ABP$와 $\triangle PCM$에서
$\overline{AB}=\overline{PC}$, $\overline{BP}=\overline{CM}$,
$\angle B=\angle C$



$\therefore \triangle ABP\equiv\triangle PCM$ (SAS 합동)
이때
$\angle APM=180^\circ-(\angle APB+\angle MPC)$
$=180^\circ-(\angle PMC+\angle MPC)$
$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$
따라서 $\triangle APM$은 직각이등변삼각형이므로
$\angle AMP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

08 답 25 cm

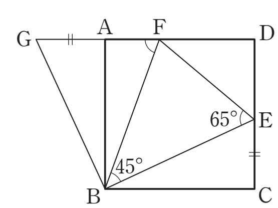
$\triangle BEF$에서 $\overline{BE}=\overline{BF}$이므로 $\angle BEF=\angle BFE$
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle DCF=\angle BEF$ (엇각)
또 $\angle DFC=\angle BFE$ (맞꼭지각)이므로 $\angle DCF=\angle DFC$
따라서 $\triangle DFC$는 $\overline{DF}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{DF}=\overline{DC}=\overline{BC}=16$ cm
$\therefore \overline{BD}=\overline{BF}+\overline{FD}=9+16=25$ (cm)

09 답 45°

$\triangle AED$에서 $\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\angle AED=\angle ADE=\angle a$라 하면
$\angle EAD=180^\circ-2\angle a$
$\therefore \angle EAB=(180^\circ-2\angle a)-90^\circ=90^\circ-2\angle a$
$\triangle AEB$에서
$\angle AEB=\frac{1}{2}\times\{180^\circ-(90^\circ-2\angle a)\}=45^\circ+\angle a$
$\therefore \angle DEB=\angle AEB-\angle AED$
$=(45^\circ+\angle a)-\angle a$
$=45^\circ$

10 답 70°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선 위에 $\overline{CE}=\overline{AG}$가 되도록 점 G를 잡으면



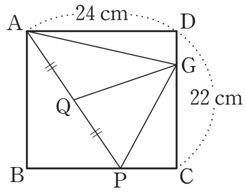
$\triangle BCE$와 $\triangle BAG$에서
$\overline{BC}=\overline{BA}$, $\overline{CE}=\overline{AG}$,
$\angle BCE=\angle BAG=90^\circ$
$\therefore \triangle BCE\equiv\triangle BAG$ (SAS 합동)
즉 $\overline{BE}=\overline{BG}$, $\angle EBC=\angle GBA$
$\triangle BEF$와 $\triangle BGF$에서
$\overline{BE}=\overline{BG}$, $\overline{BF}$는 공통,
$\angle GBF=\angle GBA+\angle ABF=\angle EBC+\angle ABF$
$=90^\circ-45^\circ=45^\circ=\angle EBF$
$\therefore \triangle BEF\equiv\triangle BGF$ (SAS 합동)
$\therefore \angle AFB=\angle EFB=180^\circ-(45^\circ+65^\circ)=70^\circ$

11 답 6 cm

$\overline{BC}=\overline{AD}=24$ cm이고 $\overline{BP}:\overline{PC}=5:3$이므로

$\overline{PC}=24\times\frac{3}{5+3}=9$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$, $\overline{PG}$를 그으면



□AQGD=□GQPC이고

△AQG=△GQP이므로

△AGD=△GPC

이때 $\overline{DG}=x$ cm라 하면

$\overline{GC}=(22-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times24\times x=\frac{1}{2}\times9\times(22-x)$

$33x=198$ $\therefore x=6$

따라서 $\overline{DG}$의 길이는 6 cm이다.

12 답 5 cm^2

$\triangle DEB=\frac{1}{5}\triangle ABD=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{1}{10}$□ABCD$=\frac{1}{10}\times200=20$ (cm^2)

이때 $\overline{AD}/\!/\overline{FC}$이므로 △AFB=△DFB

즉 △AFE+△EFB=△DEB+△EFB이므로

△AFE=△DEB=20 cm^2

따라서 $\overline{AE}=4\overline{EB}$이므로

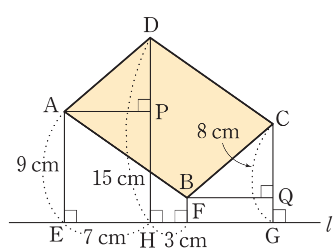
$\triangle EFB=\frac{1}{4}\triangle AFE=\frac{1}{4}\times20=5$ (cm^2)

학교 시험 최상위 기출 도전

53쪽~54쪽

01 답 109 cm^2

[전략] 두 점 A, B에서 $\overline{DH}$, $\overline{CG}$에 각각 수선의 발을 내리고 합동인 삼각형을 찾는다.



위 그림과 같이 두 점 A, B에서 $\overline{DH}$, $\overline{CG}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$\overline{PH}=\overline{AE}=9$ cm, $\overline{AP}=\overline{EH}=7$ cm

△DAP와 △CBQ에서

$\overline{DA}=\overline{CB}$, ∠DPA=∠CQB=90°, ∠DAP=∠CBQ

∴ △DAP≡△CBQ (RHA 합동)

즉 $\overline{BQ}=\overline{AP}=7$ cm,

$\overline{CQ}=\overline{DP}=\overline{DH}-\overline{PH}=15-9=6$ (cm)

이때 $\overline{BF}=\overline{QG}=\overline{CG}-\overline{CQ}=8-6=2$ (cm)이므로

□ABCD=□AEHD+□DHGC−□AEFB−□BFGC

$=\frac{1}{2}\times(9+15)\times7+\frac{1}{2}\times(15+8)\times10$

$-\frac{1}{2}\times(9+2)\times10-\frac{1}{2}\times(2+8)\times7$

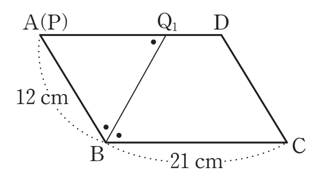
$=84+115-55-35$

$=109$ (cm^2)

02 답 24 cm

[전략] 점 P가 점 A에 있을 때와 점 D에 있을 때로 나누어 생각한다.

(ⅰ) 점 P가 점 A에 있을 때



위 그림과 같이 ∠PBC의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 Q_1이라 하면

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AQ_1B=\angle Q_1BC$ (엇각)

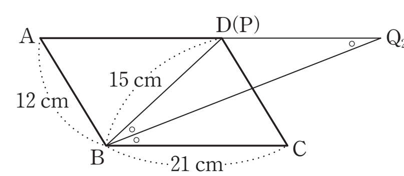
이때 $\angle ABQ_1=\angle Q_1BC$이므로 $\angle ABQ_1=\angle AQ_1B$

따라서 $\triangle ABQ_1$은 $\overline{AB}=\overline{AQ_1}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AQ_1}=\overline{AB}=12$ cm

$\therefore \overline{Q_1D}=\overline{AD}-\overline{AQ_1}=21-12=9$ (cm)

(ⅱ) 점 P가 점 D에 있을 때



위 그림과 같이 ∠PBC의 이등분선이 $\overline{AD}$의 연장선과 만나는 점을 Q_2라 하면

$\overline{AQ_2}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DQ_2B=\angle Q_2BC$ (엇각)

이때 $\angle DBQ_2=\angle Q_2BC$이므로 $\angle DBQ_2=\angle DQ_2B$

따라서 $\triangle DBQ_2$는 $\overline{DB}=\overline{DQ_2}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{DQ_2}=\overline{DB}=15$ cm

(ⅰ), (ⅱ)에서 점 Q가 움직인 거리는

$\overline{Q_1D}+\overline{DQ_2}=9+15=24$ (cm)

03 답 $5a$ cm^2

[전략] $\overline{BD}$를 긋고 △BDG, △BCD, △BEC, □CEFG의 넓이를 각각 a를 사용하여 나타낸다.

∠ABC+∠BCD=180°이므로

60°+∠BCD=180° ∴ ∠BCD=120°

□ABCD와 □CEFG가 합동이므로

∠ECG=∠BAD=∠BCD=120°

∴ ∠BCE=360°−120°−120°=120°

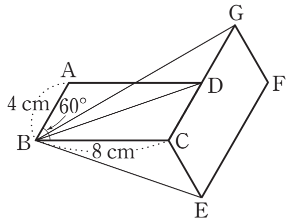
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle BCD$와 $\triangle BCE$에서

$\overline{BC}$는 공통, $\overline{CD}=\overline{CE}$,

$\angle BCD=\angle BCE$

$\therefore$ $\triangle BCD \equiv \triangle BCE$ (SAS 합동)



이때 $\triangle BCD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 2a=a\ (\mathrm{cm}^2)$

이므로 $\triangle BCE=\triangle BCD=a\ \mathrm{cm}^2$

또 $\overline{DG}=\overline{CG}-\overline{CD}=8-4=4\ (\mathrm{cm})$이므로

$\triangle BDG=\triangle BCD=a\ \mathrm{cm}^2$

$\therefore$ $\square BEFG=\triangle BDG+\triangle BCD+\triangle BCE+\square CEFG$

$=a+a+a+2a=5a\ (\mathrm{cm}^2)$

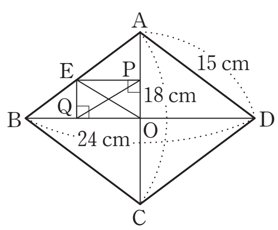
04 답 $\frac{36}{5}$ cm

[전략] $\square ABCD$가 마름모이므로 $\angle BOA=90°$이다. 따라서 $\square EQOP$는 네 내각이 모두 직각이므로 직사각형이다.

$\square ABCD$가 마름모이므로 $\angle AOB=90°$

즉 $\square EQOP$는 네 내각의 크기가 모두 $90°$이므로 직사각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EO}$를 그으면 $\overline{EO}=\overline{PQ}$이므로 $\overline{PQ}$의 최솟값은 $\overline{AB}\perp\overline{EO}$일 때 $\overline{EO}$의 길이와 같다.



이때 $\overline{AO}=\frac{1}{2}\times 18=9\ (\mathrm{cm})$,

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{AB}\perp\overline{EO}$라 하면 $\overline{AB}\times\overline{EO}=\overline{AO}\times\overline{BO}$에서

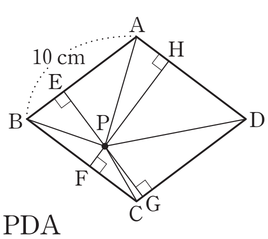
$15\times\overline{EO}=9\times 12$ $\quad\therefore\ \overline{EO}=\frac{36}{5}\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{PQ}$의 최솟값은 $\frac{36}{5}$ cm이다.

05 답 $\frac{96}{5}$ cm

[전략] 점 P에서 마름모 ABCD의 각 변에 수선의 발을 내리고 마름모 ABCD의 넓이를 $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCD$, $\triangle PDA$의 합으로 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H라 하고 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$

$=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PE}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PF}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PG}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PH}$

$=5(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$

이때 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 16\times 12=96\ (\mathrm{cm}^2)$이므로

$5(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})=96$

$\therefore\ \overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}=\frac{96}{5}\ (\mathrm{cm})$

따라서 점 P에서 $\square ABCD$의 각 변에 이르는 거리의 합은 $\frac{96}{5}$ cm이다.

06 답 8 cm

[전략] 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이다.

$\overline{AC}=\overline{AO}+\overline{OC}=\overline{DO}+\overline{OB}=\overline{DB}$이므로 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이다.

즉 $\overline{DC}=\overline{AB}=16$ cm, $\angle ABC=\angle DCB$

이때 $\angle AOE=\angle a$라 하면

$\angle EAO=180°-(90°+\angle a)=90°-\angle a$

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{BC}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABC=\angle DCB$

$\therefore$ $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle BDC=\angle CAB=90°-\angle a$

$\angle EOF$는 평각이므로

$\angle DOF=180°-(\angle a+90°)=90°-\angle a$

즉 $\triangle FDO$에서 $\angle FDO=\angle FOD$이므로 $\overline{FD}=\overline{FO}$

한편 $\triangle ABO$에서

$\angle ABO=180°-\{(90°-\angle a)+90°\}$

$=180°-90°+\angle a-90°=\angle a$

$\triangle ABD$와 $\triangle DCA$에서

$\overline{AD}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle BAD=\angle CDA$

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle DCA$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle DCA=\angle ABD=\angle a$

이때 $\angle FOC=\angle AOE=\angle a$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle FOC$에서 $\angle FOC=\angle FCO$ $\quad\therefore\ \overline{FO}=\overline{FC}$

따라서 $\overline{FD}=\overline{FO}=\overline{FC}$이므로

$\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times 16=8\ (\mathrm{cm})$

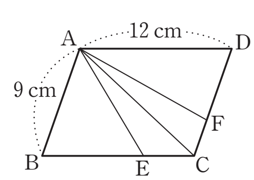
07 답 14 cm

[전략] $\overline{AC}$를 긋고 넓이의 비를 이용하여 $\overline{BE}:\overline{BC}$, $\overline{FD}:\overline{CD}$의 값을 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\triangle ABE=\square AECF=\triangle AFD$

$=\frac{1}{3}\square ABCD$



이므로

$\triangle ABE=\frac{1}{3}\square ABCD$

$=\frac{1}{3}\times 2\triangle ABC$

$=\frac{2}{3}\triangle ABC$

즉 $\overline{BE}:\overline{BC}=\triangle ABE:\triangle ABC=2:3$이므로

$\overline{BE}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times 12=8\ (\text{cm})$

또 $\triangle AFD=\frac{1}{3}\square ABCD=\frac{1}{3}\times 2\triangle ACD=\frac{2}{3}\triangle ACD$

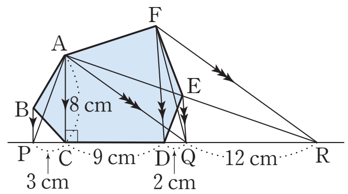
즉 $\overline{FD}:\overline{CD}=\triangle AFD:\triangle ACD=2:3$이므로

$\overline{FD}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times 9=6\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BE}+\overline{FD}=8+6=14\ (\text{cm})$

08 답) $104\ \text{cm}^2$

[전략] $\overline{AP}$, $\overline{FQ}$, $\overline{AR}$를 긋고 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



위 그림과 같이 $\overline{AP}$, $\overline{FQ}$, $\overline{AR}$를 그으면

$\overline{BP}/\!/\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC=\triangle APC$

$\overline{FD}/\!/\overline{EQ}$이므로 $\triangle FDE=\triangle FDQ$

$\overline{AQ}/\!/\overline{FR}$이므로 $\triangle AQF=\triangle AQR$

$\therefore$ (육각형 ABCDEF의 넓이)

$=\triangle ABC+\square ACDF+\triangle FDE$

$=\triangle APC+\square ACDF+\triangle FDQ$

$=\triangle APC+\square ACQF$

$=\triangle APC+\triangle ACQ+\triangle AQF$

$=\triangle APC+\triangle ACQ+\triangle AQR$

$=\triangle APR$

$=\frac{1}{2}\times(3+9+2+12)\times 8$

$=104\ (\text{cm}^2)$

3 도형의 닮음

01 | 도형의 닮음

개념 확인 57쪽

01 답) ④

$\square ABCD \backsim \square EFGH$이므로 $\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{FG}$이고, $\angle D$에 대응하는 각은 $\angle H$이다.

02 답) ④

③, ④ $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비는

$\overline{AC}:\overline{DF}=3:9=1:3$

따라서 $\overline{AB}:\overline{DE}=1:3$, 즉 $\overline{AB}:6=1:3$

$3\overline{AB}=6\qquad \therefore\ \overline{AB}=2\ (\text{cm})$

⑤ $\angle D$에 대응하는 각은 $\angle A$이므로 $\angle D=60^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 답) $54\ \text{cm}^3$

두 삼각뿔의 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{B'C'}=4.5:6=3:4$이므로

부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$

따라서 (삼각뿔 A−BCD의 부피) $:128=27:64$이므로

(삼각뿔 A−BCD의 부피)$=54\ (\text{cm}^3)$

04 답) $\frac{9}{2}$ cm

$\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서

$\angle A$는 공통,

$\overline{AB}:\overline{AC}=(4+5):6=3:2$,

$\overline{AC}:\overline{AD}=6:4=3:2$

$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{CD}=3:2$, 즉 $\overline{BC}:3=3:2$

$2\overline{BC}=9\qquad \therefore\ \overline{BC}=\frac{9}{2}\ (\text{cm})$

05 답) ②

② $\triangle ABC$에서 $\angle C=60^\circ$이면

$\angle A=180^\circ-(50^\circ+60^\circ)=70^\circ$

따라서 $\angle B=\angle E=50^\circ$, $\angle A=\angle D=70^\circ$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)

참고

④ $\overline{AC}=10$ cm, $\overline{DF}=5$ cm일 때

$\overline{BC}:\overline{EF}=8:4=2:1$,

$\overline{AC}:\overline{DF}=10:5=2:1$

이지만 $\angle C=\angle F$인지는 알 수 없다.

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$가 되기 위한 조건이 아니다.

06 답 3 cm

$\triangle$ADC와 $\triangle$BEC에서

$\angle$C는 공통, $\angle ADC=\angle BEC=90^\circ$

$\therefore$ $\triangle ADC \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{DC}:\overline{EC}$이므로 $12:18=6:\overline{EC}$

$12\overline{EC}=108$ $\quad\therefore \overline{EC}=9$ (cm)

$\therefore$ $\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=12-9=3$ (cm)

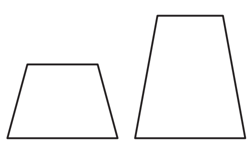
적중 & 심화 유형 연습

58쪽~67쪽

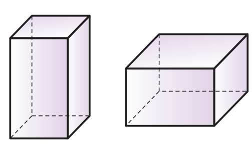
01 답 ①

다음 그림의 두 도형은 닮은 도형이 아니다.

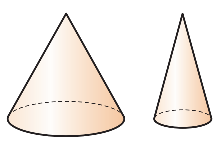
㉡ 두 등변사다리꼴



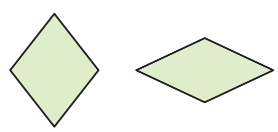
㉢ 두 직육면체



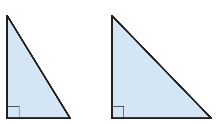
㉣ 두 원뿔



㉥ 두 마름모

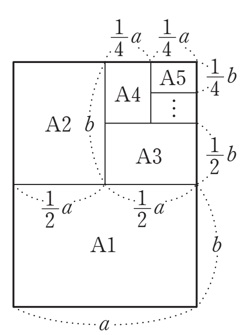


㉦ 두 직각삼각형



따라서 항상 닮음인 것은 ㉠, ㉤, ㉧이다.

02 답 4 : 1



오른쪽 그림과 같이 A1 용지의 긴 변의 길이를 a, 짧은 변의 길이를 b라 하면

A2 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$,

긴 변의 길이는 b,

A3 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{2}b$,

긴 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$,

A4 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{4}a$,

긴 변의 길이는 $\frac{1}{2}b$,

A5 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{4}b$, 긴 변의 길이는 $\frac{1}{4}a$이다.

따라서 A1 용지와 A5 용지의 닮음비는

$a:\frac{1}{4}a=b:\frac{1}{4}b=4:1$

03 답 ②

두 사각뿔대의 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{A'D'}=10:8=5:4$ (③)

② $\overline{GH}:\overline{G'H'}=5:4$이므로 $\overline{GH}:6=5:4$

$4\overline{GH}=30$ $\quad\therefore \overline{GH}=\frac{15}{2}$ (cm)

④ $\overline{FG}:\overline{F'G'}=5:4$이므로 $15:\overline{F'G'}=5:4$

$5\overline{F'G'}=60$ $\quad\therefore \overline{F'G'}=12$ (cm)

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

04 답 32 cm

□ABCD와 □DEFC의 닮음비는

$\overline{AB}:\overline{DE}=30:18=5:3$

따라서 $\overline{BC}:\overline{EF}=5:3$, 즉 $(\overline{BF}+18):30=5:3$이므로

$3(\overline{BF}+18)=150$, $3\overline{BF}+54=150$

$3\overline{BF}=96$ $\quad\therefore \overline{BF}=32$ (cm)

05 답 40 cm

두 평행사변형의 닮음비가 $3:2$이므로

$\overline{AB}:\overline{EF}=3:2$에서 $12:\overline{EF}=3:2$

$3\overline{EF}=24$ $\quad\therefore \overline{EF}=8$ (cm)

따라서 □EFGH의 둘레의 길이는

$2\times(8+12)=40$ (cm)

06 답 $\left(5,\ \frac{20}{3}\right)$

$\triangle$ABO와 $\triangle$ODC의 닮음비는

$\overline{OB}:\overline{CD}=5:3$

따라서 $\overline{AB}:\overline{OD}=5:3$, 즉 $\overline{AB}:4=5:3$이므로

$3\overline{AB}=20$ $\quad\therefore \overline{AB}=\frac{20}{3}$

따라서 점 A의 좌표는 $\left(5,\ \frac{20}{3}\right)$이다.

07 답 12 cm

작은 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 밑면의 둘레의 길이가 8π cm이므로

$2\pi r=8\pi$ $\quad\therefore r=4$

따라서 두 원뿔의 닮음비는 $4:6=2:3$이므로

$8:$(큰 원뿔의 높이)$=2:3$, $2\times$(큰 원뿔의 높이)$=24$

$\therefore$ (큰 원뿔의 높이)$=12$ (cm)

100점 TIP

(닮은 두 원뿔의 닮음비)=(밑면의 반지름의 길이의 비)
=(모선의 길이의 비)
=(높이의 비)
=(밑면의 둘레의 길이의 비)

08 답 36 cm

$\triangle$ABD와 $\triangle$DBC에서

$\angle ABD=\angle DBC$,

$\overline{AB}:\overline{DB}=9:12=3:4$,

$\overline{BD}:\overline{BC}=12:16=3:4$

$\therefore$ $\triangle ABD \backsim \triangle DBC$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AD}:\overline{DC}=3:4$, 즉 $6:\overline{CD}=3:4$이므로

$3\overline{CD}=24$ $\therefore$ $\overline{CD}=8$ (cm)

따라서 $\triangle$BCD의 둘레의 길이는

$\overline{BD}+\overline{BC}+\overline{CD}=12+16+8=36$ (cm)

09 답 (1) $\triangle ABD \backsim \triangle CBA$, SAS 닮음 (2) 6

(1) $\triangle$ABD와 $\triangle$CBA에서

$\angle B$는 공통,

$\overline{AB}:\overline{CB}=12:(8+10)=12:18=2:3$,

$\overline{DB}:\overline{AB}=8:12=2:3$

$\therefore$ $\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (SAS 닮음) …… ❶

(2) $\overline{AD}:\overline{CA}=2:3$이므로 $x:9=2:3$

$3x=18$ $\therefore$ $x=6$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 닮음인 삼각형을 찾고, 닮음 조건 말하기	60 %
❷ x의 값 구하기	40 %

10 답 9 cm

$\triangle$ABC와 $\triangle$EBD에서

$\angle B$는 공통,

$\overline{AB}:\overline{EB}=(6+6):8=3:2$,

$\overline{BC}:\overline{BD}=(8+1):6=3:2$

$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AC}:\overline{ED}=3:2$, 즉 $\overline{AC}:6=3:2$이므로

$2\overline{AC}=18$ $\therefore$ $\overline{AC}=9$ (cm)

11 답 5 cm

$\triangle$AFE와 $\triangle$CFB에서

$\angle AFE=\angle CFB$ (맞꼭지각)

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AEF=\angle CBF$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle AFE \backsim \triangle CFB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AE}:\overline{CB}$이므로 $6:9=\overline{AE}:15$

$9\overline{AE}=90$ $\therefore$ $\overline{AE}=10$ (cm)

$\therefore$ $\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=15-10=5$ (cm)

12 답 30 cm

$\triangle$ABE와 $\triangle$FCE에서

$\angle AEB=\angle FEC$ (맞꼭지각)

$\overline{AB}/\!/\overline{DF}$이므로 $\angle ABE=\angle FCE$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle ABE \backsim \triangle FCE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AE}:\overline{FE}=\overline{AB}:\overline{FC}$이므로 $10:2=7:\overline{FC}$

$10\overline{FC}=14$ $\therefore$ $\overline{FC}=\frac{7}{5}$ (cm)

또 $\overline{AE}:\overline{FE}=\overline{BE}:\overline{CE}$이므로 $10:2=8:\overline{CE}$

$10\overline{CE}=16$ $\therefore$ $\overline{CE}=\frac{8}{5}$ (cm)

따라서 $\triangle$AFD의 둘레의 길이는

$\overline{AF}+\overline{DF}+\overline{AD}=(10+2)+\left(\frac{7}{5}+7\right)+\left(8+\frac{8}{5}\right)=30$ (cm)

13 답 6 cm^2

$\triangle$AOD와 $\triangle$COB에서

$\angle AOD=\angle COB$ (맞꼭지각)

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAO=\angle BCO$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)

이때 $\triangle$AOD와 $\triangle$COB의 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{CB}=6:18=1:3$이므로

넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$

따라서 $\triangle OAD:54=1:9$이므로

$9\triangle OAD=54$ $\therefore$ $\triangle OAD=6$ (cm^2)

14 답 81π cm^2

세 원 ㈎, ㈎+㈏, ㈎+㈏+㈐의 닮음비가 $1:3:6$이므로

넓이의 비는 $1^2:3^2:6^2=1:9:36$

따라서 세 부분 ㈎, ㈏, ㈐의 넓이의 비는

$1:(9-1):(36-9)=1:8:27$

이때 ㈐의 넓이를 x cm^{2}라 하면

$24\pi:x=8:27$, $8x=648\pi$ $\therefore$ $x=81\pi$

따라서 ㈐의 넓이는 81π cm^{2}이다.

15 답 56 cm^2

$\triangle$ABE와 $\triangle$DEC에서

$\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로 $\angle ABE=\angle DEC$ (동위각)

$\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle AEB=\angle DCE$ (동위각)

$\therefore$ $\triangle ABE \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)

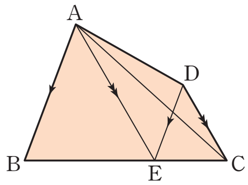
이때 $\overline{BE}:\overline{EC}=2:1$이므로 닮음비는 $2:1$이고

넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$이다.

즉 $32:\triangle DEC=4:1$이므로

$4\triangle DEC=32$ $\therefore$ $\triangle DEC=8$ (cm^2)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overline{BE}:\overline{EC}=2:1$이므로

$\triangle AEC=\frac{1}{2}\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 32$

$=16$ (cm^2)

$\therefore$ $\triangle AED=\triangle AEC=16$ cm^2

$\therefore$ $\square ABCD=\triangle ABE+\triangle DEC+\triangle AED$

$=32+8+16=56$ (cm^2)

16 답 $250\pi\ cm^3$

두 구의 겉넓이의 비가 $16:25=4^2:5^2$이므로 닮음비는 $4:5$

따라서 부피의 비는 $4^3:5^3=64:125$이므로

$128\pi:$(큰 구의 부피)$=64:125$

$64\times$(큰 구의 부피)$=16000\pi$

$\therefore$ (큰 구의 부피)$=250\pi\ (cm^3)$

17 답 $240\pi\ cm^3$

물이 채워진 부분과 그릇은 닮은 도형이고, 그릇의 높이의 $\frac{1}{3}$만큼 물을 채웠으므로 닮음비는 $1:3$

따라서 그릇에 담긴 물과 그릇의 부피의 비는 $1^3:3^3=1:27$

이때 그릇의 부피는 $\frac{1}{3}\times\pi\times18^2\times60=6480\pi\ (cm^3)$이므로

(물의 부피)$:6480\pi=1:27$

$27\times$(물의 부피)$=6480\pi$

$\therefore$ (물의 부피)$=240\pi\ (cm^3)$

18 답 2.45 m

$\triangle$BED와 $\triangle$BCA에서

$\angle$B는 공통, $\angle BED=\angle C=90^\circ$

$\therefore\ \triangle BED\backsim\triangle BCA$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BE}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{AC}$이므로

$1.2:3.16=1.5:\overline{AC}$

$1.2\overline{AC}=4.74\qquad\therefore\ \overline{AC}=3.95\ (m)$

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{AC}-\overline{FC}=3.95-1.5=2.45\ (m)$

19 답 10 m

$\triangle$ABO와 $\triangle$A′B′O에서 $\angle B=\angle B'=90^\circ$

거울의 입사각과 반사각의 크기는 같으므로

$\angle AOB=\angle A'OB'$

$\therefore\ \triangle ABO\backsim\triangle A'B'O$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{A'B'}=\overline{BO}:\overline{B'O}$이므로

$1.5:\overline{A'B'}=3:20$

$3\overline{A'B'}=30\qquad\therefore\ \overline{A'B'}=10\ (m)$

즉 지면으로부터의 충무공 동상의 높이는 10 m이다.

20 답 $160\ cm^2$

축척이 $\frac{1}{5000}$이므로 지도에서의 토지의 넓이와 실제 토지의 넓이의 비는 $1^2:5000^2=1:25000000$

이때 실제 토지의 넓이가

$0.4\ km^2=0.4\times10000000000\ cm^2=4000000000\ cm^2$

이므로 지도에서 토지의 넓이를 $x\ cm^2$라 하면

$x:4000000000=1:25000000$

$25x=4000\qquad\therefore\ x=160$

따라서 지도에서 토지의 넓이는 $160\ cm^2$이다.

참고

$1\ km^2=1\ km\times1\ km$

$=1000\ m\times1000\ m$

$=100000\ cm\times100000\ cm$

$=10000000000\ cm^2$

21 답 21분

두 지점 A, B 사이의 실제 거리를 x cm라 하면

$14:x=1:200000$

$\therefore\ x=14\times200000=2800000$

이때 2800000 cm$=$28000 m$=$28 km이므로

두 지점 A, B 사이의 실제 거리 28 km를 시속 80 km로 갈 때 걸리는 시간은 $\frac{28}{80}=\frac{7}{20}$(시간), 즉 $60\times\frac{7}{20}=21$(분)

22 답 10 cm

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\overline{BF}=(a-3)$ cm

$\triangle$EGC와 $\triangle$EFB에서

$\angle$E는 공통, $\angle GCE=\angle B=90^\circ$

$\therefore\ \triangle EGC\backsim\triangle EFB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{EC}:\overline{EB}=\overline{GC}:\overline{FB}$이므로

$4:(4+a)=2:(a-3)$

$2(4+a)=4(a-3)$, $8+2a=4a-12$

$2a=20\qquad\therefore\ a=10$

즉 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 10 cm이다.

23 답 $\frac{5}{2}$ cm

$\overline{AE}:\overline{EB}=1:2$이므로 $\overline{AE}=15\times\frac{1}{3}=5\ (cm)$ …… ❶

$\triangle$ABD와 $\triangle$ACE에서

$\angle$A는 공통, $\angle ADB=\angle AEC=90^\circ$

$\therefore\ \triangle ABD\backsim\triangle ACE$ (AA 닮음) …… ❷

따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AE}$이므로 $15:10=\overline{AD}:5$

$10\overline{AD}=75\qquad\therefore\ \overline{AD}=\frac{15}{2}\ (cm)$ …… ❸

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{AC}-\overline{AD}=10-\frac{15}{2}=\frac{5}{2}\ (cm)$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\overline{AE}$의 길이 구하기	20 %
❷ $\triangle$ABD와 $\triangle$ACE가 닮음임을 설명하기	30 %
❸ $\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
❹ $\overline{CD}$의 길이 구하기	20 %

24 답 $\frac{100}{9}\ cm^2$

$\triangle$ADF와 $\triangle$ABC에서

$\angle$A는 공통, $\angle ADF=\angle B=90^\circ$

$\therefore\ \triangle ADF\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)

정사각형 DBEF의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\overline{AD}=(5-a)$ cm, $\overline{DF}=a$ cm
따라서 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DF}:\overline{BC}$이므로 $(5-a):5=a:10$
$5a=10(5-a)$, $5a=50-10a$
$15a=50$ $\quad \therefore a=\frac{10}{3}$
$\therefore \square DBEF=\frac{10}{3}\times\frac{10}{3}=\frac{100}{9}$ (cm^2)

25 답 $\frac{18}{7}$ cm

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
$\angle DOC=90°$, $\overline{CO}=\overline{AO}=3$ cm
$\triangle ACE$와 $\triangle DCO$에서
$\angle ACD$는 공통, $\angle AEC=\angle DOC=90°$
$\therefore \triangle ACE \backsim \triangle DCO$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{DC}=\overline{AB}=7$ cm이고 $\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{CE}:\overline{CO}$이므로
$(3+3):7=\overline{CE}:3$, $7\overline{CE}=18$ $\quad \therefore \overline{CE}=\frac{18}{7}$ (cm)

26 답 24
$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로
$8^2=6y$ $\quad \therefore y=\frac{64}{6}=\frac{32}{3}$
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$이므로
$x\times 10=8\times\left(\frac{32}{3}+6\right)$
$10x=\frac{400}{3}$ $\quad \therefore x=\frac{40}{3}$
$\therefore x+y=\frac{40}{3}+\frac{32}{3}=\frac{72}{3}=24$

27 답 300 cm^2
$\square ABCD$는 직사각형이므로 $\angle BAD=90°$
직각삼각형 ABD에서 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BD}$이므로
$15^2=9\times\overline{BD}$ $\quad \therefore \overline{BD}=\frac{225}{9}=25$ (cm)
또 $\overline{AD}^2=\overline{DH}\times\overline{BD}$이므로 $\overline{AD}^2=(25-9)\times 25=400$
$\therefore \overline{AD}=20$ (cm) ($\because \overline{AD}>0$)
$\therefore \square ABCD=15\times 20=300$ (cm^2)

28 답 $\frac{84}{25}$ cm^2
$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로
$8^2=\overline{BH}\times 10$ $\quad \therefore \overline{BH}=\frac{32}{5}$ (cm)
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-\frac{32}{5}=\frac{18}{5}$ (cm)
이때 $\overline{CM}=\frac{1}{2}\times 10=5$ (cm)이므로
$\overline{MH}=\overline{CM}-\overline{CH}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}$ (cm)
$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로
$\overline{AH}^2=\frac{32}{5}\times\frac{18}{5}=\frac{576}{25}$
$\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}$ (cm) ($\because \overline{AH}>0$)
$\therefore \triangle AMH=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{84}{25}$ (cm^2)

29 답 $\frac{20}{3}$ cm

$\triangle EBF$와 $\triangle FCD$에서
$\angle B=\angle C=90°$
$\angle FEB+\angle BFE=90°$, $\angle BFE+\angle DFC=90°$이므로
$\angle FEB=\angle DFC$
$\therefore \triangle EBF \backsim \triangle FCD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BF}:\overline{CD}=\overline{EF}:\overline{FD}$이므로 $4:12=\overline{EF}:20$
$12\overline{EF}=80$ $\quad \therefore \overline{EF}=\frac{20}{3}$ (cm)

30 답 $\frac{21}{2}$ cm

$\triangle ADF$와 $\triangle BED$에서
$\triangle ABC$가 정삼각형이므로 $\angle A=\angle B=60°$
$\angle ADF+\angle AFD=120°$, $\angle ADF+\angle BDE=120°$이므로
$\angle AFD=\angle BDE$
$\therefore \triangle ADF \backsim \triangle BED$ (AA 닮음) ······ ❶
따라서 $\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{AF}:\overline{BD}$이므로 $3:\overline{BE}=8:12$
$8\overline{BE}=36$ $\quad \therefore \overline{BE}=\frac{9}{2}$ (cm) ······ ❷
$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=15-\frac{9}{2}=\frac{21}{2}$ (cm) ······ ❸

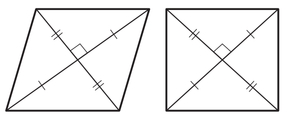
채점 기준	비율
❶ $\triangle ADF$와 $\triangle BED$가 닮음임을 설명하기	40 %
❷ $\overline{BE}$의 길이 구하기	40 %
❸ $\overline{CE}$의 길이 구하기	20 %

31 답 $\frac{45}{8}$ cm

$\triangle EBF$와 $\triangle DBC'$에서
$\angle B$는 공통, $\angle EFB=\angle C'=90°$
$\therefore \triangle EBF \backsim \triangle DBC'$ (AA 닮음)
한편 $\overline{ED}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle EDB=\angle DBC$ (엇각),
$\angle EBD=\angle DBC$ (접은 각)이므로
$\angle EDB=\angle EBD$
즉 $\triangle EBD$는 $\overline{EB}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}$ (cm)
따라서 $\overline{BF}:\overline{BC'}=\overline{EF}:\overline{DC'}$이므로
$\frac{15}{2}:12=\overline{EF}:9$
$12\overline{EF}=\frac{135}{2}$ $\quad \therefore \overline{EF}=\frac{45}{8}$ (cm)

32 답 ⑤

③ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형은 정사각형이고, 두 정사각형은 항상 닮은 도형이다.
④ 이웃하는 두 각의 크기가 같은 마름모는 정사각형이고, 두 정사각형은 항상 닮은 도형이다.
⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 두 사각형은 다음의 경우 닮음이 아니다.



따라서 항상 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은 ⑤이다.

33 답 16 : 1

[단계 0]의 정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

[단계 1]에서 남은 한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$

[단계 2]에서 남은 한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2^2}a$

[단계 3]에서 남은 한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2^3}a$

[단계 4]에서 남은 한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2^4}a$

⋮

[단계 8]에서 남은 한 정삼각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2^8}a$

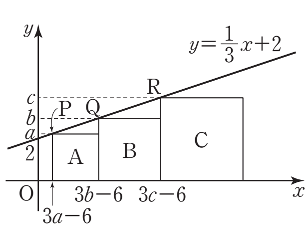
따라서 [단계 4]에서 남은 한 정삼각형과 [단계 8]에서 남은 한 정삼각형의 닮음비는

$\frac{1}{2^4}a : \frac{1}{2^8}a = 2^4 : 1 = 16 : 1$

34 답 7

사각형 ABCD와 닮음인 도형 중 가장 작은 사각형이 되려면 가장 긴 변에 대응하는 변의 길이가 13 cm가 되어야 한다.
따라서 닮음비는 $13 : 52 = 1 : 4$ $\quad\therefore a=4$
또 사각형 ABCD와 닮음인 도형 중 가장 큰 사각형이 되려면 가장 짧은 변에 대응하는 변의 길이가 13 cm가 되어야 한다.
따라서 닮음비는 $13 : 39 = 1 : 3$ $\quad\therefore b=3$
$\therefore a+b=4+3=7$

35 답 9 : 12 : 16



오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{3}x+2$가 세 정사각형 A, B, C와 만나는 점을 차례대로 P, Q, R라 하고, 세 점 P, Q, R의 y좌표를 각각 a, b, c라 하자.

$y=\frac{1}{3}x+2$에 $y=a$를 대입하면

$a=\frac{1}{3}x+2$, $-\frac{1}{3}x=2-a$ $\quad\therefore x=3a-6$

즉 점 P의 x좌표는 $3a-6$이다.
같은 방법으로 하면 두 점 Q, R의 x좌표는 각각 $3b-6$, $3c-6$이다.
정사각형 A의 한 변의 길이는 a이므로

$(3b-6)-(3a-6)=a$, $4a=3b$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}b$

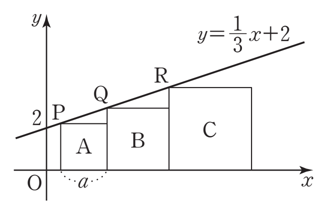
정사각형 B의 한 변의 길이는 b이므로

$(3c-6)-(3b-6)=b$, $3c=4b$ $\quad\therefore c=\frac{4}{3}b$

따라서 세 정사각형 A, B, C의 닮음비는

$a : b : c=\frac{3}{4}b : b : \frac{4}{3}b=9 : 12 : 16$

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{3}x+2$가 세 정사각형 A, B, C와 만나는 점을 차례대로 P, Q, R라 하자.
정사각형 A의 한 변의 길이를 a라 하면 점 P의 y좌표가 a이므로 $P(3a-6,\ a)$
점 Q의 x좌표는 $3a-6+a=4a-6$이므로 $Q\left(4a-6,\ \frac{4}{3}a\right)$이고,
정사각형 B의 한 변의 길이는 $\frac{4}{3}a$이다.
점 R의 x좌표는 $4a-6+\frac{4}{3}a=\frac{16}{3}a-6$이므로
$R\left(\frac{16}{3}a-6,\ \frac{16}{9}a\right)$이고, 정사각형 C의 한 변의 길이는 $\frac{16}{9}a$이다.
따라서 세 정사각형 A, B, C의 닮음비는

$a : \frac{4}{3}a : \frac{16}{9}a=9 : 12 : 16$

36 답 $\frac{5}{2}$ cm

△ABC와 △FDE에서
$\angle DFE=\angle FAB+\angle ABF=\angle FAB+\angle CAF=\angle BAC$
$\angle FDE=\angle DBC+\angle BCE=\angle DBC+\angle ABD=\angle ABC$
$\therefore$ △ABC∽△FDE (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{FD}=\overline{CA} : \overline{EF}$이므로 $4 : 2=5 : \overline{EF}$
$4\overline{EF}=10$ $\quad\therefore \overline{EF}=\frac{5}{2}$ (cm)

37 답 3 cm

△AED가 $\overline{AE}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle AED=\angle ADE$ ······ ❶
△ABE와 △CBD에서
$\angle ABE=\angle CBD$
$\angle AEB=180^\circ-\angle AED$
$\quad\quad=180^\circ-\angle ADE=\angle CDB$
$\therefore$ △ABE∽△CBD (AA 닮음) ······ ❷

따라서 $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BE}:\overline{BD}$이므로 $8:12=\overline{BE}:9$

$12\overline{BE}=72$ $\therefore \overline{BE}=6\text{ (cm)}$ …… ❸

$\therefore \overline{ED}=\overline{BD}-\overline{BE}=9-6=3\text{ (cm)}$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\angle AED=\angle ADE$임을 알기	20 %
❷ $\triangle ABE$와 $\triangle CBD$가 닮음임을 설명하기	30 %
❸ $\overline{BE}$의 길이 구하기	30 %
❹ $\overline{ED}$의 길이 구하기	20 %

38 답 $37:12$

$\triangle ABE$와 $\triangle CED$에서

$\triangle ABC$가 정삼각형이므로 $\angle A=\angle C=60°$

$\angle ABE+\angle AEB=120°$, $\angle AEB+\angle CED=120°$이므로

$\angle ABE=\angle CED$

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle CED$ (AA 닮음)

이때 $\overline{AE}=3a$, $\overline{EC}=4a$라 하면

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}=\overline{AE}+\overline{EC}=3a+4a=7a$이므로

$\overline{AB}:\overline{CE}=\overline{AE}:\overline{CD}$에서

$7a:4a=3a:\overline{CD}$ $\therefore \overline{CD}=\frac{12}{7}a$

$\therefore \overline{BD}:\overline{DC}=\left(7a-\frac{12}{7}a\right):\frac{12}{7}a=37:12$

39 답 $\frac{5}{8}$

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로 $\angle B=\angle DCE$, $\angle BAC=\angle CDE$이고 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{CE}=5:8$

$\triangle ACF$와 $\triangle EDF$에서

$\angle AFC=\angle EFD$ (맞꼭지각) …… ㉠

세 점 B, C, E가 한 직선 위에 있고 $\angle B=\angle DCE$이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$ $\therefore \angle BAC=\angle ACD$ (엇각)

또 $\angle BAC=\angle CDE$이므로 $\angle ACF=\angle EDF$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle ACF \backsim \triangle EDF$ (AA 닮음)

$\triangle ACF$와 $\triangle EDF$의 닮음비는

$\overline{AC}:\overline{ED}=\overline{BC}:\overline{CE}=5:8$이므로

$\overline{CF}:\overline{DF}=5:8$ $\therefore \frac{\overline{CF}}{\overline{DF}}=\frac{5}{8}$

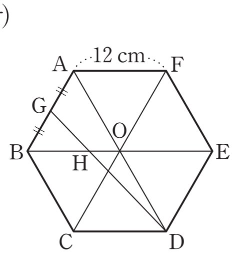
40 답 16 cm

$\triangle GBH$와 $\triangle DEH$에서

$\angle BHG=\angle EHD$ (맞꼭지각)

$\overline{AB}/\!/\overline{ED}$이므로 $\angle GBH=\angle DEH$ (엇각)

$\therefore \triangle GBH \backsim \triangle DEH$ (AA 닮음)



오른쪽 그림과 같이 두 대각선 AD, CF를 긋고 세 대각선의 교점을 O라 할 때, 생기는 6개의 삼각형은 모두 합동인 정삼각형이다.

즉 $\overline{BO}=\overline{EO}=\overline{AF}=12\text{ cm}$이므로

$\overline{BE}=\overline{BO}+\overline{EO}=12+12=24\text{ (cm)}$

이때 $\overline{GB}:\overline{DE}=\overline{BH}:\overline{EH}$이고

$\overline{GB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\text{ (cm)}$이므로

$6:12=(24-\overline{EH}):\overline{EH}$

$6\overline{EH}=12(24-\overline{EH})$, $6\overline{EH}=288-12\overline{EH}$

$18\overline{EH}=288$ $\therefore \overline{EH}=16\text{ (cm)}$

41 답 6 cm

$\triangle AED$와 $\triangle FEB$에서

$\angle AED=\angle FEB$ (맞꼭지각)

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle BFE$ (엇각)

$\therefore \triangle AED \backsim \triangle FEB$ (AA 닮음)

이때 $\overline{BE}:\overline{EO}=3:4$이므로 $\overline{BE}=3a\text{ cm}$, $\overline{EO}=4a\text{ cm}$라 하면

$\overline{DO}=\overline{BO}=3a+4a=7a\text{ (cm)}$,

$\overline{DE}=7a+4a=11a\text{ (cm)}$

따라서 $\overline{DA}:\overline{BF}=\overline{DE}:\overline{BE}$이므로

$22:\overline{BF}=11a:3a=11:3$

$11\overline{BF}=66$ $\therefore \overline{BF}=6\text{ (cm)}$

42 답 4 cm

$\triangle ADE$와 $\triangle ACD$에서

$\angle A$는 공통 …… ㉠

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle ACB$

$\overline{DF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADF=\angle B$ (동위각)

$\therefore \angle ADF=\angle ACB$

$\angle EDF=\angle FDC$이고 $\angle FDC=\angle DCB$ (엇각)이므로

$\angle EDF=\angle DCB$

$\therefore \angle ADE=\angle ADF-\angle EDF$

$=\angle ACB-\angle DCB=\angle ACD$ …… ㉡

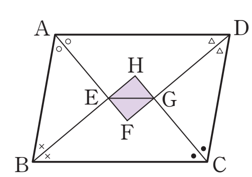
㉠, ㉡에서 $\triangle ADE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD}:\overline{AC}=\overline{AE}:\overline{AD}$이므로 $12:18=\overline{AE}:12$

$18\overline{AE}=144$ $\therefore \overline{AE}=8\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=12-8=4\text{ (cm)}$

43 답 6 cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$를 그으면

$\triangle HEG$와 $\triangle HBC$에서

$\angle H$는 공통,

$\overline{HE}:\overline{HB}=\overline{HG}:\overline{HC}=1:4$

$\therefore \triangle HEG \backsim \triangle HBC$ (SAS 닮음)

닮음비가 $1:4$이므로 넓이의 비는 $1^2:4^2=1:16$

따라서 $\triangle HEG:48=1:16$이므로

$16\triangle HEG=48$ $\therefore \triangle HEG=3\text{ (cm}^2\text{)}$

이때 □EFGH는 네 내각의 크기가 모두 $90°$이므로 직사각형이다.

$\therefore$ □EFGH$=2\triangle HEG=2\times 3=6\text{ (cm}^2\text{)}$

참고

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BAD+\angle ABC=180°$

$\therefore \angle EAB+\angle EBA=90°$

$\triangle ABE$에서 $\angle AEB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle HEF=\angle AEB=90^\circ$ (맞꼭지각) …… ㉠

같은 방법으로 하면 $\angle HGF=90^\circ$ …… ㉡

또 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle ABC+\angle DCB=180^\circ$

$\therefore \angle HBC+\angle HCB=90^\circ$

$\triangle HBC$에서 $\angle BHC=180^\circ-90^\circ=90^\circ$ …… ㉢

같은 방법으로 하면 $\angle AFD=90^\circ$ …… ㉣

㉠~㉣에서

$\angle HEF=\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$

이므로 $\square EFGH$는 직사각형이다.

44 답 $70\ cm^2$

$\triangle ADF\backsim\triangle AEG\backsim\triangle ABC$ (SAS 닮음)이므로 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{AE}:\overline{AB}=1:2:3$이고 넓이의 비는

$\triangle ADF:\triangle AEG:\triangle ABC=1^2:2^2:3^2=1:4:9$

따라서 $\square DEGF:\square EBCG=(4-1):(9-4)=3:5$이므로

$42:\square EBCG=3:5$

$3\square EBCG=210$ $\therefore \square EBCG=70\ (cm^2)$

45 답 $56\ cm^2$

$\triangle CFE$와 $\triangle CDB$에서

$\angle C$는 공통

$\overline{CE}:\overline{CB}=\overline{CF}:\overline{CD}=1:2$

$\therefore \triangle CFE\backsim\triangle CDB$ (SAS 닮음)

닮음비는 $\overline{CF}:\overline{CD}=1:2$이고 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이므로

$\triangle CFE:\triangle CDB=1:4$

$42:\triangle CDB=1:4$ $\therefore \triangle CDB=168\ (cm^2)$

이때 $\triangle ABD=\triangle CDB=168\ cm^2$이고

$\triangle ABD$에서 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$이므로

$\triangle ABP=\triangle APQ=\triangle AQD$

$\therefore \triangle APQ=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times168=56\ (cm^2)$

46 답 3

정육면체 모양의 상자의 한 모서리의 길이를 a라 하면 상자 A에 들어 있는 구슬 1개의 지름의 길이는 a, 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 지름의 길이는 $\frac{1}{2}a$이다.

이때 두 상자 A, B에 들어 있는 구슬 1개의 지름의 길이의 비는

$a:\frac{1}{2}a=2:1$이므로 겉넓이의 비는

$2^2:1^2=4:1$

따라서 구슬 전체의 겉넓이의 비는

$4:(1\times8)=4:8=1:2$ $\therefore a=2$

또 부피의 비는 $2^3:1^3=8:1$

따라서 구슬 전체의 부피의 비는

$8:(1\times8)=8:8=1:1$ $\therefore b=1$

$\therefore a+b=2+1=3$

다른 풀이

정육면체 모양의 상자의 한 모서리의 길이를 a라 하면 상자 A에 들어 있는 구슬 1개의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}a$, 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 반지름의 길이는 $\frac{1}{4}a$이다.

따라서 상자 A에 들어 있는 구슬 1개와 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 겉넓이는 각각

$4\pi\times\left(\frac{1}{2}a\right)^2=\pi a^2$, $4\pi\times\left(\frac{1}{4}a\right)^2=\frac{1}{4}\pi a^2$

이므로 구슬 전체의 겉넓이의 비는

$\pi a^2:8\times\frac{1}{4}\pi a^2=1:2$ $\therefore a=2$

또 상자 A에 들어 있는 구슬 1개와 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 부피는 각각

$\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{1}{2}a\right)^3=\frac{1}{6}\pi a^3$, $\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{1}{4}a\right)^3=\frac{1}{48}\pi a^3$

이므로 구슬 전체의 부피의 비는

$\frac{1}{6}\pi a^3:8\times\frac{1}{48}\pi a^3=1:1$ $\therefore b=1$

$\therefore a+b=2+1=3$

47 답 56초

그릇과 물이 채워진 부분은 닮은 도형이고, 그릇의 높이의 $\frac{1}{2}$만큼 물이 채워져 있으므로 닮음비는 $2:1$

따라서 그릇과 물이 채워진 부분의 부피의 비는 $2^3:1^3=8:1$

남은 부분에 물을 더 넣어 그릇에 물을 가득 채울 때까지 추가로 걸리는 시간을 x초라 하면

$64:x=8:(8-1)$, $64:x=8:7$

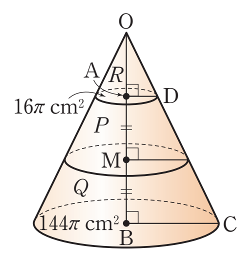
$8x=448$ $\therefore x=56$

즉 그릇에 물을 가득 채울 때까지 추가로 걸리는 시간은 56초이다.

48 답 $57\pi\ cm^3$

[전략] 원뿔대를 연장하여 원뿔을 만들어 닮음비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원뿔대를 연장하여 원뿔을 만들면



$\triangle OAD$와 $\triangle OBC$에서

$\angle AOD$는 공통,

$\angle OAD=\angle OBC=90^\circ$

$\therefore \triangle OAD\backsim\triangle OBC$ (AA 닮음)

이때 밑면의 넓이가 각각 $16\pi\ cm^2$, $144\pi\ cm^2$이므로 반지름의 길이는 각각 4 cm, 12 cm이다.

따라서 닮음비는 $\overline{AD}:\overline{BC}=4:12=1:3$이므로

$\overline{OA}:\overline{OB}=1:3$

점 M이 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{OA}:\overline{OM}:\overline{OB}=1:2:3$

따라서 가장 작은 원뿔을 R라 하면 세 원뿔 R, $R+P$, $R+P+Q$의 부피의 비는 $1^3 : 2^3 : 3^3=1 : 8 : 27$
이므로 세 입체도형 R, P, Q의 부피의 비는
$1 : (8-1) : (27-8)=1 : 7 : 19$
이때 두 원뿔대 P, Q의 부피의 비는 $7 : 19$이므로 원뿔대 Q의 부피를 $x\ \mathrm{cm}^3$라 하면
$21\pi : x=7 : 19$, $7x=399\pi$ $\quad\therefore x=57\pi$
따라서 원뿔대 Q의 부피는 $57\pi\ \mathrm{cm}^3$이다.

49 답) 43

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\angle ADB=90^\circ$이고 $\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\mathrm{cm})$
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}^2=\overline{BE}\times\overline{BA}$이므로
$5^2=\overline{BE}\times 8 \quad\therefore \overline{BE}=\frac{25}{8}\ (\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{AE}=8-\frac{25}{8}=\frac{39}{8}\ (\mathrm{cm})$
이때 $\triangle AED\equiv\triangle AFD$ (RHA 합동)이므로
$\overline{AF}=\overline{AE}=\frac{39}{8}\ \mathrm{cm}$
$\therefore \overline{AE}+\overline{AF}=\frac{39}{8}+\frac{39}{8}=\frac{39}{4}\ (\mathrm{cm})$
따라서 $a=39$, $b=4$이므로 $a+b=39+4=43$

50 답) $\frac{15}{2}\ \mathrm{cm}^2$

$\triangle BGL$과 $\triangle IJL$에서
$\angle BLG=\angle ILJ$ (맞꼭지각), $\angle BGL=\angle IJL=90^\circ$
$\therefore \triangle BGL\backsim\triangle IJL$ (AA 닮음)
$\overline{BG} : \overline{IJ}=(3+9) : 6=2 : 1$이므로 $\overline{GL} : \overline{JL}=2 : 1$
$\therefore \overline{JL}=6\times\frac{1}{3}=2\ (\mathrm{cm})$, $\overline{GL}=6\times\frac{2}{3}=4\ (\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle IJL=\frac{1}{2}\times 6\times 2=6\ (\mathrm{cm}^2)$ …… ❶
$\triangle BCK$와 $\triangle BGL$에서
$\angle B$는 공통, $\angle BCK=\angle BGL=90^\circ$
$\therefore \triangle BCK\backsim\triangle BGL$ (AA 닮음)
$\overline{BC} : \overline{BG}=\overline{CK} : \overline{GL}$이므로 $3 : (3+9)=\overline{CK} : 4$
$12\overline{CK}=12 \quad\therefore \overline{CK}=1\ (\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle BCK=\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{3}{2}\ (\mathrm{cm}^2)$ …… ❷
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\frac{3}{2}+6=\frac{15}{2}\ (\mathrm{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle IJL$의 넓이 구하기	40 %
❷ $\triangle BCK$의 넓이 구하기	40 %
❸ 색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

다른 풀이
$\triangle BCK$의 넓이를 구할 때, 넓이의 비를 이용할 수도 있다.
$\triangle BCK$와 $\triangle IJL$에서
$\angle BCK=\angle IJL=90^\circ$
$\overline{BC}/\!/\overline{JI}$이므로 $\angle KBC=\angle LIJ$ (엇각)
$\therefore \triangle BCK\backsim\triangle IJL$ (AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{IJ}=3 : 6=1 : 2$이고
넓이의 비는 $1^2 : 2^2=1 : 4$이므로
$\triangle BCK : \triangle IJL=1 : 4$, 즉 $\triangle BCK : 6=1 : 4$
$4\triangle BCK=6 \quad\therefore \triangle BCK=\frac{3}{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

51 답) $\frac{18}{5}\ \mathrm{cm}$

점 M은 $\overline{BC}$의 중점이므로 직각삼각형 ABC의 외심이다.
$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times(2+18)=10\ (\mathrm{cm})$
$\triangle ADM$에서 $\overline{AD}^2=\overline{AE}\times\overline{AM}$이므로
$6^2=\overline{AE}\times 10 \quad\therefore \overline{AE}=\frac{18}{5}\ (\mathrm{cm})$

52 답) $\frac{39}{5}\ \mathrm{cm}$

$\triangle ABC$와 $\triangle FBD$에서
$\angle B$는 공통, $\angle A=\angle BFD=90^\circ$
$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle FBD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{FB}=\overline{BC} : \overline{BD}$이고
$\overline{BD}=\frac{2}{3}\overline{AB}=\frac{2}{3}\times 9=6\ (\mathrm{cm})$이므로
$9 : \overline{FB}=15 : 6$, $15\overline{FB}=54 \quad\therefore \overline{FB}=\frac{18}{5}\ (\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{FB'}=\overline{FB}=\frac{18}{5}\ (\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{B'C}=\overline{BC}-\overline{BB'}$
$=15-\left(\frac{18}{5}+\frac{18}{5}\right)=\frac{39}{5}\ (\mathrm{cm})$

53 답) 1 cm

$\triangle AEG$와 $\triangle DGH$에서
$\angle A=\angle D=90^\circ$
$\angle AEG+\angle AGE=90^\circ$, $\angle AGE+\angle DGH=90^\circ$이므로
$\angle AEG=\angle DGH$
$\therefore \triangle AEG\backsim\triangle DGH$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AE} : \overline{DG}=\overline{AG} : \overline{DH}$이고 $\overline{DG}=8-4=4\ (\mathrm{cm})$이므로
$3 : 4=4 : \overline{DH}$, $3\overline{DH}=16 \quad\therefore \overline{DH}=\frac{16}{3}\ (\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{HC}=8-\frac{16}{3}=\frac{8}{3}\ (\mathrm{cm})$
이때 $\overline{FC}=\overline{IF}=x\ \mathrm{cm}$라 하면 $\overline{HF}=\left(\frac{8}{3}-x\right)\mathrm{cm}$
$\triangle AEG$와 $\triangle IFH$에서
$\angle A=\angle I=90^\circ$, $\angle AGE=\angle DHG=\angle IHF$
$\therefore \triangle AEG\backsim\triangle IFH$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AE} : \overline{IF} = \overline{EG} : \overline{FH}$이고 $\overline{EG} = \overline{EB} = 8-3=5$ (cm)

이므로 $3 : x = 5 : \left(\frac{8}{3}-x\right)$

$5x=8-3x$, $8x=1$ $\quad\therefore x=1$

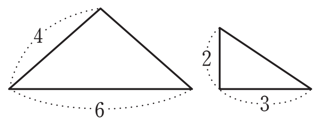
즉 $\overline{FC}$의 길이는 1 cm이다.

적중 & 심화 실전 TEST

68쪽~70쪽

01 답 ⑤

⑤ 두 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형은 다음의 경우에 닮음이 아니다.



02 답 ②

㉠ 두 삼각기둥이 서로 닮은 도형이므로 대응하는 면도 서로 닮은 도형이다.

$\therefore$ □ABED∽□GILJ

㉡ 두 삼각기둥의 닮음비는 $\overline{AC} : \overline{GH} = 24 : 6 = 4 : 1$이므로

$\overline{CF} : \overline{HK} = 4 : 1$에서 $48 : \overline{HK} = 4 : 1$

$4\overline{HK} = 48$ $\quad\therefore \overline{HK}=12$

㉢ $\overline{BC} : \overline{IH} = 4 : 1$에서 $\overline{BC} : 10 = 4 : 1$ $\quad\therefore \overline{BC}=40$

㉣ $\overline{AB} : \overline{GI} = 4 : 1$에서 $\overline{AB} : 8 = 4 : 1$ $\quad\therefore \overline{AB}=32$

$\therefore \overline{DE}=\overline{AB}=32$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

03 답 $\frac{320}{9}$ cm

□DBEF의 한 변의 길이를 a cm라 하면 $\overline{AD}=(20-a)$ cm

△ADF와 △ABC에서

∠A는 공통

$\overline{DF} /\!/ \overline{BE}$이므로 ∠ADF=∠B (동위각)

$\therefore$ △ADF∽△ABC (AA 닮음)

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DF} : \overline{BC}$이므로 $(20-a) : 20 = a : 16$

$20a=16(20-a)$, $20a=320-16a$

$36a=320$ $\quad\therefore a=\frac{80}{9}$

따라서 □DBEF의 둘레의 길이는

$\frac{80}{9}\times 4=\frac{320}{9}$ (cm)

04 답 39

△AED와 △FEC에서

∠AED=∠FEC (맞꼭지각)

$\overline{AD} /\!/ \overline{CF}$이므로 ∠DAE=∠CFE (엇각)

$\therefore$ △AED∽△FEC (AA 닮음)

이때 $\overline{AE} : \overline{EF} = 5 : 1$이므로

$\overline{AD} : \overline{FC} = 5 : 1$, 즉 $20 : \overline{FC} = 5 : 1$

$5\overline{FC}=20$ $\quad\therefore \overline{FC}=4$ (cm)

$\therefore \overline{BF}=\overline{BC}+\overline{FC}=20+4=24$ (cm)

$\therefore x=24$

또 $\overline{DE} : \overline{CE} = 5 : 1$, 즉 $y : (18-y)=5 : 1$

$5(18-y)=y$, $90-5y=y$

$6y=90$ $\quad\therefore y=15$

$\therefore x+y=24+15=39$

05 답 16 cm³

삼각형 A−BCD와 삼각뿔 A−EFG의 닮음비가 2 : 3이므로 부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$

따라서 삼각뿔 A−BCD와 삼각뿔 A−EFG에서 삼각뿔 A−BCD를 빼고 남은 부분의 부피의 비는

$8 : (27-8) = 8 : 19$

따라서 (삼각뿔 A−BCD의 부피) : 38 = 8 : 19이므로

19×(삼각뿔 A−BCD의 부피)=304

$\therefore$ (삼각뿔 A−BCD의 부피)=16 (cm³)

06 답 155 m

$\overline{FD}=\frac{1}{2}\times 200=100$ (m)

△ABC와 △ADE에서

∠A는 공통, ∠B=∠D=90°

$\therefore$ △ABC∽△ADE (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{CB} : \overline{ED}$이므로

$1.6 : (1.6+146.4+100) = 1 : \overline{ED}$

$1.6 : 248 = 1 : \overline{ED}$, $1.6\overline{ED}=248$ $\quad\therefore \overline{ED}=155$ (m)

즉 건축물의 높이는 155 m이다.

07 답 $\frac{25}{2}$ cm

△ABC와 △EOC에서

∠ACB는 공통, ∠B=∠EOC=90°

$\therefore$ △ABC∽△EOC (AA 닮음)

따라서 $\overline{BC} : \overline{OC} = \overline{AC} : \overline{EC}$이므로

$16 : 10 = (10+10) : \overline{EC}$

$16\overline{EC}=200$ $\quad\therefore \overline{EC}=\frac{25}{2}$ (cm)

08 답 $\frac{9}{5}$ cm

△ABE와 △DEF에서

∠A=∠EDF=90°

∠ABE+∠AEB=90°, ∠AEB+∠DEF=90°이므로

∠ABE=∠DEF

$\therefore$ △ABE∽△DEF (AA 닮음) ······ ❶

이때 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AE} : \overline{DF}$이고 $\overline{DE} = 10 - 6 = 4$ (cm)이므로

$8 : 4 = 6 : \overline{DF}$, $8\overline{DF} = 24$　　$\therefore \overline{DF} = 3$ (cm)

$\therefore \overline{EF} = \overline{CF} = 8 - 3 = 5$ (cm)　　…… ❷

따라서 $\triangle DEF$에서 $\overline{DF}^2 = \overline{FG} \times \overline{EF}$이므로

$3^2 = \overline{FG} \times 5$　　$\therefore \overline{FG} = \frac{9}{5}$ (cm)　　…… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABE$와 $\triangle DEF$가 닮음임을 설명하기	30 %
❷ $\overline{EF}$의 길이 구하기	30 %
❸ $\overline{FG}$의 길이 구하기	40 %

09 답 27 : 1

첫 번째 정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면

[단계 1]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{3}a$

[단계 2]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{3^2}a$

[단계 3]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{3^3}a$

[단계 4]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{3^4}a$

[단계 5]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{3^5}a$

따라서 [단계 2]에서 지워지는 정사각형과 [단계 5]에서 지워지는 정사각형의 닮음비는

$\frac{1}{3^2}a : \frac{1}{3^5}a = 3^3 : 1 = 27 : 1$

10 답 43 : 6

$\overline{AB} : \overline{BC} = 7 : 5$이므로 $\overline{AB} = 7a$, $\overline{BC} = 5a$라 하면

$\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$이므로 $\overline{BP} = 2a$, $\overline{PC} = 3a$이다.

$\triangle ABP$와 $\triangle PCQ$에서

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$

$\angle BAP + \angle BPA = \angle BPA + \angle CPQ$이므로

$\angle BAP = \angle CPQ$

$\therefore \triangle ABP \backsim \triangle PCQ$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{PC} = \overline{BP} : \overline{CQ}$이므로 $7a : 3a = 2a : \overline{CQ}$

$7a\overline{CQ} = 6a^2$　　$\therefore \overline{CQ} = \frac{6}{7}a$

$\therefore \overline{AQ} : \overline{CQ} = \left(7a - \frac{6}{7}a\right) : \frac{6}{7}a = 43 : 6$

11 답 20배

$\triangle ABQ$와 $\triangle PDQ$에서

$\angle AQB = \angle PQD$ (맞꼭지각)

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle ABQ = \angle PDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABQ \backsim \triangle PDQ$ (AA 닮음)

이때 $\overline{PD} = 2a$, $\overline{CP} = a$라 하면 $\overline{AB} = \overline{CD} = 2a + a = 3a$

$\triangle ABQ$와 $\triangle PDQ$의 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{PD} = 3 : 2$이므로

$\overline{BQ} : \overline{DQ} = 3 : 2$

$\therefore \triangle ABQ = \frac{3}{5}\triangle ABD$

$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{3}{10}\square ABCD$

이때 $\triangle ABO = \frac{1}{4}\square ABCD$이므로

$\triangle AOQ = \triangle ABQ - \triangle ABO$

$= \frac{3}{10}\square ABCD - \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{20}\square ABCD$

따라서 $\square ABCD$의 넓이는 $\triangle AOQ$의 넓이의 20배이다.

12 답 $\frac{9}{2}$ cm²

$\square ABCD$의 넓이가 18 cm²이므로

$\triangle ABE + \triangle DEC = \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{2} \times 18 = 9$ (cm²)

이때 $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 2$이므로 $\triangle DEC = \frac{2}{3} \times 9 = 6$ (cm²)

$\triangle BFE$와 $\triangle CDE$에서

$\angle FEB = \angle DEC$ (맞꼭지각), $\angle EBF = \angle ECD$ (엇각)

$\therefore \triangle BFE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)

닮음비는 $\overline{BE} : \overline{CE} = 1 : 2$이고 넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$이므로

$\triangle BFE : \triangle DCE = 1 : 4$, 즉 $\triangle BFE : 6 = 1 : 4$

$4\triangle BFE = 6$　　$\therefore \triangle BFE = \frac{3}{2}$ (cm²)

$\therefore \triangle BFC = 3\triangle BFE = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ (cm²)

13 답 $\frac{24}{5}$초

아래 원뿔에서 비어 있는 작은 원뿔과 전체 원뿔은 닮음이고, 닮음비는 1 : 5이므로 부피의 비는 $1^3 : 5^3 = 1 : 125$

현재 위에 남아 있는 모래가 아래로 모두 흘러내리는 데 걸리는 시간을 t초라 하면 위의 원뿔에 가득 차 있는 모래가 아래로 모두 흘러내리는 데 걸리는 시간이 $10 \times 60 = 600$(초)이므로

$t : 600 = 1 : 125$, $125t = 600$　　$\therefore t = \frac{24}{5}$

따라서 남아 있는 모래가 아래로 모두 흘러내리는 데 $\frac{24}{5}$초가 걸린다.

14 답 $\frac{36}{5}$ cm

점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로 직각삼각형 ABC의 외심이다.

$\therefore \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times (8 + 2) = 5$ (cm)

또 $\overline{DE} = \overline{DC} - \overline{EC} = 5 - 2 = 3$ (cm)

따라서 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}^2 = \overline{DF} \times \overline{DA}$이므로

$3^2 = \overline{DF} \times 5$　　$\therefore \overline{DF} = \frac{9}{5}$ (cm)

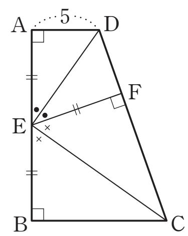
또 $\overline{EF} \times \overline{AD} = \overline{AE} \times \overline{DE}$이므로

$\overline{EF} \times 5 = 4 \times 3$　　$\therefore \overline{EF} = \frac{12}{5}$ (cm)

$\therefore$ ($\triangle DEF$의 둘레의 길이) $= 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5}$ (cm)

15 답 50

오른쪽 그림과 같이 $\overline{ED}$, $\overline{EC}$를 그으면



$\triangle DAE$와 $\triangle DFE$에서

$\overline{AE}=\overline{FE}$, $\overline{ED}$는 공통,

$\angle A=\angle DFE=90^\circ$

$\therefore$ $\triangle DAE \equiv \triangle DFE$ (RHS 합동)

$\therefore$ $\angle AED=\angle FED$, $\overline{DF}=\overline{AD}=5$

이때 $\overline{CF}:\overline{FD}=2:1$이므로 $\overline{CF}=2\times5=10$

$\triangle CFE$와 $\triangle CBE$에서

$\overline{EF}=\overline{EB}$, $\overline{EC}$는 공통, $\angle EFC=\angle EBC=90^\circ$

$\therefore$ $\triangle CFE \equiv \triangle CBE$ (RHS 합동)

$\therefore$ $\angle FEC=\angle BEC$

$$\begin{aligned}\angle DEC&=\angle DEF+\angle FEC=\frac{1}{2}\angle AEF+\frac{1}{2}\angle BEF\\&=\frac{1}{2}(\angle AEF+\angle BEF)\\&=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ\end{aligned}$$

따라서 $\triangle DEC$에서 $\overline{EF}^2=\overline{DF}\times\overline{CF}$이므로

$\overline{EF}^2=5\times10=50$

학교 시험 최상위 기출 도전

71쪽~72쪽

01 답 $\frac{45}{2}$ cm

[전략] $\triangle AGD$와 $\triangle EGB$가 닮은 도형이고, $\triangle FHD$와 $\triangle EHB$가 닮은 도형임을 이용한다.

$\overline{AF}:\overline{FD}=3:1$이므로 $\overline{AF}=3a$ cm, $\overline{FD}=a$ cm라 하면

$\overline{BC}=\overline{AD}=3a+a=4a$ (cm)

이때 $\overline{BC}:\overline{CE}=3:2$이므로

$4a:\overline{CE}=3:2$, $3\overline{CE}=8a$ $\quad\therefore$ $\overline{CE}=\frac{8}{3}a$ (cm)

$\triangle AGD$와 $\triangle EGB$에서

$\angle AGD=\angle EGB$ (맞꼭지각)

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로 $\angle ADG=\angle EBG$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle AGD \backsim \triangle EGB$ (AA 닮음)

따라서 닮음비는 $\overline{AD}:\overline{EB}=4a:\left(4a+\frac{8}{3}a\right)=3:5$이므로

$\overline{GD}=\frac{3}{3+5}\overline{BD}=\frac{3}{8}\times92=\frac{69}{2}$ (cm)

$\triangle FHD$와 $\triangle EHB$에서

$\angle FHD=\angle EHB$ (맞꼭지각)

$\overline{FD}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로 $\angle FDH=\angle EBH$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle FHD \backsim \triangle EHB$ (AA 닮음)

따라서 닮음비는 $\overline{FD}:\overline{EB}=a:\left(4a+\frac{8}{3}a\right)=3:20$이므로

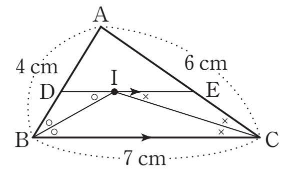
$\overline{HD}=\frac{3}{3+20}\overline{BD}=\frac{3}{23}\times92=12$ (cm)

$\therefore$ $\overline{GH}=\overline{GD}-\overline{HD}=\frac{69}{2}-12=\frac{45}{2}$ (cm)

02 답 $\frac{70}{17}$ cm

[전략] $\overline{BI}$와 $\overline{CI}$를 긋고, $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle DBI=\angle IBC$

$\angle DIB=\angle IBC$ (엇각)이므로

$\angle DBI=\angle DIB$

$\therefore$ $\overline{DB}=\overline{DI}$

같은 방법으로 하면 $\overline{EC}=\overline{EI}$

$\overline{DB}=\overline{DI}=a$ cm, $\overline{EC}=\overline{EI}=b$ cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=(4-a)$ cm, $\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=(6-b)$ cm,

$\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=(a+b)$ cm

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서

$\angle A$는 공통, $\angle ABC=\angle ADE$ (동위각)

$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로 $4:(4-a)=7:(a+b)$

$7(4-a)=4(a+b)$, $28-7a=4a+4b$

$\therefore$ $11a+4b=28$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로 $4:(4-a)=6:(6-b)$

$6(4-a)=4(6-b)$, $24-6a=24-4b$

$\therefore$ $a=\frac{2}{3}b$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $\frac{22}{3}b+4b=28$

$\frac{34}{3}b=28$ $\quad\therefore$ $b=\frac{42}{17}$

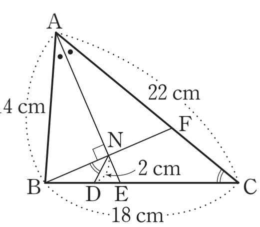
$\therefore$ $a=\frac{2}{3}b=\frac{2}{3}\times\frac{42}{17}=\frac{28}{17}$

$\therefore$ $\overline{DE}=a+b=\frac{28}{17}+\frac{42}{17}=\frac{70}{17}$ (cm)

03 답 $\frac{9}{2}$ cm

[전략] $\overline{BN}$의 연장선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 F라 하면 $\triangle ABF$가 이등변삼각형임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BN}$의 연장선과 $\overline{AC}$가 만나는 점을 F라 하면



$\triangle ABN$과 $\triangle AFN$에서

$\angle BAN=\angle FAN$, $\overline{AN}$은 공통,

$\angle ANB=\angle ANF=90^\circ$

$\therefore$ $\triangle ABN \equiv \triangle AFN$ (ASA 합동)

따라서 $\triangle ABF$는 $\overline{AB}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AF}=\overline{AB}=14$ cm

$\therefore$ $\overline{FC}=\overline{AC}-\overline{AF}=22-14=8$ (cm)

$\triangle BDN$과 $\triangle BFC$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BND=\angle C$

$\therefore$ $\triangle BDN \backsim \triangle BFC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BN}:\overline{BC}=\overline{DN}:\overline{FC}$이므로 $\overline{BN}:18=2:8$

$8\overline{BN}=36$ $\quad\therefore$ $\overline{BN}=\frac{9}{2}$ (cm)

04 답 $\frac{44}{5}$ cm

[전략] △PSD와 △SRC가 닮은 도형이고, △PSD와 △RQB는 합동임을 이용한다.

△PSD와 △SRC에서
$\angle D=\angle C=90^\circ$
$\angle DPS+\angle DSP=90^\circ$, $\angle DSP+\angle CSR=90^\circ$이므로
$\angle DPS=\angle CSR$
∴ △PSD∽△SRC (AA 닮음)
이때 $3\overline{PS}=2\overline{SR}$이므로 닮음비는 $\overline{PS}:\overline{SR}=2:3$
$\overline{PD}=2a$ cm, $\overline{DS}=2b$ cm라 하면
$\overline{SC}=3a$ cm, $\overline{RC}=3b$ cm
또 △PSD와 △RQB에서
$\angle D=\angle B=90^\circ$, $\overline{PS}=\overline{RQ}$, $\angle DPS=\angle CSR=\angle BRQ$
∴ △PSD≡△RQB (RHA 합동)
따라서 $\overline{BR}=\overline{DP}=2a$ cm이므로 □ABCD에서
$\begin{cases} 2a+3b=19 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2b+3a=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
2×㉠−3×㉡을 하면 $-5a=-22$　　∴ $a=\frac{22}{5}$
∴ $\overline{PD}=2a=2\times\frac{22}{5}=\frac{44}{5}$ (cm)

05 답 $\frac{7}{2}$ cm

[전략] △ABF와 △ACD가 닮은 도형이고, △ABC와 △AFD가 닮은 도형임을 이용한다.

△ABF와 △ACD에서
$\angle ABF=\angle ACD$, $\angle BAF=\angle CAD$
∴ △ABF∽△ACD (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AF}:\overline{AD}$이므로
$4:\overline{AC}=2:3$, $2\overline{AC}=12$　　∴ $\overline{AC}=6$ (cm)
한편 △ABC와 △AFD에서
$\angle BAC=\angle BAF+\angle FAE=\angle DAE+\angle FAE=\angle FAD$
$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{AC}:\overline{AD}=2:1$
∴ △ABC∽△AFD (SAS 닮음)
따라서 $\overline{BC}:\overline{FD}=2:1$이므로 $7:\overline{FD}=2:1$
$2\overline{FD}=7$　　∴ $\overline{FD}=\frac{7}{2}$ (cm)

06 답 $\frac{33}{7}$ cm

[전략] △ADB와 △AEC가 합동임을 이용한다.

$\overline{AB}=8$ cm, $\overline{AE}=6$ cm이므로
$\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=8-6=2$ (cm)
△ADB와 △AEC에서
$\angle DAB=\angle EAC=60^\circ$,
$\overline{AD}=\overline{AE}=6$ cm, $\overline{AB}=\overline{AC}=8$ cm
∴ △ADB≡△AEC (SAS 합동)
∴ $\angle ABD=\angle ACE$, $\overline{BD}=\overline{CE}=7$ cm
△BEF와 △CEA에서
$\angle BEF=\angle CEA$ (맞꼭지각), $\angle FBE=\angle ACE$
∴ △BEF∽△CEA (AA 닮음)
따라서 $\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{FB}:\overline{AC}$이므로 $2:7=\overline{FB}:8$
$7\overline{FB}=16$　　∴ $\overline{FB}=\frac{16}{7}$ (cm)
∴ $\overline{DF}=\overline{BD}-\overline{FB}=7-\frac{16}{7}=\frac{33}{7}$ (cm)

07 답 $\frac{60}{49}$ cm

[전략] $\overline{DE}:\overline{EF}=2:1$이므로 $\overline{DE}=2x$ cm, $\overline{EF}=x$ cm라 하고 $\overline{BE}$, $\overline{AD}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{DE}:\overline{EF}=2:1$이므로 $\overline{DE}=2x$ cm, $\overline{EF}=x$ cm라 하자.
△ABC와 △FBE에서
∠B는 공통, $\angle C=\angle FEB=90^\circ$
∴ △ABC∽△FBE (AA 닮음)
즉 $\overline{AC}:\overline{FE}=\overline{BC}:\overline{BE}$에서 $3:x=4:\overline{BE}$
$3\overline{BE}=4x$　　∴ $\overline{BE}=\frac{4}{3}x$ (cm)
또 △ABC와 △AGD에서
∠A는 공통, $\angle C=\angle ADG=90^\circ$
∴ △ABC∽△AGD (AA 닮음)
즉 $\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{GD}$에서 $3:\overline{AD}=4:x$
$4\overline{AD}=3x$　　∴ $\overline{AD}=\frac{3}{4}x$ (cm)
이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{BE}$이므로
$\frac{3}{4}x+2x+\frac{4}{3}x=5$
$\frac{49}{12}x=5$　　∴ $x=\frac{60}{49}$
따라서 $\overline{EF}$의 길이는 $\frac{60}{49}$ cm이다.

08 답 48 cm^2

[전략] △ADF와 △APE가 닮은 도형이고, △AQF와 △ABE가 닮은 도형임을 이용한다.

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하자.
△ADF와 △APE에서
$\angle D=\angle APE=90^\circ$,
$\angle DAF=45^\circ-\angle QAF=\angle PAE$
∴ △ADF∽△APE (AA 닮음)
즉 $\overline{AD}:\overline{AP}=\overline{AF}:\overline{AE}$에서 $x:6=\overline{AF}:\overline{AE}$　　⋯⋯ ㉠
또 △AQF와 △ABE에서
$\angle AQF=\angle B=90^\circ$,
$\angle QAF=45^\circ-\angle EAP=\angle BAE$
∴ △AQF∽△ABE (AA 닮음)
즉 $\overline{AQ}:\overline{AB}=\overline{AF}:\overline{AE}$에서 $8:x=\overline{AF}:\overline{AE}$　　⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $x:6=8:x$이므로 $x^2=48$
따라서 □ABCD의 넓이는 48 cm^2이다.

4 닮음의 응용

01 | 평행선과 선분의 길이의 비

개념 확인 75쪽

01 답 15

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로 $12:8=9:x$

$12x=72 \quad \therefore x=6$

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로 $12:8=y:6$

$8y=72 \quad \therefore y=9$

$\therefore x+y=6+9=15$

02 답 100

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로 $12:8=10:x$

$12x=80 \quad \therefore x=\frac{20}{3}$

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로 $12:8=9:(y-9)$

$12(y-9)=72,\ 12y-108=72$

$12y=180 \quad \therefore y=15$

$\therefore xy=\frac{20}{3}\times 15=100$

03 답 7

$\overline{AD}=\overline{DB}$이고 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{EC}=\overline{AE}=5\text{ cm} \quad \therefore x=5$

또 $\overline{AD}=\overline{DB},\ \overline{AE}=\overline{EC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{DE}=2\times 6=12\ (\text{cm}) \quad \therefore y=12$

$\therefore y-x=12-5=7$

04 답 5 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$10:6=\overline{BD}:3,\ 6\overline{BD}=30 \quad \therefore \overline{BD}=5\ (\text{cm})$

05 답 $\frac{35}{3}$ cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{CD}:\overline{BD}$

$10:7=(\overline{BD}+5):\overline{BD},\ 10\overline{BD}=7(\overline{BD}+5)$

$10\overline{BD}=7\overline{BD}+35,\ 3\overline{BD}=35 \quad \therefore \overline{BD}=\frac{35}{3}\ (\text{cm})$

06 답 $\frac{15}{4}$

$5:3=(10-x):x$이므로 $5x=3(10-x)$

$5x=30-3x,\ 8x=30 \quad \therefore x=\frac{15}{4}$

적중 & 심화 유형 연습 76쪽~82쪽

01 답 $\frac{15}{2}$ cm

$\triangle AQC$에서 $\overline{PE}/\!/\overline{QC}$이므로

$\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{PE}:\overline{QC}=4:5$

$\triangle ABQ$에서 $\overline{DP}/\!/\overline{BQ}$이므로

$\overline{DP}:\overline{BQ}=\overline{AP}:\overline{AQ}=4:5$

즉 $6:\overline{BQ}=4:5$이므로

$4\overline{BQ}=30 \quad \therefore \overline{BQ}=\frac{15}{2}\ (\text{cm})$

02 답 15

$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 $x:3=(4+8):4$

$4x=36 \quad \therefore x=9$

$\overline{AB}/\!/\overline{FG}$이므로 $(8+4):8=9:y$

$12y=72 \quad \therefore y=6$

$\therefore x+y=9+6=15$

03 답 7

$\overline{ED}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{ED}:\overline{CB}=4:8=1:2$ …… ❶

$\triangle CFE$에서 $\overline{AG}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{CG}:\overline{GF}=\overline{CA}:\overline{AE}$

즉 $6:x=2:1$이므로 $2x=6 \quad \therefore x=3$ …… ❷

또 $\overline{CA}:\overline{CE}=\overline{AG}:\overline{EF}$이므로 $2:(2+1)=y:(4+2)$

$3y=12 \quad \therefore y=4$ …… ❸

$\therefore x+y=3+4=7$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\overline{AE}:\overline{AC}$ 구하기	30 %
❷ x의 값 구하기	30 %
❸ y의 값 구하기	30 %
❹ $x+y$의 값 구하기	10 %

04 답 ㉢, ㉥

㉠, ㉣ $\overline{CF}:\overline{CA}\neq\overline{CE}:\overline{CB}$이므로 $\overline{AB}$와 $\overline{FE}$는 평행하지 않다.

$\therefore \angle ABC\neq\angle FEC$

㉡, ㉤ $\overline{BD}:\overline{BA}\neq\overline{BE}:\overline{BC}$이므로 $\overline{AC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

$\therefore \angle BAC\neq\angle BDE$

㉢, ㉥ $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AF}:\overline{AC}$이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DF}$이고

$\angle ADF=\angle ABC$ (동위각)이다.

따라서 옳은 것은 ㉢, ㉥이다.

05 답 3 cm

$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DB}=2:3$

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{CF}:\overline{FB}=\overline{CE}:\overline{EA}=3:2$

$\overline{AC}/\!/\overline{GF}$이므로 $\overline{BG}:\overline{GA}=\overline{BF}:\overline{FC}=2:3$

$\therefore \overline{AG}=15\times\frac{3}{2+3}=9\ (\mathrm{cm})$

한편 $\overline{AD}=15\times\frac{2}{2+3}=6\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{DG}=\overline{AG}-\overline{AD}=9-6=3\ (\mathrm{cm})$

06 답 1 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times3=6\ (\mathrm{cm})$

$\triangle DBC$에서 $\overline{DP}=\overline{PB}$, $\overline{DQ}=\overline{QC}$이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{PR}=\overline{PQ}-\overline{RQ}=3-2=1\ (\mathrm{cm})$

07 답 28 cm

$\overline{AP}=\overline{PB}$, $\overline{BQ}=\overline{QC}$, $\overline{CR}=\overline{RD}$, $\overline{DS}=\overline{SA}$이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times16=8\ (\mathrm{cm})$

$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6\ (\mathrm{cm})$

$\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times16=8\ (\mathrm{cm})$

$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6\ (\mathrm{cm})$

$\therefore$ ($\square$PQRS의 둘레의 길이)$=\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{SR}+\overline{PS}$

$=8+6+8+6$

$=28\ (\mathrm{cm})$

다른 풀이

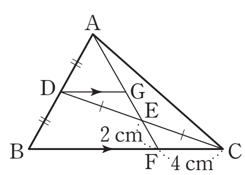
($\square$PQRS의 둘레의 길이)$=\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{SR}+\overline{PS}$

$=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\overline{AC}+\overline{BD}$

$=16+12=28\ (\mathrm{cm})$

08 답 8 cm



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AF}$와 만나는 점을 G라 하자. ······ ❶

$\triangle DEG$와 $\triangle CEF$에서

$\overline{DE}=\overline{CE}$,

$\angle DEG=\angle CEF$ (맞꼭지각),

$\angle GDE=\angle FCE$ (엇각)

$\therefore \triangle DEG\equiv\triangle CEF$ (ASA 합동) ······ ❷

$\therefore \overline{DG}=\overline{CF}=4\ \mathrm{cm}$ ······ ❸

따라서 $\overline{AD}=\overline{DB}$이고 $\overline{DG}/\!/\overline{BF}$이므로

$\overline{BF}=2\overline{DG}=2\times4=8\ (\mathrm{cm})$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ 보조선 DG 긋기	10 %
❷ $\triangle DEG\equiv\triangle CEF$임을 설명하기	30 %
❸ $\overline{DG}$의 길이 구하기	20 %
❹ $\overline{BF}$의 길이 구하기	40 %

09 답 7 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:4=3:2$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}\times\frac{3}{3+2}=5\times\frac{3}{5}=3\ (\mathrm{cm})$

$\triangle EBC$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로

$\overline{BA}:\overline{AE}=\overline{BD}:\overline{DC}$

$6:\overline{AE}=3:2$, $3\overline{AE}=12$ $\therefore \overline{AE}=4\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AE}+\overline{BD}=4+3=7\ (\mathrm{cm})$

10 답 $\frac{24}{7}$ cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$

$\overline{AB}:12=3:6$, $6\overline{AB}=36$ $\therefore \overline{AB}=6\ (\mathrm{cm})$

또 $\overline{CD}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\overline{AD}:\overline{BD}=\overline{CA}:\overline{CB}=12:(3+6)=4:3$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AB}\times\frac{4}{4+3}=6\times\frac{4}{7}=\frac{24}{7}\ (\mathrm{cm})$

11 답 6 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=20:12=5:3$

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}\times\frac{3}{5+3}=16\times\frac{3}{5+3}=6\ (\mathrm{cm})$

한편 $\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서

$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle DAE=\angle DAC$

$\therefore \triangle AED\equiv\triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}=6\ \mathrm{cm}$

12 답 27 cm²

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$12:8=\overline{BD}:20$, $8\overline{BD}=240$ $\therefore \overline{BD}=30\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=30-20=10\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle ABC:\triangle ACD=\overline{BC}:\overline{CD}=10:20=1:2$이므로

$\triangle ABC:54=1:2$, $2\triangle ABC=54$

$\therefore \triangle ABC=27\ (\mathrm{cm}^2)$

13 답 ②, ④

①, ② $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$\overline{AB}:15=(12+18):18$, $18\overline{AB}=450$

$\therefore \overline{AB}=25\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로 $\overline{BE}:\overline{EA}=\overline{BC}:\overline{CD}=12:18=2:3$

$\therefore \overline{BE}=\overline{AB}\times\frac{2}{2+3}=25\times\frac{2}{5}=10\ (\mathrm{cm})$

③ $\overline{AD}:\overline{EC}=\overline{BD}:\overline{BC}=(12+18):12=5:2$

④ $\triangle ABC:\triangle ACD=\overline{BC}:\overline{CD}=12:18=2:3$

$\overline{AC}:\overline{AB}=15:25=3:5$

$\therefore\ \triangle ABC:\triangle ACD\neq\overline{AC}:\overline{AB}$

⑤ $\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=25-10=15\ (\text{cm})$

이때 $\overline{AC}=\overline{AE}=15$ cm이므로

$\triangle EBC:\triangle AEC=\overline{BE}:\overline{AE}=\overline{BE}:\overline{AC}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

14 답 27

$5:(x-5)=(21-14):14$에서 $7(x-5)=70$

$7x-35=70,\ 7x=105\qquad\therefore\ x=15$

$y:24=(21-14):14$에서 $14y=168\qquad\therefore\ y=12$

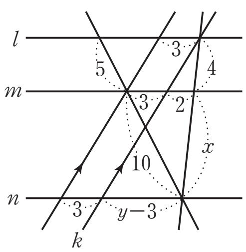
$\therefore\ x+y=15+12=27$

15 답 1

$5:10=4:x$에서 $5x=40$

$\therefore\ x=8$

오른쪽 그림과 같이 직선 k를 그으면



$4:(4+8)=2:(y-3)$

$4(y-3)=24,\ 4y-12=24$

$4y=36\qquad\therefore\ y=9$

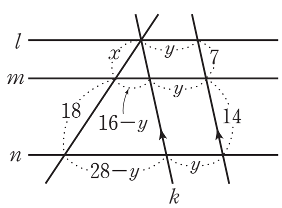
$\therefore\ y-x=9-8=1$

16 답 19

$x:18=7:14$에서

$14x=126\qquad\therefore\ x=9$

오른쪽 그림과 같이 직선 k를 그으면



$9:(9+18)=(16-y):(28-y)$

$9(28-y)=27(16-y)$

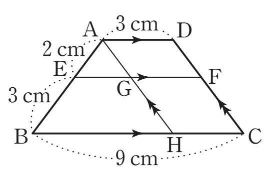
$252-9y=432-27y,\ 18y=180$

$\therefore\ y=10$

$\therefore\ x+y=9+10=19$

17 답 $\frac{27}{5}$ cm

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나면서 $\overline{DC}$에 평행한 직선이 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면



$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=3$ cm

$\triangle ABH$에서 $\overline{EG}\,/\!/\,\overline{BH}$이므로

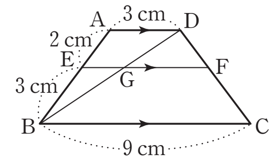
$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$, 즉 $2:(2+3)=\overline{EG}:(9-3)$

$5\overline{EG}=12\qquad\therefore\ \overline{EG}=\frac{12}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=\frac{12}{5}+3=\frac{27}{5}\ (\text{cm})$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고 $\overline{EF}$와의 교점을 G라 하면



$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EG}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EG}:\overline{AD}$

즉 $3:(3+2)=\overline{EG}:3$

$5\overline{EG}=9\qquad\therefore\ \overline{EG}=\frac{9}{5}\ (\text{cm})$

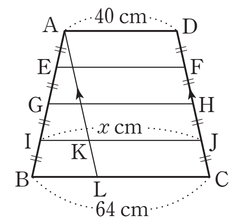
$\triangle DBC$에서 $\overline{GF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{DG}:\overline{DB}=\overline{GF}:\overline{BC}$

즉 $2:(2+3)=\overline{GF}:9,\ 5\overline{GF}=18\qquad\therefore\ \overline{GF}=\frac{18}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=\frac{9}{5}+\frac{18}{5}=\frac{27}{5}\ (\text{cm})$

18 답 58

오른쪽 그림과 같이 사다리를 사다리꼴 ABCD로 나타내고 점 A를 지나면서 $\overline{DC}$에 평행한 직선이 $\overline{IJ}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 K, L이라 하면



$\overline{KJ}=\overline{LC}=\overline{AD}=40$ cm

$\triangle ABL$에서 $\overline{IK}\,/\!/\,\overline{BL}$이므로

$\overline{AI}:\overline{AB}=\overline{IK}:\overline{BL}$, 즉 $3:4=(x-40):(64-40)$

$4(x-40)=72,\ 4x-160=72$

$4x=232\qquad\therefore\ x=58$

19 답 $\frac{40}{7}$ cm

$\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\angle AOD=\angle COB$ (맞꼭지각), $\angle DAO=\angle BCO$ (엇각)

$\therefore\ \triangle OAD\backsim\triangle OCB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{OA}:\overline{OC}=\overline{OD}:\overline{OB}=\overline{AD}:\overline{CB}=4:10=2:5$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{AC}=\overline{EO}:\overline{BC}$, 즉 $2:(2+5)=\overline{EO}:10$

$7\overline{EO}=20\qquad\therefore\ \overline{EO}=\frac{20}{7}\ (\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 $\overline{OF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{DO}:\overline{DB}=\overline{OF}:\overline{BC}$, 즉 $2:(2+5)=\overline{OF}:10$

$7\overline{OF}=20\qquad\therefore\ \overline{OF}=\frac{20}{7}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=\frac{20}{7}+\frac{20}{7}=\frac{40}{7}\ (\text{cm})$

20 답 4 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{EH}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EH}:\overline{BC}$, 즉 $6:(6+12)=\overline{EH}:30$

$18\overline{EH}=180\qquad\therefore\ \overline{EH}=10\ (\text{cm})$ ...... ❶

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EG}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EG}:\overline{AD}$, 즉 $12:(12+6)=\overline{EG}:9$

$18\overline{EG}=108\qquad\therefore\ \overline{EG}=6\ (\text{cm})$ ...... ❷

$\therefore \overline{GH}=\overline{EH}-\overline{EG}=10-6=4\,(\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{EH}$의 길이 구하기	40 %
❷ $\overline{EG}$의 길이 구하기	40 %
❸ $\overline{GH}$의 길이 구하기	20 %

21 답 16

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{CF}:\overline{CB}=\overline{EF}:\overline{AB}$, 즉 $(15-y):15=4:12$

$12(15-y)=60,\ 180-12y=60$

$12y=120 \qquad \therefore y=10$

$\triangle BCD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{EF}:\overline{DC}$, 즉 $10:15=4:x$

$10x=60 \qquad \therefore x=6$

$\therefore x+y=6+10=16$

22 답 $\frac{30}{7}$ cm

$\overline{AB}, \overline{EF}, \overline{DC}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$

$\triangle ABE$와 $\triangle CDE$에서

$\angle AEB=\angle CED$ (맞꼭지각), $\angle ABE=\angle CDE$ (엇각)

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=6:15=2:5$

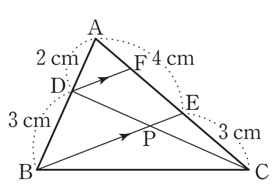
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{CE}:\overline{CA}=\overline{EF}:\overline{AB}$, 즉 $5:(5+2)=\overline{EF}:6$

$7\overline{EF}=30 \qquad \therefore \overline{EF}=\frac{30}{7}\,(\text{cm})$

23 답 5 : 4

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$가 되도록 $\overline{AC}$ 위에 점 F를 잡으면



$\triangle ABE$에서

$\overline{AF}:\overline{FE}=\overline{AD}:\overline{DB}=2:3$

$\therefore \overline{FE}=4\times\frac{3}{2+3}=\frac{12}{5}\,(\text{cm})$

$\triangle CFD$에서 $\overline{PE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{CP}:\overline{PD}=\overline{CE}:\overline{EF}=3:\frac{12}{5}=5:4$

24 답 8 cm

$\overline{BD}:\overline{DA}=\overline{BE}:\overline{EC}$이므로 $\overline{DE}/\!/\overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{DE}:\overline{AC}=2:(2+1)=2:3$

또 $\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$이므로

$\overline{DE}:\overline{AF}=2:\frac{3}{2}=4:3$

$\triangle DEP$와 $\triangle FAP$에서

$\angle DPE=\angle FPA$ (맞꼭지각), $\angle DEP=\angle FAP$ (엇각)

$\therefore \triangle DEP \backsim \triangle FAP$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{DP}:\overline{FP}=\overline{DE}:\overline{FA}=4:3$이므로

$\overline{DP}=14\times\frac{4}{4+3}=8\,(\text{cm})$

25 답 $\frac{10}{3}$ cm

$\overline{AC}=2\overline{MC}=2\times5=10\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{DF}/\!/\overline{AC}$이므로

$\overline{DF}:\overline{AC}=\overline{BF}:\overline{BC}$, 즉 $4:10=6:\overline{BC}$

$4\overline{BC}=60 \qquad \therefore \overline{BC}=15\,(\text{cm})$

$\triangle MBC$에서 $\overline{EG}/\!/\overline{MC}$이므로

$\overline{BG}:\overline{BC}=\overline{EG}:\overline{MC}$, 즉 $(6+4):15=\overline{EG}:5$

$15\overline{EG}=50 \qquad \therefore \overline{EG}=\frac{10}{3}\,(\text{cm})$

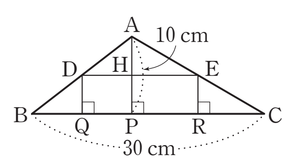
26 답 40 cm

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 □DQRE는 직사각형이다.

$\overline{DQ}=x$ cm라 하면 $\overline{DQ}:\overline{QR}=1:3$이므로

$\overline{QR}=3x$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$와 $\overline{DE}$의 교점을 H라 하면



$\triangle ABP$에서 $\overline{DH}/\!/\overline{BP}$이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AH}:\overline{AP}$ …… ㉠

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AH}:\overline{AP}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

$(10-x):10=3x:30$

$30x=30(10-x),\ 30x=300-30x$

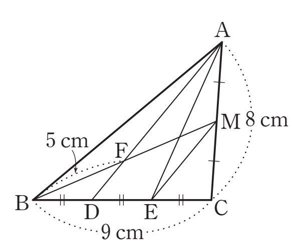
$60x=300 \qquad \therefore x=5$

따라서 □DQRE의 둘레의 길이는

$2(x+3x)=8x=8\times5=40\,(\text{cm})$

27 답 5 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EM}$을 그으면



$\triangle CAD$에서

$\overline{CM}=\overline{MA}, \overline{CE}=\overline{ED}$

이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{ME}$

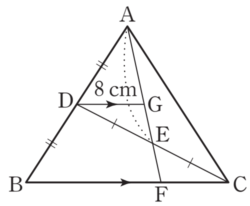
$\triangle BEM$에서

$\overline{BD}=\overline{DE}, \overline{FD}/\!/\overline{ME}$

이므로 $\overline{BF}=\overline{FM}$

$\therefore \overline{FM}=\overline{BF}=5$ cm

28 답 $\frac{8}{3}$ cm



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AF}$와 만나는 점을 G라 하자.

$\triangle DEG$와 $\triangle CEF$에서

$\overline{DE}=\overline{CE}$,

$\angle DEG=\angle CEF$ (맞꼭지각),

$\angle GDE=\angle FCE$ (엇각)

$\therefore \triangle DEG \equiv \triangle CEF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{GE}=\overline{FE}$

또 $\triangle ABF$에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$이고 $\overline{DG} /\!/ \overline{BF}$이므로 $\overline{AG}=\overline{GF}$

이때 $\overline{GE}=\overline{FE}=a$ cm라 하면 $\overline{AG}=\overline{GF}=2a$ cm이고

$\overline{AE}=\overline{AG}+\overline{GE}$이므로

$8=2a+a$, $3a=8$ $\quad \therefore a=\frac{8}{3}$

따라서 $\overline{EF}$의 길이는 $\frac{8}{3}$ cm이다.

29 답 3 cm

$\overline{AD}=\overline{BD}$이고 $\overline{AM}=\overline{MD}=\frac{1}{2}\overline{AD}$, $\overline{BN}=\overline{ND}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이므로

$\overline{AM}=\overline{MD}=\overline{BN}=\overline{ND}$ ······ ❶

$\triangle ADC$에서 $\overline{AM}=\overline{MD}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{MF} /\!/ \overline{DC}$이고 $\overline{DC}=2\overline{MF}$

따라서 $\triangle BFM$에서 $\overline{DP} /\!/ \overline{MF}$이므로

$\overline{BD} : \overline{BM}=\overline{DP} : \overline{MF}$, 즉 $2:3=2:\overline{MF}$

$2\overline{MF}=6$ $\quad \therefore \overline{MF}=3$ (cm)

$\therefore \overline{DC}=2\overline{MF}=2\times 3=6$ (cm) ······ ❷

한편 $\triangle ABC$에서 $\overline{AF}=\overline{FC}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$이므로

$\overline{AB} /\!/ \overline{FE}$

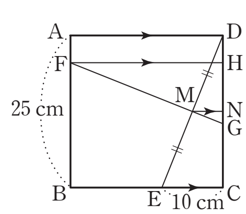
이때 □MDQF는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다. ······ ❸

$\therefore \overline{DQ}=\overline{MF}=3$ cm ······ ❹

$\therefore \overline{QC}=\overline{DC}-\overline{DQ}=6-3=3$ (cm) ······ ❺

채점 기준	비율
❶ $\overline{AM}=\overline{MD}=\overline{BN}=\overline{ND}$임을 알기	10 %
❷ $\overline{DC}$의 길이 구하기	30 %
❸ □MDQF가 평행사변형임을 알기	20 %
❹ $\overline{DQ}$의 길이 구하기	20 %
❺ $\overline{QC}$의 길이 구하기	20 %

30 답 4 : 1



오른쪽 그림과 같이 두 점 F, M을 각각 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{DC}$와 만나는 점을 각각 H, N이라 하자.

$\triangle DEC$에서 $\overline{DM}=\overline{ME}$이고 $\overline{MN} /\!/ \overline{EC}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{EC}=\frac{1}{2}\times 10=5$ (cm)

$\triangle GHF$에서 $\overline{FH} /\!/ \overline{MN}$이므로

$\overline{GM} : \overline{GF}=\overline{MN} : \overline{FH}$

이때 $\overline{FH}=\overline{AD}=25$ cm이므로

$\overline{GM} : \overline{GF}=5:25=1:5$

$\therefore \overline{FM} : \overline{MG}=(5-1):1=4:1$

31 답 30 cm^2

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD} : \overline{CD}=\overline{AB} : \overline{AC}=12:8=3:2$

즉 $\triangle ABD : \triangle ADC=\overline{BD} : \overline{CD}=3:2$이므로

$9 : \triangle ADC=3:2$, $3\triangle ADC=18$

$\therefore \triangle ADC=6$ (cm^2)

또 $\overline{AE}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{BE} : \overline{CE}=\overline{AB} : \overline{AC}=3:2$

즉 $\triangle ABC : \triangle ACE=\overline{BC} : \overline{CE}=(3-2):2=1:2$

$\therefore \triangle ACE=2\triangle ABC$

$=2(\triangle ABD+\triangle ADC)$

$=2\times(9+6)=30$ (cm^2)

32 답 32 cm^2

$\triangle ABC$에서 $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BE} : \overline{CE}=\overline{AB} : \overline{AC}=6:4=3:2$

$\triangle BED$와 $\triangle BCA$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BED=\angle C$ (동위각)

$\therefore \triangle BED \backsim \triangle BCA$ (AA 닮음)

따라서 닮음비는 $\overline{BE} : \overline{BC}=3:(3+2)=3:5$이고

넓이의 비는 $3^2 : 5^2=9:25$이므로

$\triangle DBE$: □ADEC $=9:(25-9)=9:16$

즉 18 : □ADEC $=9:16$이므로

9□ADEC $=288$ $\quad \therefore$ □ADEC $=32$ (cm^2)

다른 풀이

$\triangle ABC$에서 $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BE} : \overline{CE}=\overline{AB} : \overline{AC}=6:4=3:2$

$\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\overline{BE} : \overline{EC}=\overline{BD} : \overline{DA}=3:2$

즉 $\triangle DBE : \triangle ADE=\overline{BD} : \overline{DA}=3:2$

$18 : \triangle ADE=3:2$, $3\triangle ADE=36$

$\therefore \triangle ADE=12$ (cm^2)

또 $\triangle ABE : \triangle AEC=\overline{BE} : \overline{EC}=3:2$이므로

$(18+12) : \triangle AEC=3:2$, $3\triangle AEC=60$

$\therefore \triangle AEC=20$ (cm^2)

$\therefore$ □ADEC $=\triangle ADE+\triangle AEC$

$=12+20=32$ (cm^2)

33 답 8 cm

$\triangle$ABD와 $\triangle$CBA에서

$\angle$B는 공통, $\angle BAD=\angle C$

$\therefore\ \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BD}:\overline{BA}$이므로

$24:32=\overline{BD}:24$

$32\overline{BD}=576 \qquad \therefore \overline{BD}=18$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=32-18=14$ (cm)

한편 $\triangle$ADC에서 $\overline{AE}$는 $\angle$DAC의 이등분선이므로

$\overline{DE}:\overline{CE}=\overline{AD}:\overline{AC}=\overline{AB}:\overline{CB}=24:32=3:4$

$\therefore \overline{CE}=14\times\frac{4}{3+4}=8$ (cm)

34 답 $\frac{1}{15}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle$A의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:9=2:3$

이때 $\overline{BD}=2a$, $\overline{CD}=3a$라 하면

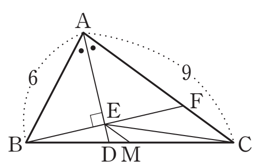
$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=2a+3a=5a$

$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{5}{2}a$

$\therefore \overline{DM}=\overline{CD}-\overline{CM}=3a-\frac{5}{2}a=\frac{1}{2}a$

$\therefore \overline{BD}:\overline{DM}:\overline{MC}=2a:\frac{1}{2}a:\frac{5}{2}a=4:1:5$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$를 긋고



$\triangle DME=k$라 하면

$\triangle BDE=4k$, $\triangle MCE=5k$

이므로

$\triangle EBC=4k+k+5k=10k$

한편 $\triangle ABE \equiv \triangle AFE$ (ASA 합동)이므로 $\overline{BE}=\overline{FE}$

$\therefore\ \triangle FEC=\triangle EBC=10k$

$\therefore \frac{\triangle DME}{\square EMCF}=\frac{\triangle DME}{\triangle MCE+\triangle FEC}=\frac{k}{5k+10k}=\frac{1}{15}$

35 답 20 cm

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

$\triangle$ACD에서 $\overline{DN}=\overline{NC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{QN}$이므로

$\overline{QN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 8=4$ (cm)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{QN}=4$ cm

또 $\triangle$DBC에서 $\overline{DN}=\overline{NC}$, $\overline{PN}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{PN}=2(\overline{PQ}+\overline{QN})$

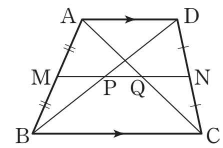
$\quad =2\times(4+4)=16$ (cm)

$\therefore \overline{PQ}+\overline{BC}=4+16=20$ (cm)

100점 TIP

사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점을 각각 M, N이라 하면



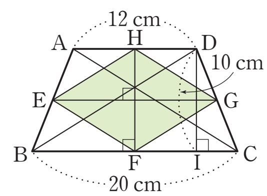
(1) $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

(2) $\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

(3) $\overline{PQ}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{AD})$ (단, $\overline{BC}>\overline{AD}$)

36 답 80 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AC}=\overline{BD}$이고



$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$,

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$이므로

$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$

즉 $\square$EFGH는 마름모이므로 $\overline{EG}\perp\overline{HF}$이고

$\overline{AD}/\!/\overline{EG}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{BC}\perp\overline{HF}$

$\therefore \overline{HF}=\overline{DI}=10$ cm

$\overline{EG}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\times(12+20)=16$ (cm)

따라서 $\square$EFGH의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{EG}\times\overline{HF}=\frac{1}{2}\times 16\times 10=80$ (cm²)

37 답 (1) 4 cm (2) 3 cm

(1) $\triangle$AOD와 $\triangle$COB에서

$\angle AOD=\angle COB$ (맞꼭지각), $\angle DAO=\angle BCO$ (엇각)

$\therefore\ \triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AO}:\overline{CO}=\overline{AD}:\overline{CB}=6:12=1:2$ …… ❶

$\triangle$ABC에서 $\overline{EO}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{AC}=\overline{EO}:\overline{BC}$, 즉 $1:(1+2)=\overline{EO}:12$

$3\overline{EO}=12 \qquad \therefore \overline{EO}=4$ (cm) …… ❷

(2) $\triangle$EGO와 $\triangle$CGB에서

$\angle EGO=\angle CGB$ (맞꼭지각), $\angle OEG=\angle BCG$ (엇각)

$\therefore\ \triangle EGO \backsim \triangle CGB$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{OG}:\overline{BG}=\overline{EO}:\overline{CB}=4:12=1:3$ …… ❸

$\triangle$OBC에서 $\overline{GH}/\!/\overline{BC}$이므로

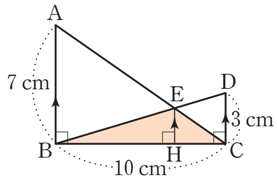
$\overline{GH}:\overline{BC}=\overline{OG}:\overline{OB}$, 즉 $\overline{GH}:12=1:(1+3)$

$4\overline{GH}=12 \qquad \therefore \overline{GH}=3$ (cm) …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\overline{AO}:\overline{CO}$ 구하기	20 %
❷ $\overline{EO}$의 길이 구하기	30 %
❸ $\overline{OG}:\overline{BG}$ 구하기	20 %
❹ $\overline{GH}$의 길이 구하기	30 %

38 답 $\frac{21}{2}$ cm²

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AB}/\!/\overline{EH}/\!/\overline{DC}$

$\triangle$EAB와 $\triangle$ECD에서

$\angle AEB=\angle CED$ (맞꼭지각),

$\angle ABE=\angle CDE$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle EAB \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=7:3$

$\triangle$BCD에서 $\overline{EH}/\!/\overline{DC}$이므로

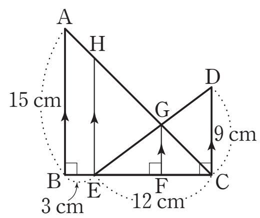
$\overline{BE}:\overline{BD}=\overline{EH}:\overline{DC}$, 즉 $7:(7+3)=\overline{EH}:3$

$10\overline{EH}=21$ $\therefore \overline{EH}=\frac{21}{10}$ (cm)

$\therefore$ $\triangle EBC=\frac{1}{2}\times 10\times\frac{21}{10}=\frac{21}{2}$ (cm²)

39 답 $\frac{36}{7}$ cm

오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나면서 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 H라 하면 $\overline{AB}/\!/\overline{HE}/\!/\overline{GF}/\!/\overline{DC}$



$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}/\!/\overline{HE}$이므로

$\overline{CE}:\overline{CB}=\overline{HE}:\overline{AB}$

즉 $12:(12+3)=\overline{HE}:15$

$15\overline{HE}=180$ $\therefore \overline{HE}=12$ (cm)

$\triangle$GHE와 $\triangle$GCD에서

$\angle HGE=\angle CGD$ (맞꼭지각), $\angle HEG=\angle CDG$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle GHE \backsim \triangle GCD$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{EG}:\overline{DG}=\overline{HE}:\overline{CD}=12:9=4:3$

$\triangle$ECD에서 $\overline{GF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{EG}:\overline{ED}=\overline{GF}:\overline{DC}$, 즉 $4:(4+3)=\overline{GF}:9$

$7\overline{GF}=36$ $\therefore \overline{GF}=\frac{36}{7}$ (cm)

적중 & 심화 실전 TEST

83쪽~85쪽

01 답 $\frac{7}{4}$ cm

$\triangle$DEA에서 $\overline{FH}/\!/\overline{AE}$이므로

$\overline{DF}:\overline{DA}=\overline{FH}:\overline{AE}$, 즉 $5:(5+3)=\overline{FH}:7$

$8\overline{FH}=35$ $\therefore \overline{FH}=\frac{35}{8}$ (cm)

$\triangle$FBG에서 $\overline{DH}/\!/\overline{BG}$이므로

$\overline{FD}:\overline{DB}=\overline{FH}:\overline{HG}$, 즉 $5:2=\frac{35}{8}:\overline{HG}$

$5\overline{HG}=\frac{35}{4}$ $\therefore \overline{HG}=\frac{7}{4}$ (cm)

02 답 $\frac{192}{25}$ cm

$\triangle$GDC에서 $\overline{GD}/\!/\overline{FE}$이므로 $\overline{CE}:\overline{ED}=5:3$

즉 $8:\overline{ED}=5:3$이므로 $5\overline{ED}=24$ $\therefore \overline{ED}=\frac{24}{5}$ (cm)

$\triangle$ADC에서 $\overline{AD}/\!/\overline{GE}$이므로

$\overline{CG}:\overline{GA}=\overline{CE}:\overline{ED}=5:3$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}/\!/\overline{GD}$이므로

$\overline{CD}:\overline{BD}=\overline{CG}:\overline{GA}=5:3$

즉 $\left(8+\frac{24}{5}\right):\overline{BD}=5:3$이므로

$5\overline{BD}=\frac{192}{5}$ $\therefore \overline{BD}=\frac{192}{25}$ (cm)

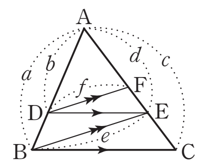
100점 TIP

삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비의 응용

오른쪽 그림과 같은 $\triangle$ABC에서

$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$일 때,

$a:b=c:d=e:f$



03 답 21 cm

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{CF}=\overline{FA}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 14=7$ (cm)

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6$ (cm)

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 16=8$ (cm)

따라서 $\triangle$DEF의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{DF}=7+6+8=21$ (cm)

다른 풀이

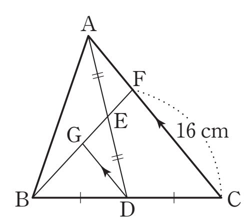
($\triangle$DEF의 둘레의 길이)$=\frac{1}{2}\times$($\triangle$ABC의 둘레의 길이)

$=\frac{1}{2}\times(12+16+14)$

$=21$ (cm)

04 답 8 cm

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{AC}$에 평행한 직선이 $\overline{BF}$와 만나는 점을 G라 하자.



$\triangle$BCF에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{DG}/\!/\overline{CF}$이므로

$\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{CF}=\frac{1}{2}\times 16=8$ (cm)

$\triangle$DGE와 $\triangle$AFE에서

$\overline{DE}=\overline{AE}$, $\angle DEG=\angle AEF$ (맞꼭지각), $\angle GDE=\angle FAE$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle DGE\equiv\triangle AFE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AF}=\overline{DG}=8$ cm

05 답 $\frac{9}{2}$ cm

$\triangle$ABC에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}/\!/\overline{BC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 18=9$ (cm) ······ ❶

$\triangle$MBC에서 $\overline{MP}=\overline{PB}$, $\overline{PS}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 18=9$ (cm) …… ❷

$\triangle$MBN에서 $\overline{MP}=\overline{PB}$, $\overline{MN}/\!/\overline{PR}$이므로

$\overline{PR}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}$ (cm) …… ❸

$\therefore \overline{RS}=\overline{PS}-\overline{PR}=9-\frac{9}{2}=\frac{9}{2}$ (cm) …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\overline{MN}$의 길이 구하기	30 %
❷ $\overline{PS}$의 길이 구하기	30 %
❸ $\overline{PR}$의 길이 구하기	30 %
❹ $\overline{RS}$의 길이 구하기	10 %

06 답 $\frac{15}{4}$ cm

$\triangle$ABC에서 $\overline{AE}$는 $\angle$A의 이등분선이므로

$\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}=10:6=5:3$

따라서 $\triangle$BCA에서 $\overline{DE}/\!/\overline{AC}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{AC}$, 즉 $5:(5+3)=\overline{DE}:6$

$8\overline{DE}=30$ $\therefore \overline{DE}=\frac{15}{4}$ (cm)

07 답 $\frac{24}{5}$ cm

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\overline{CD}$는 $\angle$C의 이등분선이다.

이때 $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{BD}$이므로

$\overline{AC}:12=4:4=1:1$ $\therefore \overline{AC}=12$ (cm)

또 $\overline{BE}$는 $\angle$B의 이등분선이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{BA}:\overline{BC}=(4+4):12=2:3$

$\therefore \overline{AE}=12\times\frac{2}{2+3}=\frac{24}{5}$ (cm)

08 답 14 cm

$\triangle$ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle$A의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$, 즉 $4:3=\overline{BD}:2$

$3\overline{BD}=8$ $\therefore \overline{BD}=\frac{8}{3}$ (cm)

$\overline{AE}$는 $\angle$A의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$, 즉 $4:3=\left(\frac{14}{3}+\overline{CE}\right):\overline{CE}$

$3\left(\frac{14}{3}+\overline{CE}\right)=4\overline{CE}$, $14+3\overline{CE}=4\overline{CE}$

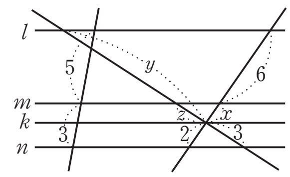
$\therefore \overline{CE}=14$ (cm)

09 답 25

$5:3=6:(x+2)$에서 $5(x+2)=18$

$5x+10=18$, $5x=8$ $\therefore x=\frac{8}{5}$

오른쪽 그림과 같이 세 직선 l, m, n에 평행한 직선 k를 그으면



$y:3=\left(6+\frac{8}{5}\right):2$에서

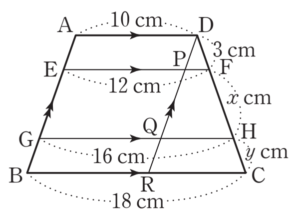
$2y=\frac{114}{5}$ $\therefore y=\frac{57}{5}$

$z:3=\frac{8}{5}:2$에서 $2z=\frac{24}{5}$ $\therefore z=\frac{12}{5}$

$\therefore x+y+5z=\frac{8}{5}+\frac{57}{5}+5\times\frac{12}{5}=25$

10 답 9

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하면



$\overline{EP}=\overline{GQ}=\overline{BR}=\overline{AD}=10$ cm

$\therefore \overline{PF}=12-10=2$ (cm),

$\overline{QH}=16-10=6$ (cm), $\overline{RC}=18-10=8$ (cm)

$\triangle$DQH에서 $\overline{PF}/\!/\overline{QH}$이므로

$\overline{DF}:\overline{DH}=\overline{PF}:\overline{QH}$, 즉 $3:(3+x)=2:6$

$2(3+x)=18$, $6+2x=18$, $2x=12$ $\therefore x=6$

$\triangle$DRC에서 $\overline{PF}/\!/\overline{RC}$이므로

$\overline{DF}:\overline{DC}=\overline{PF}:\overline{RC}$, 즉 $3:(3+6+y)=2:8$

$2(9+y)=24$, $18+2y=24$, $2y=6$ $\therefore y=3$

$\therefore x+y=6+3=9$

11 답 $\frac{9}{7}$ cm

$3\overline{AE}=4\overline{EB}$에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=4:3$

$\triangle$ABC에서 $\overline{EH}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EH}:\overline{BC}$, 즉 $4:(4+3)=\overline{EH}:6$

$7\overline{EH}=24$ $\therefore \overline{EH}=\frac{24}{7}$ (cm)

$\triangle$ABD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EG}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EG}:\overline{AD}$, 즉 $3:(3+4)=\overline{EG}:5$

$7\overline{EG}=15$ $\therefore \overline{EG}=\frac{15}{7}$ (cm)

$\therefore \overline{GH}=\overline{EH}-\overline{EG}=\frac{24}{7}-\frac{15}{7}=\frac{9}{7}$ (cm)

12 답 $\frac{48}{25}$ cm²

$\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{CD}$가 모두 $\overline{BD}$와 수직이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{CD}$

$\triangle$ABE와 $\triangle$DCE에서

$\angle$AEB$=\angle$DEC (맞꼭지각), $\angle$ABE$=\angle$DCE (엇각)

$\therefore \triangle$ABE$\backsim\triangle$DCE (AA 닮음)

$\therefore \overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{DC}=2:3$

$\triangle$BDC에서 $\overline{EF}/\!/\overline{CD}$이므로

$\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{BF} : \overline{BD}$, 즉 $2 : (2+3) = \overline{BF} : 8$

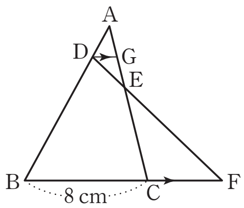
$5\overline{BF} = 16 \quad \therefore \overline{BF} = \frac{16}{5}\,(\text{cm})$

또 $\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{EF} : \overline{CD}$이므로 $2 : (2+3) = \overline{EF} : 3$

$5\overline{EF} = 6 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{6}{5}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle EBF = \frac{1}{2} \times \frac{16}{5} \times \frac{6}{5} = \frac{48}{25}\,(\text{cm}^2)$

13 답 $\frac{24}{5}$ cm



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{BF}$에 평행한 직선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 G라 하자.

$\triangle ABC$에서 $\overline{DG} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DG} : \overline{BC}$

즉 $1 : (1+4) = \overline{DG} : 8$

$5\overline{DG} = 8 \quad \therefore \overline{DG} = \frac{8}{5}\,(\text{cm})$

$\triangle DEG$와 $\triangle FEC$에서

$\angle DEG = \angle FEC$ (맞꼭지각), $\angle GDE = \angle CFE$ (엇각)

$\therefore \triangle DEG \backsim \triangle FEC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{GD} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{FE}$이므로

$\frac{8}{5} : \overline{CF} = 1 : 3 \qquad \therefore \overline{CF} = \frac{24}{5}\,(\text{cm})$

14 답 23°

$\triangle ABC$에서 $\overline{CP} = \overline{PA}$, $\overline{CN} = \overline{NB}$이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{PN}$

$\angle CPN = \angle CAB = 78^\circ$ (동위각)이므로

$\angle APN = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$ …… ❶

$\triangle ACD$에서 $\overline{AP} = \overline{PC}$, $\overline{AM} = \overline{MD}$이므로 $\overline{MP} /\!/ \overline{DC}$

$\therefore \angle APM = \angle ACD = 32^\circ$ (동위각) …… ❷

한편 $\overline{PN} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{CD}$이고

$\overline{AB} = \overline{CD}$이므로 $\overline{PN} = \overline{MP}$

즉 $\triangle MPN$은 $\overline{PN} = \overline{PM}$인 이등변삼각형이고 …… ❸

$\angle MPN = \angle APN + \angle APM = 102^\circ + 32^\circ = 134^\circ$이므로

$\angle PMN = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 134^\circ) = 23^\circ$ …… ❹

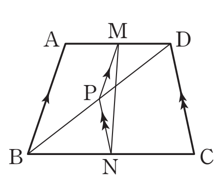
채점 기준	비율
❶ $\angle APN$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle APM$의 크기 구하기	20 %
❸ $\triangle MPN$이 이등변삼각형임을 알기	20 %
❹ $\angle PMN$의 크기 구하기	30 %

100점 TIP

$\overline{AB} = \overline{CD}$인 □ABCD에서 세 점 M, N, P가 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$의 중점일 때

(1) $\overline{MP} /\!/ \overline{AB}$, $\overline{PN} /\!/ \overline{DC}$

(2) $\triangle PNM$은 $\overline{PN} = \overline{PM}$인 이등변삼각형이다.



15 답 3 cm

$\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\angle B$는 공통, $\angle C = \angle BAD$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)

$\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AB} : \overline{DB}$이므로 $12 : 6 = 6 : \overline{DB}$

$12\overline{DB} = 36 \qquad \therefore \overline{DB} = 3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD} = 12 - 3 = 9\,(\text{cm})$

또 $\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AC} : \overline{DA}$이므로 $12 : 6 = 10 : \overline{DA}$

$12\overline{DA} = 60 \qquad \therefore \overline{DA} = 5\,(\text{cm})$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AE}$는 $\angle CAD$의 이등분선이므로

$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{CE}$, 즉 $5 : 10 = \overline{DE} : (9 - \overline{DE})$

$10\overline{DE} = 5(9 - \overline{DE})$, $10\overline{DE} = 45 - 5\overline{DE}$

$15\overline{DE} = 45 \qquad \therefore \overline{DE} = 3\,(\text{cm})$

16 답 $\frac{5}{2}$ cm

$\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서

$\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각), $\angle DAO = \angle BCO$ (엇각)

$\therefore \triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AO} : \overline{CO} = \overline{AD} : \overline{CB} = 5 : 10 = 1 : 2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{EO} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{AC} = 1 : (1+2)$

$\overline{EO} : 10 = 1 : 3$, $3\overline{EO} = 10 \qquad \therefore \overline{EO} = \frac{10}{3}\,(\text{cm})$

$\triangle EPO$와 $\triangle CPB$에서

$\angle EPO = \angle CPB$ (맞꼭지각), $\angle OEP = \angle BCP$ (엇각)

$\therefore \triangle EPO \backsim \triangle CPB$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{OP} : \overline{BP} = \overline{EO} : \overline{CB} = \frac{10}{3} : 10 = 1 : 3$

$\triangle OBC$에서 $\overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{PQ} : \overline{BC} = \overline{OP} : \overline{OB} = 1 : (1+3)$

$\overline{PQ} : 10 = 1 : 4$, $4\overline{PQ} = 10 \qquad \therefore \overline{PQ} = \frac{5}{2}\,(\text{cm})$

17 답 $\frac{3}{4}$배

$\triangle ABE$와 $\triangle CDE$에서

$\angle AEB = \angle CED$ (맞꼭지각), $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 12 = 1 : 3$

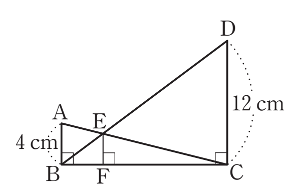
오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\overline{AB} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{DC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{AB}$이므로

$\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{EC}$

$= (1+3) : 3 = 4 : 3$



이때 $\triangle EBC$와 $\triangle ABC$의 넓이의 비는 밑변의 길이가 같으므로 높이인 $\overline{EF}$와 $\overline{AB}$의 길이의 비와 같다.

따라서 $\overline{EF} = \frac{3}{4}\overline{AB}$이므로 $\triangle EBC$의 넓이는 $\triangle ABC$의 $\frac{3}{4}$배이다.

02 | 삼각형의 무게중심

개념 확인 87쪽

01 답) $28\ \text{cm}^2$

$\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 56=28\ (\text{cm}^2)$

02 답) 12

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times 3=6\ (\text{cm})$ $\quad\therefore x=6$

$\overline{CD}=\overline{BD}=6\ \text{cm}$ $\quad\therefore y=6$

$\therefore x+y=6+6=12$

03 답) $54\ \text{cm}$

점 G′이 $\triangle AGC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=2\overline{G'D}=2\times 9=18\ (\text{cm})$

또 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}=2\overline{GD}=2\times(18+9)=54\ (\text{cm})$

04 답) ⑤

⑤ $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}$, $\overline{GE}=\frac{1}{3}\overline{BE}$, $\overline{GF}=\frac{1}{3}\overline{CF}$이지만 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$의 길이가 같은지는 알 수 없다.
따라서 $\overline{GD}:\overline{GE}:\overline{GF}=1:1:1$이라 할 수 없다.

05 답) $27\ \text{cm}^2$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\square AFGE=\triangle AFG+\triangle AGE$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$\therefore \triangle ABC=3\square AFGE$

$=3\times 9=27\ (\text{cm}^2)$

06 답) $4\ \text{cm}^2$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}$

따라서 $\triangle ABC=2\triangle ADC=2\times 12=24\ (\text{cm}^2)$이므로

$\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\times 24=4\ (\text{cm}^2)$

적중 & 심화 유형 연습 88쪽~93쪽

01 답) $6\ \text{cm}^2$

$\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 36=18\ (\text{cm}^2)$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이므로

$\triangle BFE=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times 18=6\ (\text{cm}^2)$

02 답) $16\ \text{cm}^2$

$\overline{EF}=\overline{FC}$이므로

$\triangle AEC=2\triangle AEF=2\times 2=4\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AE}=\overline{ED}$이므로

$\triangle ADC=2\triangle AEC=2\times 4=8\ (\text{cm}^2)$

$\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ABC=2\triangle ADC=2\times 8=16\ (\text{cm}^2)$

03 답) 8

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CD}=\overline{BD}=4\ \text{cm}$, $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\triangle ADC$에서 $\overline{GF}\mathbin{/\!/}\overline{DC}$이므로 $\overline{AG}:\overline{AD}=\overline{GF}:\overline{DC}$

$2:3=x:4$, $3x=8$ $\quad\therefore x=\frac{8}{3}$

또 $\overline{AG}:\overline{GD}=\overline{AF}:\overline{FC}$이므로

$2:1=6:y$, $2y=6$ $\quad\therefore y=3$

$\therefore xy=\frac{8}{3}\times 3=8$

04 답) $12\ \text{cm}$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{2}\overline{AG}=\frac{1}{2}\times 4=2\ (\text{cm})$ …… ❶

이때 점 D는 빗변의 중점이므로 직각삼각형 ABC의 외심이다.
…… ❷

$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=4+2=6\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=6+6=12\ (\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{GD}$의 길이 구하기	30 %
❷ 점 D가 $\triangle ABC$의 외심임을 알기	30 %
❸ $\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %

05 답) $36\ \text{cm}$

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{3}{2}\overline{GG'}=\frac{3}{2}\times 8=12\ (\text{cm})$

또 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times 12=36\ (\text{cm})$

06 답 5 cm

$\overline{AE}$와 $\overline{AF}$는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 중선이므로

$\overline{BE}=\overline{ED}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{DF}=\overline{FC}=\frac{1}{2}\overline{DC}$

$\therefore \overline{EF}=\overline{ED}+\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{DC})$

$=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}\ (\text{cm})$

두 점 G, G′이 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GE}=\overline{AG'}:\overline{G'F}=2:1$

따라서 $\triangle AEF$에서 $\overline{GG'}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{GG'}:\overline{EF}=\overline{AG}:\overline{AE}=2:3$

$\overline{GG'}:\frac{15}{2}=2:3$, $3\overline{GG'}=15$ $\qquad \therefore \overline{GG'}=5\ (\text{cm})$

07 답 $\frac{5}{2}$ cm

$\triangle FGE$와 $\triangle DGB$에서

$\angle FGE=\angle DGB$ (맞꼭지각), $\angle FEG=\angle DBG$ (엇각)

$\therefore \triangle FGE \backsim \triangle DGB$ (AA 닮음)

또 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{FG}:\overline{DG}=\overline{GE}:\overline{GB}=1:2$

이때 $\overline{DG}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 15=5\ (\text{cm})$이므로

$\overline{FG}:5=1:2$, $2\overline{FG}=5$ $\qquad \therefore \overline{FG}=\frac{5}{2}\ (\text{cm})$

08 답 8 cm^2

$\triangle EDC=\frac{1}{2}\triangle GDC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{12}\triangle ABC=\frac{1}{12}\times 96=8\ (\text{cm}^2)$

09 답 45 cm^2

$\triangle ABC=3\triangle GBC=3\times 3\triangle GG'C$

$=9\triangle GG'C=9\times 5=45\ (\text{cm}^2)$

10 답 12 cm^2

$\triangle AEG=\frac{1}{2}\triangle ABG=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 36=6\ (\text{cm}^2)$

$\triangle AGF=\frac{1}{2}\triangle AGC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 36=6\ (\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

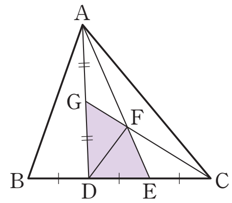
$\triangle AEG+\triangle AGF=6+6=12\ (\text{cm}^2)$

11 답 8 cm^2

$\overline{DC}=\frac{2}{3}\overline{BC}$이므로 $\triangle ADC=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times 36=24\ (\text{cm}^2)$

$\triangle ADC$에서 점 F는 두 중선 AE, CG의 교점이므로 무게중심이다.

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면



$\square GDEF=\triangle GDF+\triangle FDE$

$=\frac{1}{6}\triangle ADC+\frac{1}{6}\triangle ADC$

$=\frac{1}{3}\triangle ADC$

$=\frac{1}{3}\times 24=8\ (\text{cm}^2)$

12 답 12 cm^2

$\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 54=27\ (\text{cm}^2)$

$\triangle AEG$와 $\triangle ABD$에서

$\angle EAG$는 공통, $\angle AEG=\angle B$ (동위각)

$\therefore \triangle AEG \backsim \triangle ABD$ (AA 닮음)

따라서 닮음비는 $\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$이므로 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$

즉 $\triangle AEG:\triangle ABD=4:9$이므로

$\triangle AEG:27=4:9$, $9\triangle AEG=108$

$\therefore \triangle AEG=12\ (\text{cm}^2)$

13 답 ③, ⑤

① $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

② $\triangle ABC$와 $\triangle GEF$는 닮음이 아니다.

③ $\overline{AF}=\overline{FB}$, $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로 $\overline{FE}/\!/\overline{BC}$

$\triangle GEF$와 $\triangle GBC$에서

$\angle FGE=\angle CGB$ (맞꼭지각), $\angle FEG=\angle CBG$ (엇각)

$\therefore \triangle GEF \backsim \triangle GBC$ (AA 닮음)

④ $\triangle ABG=\frac{1}{3}\triangle ABC$, $\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$\therefore \triangle ABG \neq \triangle ADC$

⑤ $\triangle BDG=\frac{1}{6}\triangle ABC$, $\triangle CFA=\frac{1}{2}\triangle ABC$이므로

$\triangle BDG:\triangle CFA=\frac{1}{6}\triangle ABC:\frac{1}{2}\triangle ABC=1:3$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

14 답 5 cm^2

$\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 60=20\ (\text{cm}^2)$ …… ❶

한편 $\overline{AN}=\overline{NB}$, $\overline{AM}=\overline{MC}$이므로 $\overline{NM}/\!/\overline{BC}$

$\triangle GMN$과 $\triangle GBC$에서

$\angle NGM=\angle CGB$ (맞꼭지각), $\angle NMG=\angle CBG$ (엇각)

$\therefore \triangle GMN \backsim \triangle GBC$ (AA 닮음) …… ❷

따라서 닮음비는 $\overline{GM}:\overline{GB}=1:2$이므로

넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$ …… ❸

즉 $\triangle GMN:\triangle GBC=1:4$이므로

$\triangle GMN:20=1:4$, $4\triangle GMN=20$

$\therefore \triangle GMN=5\ (\text{cm}^2)$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\triangle$GBC의 넓이 구하기	30 %
❷ $\triangle$GMN과 $\triangle$GBC가 닮음임을 설명하기	20 %
❸ $\triangle$GMN과 $\triangle$GBC의 넓이의 비 구하기	30 %
❹ $\triangle$GMN의 넓이 구하기	20 %

15 답 16 cm^2

$\overline{EF}=\overline{ED}+\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{DC})=\frac{1}{2}\overline{BC}$

즉 $\triangle$AEF의 넓이는 $\triangle$ABC의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$\triangle AEF=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times72=36\ (\text{cm}^2)$

$\triangle$AGG′과 $\triangle$AEF에서

$\angle$GAG′은 공통, $\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$

$\therefore\ \triangle AGG'\backsim\triangle AEF$ (SAS 닮음)

즉 $\triangle$AGG′과 $\triangle$AEF의 닮음비는 $2:3$이므로 넓이의 비는

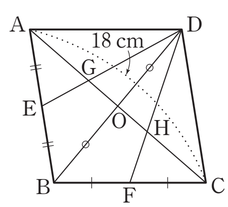
$2^2:3^2=4:9$

따라서 $\triangle AGG':\triangle AEF=4:9$이므로

$\triangle AGG':36=4:9,\ 9\triangle AGG'=144$

$\therefore\ \triangle AGG'=16\ (\text{cm}^2)$

16 답 6 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그어 $\overline{AC}$와의 교점을 O라 하면 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 두 점 G, H는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$DBC의 무게중심이다.

따라서 $\overline{AG}:\overline{GO}=2:1$,

$\overline{CH}:\overline{HO}=2:1$이고

$\overline{AO}=\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times18=9\ (\text{cm})$이므로

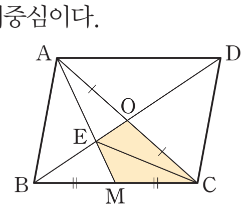
$\overline{GO}=\frac{1}{3}\overline{AO}=\frac{1}{3}\times9=3\ (\text{cm})$

$\overline{HO}=\frac{1}{3}\overline{CO}=\frac{1}{3}\times9=3\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{GH}=\overline{GO}+\overline{HO}=3+3=6\ (\text{cm})$

17 답 3 cm^2

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 점 E는 $\triangle$ABC의 무게중심이다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$를 그으면

$\square EMCO=\triangle EMC+\triangle ECO$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

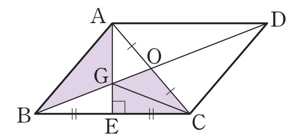
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD=\frac{1}{6}\times18=3\ (\text{cm}^2)$

18 답 10 cm^2

$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 이등변삼각형이다.

이때 꼭지각 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BE}=\overline{CE}$



또 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이다.

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{GC}$를 그으면 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABG+\square GECO=\triangle ABG+(\triangle GEC+\triangle GCO)$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{3}\square ABCD=\frac{1}{3}\times30=10\ (\text{cm}^2)$

19 답 32 cm

$\triangle$GBC가 직각삼각형이고 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이므로 점 M은 $\triangle$GBC의 외심이다.

$\therefore\ \overline{GM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times24=12\ (\text{cm})$

점 G′이 $\triangle$GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GM}=\frac{2}{3}\times12=8\ (\text{cm})$

또 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GM}=2\times12=24\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AG'}=\overline{AG}+\overline{GG'}=24+8=32\ (\text{cm})$

20 답 $\frac{5}{2}$ cm

점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GE}=2:1$

점 G′이 $\triangle$DBC의 무게중심이므로 $\overline{DG'}:\overline{G'E}=2:1$

따라서 $\triangle$AED에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{GG'}$이므로

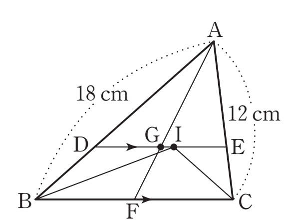
$\overline{EG}:\overline{EA}=\overline{GG'}:\overline{AD}$

이때 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}\ (\text{cm})$이므로

$1:3=\overline{GG'}:\frac{15}{2},\ 3\overline{GG'}=\frac{15}{2}$

$\therefore\ \overline{GG'}=\frac{5}{2}\ (\text{cm})$

21 답 10 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 F라 하면 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이고 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$

$=\overline{AG}:\overline{GF}=2:1$

$\therefore \overline{DB}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times 18=6\ (\mathrm{cm})$

$\overline{EC}=\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{3}\times 12=4\ (\mathrm{cm})$

한편 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle DBI=\angle CBI$

또 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle DIB=\angle CBI$ (엇각)

$\therefore \angle DBI=\angle DIB$

즉 $\triangle DBI$는 $\overline{DB}=\overline{DI}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{DI}=\overline{DB}=6\ \mathrm{cm}$

같은 방법으로 $\overline{EI}=\overline{EC}=4\ \mathrm{cm}$

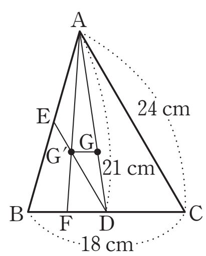
$\therefore \overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=6+4=10\ (\mathrm{cm})$

22 답 18 cm

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 21=7\ (\mathrm{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DG'}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 E, $\overline{AG'}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 F라 하면



$\overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{4}\overline{BC}$

$=\frac{1}{4}\times 18=\frac{9}{2}\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AFD$에서 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$,

$\overline{AG'}:\overline{G'F}=2:1$이므로 $\overline{G'G}\,/\!/\,\overline{FD}$

따라서 $\overline{G'G}:\overline{FD}=\overline{AG}:\overline{AD}$이므로

$\overline{G'G}:\frac{9}{2}=2:3,\ 3\overline{G'G}=9 \qquad \therefore \overline{G'G}=3\ (\mathrm{cm})$

또 $\triangle ABC$에서 $\overline{BE}=\overline{EA}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\mathrm{cm})$

$\overline{DG'}=\frac{2}{3}\overline{DE}=\frac{2}{3}\times 12=8\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle G'DG$의 둘레의 길이는

$\overline{GD}+\overline{DG'}+\overline{G'G}=7+8+3=18\ (\mathrm{cm})$

23 답 (1) 2 cm (2) $\frac{4}{3}$ cm

(1) 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{AE}$는 $\angle BAC$의 이등분선이다.

따라서 $\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}=20:12=5:3$

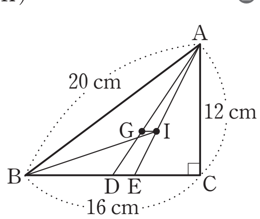
$\therefore \overline{BE}=16\times\frac{5}{5+3}=10\ (\mathrm{cm})$ …… ❶

또 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 16=8\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=10-8=2\ (\mathrm{cm})$ …… ❷

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$를 그으면 $\triangle BEA$에서 $\overline{BI}$는 $\angle ABE$의 이등분선이므로



$\overline{EI}:\overline{AI}=\overline{BE}:\overline{BA}$

$=10:20=1:2$ …… ❸

즉 $\triangle ADE$에서 $\overline{AG}:\overline{GD}=\overline{AI}:\overline{IE}=2:1$이므로

$\overline{GI}\,/\!/\,\overline{DE}$ …… ❹

따라서 $\overline{AG}:\overline{AD}=\overline{GI}:\overline{DE}$이므로

$2:3=\overline{GI}:2,\ 3\overline{GI}=4 \qquad \therefore \overline{GI}=\frac{4}{3}\ (\mathrm{cm})$ …… ❺

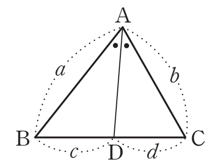
채점 기준	비율
❶ $\overline{BE}$의 길이 구하기	20 %
❷ $\overline{DE}$의 길이 구하기	20 %
❸ $\overline{EI}:\overline{AI}$ 구하기	20 %
❹ $\overline{GI}\,/\!/\,\overline{DE}$임을 설명하기	20 %
❺ $\overline{GI}$의 길이 구하기	20 %

100점 TIP

삼각형의 내각의 이등분선의 성질

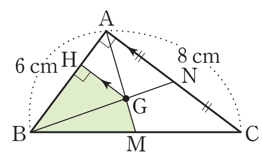
$\triangle ABC$에서 $\angle BAD=\angle CAD$이면

$a:b=c:d$



24 답 $\frac{28}{3}\ \mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 N이라 하면 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로



$\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 8=4\ (\mathrm{cm})$

$\overline{BG}:\overline{GN}=2:1$

$\triangle BNA$에서 $\overline{AN}\,/\!/\,\overline{HG}$이므로

$\overline{BH}:\overline{BA}=\overline{BG}:\overline{BN}$

$\overline{BH}:6=2:3,\ 3\overline{BH}=12 \qquad \therefore \overline{BH}=4\ (\mathrm{cm})$

또 $\overline{HG}:\overline{AN}=\overline{BG}:\overline{BN}$이므로

$\overline{HG}:4=2:3,\ 3\overline{HG}=8 \qquad \therefore \overline{HG}=\frac{8}{3}\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle HBG=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{8}{3}=\frac{16}{3}\ (\mathrm{cm}^2)$,

$\triangle GBM=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 8\right)=4\ (\mathrm{cm}^2)$이므로

$\square HBMG=\triangle HBG+\triangle GBM$

$=\frac{16}{3}+4=\frac{28}{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

25 답 $\frac{32}{3}\ \mathrm{cm}^2$

세 점 D, E, F가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점이므로

$\triangle ABC$와 $\triangle EFD$에서

$\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{BC}:\overline{FD}=\overline{AC}:\overline{ED}=2:1$

$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle EFD$ (SSS 닮음)

이때 $\triangle ABC$와 $\triangle EFD$의 닮음비는 $2:1$이므로

넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$

따라서 $\triangle ABC=4\triangle DEF=4\times 8=32\ (\mathrm{cm}^2)$이므로

$\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 32=\frac{32}{3}$ (cm^2)

26 답 ③, ⑤

① 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\overline{EG} /\!/ \overline{AD}$이므로
$\overline{BE}:\overline{EA}=\overline{BG}:\overline{GD}=2:1$

② $\triangle BCD$에서 $\overline{GF} /\!/ \overline{DC}$이므로
$\overline{DC}:\overline{GF}=\overline{BD}:\overline{BG}=3:2$
이때 $\overline{AD}=\overline{DC}$이므로 $\overline{AD}:\overline{GF}=3:2$

③ $\triangle DGC$와 $\triangle GFC$의 넓이는 같지 않다.

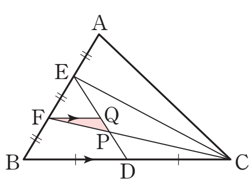
④ $\triangle BCG$에서 $\overline{BF}:\overline{FC}=2:1$이므로
$\triangle BFG:\triangle GFC=2:1$ $\quad\therefore \triangle BFG=2\triangle GFC$
한편 $\triangle BGE \backsim \triangle BDA$이고 닮음비가 $\overline{BG}:\overline{BD}=2:3$이므로 넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$
$\therefore \triangle BGE=\frac{4}{9}\triangle BDA$
또 $\triangle BFG \backsim \triangle BCD$이고 닮음비가 $\overline{BG}:\overline{BD}=2:3$이므로 넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$
$\therefore \triangle BFG=\frac{4}{9}\triangle BCD$
이때 $\triangle BDA=\triangle BCD$이므로 $\triangle BGE=\triangle BFG$
즉 $\triangle BGE=2\triangle GFC$이므로
$\triangle GFC=\frac{1}{2}\triangle BGE$

⑤ $\triangle GBF=\frac{4}{9}\triangle BCD$, $\triangle DGC=\frac{1}{3}\triangle BCD$이므로
$\triangle BCD=\frac{9}{4}\triangle GBF$, $\triangle BCD=3\triangle DGC$
즉 $\frac{9}{4}\triangle GBF=3\triangle DGC$이므로
$\triangle GBF=\frac{4}{9}\times 3\triangle DGC=\frac{4}{3}\triangle DGC$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

27 답 $2\ cm^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$를 그으면 점 P는 $\triangle EBC$의 무게중심이므로



$\triangle CPD=\frac{1}{6}\triangle EBC$
$=\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\triangle ABC$
$=\frac{1}{9}\triangle ABC=\frac{1}{9}\times 72=8$ (cm^2)

한편 $\triangle FPQ$와 $\triangle CPD$에서
$\angle FPQ=\angle CPD$ (맞꼭지각), $\angle QFP=\angle DCP$ (엇각)
$\therefore \triangle FPQ \backsim \triangle CPD$ (AA 닮음)
따라서 $\triangle FPQ$와 $\triangle CPD$의 닮음비는 $\overline{FP}:\overline{CP}=1:2$이므로
넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$
$\therefore \triangle FPQ=\frac{1}{4}\triangle CPD=\frac{1}{4}\times 8=2$ (cm^2)

28 답 $8\ cm^2$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\overline{DF} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AF}:\overline{FC}=\overline{AG}:\overline{GE}=2:1$

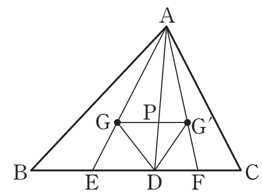
$\triangle GDE=\frac{1}{3}\triangle ADE=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\triangle ABE$
$=\frac{2}{9}\times\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{9}\triangle ABC=\frac{1}{9}\times 36=4$ (cm^2)

$\triangle GEF=\frac{1}{3}\triangle AEF=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\triangle AEC$
$=\frac{2}{9}\times\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{9}\triangle ABC=\frac{1}{9}\times 36=4$ (cm^2)

$\therefore \triangle DEF=\triangle GDE+\triangle GEF=4+4=8$ (cm^2)

29 답 $1:9$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$의 연장선과 $\overline{AG'}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하고, $\overline{AD}$와 $\overline{GG'}$이 만나는 점을 P라 하자. 두 점 G, G′은 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\overline{EF}=\overline{ED}+\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{DC}$
$=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{DC})=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore \triangle AEF=\frac{1}{2}\triangle ABC$

또 $\overline{AG}:\overline{GE}=2:1$, $\overline{AG'}:\overline{G'F}=2:1$이므로
$\overline{GG'} /\!/ \overline{EF}$
따라서 $\overline{AP}:\overline{PD}=2:1$이므로

$\triangle GDP=\frac{1}{3}\triangle AGD=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\triangle AED=\frac{2}{9}\triangle AED$

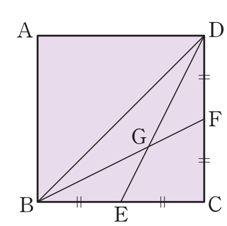
$\triangle DG'P=\frac{1}{3}\triangle ADG'=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\triangle ADF=\frac{2}{9}\triangle ADF$

$\therefore \triangle DG'G=\triangle GDP+\triangle DG'P=\frac{2}{9}\triangle AED+\frac{2}{9}\triangle ADF$
$=\frac{2}{9}\triangle AEF=\frac{2}{9}\times\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{9}\triangle ABC$

$\therefore \triangle DG'G:\triangle ABC=\frac{1}{9}\triangle ABC:\triangle ABC$
$=1:9$

30 답 $60\ cm^2$

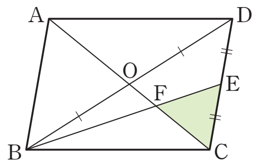
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 점 G는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로



$\square ABCD=2\triangle BCD$
$=2\times 6\triangle BEG$
$=12\triangle BEG$
$=12\times 5$
$=60$ (cm^2)

31 답 $5\ \text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그어 $\overline{AC}$와의 교점을 O라 하면 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 점 F는 △DBC의 무게중심이다.



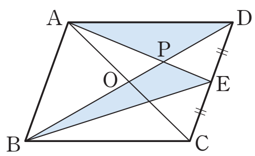
$\therefore\ \triangle CEF=\frac{1}{6}\triangle DBC$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{12}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times 60=5\ (\text{cm}^2)$

32 답 $30\ \text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 점 P는 △ACD의 무게중심이다.



$\therefore\ \triangle APD=\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{6}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times 90=15\ (\text{cm}^2)$

한편 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\triangle AED=\triangle BED$

$\therefore\ \triangle BEP=\triangle BED-\triangle PED$

$=\triangle AED-\triangle PED$

$=\triangle APD=15\ (\text{cm}^2)$

따라서 △APD와 △BEP의 넓이의 합은

$\triangle APD+\triangle BEP=15+15=30\ (\text{cm}^2)$

33 답 $20\ \text{cm}^2$

△ABD에서 $\overline{AM}=\overline{MD}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 점 P는 △ABD의 무게중심이다.

$\therefore \triangle BOP=\frac{1}{6}\triangle ABD$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{12}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times 96=8\ (\text{cm}^2)$

$\triangle BNO=\frac{1}{2}\triangle BCO$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{8}\square ABCD$

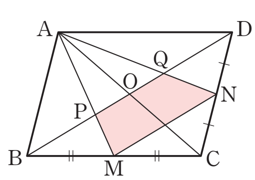
$=\frac{1}{8}\times 96=12\ (\text{cm}^2)$

따라서 □PBNO의 넓이는

$\triangle BOP+\triangle BNO=8+12=20\ (\text{cm}^2)$

34 답 $50\ \text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 두 점 P, Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이다. …… ❶



△APQ와 △AMN에서

∠PAQ는 공통, $\overline{AP}:\overline{AM}=\overline{AQ}:\overline{AN}=2:3$

$\therefore\ \triangle APQ\sim\triangle AMN$ (SAS 닮음)

이때 △APQ와 △AMN의 닮음비는 $2:3$이므로 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$

따라서 $\triangle APQ:\square PMNQ=4:(9-4)=4:5$ …… ㉠

…… ❷

한편 $\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$, $\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{OD}$이고

$\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{OQ}=\frac{1}{3}(\overline{BO}+\overline{OD})=\frac{1}{3}\overline{BD}$이므로

$\triangle APQ=\frac{1}{3}\triangle ABD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{6}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times 240=40\ (\text{cm}^2)$ …… ❸

㉠에서 $40:\square PMNQ=4:5$이므로

$4\square PMNQ=200$ $\quad\therefore\ \square PMNQ=50\ (\text{cm}^2)$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ 두 점 P, Q가 각각 △ABC, △ACD의 무게중심임을 알기	20 %
❷ △APQ : □PMNQ 구하기	30 %
❸ △APQ의 넓이 구하기	30 %
❸ □PMNQ의 넓이 구하기	20 %

적중 & 심화 실전 TEST

94쪽~95쪽

01 답 $4\ \text{cm}$

점 D가 △ABC의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 36=18\ (\text{cm})$

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times 18=6\ (\text{cm})$

점 G′이 △AGC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times 6=4\ (\text{cm})$

02 답 $8\ \text{cm}$

점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AD}=\overline{DB}$

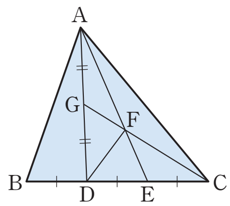
△ABE에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$이고 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{BE}=2\overline{DF}=2\times 6=12\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BE}=\frac{2}{3}\times 12=8\ (\text{cm})$

03 답 $18\ \mathrm{cm}^2$

$\triangle ADC$에서 점 F는 무게중심이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면



$\square GDEF=\triangle GDF+\triangle FDE$

$=\frac{1}{6}\triangle ADC+\frac{1}{6}\triangle ADC$

$=\frac{1}{3}\triangle ADC$

즉 $\frac{1}{3}\triangle ADC=4$이므로 $\triangle ADC=12\ (\mathrm{cm}^2)$

한편 $\triangle ABC : \triangle ADC=\overline{BC} : \overline{DC}$이므로

$\triangle ABC : 12=3 : 2$, $2\triangle ABC=36$ $\quad\therefore\ \triangle ABC=18\ (\mathrm{cm}^2)$

04 답 (1) $20\ \mathrm{cm}^2$ (2) $25\ \mathrm{cm}^2$

(1) 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle BDG=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 120=20\ (\mathrm{cm}^2)$ …… ❶

(2) $\triangle ADC$에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{DM}=\overline{MC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{EM}$ …… ❷

이때 $\triangle BDG$와 $\triangle BME$에서

$\angle GBD$는 공통, $\angle BDG=\angle BME$ (동위각)

$\therefore\ \triangle BDG \backsim \triangle BME$ (AA 닮음)

따라서 닮음비는 $\overline{BG} : \overline{BE}=2 : 3$이므로 넓이의 비는

$2^2 : 3^2=4 : 9$ …… ❸

즉 $\triangle BDG : \square GDME=4 : (9-4)=4 : 5$이므로

$20 : \square GDME=4 : 5$, $4\square GDME=100$

$\therefore\ \square GDME=25\ (\mathrm{cm}^2)$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\triangle BDG$의 넓이 구하기	20 %
❷ $\overline{AD}/\!/\overline{EM}$임을 알기	20 %
❸ $\triangle BDG$와 $\triangle BME$의 넓이의 비 구하기	30 %
❹ $\square GDME$의 넓이 구하기	30 %

다른 풀이

(2) 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\square GDCE=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 120=40\ (\mathrm{cm}^2)$

이때 $\overline{BC}=2\overline{CD}=2\times 2\overline{MC}=4\overline{MC}$이므로

$\triangle EMC=\frac{1}{4}\triangle EBC=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\triangle ABC$

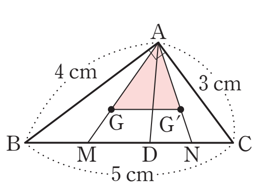
$=\frac{1}{8}\triangle ABC=\frac{1}{8}\times 120=15\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square GDME=\square GDCE-\triangle EMC$

$=40-15=25\ (\mathrm{cm}^2)$

05 답 $\frac{4}{3}\ \mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$, $\overline{AG'}$의 연장선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하면



$\overline{MN}=\overline{MD}+\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{CD})=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore\ \triangle AMN=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)=3\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle AGG'$과 $\triangle AMN$에서

$\angle GAG'$은 공통, $\overline{AG} : \overline{AM}=\overline{AG'} : \overline{AN}=2 : 3$

$\therefore\ \triangle AGG' \backsim \triangle AMN$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle AGG'$과 $\triangle AMN$의 닮음비가 $2 : 3$이므로 넓이의 비는

$2^2 : 3^2=4 : 9$

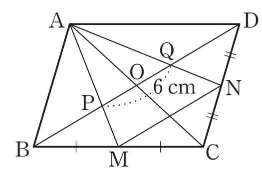
즉 $\triangle AGG' : \triangle AMN=4 : 9$이므로

$\triangle AGG' : 3=4 : 9$, $9\triangle AGG'=12$

$\therefore\ \triangle AGG'=\frac{4}{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

06 답 $9\ \mathrm{cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다.



따라서 $\overline{BP} : \overline{PO}=2 : 1$,

$\overline{DQ} : \overline{QO}=2 : 1$이고 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

이때 $\overline{PQ}=6\ \mathrm{cm}$이므로 $\overline{BD}=3\times 6=18\ (\mathrm{cm})$

한편 $\triangle BCD$에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 18=9\ (\mathrm{cm})$

다른 풀이

$\triangle APQ$와 $\triangle AMN$에서

$\angle PAQ$는 공통, $\overline{AP} : \overline{AM}=\overline{AQ} : \overline{AN}=2 : 3$

$\therefore\ \triangle APQ \backsim \triangle AMN$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AP} : \overline{AM}=\overline{PQ} : \overline{MN}$이므로

$2 : 3=6 : \overline{MN}$, $2\overline{MN}=18$ $\quad\therefore\ \overline{MN}=9\ (\mathrm{cm})$

07 답 $\frac{25}{3}\ \mathrm{cm}$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GC}=\frac{2}{3}\overline{PC}=\frac{2}{3}\times 10=\frac{20}{3}\ (\mathrm{cm})$

이때 점 R가 $\overline{GC}$의 중점이므로

$\overline{GR}=\frac{1}{2}\overline{GC}=\frac{1}{2}\times\frac{20}{3}=\frac{10}{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{GS}=\frac{1}{3}\overline{BS}=\frac{1}{3}\times 8=\frac{8}{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AQ}=\frac{2}{3}\times 7=\frac{14}{3}\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AGC$에서 $\overline{AS}=\overline{SC}$, $\overline{GR}=\overline{RC}$이므로

$\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AG}=\frac{1}{2}\times\frac{14}{3}=\frac{7}{3}\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle GRS$의 둘레의 길이는

$\overline{GR}+\overline{GS}+\overline{SR}=\frac{10}{3}+\frac{8}{3}+\frac{7}{3}=\frac{25}{3}\ (\mathrm{cm})$

08 답 $\frac{12}{7}$ cm²

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=24\ (cm^2)$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

따라서 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:8=3:4$이므로

$\triangle ABD:\triangle ADC=3:4$

$\therefore\ \triangle ABD=\frac{3}{7}\triangle ABC=\frac{3}{7}\times24=\frac{72}{7}\ (cm^2)$

또 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{BE}=\overline{EC}$

$\therefore\ \triangle ABE=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times24=12\ (cm^2)$

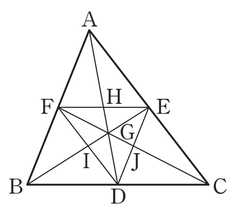
$\therefore\ \triangle ADE=\triangle ABE-\triangle ABD$

$=12-\frac{72}{7}=\frac{12}{7}\ (cm^2)$

09 답 ③, ⑤

세 점 D, E, F가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$의 중점이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{AB}/\!/\overline{ED}$, $\overline{BC}/\!/\overline{FE}$, $\overline{AC}/\!/\overline{FD}$



② $\triangle AFC$에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{AF}/\!/\overline{EJ}$

이므로 $\overline{EJ}=\frac{1}{2}\overline{AF}$

또 $\triangle BCF$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$,

$\overline{BF}/\!/\overline{DJ}$이므로 $\overline{DJ}=\frac{1}{2}\overline{BF}$

이때 $\overline{AF}=\overline{BF}$이므로 $\overline{EJ}=\overline{DJ}$

같은 방법으로 하면 $\overline{DI}=\overline{FI}$, $\overline{EH}=\overline{FH}$

즉 $\overline{DH}$, $\overline{EI}$, $\overline{FJ}$가 모두 $\triangle DEF$의 중선이므로 점 G는 $\triangle DEF$의 무게중심이다.

③ $\triangle ABD$에서 $\overline{AF}=\overline{FB}$, $\overline{FH}/\!/\overline{BD}$이므로

$\overline{AH}=\overline{HD}$

$\therefore\ \overline{GD}=\frac{2}{3}\overline{HD}=\frac{2}{3}\overline{AH}=\frac{2}{3}\times6=4\ (cm)$

④ □FBDE에서 $\overline{FB}/\!/\overline{ED}$, $\overline{FE}/\!/\overline{BD}$이므로

□FBDE는 평행사변형이다.

⑤ 점 G가 $\triangle DEF$의 무게중심이므로

$\triangle DEF=6\triangle FGH=6\times3=18\ (cm^2)$

이때 $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$ (SSS 닮음)이고

닮음비는 $2:1$이므로 넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$

$\therefore\ \triangle ABC=4\triangle DEF=4\times18=72\ (cm^2)$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

10 답 12 cm²

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD}:\overline{GD}=3:1$

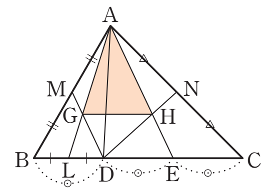
$\therefore\ \triangle ADF=3\triangle GDF=3\times8=24\ (cm^2)$

$\triangle ADC$에서 $\overline{GF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{AF}:\overline{FC}=\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\therefore\ \triangle FDC=\frac{1}{2}\triangle ADF=\frac{1}{2}\times24=12\ (cm^2)$

11 답 20 cm²



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 두 점 G, H는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 무게중심이므로 …… ❶

$\overline{AG}:\overline{GL}=2:1$,

$\overline{AH}:\overline{HE}=2:1$이고

$\triangle ABD=6\triangle GLD=6\times5=30\ (cm^2)$

이때 $\overline{BL}=\overline{LD}$이므로

$\triangle ALD=\frac{1}{2}\triangle ABD=\frac{1}{2}\times30=15\ (cm^2)$

또 $\overline{BD}=\overline{DE}$이므로 $\triangle ADE=\triangle ABD=30\ cm^2$

$\therefore\ \triangle ALE=\triangle ALD+\triangle ADE$

$=15+30=45\ (cm^2)$ …… ❷

한편 $\triangle AGH$와 $\triangle ALE$에서

$\angle GAH$는 공통, $\overline{AG}:\overline{AL}=\overline{AH}:\overline{AE}=2:3$

$\therefore\ \triangle AGH\backsim\triangle ALE$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle AGH$와 $\triangle ALE$의 닮음비는 $2:3$이므로 넓이의 비는

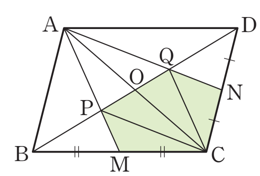
$2^2:3^2=4:9$ …… ❸

따라서 $\triangle AGH:\triangle ALE=4:9$, 즉 $\triangle AGH:45=4:9$

$9\triangle AGH=180\quad\therefore\ \triangle AGH=20\ (cm^2)$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ 두 점 G, H가 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 무게중심임을 알기	20 %
❷ $\triangle ALE$의 넓이 구하기	30 %
❸ $\triangle AGH$와 $\triangle ALE$의 넓이의 비 구하기	30 %
❹ $\triangle AGH$의 넓이 구하기	20 %

12 답 4 cm²



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다.

$\overline{PC}$, $\overline{QC}$를 그으면

□PMCO$=\triangle PMC+\triangle PCO$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{6}$□ABCD

$=\frac{1}{6}\times12=2\ (cm^2)$

□QOCN$=\triangle QOC+\triangle QCN$

$=\frac{1}{6}\triangle ACD+\frac{1}{6}\triangle ACD=\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{6}$□ABCD

$=\frac{1}{6}\times12=2\ (cm^2)$

$\therefore$ (오각형 PMCNQ의 넓이)$=$□PMCO$+$□QOCN

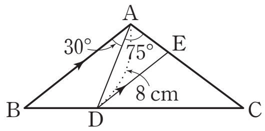
$=2+2=4\ (cm^2)$

학교 시험 최상위 기출 도전

96쪽~98쪽

01 답 12 cm

[전략] 점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋는다.



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 E라 하면 $\overline{AB} /\!/ \overline{ED}$이므로

$\angle ADE = \angle BAD = 30^\circ$ (엇각)

$\triangle ADE$에서

$\angle DEA = 180^\circ - (30^\circ + 75^\circ) = 75^\circ$

이므로 $\triangle ADE$는 $\overline{AD} = \overline{ED}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{ED} = \overline{AD} = 8$ cm

$\triangle CAB$에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{ED}$이므로

$\overline{CD} : \overline{CB} = \overline{ED} : \overline{AB}$, 즉 $2 : 3 = 8 : \overline{AB}$

$2\overline{AB} = 24 \qquad \therefore \overline{AB} = 12$ (cm)

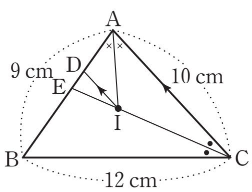
02 답 $\frac{90}{31}$ cm

[전략] 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 각의 이등분선의 성질을 이용한다.

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle ACE = \angle BCE$

따라서 $\overline{AE} : \overline{BE} = \overline{CA} : \overline{CB} = 10 : 12 = 5 : 6$

$\therefore \overline{AE} = \overline{AB} \times \frac{5}{5+6} = 9 \times \frac{5}{11} = \frac{45}{11}$ (cm)



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AI}$를 그으면

$\angle EAI = \angle CAI$이므로

$\overline{EI} : \overline{CI} = \overline{AE} : \overline{AC}$

$= \frac{45}{11} : 10 = 9 : 22$

$\triangle ECA$에서 $\overline{DI} /\!/ \overline{AC}$이므로

$\overline{EI} : \overline{EC} = \overline{DI} : \overline{AC}$, 즉 $9 : (9+22) = \overline{DI} : 10$

$31\overline{DI} = 90 \qquad \therefore \overline{DI} = \frac{90}{31}$ (cm)

03 답 48 cm^2

[전략] $\overline{CG}$가 $\angle C$의 이등분선임을 이용하여 $\overline{AF} : \overline{BF}$를 구한다.

$\overline{CG}$가 $\angle C$의 이등분선이므로

$\overline{AF} : \overline{BF} = \overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 3$

따라서 $\overline{AF} = 2a$ cm, $\overline{BF} = 3a$ cm라 하면

점 D가 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{BD} = \overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times (2a + 3a) = \frac{5}{2}a$ (cm)

$\therefore \overline{DF} = 3a - \frac{5}{2}a = \frac{1}{2}a$ (cm)

$\triangle ABC$에서 $\overline{BD} = \overline{DA}$, $\overline{BE} = \overline{EC}$이므로 $\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$

$\triangle GDF$와 $\triangle CAF$에서

$\angle GFD = \angle CFA$ (맞꼭지각), $\angle DGF = \angle ACF$ (엇각)

$\therefore \triangle GDF \backsim \triangle CAF$ (AA 닮음)

이때 $\triangle GDF$와 $\triangle CAF$의 닮음비는

$\overline{DF} : \overline{AF} = \frac{1}{2}a : 2a = 1 : 4$

이므로 넓이의 비는 $1^2 : 4^2 = 1 : 16$

즉 $\triangle GDF : \triangle CAF = 1 : 16$이므로

$2 : \triangle CAF = 1 : 16 \qquad \therefore \triangle CAF = 32$ (cm^2)

또 $\triangle AFC : \triangle FBC = \overline{AF} : \overline{BF}$이므로

$32 : \triangle FBC = 2 : 3$, $2\triangle FBC = 96$

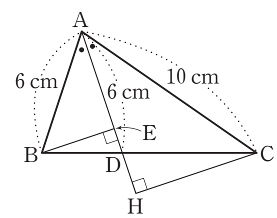
$\therefore \triangle FBC = 48$ (cm^2)

04 답 8 cm

[전략] 점 B에서 $\overline{AH}$에 내린 수선의 발을 E라 하고 닮음인 삼각형을 찾는다.

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 10 = 3 : 5$



오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AH}$에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\triangle BDE$와 $\triangle CDH$에서

$\angle BDE = \angle CDH$ (맞꼭지각),

$\angle BED = \angle CHD = 90^\circ$

$\therefore \triangle BDE \backsim \triangle CDH$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{DE} : \overline{DH} = \overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 5$이므로

$\overline{DE} = 3a$ cm, $\overline{DH} = 5a$ cm라 하자.

한편 $\triangle ABE$와 $\triangle ACH$에서

$\angle BAE = \angle CAH$, $\angle AEB = \angle AHC = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle ACH$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AH}$이므로

$3 : 5 = (6 - 3a) : (6 + 5a)$

$5(6 - 3a) = 3(6 + 5a)$, $30 - 15a = 18 + 15a$

$30a = 12 \qquad \therefore a = \frac{2}{5}$

$\therefore \overline{DH} = 5a = 5 \times \frac{2}{5} = 2$ (cm)

$\therefore \overline{AH} = \overline{AD} + \overline{DH} = 6 + 2 = 8$ (cm)

05 답 4 : 15

[전략] 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{RS}$의 길이를 먼저 구한다.

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$이므로 $\overline{AD} /\!/ \overline{PQ} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MS} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{MS} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$ (cm)

$\triangle ABD$에서 $\overline{BM} = \overline{MA}$, $\overline{MR} /\!/ \overline{AD}$이므로

$\overline{MR} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$ (cm)

$\therefore \overline{RS} = 15 - \frac{15}{2} = \frac{15}{2}$ (cm)

$\triangle AOD \backsim \triangle SOR$ (AA 닮음)이고 닮음비가

$\overline{AD} : \overline{SR} = 15 : \frac{15}{2} = 2 : 1$이므로 넓이의 비는

$2^2 : 1^2 = 4 : 1$

또 $\triangle SOR \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)이고 닮음비가

$\overline{RS} : \overline{BC} = \frac{15}{2} : 30 = 1 : 4$이므로 넓이의 비는

$1^2 : 4^2 = 1 : 16$

즉 $\triangle AOD : \triangle SOR : \triangle COB = 4 : 1 : 16$

$\therefore \triangle AOD : \square RBCS = 4 : (16-1) = 4 : 15$

06 답 4 cm

[전략] 점 O를 지나면서 $\overline{AD}$에 평행한 직선을 그어 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

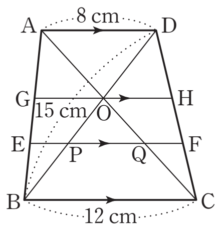
$\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서

$\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각), $\angle ADO = \angle CBO$ (엇각)

$\therefore \triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{OD} : \overline{OB} = \overline{AD} : \overline{CB} = 8 : 12 = 2 : 3$이므로

$\overline{OB} = \overline{BD} \times \frac{2}{2+3} = 15 \times \frac{3}{5} = 9$ (cm)



오른쪽 그림과 같이 점 O를 지나면서 $\overline{AD}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{GO}$이므로

$\overline{GO} : \overline{AD} = \overline{BO} : \overline{BD}$

$\overline{GO} : 8 = 9 : 15$, $15\overline{GO} = 72$

$\therefore \overline{GO} = \frac{24}{5}$ (cm)

$\overline{OP} = x$ cm라 하면 $\overline{BP} = \overline{OB} - \overline{OP} = 9 - x$ (cm)

이때 $\triangle GBO$에서 $\overline{EP} /\!/ \overline{GO}$이므로 $\overline{GO} : \overline{EP} = \overline{BO} : \overline{BP}$

$\frac{24}{5} : \overline{EP} = 9 : (9-x)$, $9\overline{EP} = \frac{24}{5}(9-x)$

$\therefore \overline{EP} = \frac{8}{15}(9-x)$ (cm)

$\triangle OBC$에서 $\overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\overline{PQ} : \overline{BC} = \overline{OP} : \overline{OB}$

$\overline{PQ} : 12 = x : 9$, $9\overline{PQ} = 12x$ $\qquad \therefore \overline{PQ} = \frac{4}{3}x$ (cm)

이때 $\overline{PQ} = 2\overline{EP}$이므로 $\frac{4}{3}x = \frac{16}{15}(9-x)$

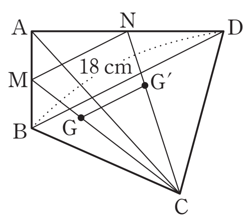
$20x = 16(9-x)$, $20x = 144 - 16x$

$36x = 144 \qquad \therefore x = 4$

따라서 $\overline{OP}$의 길이는 4 cm이다.

07 답 6 cm

[전략] $\overline{CG}$, $\overline{CG'}$의 연장선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하고 무게중심의 성질을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CG}$, $\overline{CG'}$의 연장선이 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하면 $\triangle ABD$에서

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{ND}$이므로

$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$ (cm)

$\triangle CG'G$와 $\triangle CNM$에서

$\angle GCG'$은 공통, $\overline{CG} : \overline{CM} = \overline{CG'} : \overline{CN} = 2 : 3$

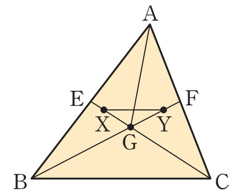
$\therefore \triangle CG'G \backsim \triangle CNM$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{CG} : \overline{CM} = \overline{GG'} : \overline{MN}$이므로

$2 : 3 = \overline{GG'} : 9$, $3\overline{GG'} = 18 \qquad \therefore \overline{GG'} = 6$ (cm)

08 답 81 cm²

[전략] $\overline{GX}$, $\overline{GY}$의 연장선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하고, 무게중심을 이용하여 $\overline{CG} : \overline{GX}$를 구한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{GX}$, $\overline{GY}$의 연장선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하자.

점 X가 $\triangle ABG$의 무게중심이므로

$\overline{GX} : \overline{XE} = 2 : 1$

이때 $\overline{GX} = 2a$ cm, $\overline{XE} = a$ cm라 하면

$\overline{GE} = 2a + a = 3a$ (cm)

또 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CG} = 2\overline{GE} = 2 \times 3a = 6a$ (cm)

$\therefore \overline{CG} : \overline{GX} = 6a : 2a = 3 : 1$

같은 방법으로 하면 $\overline{BG} : \overline{GY} = 3 : 1$

$\triangle XGY$와 $\triangle CGB$에서

$\angle XGY = \angle CGB$ (맞꼭지각), $\overline{XG} : \overline{CG} = \overline{YG} : \overline{BG} = 1 : 3$

$\therefore \triangle XGY \backsim \triangle CGB$ (SAS 닮음)

따라서 $\triangle XGY$와 $\triangle CGB$의 닮음비는 $1 : 3$이고 넓이의 비는

$1^2 : 3^2 = 1 : 9$이므로

$\triangle XGY : \triangle CGB = 1 : 9$, 즉 $3 : \triangle CGB = 1 : 9$

$\therefore \triangle CGB = 27$ (cm²)

$\therefore \triangle ABC = 3\triangle CGB = 3 \times 27 = 81$ (cm²)

09 답 45 cm²

[전략] 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 F는 $\overline{AE}$의 중점임을 이용하여 $\overline{FG} : \overline{GE}$를 구한다.

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GE} = 2 : 1$

$\therefore \triangle GDE = \frac{1}{2}\triangle ADG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\triangle ABC$

$= \frac{1}{12}\triangle ABC = \frac{1}{12} \times 240 = 20$ (cm²)

한편 $\overline{AG} = 2a$ cm, $\overline{GE} = a$ cm라 하면 $\overline{AE} = 2a + a = 3a$ (cm)

이때 $\overline{AF} = \overline{FE} = \frac{1}{2}\overline{AE} = \frac{3}{2}a$ (cm)이므로

$\overline{FG} = \overline{AG} - \overline{AF} = 2a - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}a$ (cm)

즉 $\overline{FG} : \overline{GE} = \frac{1}{2}a : a = 1 : 2$이므로

$\triangle GFD = \frac{1}{2}\triangle GDE = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ (cm²)

같은 방법으로 하면 $\overline{HG} : \overline{GD} = 1 : 2$이므로

$\triangle GEH = \frac{1}{2}\triangle GDE = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ (cm²)

$\triangle GHF = \frac{1}{2}\triangle GFD = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (cm²)

$\therefore \square DEHF = \triangle GDE + \triangle GFD + \triangle GEH + \triangle GHF$

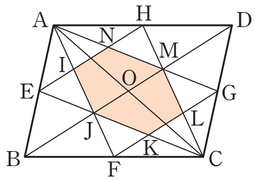
$= 20 + 10 + 10 + 5$

$= 45$ (cm²)

10 답 12 cm^2

[전략] 두 점 J, M이 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라 하자.



두 점 J, M은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\overline{BJ} : \overline{JO}=2:1$, $\overline{DM} : \overline{MO}=2:1$

이고 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로

$\overline{BJ}=\overline{JM}=\overline{MD}$

$\therefore \triangle AJM=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD=\frac{1}{6}\times 48=8\ (\text{cm}^2)$

한편 $\triangle ABD$에서 두 점 E, H가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$의 중점이므로

$\overline{EH} /\!/ \overline{BD}$

$\triangle AIN$과 $\triangle AJM$에서

$\angle IAN$은 공통, $\overline{AI} : \overline{AJ}=\overline{AN} : \overline{AM}=\overline{AE} : \overline{AB}=1:2$

$\therefore \triangle AIN \backsim \triangle AJM$ (SAS 닮음)

따라서 $\triangle AIN$과 $\triangle AJM$의 닮음비는 $1:2$이고

넓이의 비는 $1^2 : 2^2=1:4$

$\therefore \triangle AIN=\frac{1}{4}\triangle AJM=\frac{1}{4}\times 8=2\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \square IJMN=\triangle AJM-\triangle AIN=8-2=6\ (\text{cm}^2)$

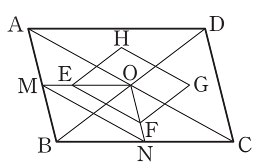
같은 방법으로 하면 $\square LMJK=6\text{ cm}^2$이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=6+6=12\ (\text{cm}^2)$

11 답 $\frac{9}{2}$배

[전략] $\overline{OE}$, $\overline{OF}$의 연장선이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하고 $\triangle OEF$와 $\triangle OMN$의 닮음비를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$의 연장선이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하자.



$\triangle OEF$와 $\triangle OMN$에서

$\angle EOF$는 공통,

$\overline{OE} : \overline{OM}=\overline{OF} : \overline{ON}=2:3$

$\therefore \triangle OEF \backsim \triangle OMN$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle OEF$와 $\triangle OMN$의 닮음비가 $2:3$이므로

넓이의 비는 $2^2 : 3^2=4:9$

$\therefore \triangle OEF=\frac{4}{9}\triangle OMN$

한편 $\triangle ABC$에서 세 점 M, N, O가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점이므로

$\overline{MO}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{BN}$, $\overline{ON}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\overline{MB}$

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\square OMBN$은 평행사변형이다.

$\therefore \square OMBN=2\triangle OMN$

$\therefore \square OMBN : \triangle OEF=2\triangle OMN : \frac{4}{9}\triangle OMN=9:2$

이때 $\square EFGH$는 $\overline{EH} /\!/ \overline{BD} /\!/ \overline{FG}$, $\overline{HG} /\!/ \overline{AC} /\!/ \overline{EF}$이므로 평행사변형이다.

즉 $\square EFGH=4\triangle OEF$이고 $\square ABCD=4\square OMBN$이므로

$\square ABCD : \square EFGH=4\square OMBN : 4\triangle OEF$

$=\square OMBN : \triangle OEF$

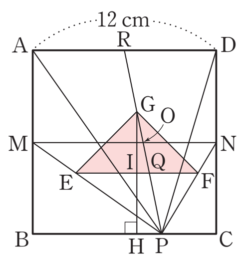
$=9:2$

따라서 $\square ABCD$의 넓이는 $\square EFGH$의 넓이의 $\frac{9}{2}$배이다.

12 답 16 cm^2

[전략] $\overline{PE}$, $\overline{PG}$, $\overline{PF}$의 연장선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 M, R, N이라 하고, $\overline{PR}$와 $\overline{MN}$이 만나는 점을 O, $\overline{PR}$와 $\overline{EF}$가 만나는 점을 Q라 할 때, $\overline{PQ} : \overline{QO} : \overline{OG} : \overline{GR}$를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PE}$, $\overline{PG}$, $\overline{PF}$의 연장선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 M, R, N이라 하고, $\overline{PR}$와 $\overline{MN}$이 만나는 점을 O, $\overline{PR}$와 $\overline{EF}$가 만나는 점을 Q라 하자.



두 점 E, F가 각각 $\triangle ABP$와 $\triangle DPC$의 무게중심이므로

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$

$\therefore \overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$

한편 $\triangle MPN$에서 $\overline{PE} : \overline{EM}=\overline{PF} : \overline{FN}=2:1$이므로

$\overline{EF} /\!/ \overline{MN}$, $\overline{PQ} : \overline{QO}=2:1$

이때 $\overline{QO}=a$ cm, $\overline{PQ}=2a$ cm라 하면

$\overline{PO}=\overline{PQ}+\overline{QO}=2a+a=3a\ (\text{cm})$

$\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$이므로

$\overline{RO}=\overline{OP}=3a$ cm

$\therefore \overline{RP}=\overline{RO}+\overline{OP}=3a+3a=6a\ (\text{cm})$

한편 점 G가 $\triangle APD$의 무게중심이므로

$\overline{RG}=\frac{1}{3}\overline{RP}=\frac{1}{3}\times 6a=2a\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{GO}=\overline{RO}-\overline{RG}=3a-2a=a\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{GQ}=\overline{GO}+\overline{OQ}=2a\ (\text{cm})$이므로

$\overline{GQ}=\overline{QP}$

점 G에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{EF}$와 $\overline{GH}$의 교점을 I라 하면 $\triangle GHP$에서

$\overline{GQ}=\overline{QP}$, $\overline{IQ} /\!/ \overline{HP}$이므로 $\overline{GI}=\overline{IH}$

$\therefore \triangle EFG=\triangle EPF$

한편 $\triangle EPF$와 $\triangle MPN$의 닮음비는 $2:3$이므로

넓이의 비는 $2^2 : 3^2=4:9$

$\therefore \triangle EPF=\frac{4}{9}\triangle MPN$

$=\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}\square MBCN=\frac{2}{9}\square MBCN$

$=\frac{2}{9}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{9}\square ABCD$

$=\frac{1}{9}\times 12\times 12=16\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle EFG=\triangle EPF=16\text{ cm}^2$

5 피타고라스 정리

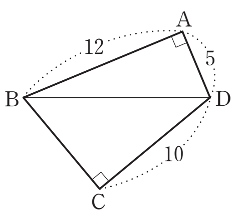
01 | 피타고라스 정리

개념 확인 101쪽~102쪽

01 답 17

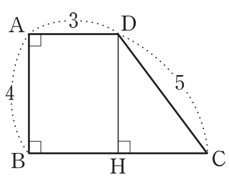
$\triangle$ADC에서 $\overline{AC}^2=10^2-6^2=64$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=8$
$\triangle$ABC에서 $x^2=(9+6)^2+8^2=289$
이때 $x>0$이므로 $x=17$

02 답 69



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\triangle$ABD에서
$\overline{BD}^2=12^2+5^2=169$
$\triangle$BCD에서
$\overline{BC}^2=169-10^2=69$

03 답 6



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{DH}=\overline{AB}=4$, $\overline{BH}=\overline{AD}=3$
$\triangle$DHC에서 $\overline{CH}^2=5^2-4^2=9$
이때 $\overline{CH}>0$이므로 $\overline{CH}=3$
$\therefore$ $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=3+3=6$

04 답 54 cm^2

$\overline{AC}^2=144$이고 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=12$ (cm)
□CBHI=□AFGB−□ACDE
$=225-144=81$ (cm^2)
즉 $\overline{BC}^2=81$이고 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=9$ (cm)
$\therefore$ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times9=54$ (cm^2)

05 답 65 cm^2

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)이므로
□EFGH는 정사각형이다.
$\triangle$AEH에서 $\overline{EH}^2=7^2+4^2=65$
$\therefore$ □EFGH$=\overline{EH}^2=65$ (cm^2)

06 답 ③

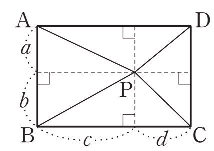
① $6^2\neq3^2+4^2$
② $10^2\neq5^2+8^2$
③ $25^2=7^2+24^2$
④ $17^2\neq11^2+15^2$
⑤ $20^2\neq13^2+15^2$
따라서 직각삼각형인 것은 ③이다.

참고
가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같으면 직각삼각형이다.

07 답 3 cm

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$7^2+9^2=\overline{BP}^2+11^2$ $\quad\therefore$ $\overline{BP}^2=9$
이때 $\overline{BP}>0$이므로 $\overline{BP}=3$ (cm)

100점 TIP



오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD의 내부에 있는 한 점 P에 대하여
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$
이 성립함을 설명하는 과정은 다음과 같다.
$\overline{AP}^2=a^2+c^2$ ...... ㉠
$\overline{BP}^2=b^2+c^2$ ...... ㉡
$\overline{CP}^2=b^2+d^2$ ...... ㉢
$\overline{DP}^2=a^2+d^2$ ...... ㉣
㉠+㉢을 하면 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=(a^2+c^2)+(b^2+d^2)$
㉡+㉣을 하면 $\overline{BP}^2+\overline{DP}^2=(b^2+c^2)+(a^2+d^2)$
$\therefore$ $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

08 답 50π cm^2

($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)$=32\pi+18\pi=50\pi$ (cm^2)

적중 & 심화 유형 연습 103쪽~111쪽

01 답 6

$\overline{BC}^2=4^2+2^2=20$
$\overline{BD}^2=20+2^2=24$
$\overline{BE}^2=24+2^2=28$
$\overline{BF}^2=28+2^2=32$
$x^2=32+2^2=36$이고 $x>0$이므로 $x=6$

02 답 20 cm

$\overline{BC}^2=16$이고 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4$ (cm)
$\overline{CG}^2=144$이고 $\overline{CG}>0$이므로 $\overline{CG}=12$ (cm)
$\overline{FG}=\overline{CG}=12$ cm이므로
$\triangle$FBG에서 $\overline{BF}^2=(4+12)^2+12^2=400$
이때 $\overline{BF}>0$이므로 $\overline{BF}=20$ (cm)

03 답 24 cm

$\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times5=15$ (cm)

점 D는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=15$ cm

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=15+15=30\ (\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=30^2-18^2=576$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=24\ (\text{cm})$

04 답 $15\ \text{cm}^2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=10^2-6^2=64$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=8\ (\text{cm})$

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$10:6=\overline{BD}:(8-\overline{BD})$, $6\overline{BD}=10(8-\overline{BD})$

$16\overline{BD}=80\qquad \therefore\ \overline{BD}=5\ (\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times 5\times 6=15\ (\text{cm}^2)$

05 답 $375\pi\ \text{cm}^3$

$\overline{OH}=15-10=5\ (\text{cm})$이므로

$\triangle OHB$에서 $\overline{HB}^2=10^2-5^2=75$

따라서 구하는 원뿔의 부피는

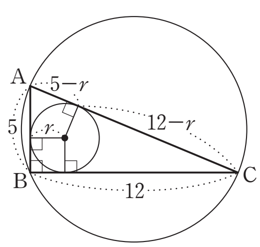
$\dfrac{1}{3}\times\pi\times\overline{HB}^2\times 15=\dfrac{1}{3}\times\pi\times 75\times 15=375\pi\ (\text{cm}^3)$

06 답 9π

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=5^2+12^2=169$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=13$

즉 외접원의 반지름의 길이는 $\dfrac{13}{2}$이다. …… ❶



오른쪽 그림과 같이 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$(5-r)+(12-r)=13$

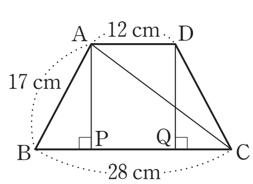
$2r=4\qquad \therefore\ r=2$ …… ❷

따라서 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차는

$2\pi\times\dfrac{13}{2}-2\pi\times 2=13\pi-4\pi=9\pi$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 외접원의 반지름의 길이 구하기	40 %
❷ 내접원의 반지름의 길이 구하기	40 %
❸ 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차 구하기	20 %

07 답 25 cm



오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$\overline{PQ}=\overline{AD}=12$ cm

$\triangle ABP$와 $\triangle DCQ$에서

$\angle APB=\angle DQC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABP=\angle DCQ$이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle DCQ$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{BP}=\overline{CQ}=\dfrac{1}{2}\times(28-12)=8\ (\text{cm})$

$\triangle ABP$에서 $\overline{AP}^2=17^2-8^2=225$

$\overline{PC}=\overline{BC}-\overline{BP}=28-8=20\ (\text{cm})$이므로

$\triangle APC$에서 $\overline{AC}^2=225+20^2=625$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=25\ (\text{cm})$

08 답 7 cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=15^2+20^2=625$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=25\ (\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{AE}\times\overline{AC}$이므로

$15^2=\overline{AE}\times 25\qquad \therefore\ \overline{AE}=9\ (\text{cm})$

$\overline{DC}^2=\overline{CF}\times\overline{AC}$이므로

$15^2=\overline{CF}\times 25\qquad \therefore\ \overline{CF}=9\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{AC}-\overline{AE}-\overline{CF}=25-9-9=7\ (\text{cm})$

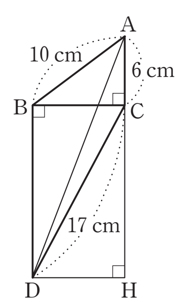
09 답 505

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=10^2-6^2=64$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=8\ (\text{cm})$

$\triangle BDC$에서 $\overline{BD}^2=17^2-8^2=225$

이때 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=15\ (\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{DH}=\overline{BC}=8$ cm, $\overline{CH}=\overline{BD}=15$ cm

따라서 $\triangle ADH$에서

$\overline{AD}^2=8^2+(6+15)^2=505$

10 답 $\dfrac{20}{3}$ cm

$\triangle APD$에서 $\overline{AP}^2=25^2-20^2=225$

이때 $\overline{AP}>0$이므로 $\overline{AP}=15\ (\text{cm})$

$\triangle APD$와 $\triangle BPQ$에서

$\angle PAD=\angle PBQ=90^\circ$, $\angle APD=\angle BPQ$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle APD\backsim\triangle BPQ$ (AA 닮음)

$\overline{BP}=\overline{AB}-\overline{AP}=20-15=5\ (\text{cm})$이므로

$\overline{DA}:\overline{QB}=\overline{AP}:\overline{BP}$에서 $20:\overline{QB}=15:5$

$15\overline{QB}=100\qquad \therefore\ \overline{QB}=\dfrac{20}{3}\ (\text{cm})$

11 답 1

$\overline{AQ}=\overline{AD}=\overline{BC}=10$ cm이므로

$\triangle ABQ$에서 $x^2=10^2-8^2=36$

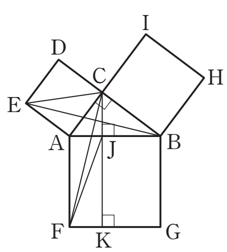
이때 $x>0$이므로 $x=6$

$\triangle ABQ$와 $\triangle QCP$에서
$\angle ABQ = \angle QCP = 90^\circ$, $\angle AQB = 90^\circ - \angle PQC = \angle QPC$
이므로 $\triangle ABQ \backsim \triangle QCP$ (AA 닮음)
$\overline{QC} = \overline{BC} - \overline{BQ} = 10 - 6 = 4$ (cm)이므로
$\overline{AQ} : \overline{QP} = \overline{AB} : \overline{QC}$에서 $10 : y = 8 : 4$
$8y = 40 \qquad \therefore y = 5$
$\therefore x - y = 6 - 5 = 1$

12 답 $\frac{625}{2}$ cm^2

$\triangle AFC = \frac{1}{2}\square AFKJ = \frac{1}{2}\square ACDE$
$= \frac{1}{2} \times 225 = \frac{225}{2}$ (cm^2)
$\triangle BCG = \frac{1}{2}\square JKGB = \frac{1}{2}\square BHIC$
$= \frac{1}{2} \times 400 = 200$ (cm^2)
따라서 $\triangle AFC$의 넓이와 $\triangle BCG$의 넓이의 합은
$\frac{225}{2} + 200 = \frac{625}{2}$ (cm^2)

100점 TIP
오른쪽 그림에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{BD}$이므로
$\triangle ACE = \triangle ABE$
$\triangle ABE \equiv \triangle AFC$ (SAS 합동)이므로
$\triangle ABE = \triangle AFC$
$\overline{AF} /\!/ \overline{CK}$이므로
$\triangle AFC = \triangle AFJ = \frac{1}{2}\square AFKJ$
$\therefore \square ACDE = 2\triangle ACE = \square AFKJ$



13 답 16 cm^2

4개의 직각삼각형이 모두 합동이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다. …… ❶
$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2 = 20^2 - 16^2 = 144$
이때 $\overline{BE} > 0$이므로 $\overline{BE} = 12$ (cm) …… ❷
$\overline{BF} = \overline{AE} = 16$ cm이므로
$\overline{EF} = \overline{BF} - \overline{BE} = 16 - 12 = 4$ (cm) …… ❸
$\therefore \square EFGH = 4^2 = 16$ (cm^2) …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\square EFGH$가 정사각형임을 알기	10 %
❷ $\overline{BE}$의 길이 구하기	40 %
❸ $\overline{EF}$의 길이 구하기	40 %
❹ $\square EFGH$의 넓이 구하기	10 %

14 답 ①, ⑤

① $\angle AHE = 30^\circ$인지 알 수 없다.
② $\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$이므로
$\square EFGH$는 정사각형이다.
$\therefore \angle EHG = 90^\circ$
③ $\square EFGH = c^2 = a^2 + b^2$
④ $\triangle AEH \equiv \triangle DHG$이므로 $\triangle AEH = \triangle DHG$
⑤ $\square EFGH = 4\triangle AEH$인지 알 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

15 답 82

$\triangle AEH$에서 $\overline{HE}^2 = 5^2 + 4^2 = 41$
$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)이므로
$\square EFGH$는 정사각형이고 $\overline{EF}^2 = \overline{HE}^2 = 41$
$\triangle HEF$에서 $\angle HEF = 90^\circ$이므로
$\overline{HF}^2 = \overline{HE}^2 + \overline{EF}^2 = 41 + 41 = 82$

16 답 17

$\square ACED = \square AGHB + \square BIJC$이므로
$4^2 = x + 10 \qquad \therefore x = 6$
$\square ACED = \square DFMN + \square EKLF$이므로
$4^2 = 5 + y \qquad \therefore y = 11$
$\therefore x + y = 6 + 11 = 17$

17 답 120 cm^2

$10^2 + 24^2 = 26^2$이므로 주어진 삼각형은 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 10 cm, 24 cm이고 빗변의 길이가 26 cm인 직각삼각형이다.
따라서 구하는 삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$ (cm^2)

18 답 2개

삼각형을 만들 수 있는 경우는
(2 cm, 3 cm, 4 cm), (2 cm, 4 cm, 5 cm), (3 cm, 4 cm, 5 cm)
이다.
이때 $2^2 + 3^2 \neq 4^2$, $2^2 + 4^2 \neq 5^2$, $3^2 + 4^2 = 5^2$이므로 직각삼각형이 아닌 것은 (2 cm, 3 cm, 4 cm), (2 cm, 4 cm, 5 cm)의 2개이다.

참고
삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.
예를 들어 (2 cm, 3 cm, 5 cm)인 경우 $2 + 3 = 5$이므로 삼각형을 만들 수 없다.

19 답 15

25가 가장 긴 변의 길이이므로 주어진 삼각형이 직각삼각형이 되려면 $x^2 + 20^2 = 25^2$
$\therefore x^2 = 25^2 - 20^2 = 225$
이때 $x > 0$이므로 $x = 15$

20 답 ④

$6^2 + 8^2 < 12^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A > 90^\circ$인 둔각삼각형이다.

21 답 1

x가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형이 되려면

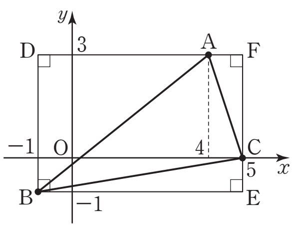
$10<x<16$ …… ㉠

또 주어진 삼각형이 예각삼각형이 되려면

$x^2<6^2+10^2 \quad \therefore x^2<136$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 자연수 x는 11의 1개이다.

22 답 예각삼각형



오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면

$\triangle$ADB에서 $\overline{AB}^2=5^2+4^2=41$

$\triangle$BEC에서 $\overline{BC}^2=6^2+1^2=37$

$\triangle$ACF에서 $\overline{AC}^2=1^2+3^2=10$

따라서 $\overline{AB}^2<\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로

$\triangle$ABC는 예각삼각형이다.

23 답 15

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$\overline{DP}^2-\overline{CP}^2=\overline{AP}^2-\overline{BP}^2=8^2-7^2=15$

24 답 42

$\overline{DC}=\overline{AB}=5$ cm이므로

$\triangle$DPC에서 $\overline{CP}^2=5^2-3^2=16$

이때 $\overline{CP}>0$이므로 $\overline{CP}=4$ (cm)

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$\overline{AP}^2+4^2=7^2+3^2 \quad \therefore \overline{AP}^2=42$

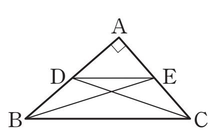
25 답 80

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4$

$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=4^2+8^2=80$

100점 TIP



오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 두 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 있을 때,

$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$

이 성립함을 설명하는 과정은 다음과 같다.

$\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{AE}^2$ …… ㉠

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ …… ㉡

$\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{AE}^2$ …… ㉢

$\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{AC}^2$ …… ㉣

㉠+㉡을 하면 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=(\overline{AD}^2+\overline{AE}^2)+(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2)$

㉢+㉣을 하면 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=(\overline{AB}^2+\overline{AE}^2)+(\overline{AD}^2+\overline{AC}^2)$

$\therefore \overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$

26 답 6

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

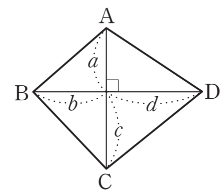
$9^2+13^2=\overline{AD}^2+15^2 \quad \therefore \overline{AD}^2=25$

$\triangle$AOD에서 $\overline{AO}^2=\overline{AD}^2-\overline{DO}^2=25-4^2=9$

이때 $\overline{AO}>0$이므로 $\overline{AO}=3$

$\therefore \triangle AOD=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$

100점 TIP



오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 두 대각선이 직교할 때,

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$

이 성립함을 설명하는 과정은 다음과 같다.

$\overline{AB}^2=a^2+b^2$ …… ㉠

$\overline{BC}^2=b^2+c^2$ …… ㉡

$\overline{CD}^2=c^2+d^2$ …… ㉢

$\overline{AD}^2=a^2+d^2$ …… ㉣

㉠+㉢을 하면 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=(a^2+b^2)+(c^2+d^2)$

㉡+㉣을 하면 $\overline{BC}^2+\overline{AD}^2=(b^2+c^2)+(a^2+d^2)$

$\therefore \overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$

27 답 32π cm^2

$\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times 12^2=72\pi$ (cm^2)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$72\pi-40\pi=32\pi$ (cm^2)

28 답 16 cm^2

$\overline{AB}=\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\triangle$ABC에서

$x^2+x^2=8^2$, $2x^2=64 \quad \therefore x^2=32$

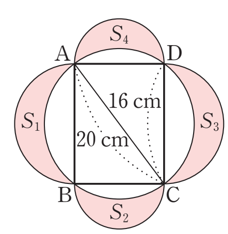
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$

$=\frac{1}{2}\times 32=16$ (cm^2)

29 답 192 cm^2

$\triangle$ACD에서 $\overline{AD}^2=20^2-16^2=144$

이때 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=12$ (cm) …… ❶



오른쪽 그림에서 $S_1+S_2=\triangle$ABC,

$S_3+S_4=\triangle$ACD이므로 …… ❷

(색칠한 부분의 넓이)

$=S_1+S_2+S_3+S_4$

$=\triangle ABC+\triangle ACD=$□ABCD

$=12\times 16=192$ (cm^2) …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
❷ $\triangle$ABC, $\triangle$ACD와 넓이가 같은 부분 알기	30 %
❸ 색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

30 답 3

$\overline{AA_1}=x$라 하면 $\overline{A_1B_1}=\overline{A_2B_2}=\overline{A_3B_3}=x$이므로

$\overline{AA_2}^2=\overline{AB_1}^2=x^2+x^2=2x^2$

$\overline{AA_3}^2=\overline{AB_2}^2=2x^2+x^2=3x^2$

$\overline{AA_4}^2=\overline{AB_3}^2=3x^2+x^2=4x^2$

즉 $4x^2=6^2=36$이므로 $x^2=9$

이때 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 $\overline{AA_1}$의 길이는 3이다.

31 답 $\frac{12}{5}$

$4x-3y+12=0$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$ $\quad\therefore$ A$(0, 4)$

$4x-3y+12=0$에 $y=0$을 대입하면 $x=-3$

$\therefore$ B$(-3, 0)$

$\triangle$ABO에서 $\overline{AB}^2=3^2+4^2=25$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=5$

따라서 $\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{OH}\times\overline{AB}$이므로

$4\times3=\overline{OH}\times5 \qquad \therefore \overline{OH}=\frac{12}{5}$

32 답 15 cm

$\triangle$BCD에서 $\overline{BD}^2=6^2+8^2=100$

이때 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=10$ (cm)

$\overline{AE}=4+10-1=13$ (cm)이므로

$\triangle$AEF에서 $\overline{AF}^2=13^2-5^2=144$

이때 $\overline{AF}>0$이므로 $\overline{AF}=12$ (cm)

$\overline{AG}=12+5=17$ (cm)이므로

$\triangle$AGH에서 $\overline{AH}^2=17^2-8^2=225$

이때 $\overline{AH}>0$이므로 $\overline{AH}=15$ (cm)

33 답 15

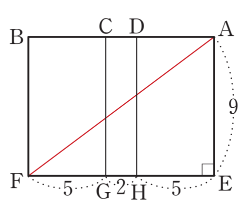
구하는 최단 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{AF}$의 길이와 같으므로

$\triangle$AFE에서

$\overline{AF}^2=(5+2+5)^2+9^2=225$

이때 $\overline{AF}>0$이므로 $\overline{AF}=15$

따라서 구하는 최단 거리는 15이다.



34 답 $\frac{120}{13}$ cm

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 ······ ❶

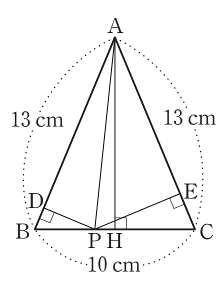
$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)

$\triangle$AHC에서

$\overline{AH}^2=13^2-5^2=144$

이때 $\overline{AH}>0$이므로 $\overline{AH}=12$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12=60$ (cm^2) ······ ❷



$\overline{AP}$를 그으면 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$이므로

$60=\frac{1}{2}\times13\times\overline{DP}+\frac{1}{2}\times13\times\overline{EP}$

$60=\frac{13}{2}(\overline{DP}+\overline{EP})$

$\therefore \overline{DP}+\overline{EP}=60\times\frac{2}{13}=\frac{120}{13}$ (cm) ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선의 발 내리기	10 %
❷ $\triangle$ABC의 넓이 구하기	40 %
❸ $\overline{DP}+\overline{EP}$의 길이 구하기	50 %

35 답 192

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$, $\overline{BF}$를 그으면

$\triangle$AEF와 $\triangle$ADF에서

$\angle AEF=\angle ADF=90^\circ$,

$\overline{AF}$는 공통, $\overline{EF}=\overline{DF}$이므로

$\triangle AEF\equiv\triangle ADF$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{AD}=4$

$\triangle$BEF와 $\triangle$BCF에서

$\angle BEF=\angle BCF=90^\circ$, $\overline{BF}$는 공통, $\overline{EF}=\overline{CF}$이므로

$\triangle BEF\equiv\triangle BCF$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{BE}=\overline{BC}=12$이므로

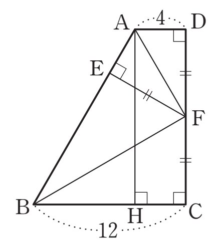
$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}=4+12=16$

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HC}=\overline{AD}=4$이므로 $\overline{BH}=12-4=8$

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}^2=16^2-8^2=192$

$\therefore \overline{CD}^2=\overline{AH}^2=192$



36 답 18

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}^2=9^2+12^2=225$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=15$

오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면

$\overline{AM}=\overline{CM}$, $\overline{AB}/\!/\overline{MD}$이므로

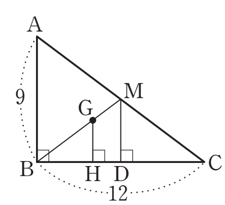
$\overline{MD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{9}{2}$

$\triangle$BDM에서 $\overline{GH}/\!/\overline{MD}$이고

점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{BG}:\overline{BM}=\overline{GH}:\overline{MD}$

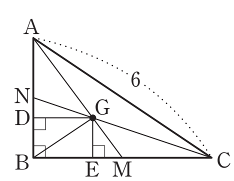
$2:3=\overline{GH}:\frac{9}{2}$, $3\overline{GH}=9 \qquad \therefore \overline{GH}=3$

$\therefore \overline{AC}+\overline{GH}=15+3=18$



37 답 24

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 M, $\overline{CG}$의 연장선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 N이라 하고, 점 G에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자.



$\overline{DB}=a$라 하면 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$이므로
$\overline{AD}:a=2:1$ $\quad\therefore \overline{AD}=2a$
$\overline{BE}=b$라 하면 $\overline{CE}:\overline{EB}=\overline{CG}:\overline{GN}=2:1$이므로
$\overline{CE}:b=2:1$ $\quad\therefore \overline{CE}=2b$
$\triangle ABC$에서
$(2a+a)^2+(b+2b)^2=6^2$ $\quad\therefore a^2+b^2=4$
$\therefore \overline{AG}^2+\overline{BG}^2+\overline{CG}^2=\{(2a)^2+b^2\}+(a^2+b^2)+\{a^2+(2b)^2\}$
$=6(a^2+b^2)$
$=6\times4=24$

38 답 $\frac{8}{3}$ cm

$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}^2=8^2+6^2=100$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=10$ (cm)
$\overline{B'C}=\overline{BC}=8$ cm이므로
$\overline{AB'}=\overline{AC}-\overline{B'C}=10-8=2$ (cm)
$\triangle APB'$과 $\triangle CAD$에서
$\angle AB'P=\angle CDA=90^\circ$, $\angle PAB'=\angle ACD$ (엇각)이므로
$\triangle APB' \backsim \triangle CAD$ (AA 닮음)
$\overline{AB'}:\overline{CD}=\overline{PB'}:\overline{AD}$에서
$2:6=\overline{PB'}:8$, $6\overline{PB'}=16$ $\quad\therefore \overline{PB'}=\frac{8}{3}$ (cm)
$\therefore \overline{BP}=\overline{PB'}=\frac{8}{3}$ cm

39 답 $\frac{25}{8}\pi$

$\triangle ABE$와 $\triangle ECD$에서
$\angle ABE=\angle ECD$, $\angle AEB=90^\circ-\angle DEC=\angle EDC$이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)
즉 $\overline{AB}:\overline{EC}=\overline{BE}:\overline{CD}$에서
$1:2=2:\overline{CD}$ $\quad\therefore \overline{CD}=4$
$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}^2=1^2+2^2=5$
$\triangle ECD$에서 $\overline{DE}^2=2^2+4^2=20$
$\triangle AED$에서 $\overline{AD}^2=\overline{AE}^2+\overline{DE}^2=5+20=25$
이때 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=5$
따라서 $\overline{AD}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{8}\pi$

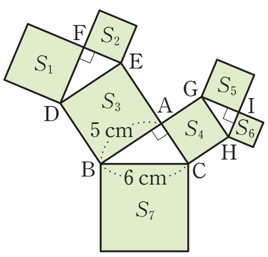
40 답 38 cm^2

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times$($\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times6^2=18$ (cm^2)
$\triangle AEC=\frac{1}{2}\times$($\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times4^2=8$ (cm^2)
이때 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=6^2+4^2=52$이므로
(오각형 ABDEC의 넓이)$=\triangle ABC+\square BDEC$
$=\frac{1}{2}\times6\times4+52=64$ (cm^2)
$\therefore \triangle ADE$
$=$(오각형 ABDEC의 넓이)$-(\triangle ABD+\triangle AEC)$
$=64-(18+8)=38$ (cm^2)

41 답 149

$\triangle AEH$와 $\triangle DHG$에서
$\angle A=\angle D=90^\circ$, $\overline{EH}=\overline{HG}$,
$\angle AHE=90^\circ-\angle DHG=\angle DGH$이므로
$\triangle AEH\equiv\triangle DHG$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{AE}=\overline{DH}=8$
$\triangle AEH$에서 $\overline{EH}^2=8^2+15^2=289$
이때 $\overline{EH}>0$이므로 $\overline{EH}=17$
$\therefore \overline{EL}=\overline{EH}-\overline{HL}=17-7=10$
$\triangle EIL$과 $\triangle HLK$에서
$\angle IEL=\angle LHK=90^\circ$, $\overline{IL}=\overline{LK}$,
$\angle ELI=90^\circ-\angle HLK=\angle HKL$이므로
$\triangle EIL\equiv\triangle HLK$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{EI}=\overline{HL}=7$
$\triangle EIL$에서 $\overline{IL}^2=7^2+10^2=149$
$\therefore \square IJKL=\overline{IL}^2=149$

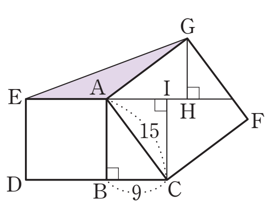
42 답 108 cm^2



오른쪽 그림과 같이 각 정사각형의 넓이를 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$이라 하면
$S_1+S_2=S_3$
$S_5+S_6=S_4$
$S_3+S_4=S_7$
$\therefore S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6+S_7$
$=S_3+S_3+S_4+S_4+S_7$
$=S_7+S_7+S_7$
$=3S_7$
$=3\times6^2$
$=108$ (cm^2)

43 답 54

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=15^2-9^2=144$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=12$
$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}=12$



오른쪽 그림과 같이 두 점 G, C에서 $\overline{EA}$의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하면
$\triangle GAH$와 $\triangle ACI$에서
$\angle GHA=\angle AIC=90^\circ$,

$\overline{GA}=\overline{AC}$, $\angle GAH=90°-\angle IAC=\angle ACI$이므로
$\triangle GAH\equiv\triangle ACI$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{GH}=\overline{AI}=\overline{BC}=9$이므로
$\triangle AGE=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{GH}=\frac{1}{2}\times12\times9=54$

44 답 288

x가 가장 긴 변의 길이일 때, $x^2=5^2+12^2=169$
12가 가장 긴 변의 길이일 때, $x^2=12^2-5^2=119$
따라서 모든 x^2의 값의 합은 $169+119=288$

45 답 29 : 35

$\triangle ABH$에서
$\overline{AB}^2=25^2=625$, $\overline{BH}^2+\overline{AH}^2=15^2+20^2=625$
따라서 $\overline{AB}^2=\overline{BH}^2+\overline{AH}^2$이므로
$\triangle ABH$는 $\angle AHB=90°$인 직각삼각형이다.
즉 $\overline{AH}\times\overline{BH}=\overline{AB}\times\overline{DH}$에서
$20\times15=25\times\overline{DH}$ $\quad\therefore \overline{DH}=12$
$\triangle AHC$에서 $\overline{AC}^2=20^2+21^2=841$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=29$
즉 $\overline{AH}\times\overline{CH}=\overline{AC}\times\overline{EH}$에서
$20\times21=29\times\overline{EH}$ $\quad\therefore \overline{EH}=\frac{420}{29}$
$\therefore \overline{DH}:\overline{EH}=12:\frac{420}{29}=29:35$

46 답 ④

① $\angle A>90°$이면 $24^2>18^2+x^2$ $\quad\therefore x^2<252$
② $\angle B<90°$이면 $x^2<18^2+24^2$ $\quad\therefore x^2<900$
③ $24^2>18^2+7^2$이므로 $\angle A>90°$인 둔각삼각형이다.
④ $30^2=18^2+24^2$이므로 $\angle B=90°$인 직각삼각형이다.
⑤ $18^2+24^2=900$이므로 $x^2<18^2+24^2$
이때 $\angle B<90°$이지만 예각삼각형인지는 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

47 답 9

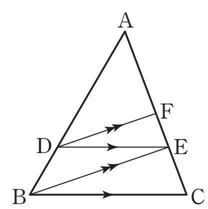
5개의 선분 중에서 3개를 골라 만들 수 있는 삼각형은 다음과 같다.
(4 cm, 6 cm, 8 cm) ➡ $8^2>4^2+6^2$이므로 둔각삼각형
(4 cm, 8 cm, 10 cm) ➡ $10^2>4^2+8^2$이므로 둔각삼각형
(4 cm, 10 cm, 12 cm) ➡ $12^2>4^2+10^2$이므로 둔각삼각형
(6 cm, 8 cm, 10 cm) ➡ $10^2=6^2+8^2$이므로 직각삼각형
(6 cm, 8 cm, 12 cm) ➡ $12^2>6^2+8^2$이므로 둔각삼각형
(6 cm, 10 cm, 12 cm) ➡ $12^2>6^2+10^2$이므로 둔각삼각형
(8 cm, 10 cm, 12 cm) ➡ $12^2<8^2+10^2$이므로 예각삼각형
…… ❶
따라서 $a=1$, $b=5$이므로
$2b-a=2\times5-1=9$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 만들 수 있는 삼각형을 구하고 각 삼각형이 어떤 삼각형인지 구하기	70 %
❷ $2b-a$의 값 구하기	30 %

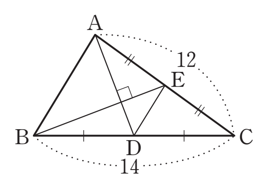
48 답 208

$\overline{FE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AF}:\overline{FD}=2:1$
$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AC}$에서
$\overline{DE}:12=2:3$, $3\overline{DE}=24$ $\quad\therefore \overline{DE}=8$
$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=8^2+12^2=208$

100점 TIP
오른쪽 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이면
(1) $\triangle ABC$에서
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$
(2) $\triangle ABE$에서
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AF}=\overline{BE}:\overline{DF}$

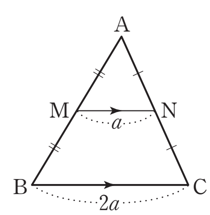


49 답 68

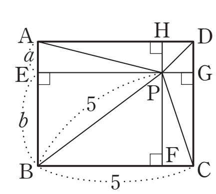


오른쪽 그림과 같이 $\overline{ED}$를 그으면
$\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로
$\overline{ED}=\frac{1}{2}\overline{AB}$
이때 □ABDE에서 $\overline{AD}\perp\overline{BE}$이고
$\overline{AE}=\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6$,
$\overline{BD}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times14=7$
즉 $\overline{AB}^2+\overline{ED}^2=\overline{AE}^2+\overline{BD}^2$에서
$\overline{AB}^2+\left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2=6^2+7^2$, $\frac{5}{4}\overline{AB}^2=85$
$\therefore \overline{AB}^2=85\times\frac{4}{5}=68$

100점 TIP
오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서
$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이면
(1) $\overline{MN}/\!/\overline{BC}$
(2) $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$



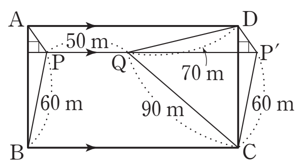
50 답 10



오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 평행한 직선을 각각 그어 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$와 만나는 점을 각각 E, F, G, H라 하고 $\overline{AE}=a$, $\overline{BE}=b$라 하자.
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$에서

$\overline{BP}^2-\overline{AP}^2=8$이므로
$\overline{CP}^2-\overline{DP}^2=\overline{BP}^2-\overline{AP}^2=8$
또 $\triangle APD : \triangle BPC=1 : 3$에서 $\overline{PH} : \overline{PF}=1 : 3$이므로
$a : b=1 : 3 \qquad \therefore b=3a$
$$\begin{aligned}\overline{CP}^2-\overline{DP}^2&=(\overline{PG}^2+b^2)-(\overline{PG}^2+a^2)\\&=b^2-a^2=(3a)^2-a^2\\&=8a^2\end{aligned}$$
즉 $8a^2=8$에서 $a^2=1$
이때 $a>0$이므로 $a=1$, $b=3$
$\triangle PBF$에서 $\overline{BF}^2=5^2-3^2=16$
이때 $\overline{BF}>0$이므로 $\overline{BF}=4$
$\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=5-4=1$이므로
$\triangle PFC$에서 $\overline{CP}^2=1^2+3^2=10$

51 답 20 m



오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABP$를 $\triangle DCP'$으로 평행이동하면 $\square DQCP'$에서 $\overline{DC}\perp\overline{QP'}$이므로
$\overline{DQ}^2+\overline{P'C}^2=\overline{DP'}^2+\overline{QC}^2$
$70^2+60^2=\overline{DP'}^2+90^2$
$\therefore \overline{DP'}^2=400$
이때 $\overline{DP'}>0$이므로 $\overline{DP'}=20\ (\mathrm{m})$
$\therefore \overline{PA}=\overline{P'D}=20\ \mathrm{m}$

52 답 50π

$\overline{BC}=48\times\dfrac{5}{4+5+3}=20$
$\therefore S_1+S_3=S_2=\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{20}{2}\right)^2=50\pi$

53 답 $30+\dfrac{25}{8}\pi$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=13^2-12^2=25$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=5$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\triangle ABC+(\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$
$-(\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$
$=\triangle ABC+(\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$
$=\dfrac{1}{2}\times12\times5+\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{5}{2}\right)^2$
$=30+\dfrac{25}{8}\pi$

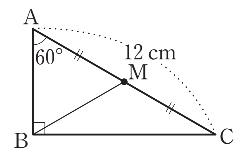
54 답 $18\pi\ \mathrm{cm}^2$

(색칠한 부분의 넓이)
$=(\overline{DE}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$
$+(\overline{GH}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$
$=\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{\overline{DE}}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{\overline{GH}}{2}\right)^2$
$=\dfrac{1}{8}\pi\times(\overline{DE}^2+\overline{GH}^2)$
$=\dfrac{1}{8}\pi\times(\overline{AC}^2+\overline{CB}^2)$
$=\dfrac{1}{8}\pi\times\overline{AB}^2$
$=\dfrac{1}{8}\pi\times12^2=18\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

적중 & 심화 실전 TEST

112쪽~113쪽

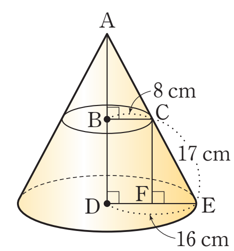
01 답 108



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BM}$을 그으면 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\times12=6\ (\mathrm{cm})$
이때 $\triangle MAB$는 정삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{AM}=6\ \mathrm{cm}$
$\therefore \overline{BC}^2=12^2-6^2=108$

02 답 $2240\pi\ \mathrm{cm}^3$

[전략] 피타고라스 정리를 이용하여 원뿔대의 높이를 먼저 구한다.



오른쪽 그림에서
$\overline{FE}=16-8=8\ (\mathrm{cm})$
$\triangle CFE$에서
$\overline{CF}^2=17^2-8^2=225$
이때 $\overline{CF}>0$이므로
$\overline{CF}=15\ (\mathrm{cm})$
$\overline{BC}\mathbin{/\!/}\overline{DE}$이고 $\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\overline{DE}$이므로
$\overline{AB}=\overline{BD}=15\ \mathrm{cm}$
따라서 원뿔대의 부피는
$\dfrac{1}{3}\times\pi\times16^2\times30-\dfrac{1}{3}\times\pi\times8^2\times15=2240\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

03 답 $\dfrac{25}{4}$ cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=6^2+8^2=100$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=10\ (\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{AO}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times10=5\ (\mathrm{cm})$
$\triangle AOP$와 $\triangle CBA$에서
$\angle PAO=\angle ACB$ (엇각), $\angle AOP=\angle CBA=90^\circ$이므로
$\triangle AOP \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)
$\overline{AP} : \overline{CA}=\overline{AO} : \overline{CB}$에서
$\overline{AP} : 10=5 : 8$
$8\overline{AP}=50 \qquad \therefore \overline{AP}=\dfrac{25}{4}\ (\mathrm{cm})$

04 답 68

$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)이므로

$\square EFGH$는 정사각형이다.

$\square EFGH$의 넓이가 34이므로 $\overline{EH}^2=\overline{EF}^2=34$

이때 $\triangle EFH$는 $\angle HEF=90°$인 직각이등변삼각형이므로

$\overline{HF}^2=\overline{EH}^2+\overline{EF}^2=34+34=68$

05 답 $\frac{60}{13}$

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=12^2+5^2=169$

$\overline{BC}^2=13^2=169$

즉 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle BAC=90°$인 직각삼각형이다.

따라서 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로

$12\times5=\overline{AH}\times13 \qquad \therefore \overline{AH}=\frac{60}{13}$

06 답 115

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$를 그으면

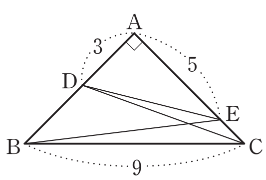
$\triangle ADE$에서

$\overline{DE}^2=3^2+5^2=34$

$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

$=34+9^2$

$=115$



07 답 $\frac{27}{5}$

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$54=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times12$

$6\overline{AB}=54 \qquad \therefore \overline{AB}=9$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=9^2+12^2=225$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=15$

따라서 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

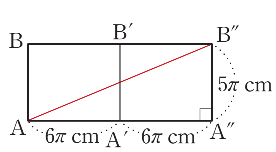
$9^2=\overline{BH}\times15 \qquad \therefore \overline{BH}=\frac{27}{5}$

08 답 13π cm

원기둥의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times3=6\pi$ (cm)

구하는 최단 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{AB''}$의 길이와 같으므로



$\triangle B''AA''$에서

$\overline{AB''}^2=(6\pi+6\pi)^2+(5\pi)^2=169\pi^2$

이때 $\overline{AB''}>0$이므로 $\overline{AB''}=13\pi$ (cm)

따라서 구하는 최단 거리는 13π cm이다.

09 답 8 cm^2

$\triangle ABQ$에서 $\overline{AQ}^2=10^2-8^2=36$

이때 $\overline{AQ}>0$이므로 $\overline{AQ}=6$ (cm)

$\therefore \overline{QC}=\overline{AC}-\overline{AQ}=8-6=2$ (cm)

$\triangle ABQ$와 $\triangle CPQ$에서

$\angle ABQ=\angle CPQ$ (엇각), $\angle AQB=\angle CQP$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle ABQ \backsim \triangle CPQ$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{CP}=\overline{AQ}:\overline{CQ}$에서 $8:\overline{CP}=6:2$

$6\overline{CP}=16 \qquad \therefore \overline{CP}=\frac{8}{3}$ (cm)

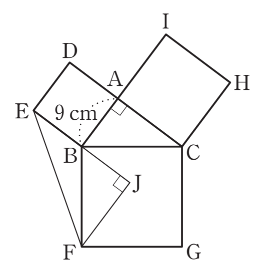
이때 $\angle PCQ=\angle BAQ=90°$ (엇각)이므로

$\triangle AQP=\frac{1}{2}\times\overline{AQ}\times\overline{CP}$

$=\frac{1}{2}\times6\times\frac{8}{3}=8$ (cm^2)

10 답 15 cm

오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{EB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 J라 하면 …… ❶



$\triangle EFB$의 넓이가 54 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times9\times\overline{JF}=54$

$\therefore \overline{JF}=12$ (cm) …… ❷

$\triangle ABC$와 $\triangle JBF$에서

$\angle BAC=\angle BJF=90°$, $\overline{BC}=\overline{BF}$,

$\angle ABC=90°-\angle CBJ=\angle JBF$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle JBF$ (RHA 합동) …… ❸

따라서 $\overline{AC}=\overline{JF}=12$ cm이므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=9^2+12^2=225$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=15$ (cm) …… ❹

채점 기준	비율
❶ 점 F에서 $\overline{EB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 J라 하기	10 %
❷ $\overline{JF}$의 길이 구하기	20 %
❸ $\triangle ABC\equiv\triangle JBF$임을 보이기	40 %
❹ $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %

11 답 5

5개의 막대 중에서 3개를 골라 만들 수 있는 삼각형은 다음과 같다.

(5, 7, 9) ➡ $9^2>5^2+7^2$이므로 둔각삼각형

(5, 9, 12) ➡ $12^2>5^2+9^2$이므로 둔각삼각형

(5, 9, 13) ➡ $13^2>5^2+9^2$이므로 둔각삼각형

(5, 12, 13) ➡ $13^2=5^2+12^2$이므로 직각삼각형

(7, 9, 12) ➡ $12^2>7^2+9^2$이므로 둔각삼각형

(7, 9, 13) ➡ $13^2>7^2+9^2$이므로 둔각삼각형

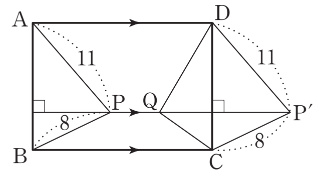
(7, 12, 13) ➡ $13^2<7^2+12^2$이므로 예각삼각형

(9, 12, 13) ➡ $13^2<9^2+12^2$이므로 예각삼각형

따라서 만들 수 있는 둔각삼각형의 개수는 5이다.

12 답 57

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABP$를 $\triangle DCP'$으로 평행이동하면 $\square DQCP'$에서 $\overline{DC} \perp \overline{QP'}$이므로



$\overline{DQ}^2 + \overline{CP'}^2 = \overline{DP'}^2 + \overline{QC}^2$

$\therefore \overline{DQ}^2 - \overline{QC}^2 = \overline{DP'}^2 - \overline{CP'}^2$

$= 11^2 - 8^2 = 57$

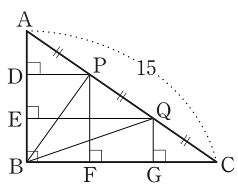
학교 시험 최상위 기출 도전 114쪽

01 답 125

[전략] 두 점 P, Q에서 각 변에 수선의 발을 내린다.

$\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QC} = \frac{1}{3}\overline{AC} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$

오른쪽 그림과 같이 두 점 P, Q에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하자.



$\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB} = a$,

$\overline{BF} = \overline{FG} = \overline{GC} = b$라 하면

$\triangle ADP$에서 $a^2 + b^2 = 5^2 = 25$

$\triangle PBF$에서 $\overline{BP}^2 = (2a)^2 + b^2 = 4a^2 + b^2$

$\triangle QBG$에서 $\overline{BQ}^2 = a^2 + (2b)^2 = a^2 + 4b^2$

$\therefore \overline{BP}^2 + \overline{BQ}^2 = (4a^2 + b^2) + (a^2 + 4b^2)$

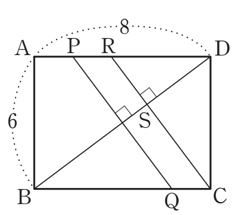
$= 5(a^2 + b^2)$

$= 5 \times 25 = 125$

02 답 $\frac{15}{2}$

[전략] 꼭짓점 C에서 $\overline{PQ}$와 평행한 직선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{PQ}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$와 만나는 점을 각각 R, S라 하면



$\triangle BCD$에서

$\overline{BD}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$

이때 $\overline{BD} > 0$이므로 $\overline{BD} = 10$

$\overline{CS} \perp \overline{BD}$이므로 $\overline{BC} \times \overline{DC} = \overline{CS} \times \overline{BD}$에서

$8 \times 6 = \overline{CS} \times 10 \qquad \therefore \overline{CS} = \frac{24}{5}$

$\triangle DRC$에서 $\overline{DC}^2 = \overline{CS} \times \overline{CR}$이므로

$6^2 = \frac{24}{5} \times \overline{CR} \qquad \therefore \overline{CR} = \frac{15}{2}$

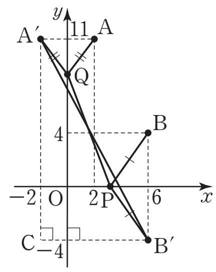
이때 $\square PQCR$는 평행사변형이므로

$\overline{PQ} = \overline{CR} = \frac{15}{2}$

03 답 17

[전략] 점 A를 y축에 대칭이동시키고, 점 B를 x축에 대칭이동시킨다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 y축에 대칭이동한 점을 A′, 점 B를 x축에 대칭이동한 점을 B′이라 하면



$A'(-2, 11)$, $B'(6, -4)$

$\overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP} = \overline{A'Q} + \overline{PQ} + \overline{B'P}$

이므로 $\overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP}$의 값이 최소가 되려면 네 점 A′, Q, P, B′이 일직선 위에 있어야 한다.

즉 $\overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP}$의 최솟값은 $\overline{A'B'}$의 길이와 같으므로 $\overline{A'B'}$을 빗변으로 하는 $\triangle A'CB'$을 그리면

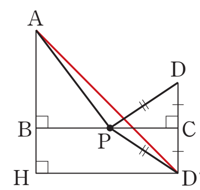
$\triangle A'CB'$에서 $\overline{A'B'}^2 = 8^2 + 15^2 = 289$

이때 $\overline{A'B'} > 0$이므로 $\overline{A'B'} = 17$

따라서 $\overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP}$의 최솟값은 17이다.

100점 TIP

오른쪽 그림과 같이 점 D를 $\overline{BC}$에 대칭이동한 점을 D′이라 하면 $\overline{BC}$ 위를 움직이는 점 P에 대하여



$\overline{AP} + \overline{DP} = \overline{AP} + \overline{D'P}$

이때 $\overline{AP} + \overline{D'P} \geq \overline{AD'}$이므로

$\overline{AP} + \overline{DP}$의 최솟값은 $\overline{AD'}$의 길이와 같다.

04 답 8

[전략] 점 R에서 $\overline{BC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{DC}$와 만나는 점을 E라 하고, 삼각형의 닮음을 이용한다.

$\overline{PC} = k$라 하면 $\overline{BP} = 3k$, $\overline{AB} = 4k$이므로

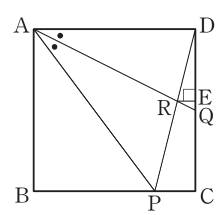
$\triangle ABP$에서 $\overline{AP}^2 = (3k)^2 + (4k)^2 = 25k^2$

이때 $\overline{AP} > 0$이므로 $\overline{AP} = 5k$

$\triangle APD$에서 $\overline{AD} = 4k$이고 $\overline{AR}$는 $\angle PAD$의 이등분선이므로

$\overline{PR} : \overline{DR} = \overline{AP} : \overline{AD} = 5k : 4k = 5 : 4$

오른쪽 그림과 같이 점 R에서 $\overline{BC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{DC}$와 만나는 점을 E라 하면 $\triangle DPC$에서



$\overline{RE} : \overline{PC} = \overline{DR} : \overline{DP} = 4 : 9$이므로

$\overline{RE} : k = 4 : 9$, $9\overline{RE} = 4k$

$\therefore \overline{RE} = \frac{4}{9}k$

또 $\triangle AQD$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{RE}$이므로

$\overline{AQ} : \overline{RQ} = \overline{AD} : \overline{RE} = 4k : \frac{4}{9}k = 9 : 1$

따라서 $\overline{AR} : \overline{RQ} = (9-1) : 1 = 8 : 1$이므로

$\overline{AR} = 8\overline{RQ} \qquad \therefore \frac{\overline{AR}}{\overline{RQ}} = 8$

6 경우의 수

01 | 경우의 수

개념 확인

118쪽

01 답 ⑤

① 짝수는 2, 4, 6이므로 구하는 경우의 수는 3
② 소수는 2, 3, 5이므로 구하는 경우의 수는 3
③ 3의 배수는 3, 6이므로 구하는 경우의 수는 2
④ 5의 배수는 5이므로 구하는 경우의 수는 1
⑤ 6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 구하는 경우의 수는 4
따라서 경우의 수가 가장 큰 것은 ⑤이다.

02 답 23

$a=5+3=8$, $b=5\times3=15$이므로
$a+b=8+15=23$

03 답 60

$5\times4\times3=60$

04 답 (1) 20 (2) 16

(1) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4, 5의 5개
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개
따라서 구하는 자연수의 개수는 $5\times4=20$
(2) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개
따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\times4=16$

05 답 (1) 90 (2) 120

(1) 10명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수는
$10\times9=90$
(2) 10명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수는
$\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$

06 답 15

구하는 선분의 개수는 6명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$

참고
$\overline{AB}$와 $\overline{BA}$는 같은 선분이다.

적중 & 심화 유형 연습

119쪽~127쪽

01 답 2

삼각형이 만들어지려면
(가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)
이어야 한다.
따라서 삼각형이 만들어지는 경우의 수는
(2 cm, 5 cm, 6 cm), (3 cm, 5 cm, 6 cm)의 2이다.

02 답 8

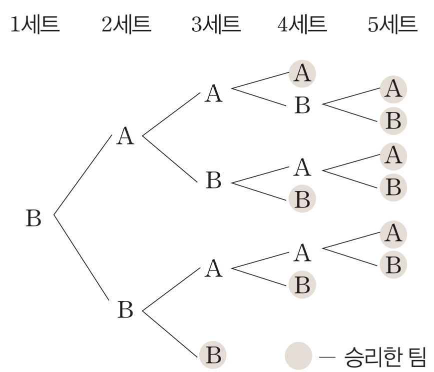
1600원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

500원(개)	3	3	2	2	2	2	2	1
100원(개)	1	0	6	5	4	3	2	7
50원(개)	0	2	0	2	4	6	8	8

따라서 구하는 경우의 수는 8이다.

03 답 10

승부가 나는 모든 경우를 1세트에서 5세트까지 이긴 팀만 나뭇가지 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 10이다.

04 답 24

$4a-2b>3$에서 $b<\dfrac{4a-3}{2}$이므로
(i) $a=1$일 때, $b<\dfrac{1}{2}$을 만족하는 b의 값은 없다.
(ii) $a=2$일 때, $b<\dfrac{5}{2}$이므로 $b=1, 2$의 2가지
(iii) $a=3$일 때, $b<\dfrac{9}{2}$이므로 $b=1, 2, 3, 4$의 4가지
(iv) $a=4$일 때, $b<\dfrac{13}{2}$이므로 $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6가지
(v) $a=5$일 때, $b<\dfrac{17}{2}$이므로 $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6가지
(vi) $a=6$일 때, $b<\dfrac{21}{2}$이므로 $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6가지

(ⅰ)~(ⅵ)에서 구하는 경우의 수는
$2+4+6+6+6=24$

05 답 4

두 직선이 서로 평행하려면 기울기가 같고 y절편이 달라야 하므로
$b=a-1$, $a\neq3$
위의 식을 모두 만족하는 순서쌍 (a, b)는
$(2, 1)$, $(4, 3)$, $(5, 4)$, $(6, 5)$이므로
구하는 경우의 수는 4이다.

06 답 2

$y=ax-5$에 $x=6$을 대입하면 $y=6a-5$ …… ❶
$y=-\frac{1}{2}x+2b$에 $x=6$을 대입하면
$y=-\frac{1}{2}\times6+2b=2b-3$ …… ❷
이때 $6a-5=2b-3$이므로 $b=3a-1$ …… ❸
위의 식을 만족하는 순서쌍 (a, b)는
$(1, 2)$, $(2, 5)$이므로
구하는 경우의 수는 2이다. …… ❹

채점 기준	비율
❶ $y=ax-5$에 $x=6$을 대입하여 y를 a의 식으로 나타내기	15 %
❷ $y=-\frac{1}{2}x+2b$에 $x=6$을 대입하여 y를 b의 식으로 나타내기	15 %
❸ a와 b 사이의 관계식 구하기	30 %
❹ 답 구하기	40 %

07 답 13

1부터 25까지의 자연수 중에서
소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23의 9개이고,
6의 배수는 6, 12, 18, 24의 4개이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $9+4=13$

08 답 16

두 눈의 수의 차가 2인 경우는 $(1, 3)$, $(2, 4)$, $(3, 1)$, $(3, 5)$, $(4, 2)$, $(4, 6)$, $(5, 3)$, $(6, 4)$의 8가지
두 눈의 수의 차가 3인 경우는 $(1, 4)$, $(2, 5)$, $(3, 6)$, $(4, 1)$, $(5, 2)$, $(6, 3)$의 6가지
두 눈의 수의 차가 5인 경우는 $(1, 6)$, $(6, 1)$의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $8+6+2=16$

09 답 10

10 이상 40 이하의 자연수 중에서 5의 배수는 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40의 7개이고, 7의 배수는 14, 21, 28, 35의 4개이다.
이때 5와 7의 공배수인 35의 배수는 35의 1개이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $7+4-1=10$

10 답 18

세 사람이 가위바위보를 할 때 일어나는 모든 경우의 수는
$3\times3\times3=27$
이때 비기는 경우를 순서쌍 (A, B, C)로 나타내면 다음과 같다.
(ⅰ) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우
(가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위), (보, 보, 보)의 3가지
(ⅱ) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우
(가위, 바위, 보), (가위, 보, 바위), (바위, 가위, 보),
(바위, 보, 가위), (보, 가위, 바위), (보, 바위, 가위)의 6가지
(ⅰ), (ⅱ)에서 비기는 경우의 수는 $3+6=9$
따라서 구하는 경우의 수는 $27-9=18$

11 답 64

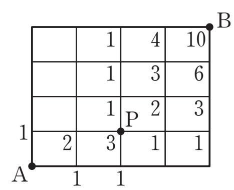
각 칸에 써넣을 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4의 4개이므로
구하는 암호의 개수는
$4\times4\times4=64$

12 답 45

교과 강좌에서 한 가지를 선택하는 경우의 수는 5
교과 강좌를 제외한 나머지 강좌에서 한 가지를 선택하는 경우의 수는 $3+6=9$
따라서 구하는 경우의 수는 $5\times9=45$

13 답 30

(ⅰ) A → P로 가는 방법의 수 : 3
(ⅱ) P → B로 가는 방법의 수 : 10
따라서 구하는 방법의 수는
$3\times10=30$



14 답 48

부모님을 한 명으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$
이때 부모님끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2\times1=2$
따라서 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$

15 답 24

구하는 경우의 수는 수학 교과서를 제외한 나머지 4권을 일렬로 꽂는 경우의 수와 같으므로
$4\times3\times2\times1=24$

16 답 120

구하는 경우의 수는 자리가 고정된 A, B를 제외한 나머지 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로
$5\times4\times3\times2\times1=120$

17 답 96

남학생 2명과 여학생 4명을 각각 한 명으로 생각하여 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$ …… ❶

이때 남학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2\times1=2$ …… ❷

여학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$ …… ❸

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times24=96$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ 남학생과 여학생을 각각 한 명으로 생각하여 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수 구하기	20 %
❷ 남학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수 구하기	30 %
❸ 여학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수 구하기	30 %
❹ 답 구하기	20 %

18 답 48

A에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지

D에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 2가지

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times3\times2\times2=48$

19 답 13

짝수는 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이다.

(ⅰ) □0인 경우 : 10, 20, 30, 40, 50의 5개

(ⅱ) □2인 경우 : 12, 32, 42, 52의 4개

(ⅲ) □4인 경우 : 14, 24, 34, 54의 4개

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 짝수의 개수는

$5+4+4=13$

20 답 11

(ⅰ) 1□인 경우 : 12, 13, 14, 15, 16의 5개

(ⅱ) 5□인 경우 : 56의 1개

(ⅲ) 6□인 경우 : 61, 62, 63, 64, 65의 5개

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 자연수의 개수는

$5+1+5=11$

21 답 204

(ⅰ) 1□□인 경우 : $5\times4=20$(개)

(ⅱ) 20□인 경우 : 201, 203, 204, 205

(ⅰ), (ⅱ)에서 23번째로 작은 수는 204이다.

22 답 120

라면 5종류 중에서 2종류를 주문하는 경우의 수는

$\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

떡볶이 2종류 중에서 1종류를 주문하는 경우의 수는 2

튀김 6종류 중에서 1종류를 주문하는 경우의 수는 6

따라서 구하는 경우의 수는

$10\times2\times6=120$

23 답 144

자녀 3명 중 양 끝에 설 2명을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{3\times2}{2\times1}=3$

양 끝에 선 자녀 2명끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2\times1=2$

양 끝에 선 자녀 2명을 제외한 나머지 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times2\times24=144$

24 답 8명

n명이 한 사람도 빠짐없이 서로 한 번씩 악수를 하는 총 횟수는

$\dfrac{n\times(n-1)}{2\times1}$

즉 $\dfrac{n\times(n-1)}{2\times1}=28$에서

$n\times(n-1)=56=8\times7$ $\quad\therefore n=8$

따라서 모임에 참석한 사람은 8명이다.

100점 TIP

n명 중 서로 다른 2명이 악수를 1번하므로 n명이 하는 악수의 총 횟수는 n명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같다.

➡ $\dfrac{n\times(n-1)}{2\times1}$

25 답 90

(ⅰ) 동아리 대표가 연기 담당 학생인 경우 :

연기 담당 학생 중에서 동아리 대표 1명을 뽑는 경우의 수는 5

연기 담당 학생 5명 중에서 4명이 남았으므로 연기 담당 부장 1명을 뽑는 경우의 수는 4

소품 담당 부장을 뽑는 경우의 수는 3

$\therefore 5\times4\times3=60$ …… ❶

(ⅱ) 동아리 대표가 소품 담당 학생인 경우 :

소품 담당 학생 중에서 동아리 대표 1명을 뽑는 경우의 수는 3

연기 담당 부장을 뽑는 경우의 수는 5

소품 담당 학생 3명 중에서 2명이 남았으므로 소품 담당 부장 1명을 뽑는 경우의 수는 2

$\therefore 3\times5\times2=30$ …… ❷

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는

$60+30=90$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 동아리 대표가 연기 담당 학생일 때, 경우의 수 구하기	40 %
❷ 동아리 대표가 소품 담당 학생일 때, 경우의 수 구하기	40 %
❸ 답 구하기	20 %

26 답 16

삼각형을 만드는 경우의 수는 4명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4 \qquad \therefore m=4$

반직선을 만드는 경우의 수는 4명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$4\times3=12 \qquad \therefore n=12$

$\therefore m+n=4+12=16$

참고

$\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 다른 반직선이다.

27 답 31

7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

그런데 반원의 지름 위에 있는 4개의 점 중에서 3개의 점을 뽑으면 삼각형이 만들어지지 않는다.

4개의 점 A, B, C, D 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $35-4=31$

28 답 30

7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

직선 l 위에 있는 3개의 중에서 3개의 점을 뽑는 경우의 수는 1

직선 m 위에 있는 4개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $35-1-4=30$

다른 풀이

직선 l 위에서 1개, 직선 m 위에서 2개의 점을 뽑는 경우의 수는

$3\times\dfrac{4\times3}{2\times1}=18$

직선 l 위에서 2개, 직선 m 위에서 1개의 점을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{3\times2}{2\times1}\times4=12$

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $18+12=30$

29 답 5

이등변삼각형의 세 변의 길이를 a cm, a cm, b cm(a, b는 자연수)라 하면 둘레의 길이가 24 cm이므로

$a+a+b=24 \qquad \therefore 2a+b=24$

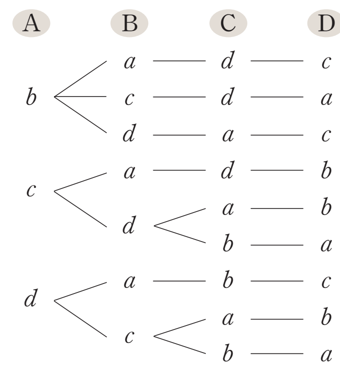
이때 (가장 긴 변의 길이)$<$(나머지 두 변의 길이의 합)이므로 이를 모두 만족하는 순서쌍 (a, b)는

$(7, 10)$, $(8, 8)$, $(9, 6)$, $(10, 4)$, $(11, 2)$이다.

따라서 구하는 이등변삼각형의 개수는 5이다.

30 답 9

A, B, C, D 네 학생의 사진을 각각 a, b, c, d라 하고, 네 학생이 모두 자신의 사진을 뽑지 않는 경우를 나뭇가지 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 9이다.

31 답 8

3개의 접시에 사탕 10개를 나누어 담을 때, 각 접시에 담은 사탕의 개수를 순서쌍으로 나타내면 $(1, 1, 8)$, $(1, 2, 7)$, $(1, 3, 6)$, $(1, 4, 5)$, $(2, 2, 6)$, $(2, 3, 5)$, $(2, 4, 4)$, $(3, 3, 4)$이다.

따라서 구하는 경우의 수는 8이다.

참고

3개의 접시가 똑같으므로 $(1, 1, 8)$, $(1, 8, 1)$, $(8, 1, 1)$은 구별할 수 없다. 따라서 한 가지 경우로 생각한다.

32 답 3

앞면이 x번, 뒷면이 y번 나왔다고 하면

$x+y=3$ …… ㉠

앞면이 나오면 오른쪽으로 1만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 2만큼 움직이므로

$x-2y=-3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=2$

따라서 앞면이 1번, 뒷면이 2번 나오면 점 P가 -3에 있다.

이때 앞면이 1번, 뒷면이 2번 나오는 경우는 (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)이므로 구하는 경우의 수는 3이다.

33 답 5

A가 이기는 경우를 A, B가 이기는 경우를 B, 비기는 경우를 E라 할 때, A는 1계단 이상, B는 4계단 이상 올라가면 게임에서 이기므로 승패가 결정되는 경우는 (A), (E), (B, A), (B, E), (B, B)이다.

따라서 구하는 경우의 수는 5이다.

34 답 15

$140=2^2\times5\times7$이므로 구슬에 적힌 수를 140으로 나눈 수가 유한소수가 되려면 구슬에 적힌 수가 7의 배수이어야 한다.
또 $260=2^2\times5\times13$이므로 구슬에 적힌 수를 260으로 나눈 수가 유한소수가 되려면 구슬에 적힌 수가 13의 배수이어야 한다.
이때 7의 배수는 7, 14, 28, ⋯, 70의 10개이고,
13의 배수는 13, 26, 39, 52, 65의 5개이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $10+5=15$

35 답 9

첫 번째 나온 눈의 수를 a, 두 번째 나온 눈의 수를 b라 하고, 두 점 P, Q가 같은 위치에 오게 되는 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 다음과 같다.
(i) 두 점 P, Q가 점 A에 오게 되는 경우 :
$(4, 4)$의 1가지 …… ❶
(ii) 두 점 P, Q가 점 B에 오게 되는 경우 :
$(3, 1)$, $(3, 5)$의 2가지 …… ❷
(iii) 두 점 P, Q가 점 C에 오게 되는 경우 :
$(2, 2)$, $(2, 6)$, $(6, 2)$, $(6, 6)$의 4가지 …… ❸
(iv) 두 점 P, Q가 점 D에 오게 되는 경우 :
$(1, 3)$, $(5, 3)$의 2가지 …… ❹
(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는
$1+2+4+2=9$ …… ❺

채점 기준	비율
❶ 두 점 P, Q가 점 A에 오게 되는 경우의 수 구하기	20 %
❷ 두 점 P, Q가 점 B에 오게 되는 경우의 수 구하기	20 %
❸ 두 점 P, Q가 점 C에 오게 되는 경우의 수 구하기	20 %
❹ 두 점 P, Q가 점 D에 오게 되는 경우의 수 구하기	20 %
❺ 답 구하기	20 %

36 답 135

[전략] 가장 작은 수는 20, 21, 22, 가장 큰 수는 44, 45가 될 수 있으므로 각 경우를 나누어 생각한다.
(i) 가장 작은 수가 20, 가장 큰 수가 44인 경우 :
나머지 수는 21, 22, 23, ⋯, 43 중 하나이므로 경우의 수는 23
(ii) 가장 작은 수가 20, 가장 큰 수가 45인 경우 :
나머지 수는 21, 22, 23, ⋯, 44 중 하나이므로 경우의 수는 24
(iii) 가장 작은 수가 21, 가장 큰 수가 44인 경우 :
나머지 수는 22, 23, 24, ⋯, 43 중 하나이므로 경우의 수는 22
(iv) 가장 작은 수가 21, 가장 큰 수가 45인 경우 :
나머지 수는 22, 23, 24, ⋯, 44 중 하나이므로 경우의 수는 23
(v) 가장 작은 수가 22, 가장 큰 수가 44인 경우 :
나머지 수는 23, 24, 25, ⋯, 43 중 하나이므로 경우의 수는 21
(vi) 가장 작은 수가 22, 가장 큰 수가 45인 경우 :
나머지 수는 23, 24, 25, ⋯, 44 중 하나이므로 경우의 수는 22
(i)~(vi)에서 구하는 경우의 수는
$23+24+22+23+21+22=135$

37 답 15

각 동전을 꺼내는 경우와 안 꺼내는 경우의 2가지가 있으므로 나올 수 있는 금액의 모든 경우의 수는
$2\times2\times2\times2=16$
이때 동전을 하나도 꺼내지 않는 경우는 없으므로 구하는 경우의 수는
$16-1=15$

다른 풀이
동전의 금액이 서로 다르므로 나올 수 있는 금액의 경우의 수는 동전을 꺼내는 경우의 수와 같다.
(i) 4개 중 1개를 꺼내는 경우의 수 : 4
(ii) 4개 중 2개를 꺼내는 경우의 수 : $\frac{4\times3}{2\times1}=6$
(iii) 4개 중 3개를 꺼내는 경우의 수 : $\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$
(iv) 4개 중 4개를 꺼내는 경우의 수 : 1
(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는
$4+6+4+1=15$

38 답 27

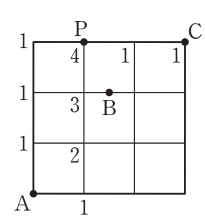
모든 경우의 수는 $6\times6=36$
두 눈의 수의 곱이 짝수가 되지 않는 경우는 두 눈의 수가 모두 홀수일 때이다.
두 눈의 수가 모두 홀수가 되는 경우의 수는 $3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는
$36-9=27$

39 답 38

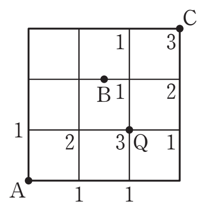
(i) $A\to B\to D$로 가는 경우의 수 : $2\times3=6$
(ii) $A\to C\to D$로 가는 경우의 수 : $3\times2=6$
(iii) $A\to B\to C\to D$로 가는 경우의 수 : $2\times2\times2=8$
(iv) $A\to C\to B\to D$로 가는 경우의 수 : $3\times2\times3=18$
(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는
$6+6+8+18=38$

40 답 14

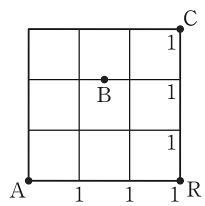
(i) $A\to P\to C$로 가는 경우의 수 :
$4\times1=4$



(ii) $A \to Q \to C$로 가는 경우의 수 :
$3 \times 3 = 9$



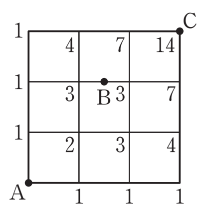
(iii) $A \to R \to C$로 가는 경우의 수 :
$1 \times 1 = 1$



(i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는
$4 + 9 + 1 = 14$

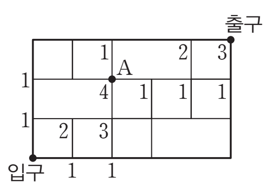
다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 직접 세어서 구할 수도 있다.



41 답 12

(i) 입구 → A로 가는 경우의 수 : 4
(ii) A → 출구로 가는 경우의 수 : 3
따라서 구하는 경우의 수는
$4 \times 3 = 12$



42 답 12

남학생 2명이 한 줄로 서는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
이때 남학생과 여학생이 번갈아 서려면 ㉠남㉡남㉢에서 여학생이 ㉠, ㉡, ㉢에 한 명씩 서야 한다.
여학생이 ㉠, ㉡, ㉢에 한 명씩 서는 경우의 수는 여학생 3명이 한 줄로 서는 경우의 수와 같으므로 $3 \times 2 \times 1 = 6$
따라서 구하는 경우의 수는
$2 \times 6 = 12$

43 답 $dacbe$

(i) a□□□□인 경우 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(개) …… ❶
(ii) b□□□□인 경우 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(개) …… ❷
(iii) c□□□□인 경우 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(개) …… ❸
(iv) dab□□인 경우 : $dabce$, $dabec$의 2개 …… ❹
(i)~(iv)에서 $24 + 24 + 24 + 2 = 74$이므로 75번째에 오는 문자는 $dacbe$이다. …… ❺

채점 기준	비율
❶ a로 시작하는 문자의 개수 구하기	20 %
❷ b로 시작하는 문자의 개수 구하기	20 %
❸ c로 시작하는 문자의 개수 구하기	20 %
❹ dab로 시작하는 문자의 개수 구하기	20 %
❺ 답 구하기	20 %

44 답 144

A와 E가 짝이 되어 첫 번째, 두 번째, 세 번째 줄 중에서 한 곳에 서는 경우의 수는 3
이때 A와 E가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
A와 E를 제외한 나머지 4명이 2명씩 짝이 되어 줄을 서는 경우의 수는 4명이 일렬로 서는 경우의 수와 같으므로
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
따라서 구하는 경우의 수는
$3 \times 2 \times 24 = 144$

45 답 12

(i) C□□□인 경우 :
A가 C보다 뒤에 서는 경우의 수는 3
B, D가 남은 두 자리에 한 줄로 서는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
$\therefore 3 \times 2 = 6$
(ii) □C□□인 경우 :
A가 C보다 뒤에 서는 경우의 수는 2
B, D가 남은 두 자리에 한 줄로 서는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
$\therefore 2 \times 2 = 4$
(iii) □□C□인 경우 :
A가 C보다 뒤에 서는 경우의 수는 1
B, D가 남은 두 자리에 한 줄로 서는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
$\therefore 1 \times 2 = 2$
(i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는
$6 + 4 + 2 = 12$

46 답 36

(i) A와 C에 같은 색을 칠하는 경우 :
A에 칠할 수 있는 색은 3가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 2가지
C에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색인 1가지
D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지
E에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 2가지
$\therefore 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2 = 24$
(ii) A와 C에 다른 색을 칠하는 경우 :
A에 칠할 수 있는 색은 3가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 2가지
C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 1가지
D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 1가지

E에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 2가지

$\therefore 3\times2\times1\times1\times2=12$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$24+12=36$

47 답 415

홀수는 일의 자리의 숫자가 1 또는 3 또는 5이다.

(i) 1□□인 경우 :

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 5의 2개

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 일의 자리에 온 숫자를 제외한 3개

$\therefore 2\times3=6$(개)

(ii) 2□□인 경우 :

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5의 3개

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 일의 자리에 온 숫자를 제외한 3개

$\therefore 3\times3=9$(개)

(iii) 3□□인 경우 :

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 5의 2개

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 3과 일의 자리에 온 숫자를 제외한 3개

$\therefore 2\times3=6$(개)

(iv) 41□인 경우 :

413, 415의 2개

(i)~(iv)에서 $6+9+6+2=23$이므로 23번째에 오는 수는 415이다.

48 답 414

(i) 1□□인 경우 : $6\times6=36$(개)

(ii) 2□□인 경우 : $6\times6=36$(개)

(iii) 3□□인 경우 : $6\times6=36$(개)

(iv) 41□인 경우 : 411, 412, 413, 414, 415, 416

(i)~(iv)에서 $36+36+36=108$이므로 112번째로 작은 수는 414이다.

49 답 52

(i) 4의 배수는 끝의 두 자리의 수가 4의 배수이다.

□04인 경우 : 4개, □12인 경우 : 3개, □20인 경우 : 4개,

□24인 경우 : 3개, □32인 경우 : 3개, □40인 경우 : 4개,

□52인 경우 : 3개

따라서 4의 배수의 개수는

$4+3+4+3+3+4+3=24$

(ii) 5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이다.

□□0인 경우 : 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4, 5의 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리에 온 숫자를 제외한 4개이므로 $5\times4=20$(개)

□□5인 경우 : 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4의 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리에 온 숫자를 제외한 4개이므로 $4\times4=16$(개)

따라서 5의 배수의 개수는 $20+16=36$

이때 4와 5의 공배수인 20의 배수는 120, 140, 240, 320, 340, 420, 520, 540의 8개이므로 구하는 4의 배수 또는 5의 배수의 개수는

$24+36-8=52$

100점 TIP

배수의 판정

(1) 3의 배수 : 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수인 수

(2) 4의 배수 : 끝의 두 자리의 수가 4의 배수인 수

(3) 5의 배수 : 일의 자리의 숫자가 0 또는 5인 수

(4) 9의 배수 : 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수인 수

50 답 40

[전략] 3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이므로 0, 1, 2, 3, 4, 5 중에서 세 수의 합이 3의 배수인 경우를 생각한다.

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이므로 0, 1, 2, 3, 4, 5 중에서 세 수의 합이 3의 배수인 경우는 (0, 1, 2), (0, 1, 5), (0, 2, 4), (0, 4, 5), (1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (3, 4, 5)이다.

(i) 0을 포함하는 경우 :

(0, 1, 2), (0, 1, 5), (0, 2, 4), (0, 4, 5)로 만들 수 있는 자연수의 개수는

$(2\times2\times1)\times4=16$

(ii) 0을 포함하지 않는 경우 :

(1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (3, 4, 5)로 만들 수 있는 자연수의 개수는

$(3\times2\times1)\times4=24$

(i), (ii)에서 구하는 3의 배수의 개수는

$16+24=40$

51 답 72

남학생 2명 중 앞줄에 설 1명을 뽑는 경우의 수는 2

여학생 3명 중 앞줄에 설 1명을 뽑는 경우의 수는 3

이때 앞줄에 서는 2명끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2\times1=2$

앞줄에 서는 2명을 제외한 나머지 학생 3명이 뒷줄에 일렬로 서는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times3\times2\times6=72$

52 답 26

(i) 2문제를 맞히는 경우의 수는 $\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

(ii) 3문제를 맞히는 경우의 수는 $\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

(iii) 4문제를 맞히는 경우의 수는 $\dfrac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2\times1}=5$

(iv) 5문제를 모두 맞히는 경우의 수는 1

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 경우의 수는

$10+10+5+1=26$

다른 풀이

적어도 두 문제 이상 맞히는 경우의 수는 모든 경우의 수에서 5문제를 모두 틀리는 경우의 수와 1문제를 맞히는 경우의 수를 빼면 된다.

모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2\times2=32$

5문제를 모두 틀리는 경우의 수는 1

1문제를 맞히는 경우의 수는 5

따라서 구하는 경우의 수는

$32-(1+5)=26$

53 답 34

(가)에서 한 조에서 6개의 팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때 경기 수는

$\frac{6\times5}{2\times1}=15$

이때 2개의 조가 있으므로 경기 수는 $15\times2=30$

(나)에서 한 조에서 1위인 팀과 다른 조에서 2위인 팀이 하는 경기 수는 2

(다)에서 1위, 2위를 정하는 경기 수는 1

3위, 4위를 정하는 경기 수는 1

따라서 모든 경기 수는

$30+2+1+1=34$

54 답 20

5명의 선수 중 등 번호와 같은 숫자가 적힌 의자에 앉는 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$

나머지 3명의 등 번호를 A, B, C라 하고 3명 모두 등 번호와 다른 숫자가 적힌 의자에 앉는 경우를 표로 나타내면 다음과 같으므로 2가지이다.

의자에 적힌 숫자	A	B	C
앉는 선수의 등 번호	B	C	A
	C	A	B

따라서 구하는 경우의 수는

$10\times2=20$

적중 & 심화 실전 TEST

128쪽~129쪽

01 답 6

550원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

100원(개)	5	5	4	4	3	3
50원(개)	1	0	3	2	5	4
10원(개)	0	5	0	5	0	5

따라서 구하는 경우의 수는 6이다.

02 답 22

(ⅰ) 두 수의 차가 1인 경우 :

(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 10), (10, 11), (11, 12), (12, 13), (13, 14), (14, 15), (15, 16), (16, 17), (17, 18), (18, 19)의 18가지

(ⅱ) 두 수의 차가 15인 경우 :

(1, 16), (2, 17), (3, 18), (4, 19)의 4가지

따라서 구하는 경우의 수는

$18+4=22$

03 답 3

각 칸에 써넣을 수 있는 숫자는 n개이므로 만들 수 있는 암호의 개수는 $n\times n\times n\times n=n^4$

즉 $n^4=81=3^4$에서 $n=3$

04 답 46

(ⅰ) 34□인 경우 : 342, 345의 2개

(ⅱ) 35□인 경우 : 350, 351, 352, 354의 4개

(ⅲ) 4□□인 경우 : $5\times4=20$(개)

(ⅳ) 5□□인 경우 : $5\times4=20$(개)

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 자연수의 개수는

$2+4+20+20=46$

05 답 60

40개국을 똑같이 10개의 조로 나누면 한 조에 4개국으로 나누어진다.

4개국이 서로 한 번씩 경기를 할 때 경기 수는

$\frac{4\times3}{2\times1}=6$

이때 10개의 조가 있으므로 모든 경기 수는

$6\times10=60$

06 답 5

구하는 사각형의 개수는 5명 중에서 자격이 같은 대표 4명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2\times1}=5$

07 답 8

(ⅰ) 한 계단씩 5번 오르는 경우 :

(1, 1, 1, 1, 1)의 1가지

(ⅱ) 한 계단씩 3번, 두 계단씩 1번 오르는 경우 :

(1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 1), (1, 2, 1, 1), (2, 1, 1, 1)의 4가지

(ⅲ) 한 계단씩 1번, 두 계단씩 2번 오르는 경우 :

(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)의 3가지

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 경우의 수는

$1+4+3=8$

08 답 8

(ⅰ) $ax-3b=0$에 $x=2$를 대입하면

$2a-3b=0 \qquad \therefore b=\frac{2}{3}a$

위의 식을 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(3, 2)$, $(6, 4)$이므로 경우의 수는 2 …… ❶

(ⅱ) $ax-3b=0$에 $x=3$을 대입하면

$3a-3b=0 \qquad \therefore a=b$

위의 식을 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$이므로 경우의 수는 6 …… ❷

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는 $2+6=8$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 방정식의 해가 $x=2$인 경우의 수 구하기	40 %
❷ 방정식의 해가 $x=3$인 경우의 수 구하기	40 %
❸ 답 구하기	20 %

09 답 20

$a<b<c$를 만족하는 순서쌍 (a, b, c)는 다음과 같다.

(ⅰ) $a=1$인 경우 :

$(1, 2, 3)$, $(1, 2, 4)$, $(1, 2, 5)$, $(1, 2, 6)$, $(1, 3, 4)$, $(1, 3, 5)$, $(1, 3, 6)$, $(1, 4, 5)$, $(1, 4, 6)$, $(1, 5, 6)$의 10가지

(ⅱ) $a=2$인 경우 :

$(2, 3, 4)$, $(2, 3, 5)$, $(2, 3, 6)$, $(2, 4, 5)$, $(2, 4, 6)$, $(2, 5, 6)$의 6가지

(ⅲ) $a=3$인 경우 :

$(3, 4, 5)$, $(3, 4, 6)$, $(3, 5, 6)$의 3가지

(ⅳ) $a=4$인 경우 :

$(4, 5, 6)$의 1가지

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 경우의 수는

$10+6+3+1=20$

10 답 25

두 수의 곱이 홀수가 되는 경우는 두 수가 모두 홀수일 때이다.

a가 홀수인 경우는 1, 3, 5, 7, 9의 5가지

b가 홀수인 경우는 11, 13, 15, 17, 19의 5가지

따라서 구하는 경우의 수는 $5\times5=25$

11 답 20

[전략] D가 왼쪽에서 2번째, 3번째, 4번째에 있는 경우로 나누어 생각한다.

(ⅰ) □D□□□인 경우 :

A를 D보다 왼쪽에 놓는 경우의 수는 1

B, C, E를 D보다 오른쪽에 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

$\therefore 1\times6=6$

(ⅱ) □□D□□인 경우 :

A를 D보다 왼쪽에 놓는 경우의 수는 2

E를 D보다 오른쪽에 놓는 경우의 수는 2

B, C를 남은 두 자리에 일렬로 배열하는 경우의 수는 $2\times1=2$

$\therefore 2\times2\times2=8$

(ⅲ) □□□D□인 경우 :

A, B, C를 D보다 왼쪽에 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

E를 D보다 오른쪽에 놓는 경우의 수는 1

$\therefore 6\times1=6$

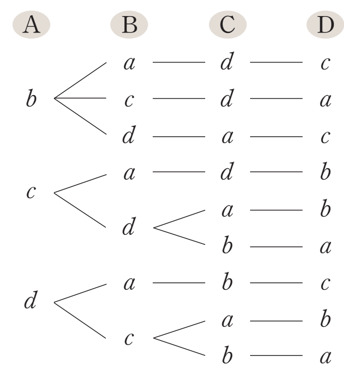
(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 경우의 수는

$6+8+6=20$

12 답 45

5명의 학생 중 자신의 가방을 드는 학생을 한 명 뽑는 경우의 수는 5

나머지 4명의 학생을 A, B, C, D, 각 학생의 가방을 a, b, c, d라 하고, 네 학생이 모두 다른 사람의 가방을 드는 경우를 나뭇가지 그림으로 나타내면 다음과 같이 9가지이다.



따라서 구하는 경우의 수는

$5\times9=45$

학교 시험 최상위 기출 도전

130쪽

01 답 10

[전략] 높이가 1 cm인 사다리꼴의 넓이가 2 cm^{2}가 되려면 윗변의 길이와 아랫변의 길이의 합은 4 cm가 되어야 한다.

사각형을 만들려면 직선 l 위에 있는 점 중에서 2개, 직선 m 위에 있는 점 중에서 2개를 뽑아야 한다.

이때 $l \,/\!/\, m$이므로 만들 수 있는 사각형은 높이가 1 cm인 사다리꼴이고, 이 사다리꼴의 넓이가 2 cm^{2}가 되어야 하므로 윗변의 길이와 아랫변의 길이의 합은 4 cm가 되어야 한다.

(ⅰ) 윗변의 길이가 1 cm인 경우 :

□AEHB, □BEHC, □CEHD의 3개

(ⅱ) 윗변의 길이가 2 cm인 경우 :

□AEGC, □AFHC, □BEGD, □BFHD의 4개

(iii) 윗변의 길이가 3 cm인 경우 :

□AEFD, □AFGD, □AGHD의 3개

(i)~(iii)에서 구하는 사각형의 개수는

$3+4+3=10$

02 답 128

[전략] 각각의 다각형과 원을 그리는 경우는 시계 방향과 시계 반대 방향의 2가지이다.

오각형, 삼각형, 원, 사각형을 그리는 경우는 시계 방향과 시계 반대 방향의 2가지이므로 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

오각형과 삼각형의 순서를 바꾸어 그리는 경우의 수는 2

원과 사각형의 순서를 바꾸어 그리는 경우의 수는 2

출발점을 바꾸는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는

$16\times2\times2\times2=128$

03 답 66

[전략] 8이 1번 사용된 경우와 2번 사용된 경우로 나누어 생각한다.

(i) 한 자리 자연수 중에서 8이 1번 사용된 경우는

8의 1개

(ii) 두 자리 자연수 중에서 8이 1번 사용된 경우는

□8인 경우 : 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 8을 제외한 8개

8□인 경우 : 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 8을 제외한 9개

(iii) 세 자리 자연수 중에서 8이 1번 사용된 경우는

1□8인 경우 : 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 8을 제외한 9개

2□8인 경우 : 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 8을 제외한 9개

3□8인 경우 : 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개

□8□인 경우 : 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2의 2개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 8을 제외한 9개이므로

$2\times9=18$(개)

(iv) 두 자리 자연수 중에서 8이 2번 사용된 경우는

88의 1개

(v) 세 자리 자연수 중에서 8이 2번 사용된 경우는

188, 288의 2개

(i)~(v)에서 구하는 8의 개수는

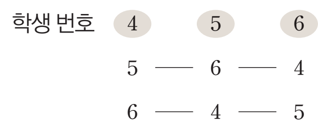
$1+8+9+9+9+6+18+1\times2+2\times2=66$

04 답 20

[전략] 1번, 2번, 3번 학생만 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우와 1번, 3번 학생만 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우, 2번, 3번 학생만 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우로 나누어 생각한다.

(i) 1번, 2번, 3번 학생만 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우 :

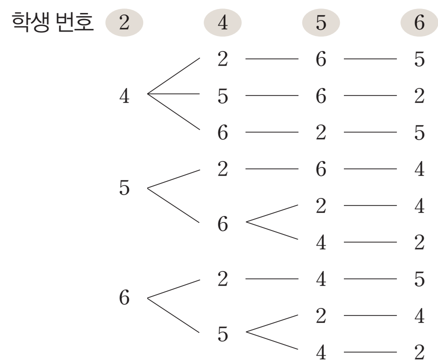
4번, 5번, 6번 학생이 자신의 번호가 적힌 의자에 앉지 않는 경우를 나뭇가지 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경우의 수는 2이다.

(ii) 1번, 3번 학생만 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우 :

2번, 4번, 5번, 6번 학생이 자신의 번호가 적힌 의자에 앉지 않는 경우를 나뭇가지 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경우의 수는 9이다.

(iii) 2번, 3번 학생만 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우 :

1번, 4번, 5번, 6번 학생이 자신의 번호가 적힌 의자에 앉지 않는 경우의 수는 (ii)의 경우의 수와 같으므로 9이다.

(i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는

$2+9+9=20$

7 확률

01 | 확률

개념 확인 133쪽

01 답 $\frac{1}{12}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 합이 10인 경우는 $(4, 6)$, $(5, 5)$, $(6, 4)$의 3가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

02 답 $\frac{1}{3}$

모든 경우의 수는 $\frac{6\times5}{2\times1}=15$

A가 대표로 뽑히는 경우의 수는 A를 제외한 나머지 5명 중에서 대표 1명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 5

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

03 답 ㉠, ㉡, ㉣

㉢ $0\le q\le1$

㉤ $q=0$이면 $p=1$이므로 사건 A는 반드시 일어난다.

04 답 $\frac{11}{15}$

1학년 학생이 뽑힐 확률은 $\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

2학년 학생이 뽑힐 확률은 $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{11}{15}$

05 답 $\frac{1}{8}$

주머니 A에서 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

주머니 B에서 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{8}$

06 답 $\frac{15}{56}$

민지가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{8}$

유리가 당첨 제비가 아닌 것을 뽑을 확률은 $\frac{5}{7}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}=\frac{15}{56}$

적중 & 심화 유형 연습 134쪽~145쪽

01 답 9

주머니에 들어 있는 공의 개수는

$7+6+x+2=x+15$

빨간 공이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$이므로

$\frac{6}{x+15}=\frac{1}{4}$

$x+15=24$ $\quad\therefore x=9$

02 답 $\frac{1}{3}$

모든 경우의 수는 $6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

부모님이 이웃하여 서는 경우의 수는

$(5\times4\times3\times2\times1)\times(2\times1)=240$

따라서 구하는 확률은 $\frac{240}{720}=\frac{1}{3}$

03 답 $\frac{13}{25}$

모든 경우의 수는 $5\times5=25$ …… ❶

짝수는 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이다.

(i) □0인 경우 : 10, 20, 30, 40, 50의 5가지

(ii) □2인 경우 : 12, 32, 42, 52의 4가지

(iii) □4인 경우 : 14, 24, 34, 54의 4가지

(i)~(iii)에서 짝수인 경우의 수는 $5+4+4=13$ …… ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{13}{25}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 모든 경우의 수 구하기	20 %
❷ 짝수인 경우의 수 구하기	60 %
❸ 짝수일 확률 구하기	20 %

04 답 $\frac{3}{7}$

모든 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2\times1}=21$

뽑힌 2명이 같은 학년 학생인 경우는 2학년에서 2명을 뽑는 경우 또는 3학년에서 2명을 뽑는 경우이다.

(i) 2학년에서 2명을 뽑는 경우 : $\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지)

(ii) 3학년에서 2명을 뽑는 경우 : $\frac{3\times2}{2\times1}=3$(가지)

(i), (ii)에서 뽑힌 2명이 같은 학년 학생인 경우의 수는 $6+3=9$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

05 답 $\frac{1}{2}$

모든 경우의 수는 $\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

삼각형이 만들어지려면 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 삼각형이 만들어지는 경우는
(3 cm, 5 cm, 6 cm), (5 cm, 6 cm, 9 cm)의 2가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

06 답 $\frac{11}{36}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$
$a+3b<11$을 만족하는 순서쌍 (a, b)는
$(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$의 11가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{11}{36}$

07 답 ㉠, ㉡

㉠ 주머니 A에는 흰 바둑돌이 없으므로 구하는 확률은 0이다.
㉡ 주머니 B에는 검은 바둑돌과 흰 바둑돌뿐이므로 구하는 확률은 1이다.
㉢ 주머니 A에는 검은 바둑돌뿐이므로 주머니 A에서 바둑돌 한 개를 꺼내 주머니 B에 넣으면 주머니 B에 들어 있는 바둑돌은 검은 바둑돌 6개, 흰 바둑돌 3개가 된다.
즉 구하는 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

08 답 ⑤

① 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
9의 배수인 경우는 36, 45, 54, 63의 4가지
즉 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$
② 주머니에는 빨간 공이 없으므로 구하는 확률은 0이다.
③ 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
두 눈의 수의 합이 7인 경우는 $(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 1)$의 6가지
즉 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$
④ $\frac{3}{5}$
⑤ 모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$
모두 같은 면이 나오지 않는 경우는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞), (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)의 6가지
즉 구하는 확률은 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$
따라서 확률이 가장 큰 것은 ⑤이다.

09 답 $\frac{16}{25}$

모든 경우의 수는 $5\times5=25$
5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이다.
(i) □0인 경우 : 10, 20, 30, 40, 50의 5가지
(ii) □5인 경우 : 15, 25, 35, 45의 4가지
(i), (ii)에서 5의 배수인 경우의 수는 $5+4=9$이므로
5의 배수일 확률은 $\frac{9}{25}$
따라서 5의 배수가 아닐 확률은
$1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$

10 답 $\frac{11}{12}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$
직선 $ax+by-8=0$이 점 $(2, 2)$를 지난다고 하면
$2a+2b-8=0 \qquad \therefore a+b=4$
$a+b=4$를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지이다.
따라서 직선 $ax+by-8=0$이 점 $(2, 2)$를 지날 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
이므로 직선 $ax+by-8=0$이 점 $(2, 2)$를 지나지 않을 확률은
$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

11 답 $\frac{2}{3}$

모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
한 번에 승패가 결정되지 않는 경우는 세 사람이 모두 같은 것을 내거나 모두 다른 것을 내는 경우이므로
(가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위), (보, 보, 보),
(가위, 바위, 보), (가위, 보, 바위), (바위, 가위, 보),
(바위, 보, 가위), (보, 가위, 바위), (보, 바위, 가위)의 9가지이다.
따라서 한 번에 승패가 결정되지 않을 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$이므로
한 번에 승패가 결정될 확률은
$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

12 답 $\frac{7}{10}$

모든 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$
남학생 3명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{3\times2}{2\times1}=3$이므로
모두 남학생이 뽑힐 확률은 $\frac{3}{10}$
따라서 적어도 한 명은 여학생이 뽑힐 확률은
$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

13 답 $\frac{13}{16}$

모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2\times2=32$
(i) 앞면이 0개 나오는 경우 :
(뒤, 뒤, 뒤, 뒤, 뒤)의 1가지

(ii) 앞면이 1개 나오는 경우 :

(앞, 뒤, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 뒤, 앞)의 5가지

(i), (ii)에서 앞면이 1개 이하 나오는 경우의 수는 $1+5=6$이므로 앞면이 1개 이하 나올 확률은 $\frac{6}{32}=\frac{3}{16}$

따라서 앞면이 2개 이상 나올 확률은

$1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$

14 답 $\frac{11}{50}$

모든 경우의 수는 50

6의 배수인 경우는 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48의 8가지이므로 그 확률은 $\frac{8}{50}=\frac{4}{25}$

13의 배수인 경우는 13, 26, 39의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{50}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{25}+\frac{3}{50}=\frac{11}{50}$

15 답 $\frac{1}{6}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 합이 5인 경우는 $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 5가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

두 눈의 수의 합이 11인 경우는 $(5, 6)$, $(6, 5)$의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{6}$

16 답 $\frac{1}{2}$

모든 경우의 수는 $4\times4=16$

20 이하인 경우는 10, 12, 13, 14, 20의 5가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{16}$

40 초과인 경우는 41, 42, 43의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{16}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{16}+\frac{3}{16}=\frac{1}{2}$

17 답 $\frac{1}{6}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(i) 해가 $x=1$인 경우 :

$2x-a+b=0$에 $x=1$을 대입하면

$2-a+b=0$ $\quad\therefore a-b=2$

$a-b=2$를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(3, 1)$, $(4, 2)$, $(5, 3)$, $(6, 4)$의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(ii) 해가 $x=2$인 경우 :

$2x-a+b=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-a+b=0$ $\quad\therefore a-b=4$

$a-b=4$를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(5, 1)$, $(6, 2)$의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{6}$

18 답 ③

은아가 각 갈림길에서 어느 한 방향으로 이동할 확률은 $\frac{1}{2}$

A에 도착하려면 2개의 갈림길을 지나야 하므로

$p=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

B에 도착하려면 2개의 갈림길을 지나야 하므로

$q=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

C에 도착하려면 1개의 갈림길을 지나야 하므로 $r=\frac{1}{2}$

$\therefore p=q<r$

19 답 $\frac{1}{2}$

참가자 B가 본선에 진출하지 못할 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

20 답 $\frac{21}{25}$

목표물을 맞히지 못할 확률은 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

$\therefore$ (적어도 한 번은 목표물을 맞힐 확률)

$=1-$(두 번 모두 목표물을 맞히지 못할 확률)

$=1-\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{21}{25}$

21 답 $\frac{11}{25}$

지수가 약속 장소에 나올 확률은

$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ …… ❶

두 사람이 모두 약속 장소에 나와야 두 사람이 만나므로 두 사람이 만날 확률은

$\frac{4}{5}\times\frac{7}{10}=\frac{14}{25}$ …… ❷

따라서 두 사람이 만나지 못할 확률은

$1-\frac{14}{25}=\frac{11}{25}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 지수가 약속 장소에 나올 확률 구하기	20 %
❷ 두 사람이 만날 확률 구하기	50 %
❸ 두 사람이 만나지 못할 확률 구하기	30 %

22 답 $\frac{7}{8}$

한 문제를 틀릴 확률은 $\frac{1}{2}$

$\therefore$ (적어도 한 문제는 맞힐 확률)

$=1-$(3문제 모두 틀릴 확률)

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$

23 답 $\frac{4}{5}$

보경이가 영화를 볼 확률은 $1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$

민서가 영화를 볼 확률을 p라 하면

$\frac{5}{7}\times p=\frac{1}{7}\qquad\therefore p=\frac{1}{5}$

따라서 민서가 영화를 보지 않을 확률은

$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

24 답 $\frac{63}{121}$

A 주머니에서 흰 바둑돌이 나오고 B 주머니에서 검은 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{6}{11}\times\frac{8}{11}=\frac{48}{121}$

A 주머니에서 검은 바둑돌이 나오고 B 주머니에서 흰 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{5}{11}\times\frac{3}{11}=\frac{15}{121}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{121}+\frac{15}{121}=\frac{63}{121}$

25 답 $\frac{5}{12}$

토요일에 비가 오고 일요일에 비가 오지 않을 확률은

$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

토요일에 비가 오지 않고 일요일에 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$

26 답 $\frac{1}{2}$

동전은 앞면이 나오고 A 주머니에서 검은 공이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$

동전은 뒷면이 나오고 B 주머니에서 검은 공이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$

27 답 $\frac{19}{35}$

$a+b$가 홀수이려면 a가 짝수, b가 홀수 또는 a가 홀수, b가 짝수이어야 한다.

a가 짝수, b가 홀수일 확률은

$\frac{2}{7}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{35}$ …… ❶

a가 홀수, b가 짝수일 확률은

$\left(1-\frac{2}{7}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{7}$ …… ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{35}+\frac{3}{7}=\frac{19}{35}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a가 짝수, b가 홀수일 확률 구하기	40 %
❷ a가 홀수, b가 짝수일 확률 구하기	40 %
❸ $a+b$가 홀수일 확률 구하기	20 %

28 답 ㉠, ㉡, ㉢

㉠ 상자에는 파란 공이 없으므로 구하는 확률은 0이다.

㉡, ㉣ 처음에 꺼낸 공과 나중에 꺼낸 공이 모두 노란 공일 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{25}{64}$

처음에 꺼낸 공과 나중에 꺼낸 공이 모두 흰 공일 확률은

$\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{9}{64}$

즉 처음에 꺼낸 공과 나중에 꺼낸 공의 색이 같을 확률은

$\frac{25}{64}+\frac{9}{64}=\frac{17}{32}$

㉢ (두 공의 색이 다를 확률)

$=1-$(두 공의 색이 같을 확률)

$=1-\frac{17}{32}=\frac{15}{32}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

29 답 $\frac{12}{25}$

처음에 꺼낸 공이 노란 공이고 나중에 꺼낸 공이 흰 공일 확률은

$\frac{6}{10}\times\frac{4}{10}=\frac{6}{25}$

처음에 꺼낸 공이 흰 공이고 나중에 꺼낸 공이 노란 공일 확률은

$\frac{4}{10}\times\frac{6}{10}=\frac{6}{25}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}$

30 답 $\frac{5}{11}$

처음에 꺼낸 공과 나중에 꺼낸 공이 모두 흰 공일 확률은

$\frac{5}{11}\times\frac{4}{10}=\frac{2}{11}$

처음에 꺼낸 공과 나중에 꺼낸 공이 모두 검은 공일 확률은

$\frac{6}{11}\times\frac{5}{10}=\frac{3}{11}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{11}+\frac{3}{11}=\frac{5}{11}$

31 답) $\frac{1}{7}$

세 번 모두 오렌지 맛 사탕을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{35}$

세 번 모두 딸기 맛 사탕을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{35}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{35}+\frac{1}{35}=\frac{1}{7}$

32 답) $\frac{2}{3}$

B 지점에서 D 지점으로 가는 경우는 다음과 같다.

(i) B → A → D로 가는 경우 : $3\times2=6$(가지)

(ii) B → D로 가는 경우 : 1가지

(iii) B → C → D로 가는 경우 : $2\times1=2$(가지)

(i)~(iii)에서 모든 경우의 수는 $6+1+2=9$

이때 A 지점을 지나는 경우의 수는 6이므로

구하는 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

33 답) $\frac{2}{5}$

모든 경우의 수는 $5\times4\times3=60$

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

1, 2, 3, 4, 5 중에서 세 수의 합이 3의 배수인 경우는 (1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (3, 4, 5)이므로 만들 수 있는 자연수의 개수는 $(3\times2\times1)\times4=24$

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$

34 답) 5

처음 주머니에 있는 빨간 공의 개수를 x, 파란 공의 개수를 y라 하면 빨간 공이 나올 확률은 $\frac{5}{8}$이므로

$\frac{x}{x+y}=\frac{5}{8}$ $\quad\therefore 3x-5y=0$ …… ㉠

빨간 공을 한 개 더 넣은 후 파란 공이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{y}{(x+1)+y}=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore x-2y=-1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=5$, $y=3$

따라서 처음 주머니에 들어 있는 빨간 공의 개수는 5이다.

35 답) $\frac{1}{18}$

모든 경우의 수는 $6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

학생 6명 중 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 학생 3명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

이때 나머지 3명의 번호를 A, B, C라 하면 이 3명이 자신의 번호가 적힌 의자에 앉지 않는 경우의 순서쌍 (A, B, C)는 (B, C, A), (C, A, B)의 2가지이다.

따라서 3명만 자신의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우의 수는 $20\times2=40$이므로

구하는 확률은 $\frac{40}{720}=\frac{1}{18}$

36 답) $\frac{3}{8}$

모든 경우의 수는 64

면이 2개 이상 색칠이 되어 있는 쌓기나무는 1층에 4개, 2층에 4개, 3층에 4개, 4층에 12개이므로

경우의 수는 $4+4+4+12=24$

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{64}=\frac{3}{8}$

37 답) $\frac{1}{18}$

[전략] 두 직선의 교점이 존재하지 않으려면 두 직선이 평행해야 함을 이용한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 직선 $ax+2y=1$, $3x+(b+1)y=1$의 교점이 존재하지 않으려면 두 직선이 평행해야 하므로 기울기가 같고 y절편이 달라야 한다.

즉 $y=-\frac{a}{2}x+\frac{1}{2}$, $y=-\frac{3}{b+1}x+\frac{1}{b+1}$에서

$-\frac{a}{2}=-\frac{3}{b+1}$이므로 $a(b+1)=6$ …… ㉠

$\frac{1}{2}\neq\frac{1}{b+1}$이므로 $b+1\neq2$ $\quad\therefore b\neq1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 만족하는 순서쌍 (a, b)는 (1, 5), (2, 2)의 2가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

38 답) $\frac{3}{8}$

모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

동전을 4번 던질 때 앞면이 x번 나온다고 하면 뒷면은 $(4-x)$번 나오고 점 P가 원점에 있으므로

$x+(-1)\times(4-x)=0$

$x-4+x=0$, $2x=4$ $\quad\therefore x=2$

즉 점 P가 원점에 있는 경우는 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나오는 경우이므로 (앞, 앞, 뒤, 뒤), (앞, 뒤, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 앞), (뒤, 뒤, 앞, 앞)의 6가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

39 답) $\frac{11}{12}$

혜진이네 가족은 4일 동안 여행을 가므로 여행을 출발할 수 있는 날은 1일, 2일, 3일, 4일의 4가지

성민이네 가족은 3일 동안 여행을 가므로 여행을 출발할 수 있는 날은 3일, 4일, 5일의 3가지

즉 모든 경우의 수는 $4\times3=12$

이때 두 가족의 여행 날짜가 하루도 겹치지 않는 경우는 혜진이네 가족이 1일부터 4일까지, 성민이네 가족이 5일부터 7일까지 여행을 가는 경우의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{12}$

따라서 두 가족의 여행 날짜가 하루 이상 겹칠 확률은

$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

40 답 $\frac{3}{4}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

($(a+3)(b+2)$가 짝수일 확률)

$=1-$($(a+3)(b+2)$가 홀수일 확률)

$=1-$($a+3$, $b+2$가 모두 홀수일 확률)

이때 $a+3$이 홀수이려면 a는 짝수, $b+2$가 홀수이려면 b는 홀수이어야 하므로 경우의 수는 $3\times3=9$

따라서 $(a+3)(b+2)$가 홀수일 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$이므로

구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

41 답 $\frac{4}{5}$

모든 경우의 수는 100

1이 일의 자리에 있는 경우는 1, 11, 21, 31, ⋯, 91의 10가지

1이 십의 자리에 있는 경우는 10, 11, 12, ⋯, 19의 10가지

1이 백의 자리에 있는 경우는 100의 1가지

이때 11은 2번 세었으므로 구하는 경우의 수는

$10+10+1-1=20$

따라서 1을 포함한 수가 적힌 공을 꺼낼 확률은 $\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$이므로

구하는 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

42 답 9

흰 구슬의 개수를 x, 빨간 구슬의 개수를 y, 파란 구슬의 개수를 z라 하자.

파란 구슬이 나올 확률은 $1-\frac{13}{20}=\frac{7}{20}$이므로

$\frac{z}{20}=\frac{7}{20}\qquad\therefore z=7$

흰 구슬 또는 파란 구슬이 나올 확률은 $\frac{11}{20}$이므로

$\frac{x}{20}+\frac{7}{20}=\frac{11}{20}$, $x+7=11\qquad\therefore x=4$

이때 $x+y+z=20$이므로

$4+y+7=20\qquad\therefore y=9$

따라서 빨간 구슬의 개수는 9이다.

43 답 $\frac{1}{4}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

점 P가 점 C에 오게 되는 경우는 두 눈의 수의 합이 2 또는 6 또는 10인 경우이다.

(ⅰ) 두 눈의 수의 합이 2인 경우 :
(1, 1)의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{36}$

(ⅱ) 두 눈의 수의 합이 6인 경우 :
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지이므로
그 확률은 $\frac{5}{36}$

(ⅲ) 두 눈의 수의 합이 10인 경우 :
(4, 6), (5, 5), (6, 4)의 3가지이므로
그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{36}+\frac{5}{36}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$

44 답 $\frac{11}{36}$

[전략] $a-b$의 값이 1, 2, 3, 4, 5일 때의 순서쌍 (a, b)를 구한 후 $\frac{a+b}{a-b}$의 값이 자연수인 경우를 생각한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(ⅰ) $a-b=1$인 경우 :
$a-b=1$을 만족하는 순서쌍 (a, b)는 (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)이고 각각의 경우에 $a+b$의 값은 3, 5, 7, 9, 11이므로 $\frac{a+b}{a-b}$의 값이 자연수인 경우는 5가지이다.
따라서 그 확률은 $\frac{5}{36}$

(ⅱ) $a-b=2$인 경우 :
$a-b=2$를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)이고 각각의 경우에 $a+b$의 값은 4, 6, 8, 10이므로 $\frac{a+b}{a-b}$의 값이 자연수인 경우는 4가지이다.
따라서 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(ⅲ) $a-b=3$인 경우 :
$a-b=3$을 만족하는 순서쌍 (a, b)는 (4, 1), (5, 2), (6, 3)이고 각각의 경우에 $a+b$의 값은 5, 7, 9이므로 $\frac{a+b}{a-b}$의 값이 자연수인 경우는 (6, 3)의 1가지이다.
따라서 그 확률은 $\frac{1}{36}$

(ⅳ) $a-b=4$인 경우 :
$a-b=4$를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 (5, 1), (6, 2)이고 각각의 경우에 $a+b$의 값은 6, 8이므로 $\frac{a+b}{a-b}$의 값이 자연수인 경우는 (6, 2)의 1가지이다.
따라서 그 확률은 $\frac{1}{36}$

(ⅴ) $a-b=5$인 경우 :
$a-b=5$를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(6, 1)$이고 $a+b$의 값은 7이므로 $\frac{a+b}{a-b}$의 값이 자연수인 경우는 없다.
따라서 그 확률은 0
(ⅰ)~(ⅴ)에서 구하는 확률은
$\frac{5}{36}+\frac{1}{9}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+0=\frac{11}{36}$

45 답 $\frac{1}{6}$

모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$
(ⅰ) □C□□□인 경우 :
A가 C의 왼쪽에 서는 경우의 수는 1
B, D, E가 남은 세 자리에 한 줄로 서는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$
따라서 경우의 수는 $1\times6=6$이므로 그 확률은 $\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$
(ⅱ) □□C□□인 경우 :
A가 C의 왼쪽에 서는 경우의 수는 2
E가 C의 오른쪽에 서는 경우의 수는 2
B, D가 남은 두 자리에 한 줄로 서는 경우의 수는 $2\times1=2$
따라서 경우의 수는 $2\times2\times2=8$이므로 그 확률은 $\frac{8}{120}=\frac{1}{15}$
(ⅲ) □□□C□인 경우 :
E가 C의 오른쪽에 서는 경우의 수는 1
A, B, D가 남은 세 자리에 한 줄로 서는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$
따라서 경우의 수는 $1\times6=6$이므로 그 확률은 $\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$
(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{20}+\frac{1}{15}+\frac{1}{20}=\frac{1}{6}$

46 답 $\frac{16}{27}$

모든 경우의 수는 $3\times3\times3\times3=81$
(ⅰ) 1을 사용하지 않는 경우 :
2, 3을 사용하여 네 자리 자연수를 만드는 경우의 수는
$2\times2\times2\times2=16$이므로 그 확률은 $\frac{16}{81}$ …… ❶
(ⅱ) 1을 한 번 사용하는 경우 :
1이 일의 자리 또는 십의 자리 또는 백의 자리 또는 천의 자리에 들어갈 수 있고 각각의 경우에 1이 들어간 자리를 제외한 나머지 자리에 2, 3이 들어갈 수 있으므로 경우의 수는
$4\times(2\times2\times2)=32$
따라서 그 확률은 $\frac{32}{81}$ …… ❷
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{16}{81}+\frac{32}{81}=\frac{16}{27}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 1을 사용하지 않을 확률 구하기	40 %
❷ 1을 한 번 사용할 확률 구하기	40 %
❸ 1을 한 번 이하로 사용할 확률 구하기	20 %

47 답 $\frac{67}{190}$

모든 경우의 수는 $\frac{20\times19}{2\times1}=190$
(ⅰ) 모두 찬성인 경우 :
찬성 9명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{9\times8}{2\times1}=36$이므로
그 확률은 $\frac{36}{190}=\frac{18}{95}$
(ⅱ) 모두 반대인 경우 :
반대 8명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{8\times7}{2\times1}=28$이므로
그 확률은 $\frac{28}{190}=\frac{14}{95}$
(ⅲ) 모두 기권인 경우 :
기권 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{3\times2}{2\times1}=3$이므로
그 확률은 $\frac{3}{190}$
(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 확률은
$\frac{18}{95}+\frac{14}{95}+\frac{3}{190}=\frac{67}{190}$

48 답 $\frac{9}{10}$

A 주머니에서 노란 공이 나오지 않을 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$
B 주머니에서 노란 공이 나오지 않을 확률은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$
∴ (적어도 하나는 노란 공이 나올 확률)
$=1-$(모두 노란 공이 나오지 않을 확률)
$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{9}{10}$

49 답 $\frac{4}{5}$

스위치 A가 열릴 확률은 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$
스위치 B가 열릴 확률은 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ …… ❶
∴ (전구에 불이 들어올 확률)
$=1-$(스위치 A, B가 모두 열릴 확률)
$=1-\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{5}$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 스위치 A와 스위치 B가 열릴 확률 각각 구하기	50 %
❷ 전구에 불이 들어올 확률 구하기	50 %

다른 풀이
(ⅰ) 스위치 A는 닫히고 스위치 B는 열릴 확률은
$\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$
(ⅱ) 스위치 A는 열리고 스위치 B는 닫힐 확률은
$\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$

(iii) 스위치 A, B가 모두 닫힐 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{3}{10}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{4}{5}$

50 답 $\frac{1}{24}$

선재의 말이 B에 오게 되는 경우는 주사위를 던져서 나오는 수가 1 또는 6 또는 11인 경우이므로 그 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

현주의 말이 B에 오게 되는 경우는 주사위를 던져서 나오는 수가 5 또는 10이므로 그 확률은 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$

51 답 $\frac{1}{16}$

C팀이 결승전에 올라가려면 준준결승전과 준결승전에서 이겨야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

F팀이 결승전에 올라가려면 준준결승전과 준결승전에서 이겨야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

52 답 $\frac{4}{25}$

상자에서 두 개의 카드를 뽑는 모든 경우의 수는

$\frac{10\times 9}{2\times 1}=45$

4 초과 7 미만인 수는 5, 6이므로 사건 A가 일어나는 경우는 (5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (6, 7), (6, 8), (6, 9), (6, 10)의 9가지이다.

따라서 사건 A가 일어날 확률은 $\frac{9}{45}=\frac{1}{5}$이고, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$이므로

구하는 확률은 $\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$

53 답 $\frac{3}{10}$

(i) A, B는 성공하고 C는 실패할 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{15}$

(ii) A, C는 성공하고 B는 실패할 확률은

$\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{15}$

(iii) B, C는 성공하고 A는 실패할 확률은

$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{15}+\frac{2}{15}+\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$

54 답 $\frac{5}{27}$

상민이와 효영이가 가지고 있는 카드에 적힌 숫자는 모두 1보다 크므로 서아가 뽑은 카드에 적힌 숫자가 가장 크려면 서아가 3 또는 5가 적힌 카드를 뽑아야 한다.

(i) 서아가 3이 적힌 카드를 뽑는 경우 :

상민이는 2, 효영이는 2가 적힌 카드를 뽑아야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

(ii) 서아가 5가 적힌 카드를 뽑는 경우 :

상민이는 2 또는 4, 효영이는 2 또는 3이 적힌 카드를 뽑아야 하므로 그 확률은

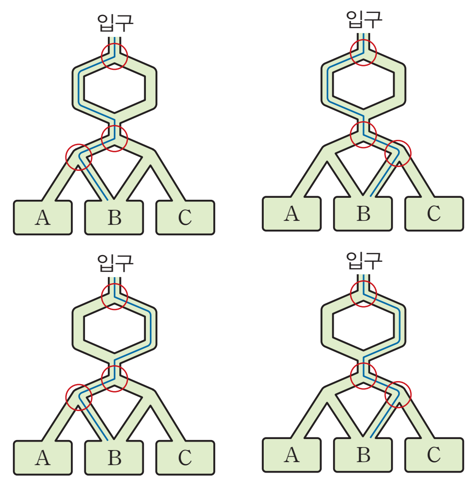
$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{27}+\frac{4}{27}=\frac{5}{27}$

55 답 $\frac{1}{2}$

다음 그림과 같이 공이 B로 들어가는 경우는 4가지이다.



이때 각 갈림길에서 공이 어느 한 방향으로 이동할 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 각 경우의 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은 $4\times\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$

56 답 $\frac{7}{24}$

(i) 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

동전을 세 번 던져서 앞면이 두 번 나오는 경우는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)의 3가지이므로 그 확률은

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times3=\frac{3}{8}$

따라서 3의 배수의 눈이 나오고 동전의 앞면이 두 번 나올 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{8}$

(ii) 3의 배수가 아닌 눈이 나올 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

동전을 두 번 던져서 앞면이 두 번 나오는 경우는 (앞, 앞)의 1가지이므로 그 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 3의 배수가 아닌 눈이 나오고 동전의 앞면이 두 번 나올 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{7}{24}$

57 답 $\frac{3}{16}$

화살을 한 번 쏘아 -1, 0, 1, 2, 3, 4가 적힌 부분을 맞힌 확률은 각각 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$이다.

이때 처음 쏜 화살이 맞힌 부분에 적힌 수를 a, 두 번째 쏜 화살이 맞힌 부분에 적힌 수를 b라 하자.

맞힌 부분에 적힌 두 수의 합이 3이 되는 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(-1, 4)$, $(0, 3)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(3, 0)$, $(4, -1)$이다.

(i) -1, 4가 적힌 부분을 한 번씩 맞힐 확률은

$\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\right)\times2=\frac{1}{8}$

(ii) 0, 3이 적힌 부분을 한 번씩 맞힐 확률은

$\left(\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\right)\times2=\frac{1}{32}$

(iii) 1, 2가 적힌 부분을 한 번씩 맞힐 확률은

$\left(\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\right)\times2=\frac{1}{32}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32}=\frac{3}{16}$

58 답 $\frac{25}{144}$

빨간 공이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$이므로

$\frac{a}{a+b+10}=\frac{1}{4}$ $\quad\therefore 3a-b=10$ …… ㉠

파란 공이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{b}{a+b+10}=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore a-2b=-10$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=6$, $b=8$

따라서 노란 공이 나올 확률은 $\frac{10}{6+8+10}=\frac{5}{12}$이므로

구하는 확률은 $\frac{5}{12}\times\frac{5}{12}=\frac{25}{144}$

59 답 $\frac{1}{29}$

(i) 민서가 1등, 정민이가 2등에 당첨될 확률은

$\frac{1}{30}\times\frac{5}{29}=\frac{1}{174}$

(ii) 민서가 2등, 정민이가 1등에 당첨될 확률은

$\frac{5}{30}\times\frac{1}{29}=\frac{1}{174}$

(iii) 민서와 정민이가 모두 2등에 담청될 확률은

$\frac{5}{30}\times\frac{4}{29}=\frac{2}{87}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{174}+\frac{1}{174}+\frac{2}{87}=\frac{1}{29}$

60 답 $\frac{9}{20}$

(i) 처음에 짝수가 적힌 카드가 뽑힐 확률은 $\frac{3}{4}$

주머니에 짝수가 적힌 카드 한 장을 더 넣으면 짝수가 적힌 카드 4장과 홀수가 적힌 카드 1장이 되므로 짝수와 홀수가 적힌 카드가 한 장씩 뽑힐 확률은

$\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{4}{4}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{10}$

(ii) 처음에 홀수가 적힌 카드가 뽑힐 확률은 $\frac{1}{4}$

주머니에 홀수가 적힌 카드 한 장을 더 넣으면 짝수가 적힌 카드 3장과 홀수가 적힌 카드 2장이 되므로 짝수와 홀수가 적힌 카드가 한 장씩 뽑힐 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$

61 답 풀이 참조

[전략] 아인이가 게임에서 이길 확률과 태환이가 게임에서 이길 확률을 비교한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 합이 3이 되는 경우는 $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

두 눈의 수의 합이 6이 되는 경우는 $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 5가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{36}$

즉 아인이가 이길 확률은

$\frac{1}{18}+\frac{5}{36}=\frac{7}{36}$ …… ❶

두 눈의 수의 합이 4가 되는 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

두 눈의 수의 합이 9가 되는 경우는 (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

즉 태환이가 이길 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{9}=\frac{7}{36}$ …… ❷

따라서 두 사람이 이길 확률이 같으므로 아인이와 태환이는 공평한 게임을 하고 있다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 아인이가 이길 확률 구하기	40 %
❷ 태환이가 이길 확률 구하기	40 %
❸ 아인이와 태환이가 공평한 게임을 하고 있는지 판단하기	20 %

62 답 $\frac{26}{81}$

(i) 1회에는 4 이하의 수의 눈이 나오고 2회에는 4보다 큰 수의 눈이 나올 확률은 $\frac{4}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{2}{9}$

(ii) 1회, 2회, 3회에는 4 이하의 수의 눈이 나오고 4회에는 4보다 큰 수의 눈이 나올 확률은

$\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{8}{81}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{8}{81}=\frac{26}{81}$

63 답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) 수빈 : 1250원, 수호 : 3750원

(1) (i) 수호가 8번째 게임에서 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

(ii) 수호가 8번째 게임에서 지고 9번째 게임에서 이길 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

(2) 수호가 이길 확률이 $\frac{3}{4}$이므로 수빈이가 이길 확률은 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

따라서 수빈이가 받아야 하는 상금은 $5000\times\frac{1}{4}=1250$(원),

수호가 받아야 하는 상금은 $5000\times\frac{3}{4}=3750$(원)

64 답 $\frac{5}{18}$

비가 온 다음 날 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(i) 화요일에 비가 오지 않고 수요일에 비가 올 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

(ii) 화요일에 비가 오고 수요일에 비가 올 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}+\frac{1}{9}=\frac{5}{18}$

65 답 $\frac{7}{18}$

버스로 등교한 다음 날 버스로 등교할 확률은

$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

자전거로 등교한 다음 날 자전거로 등교할 확률은

$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(i) 화요일에 버스로 등교하고 수요일에 버스로 등교할 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

(ii) 화요일에 자전거로 등교하고 수요일에 버스로 등교할 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}=\frac{7}{18}$

66 답 $\frac{4}{5}$

어떤 문제를 맞히고 다음 문제를 맞힐 확률은

$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(i) 두 번째 문제를 맞히고 세 번째 문제를 맞힐 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

(ii) 두 번째 문제를 맞히고 세 번째 문제를 틀릴 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

(iii) 두 번째 문제를 틀리고 세 번째 문제를 맞힐 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{15}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{4}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{15}=\frac{4}{5}$

적중 & 심화 실전 TEST

146쪽~148쪽

01 답 $\frac{11}{16}$

모든 경우의 수는 $4\times4\times3=48$

(i) 1□□인 경우 : $4\times3=12$(가지)

(ii) 2□□인 경우 : $4\times3=12$(가지)

(iii) 30□인 경우 : 301, 302, 304의 3가지

(iv) 31□인 경우 : 310, 312, 314의 3가지

(v) 32□인 경우 : 320, 321, 324의 3가지

(ⅰ)~(ⅴ)에서 330 미만인 경우의 수는

$12+12+3+3+3=33$

따라서 구하는 확률은 $\frac{33}{48}=\frac{11}{16}$

02 답) $\frac{1}{18}$

[전략] 주어진 직선의 x절편, y절편을 이용하여 직선의 방정식을 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

주어진 직선은 두 점 $(0, 10)$, $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$을 지나므로

기울기는 $\frac{0-10}{\frac{5}{2}-0}=-4$, y절편은 10

즉 직선의 방정식은 $y=-4x+10$이므로

$y=-4x+10$을 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 6)$, $(2, 2)$의 2가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

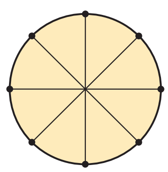
03 답) ㉣, ㉢, ㉡, ㉠

㉠ 공에 적힌 수가 모두 홀수이므로 구하는 확률은 1이다.

㉡ 모든 경우의 수는 $\frac{8\times7}{2\times1}=28$

지름인 경우는 오른쪽 그림과 같이

4가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{28}=\frac{1}{7}$



㉢ 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 합이 8인 경우는 $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$의 5가지이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

㉣ 주사위에는 7의 눈이 없으므로 구하는 확률은 0이다.

따라서 작은 것부터 차례대로 나열하면 ㉣, ㉢, ㉡, ㉠이다.

04 답) 12

노란 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{b}{3+a+b}=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore a-2b=-3$ ...... ㉠

검은 구슬이 나올 확률은 $1-\frac{8}{15}=\frac{7}{15}$이므로

$\frac{a}{3+a+b}=\frac{7}{15}$ $\quad\therefore 8a-7b=21$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=7$, $b=5$

$\therefore a+b=7+5=12$

05 답) $\frac{17}{42}$

모든 경우의 수는 $7\times6=42$

23 이하인 경우는 12, 13, 14, 15, 16, 17, 21, 23의 8가지이므로

그 확률은 $\frac{8}{42}=\frac{4}{21}$ ...... ❶

64 이상인 경우는 64, 65, 67, 71, 72, 73, 74, 75, 76의 9가지이므로 그 확률은 $\frac{9}{42}=\frac{3}{14}$ ...... ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{21}+\frac{3}{14}=\frac{17}{42}$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 23 이하일 확률 구하기	40 %
❷ 64 이상일 확률 구하기	40 %
❸ 23 이하이거나 64 이상일 확률 구하기	20 %

06 답) $\frac{23}{50}$

오디션 A에 불합격할 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

오디션 B에 불합격할 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

오디션 C에 불합격할 확률은 $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

∴ (적어도 한 오디션에는 합격할 확률)

$=1-$(모든 오디션에 불합격할 확률)

$=1-\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{9}{10}=\frac{23}{50}$

07 답) $\frac{1}{5}$

B가 문제를 맞힐 확률을 p라 하면

$\frac{2}{5}\times p=\frac{4}{15}$ $\quad\therefore p=\frac{2}{3}$

따라서 두 사람 모두 문제를 맞히지 못할 확률은

$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{5}$

08 답) $\frac{9}{20}$

(ⅰ) 10일에 비가 오고 11일에 비가 오지 않을 확률은

$\frac{40}{100}\times\left(1-\frac{25}{100}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

(ⅱ) 10일에 비가 오지 않고 11일에 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{40}{100}\right)\times\frac{25}{100}=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$

09 답) $\frac{1}{3}$

(ⅰ) 첫 번째에 빨간 공이 나오고 두 번째에 빨간 공이 나올 확률은

$\frac{5}{15}\times\frac{4}{14}=\frac{2}{21}$

(ⅱ) 첫 번째에 빨간 공이 아닌 공이 나오고 두 번째에 빨간 공이 나올 확률은

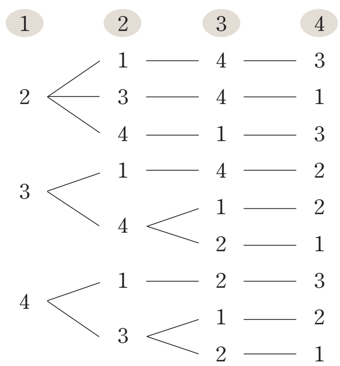
$\frac{10}{15}\times\frac{5}{14}=\frac{5}{21}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{21}+\frac{5}{21}=\frac{1}{3}$

10 답 $\frac{3}{8}$

모든 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

4명 모두 다른 학생의 번호가 적힌 의자에 앉는 경우를 나뭇가지 그림으로 나타내면 다음과 같이 9가지이다.



따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$

11 답 $\frac{25}{49}$

모든 경우의 수는 $7\times7=49$

(i) 처음에 꺼낸 공에 적힌 수가 1인 경우 :
　나중에 꺼낸 공에 적힌 수가 될 수 있는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7가지

(ii) 처음에 꺼낸 공에 적힌 수가 2인 경우 :
　나중에 꺼낸 공에 적힌 수가 될 수 있는 경우는 1, 2, 4, 6의 4가지

(iii) 처음에 꺼낸 공에 적힌 수가 3인 경우 :
　나중에 꺼낸 공에 적힌 수가 될 수 있는 경우는 1, 3, 6의 3가지

(iv) 처음에 꺼낸 공에 적힌 수가 4인 경우 :
　나중에 꺼낸 공에 적힌 수가 될 수 있는 경우는 1, 2, 4의 3가지

(v) 처음에 꺼낸 공에 적힌 수가 5인 경우 :
　나중에 꺼낸 공에 적힌 수가 될 수 있는 경우는 1, 5의 2가지

(vi) 처음에 꺼낸 공에 적힌 수가 6인 경우 :
　나중에 꺼낸 공에 적힌 수가 될 수 있는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지

(vii) 처음에 꺼낸 공에 적힌 수가 7인 경우 :
　나중에 꺼낸 공에 적힌 수가 될 수 있는 경우는 1, 7의 2가지

(i)~(vii)에서 구하는 경우의 수는

$7+4+3+3+2+4+2=25$

따라서 구하는 확률은 $\frac{25}{49}$

12 답 $\frac{122}{125}$

[전략] (카드에 적힌 수)÷1560이 유한소수일 확률을 이용하여 유한소수가 아닐 확률을 구한다.

$1560=2^3\times3\times5\times13$이므로 카드에 적힌 수를 1560으로 나눈 수가 유한소수이려면 카드에 적힌 수가 $3\times13=39$의 배수이어야 한다.

이때 39의 배수는 39, 78, 117, 156, 195, 234의 6개이므로

유한소수일 확률은 $\frac{6}{250}=\frac{3}{125}$

따라서 유한소수가 아닐 확률은

$1-\frac{3}{125}=\frac{122}{125}$

13 답 $\frac{6}{7}$

연서네 가족은 5일 동안 여행을 가므로 여행을 출발할 수 있는 날은 1일, 2일, 3일, 4일의 4가지

동수네 가족은 3일 동안 여행을 가므로 여행을 출발할 수 있는 날은 1일, 2일, 3일, 4일, 5일, 6일, 7일의 7가지

즉 모든 경우의 수는 $4\times7=28$ ······ ❶

이때 여행 날짜가 하루도 겹치지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) 연서네 가족이 1일에 출발하는 경우 :
　동수네 가족은 6일 또는 7일에 출발하면 되므로 경우의 수는 2

(ii) 연서네 가족이 2일에 출발하는 경우 :
　동수네 가족은 7일에 출발하면 되므로 경우의 수는 1

(iii) 연서네 가족이 4일에 출발하는 경우 :
　동수네 가족이 1일에 출발하면 되므로 경우의 수는 1

(i)~(iii)에서 두 가족의 여행 날짜가 하루도 겹치지 않는 경우의 수는 $2+1+1=4$이므로 그 확률은 $\frac{4}{28}=\frac{1}{7}$ ······ ❷

따라서 여행 날짜가 하루 이상 겹칠 확률은

$1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 모든 경우의 수 구하기	20 %
❷ 여행 날짜가 하루도 겹치지 않을 확률 구하기	50 %
❸ 여행 날짜가 하루 이상 겹칠 확률 구하기	30 %

14 답 $\frac{1}{6}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

점 P가 점 D에 오게 되는 경우는 두 눈의 수의 합이 3 또는 9인 경우이다.

(i) 두 눈의 수의 합이 3인 경우 :
　(1, 2), (2, 1)의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

(ii) 두 눈의 수의 합이 9인 경우 :
　(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지이므로 그 확률은
　$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{18}+\frac{1}{9}=\frac{1}{6}$

15 답 $\frac{1}{6}$

(i) 스위치 A, C는 닫히고 스위치 B는 열릴 확률은
　$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{60}$

(ii) 스위치 B, C는 닫히고 스위치 A는 열릴 확률은

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$

(iii) 스위치 A, B, C가 모두 닫힐 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{60}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}=\frac{1}{6}$

16 답 $\frac{5}{9}$

(i) 처음에 꺼낸 공과 나중에 꺼낸 공이 모두 빨간 공인 경우 :

처음에 꺼낸 공이 빨간 공일 확률은 $\frac{4}{9}$

상자 안에 빨간 공 5개와 파란 공 5개가 들어 있으므로 나중에 꺼낸 공이 빨간 공일 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

따라서 그 확률은 $\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{9}$

(ii) 처음에 꺼낸 공과 나중에 꺼낸 공이 모두 파란 공인 경우 :

처음에 꺼낸 공이 파란 공일 확률은 $\frac{5}{9}$

상자 안에 빨간 공 4개와 파란 공 6개가 들어 있으므로 나중에 꺼낸 공이 파란 공일 확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

따라서 그 확률은 $\frac{5}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$

17 답 $\frac{81}{125}$

(i) A가 첫 번째, 두 번째 경기에서 이길 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$

(ii) A가 첫 번째 경기에서 이기고 두 번째 경기에서 지고 세 번째 경기에서 이길 확률은

$\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{18}{125}$

(iii) A가 첫 번째 경기에서 지고 두 번째, 세 번째 경기에서 이길 확률은

$\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{18}{125}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{9}{25}+\frac{18}{125}+\frac{18}{125}=\frac{81}{125}$

18 답 $\frac{203}{432}$

시합에서 이긴 다음 날 시합에서 질 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

시합에서 진 다음 날 시합에서 질 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

(i) 둘째 날, 셋째 날, 마지막 날 이길 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$

(ii) 둘째 날 이기고 셋째 날 지고 마지막 날 이길 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{18}$

(iii) 둘째 날 지고 셋째 날, 마지막 날 이길 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$

(iv) 둘째 날, 셋째 날 지고 마지막 날 이길 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

(i)~(iv)에서 구하는 확률은

$\frac{8}{27}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18}+\frac{1}{16}=\frac{203}{432}$

학교 시험 최상위 기출 도전

149쪽~151쪽

01 답 $\frac{1}{6}$

[전략] $\triangle$ABC의 넓이가 12 이상이 되려면 두 눈의 수의 곱이 24 이상이어야 한다.

모든 경우의 수는 6×6

첫 번째 나오는 눈의 수를 a, 두 번째 나오는 눈의 수를 b라 하면 $\triangle$ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}ab$이므로 $\triangle$ABC의 넓이가 12 이상이 되려면 ab의 값이 24 이상이어야 한다.

즉 $ab\geq24$를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(4, 6)$, $(5, 5)$, $(5, 6)$, $(6, 4)$, $(6, 5)$, $(6, 6)$의 6가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

02 답 $\frac{1}{10}$

[전략] 먼저 $a>b$를 만족하는 점 B의 순서쌍을 모두 구한다.

모든 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2\times1}\times\frac{5\times4}{2\times1}=100$

두 점 A, C를 지나는 직선의 방정식은 $y=x$이고 $a>b$, $c>d$이므로 점 B는 직선 $y=x$의 아래쪽에, 점 D는 직선 $y=x$의 위쪽에 있다.

이때 점 B가 될 수 있는 순서쌍 (a, b)는 $(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 1)$, $(5, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 2)$, $(5, 2)$, $(4, 3)$, $(5, 3)$, $(5, 4)$이고 각각의 경우에 □ABCD가 평행사변형인 점 D가 하나씩 정해지므로 경우의 수는 10

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

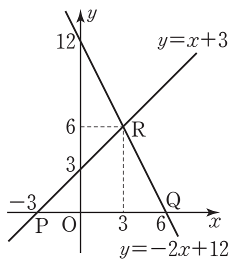
참고

B$(5, 1)$, D$(1, 5)$이면 □ABCD는 정사각형이므로 평행사변형이다.

03 답 $\frac{4}{9}$

[전략] 두 직선의 그래프를 그려서 △PQR의 내부에 있는 점을 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$



두 직선 $y=x+3$, $y=-2x+12$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 점 (a, b)가 △PQR의 내부에 있으려면 $a=1, 2, 3$일 때 b의 값은 직선 $y=x+3$의 아래쪽에, $a=4, 5$일 때 b의 값은 직선 $y=-2x+12$의 아래쪽에 있어야 한다.

(i) $a=1$일 때, $y=x+3$에 $x=1$을 대입하면 $y=4$이므로
$b=1, 2, 3$의 3가지

(ii) $a=2$일 때, $y=x+3$에 $x=2$을 대입하면 $y=5$이므로
$b=1, 2, 3, 4$의 4가지

(iii) $a=3$일 때, $y=x+3$에 $x=3$을 대입하면 $y=6$이므로
$b=1, 2, 3, 4, 5$의 5가지

(iv) $a=4$일 때, $y=-2x+12$에 $x=4$를 대입하면 $y=4$이므로
$b=1, 2, 3$의 3가지

(v) $a=5$일 때, $y=-2x+12$에 $x=5$를 대입하면 $y=2$이므로
$b=1$의 1가지

(i)~(v)에서 경우의 수는 $3+4+5+3+1=16$

따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$

04 답 7

[전략] 모든 경우의 수가 20이고 공에 적힌 두 수의 차가 5 미만일 확률은 $\frac{4}{5}$이므로 공에 적힌 두 수의 차가 5 미만인 경우의 수는 16임을 이용한다.

상자에서 공 2개를 꺼내는 모든 경우를 순서쌍으로 나열하면

$(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, A)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$, $(2, 4)$, $(2, A)$, $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 4)$, $(3, A)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$, $(4, A)$, $(A, 1)$, $(A, 2)$, $(A, 3)$, $(A, 4)$

이므로 모든 경우의 수는 20이다.

이때 공에 적힌 두 수의 차가 5 미만인 경우의 수를 x라 하면

$\frac{x}{20}=\frac{4}{5}$ $\quad\therefore x=16$

그런데 A를 포함하지 않는 순서쌍 중 두 수의 차가 5 미만인 것이 12개이고 $A-4<A-3<A-2<A-1$이므로 A를 포함하는 순서쌍 중 두 수의 차가 5 미만인 것은 $(3, A)$, $(4, A)$, $(A, 3)$, $(A, 4)$의 4개이다.

따라서 $A-3<5$, $A-2\geq5$이어야 하므로 자연수 A의 값은 7이다.

05 답 $\frac{2}{9}$

[전략] 성민이의 말이 소라의 말을 잡으려면 위로 1칸, 오른쪽으로 2칸 이동해야 하고, 연경이의 말을 잡으려면 아래로 1칸, 오른쪽으로 1칸 이동해야 한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(i) 성민이의 말이 소라의 말을 잡는 경우 :
위로 1칸, 오른쪽으로 2칸 이동해야 하므로 가능한 경우는
$(1, 5)$, $(1, 6)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$의 4가지
따라서 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(ii) 성민이의 말이 연경이의 말을 잡는 경우 :
아래로 1칸, 오른쪽으로 1칸 이동해야 하므로 가능한 경우는
$(2, 4)$, $(3, 4)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$의 4가지
따라서 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$

06 답 $\frac{1}{9}$

[전략] 세 학생 모두 간식을 받지 못하는 경우는 제외하고 생각한다.

A는 2 또는 4 또는 6의 눈이 나오면 간식을 받고, B는 3 또는 6의 눈이 나오면 간식을 받고, C는 4의 눈이 나오면 간식을 받는다.
이때 세 학생 모두 겹치는 숫자가 없으므로 세 학생이 같이 간식을 받는 경우는 없다.
한편 1 또는 5의 눈이 나오면 세 학생은 모두 간식을 받을 수 없다.
그리고 처음에 2의 눈이 나오면 A가 간식을 받고 B와 C는 간식을 받을 수 없다. 이때 B와 C가 겹치는 숫자가 없으므로 두 번째에 B와 C가 같이 간식을 받는 경우는 없다.
따라서 처음 나오는 눈의 수는 3 또는 4 또는 6이어야 한다.

(i) 처음 나오는 눈의 수가 3인 경우 :
B는 간식을 받았으므로 4의 눈이 나와야 A와 C가 간식을 받는다. 따라서 그 확률은
$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

(ii) 처음 나오는 눈의 수가 4인 경우 :
A, C는 간식을 받았으므로 3 또는 6의 눈이 나와야 B가 간식을 받는다. 따라서 그 확률은
$\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{18}$

(iii) 처음 나오는 눈의 수가 6인 경우 :
A, B는 간식을 받았으므로 4의 눈이 나와야 C가 간식을 받는다. 따라서 그 확률은
$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

(i)~(iii)에서 구하는 확률은
$\frac{1}{36}+\frac{1}{18}+\frac{1}{36}=\frac{1}{9}$

07 답 $\frac{2}{9}$

[전략] 7점 이상 받으려면 A, B를 맞히고 C를 틀리거나 A, C를 맞히고 B를 틀리거나 A, B, C를 모두 맞혀야 한다.

문제 A를 틀릴 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

문제 B를 맞힐 확률을 p라 하면

$\frac{3}{5}\times p=\frac{1}{5}$　　$\therefore p=\frac{1}{3}$

즉 문제 B를 틀릴 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

문제 C를 틀릴 확률을 q라 하면

$\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\times q=\frac{4}{15}$　　$\therefore q=\frac{2}{3}$

즉 문제 C를 맞힐 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

문제 A는 4점, 문제 B, C는 각각 3점이므로 7점 이상 받으려면 A, B를 맞히고 C를 틀리거나 A, C를 맞히고 B를 틀리거나 A, B, C 모두 맞혀야 한다.

(i) A, B를 맞히고 C를 틀릴 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{45}$

(ii) A, C를 맞히고 B를 틀릴 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{45}$

(iii) A, B, C 모두 맞힐 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{45}$

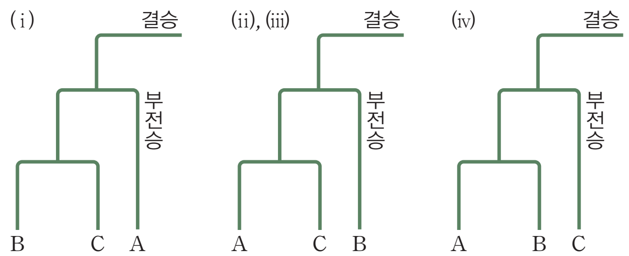
(i)~(iii)에서 구하는 확률은

$\frac{4}{45}+\frac{4}{45}+\frac{2}{45}=\frac{2}{9}$

08 답 $\frac{5}{18}$

[전략] 각 반이 부전승으로 올라가는 경우의 대진표를 그리고 각 경우의 확률을 구한다.

각 반이 부전승으로 올라가는 경우의 대진표는 다음과 같다.



(i) A반이 부전승으로 올라가고, B반이 C반, A반을 차례대로 이길 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$

(ii) B반이 부전승으로 올라가고, A반이 C반을 이기고 B반이 A반을 이길 확률은

$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$

(iii) B반이 부전승으로 올라가고, C반이 A반을 이기고 B반이 C반을 이길 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{30}$

(iv) C반이 부전승으로 올라가고, B반이 A반, C반을 차례대로 이길 확률은

$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{18}$

(i)~(iv)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{18}+\frac{2}{15}+\frac{1}{30}+\frac{1}{18}=\frac{5}{18}$

09 답 ⑤

[전략] 각 주사위를 선택한 학생이 다른 주사위를 선택한 학생을 이길 수 있는 경우를 생각한다.

① C 주사위에서 가장 큰 눈의 수는 4이고 A, B 주사위에서 가장 큰 눈의 수는 각각 6, 5이므로 C 주사위를 선택한 학생이 반드시 이긴다고 할 수 없다.

② B 주사위에는 4의 눈이 없으므로 구하는 확률은 0이다.

③ A 주사위를 선택한 학생이 B 주사위를 선택한 학생을 이기는 경우는 A 주사위가 3의 눈이 나오고 B 주사위는 2의 눈이 나오는 경우와 A 주사위가 6의 눈이 나오고 B 주사위는 2 또는 5의 눈이 나오는 경우이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\times1=\frac{7}{12}$

④ B 주사위를 선택한 학생이 C 주사위를 선택한 학생을 이기는 경우는 B 주사위가 2의 눈이 나오고 C 주사위는 1의 눈이 나오는 경우와 B 주사위가 5의 눈이 나오고 C 주사위는 1 또는 4의 눈이 나오는 경우이므로 구하는 확률은

$\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{3}{6}\times1=\frac{7}{12}$

⑤ C 주사위를 선택한 학생이 A 주사위를 선택한 학생을 이기는 경우는 C 주사위가 4의 눈이 나오고 A 주사위는 3의 눈이 나오는 경우이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

MEMO

MEMO

MEMO