수학의 힘 γ (감마) 중1-1

정답과 해설

1 소인수분해

STEP 1 실력 문제 7쪽~9쪽

001 ① $5=4\times1+1$이므로 나머지는 1이다.
② $12=4\times3+0$이므로 나머지는 0이다.
③ $19=4\times4+3$이므로 나머지는 3이다.
④ $21=4\times5+1$이므로 나머지는 1이다.
⑤ $27=4\times6+3$이므로 나머지는 3이다.
따라서 [ ] 안의 수가 주어진 수를 4로 나누었을 때의 나머지가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

002 $A=B\times12+21$
$=B\times12+12+9$
$=(B+1)\times12+9$
따라서 A를 12로 나누었을 때의 나머지는 9이다. 답 9

003 9의 배수가 되려면 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수이어야 하므로
$1+4+\square+2=$(9의 배수) $\therefore 7+\square=$(9의 배수)
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 한 자리의 숫자는 2이므로 □ 안에 알맞은 숫자는 2이다. 답 2

004 소수는 2, 29, 73의 3개이다. 답 3개

005 합성수는 8, 26, 57, 117의 4개이다. 답 4개

006 ㉠ 짝수 중 소수는 2의 1개이다.
㉡ 소수와 소수의 합은 홀수 또는 짝수이다.
예 소수인 2와 5의 합 7은 홀수이고, 소수인 3과 5의 합 8은 짝수이다.
㉢ 자연수는 약수의 개수가 1개 이상이다.
㉣ 합성수는 약수의 개수가 3개 이상인 수이다.
㉤ 10 이하의 자연수 중 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉤의 2개이다. 답 2개

007 ① $12=2^2\times3$이므로 소인수는 2, 3의 2개이다.
② $16=2^4$이므로 소인수는 2의 1개이다.
③ $30=2\times3\times5$이므로 소인수는 2, 3, 5의 3개이다.
④ $50=2\times5^2$이므로 소인수는 2, 5의 2개이다.
⑤ $91=7\times13$이므로 소인수는 7, 13의 2개이다.
따라서 소인수의 개수가 가장 많은 것은 ③이다. 답 ③

008 $252=2^2\times3^2\times7$이므로 $a=2$, $b=2$, $c=1$
$\therefore a+b+c=2+2+1=5$ 답 5

009 1에서 15까지의 자연수 중 3을 소인수로 가지는 수는 3의 배수인 3, 6, 9, 12, 15이다.
이때 $3=3$, $6=2\times3$, $9=3^2$, $12=2^2\times3$, $15=3\times5$이므로
$1\times2\times3\times\cdots\times15=\square\times3^6$의 꼴이다.
따라서 3의 지수는 6이다. 답 6

010 $360=2^3\times3^2\times5$의 약수는 2^3의 약수와 3^2의 약수와 5의 약수의 곱으로 이루어진다.
2^3의 약수: 1, 2, 2^2, 2^3
3^2의 약수: 1, 3, 3^2
5의 약수: 1, 5
따라서 360의 약수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

011 ① $2^2\times5^4$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(4+1)=15$(개)
② $3^2\times5^3$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(3+1)=12$(개)
③ $2^3\times7$의 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)=8$(개)
④ $6^2\times5=2^2\times3^2\times5$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$(개)
⑤ $96=2^5\times3$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$(개)
따라서 약수의 개수가 가장 많은 것은 ④이다. 답 ④

012 $3^x\times7^2\times8=2^3\times3^x\times7^2$이고 약수의 개수는 48개이므로
$(3+1)\times(x+1)\times(2+1)=48$
$12\times(x+1)=48$
$x+1=4$ $\therefore x=3$ 답 3

013 $288=2^5\times3^2$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(2+1)=18$(개)
$2\times3^2\times5^a$의 약수의 개수는
$(1+1)\times(2+1)\times(a+1)=6\times(a+1)$(개)
이때 288의 약수의 개수와 $2\times3^2\times5^a$의 약수의 개수가 같으므로
$6\times(a+1)=18$, $a+1=3$
$\therefore a=2$ 답 2

014 n의 값에 주어진 수를 대입하여 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.
① $63\times2=2\times3^2\times7$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$(개)
② $63\times4=2^2\times3^2\times7$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$(개)
③ $63\times5=3^2\times5\times7$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$(개)
④ $63\times21=3^3\times7^2$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$(개)

⑤ $63\times49=3^2\times7^3$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(3+1)=12$(개)

따라서 자연수 n의 값이 될 수 없는 것은 ②이다. 답 ②

다른 풀이 $63\times n$의 약수의 개수가 12개가 되려면 $63=3^2\times7$이므로

(i) $3^2\times7\times n=3^5\times7$에서

$n=3^3=27$

(ii) $3^2\times7\times n=3^3\times7^2$에서

$n=3\times7=21$

(iii) $3^2\times7\times n=3^2\times7^3$에서

$n=7^2=49$

(iv) $3^2\times7\times n=3^2\times7\times a$ (a는 3, 7이 아닌 소수)에서

$n=2, 5, 11, \cdots$

따라서 (i)~(iv)에 의해 자연수 n의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

015 주어진 수의 약수 중 홀수의 개수는 $3^3\times5^2\times7$의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 홀수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$(개) 답 24개

참고 홀수이려면 2를 소인수로 갖지 않아야 한다.

016 3의 배수는 $\square\times3$의 꼴이어야 한다.

이때 $180=2^2\times3^2\times5=(2^2\times3\times5)\times3$이므로 180의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2^2\times3\times5$의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 3의 배수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$(개) 답 12개

017 90을 소인수분해 하면 $90=2\times3^2\times5$

90에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 곱하는 수는

$2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$2\times5=10$ 답 10

018 120을 소인수분해 하면 $120=2^3\times3\times5$

$120\times a=2^3\times3\times5\times a=b^2$이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 a의 값을 구하면

$a=2\times3\times5=30$

이때 $b^2=2^3\times3\times5\times(2\times3\times5)$

$=2^4\times3^2\times5^2$

$=(2^2\times3\times5)^2$

$=60^2$

이므로 $b=60$

$\therefore a+b=30+60=90$ 답 90

019 72를 소인수분해 하면 $72=2^3\times3^2$이므로 나누는 자연수를 a라 할 때

$\frac{72}{a}=\frac{2^3\times3^2}{a}=$(자연수)^{2}이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.

따라서 a의 값 중 가장 작은 자연수는 2이다. 답 2

STEP 2 심화 문제 10쪽~14쪽

020 34를 어떤 자연수로 나누면 6이 남으므로 $34-6$, 즉 28을 어떤 자연수로 나누면 나누어떨어진다.

따라서 어떤 자연수는 28의 약수 중 6보다 큰 수이므로 7, 14, 28이다. 답 7, 14, 28

021 $\frac{220}{2\times n+1}$이 자연수가 되려면 분모인 $2\times n+1$이 220의 약수이어야 한다.

이때 $2\times n+1$은 220의 약수 중 홀수이고 $220=2^2\times5\times11$이므로 $2\times n+1$의 값은 5 또는 11 또는 55이다.

(i) $2\times n+1=5$일 때, $n=2$

(ii) $2\times n+1=11$일 때, $n=5$

(iii) $2\times n+1=55$일 때, $n=27$

따라서 구하는 n의 값은 2, 5, 27이다. 답 2, 5, 27

022 1을 7로 나누면 나머지가 1이다.

4월 26일을 3월 1일을 기준으로 계산하면 $31+26=57$(일)이고, $57=7\times8+1$이므로 57을 7로 나누면 나머지가 1이다.

따라서 4월 26일은 토요일이 된다. 답 ①

023 조건 (나)에서 약수의 개수가 2개인 자연수는 소수이다.

이때 조건 (가)에서 35 이상 40 미만인 자연수 중 소수는 37이므로 주어진 조건을 모두 만족하는 자연수는 37이다. 답 37

024 조건 (나)에서 n의 약수는 1과 n뿐이므로 n은 소수이다.

이때 조건 (가)에서 n은 30 이하의 자연수이므로 n은 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29의 10개이다. 답 10개

025 ㉠ 30 이하의 자연수 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29의 10개이다.

㉡ a, b가 소수일 때, $a\times b$의 약수는 1, a, b, $a\times b$이므로 합성수이다.

㉣ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

㉤ 소수가 아닌 자연수 중 1은 약수의 개수가 1개이다.

㉥ 소수와 합성수의 합은 소수 또는 합성수이다.

예 소수인 3과 합성수인 4의 합 7은 소수이다.

소수인 3과 합성수인 6의 합 9는 합성수이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다. 답 ㉠, ㉢

026 (홀수)+(홀수)=(짝수), (짝수)+(홀수)=(홀수)이므로 한 소수의 제곱은 짝수이다.
소수 중 그 수의 제곱이 짝수가 되는 수는 2뿐이므로 $x=2$
이때 $2^2+y=127$이므로 $y=123$
$\therefore y-x=123-2=121$ 답 121

027 $1\times2\times3\times\cdots\times9\times10$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$
$=2^8\times3^4\times5^2\times7$
이므로 $2^8\times3^4\times5^2\times7=2^a\times3^b\times5^c\times7^d$에서
$a=8, b=4, c=2, d=1$
$\therefore a+b+c+d=8+4+2+1$
$=15$ 답 15

028 $[x]=4$이므로 x를 소인수분해 하면 소인수 2의 지수는 4이다.
100 이하의 자연수 중 소인수분해 하였을 때, $2^4\times a$(a는 홀수)의 꼴이 되는 수는
$2^4\times1=16$, $2^4\times3=48$, $2^4\times5=80$
따라서 $[x]=4$를 만족하는 모든 자연수 x의 값의 합은
$16+48+80=144$ 답 144

029 분수 $\dfrac{980}{n}$이 자연수가 되려면 n은 980의 약수이어야 한다.
980을 소인수분해 하면 $980=2^2\times5\times7^2$
따라서 자연수 n의 값의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(2+1)=18$(개) 답 18개

030 약수의 개수가 3개인 수는 어떤 소수의 제곱인 수이다. 이때 $225=15^2$이므로 그 소수는 15보다 작아야 한다.
따라서 구하는 수는 $2^2=4$, $3^2=9$, $5^2=25$, $7^2=49$, $11^2=121$, $13^2=169$이다. 답 4, 9, 25, 49, 121, 169

031 조건 (나)에서 비가 3 : 7인 두 자연수를 $3\times k$, $7\times k$(k는 자연수)로 놓으면 $3\times k+7\times k=10\times k$이므로 구하는 자연수는 10의 배수이다.
이때 조건 (가), (다)에서 60의 약수 중 10의 배수는 10, 20, 30, 60이고 이 중 약수의 개수가 8개인 수는 30이므로 주어진 조건을 모두 만족하는 자연수는 30이다. 답 30

참고 $10=2\times5$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)=4$(개)
$20=2^2\times5$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$(개)
$30=2\times3\times5$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$(개)
$60=2^2\times3\times5$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$(개)

032 $\langle7\rangle$은 7의 모든 약수들의 합이고 7의 약수는 1, 7이므로
$\langle7\rangle=1+7=8$ $\therefore b=8$
$[8]$은 8의 약수의 개수이고 $8=2^3$이므로
$[8]=3+1=4$ $\therefore c=4$
따라서 $\langle4\rangle$는 4의 모든 약수들의 합이고 4의 약수는 1, 2, 4이므로 $\langle4\rangle=1+2+4=7$ 답 7

033 $2^4\times\square$의 약수의 개수가 15개가 되려면
(i) $\square$가 밑이 2인 수일 때,
$2^4\times\square=2^{14}$에서 $\square=2^{10}$
(ii) $\square$가 밑이 2가 아닌 수일 때,
$2^4\times\square$에서
(2^4의 약수의 개수)$\times$($\square$의 약수의 개수)$=15$
$5\times$($\square$의 약수의 개수)$=15$
$\therefore$ ($\square$의 약수의 개수)$=3$
따라서 $\square$는 밑이 2가 아니고 약수의 개수가 3개인 수이므로
$\square=3^2, 5^2, 7^2, 11^2, \cdots$
(i), (ii)에 의해 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 두 자리의 자연수는 25, 49의 2개이다. 답 2개

034 소인수분해 하였을 때, 각각의 경우마다 조건을 만족하는 가장 작은 수를 구하면 다음과 같다.
(i) a^n의 꼴일 때,
$2^7=128$
(ii) $a^m\times b^n$의 꼴일 때,
$2^3\times3=24$
(iii) $a^l\times b^m\times c^n$의 꼴일 때,
$2\times3\times5=30$
(i)~(iii)에 의해 구하는 가장 작은 수는 24이다. 답 24

035 $3\times\square$의 약수의 개수가 6개이려면
(i) $6=5+1$일 때,
$3\times\square=3^5$이어야 하므로 $\square=3^4=81$
(ii) $6=(1+1)\times(2+1)$일 때,
$\square=$(3이 아닌 소수)^{2}의 꼴이어야 하므로
$\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2=4$
(iii) $6=(2+1)\times(1+1)$일 때,
$\square=3\times$(3이 아닌 소수)의 꼴이어야 하므로
$\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3\times2=6$
따라서 (i)~(iii)에 의해 $\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수는 4이다.
답 4

036 $48=2^4\times3$이므로
$A(48)=(4+1)\times(1+1)=10$
$A(48)\times A(x)=120$에서 $10\times A(x)=120$이므로
$A(x)=12$

(ⅰ) $x=a^{11}$ (a는 소수)일 때,
가장 작은 자연수는 2^{11}

(ⅱ) $x=a^5\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)일 때,
가장 작은 자연수는 $2^5\times3=96$

(ⅲ) $x=a^3\times b^2$ (a, b는 서로 다른 소수)일 때,
가장 작은 자연수는 $2^3\times3^2=72$

(ⅳ) $x=a^2\times b\times c$ (a, b, c는 서로 다른 소수)일 때,
가장 작은 자연수는 $2^2\times3\times5=60$

따라서 (ⅰ)~(ⅳ)에 의해 x의 값 중 가장 작은 자연수는 60이다.

답 60

037 $720=2^4\times3^2\times5$이므로 720의 약수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 지수가 모두 짝수이어야 한다.
따라서 1, 2^2, 3^2, 2^4, $2^2\times3^2$, $2^4\times3^2$의 6개이다.

답 6개

038 $216=2^3\times3^3$이므로 $216\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 $a=2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
$\therefore a=6, 6\times2^2, 6\times3^2, 6\times4^2, \cdots$
따라서 100 이하의 자연수 중 a의 값이 될 수 있는 수는 6, 24, 54, 96이다.

답 6, 24, 54, 96

039 540을 소인수분해 하면 $540=2^2\times3^3\times5$이므로 나누는 자연수를 a라 할 때
$\dfrac{540}{a}=\dfrac{2^2\times3^3\times5}{a}=(\text{자연수})^2$이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.
$\therefore a=3\times5, 2^2\times3\times5, 3^3\times5, 2^2\times3^3\times5$
따라서 나눌 수 있는 자연수는 15, 60, 135, 540이다.

답 15, 60, 135, 540

040 $\dfrac{1260}{a^2}=b$에서 $1260=2^2\times3^2\times5\times7$이므로
가장 큰 값은 $2\times3=6$　　$\therefore a=6$
$\dfrac{575}{c}=d^2$에서 $575=5^2\times23$이므로
가장 작은 값은 23　　$\therefore c=23$
이때 $d^2=\dfrac{575}{23}=5^2$이므로 $d=5$
$\therefore a+d=6+5=11$

답 11

STEP 3 고난도 문제 15쪽~16쪽

041 (ⅰ) $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $\cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 반복된다.
(ⅱ) $5^1=5$, $5^2=25$, $\cdots$이므로 5의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5가 반복된다.
(ⅲ) $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, $\cdots$이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1이 반복된다.
(ⅰ)~(ⅲ)에 의해 $1234=4\times308+2$이므로 3^{1234}의 일의 자리의 숫자는 9, 5^{1234}의 일의 자리의 숫자는 5, 7^{1234}의 일의 자리의 숫자는 9이다.
따라서 $3^{1234}+5^{1234}+7^{1234}$의 일의 자리의 숫자는
$9+5+9=23$에서 3이므로
$f(1234)=3$

답 3

042 A를 소인수분해 하면 $A=B\times D\times E$
이때 10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이고 $5=2+3$, $7=2+5$이므로
$B=2$, $D=3$, $E=5$ 또는 $B=2$, $D=5$, $E=7$
(ⅰ) $B=2$, $D=3$, $E=5$일 때,
$\therefore A=2\times3\times5=30$
(ⅱ) $B=2$, $D=5$, $E=7$일 때,
$\therefore A=2\times5\times7=70$
따라서 조건을 만족하는 모든 자연수 A의 값의 합은
$30+70=100$

답 100

043 15를 세 소인수의 합으로 나타내고, 그때의 x의 값을 구하면 다음과 같다.
(ⅰ) $15=2+2+3+3+5$이므로
$x=2^2\times3^2\times5=180$
(ⅱ) $15=2+3+5+5$이므로
$x=2\times3\times5^2=150$
(ⅲ) $15=2+3+3+7$이므로
$x=2\times3^2\times7=126$
(ⅳ) $15=3+5+7$이므로
$x=3\times5\times7=105$
(ⅰ)~(ⅳ)에 의해 구하는 모든 x의 값의 합은
$180+150+126+105=561$

답 561

044 n을 소인수분해 하면 $n=p\times q$이므로 n의 약수는
1, p, q, $p\times q$이다.
n의 모든 약수의 합이 $n+20$이므로
$1+p+q+p\times q=n+20$
$1+p+q+p\times q=p\times q+20$
$1+p+q=20$　　$\therefore p+q=19$
이때 합이 19인 두 소수는 2, 17이므로
$n=2\times17=34$

답 34

045 조건 (가)에서 N은 60으로 나누어떨어지므로 N은
$60=2^2\times3\times5$의 배수이다.
조건 (나)에서 N의 소인수의 개수는 3개이므로 $N=2^a\times3^b\times5^c$의 꼴로 나타낼 수 있다.
조건 (다)에서 N의 약수의 개수는 18개이므로
$(a+1)\times(b+1)\times(c+1)=18$
이때 조건 (가), (나)에서 a는 2보다 크거나 같아야 하므로
$18=3\times2\times3$ 또는 $18=3\times3\times2$이다.

(i) $18=3\times2\times3$에서 $a=2$, $b=1$, $c=2$

$\therefore N=2^2\times3\times5^2=300$

(ii) $18=3\times3\times2$에서 $a=2$, $b=2$, $c=1$

$\therefore N=2^2\times3^2\times5=180$

따라서 (i), (ii)에 의해 주어진 조건을 모두 만족하는 자연수 N의 값 중에서 가장 큰 수는 300이다.

답 300

046 $abcabc=abc\times1000+abc$

$=abc\times(1000+1)$

$=abc\times1001$

$=7\times11\times13\times abc$

이때 7, 11, 13, abc는 모두 소수이므로 $7\times11\times13\times abc$는 여섯 자리의 자연수 $abcabc$를 소인수분해 한 것이다.

따라서 구하는 약수의 개수는

$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$(개)

답 16개

047 $a=b\times c$이므로 $a\times b\times c=b\times c\times b\times c=b^2\times c^2$

따라서 $a\times b\times c=b^2\times c^2$의 소인수의 지수가 모두 짝수이므로 제곱인 수이고, 100 이상 900 이하의 제곱인 수는 10^2, 11^2, $\cdots$, 26^2, 27^2, 28^2, 29^2, 30^2이다.

이때 b, c는 서로 다른 소수이고 $b^2\times c^2$을 만족하는 가장 큰 수는 $26^2=(2\times13)^2=2^2\times13^2$이므로

$a=b\times c=2\times13=26$

답 26

048 사물함의 문이 열려 있는 상태를 ○표, 닫혀 있는 상태를 ×표로 나타내면 다음과 같다.

사물함 번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	⋯
1번 학생	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
2번 학생		×		×		×		×		×	
3번 학생			×			○			×		
4번 학생				○				○			⋯
5번 학생					×					○	
6번 학생						×					
⋮						⋮					

위의 표에서 사물함의 번호마다 있는 ○, × 표시의 개수는 각 번호의 약수의 개수와 같고 ○, × 표시의 개수가 홀수 개일 때, 사물함의 문이 열려 있게 된다.

약수의 개수가 홀수 개인 것은 제곱인 수이고, 1부터 100까지의 자연수 중 제곱인 수는 1^2, 2^2, 3^2, $\cdots$, 10^2의 10개이다.

따라서 100명의 학생이 모두 지나갔을 때, 문이 닫혀 있는 사물함의 개수는

$100-$(문이 열려 있는 사물함의 개수)$=100-10=90$(개)

답 90개

2 최대공약수와 최소공배수

STEP 1 실력 문제 19쪽~23쪽

049 45, 75, 105를 각각 소인수분해 하여 소인수끼리 맞춰 쓴다. 최대공약수를 구할 때에는 공통인 소인수의 지수가 같거나 작은 것을 택한다.

$$\begin{array}{r} 45=3^2\times 5 \\ 75=3\times 5^2 \\ 105=3\times 5\times 7 \\ \hline (\text{최대공약수})=3\times 5=15 \end{array}$$

답 15

050 세 수의 최대공약수는 $2^2\times3$이므로 주어진 수 중 세 수의 공약수는 최대공약수 $2^2\times3$의 약수인 ①, ②다. 답 ①, ②

051 $84=2^2\times3\times7$이고 주어진 수를 소인수분해 하면 다음과 같다.
① $8=2^3$ ② $21=3\times7$ ③ $25=5^2$
④ $45=3^2\times5$ ⑤ $49=7^2$
이때 84와 25의 최대공약수는 1이므로 84와 25는 서로소이다.
답 ③

052 $2\times3^3\times5$와 A의 최대공약수가 18, 즉 2×3^2이므로
$A=2\times3^2\times a$ (a는 3, 5와 서로소)의 꼴이어야 한다.
따라서 A의 값으로 적당하지 않은 것은 ②이다. 답 ②

053 학생 수는 48과 60의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 48=2^4\times 3 \\ 60=2^2\times 3\times 5 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times 3=12 \end{array}$$

즉 학생 수는 12명이므로 한 학생이 받는
사탕의 개수는 $48\div12=4$(개)
초콜릿의 개수는 $60\div12=5$(개) 답 사탕: 4개, 초콜릿: 5개

054 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 120과 100의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 120=2^3\times 3\times 5 \\ 100=2^2\times 5^2 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times 5=20 \end{array}$$

즉 타일의 한 변의 길이는 20 cm이다.
이때 가로는 $120\div20=6$(개), 세로는 $100\div20=5$(개)를 붙여야 하므로 필요한 타일의 개수는 $6\times5=30$(개) 답 30개

055 가능한 한 크게 만들 수 있는 정육면체 모양의 주사위의 한 모서리의 길이는 60, 48, 72의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 60=2^2\times 3\times 5 \\ 48=2^4\times 3 \\ 72=2^3\times 3^2 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times 3=12 \end{array}$$

즉 주사위의 한 모서리의 길이는 12 cm이다.
이때 가로는 $60\div12=5$(개), 세로는 $48\div12=4$(개), 높이는 $72\div12=6$(개)로 나누어지므로 만들 수 있는 주사위의 개수는 $5\times4\times6=120$(개) 답 120개

056 구하는 수는 $39-3$, $56-8$, 즉 36, 48의 공약수 중 8보다 큰 수이다.

$$\begin{array}{r} 36=2^2\times 3^2 \\ 48=2^4\times 3 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times 3=12 \end{array}$$

이때 36과 48의 최대공약수는 12이고 12의 약수 중 8보다 큰 수는 12이므로 어떤 자연수는 12이다. 답 12

057 사과는 36개, 귤은 $52+2$, 즉 54개, 바나나는 $93-3$, 즉 90개가 있으면 학생들에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.
이때 되도록 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 학생 수는 36, 54, 90의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 36=2^2\times 3^2 \\ 54=2\times 3^3 \\ 90=2\times 3^2\times 5 \\ \hline (\text{최대공약수})=2\times 3^2=18 \end{array}$$

따라서 구하는 학생 수는 18명이다. 답 18명

058 나무 사이의 간격이 일정하려면 나무 사이의 간격은 108과 180의 공약수이어야 하고, 가능한 한 나무의 수를 적게 하려면 나무 사이의 간격을 최대한 넓게 해야 한다.

$$\begin{array}{r} 108=2^2\times 3^3 \\ 180=2^2\times 3^2\times 5 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times 3^2=36 \end{array}$$

이때 108과 180의 최대공약수는 36이므로 나무를 36 m 간격으로 심으면 된다.
따라서 가로는 $108\div36=3$(그루), 세로는 $180\div36=5$(그루)를 심어야 하므로 필요한 나무의 수는
$(3+5)\times2=16$(그루) 답 16그루

다른 풀이 나무 사이의 간격이 36 m이고 $108\div36=3$, $180\div36=5$이므로 가로에 심는 나무의 수는 $3+1=4$(그루), 세로에 심는 나무의 수는 $5+1=6$(그루)이다.
따라서 필요한 나무의 수는
$(4+6)\times2-4=16$(그루)

059 12, 72, 90을 각각 소인수분해 하여 소인수끼리 맞춰 쓴다. 최소공배수를 구할 때에는 공통인 소인수의 지수가 같거나 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수는 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r} 12=2^2\times 3 \\ 72=2^3\times 3^2 \\ 90=2\times 3^2\times 5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^3\times 3^2\times 5=360 \end{array}$$

답 360

060 세 수 $2^2\times3\times5$, $2^2\times3\times7$, $2^3\times3^2\times7$의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^3\times3^2\times5\times7$의 배수이다.

② $2^4\times3\times5\times7$은 $2^3\times3^2\times5\times7$의 배수가 아니므로 주어진 세 수의 공배수가 아니다. 답 ②

061 6과 9의 공배수는 두 수의 최소공배수인 18의 배수이다.
100 이하의 자연수 중 18의 배수는 18, 36, 54, 72, 90의 5개이다.
답 5개

062

$$\begin{array}{rccc} & 2^a & \times & 3^3 \\ & 2^2 & \times & 3^b \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^4 & \times & 3^5 \end{array}$$

$\therefore a=4,\ b=5$ 답 $a=4,\ b=5$

063

$$\begin{array}{r|ccc} x & 4\times x & 6\times x & 9\times x \\ \hline 2 & 4 & 6 & 9 \\ \hline 3 & 2 & 3 & 9 \\ \hline & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

이때 $4\times x$, $6\times x$, $9\times x$의 최소공배수가 72이므로
$x\times2\times3\times2\times3=72$
$x\times36=72 \qquad \therefore x=2$ 답 2

064 1부터 7까지의 자연수를 모두 약수로 가지는 자연수는 1부터 7까지의 자연수의 공배수이므로 구하는 가장 작은 수는 이들의 최소공배수이다.
1, 2, 3, $4(=2^2)$, 5, $6(=2\times3)$, 7의 최소공배수는
$2^2\times3\times5\times7=420$ 답 420

065 만들려는 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 8의 최소공배수이어야 한다.

$$\begin{array}{l} 16=2^4 \\ 12=2^2\times3 \\ \ \ 8=2^3 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^4\times3=48 \end{array}$$

즉 정육면체의 한 모서리의 길이는 48 cm이다.
이때 가로는 $48\div16=3$(개), 세로는 $48\div12=4$(개), 높이는 $48\div8=6$(개)를 쌓아야 하므로 필요한 벽돌의 개수는
$3\times4\times6=72$(개) 답 72개

066 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물릴 때까지 맞물리는 톱니의 수는 60과 28의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{l} 60=2^2\times3\times5 \\ 28=2^2 \qquad\quad \times7 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times3\times5\times7=420 \end{array}$$

즉 60과 28의 최소공배수가 420이므로 A는 $420\div60=7$(바퀴), B는 $420\div28=15$(바퀴) 회전해야 한다. 답 A: 7바퀴, B: 15바퀴

067

$$\begin{array}{l} 12=2^2\times3 \\ 15=\qquad 3\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times3\times5=60 \end{array}$$

이때 12와 15의 최소공배수는 60이므로 두 버스는 60분마다 동시에 출발한다.
따라서 두 버스가 오전 5시 30분 이후에 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은 60분, 즉 1시간 후인 오전 6시 30분이다.
답 오전 6시 30분

068

$$\begin{array}{l} \ \ 8=2^3 \\ 10=2 \qquad \times5 \\ 12=2^2\times3 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^3\times3\times5=120 \end{array}$$

이때 8, 10, 12의 최소공배수는 120이므로 세 사람이 처음으로 출발점에서 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 120분이다.
따라서 세 사람이 처음으로 출발점에서 다시 만날 때까지 유림이가 공원을 돈 횟수는 $120\div8=15$(바퀴)이다. 답 15바퀴

069 세 자연수 5, 6, 8의 어느 것으로 나누어도 1이 남는 자연수를 n이라 하면 $n-1$은 5, 6, 8의 공배수이다.

$$\begin{array}{l} 5=\qquad\quad 5 \\ 6=2\ \times3 \\ 8=2^3 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^3\times3\times5=120 \end{array}$$

이때 5, 6, 8의 최소공배수는 120이고 120의 배수 중 가장 큰 세 자리의 자연수는 960이므로
$n-1=960 \qquad \therefore n=961$ 답 961

070

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad 2\times3^2\times5 \\ \qquad\qquad\quad\ 3^2\times5 \\ \qquad\qquad\quad\ 3^3\times5^2\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})=\quad\ 3^2\times5 \\ (\text{최소공배수})=2\times3^3\times5^2\times7 \end{array}$$

답 ④

071 두 자연수 $2^3\times3\times5^a$, $2^b\times3^2\times c$의 최대공약수가 $2^2\times3$이므로
$2^b=2^2$에서 $b=2$
또 최소공배수는 $2^3\times3^2\times5^2\times7$이므로
$5^a=5^2$에서 $a=2,\ c=7$
$\therefore a\times b\times c=2\times2\times7=28$ 답 28

072 75를 소인수분해 하면 $75=3\times5^2$
$2^2\times3^a\times5^3$, $3^2\times5^b\times11$의 최대공약수가 3×5^2이므로
$3^a=3$에서 $a=1$
$5^b=5^2$에서 $b=2$
따라서 두 수는 $2^2\times3\times5^3$, $3^2\times5^2\times11$이므로 최소공배수는 $2^2\times3^2\times5^3\times11$이다. $\quad\therefore c=2,\ d=3$
$\therefore a+b+c+d=1+2+2+3=8$ 답 8

073 $\dfrac{24}{n}$, $\dfrac{30}{n}$, $\dfrac{42}{n}$가 모두 자연수가 되려면 n은 24, 30, 42의 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{l} 24=2^3\times3 \\ 30=2\ \times3\ \times5 \\ 42=2\ \times3 \qquad \times7 \\ \hline (\text{최대공약수})=2\ \times3 \qquad\ =6 \end{array}$$

이때 자연수 n의 값 중 가장 큰 수는 24, 30, 42의 최대공약수이므로 6이다. 답 6

074 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ 중 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 수는 3과 5의 공배수이다. 이때 3과 5의 최소공배수는 15이고 15의 배수 중 100 이하의 자연수는 15, 30, 45, 60, 75, 90의 6개이다. 답 6개

075 $\frac{b}{a}=\frac{(3\text{과 }7\text{의 최소공배수})}{(8\text{과 }12\text{의 최대공약수})}=\frac{21}{4}$

따라서 $a=4$, $b=21$이므로

$b-a=21-4=17$ 답 17

076 최대공약수를 G라 하면

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)에서

$960=G\times 120$ $\therefore G=8$ 답 8

077 $13\,\underline{)\,A\quad 143}$

$\quad\quad a\quad 11$

$A=13\times a$ (a는 11과 서로소)라 하면

최소공배수가 429이므로

$13\times a\times 11=429$ $\therefore a=3$

따라서 $A=13\times 3=39$이므로 39의 소인수들의 합은

$3+13=16$ 답 16

다른 풀이 (두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로

$A\times 143=13\times 429$ $\therefore A=39$

따라서 $39=3\times 13$이므로 39의 소인수들의 합은

$3+13=16$

078 어떤 자연수를 A라 하면

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로

$(2^2\times 3^3\times 7)\times A=(2^2\times 3^2)\times(2^3\times 3^3\times 5\times 7)$

$\therefore A=2^3\times 3^2\times 5=360$ 답 360

STEP 2 심화 문제 24쪽~31쪽

079 ㉡ 서로 다른 두 소수는 최대공약수가 1이므로 서로소이다.

㉢ 6과 25는 서로소이지만 두 수 모두 소수는 아니다.

㉤ $20=2^2\times 5$이므로 소인수는 2, 5이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다. 답 ㉠, ㉡, ㉣

080 $6=2\times 3$이므로 6과 서로소인 수는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아니다.

따라서 20 이상 30 이하의 자연수 중 6과 서로소인 수는 23, 25, 29의 3개이다. 답 3개

081 $A=4\times k=2^2\times k$, $B=10\times k=2\times 5\times k$이므로 두 자연수 A, B의 최대공약수는 $2\times k$이다. 즉

$2\times k=20$ $\therefore k=10$

따라서 $A=40$, $B=100$이므로

$A+B=40+100=140$ 답 140

082 $68=17\times 4$이므로 $A=17\times a$ (a는 4와 서로소)의 꼴이다.

① $34=17\times 2$ ➡ 2는 4와 서로소가 아니다.

② $51=17\times 3$ ➡ 3은 4와 서로소이다.

③ $85=17\times 5$ ➡ 5는 4와 서로소이다.

④ $102=17\times 6$ ➡ 6은 4와 서로소가 아니다.

⑤ $136=17\times 8$ ➡ 8은 4와 서로소가 아니다.

따라서 A의 값이 될 수 있는 수는 ②, ③이다. 답 ②, ③

083 보트에 가능한 한 적은 수의 학생들을 태우려고 하므로 보트의 수는 48과 32의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{aligned}48&=2^4\times 3\\32&=2^5\\\hline(\text{최대공약수})&=2^4\quad=16\end{aligned}$$

이때 48과 32의 최대공약수는 16이므로 필요한 보트의 수는 16대이고, 보트 한 대에 태워야 하는 학생 수는 남학생이 $48\div 16=3$(명), 여학생이 $32\div 16=2$(명)이므로 5명이다.

답 보트의 수: 16대, 보트 한 대에 태워야 하는 학생 수: 5명

084 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려면 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 168과 72의 공약수이어야 한다.

$$\begin{aligned}168&=2^3\times 3\times 7\\72&=2^3\times 3^2\\\hline(\text{최대공약수})&=2^3\times 3\quad=24\end{aligned}$$

이때 168과 72의 최대공약수는 24이므로 168과 72의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24의 8개이다.

따라서 붙일 수 있는 정사각형 모양의 타일의 종류는 모두 8가지이다. 답 8가지

085 직육면체 모양의 떡을 될 수 있는 한 큰 정육면체 모양으로 자르려면 떡의 한 모서리의 길이는 24, 30, 48의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{aligned}24&=2^3\times 3\\30&=2\times 3\times 5\\48&=2^4\times 3\\\hline(\text{최대공약수})&=2\times 3\quad=6\end{aligned}$$

즉 떡의 한 모서리의 길이는 6 cm이다.

이때 가로는 $24\div 6=4$(개), 세로는 $30\div 6=5$(개), 높이는 $48\div 6=8$(개)로 나누어지므로 떡의 총 개수는

$4\times 5\times 8=160$(개)

따라서 떡을 모두 팔아서 얻을 수 있는 판매 금액은

$160\times 1000=160000$(원) 답 160000원

086
$$\begin{aligned}36&=2^2\times 3^2\\45&=\quad\ \ 3^2\times 5\\27&=\quad\ \ 3^3\\\hline(\text{최대공약수})&=\quad\ \ 3^2\quad=9\end{aligned}$$

36, 45, 27의 최대공약수는 9이므로 점 사이의 간격은 9 cm이다.

이때 필요한 점의 개수는

변 AB에서 $(36\div 9)-1=3$(개)

변 BC에서 $(45\div 9)-1=4$(개)

변 CA에서 $(27\div 9)-1=2$(개)

따라서 찍어야 하는 점의 개수는

$3+4+2=9$(개) 답 9개

087 조건 (가)에서 구하는 자연수는 $80-8$, $116-8$, $188-8$, 즉 72, 108, 180의 공약수 중 8보다 큰 수이다.

$$\begin{array}{l} 72=2^3\times 3^2 \\ 108=2^2\times 3^3 \\ 180=2^2\times 3^2\times 5 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times 3^2 \quad =36 \end{array}$$

이때 72, 108, 180의 최대공약수는 36이고 36의 약수 중 8보다 큰 수는 9, 12, 18, 36이다.

조건 (나)에서 9, 12, 18, 36 중에서 약수의 개수가 6개인 수는 12, 18이다.

따라서 조건을 모두 만족하는 자연수는 12, 18이다. 답 12, 18

088 세 자연수를 $2\times x$, $3\times x$, $7\times x$ (x는 자연수)라 하면 최소공배수가 672이므로

$$\begin{array}{r|ccc} x & 2\times x & 3\times x & 7\times x \\ \hline & 2 & 3 & 7 \end{array}$$

$x\times 2\times 3\times 7=672 \quad \therefore x=16$

따라서 세 자연수는 32, 48, 112이므로 그 합은

$32+48+112=192$ 답 192

089 $32=2^5$, $480=2^5\times 3\times 5$이므로 구하는 자연수는 480의 약수이면서 3×5, 즉 15의 배수이어야 한다.

따라서 조건을 만족하는 자연수는 3×5, $2\times 3\times 5$, $2^2\times 3\times 5$, $2^3\times 3\times 5$, $2^4\times 3\times 5$, $2^5\times 3\times 5$의 6개이다. 답 6개

090 $9=3^2$, $25=5^2$이고 9, 25, a의 최소공배수가 $2^2\times 3^3\times 5^2$이므로 a는 $2^2\times 3^3\times 5^2$의 약수이면서 $2^2\times 3^3$의 배수이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 자연수는 $2^2\times 3^3$, $2^2\times 3^3\times 5$, $2^2\times 3^3\times 5^2$의 3개이다. 답 3개

091 $84=2^2\times 3\times 7$이므로 세 자연수 $2^2\times 3\times 7$, $2^a\times 3\times 7^2$, $2^3\times 3^2\times 5^b$의 최소공배수가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 최소공배수의 각 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

$\therefore a=4, 6, 8, \cdots$

$\quad b=2, 4, 6, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 a, b의 합은

$a+b=4+2=6$ 답 6

092

$$\begin{array}{l} 12=2^2\times 3 \\ 16=2^4 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^4\times 3=48 \end{array}$$

12와 16의 최소공배수는 48이므로 두 버스는 종점에서 출발한 지 48분 후에 첫 번째로 다시 만난다.

이때 만나면 10분 동안 쉬므로 두 버스 A, B가 오전 9시에 동시에 출발하여 두 번째로 종점에서 다시 만나는 시각은 처음 출발한 시각에서 $48+10+48=106$(분) 후이다.

따라서 구하는 시각은 오전 10시 46분이다. 답 오전 10시 46분

093

$$\begin{array}{l} 10=2 \qquad \times 5 \\ 15= \qquad 3\times 5 \\ 20=2^2 \qquad \times 5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times 3\times 5=60 \end{array}$$

10, 15, 20의 최소공배수는 60이므로 세 버스는 60분마다 동시에 출발한다.

이때 세 도시로 가는 버스가 처음으로 동시에 출발하는 시각은 오전 6시이므로 오후 6시까지 13회 동시에 출발한다. 답 13회

주의 시외버스 터미널에서 세 도시로 가는 버스가 처음 출발하는 시각이 각각 다르므로 세 도시로 가는 버스가 처음으로 동시에 출발하는 시각을 구해야 한다.

094 장날은 5일마다 돌아오고 토요일은 7일마다 돌아오므로 토요일이면서 장날이 되는 날은 5와 7의 최소공배수인 35일마다 돌아온다. 즉 8월 10일 이후 토요일이면서 장날인 날은 9월 14일, 10월 19일, 11월 23일, ⋯이다.

따라서 구하는 날은 10월 19일이다. 답 10월 19일

095 주어진 규칙에 의해 3과 5의 최소공배수인 $3\times 5=15$의 배수일 때, 숫자를 말하지 않고 자리에서 일어나면서 동시에 박수를 치게 된다. A가 숫자를 말하지 않고 자리에서 일어나면서 동시에 박수를 칠 때, 바로 다음번에 숫자를 말하지 않고 자리에서 일어나면서 동시에 박수를 치는 사람은 A에서 15번째 뒤에 있는 사람이므로 H이다. 답 H

096 어떤 자연수를 n이라 하면 $n+1$은 4, 5, 6의 공배수이다.

$$\begin{array}{l} 4=2^2 \\ 5= \qquad\qquad 5 \\ 6=2\ \times 3 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times 3\times 5=60 \end{array}$$

이때 4, 5, 6의 최소공배수는 60이고 60의 배수 중 500에 가장 가까운 수는 480이므로

$n+1=480 \quad \therefore n=479$ 답 479

097 책상을 3줄, 4줄로 정렬하면 모두 1개씩 부족하므로 책상 수는 3과 4의 공배수보다 1만큼 작은 수이다. 또 5줄로 정렬하면 꼭 맞으므로 책상 수는 5의 배수이다.

이때 3과 4의 최소공배수는 $3\times 4=12$이므로 책상 수는 $12-1$, $24-1$, $36-1$, $48-1$, $60-1$, ⋯ 중 하나이다.

그런데 책상 수가 5의 배수이고, 60개보다 적으므로 구하는 책상 수는 $36-1=35$(개) 답 35개

098 구하는 자연수를 x라 하면 $x+1$은 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 공배수이다.

이때 $4=2^2$, $6=2\times 3$, $8=2^3$이므로 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 최소공배수는 $2^3\times 3\times 5\times 7=840$이다. 즉

$x+1=840, 1680, \cdots$이므로

$x=839, 1679, \cdots$

따라서 구하는 가장 작은 자연수는 839이다. 답 839

099 1학년 전체 학생 수를 n명이라 하면 $n+2$는 4와 7의 공배수이다.

이때 4와 7의 최소공배수는 $4\times7=28$이므로

$n+2=28, 56, 84, 112, \cdots$

$\therefore n=26, 54, 82, 110, \cdots$

이 중 10으로 나누어떨어지는 가장 작은 수는 110이므로 1학년 전체 학생 수는 최소 110명이다. 답 110명

100 세 전등 A, B, C가 다시 켜질 때까지 걸리는 시간은 각각 $8+1=9$(초), $10+2=12$(초), $12+3=15$(초)이다.

$$\begin{aligned} 9&= \quad\ 3^2 \\ 12&=2^2\times 3 \\ 15&= \quad\ 3\times 5 \\ \hline \end{aligned}$$

(최소공배수)$=2^2\times3^2\times5=180$

이때 9, 12, 15의 최소공배수는 180이므로 세 전등이 동시에 켜진 후 처음으로 다시 동시에 켜질 때까지 걸리는 시간은 180초이다.

따라서 오후 9시 30분에 세 전등이 동시에 켜졌을 때, 처음으로 다시 동시에 켜지는 시각은 180초, 즉 3분 후인 오후 9시 33분이다. 답 오후 9시 33분

101 54와 360의 최소공배수는 1080이고 $1080\div54=20$이므로 첫 번째 삼각형과 처음으로 완전히 겹쳐지는 삼각형은 $20+1=21$(번째) 삼각형이다. 답 21번째

102 길이가 60 cm인 막대기에 3 cm의 간격으로 눈금을 그었을 때 생기는 눈금의 개수는 $(60\div3)-1=19$(개)

5 cm의 간격으로 눈금을 그었을 때 생기는 눈금의 개수는

$(60\div5)-1=11$(개)

이때 3과 5의 최소공배수는 15이므로 3 cm와 5 cm의 간격으로 눈금을 그었을 때 겹치는 눈금의 개수는

$(60\div15)-1=3$(개)

따라서 길이가 60 cm인 막대기에 그어진 눈금의 개수는 $19+11-3=27$(개)이므로 길이가 60 cm인 막대기를 그어진 눈금에 따라 자르면 $27+1=28$(개)의 부분으로 나누어진다.

답 28개

103 (1) $\{10\triangle(56*24)\}*12$

$=(10\triangle8)*12$ 56과 24의 최대공약수는 8

$=40*12$ 10과 8의 최소공배수는 40

$=4$ 40과 12의 최대공약수는 4

(2) $20\triangle m=20$에서 20과 m의 최소공배수가 20이므로 m은 20의 약수이다.

이때 $20=2^2\times5$이므로 20의 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6$(개)

따라서 구하는 자연수 m의 값의 개수는 6개이다.

(3) $24*n=1$에서 24와 n의 최대공약수가 1이므로 24와 n은 서로소이다. 따라서 구하는 자연수 n의 값은 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23이다.

답 (1) 4 (2) 6개 (3) 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

104 $216=2^3\times3^3$, $270=2\times3^3\times5$, $360=2^3\times3^2\times5$이므로 세 수 216, 270, 360의 최대공약수는 2×3^2이다.

세 수의 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같으므로

$a=(1+1)\times(2+1)=6$

세 수의 최소공배수는 $2^3\times3^3\times5$이므로

$b=(3+1)\times(3+1)\times(1+1)=32$

$\therefore b-a=32-6=26$ 답 26

105 조건 (가)에 의해 $n=11\times a$

조건 (나)에 의해

$$\begin{array}{r|rr} 18 & n & 90 \\ \hline & b & 5 \end{array}$$

$n=18\times b$ (단, b와 5는 서로소)

조건 (다)에 의해 $n\div33=c^2$이므로 $n=33\times c^2$

즉 조건 (가), (나), (다)에 의해 n은 11, 18, 33의 공배수이다.

$$\begin{aligned} 11&= \qquad\quad 11 \\ 18&=2\times3^2 \\ 33&= \quad\ 3\times 11 \\ \hline \end{aligned}$$

(최소공배수)$=2\times3^2\times11=198$

11, 18, 33의 최소공배수는 198이므로

$n=198, 396, 594, \cdots, 1188, 1386, \cdots$

따라서 198의 배수 중 네 자리의 자연수이고 5와 서로소이면서 $33\times c^2$의 꼴인 수를 찾으면 33×6^2, 33×12^2이므로 가장 작은 수는 $33\times6^2=1188$이다. 답 1188

106 구하는 기약분수를 $\frac{b}{a}$라 하면

$\frac{b}{a}=\frac{(4, 6, 8\text{의 최소공배수})}{(7, 35, 21\text{의 최대공약수})}=\frac{24}{7}$ 답 $\frac{24}{7}$

107 구하는 분수를 $\frac{b}{a}$ (a와 b는 서로소)라 하면

$\frac{b}{a}=\frac{(35\text{와 }77\text{의 공배수})}{(24\text{와 }36\text{의 공약수})}=\frac{(385\text{의 배수})}{(12\text{의 약수})}$

따라서 $\frac{b}{a}$의 값 중 작은 수부터 차례대로 나열하면 $\frac{385}{12}$, $\frac{385}{6}$, $\frac{385}{4}$, $\frac{385}{3}$, $\cdots$이므로 세 번째로 작은 수는 $\frac{385}{4}$이다. 답 $\frac{385}{4}$

108 두 수를 $18\times a$, $18\times b$ ($a>b$, a와 b는 서로소)라 하면 최소공배수가 108이므로

$18\times a\times b=108$ $\therefore a\times b=6$

(i) $a=6$, $b=1$일 때,

두 수는 108, 18

(ii) $a=3$, $b=2$일 때,

두 수는 54, 36

이때 두 수의 합이 90이므로 두 수는 54, 36이고 그 차는

$54-36=18$ 답 18

109 (두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로

$432=$(최대공약수)$\times 36$ $\therefore$ (최대공약수)$=12$

$A=12\times a$, $B=12\times b$ ($a>b$, a와 b는 서로소)라 하면

$12\times a\times b=36$이므로 $a\times b=3$ $\therefore a=3, b=1$ ($\because a>b$)

$\therefore A=12\times 3=36$ 답 36

110 $A=6\times a$, $B=6\times b$($a<b$, a와 b는 서로소)라 하면

두 자연수 A, B의 최소공배수는 252이므로

$6\times a\times b=252$ $\therefore a\times b=42$

이때 $a<b$이고, a, b는 서로소이므로 $a\times b=42$를 만족하는 a, b의 쌍 (a, b)를 구하면

$(1, 42)$, $(2, 21)$, $(3, 14)$, $(6, 7)$

그런데 두 자연수 $A=6\times a$, $B=6\times b$가 50 이하의 수이므로

$a=6$, $b=7$

따라서 $A=6\times 6=36$, $B=6\times 7=42$이므로

$A+B=36+42=78$ 답 78

111 최대공약수가 18이므로

$$\begin{array}{r|ccc} 18 & 36 & A & 90 \\ \hline & 2 & a & 5 \end{array}$$

$36=18\times 2$, $90=18\times 5$, $A=18\times a$라 하면

최소공배수가 $540=18\times 2\times 3\times 5$이므로

$a=3$, 2×3, 3×5, $2\times 3\times 5$, 즉 $a=3$, 6, 15, 30

따라서 가능한 A의 값은 54, 108, 270, 540이므로 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은

$540+54=594$ 답 594

112 조건 ㈎에서 $A=18\times a$, $C=18\times c$

$$\begin{array}{r|cc} 18 & A & C \\ \hline & a & c \end{array}$$

(단, $a<c$, a와 c는 서로소)

이때 최소공배수는 36이므로 $18\times a\times c=36$

$a\times c=2$ $\therefore a=1, c=2$ ($\because a<c$)

즉 $A=18$, $C=36$

조건 ㈏에서 $C=36=9\times 4$이므로 $B=9\times b$

$$\begin{array}{r|cc} 9 & B & 36 \\ \hline & b & 4 \end{array}$$

(단, b와 4는 서로소)

이때 최소공배수는 108이므로 $9\times b\times 4=108$

$\therefore b=3$, 즉 $B=27$

$\therefore A+B+C=18+27+36=81$ 답 81

STEP 3 고난도 문제 32쪽~34쪽

113 ① 최대공약수가 1인 두 자연수는 서로소이다.

② 서로 다른 두 소수 2와 11의 차는 $11-2=9$이고 합성수이다.

③ 50 이하의 자연수 중 약수의 개수가 3개인 수는 2^2, 3^2, 5^2, 7^2의 4개이다.

④ 서로 다른 두 자연수 12와 25는 서로소이지만 모두 합성수이다.

⑤ 모든 약수의 합이 (자기 자신)+1인 수는 소수이고 10보다 작은 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

114 a는 200 이상 500 이하의 자연수 중 11의 배수이면서 33의 배수가 아닌 수이다.

따라서 구하는 자연수 a의 개수는

(200 이상 500 이하의 11의 배수의 개수)

$-$(200 이상 500 이하의 33의 배수의 개수)

$=27-9=18$(개) 답 18개

115 $\dfrac{72}{n}$, $\dfrac{108}{n}$이 모두 자연수가 되려면 n은 72와 108의 공약수이어야 하고, $\dfrac{m}{n}$의 값이 가장 작은 자연수가 되려면 n은 72와 108의 공약수 중 가장 큰 수, 즉 최대공약수이어야 한다.

$72=2^3\times 3^2$

$108=2^2\times 3^3$

(최대공약수)$=2^2\times 3^2=36$

$\therefore n=36$

이때 $\dfrac{72}{n}<\dfrac{108}{n}<\dfrac{m}{n}$이므로 m은 108보다 큰 수 중 가장 작은 36의 배수이어야 한다.

$\therefore m=144$ 답 144

116 $\dfrac{A-10}{B-14}=\dfrac{A}{B}$에서 $AB-10B=AB-14A$

$7A=5B$이므로 $A:B=5:7$

이때 $A=5\times k$, $B=7\times k$ (k는 자연수)라 하면 최소공배수가 455이므로

$$\begin{array}{r|cc} k & 5\times k & 7\times k \\ \hline & 5 & 7 \end{array}$$

$k\times 5\times 7=455$ $\therefore k=13$

$\therefore A=5\times 13=65$, $B=7\times 13=91$ 답 $A=65$, $B=91$

117 지영이는 5일, 유진이는 10일을 주기로 운동을 한다.

5와 10의 최소공배수는 10이므로 10일 동안 지영이와 유진이가 운동을 하는 날을 ○표, 쉬는 날을 ×표로 나타내면 다음과 같다.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
지영	○	○	○	○	×	○	○	○	○	×
유진	○	○	○	○	○	○	○	×	×	×

따라서 10일 동안 지영이와 유진이가 같이 운동을 하는 날은 6일이고 5월 1일부터 8월 31일까지는

$31+30+31+31=123$(일)이므로 두 사람이 같이 운동을 하게 되는 날은 $6\times 12+3=75$(일)이다. 답 75일

118 구하는 물건의 개수를 x개라 하자. (단, $100<x<200$)

다섯 개씩 셀 때에는 두 개가 남고, 일곱 개씩 셀 때에는 두 개가 남으므로 $x-2$는 5의 배수이면서 7의 배수이다.

즉 5와 7의 최소공배수인 $5\times 7=35$의 배수이므로 가능한 $x-2$의 값은 105, 140, 175

$\therefore x=107$, 142, 177

이때 x를 3으로 나누었을 때의 나머지가 1인 수는 142이므로 구하는 물건의 개수는 142개이다. 답 142개

119 8, 10의 최소공배수는 40이므로 두 버스 A, B는 40분마다 동시에 출발한다.

즉 오전 5시 50분에 출발한 후 오전 6시 30분, 오전 7시 10분, 오전 7시 50분, …에 동시에 출발한다. ……㉠

15, 20의 최소공배수는 60이므로 두 버스 C, D는 60분마다 동시에 출발한다.

즉 오전 6시 10분에 출발한 후 오전 7시 10분, 오전 8시 10분, …에 동시에 출발한다. ……㉡

㉠, ㉡에서 40과 60의 최소공배수는 120이므로 네 버스 A, B, C, D는 120분마다 동시에 출발한다.

이때 네 버스 A, B, C, D가 처음으로 동시에 출발하는 시각은 오전 7시 10분이고 그 후 오전 9시 10분, 오전 11시 10분, 오후 1시 10분, …에 동시에 출발한다.

따라서 4대의 버스가 세 번째로 동시에 출발하는 시각은 오전 11시 10분이다.

답 오전 11시 10분

120

$$12=2^2\times3$$
$$18=2\times3^2$$

(최소공배수)$=2^2\times3^2=36$

12와 18의 최소공배수는 36이므로 두 톱니바퀴 A, B가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 수는 36개이다.

이때 톱니 36개가 서로 맞물려 돌아가는 동안 같은 번호끼리 맞물리는 것은 처음의 12개이다.

따라서 톱니바퀴 A가 300회 회전하는 동안 두 톱니바퀴 A, B는 모두 $12\times300=3600$(개)의 톱니가 맞물리게 되므로 같은 번호끼리 맞물리는 것은

$(3600\div36)\times12=1200$(번)

답 1200번

121 정육면체의 한 모서리의 길이는 25, x, 10의 최소공배수이다.

25, x, 10의 최소공배수를 y라 하면 필요한 벽돌의 개수는

가로는 $\frac{y}{25}$개, 세로는 $\frac{y}{x}$개, 높이는 $\frac{y}{10}$개이므로

$\frac{y}{25}\times\frac{y}{x}\times\frac{y}{10}=900$

$y^3=900\times25\times x\times10$

$\therefore y^3=2^3\times3^2\times5^5\times x$

이때 y는 자연수이므로 $x=3\times5\times a^3$(a는 자연수)의 꼴이어야 한다.

$\therefore y=2\times3\times5^2\times a$

한편 y는 25, x, 10의 최소공배수이므로

$y=2\times3\times5^2\times a$는 $x=3\times5\times a^3$의 배수이다.

즉 y를 x로 나누면 나누어떨어지므로 a^2은 2×5, 즉 10의 약수이다.

그런데 10의 약수 중 제곱인 수는 1뿐이므로 $a^2=1$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore x=3\times5\times1^3=15$

답 15

122 (i) 주어진 분수 중 $\frac{1}{5}$이 틀렸다고 하면

남은 공의 개수는 나머지 분수의 분모 7, 8, 9의 최소공배수인 504의 배수이다.

(ii) 주어진 분수 중 $\frac{1}{7}$이 틀렸다고 하면

남은 공의 개수는 나머지 분수의 분모 5, 8, 9의 최소공배수인 360의 배수이다.

(iii) 주어진 분수 중 $\frac{1}{8}$이 틀렸다고 하면

남은 공의 개수는 나머지 분수의 분모 5, 7, 9의 최소공배수인 315의 배수이다.

(iv) 주어진 분수 중 $\frac{1}{9}$이 틀렸다고 하면

남은 공의 개수는 나머지 분수의 분모 5, 7, 8의 최소공배수인 280의 배수이다.

그런데 남은 공의 개수는 300개 이하이므로 (i)~(iv) 중 조건을 만족하는 경우는 (iv)뿐이다.

따라서 남은 공의 개수가 280개이므로 꺼낸 공의 개수는

$500-280=220$(개)

답 220개

123 조건 (가)에서 $x=3\times7\times a$(단, a는 2와 서로소)로 놓는다.

조건 (나)에서 $\frac{x}{35}$, 즉 $\frac{3\times7\times a}{5\times7}=\frac{3\times a}{5}$가 (자연수)^{2}이 되므로

$a=3\times5\times k^2$(단, k는 2와 서로소)

$\therefore x=3\times7\times3\times5\times k^2$

$\quad=315\times k^2$(단, k는 2와 서로소)

이때 x는 세 자리의 자연수이므로 $k=1$

$\therefore x=315$

답 315

124 두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하고, $A=a\times G$, $B=b\times G$($a>b$, a와 b는 서로소)라 하면

$L=a\times b\times G$

$\therefore \frac{L}{G}=\frac{a\times b\times G}{G}=a\times b$

이때 최소공배수를 최대공약수로 나누면 12로 나누어떨어지므로

$a\times b=12$

$a>b$이고, a, b는 서로소이므로 $a\times b=12$를 만족하는 a, b의 쌍 (a, b)를 구하면

$(4, 3)$, $(12, 1)$

(i) $a=4$, $b=3$일 때,

$A=4\times G$, $B=3\times G$이므로

$A+B=4\times G+3\times G$

$\quad=(4+3)\times G$

$\quad=7\times G=21$

$\therefore G=3$

즉 $A=4\times3=12$, $B=3\times3=9$이므로

$A-B=3$

(ii) $a=12$, $b=1$일 때,

$A=12\times G$, $B=1\times G$이므로

$A+B=12\times G+1\times G$

$\quad=(12+1)\times G$

$\quad=13\times G=21$

그런데 이를 만족하는 자연수 G는 존재하지 않는다.

따라서 (i), (ii)에 의해 $A-B=3$

답 3

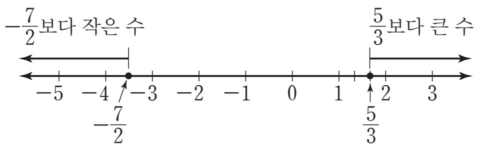
3 정수와 유리수

STEP 1 실력 문제 37쪽~39쪽

125 ① $+2$ cm ② $+10$ % ③ $+100$원
④ -2 kg ⑤ $+4$명 답 ④

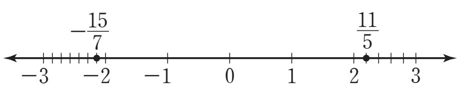
126 (가)에 알맞은 말은 정수가 아닌 유리수이므로 보기 중 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{5}{2}$, 3.3, $\frac{2}{7}$의 3개이다. 답 3개

127 $-\frac{7}{2}$과 $\frac{5}{3}$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



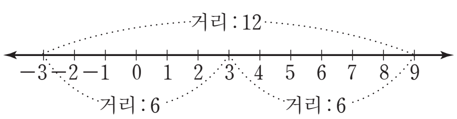
$\therefore a=-4,\ b=2$ 답 $a=-4,\ b=2$

128 $-\frac{15}{7}$와 $\frac{11}{5}$을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $a=-2,\ b=2$이므로
$a+b=-2+2=0$ 답 0

129 두 점 사이의 거리가 12이므로 두 점은 3을 나타내는 점으로부터 각각 $12\times\frac{1}{2}=6$만큼 떨어져 있다.



따라서 구하는 두 수는 -3, 9이다. 답 -3, 9

130 두 점 A와 C 사이의 거리가 10이므로 점 B는 두 수 -6, 4를 나타내는 두 점으로부터 각각 $10\times\frac{1}{2}=5$만큼 떨어져 있다.
이때 네 점 A, B, C, D 사이의 거리가 모두 같으므로 점 D는 점 C로부터 5만큼 떨어져 있다.
따라서 점 D가 나타내는 수는 $4+5=9$이다. 답 9

131 ① $\left|-\frac{17}{3}\right|=\frac{17}{3}$ ② $|-5|=5$ ③ $\left|-\frac{19}{4}\right|=\frac{19}{4}$
④ $|+3|=3$ ⑤ $\left|\frac{11}{2}\right|=\frac{11}{2}$
따라서 원점에서 가장 멀리 떨어진 것은 절댓값이 가장 큰 수인 ①이다. 답 ①

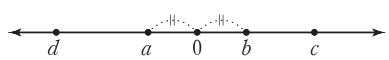
132 $|-7|=7,\ |-5|=5,\ |6|=6$이므로
$(-7)*\{(-5)\triangle 6\}=(-7)*(-5)$
$=-7$ 답 -7

133 두 수 a, b의 절댓값이 같고 a가 b보다 $\frac{12}{7}$만큼 작으므로
$a<0,\ b>0$
이때 a, b는 원점으로부터 각각 $\frac{12}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{6}{7}$만큼 떨어진 점에 대응하는 수이므로
$a=-\frac{6}{7}$ 답 $-\frac{6}{7}$

134 ① $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$이므로 $\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$
② $-\frac{1}{4}=-\frac{3}{12}$, $-\frac{1}{3}=-\frac{4}{12}$이므로 $-\frac{1}{4}>-\frac{1}{3}$
③ (음수)$<$(양수)이므로 $-\frac{4}{5}<\frac{1}{13}$
④ $\left|-\frac{4}{3}\right|=\frac{4}{3}$, $\left|-\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5}$이므로 $\left|-\frac{4}{3}\right|>\left|-\frac{4}{5}\right|$
⑤ $\left|-\frac{6}{7}\right|=\frac{6}{7}$이므로 $\frac{5}{6}<\left|-\frac{6}{7}\right|$
따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

135 ④ 주어진 수들을 큰 수부터 차례대로 나열하면
$+4,\ 1,\ 0,\ -\frac{2}{3},\ -\frac{3}{4},\ -5$
이므로 네 번째로 큰 수는 $-\frac{2}{3}$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

136 조건 (가)에서 d는 가장 작은 수이다.
조건 (다)에서 $0<b<c$
두 조건 (나), (다)에서 $b>0$, $|a|=|b|$이고, a와 b는 서로 다른 수이므로 a는 b와 절댓값이 같은 음수이다.
따라서 a, b, c, d를 조건에 맞게 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore d<a<b<c$ 답 $d<a<b<c$

137 ③ $a\le 7$ ⑤ $2\le a<5$ 답 ③, ⑤

138 $-\frac{6}{5}=-1\frac{1}{5}$, $\frac{11}{4}=2\frac{3}{4}$이므로 $-\frac{6}{5}<x<\frac{11}{4}$을 만족하는 정수는 -1, 0, 1, 2의 4개이다. 답 4개

139 절댓값이 3보다 작거나 같은 정수를 x라 하면
$|x|\le 3$에서 $|x|=0,\ |x|=1,\ |x|=2,\ |x|=3$
$\therefore x=0,\ -1,\ 1,\ -2,\ 2,\ -3,\ 3$ 답 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

140 절댓값이 2 이상이고 5 미만인 정수를 x라 하면
$2\le|x|<5$에서
$|x|=2,\ |x|=3,\ |x|=4$
$\therefore x=-2,\ 2,\ -3,\ 3,\ -4,\ 4$
따라서 구하는 정수의 개수는 6개이다. 답 6개

141 절댓값이 $\frac{8}{3}$인 두 수는 $-\frac{8}{3}$과 $\frac{8}{3}$이다.

$-\frac{8}{3}=-2\frac{2}{3}$, $\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$이므로 $-\frac{8}{3}$과 $\frac{8}{3}$ 사이에 있는 정수는 -2, -1, 0, 1, 2의 5개이다.

답 5개

STEP 2 심화 문제 40쪽~41쪽

142 $<-3>=0$, $<10>=1$, $\left\langle -\frac{4}{11}\right\rangle=-1$이므로

$<-3>^{99}+<10>^{100}+\left\langle -\frac{4}{11}\right\rangle^{101}$

$=0^{99}+1^{100}+(-1)^{101}$

$=1+(-1)=0$

답 0

143 ㉡ 음의 유리수에서 -0.1, -0.01, -0.001, $\cdots$과 같이 절댓값이 더 작은 수를 한없이 생각할 수 있으므로 음의 유리수 중에서 가장 큰 수는 알 수 없다.

㉢ 0은 $\frac{0}{1}$으로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

㉤ 서로 다른 두 유리수 사이에 있는 정수의 개수는 유한 개이다.

예 $\frac{1}{2}$과 $\frac{3}{2}$ 사이의 정수 : 1개, $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$ 사이의 정수 : 0개

㉥ 유리수는 분자가 정수, 분모가 0이 아닌 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수이다.

㉦ 유리수는 양수, 0, 음수로 나누어진다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

답 ㉠, ㉣

144 (1) 두 점 A, D가 나타내는 수는 $-\frac{7}{2}$, 4이므로 두 점 A와 D 사이의 거리는 $\frac{7}{2}+4=\frac{7}{2}+\frac{8}{2}=\frac{15}{2}$

(2) 선분 AB, 선분 BC, 선분 CD의 길이가 모두 같으므로

선분 CD의 길이는 $\frac{15}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{2}$

이때 점 C는 점 D에서 왼쪽으로 $\frac{5}{2}$만큼 떨어져 있으므로

점 C가 나타내는 수는

$4-\frac{5}{2}=\frac{8}{2}-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

답 (1) $\frac{15}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$

145 $a>b$이고 $|a|+|b|=3$인 두 정수 a, b의 값은 다음과 같다.

a	0	-1	1	2	2	3
b	-3	-2	-2	-1	1	0

따라서 a, b의 쌍을 (a, b)로 나타내면 $(0, -3)$, $(-1, -2)$, $(1, -2)$, $(2, -1)$, $(2, 1)$, $(3, 0)$의 6개이다.

답 6개

146 ㉠ a, b가 모두 음수이면 $b<a$이다.

㉡ $a=0$, $b=-2$이면 $|0|<|-2|$이지만 -2는 음수이다.

㉣ $a<0$, $b<0$이고, $|a|<|b|$이면 $a>b$이므로 수직선에서 b를 나타내는 점은 a를 나타내는 점보다 왼쪽에 있다.

㉤ $a>0$, $b>0$이고, $|a|<|b|$이면 $a<b$이므로 수직선에서 b를 나타내는 점은 a를 나타내는 점보다 오른쪽에 있다.

따라서 옳은 것은 ㉢, ㉣, ㉤이다.

답 ㉢, ㉣, ㉤

147 조건 (가)에서 $|a|=|3|=3$이므로 $a=3$ 또는 $a=-3$

조건 (나)에서 $a<b<2$이므로 $a=-3$이고 $-3<b<2$ ······(i)

조건 (라)에서 $|a|>|c|$이고 $|a|=3$이므로

$|c|<3$, 즉 $-3<c<3$ ······(ii)

이때 조건 (다)에서 b를 나타내는 점보다 c를 나타내는 점이 a를 나타내는 점에 더 가까우므로 (i), (ii)에 의하여

$a<c<b$

답 $a<c<b$

148 $\left[\frac{x}{2}\right]$는 정수이므로 $3<\left[\frac{x}{2}\right]<6$에서

$\left[\frac{x}{2}\right]=4$ 또는 $\left[\frac{x}{2}\right]=5$

(i) $\left[\frac{x}{2}\right]=4$일 때, $4\le\frac{x}{2}<5$

즉 $\frac{8}{2}\le\frac{x}{2}<\frac{10}{2}$이므로 정수 x는 8, 9이다.

(ii) $\left[\frac{x}{2}\right]=5$일 때, $5\le\frac{x}{2}<6$

즉 $\frac{10}{2}\le\frac{x}{2}<\frac{12}{2}$이므로 정수 x는 10, 11이다.

(i), (ii)에 의하여 구하는 정수 x는 8, 9, 10, 11이다.

답 8, 9, 10, 11

149 $-\frac{6}{3}<-\frac{7}{4}<-\frac{5}{3}$이고, $\frac{6}{3}<\frac{11}{5}<\frac{7}{3}$이므로 $-\frac{7}{4}$과 $\frac{11}{5}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중 분모가 3인 수는

$-\frac{5}{3}$, $-\frac{4}{3}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$의 8개이다.

답 8개

150 $\left|\frac{a}{3}\right|<1$에서 $-1<\frac{a}{3}<1$

이때 $-\frac{3}{3}<\frac{a}{3}<\frac{3}{3}$이므로 정수 a의 값은 -2, -1, 0, 1, 2의 5개이다.

답 5개

참고 $-\frac{3}{3}<\frac{a}{3}<\frac{3}{3}$에서 분모가 같으므로 분자의 크기를 비교하면 $-3<a<3$이다. 이때 $-3<a<3$을 만족하는 정수 a의 값은 -2, -1, 0, 1, 2의 5개이다.

STEP 3 고난도 문제 42쪽

151 정수가 아닌 유리수 중 분모가 13인 수는

$a=1$일 때, $\frac{1}{13}, \frac{2}{13}, \cdots, \frac{12}{13}$의 12개

$a=2$일 때, $\frac{1}{13}, \cdots, \frac{12}{13}, \frac{14}{13}, \cdots, \frac{25}{13}$의 24개

$a=3$일 때, $\frac{1}{13}, \cdots, \frac{12}{13}, \frac{14}{13}, \cdots, \frac{25}{13}, \frac{27}{13}, \cdots, \frac{38}{13}$의 36개

즉 a가 1만큼 커질 때마다 정수가 아닌 유리수 중 분모가 13인 수의 개수는 12개씩 증가한다.

따라서 $120=12\times10$이므로 구하는 자연수 a는 10이다.

답 10

152 $\left[\frac{1\times2}{11}\right]=\left[\frac{2}{11}\right]=0$, $\left[\frac{2\times3}{11}\right]=\left[\frac{6}{11}\right]=0$

$\left[\frac{3\times4}{11}\right]=\left[\frac{12}{11}\right]=1$, $\left[\frac{4\times5}{11}\right]=\left[\frac{20}{11}\right]=1$

$\left[\frac{5\times6}{11}\right]=\left[\frac{30}{11}\right]=2$, $\left[\frac{6\times7}{11}\right]=\left[\frac{42}{11}\right]=3$

$\left[\frac{7\times8}{11}\right]=\left[\frac{56}{11}\right]=5$, $\left[\frac{8\times9}{11}\right]=\left[\frac{72}{11}\right]=6$

$\left[\frac{9\times10}{11}\right]=\left[\frac{90}{11}\right]=8$

$\therefore \left[\frac{1\times2}{11}\right]+\left[\frac{2\times3}{11}\right]+\left[\frac{3\times4}{11}\right]+\cdots+\left[\frac{9\times10}{11}\right]$

$=0+0+1+1+2+3+5+6+8$

$=26$

답 26

153 $-7\triangle4=-7$이므로

(i) $k\triangle5=k$일 때, $-7\blacktriangledown k=5$

이때 $|k|=5$이므로 $k=-5$ 또는 $k=5$

$k=-5$이면 $-5\triangle5=-5$이므로 조건을 만족하지 않는다.

$k=5$이면 $5\triangle5=5$이므로 조건을 만족한다.

(ii) $k\triangle5=5$일 때, $-7\blacktriangledown5=5$

이때 $|k|<5$이므로 $k=-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

(i), (ii)에서 주어진 식을 만족하는 k의 값은 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$의 10개이다.

답 10개

154 $\frac{24}{a}$, $\frac{60}{a}$이 양의 정수이므로 a의 값은 24와 60의 공약수인 1, 2, 3, 4, 6, 12 중의 하나이다.

또 $\frac{b}{a}$는 $2<\left|\frac{b}{a}\right|<5$, 즉 $-5<\frac{b}{a}<-2$ 또는 $2<\frac{b}{a}<5$를 만족하는 정수이므로 $\frac{b}{a}$의 값은 $-4, -3, 3, 4$이다.

$\frac{b}{a}$의 값이 최대일 때, 즉 $\frac{b}{a}=4$일 때, a의 값이 클수록 b의 값도 커지므로 $a=12$일 때, b는 최댓값 48을 가진다.

답 48

4 정수와 유리수의 계산

STEP 1 실력 문제 45쪽~48쪽

155 ① $(-1.5)+(+1.2)=-(1.5-1.2)=-0.3$

② $(-2.3)+(-1.7)=-(2.3+1.7)=-4$

③ $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)=+\left(\frac{4}{6}+\frac{1}{6}\right)=+\frac{5}{6}$

④ $\left(+\frac{1}{7}\right)-\left(+\frac{3}{14}\right)=\left(+\frac{2}{14}\right)+\left(-\frac{3}{14}\right)$

$=-\left(\frac{3}{14}-\frac{2}{14}\right)=-\frac{1}{14}$

⑤ $\left(-\frac{5}{12}\right)-\left(-\frac{10}{3}\right)=\left(-\frac{5}{12}\right)+\left(+\frac{40}{12}\right)$

$=+\left(\frac{40}{12}-\frac{5}{12}\right)=+\frac{35}{12}$

따라서 계산 결과가 옳은 것은 ③이다.

답 ③

156 $a=-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=-\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$

$b=-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=-\frac{5}{6}$

$\therefore a+b=-\frac{1}{6}+\left(-\frac{5}{6}\right)=-1$

답 -1

157 $a=-3-\frac{1}{2}=-\frac{7}{2}$, $b=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$

이때 $-\frac{7}{2}=-3\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$이므로 $-\frac{7}{2}<x<\frac{4}{3}$를 만족하는 정수 x는 $-3, -2, -1, 0, 1$의 5개이다.

답 5개

158 $\frac{1}{3}+\frac{5}{2}+\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{2}{6}+\frac{15}{6}+\left(-\frac{8}{6}\right)=\frac{3}{2}$

이므로 삼각형의 한 변에 놓인 세 수의 합은 $\frac{3}{2}$이다.

$A+\frac{11}{6}+\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{3}{2}$에서

$A+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore A=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$

$A+B+\frac{1}{3}=\frac{3}{2}$, 즉 $1+B+\frac{1}{3}=\frac{3}{2}$에서

$B+\frac{4}{3}=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore B=\frac{3}{2}-\frac{4}{3}=\frac{1}{6}$

$\therefore A-B=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

답 $\frac{5}{6}$

159 $A-\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{7}{4}$에서

$A=\frac{7}{4}+\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{35}{20}+\left(-\frac{24}{20}\right)=\frac{11}{20}$

따라서 바르게 계산한 결과는

$\frac{11}{20}+\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{11}{20}+\left(-\frac{24}{20}\right)=-\frac{13}{20}$

답 $-\frac{13}{20}$

160 $\frac{8}{3}$의 역수는 $\frac{3}{8}$, $-\frac{3}{5}$의 역수는 $-\frac{5}{3}$이다.

$\therefore \frac{3}{8}\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{5}{8}$

답 $-\frac{5}{8}$

161 ① $(-1^2)\times(-2)\times(-3)\times(-4)$
$=(-1)\times(-2)\times(-3)\times(-4)=24$

② $\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{9}{10}=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{9}{10}=-\frac{1}{2}$

③ $\frac{6}{7}\div\left(-\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{14}=\frac{6}{7}\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times14=-16$

④ $\frac{5}{6}\times(-3)^2\div\left(-\frac{15}{8}\right)=\frac{5}{6}\times9\times\left(-\frac{8}{15}\right)=-4$

⑤ $\frac{8}{3}\times(-2)\times\left(-\frac{9}{4}\right)=12$

따라서 계산 결과가 옳은 것은 ③이다.

답 ③

162 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c=\frac{6}{35}$에서 $a\times b+\frac{3}{7}=\frac{6}{35}$

$\therefore a\times b=\frac{6}{35}-\frac{3}{7}=\frac{6}{35}-\frac{15}{35}=-\frac{9}{35}$

답 $-\frac{9}{35}$

163 $\left(-\frac{2}{3}\right)^3\div\square\times\frac{5}{12}=\frac{5}{9}$에서

$\left(-\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{\square}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{9}$, $\left(-\frac{8}{27}\right)\times\frac{1}{\square}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{9}$

$\frac{1}{\square}\times\left(-\frac{10}{81}\right)=\frac{5}{9}$

$\frac{1}{\square}=\frac{5}{9}\div\left(-\frac{10}{81}\right)=\frac{5}{9}\times\left(-\frac{81}{10}\right)=-\frac{9}{2}$

$\therefore \square=-\frac{2}{9}$

답 $-\frac{2}{9}$

164 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 큰 수가 되려면 양수이어야 하므로 양수 1개, 음수 2개를 곱해야 한다. 이때 음수는 절댓값이 큰 수를 선택해야 하므로

$a=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{3}\times(-2)=\frac{1}{2}$

또한 가장 작은 수가 되려면 음수이어야 하므로 음수 3개를 곱해야 한다. 즉

$b=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times(-2)=-\frac{3}{4}$

$\therefore a\times b=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{3}{8}$

답 $-\frac{3}{8}$

165 $(-1)^{짝수}=1$, $(-1)^{홀수}=-1$이므로

(1) $(-1)^{100}-(-1)^{101}-(-1)^{102}+(-1)^{103}$
$=1-(-1)-1+(-1)$
$=1+(+1)-1+(-1)=0$

(2) $(-1)+(-1)^2+(-1)^3+\cdots+(-1)^{1000}$
$=(-1)+1+(-1)+\cdots+1$
$=(-1+1)+(-1+1)+\cdots+(-1+1)=0$

답 (1) 0 (2) 0

166 $1\times(-1)+2\times(-1)^2+3\times(-1)^3+4\times(-1)^4$
$+\cdots+99\times(-1)^{99}+100\times(-1)^{100}$
$=-1+2-3+4-\cdots-99+100$
$=(-1+2)+(-3+4)+\cdots+(-99+100)$
$=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{50개}=50$

답 50

167 n이 홀수이므로 $n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이다.

$\therefore -1^n-(-1)^{n+1}+(-1)^{n+2}=-1-1+(-1)=-3$

답 -3

168 (1) $4-\left[\frac{1}{3}+(-1)^3\times\left\{(-3^2)\div\left(-\frac{3}{5}\right)-7\right\}\right]$
$=4-\left[\frac{1}{3}+(-1)\times\left\{(-9)\times\left(-\frac{5}{3}\right)-7\right\}\right]$
$=4-\left\{\frac{1}{3}+(-1)\times(15-7)\right\}$
$=4-\left(\frac{1}{3}-8\right)=4-\left(-\frac{23}{3}\right)=\frac{35}{3}$

(2) $\left\{\frac{27}{2}-(2^4-7)\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right\}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$
$=\left\{\frac{27}{2}-(16-7)\times\frac{1}{9}\right\}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$
$=\left(\frac{27}{2}-1\right)\times\left(-\frac{2}{5}\right)$
$=\frac{25}{2}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=-5$

답 (1) $\frac{35}{3}$ (2) -5

169 $\left[\left\{(-3)+\frac{1}{2}\right\}\times\frac{4}{15}+(-2)^2\right]\div\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=\left\{\left(-\frac{5}{2}\right)\times\frac{4}{15}+4\right\}\div\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)+4\right\}\div\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{10}{3}\times(-3)=-10$

답 풀이 참조, -10

170 $\left\{\left(-\frac{1}{279}\right)\times546+\left(-\frac{1}{279}\right)\times12\right\}\div75\times(-10)$
$=\left\{\left(-\frac{1}{279}\right)\times(546+12)\right\}\div75\times(-10)$
$=\left(-\frac{1}{279}\right)\times558\times\frac{1}{75}\times(-10)=\frac{4}{15}$

답 $\frac{4}{15}$

171 $\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\left[(-2)^2+\frac{2}{3}\times\left\{(-1)^2\times3-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\right]$
$=\frac{1}{9}-\left\{4+\frac{2}{3}\times\left(1\times3+\frac{1}{2}\right)\right\}$
$=\frac{1}{9}-\left(4+\frac{2}{3}\times\frac{7}{2}\right)=\frac{1}{9}-\left(4+\frac{7}{3}\right)$
$=\frac{1}{9}-\frac{19}{3}=-\frac{56}{9}$

이때 $-\frac{56}{9}=-6\frac{2}{9}$이므로 계산 결과와 가장 가까운 정수는 -6이다.

답 -6

172 어떤 유리수를 A라 하면 $A\times3-\frac{7}{2}=4$에서

$A\times3=4+\frac{7}{2}$, $A\times3=\frac{15}{2}$

$\therefore A=\frac{15}{2}\div3=\frac{15}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{2}$

따라서 바르게 계산한 결과는

$\frac{5}{2}\div3-\frac{7}{2}=\frac{5}{2}\times\frac{1}{3}-\frac{7}{2}=\frac{5}{6}-\frac{7}{2}=-\frac{8}{3}$ 답 $-\frac{8}{3}$

173 $2^3-\{\square+(-1)^{99}\times(3-2\times4)\}\div\frac{1}{2}$

$=8-\{\square+(-1)\times(-5)\}\div\frac{1}{2}$

$=8-(\square+5)\times2$

$=8-2\times\square-10$

$=-2\times\square-2$

즉 $-2\times\square-2=-4$에서 $-2\times\square=-2$ $\therefore \square=1$ 답 1

174 $|a|=3$에서 $a=3$ 또는 $a=-3$

$|b|=7$에서 $b=7$ 또는 $b=-7$

이므로 $M=3+7=10$, $N=(-3)+(-7)=-10$

$\therefore M-N=10-(-10)=10+(+10)=20$ 답 20

175 (가) $|a|=\frac{3}{4}$에서 $a=\frac{3}{4}$ 또는 $a=-\frac{3}{4}$

$|b|=\frac{5}{3}$에서 $b=\frac{5}{3}$ 또는 $b=-\frac{5}{3}$

(나) (i) $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{5}{3}$일 때, $a-b=\frac{3}{4}-\frac{5}{3}=-\frac{11}{12}$

(ii) $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{5}{3}$일 때, $a-b=\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{29}{12}$

(iii) $a=-\frac{3}{4}$, $b=\frac{5}{3}$일 때,

$a-b=-\frac{3}{4}-\frac{5}{3}=-\frac{29}{12}$

(iv) $a=-\frac{3}{4}$, $b=-\frac{5}{3}$일 때,

$a-b=-\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{11}{12}$

이때 (i)~(iv)에서 $a-b=\frac{11}{12}$인 경우는 $a=-\frac{3}{4}$, $b=-\frac{5}{3}$일 때이다.

(가), (나)에 의하여

$a+b=-\frac{3}{4}+\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{29}{12}$ 답 $-\frac{29}{12}$

176 부호가 같은 세 정수의 곱이 음수이므로 세 정수 a, b, c는 모두 음수이다.

이때 $|a|=3$이므로 $a=-3$ ······㉠

$a\times b\times c=-15$에 ㉠을 대입하면

$(-3)\times b\times c=-15$에서 $b\times c=5$ ······㉡

㉡에서 b와 c는 음의 정수이므로

$b=-1$, $c=-5$ 또는 $b=-5$, $c=-1$

$\therefore b+c=-6$ 답 -6

177 ① $a+b$의 부호는 알 수 없다.

② $a\times b<0$

③ $|a+b|$는 0 또는 양수이다.

④ $b-a<0$

⑤ $-a<0$이므로 $(-a)\div b>0$

따라서 항상 양수인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

178 $b\times c>0$, $b+c>0$이므로 $b>0$, $c>0$

$a\times b<0$, $b>0$이므로 $a<0$

$\therefore a<0$, $b>0$, $c>0$ 답 ③

179 (i) $a<0$, $b>0$이므로 $a<b$

(ii) $a+b=$(음수)+(양수)이므로 $a<a+b<b$

(iii) $a-b=$(음수)−(양수)=(음수)+(음수)이므로

$a-b<a<a+b<b$

(iv) $b-a=$(양수)−(음수)=(양수)+(양수)이므로

$a-b<a<a+b<b<b-a$

따라서 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는 b이다. 답 b

STEP 2 심화 문제 49쪽~55쪽

180 $A=2+4+6+\cdots+300$

$B=1+3+5+\cdots+299$

$\therefore A-B=(2+4+6+\cdots+300)-(1+3+5+\cdots+299)$

$=(2-1)+(4-3)+(6-5)+\cdots+(298-297)+(300-299)$

$=\underbrace{1+1+1+\cdots+1+1}_{150\text{개}}$

$=1\times150=150$ 답 150

181 6월 1일에 생긴 불량품의 개수를 $\square$개라 하자.

$\square+2+(-4)+(+7)+(-3)+(-5)=28$이므로

$\square+(-3)=28$ $\therefore \square=31$

따라서 6월 1일에 생긴 불량품의 개수는 31개이다. 답 31개

182 $-3\boxed{1}(-8)\boxed{2}5\boxed{3}(-2)=-2$라 하자.

(i) $\boxed{3}$에 +를 써넣을 때,

$-3\boxed{1}(-8)\boxed{2}5=0$

이때 −3과 5의 부호는 서로 같고, −8의 부호는 반대이어야 하므로 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$에는 각각 −, −를 써넣어야 한다.

(ii) $\boxed{3}$에 −를 써넣을 때,

$-3\boxed{1}(-8)\boxed{2}5=-4$

이를 만족하는 경우는 없다.

(i), (ii)에 의하여

$-3\boxed{-}(-8)\boxed{-}5\boxed{+}(-2)=-2$ 답 −, −, +

183 계산한 결과가 가장 큰 값이 되려면 ㉢에 음수 중 절댓값이 큰 수를 넣어야 하므로 ㉢에는 $-\frac{5}{6}$를 넣는다. 즉

$$\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{45}{60}\right)+\left(+\frac{48}{60}\right)+\left(+\frac{50}{60}\right)=\frac{53}{60}$$

또는

$$\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{48}{60}\right)+\left(-\frac{45}{60}\right)+\left(+\frac{50}{60}\right)=\frac{53}{60}$$

답 $\frac{53}{60}$

184 어떤 정수를 x라 하면 x에 $\frac{6}{5}$을 더하면 음수가 되므로 x는 $-\frac{6}{5}$보다 작다.

$\therefore x=-2, -3, -4, -5, -6, \cdots$ ...... ㉠

x에 $\frac{19}{3}$를 더하면 양수가 되므로 x는 $-\frac{19}{3}$보다 크다.

$\therefore x=-6, -5, -4, -3, -2, \cdots$ ...... ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$x=-6, -5, -4, -3, -2$

따라서 구하는 합은

$(-6)+(-5)+(-4)+(-3)+(-2)=-20$

답 -20

185 $1+(-2)+3+(-4)+5+(-6)+\cdots+2035$

$=\{1+(-2)\}+\{3+(-4)\}+\{5+(-6)\}+\cdots+\{2033+(-2034)\}+2035$

$=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{1017개}+2035$

$=(-1)\times1017+2035$

$=1018$

답 1018

186 -1의 역수는 -1, 5의 역수는 $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{7}$의 역수는 $\frac{7}{3}$, $-\frac{4}{5}$의 역수는 $-\frac{5}{4}$, $-3.5\left(=-\frac{7}{2}\right)$의 역수는 $-\frac{2}{7}$이므로

$(-1)\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{3}\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{7}\right)$

$=-\left(1\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{3}\times\frac{5}{4}\times\frac{2}{7}\right)$

$=-\frac{1}{6}$

답 $-\frac{1}{6}$

187 빈칸에 들어갈 수를 차례대로 a, b, c, d라 하면

$-1+c+2+\frac{3}{4}=\frac{5}{12}$에서

$\frac{7}{4}+c=\frac{5}{12}$

$\therefore c=\frac{5}{12}-\frac{21}{12}=-\frac{4}{3}$

$b+(-1)+c+2=\frac{5}{12}$, 즉

$b+(-1)+\left(-\frac{4}{3}\right)+2=\frac{5}{12}$에서

$b+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}$

$\therefore b=\frac{5}{12}-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}+\frac{4}{12}=\frac{3}{4}$

$\left(-\frac{4}{3}\right)+a+b+(-1)=\frac{5}{12}$, 즉

$\left(-\frac{4}{3}\right)+a+\frac{3}{4}+(-1)=\frac{5}{12}$에서

$\left(-\frac{19}{12}\right)+a=\frac{5}{12}$ $\quad\therefore a=\frac{5}{12}+\frac{19}{12}=2$

$c+2+\frac{3}{4}+d=\frac{5}{12}$, 즉 $\left(-\frac{4}{3}\right)+2+\frac{3}{4}+d=\frac{5}{12}$에서

$\frac{17}{12}+d=\frac{5}{12}$ $\quad\therefore d=\frac{5}{12}-\frac{17}{12}=-1$

$\therefore a\times b\times c\times d=2\times\frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times(-1)=2$

답 2

188 17개의 정수의 곱이 -1이 되려면 곱하는 정수는 -1이거나 1이어야 한다.

이때 이 정수들의 합이 가장 크려면 17개의 정수 중 하나만 -1이어야 하므로

$M=(-1)+\underbrace{1+1+\cdots\cdots+1+1}_{16개}=15$

한편 이 정수들의 합이 가장 작으려면 17개의 정수가 모두 -1이어야 하므로

$m=\underbrace{(-1)+(-1)+\cdots\cdots+(-1)}_{17개}=-17$

$\therefore M-m=15-(-17)=32$

답 32

189 주어진 식에서 음수의 개수가 50개이므로

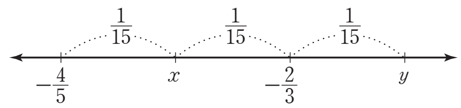
$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{99}{100}\right)$

$=+\left(\frac{1}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{99}}{100}\right)=\frac{1}{100}$

답 $\frac{1}{100}$

190 $\left|-\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5}$, $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$이므로 이웃한 두 점 사이의 거리는

$\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{2}{15}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{15}$



$x=-\frac{4}{5}+\frac{1}{15}=-\frac{11}{15}$

$y=-\frac{2}{3}+\frac{1}{15}=-\frac{9}{15}=-\frac{3}{5}$

$\therefore x+y=-\frac{11}{15}+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{20}{15}=-\frac{4}{3}$

답 $-\frac{4}{3}$

191 $(13\times0.325+87\times0.325)\times2.1-12.5\times2.1$
$=\{(13+87)\times0.325\}\times2.1-12.5\times2.1$
$=(100\times0.325)\times2.1-12.5\times2.1$
$=32.5\times2.1-12.5\times2.1$
$=(32.5-12.5)\times2.1$
$=20\times2.1=42$

답 42

192 합이 11인 두 자연수와 그 두 수의 역수의 합을 구하면 다음과 같다.

합이 11인 두 자연수	1, 10	2, 9	3, 8	4, 7	5, 6
역수의 합	$1+\frac{1}{10}=\frac{11}{10}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{9}=\frac{11}{18}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{8}=\frac{11}{24}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{7}=\frac{11}{28}$	$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{11}{30}$

따라서 가장 작은 값은 $\frac{11}{30}$이므로 $a=30$, $b=11$
$\therefore a+b=30+11=41$

답 41

193 (i) n이 홀수일 때, $n+2$는 홀수, $n+3$은 짝수, $n+4$는 홀수이므로
$(-1)^{n+2}-(-1)^{n+3}+(-1)^{n+4}-1^{2026}$
$=(-1)-1+(-1)-1$
$=-4$

(ii) n이 짝수일 때, $n+2$는 짝수, $n+3$은 홀수, $n+4$는 짝수이므로
$(-1)^{n+2}-(-1)^{n+3}+(-1)^{n+4}-1^{2026}$
$=1-(-1)+1-1$
$=1+(+1)+1-1=2$

답 n이 홀수일 때, -4 / n이 짝수일 때, 2

194 ① n이 홀수일 때, $(-1)^n+(-1)^{n+1}=(-1)+1=0$
n이 짝수일 때, $(-1)^n+(-1)^{n+1}=1+(-1)=0$

② $2n+1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로
$(-1)^{2n+1}+(-1)^{2n}=(-1)+1=0$

③ n이 홀수일 때,
$(-1)^n+(-1)^{n+2}+2\times(-1)^{n+1}=(-1)+(-1)+2\times1$
$=0$
n이 짝수일 때,
$(-1)^n+(-1)^{n+2}+2\times(-1)^{n+1}=1+1+2\times(-1)$
$=0$

④ n이 홀수일 때,
$a^n+(-a)^{n+1}-a^{n+1}+(-a)^n=a^n+a^{n+1}-a^{n+1}-a^n$
$=0$
n이 짝수일 때,
$a^n+(-a)^{n+1}-a^{n+1}+(-a)^n=a^n-a^{n+1}-a^{n+1}+a^n$
$=2a^n-2a^{n+1}$

⑤ $2n+1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로
$a^{2n}+(-a)^{2n+1}+a^{2n+1}-(-a)^{2n}=a^{2n}-a^{2n+1}+a^{2n+1}-a^{2n}$
$=0$

따라서 그 값이 0이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

195 $A=\frac{11}{6}\div\frac{5}{12}-4\times\left\{\frac{5}{2}-12\times\left(-\frac{1}{6}\right)^2\right\}$
$=\frac{11}{6}\times\frac{12}{5}-4\times\left(\frac{5}{2}-12\times\frac{1}{36}\right)$
$=\frac{22}{5}-4\times\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\right)$
$=\frac{22}{5}-4\times\frac{13}{6}$
$=\frac{22}{5}-\frac{26}{3}=-\frac{64}{15}$

따라서 $A=-\frac{64}{15}=-4\frac{4}{15}$이므로 A보다 큰 음의 정수는 -4, -3, -2, -1이다.
$\therefore (-4)+(-3)+(-2)+(-1)=-10$

답 -10

196 $1-\left[\frac{1}{2}+\square\div\{5\times(-2)+6\}\right]\times4=-2$에서
$1-\left[\frac{1}{2}+\square\div\{(-10)+6\}\right]\times4=-2$
$1-\left\{\frac{1}{2}+\square\div(-4)\right\}\times4=-2$
$1-\left(\frac{1}{2}-\frac{\square}{4}\right)\times4=-2$, $1-(2-\square)=-2$
$1-2+\square=-2$　　$\therefore \square=-1$

답 -1

197 $(-12)\blacktriangle\frac{1}{4}=(-12)\times\frac{1}{4}=-3$
$\left(-\frac{5}{2}\right)\blacktriangle\left(-\frac{3}{10}\right)=\left(-\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{10}\right)=\frac{3}{4}$
$\therefore \left\{(-12)\blacktriangle\frac{1}{4}\right\}\triangledown\left\{\left(-\frac{5}{2}\right)\blacktriangle\left(-\frac{3}{10}\right)\right\}$
$=(-3)\triangledown\frac{3}{4}=(-3)+\frac{3}{4}-(-3)\div\frac{3}{4}$
$=(-3)+\frac{3}{4}-(-3)\times\frac{4}{3}$
$=(-3)+\frac{3}{4}+4=\frac{7}{4}$

답 $\frac{7}{4}$

198 $1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\frac{1}{4}}}=1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{\frac{3}{4}}}=1-\cfrac{1}{1-1\div\frac{3}{4}}$
$=1-\cfrac{1}{1-1\times\frac{4}{3}}=1-\cfrac{1}{1-\frac{4}{3}}$
$=1-\cfrac{1}{-\frac{1}{3}}=1-1\div\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=1-1\times(-3)=1+3=4$

답 4

199 A: $(-7)\div\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=(-7)\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{21}{2}+\frac{1}{2}=-10$

B: $\{(-10)-(-5)\}\times\frac{3}{10}=(-5)\times\frac{3}{10}=-\frac{3}{2}$

C: $\left\{\left(-\frac{3}{2}\right)+4\right\}\div\frac{5}{4}=\frac{5}{2}\div\frac{5}{4}=\frac{5}{2}\times\frac{4}{5}=2$

따라서 -7을 입력하여 나온 결과는 2이다. 답 2

200 (1) $|x|=5$에서 $x=5$ 또는 $x=-5$

$|y|=9$에서 $y=9$ 또는 $y=-9$

(ⅰ) $x=5$, $y=9$일 때,

$x-y=5-9=-4$

(ⅱ) $x=5$, $y=-9$일 때,

$x-y=5-(-9)=14$

(ⅲ) $x=-5$, $y=9$일 때,

$x-y=-5-9=-14$

(ⅳ) $x=-5$, $y=-9$일 때,

$x-y=-5-(-9)=4$

따라서 $x-y$의 값 중 가장 큰 값은 14, 가장 작은 값은 -14이므로 가장 큰 값과 가장 작은 값의 차는 $14-(-14)=28$

(2) (1)에서 $|x-y|=4$ 또는 $|x-y|=14$이므로 $|x-y|$의 값 중 가장 큰 값은 14, 가장 작은 값은 4이다.

따라서 가장 큰 값과 가장 작은 값의 차는 $14-4=10$

답 (1) 28 (2) 10

201 $|a|=3$에서 $a=3$ 또는 $a=-3$

$|b|=5$에서 $b=5$ 또는 $b=-5$

$|c|=6$에서 $c=6$ 또는 $c=-6$

a	b	c	$a+b+c$
3	5	6	→ 14
		-6	→ 2
	-5	6	→ 4
		-6	→ -8
-3	5	6	→ 8
		-6	→ -4
	-5	6	→ -2
		-6	→ -14

따라서 $a+b+c$의 값이 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

202 $a\times|a-b|=7$에서 $|a-b|>0$이고 a, b는 정수이므로

$a\times|a-b|=1\times7$ 또는 $a\times|a-b|=7\times1$

(ⅰ) $a=1$일 때

$|1-b|=7 \Rightarrow \begin{cases}1-b=7\\1-b=-7\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}b=-6\\b=8\end{cases}$

그런데 $b>0$이므로 $b=8$

(ⅱ) $a=7$일 때

$|7-b|=1 \Rightarrow \begin{cases}7-b=1\\7-b=-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}b=6\\b=8\end{cases}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 조건을 만족하는 a, b의 값은

$a=1$, $b=8$ 또는 $a=7$, $b=6$ 또는 $a=7$, $b=8$이므로

$a+b$의 값 중 가장 작은 값은 $1+8=9$ 답 9

203 $|a-4|=2$에서 $a-4=2$ 또는 $a-4=-2$이므로

$a=6$ 또는 $a=2$

$|b+1|=5$에서 $b+1=5$ 또는 $b+1=-5$이므로

$b=4$ 또는 $b=-6$

이때 $a\times b$의 값 중 가장 큰 값은 $a\times b$의 계산 결과가 양수이고, 절댓값이 가장 커야 하므로

$a=6$, $b=4$

$\therefore a\times b=6\times4=24$ 답 24

204 두 정수 a, b에 대하여 $|a|+|b|=4$, $a>b$인 경우는 다음과 같다.

a	0	1	-1	2	3	3	4
b	-4	-3	-3	-2	-1	1	0
$a+b$	-4	-2	-4	0	2	4	4

따라서 $a+b$의 값이 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

205 $\frac{13}{5}=2\frac{3}{5}$이므로 $|x|\le\frac{13}{5}$, 즉 $-\frac{13}{5}\le x\le\frac{13}{5}$을 만족하는 정수 x는 -2, -1, 0, 1, 2이다.

$|y|\le5$, 즉 $-5\le y\le5$를 만족하는 정수 y는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5이다.

따라서 $x+y$의 값 중 가장 큰 값은 $2+5=7$, 가장 작은 값은 $-2+(-5)=-7$이므로 가장 큰 값과 가장 작은 값의 차는

$7-(-7)=14$ 답 14

206 $-1<a<0$이므로 $a=-\frac{1}{2}$이라 하면

㉠ $-a^3=-\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{1}{8}$

㉡ $\frac{1}{a^2}=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2=1\div\frac{1}{4}=1\times4=4$

㉢ $-\frac{1}{a}=(-1)\div\left(-\frac{1}{2}\right)=-1\times(-2)=2$

㉣ $\frac{1}{a}=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)=1\times(-2)=-2$

㉤ $(-a)^2=\left\{-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

따라서 큰 수부터 차례대로 나열하면

㉡, ㉢, ㉤, ㉠, ㉣이다. 답 ㉡, ㉢, ㉤, ㉠, ㉣

207 $a\times b<0$, $a<b$에서 $a<0$, $b>0$

$b\times c>0$, $b>0$에서 $c>0$

㉠ $a<0$이므로 $\frac{1}{a}<0$

㉡ $b>0$, $c>0$이므로 $b+c>0$

㉢ $c>0$, $a<0$이므로 $c-a>0$

㉣ $c>0$, $a<0$이므로 $c\div a<0$

㉤ $a<0$, $b>0$이므로 $a-b<0$

㉥ $a<0$, $c>0$이므로 $a-c<0$

따라서 항상 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤이다. 답 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

208 ㉠ a와 5의 합은 양수이므로 a는 -5보다 크다.
a와 3의 합은 음수이므로 a는 -3보다 작다.
따라서 a는 -5보다 크고 -3보다 작은 정수이므로
$a=-4$ ······(i)

㉡ $\begin{cases}|b|<|a| \\ |c|<|a|\end{cases}$에서 $\begin{cases}|b|<4 \\ |c|<4\end{cases}$, 즉 $\begin{cases}-4<b<4 \\ -4<c<4\end{cases}$ ······(ii)

㉢ b를 나타내는 점보다 c를 나타내는 점이 a, 즉 -4를 나타내는 점에 더 가까우므로 (i), (ii)에 의하여 $-4<c<b<4$

$\therefore a<c<b$ 답 $a<c<b$

209 (가), (라)에 의하여 $a\times b\times c\times d<0$, $c\times d<0$이므로 $a\times b>0$
(i) $a>0$, $b>0$일 때
(다), (라)에 의하여 $c>0$, $d<0$
즉 $a>0$, $b>0$, $c>0$, $d<0$
이때 (나) $a+b+c=0$은 성립하지 않는다.
(ii) $a<0$, $b<0$일 때
(나) $a+b+c=0$에 의하여 $c>0$
(라) $c\times d<0$에 의하여 $d<0$
(i), (ii)에 의하여 $a<0$, $b<0$, $c>0$, $d<0$
따라서 항상 옳은 것은 ④ $a\times d>0$이다. 답 ④

STEP 3 고난도 문제 56쪽~58쪽

210 두 점 A, B에 대응하는 수를 각각 a, b라 하면
$a=5$ 또는 $a=-5$, $b=9$ 또는 $b=-7$
두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점은 두 점 A, B의 한가운데에 있는 점이므로 이 점에 대응하는 정수는 다음과 같다.
(i) $a=5$, $b=9$일 때,
$\frac{5+9}{2}=7$
(ii) $a=5$, $b=-7$일 때,
$\frac{5+(-7)}{2}=-1$
(iii) $a=-5$, $b=9$일 때,
$\frac{(-5)+9}{2}=2$
(iv) $a=-5$, $b=-7$일 때,
$\frac{(-5)+(-7)}{2}=-6$
따라서 작은 수부터 차례대로 나열하면 -6, -1, 2, 7이므로 두 번째로 작은 정수는 -1이다. 답 -1

211 이웃한 두 수 사이의 간격은
$$\left\{\frac{1}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}\div 3=\left(\frac{3}{12}+\frac{8}{12}\right)\div 3$$
$$=\frac{11}{12}\times\frac{1}{3}=\frac{11}{36}$$
이때 □ 안에 알맞은 세 수를 차례대로 구하면
$$-\frac{2}{3}+\frac{11}{36}=-\frac{24}{36}+\frac{11}{36}=-\frac{13}{36}$$
$$-\frac{13}{36}+\frac{11}{36}=-\frac{2}{36}=-\frac{1}{18}$$
$$\frac{1}{4}+\frac{11}{36}=\frac{9}{36}+\frac{11}{36}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$$
따라서 세 수의 합은
$$-\frac{13}{36}+\left(-\frac{1}{18}\right)+\frac{5}{9}=-\frac{13}{36}+\left(-\frac{2}{36}\right)+\frac{20}{36}=\frac{5}{36}$$
답 $\frac{5}{36}$

212 세 수를 선택하여 계산한 결과가 가장 큰 수가 되려면 양수이어야 하므로 양수 1개, 음수 2개를 선택해야 한다. 이때 나누는 수는 절댓값이 가장 작은 수이어야 하므로
$$\left(-\frac{7}{2}\right)\times(-2)\div\frac{1}{2}=\left(-\frac{7}{2}\right)\times(-2)\times 2=14$$
또는 $(-2)\times\left(-\frac{7}{2}\right)\div\frac{1}{2}=(-2)\times\left(-\frac{7}{2}\right)\times 2=14$
가장 작은 수가 되려면 음수이어야 하므로 양수 2개, 음수 1개를 선택해야 한다. 이때 나누는 수는 절댓값이 가장 작은 수이어야 하므로
$$\frac{4}{3}\times\left(-\frac{7}{2}\right)\div\frac{1}{2}=\frac{4}{3}\times\left(-\frac{7}{2}\right)\times 2=-\frac{28}{3}$$
또는 $\left(-\frac{7}{2}\right)\times\frac{4}{3}\div\frac{1}{2}=\left(-\frac{7}{2}\right)\times\frac{4}{3}\times 2=-\frac{28}{3}$
따라서 가장 큰 수는 14, 가장 작은 수는 $-\frac{28}{3}$이다.
답 가장 큰 수: 14, 가장 작은 수: $-\frac{28}{3}$

213 올라가는 것을 $+$, 내려가는 것을 $-$로 나타내면
(i) 윤서가 바위를 5번 냈을 때
민재가 보를 낸 횟수 : 2(회)
민재가 가위를 낸 횟수 : 3(회) 이므로
윤서 : $(-3)\times 2+(+2)\times 3=0$
민재 : $(+3)\times 2+(-2)\times 3=0$
(ii) 윤서가 가위를 3번 냈을 때
민재가 바위를 낸 횟수 : 2(회)
민재가 보를 낸 횟수 : 1(회) 이므로
윤서 : $(-2)\times 2+(+1)\times 1=-3$
민재 : $(+2)\times 2+(-1)\times 1=3$
즉 처음 위치보다 윤서는 3계단 아래, 민재는 3계단 위에 있다.
따라서 두 사람의 위치의 차는
$3-(-3)=6$(계단) 답 6계단
참고 바위를 내서 이겼을 때는 2계단을 올라가지만 졌을 때는 2계단을 내려가는 것이 아니라, 상대가 보를 내서 이긴 것이므로 이긴 사람이 올라간 3계단만큼을 내려가야 한다.

214 $3\triangle 9=0$, $5\triangle 2=13$, $4\triangle 6=6$에서
$3\times 3-9=0$, $5\times 3-2=13$, $4\times 3-6=6$
$\therefore a\triangle b=a\times 3-b$

또 $2\square3=7$, $4\square2=10$, $8\square3=19$에서

$2\times2+3=7$, $4\times2+2=10$, $8\times2+3=19$

$\therefore a\square b=a\times2+b$

$\therefore (2\triangle7)\square(5\square3)=(2\times3-7)\square(5\times2+3)$

$=(-1)\square13$

$=(-1)\times2+13$

$=11$

답 11

215 $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{1\times3}+\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{5\times7}+\frac{2}{7\times9}+\frac{2}{9\times11}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{5}}+\cancel{\frac{1}{5}}-\cancel{\frac{1}{7}}+\cancel{\frac{1}{7}}-\cancel{\frac{1}{9}}+\cancel{\frac{1}{9}}-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{10}{11}$

$=\frac{5}{11}$

답 $\frac{5}{11}$

216 n이 홀수일 때, $n-1$은 짝수, $n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이므로

$(-1)^{n-1}-(-1)^{n}+(-1)^{n+1}\times(-1)^{n+2}$

$=1-(-1)+1\times(-1)$

$=1+(+1)+(-1)=1$

n이 짝수일 때, $n-1$은 홀수, $n+1$은 홀수, $n+2$는 짝수이므로

$(-1)^{n-1}-(-1)^{n}+(-1)^{n+1}\times(-1)^{n+2}$

$=(-1)-1+(-1)\times1$

$=(-1)-1+(-1)=-3$

따라서 식의 값이 될 수 있는 모든 수의 합은

$1+(-3)=-2$

답 -2

217 ㈎, ㈏에서 $|a|=1$, $|b|=2$, $|c|=9$ 또는

$|a|=1$, $|b|=3$, $|c|=6$

㈏, ㈐에서 $a\times b\times c>0$, $a+b+c<0$이므로

$a>0$, $b<0$, $c<0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c<0$

(i) $a=1$, $b=-2$, $c=-9$일 때

$a+b+c=1+(-2)+(-9)=-10$

(ii) $a=-1$, $b=2$, $c=-9$일 때

$a+b+c=(-1)+2+(-9)=-8$

(iii) $a=1$, $b=-3$, $c=-6$일 때

$a+b+c=1+(-3)+(-6)=-8$

(iv) $a=-1$, $b=3$, $c=-6$일 때

$a+b+c=(-1)+3+(-6)=-4$

(i)~(iv)에서 ㈐를 만족하는 경우는 $a=-1$, $b=3$, $c=-6$일 때이므로

$a-b-c=-1-3-(-6)=2$

답 2

218 $|a|=\frac{1}{2}$에서 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$

$|b|=\frac{2}{3}$에서 $b=\frac{2}{3}$ 또는 $b=-\frac{2}{3}$

$|c|=\frac{3}{4}$에서 $c=\frac{3}{4}$ 또는 $c=-\frac{3}{4}$

이때 $a-b+c$의 값이 가장 작으려면 $a<0$, $b>0$, $c<0$이어야 하므로 $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{2}{3}$, $c=-\frac{3}{4}$

$\therefore a+b-c=\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{3}-\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=\left(-\frac{6}{12}\right)+\frac{8}{12}+\left(+\frac{9}{12}\right)=\frac{11}{12}$

답 $\frac{11}{12}$

219 두 조건 ㈎, ㈐에서 네 정수의 절댓값을 각각 a, b, $3b$, $4b$ (a, b는 자연수)라 하면

$a\times b\times3b\times4b=648$ $\therefore a\times b^{3}=54$

조건 ㈑에서 네 수의 절댓값은 각각 1보다 크고 $54=2\times3^{3}$이므로

$a=2$, $b=3$

이때 네 정수의 절댓값은 2, 3, 9, 12이므로

두 조건 ㈏, ㈑를 만족하는 네 정수는

-2, -3, -9, 12 또는 -2, 3, 9, -12

답 -2, -3, -9, 12 또는 -2, 3, 9, -12

220 (i) $a>0$, $b>0$일 때,

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|ab|}{ab}=\frac{a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{ab}{ab}$

$=1+1+1=3$

(ii) $a>0$, $b<0$일 때,

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|ab|}{ab}=\frac{a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{-ab}{ab}$

$=1+(-1)+(-1)=-1$

(iii) $a<0$, $b>0$일 때,

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|ab|}{ab}=\frac{-a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{-ab}{ab}$

$=(-1)+1+(-1)=-1$

(iv) $a<0$, $b<0$일 때,

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|ab|}{ab}=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{ab}{ab}$

$=(-1)+(-1)+1=-1$

(i)~(iv)에 의하여 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|ab|}{ab}$의 값이 될 수 있는 수는 -1, 3이므로 그 합은

$-1+3=2$

답 2

221 ① $a<b$이므로 $b-a>0$

② $a<b<0$이므로 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

③ $a<b<0$이므로 $|a|>|b|$

④ $a<b<0$이므로 $-a>-b$

⑤ $-1<b<0$에서 $\frac{1}{b}<-1$이므로 $1+\frac{1}{b}<0$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

5 문자와 식

STEP 1 실력 문제 61쪽~64쪽

222 $a\div(b\times c)=a\div bc=a\times\frac{1}{bc}=\frac{a}{bc}$

① $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

② $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

③ $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

④ $a\times(b\div c)=a\times\left(b\times\frac{1}{c}\right)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

⑤ $a\div(b\div c)=a\div\left(b\times\frac{1}{c}\right)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

따라서 계산 결과가 같은 것은 ③이다. 답 ③

223 ① $3x\div\frac{5}{2}y=3x\times\frac{2}{5y}=\frac{6x}{5y}$

② $(a+b)\div2+2\div c=\frac{a+b}{2}+\frac{2}{c}$

③ $(-5)\times a+b\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-5a-\frac{1}{3}b$

④ $a\times2+(b-c)\div(-3)=a\times2+(b-c)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=2a-\frac{b-c}{3}$

⑤ $0.1\times y\times x\times z\times x\times x=0.1x^3yz$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

224 ① (남은 돈)=(모은 돈)−(연필 5자루의 가격)

$=8\times a-b\times5$

$=8a-5b$(원)

② (소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)

$=\frac{20}{100}\times x=\frac{1}{5}x$ (g)

③ (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)×(높이)

$=\frac{1}{2}\times8\times x$

$=4x$

④ (판매한 가격)=(정가)−(할인 금액)

$=a-a\times\frac{30}{100}$

$=a-\frac{3}{10}a=\frac{7}{10}a$(원)

⑤ (평균)$=\frac{x+y}{2}$(점)

따라서 옳은 것은 ②, ③이다. 답 ②, ③

225 (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 주은이가 집에서 출발하여 도서관에 도착할 때까지 걸린 시간은

$\frac{a}{4}+\frac{10}{60}=\frac{a}{4}+\frac{1}{6}$(시간) 답 $\left(\frac{a}{4}+\frac{1}{6}\right)$시간

226 ① $a+2b=\frac{1}{2}+2\times(-1)=\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2}$

② $a^2-b^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2-(-1)^2=\frac{1}{4}-1=-\frac{3}{4}$

③ $(-a)^2+b=\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(-1)=\frac{1}{4}-1=-\frac{3}{4}$

④ $\frac{1}{2}a+b=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+(-1)=\frac{1}{4}-1=-\frac{3}{4}$

⑤ $-\frac{1}{2}(2a^2-b)=-\frac{1}{2}\times\left\{2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-(-1)\right\}$

$=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)$

$=-\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=-\frac{3}{4}$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다. 답 ①

227 $\frac{3}{a}-\frac{4}{b}+\frac{5}{c}=3\div a-4\div b+5\div c$

$=3\div\left(-\frac{3}{5}\right)-4\div\frac{4}{7}+5\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=3\times\left(-\frac{5}{3}\right)-4\times\frac{7}{4}+5\times(-2)$

$=-5-7-10=-22$ 답 −22

228 (1) (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$\{(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)\}×(높이)이므로

$S=\frac{1}{2}\times(a+b)\times h=\frac{1}{2}(a+b)h$

(2) $S=\frac{1}{2}(a+b)h=\frac{1}{2}\times(4+8)\times5=\frac{1}{2}\times12\times5=30$

답 (1) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ (2) 30

229 $\frac{5}{9}(x-32)$에 $x=50$을 대입하면

$\frac{5}{9}(x-32)=\frac{5}{9}\times(50-32)=\frac{5}{9}\times18=10$ (℃) 답 10 ℃

230 한 통에 23000원인 수박을 a % 할인한 가격은

$23000-23000\times\frac{a}{100}=23000-230a$(원)

한 개에 1000원인 음료수를 b % 할인한 가격은

$1000-1000\times\frac{b}{100}=1000-10b$(원)

따라서 지불해야 하는 금액은

$(23000-230a)+(1000-10b)\times4$

$=23000-230a+4000-40b$

$=27000-230a-40b$

$a=10$, $b=15$를 대입

$=27000-230\times10-40\times15$

$=27000-2300-600=24100$(원) 답 24100원

231 ㉠ 일차식이 아니다.

㉣ $x^2-x(x-1)=x^2-x^2+x=x$이므로 x에 대한 일차식이다.

㉤ x가 분모에 있으므로 다항식이 아니다.

따라서 일차식은 ㉡, ㉢, ㉣, ㉥의 4개이다. 답 4개

232 ① 항이 3개인 다항식이다.

② $\frac{1}{4}(3a-7)-\frac{1}{3}(2-5a)=\frac{3}{4}a-\frac{7}{4}-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}a$

$=\frac{29}{12}a-\frac{29}{12}$

따라서 일차식이다.

③ x의 계수는 $\frac{1}{2}$이다.

④ 문자와 차수가 모두 같으므로 동류항이다.

⑤ 상수항은 -1이다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

233 $2x^2-5x+1+ax^2+2ax+3=(2+a)x^2+(2a-5)x+4$

이때 x에 대한 일차식이 되려면 $2+a=0$, $2a-5\neq0$이어야 한다.

$\therefore a=-2$ 답 -2

234 x의 계수가 -2, 상수항이 6인 일차식은 $-2x+6$이므로

$x=2$일 때의 식의 값은

$-2x+6=-2\times2+6=-4+6=2$

$\therefore a=2$

$x=-4$일 때의 식의 값은

$-2x+6=-2\times(-4)+6=8+6=14$

$\therefore b=14$

$\therefore b-a=14-2=12$ 답 12

235 ② $(x+12)\div4=(x+12)\times\frac{1}{4}$

$=x\times\frac{1}{4}+12\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}x+3$ 답 ②

236 ① 문자는 같지만 차수가 다르다.

③ 차수는 같지만 문자가 다르다.

④ $\frac{2}{3x}$는 다항식이 아니다.

⑤ 같은 문자끼리 차수가 다르다. 답 ②

237 $\frac{5}{2}(4x-y+2)-(-9x+3y+1)\div3$

$=10x-\frac{5}{2}y+5-\left(-3x+y+\frac{1}{3}\right)$

$=10x-\frac{5}{2}y+5+3x-y-\frac{1}{3}$

$=13x-\frac{7}{2}y+\frac{14}{3}$

이때 x의 계수는 13, 상수항은 $\frac{14}{3}$이므로 그 차는

$13-\frac{14}{3}=\frac{39}{3}-\frac{14}{3}=\frac{25}{3}$ 답 $\frac{25}{3}$

238 $\frac{x-1}{4}+\frac{2x-3}{3}-\frac{2x+5}{2}$

$=\frac{3(x-1)+4(2x-3)-6(2x+5)}{12}$

$=\frac{3x-3+8x-12-12x-30}{12}$

$=-\frac{1}{12}x-\frac{15}{4}$

따라서 $a=-\frac{1}{12}$, $b=-\frac{15}{4}$이므로

$a-b=-\frac{1}{12}-\left(-\frac{15}{4}\right)$

$=-\frac{1}{12}+\frac{45}{12}=\frac{11}{3}$ 답 $\frac{11}{3}$

239 (1) $6x-[5y-3x-\{2x-(4x-7y)\}]$

$=6x-\{5y-3x-(2x-4x+7y)\}$

$=6x-\{5y-3x-(-2x+7y)\}$

$=6x-(5y-3x+2x-7y)$

$=6x-(-x-2y)$

$=6x+x+2y$

$=7x+2y$

(2) $\frac{2}{5}(6-2x)-10\left\{\frac{1}{4}(3x-5)-\frac{1}{5}(2x-3)\right\}$

$=\frac{2}{5}(6-2x)-10\left(\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}-\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}\right)$

$=\frac{2}{5}(6-2x)-10\left(\frac{7}{20}x-\frac{13}{20}\right)$

$=\frac{12}{5}-\frac{4}{5}x-\frac{7}{2}x+\frac{13}{2}$

$=-\frac{43}{10}x+\frac{89}{10}$ 답 (1) $7x+2y$ (2) $-\frac{43}{10}x+\frac{89}{10}$

240 $4A-6(A-B)=4A-6A+6B$

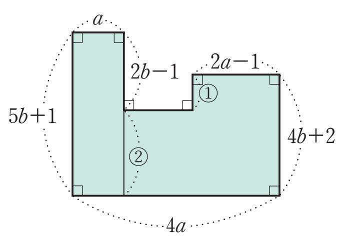
$=-2A+6B$

$=-4(x-1)+6\left(\frac{x+1}{3}-1\right)$

$=-4x+4+2(x+1)-6$

$=-2x$ 답 $-2x$

241 오른쪽 그림에서



(②의 길이)

$=(5b+1)-(2b-1)$

$=5b+1-2b+1$

$=3b+2$

(①의 길이)

$=(4b+2)-$(②의 길이)

$=(4b+2)-(3b+2)$

$=4b+2-3b-2=b$

$\therefore$ (도형의 둘레의 길이)

$=2\times4a+(5b+1)+(4b+2)+(2b-1)+b$

$=8a+12b+2$ 답 $8a+12b+2$

242 (1) $7a+8-(\boxed{})=2a+14$에서

$\boxed{}=(7a+8)-(2a+14)$

$=7a+8-2a-14=5a-6$

(2) $2(\boxed{})+3(x-2)=9x-8$에서

$2(\boxed{})=(9x-8)-3(x-2)$

$=9x-8-3x+6=6x-2$

$\therefore \boxed{}=(6x-2)\div 2=3x-1$

답 (1) $5a-6$ (2) $3x-1$

243 어떤 다항식을 A라 하면

$A+(-3x+2)=2x+5$이므로

$A=(2x+5)-(-3x+2)=2x+5+3x-2=5x+3$

따라서 바르게 계산한 식은

$5x+3-(-3x+2)=5x+3+3x-2$

$=8x+1$

답 $8x+1$

244 $A+(3x-1)=x+3$이므로

$A=(x+3)-(3x-1)=x+3-3x+1=-2x+4$

$B-(4x-1)=8x-2$이므로

$B=(8x-2)+(4x-1)=12x-3$

$\therefore A-B=(-2x+4)-(12x-3)$

$=-2x+4-12x+3$

$=-14x+7$

답 $A=-2x+4$, $B=12x-3$, $A-B=-14x+7$

STEP 2 심화 문제 65쪽~70쪽

245 ㉡ $3\div(x+2\times y)=3\div(x+2y)=\dfrac{3}{x+2y}$

㉢ $x\times 1+a\div y=x+\dfrac{a}{y}$

㉣ $a\div(x\div y)\div 3=a\div\dfrac{x}{y}\div 3=a\times\dfrac{y}{x}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{ay}{3x}$

㉤ $(2+a)\div b\times c=(2+a)\times\dfrac{1}{b}\times c=\dfrac{(2+a)c}{b}$

㉥ $x\div 2\times x-3\times y=x\times\dfrac{1}{2}\times x-3\times y=\dfrac{x^2}{2}-3y$

따라서 옳지 않은 것은 ㉢, ㉤이다.

답 ㉢, ㉤

246 작년의 여학생 수는 $3a$명이므로

(올해의 남학생 수)$=a\times\left(1+\dfrac{15}{100}\right)=\dfrac{23}{20}a$(명)

(올해의 여학생 수)$=3a\times\left(1-\dfrac{5}{100}\right)=\dfrac{57}{20}a$(명)

따라서 올해의 총 학생 수는

$\dfrac{23}{20}a+\dfrac{57}{20}a=\dfrac{80}{20}a=4a$(명)

답 ④

247 (지불해야 하는 금액)$=120\times a\times\left(1+\dfrac{p}{100}\right)\times\left(1-\dfrac{20}{100}\right)$

$=120\times a\times\left(1+\dfrac{p}{100}\right)\times\dfrac{4}{5}$

$=96a\left(1+\dfrac{p}{100}\right)$

$=96a+\dfrac{24}{25}ap$(원)

답 ⑤

248 갈 때 걸린 시간은 $\dfrac{100}{20}=5$(시간)

올 때 걸린 시간은 $\dfrac{100}{a}$(시간)

즉 지훈이가 왕복하는 데 걸린 시간은

$5+\dfrac{100}{a}=\dfrac{5a+100}{a}$(시간)

이때 총 이동 거리는 $100+100=200$ (km)

$\therefore$ (평균 속력)$=\dfrac{(\text{총 이동 거리})}{(\text{총 걸린 시간})}$

$=\dfrac{200}{\dfrac{5a+100}{a}}=200\div\dfrac{5a+100}{a}$

$=200\times\dfrac{a}{5a+100}=\dfrac{200a}{5(a+20)}$

$=\dfrac{40a}{a+20}$

따라서 왕복하는 동안의 평균 속력은 시속 $\dfrac{40a}{a+20}$ km이다.

답 시속 $\dfrac{40a}{a+20}$ km

249 정사각형의 개수와 필요한 성냥개비의 개수를 표로 나타내면 다음과 같다.

정사각형의 개수(개)	1	2	3	…	n
필요한 성냥개비의 개수(개)	4	$4+3$	$4+3\times 2$	…	$4+3\times(n-1)$

따라서 정사각형을 n개 만들 때, 필요한 성냥개비의 개수는

$4+3\times(n-1)=4+3n-3=3n+1$(개)

답 $(3n+1)$개

250 $x:y=3:1$이므로 $x=3y$

$x=3y$를 주어진 식에 대입하면

$\dfrac{x}{x+2y}-\dfrac{y}{2x-y}=\dfrac{3y}{3y+2y}-\dfrac{y}{2\times 3y-y}$

$=\dfrac{3y}{5y}-\dfrac{y}{5y}=\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{2}{5}$

답 $\dfrac{2}{5}$

251 $x-x^2+x^3-x^4+x^5-x^6+\cdots+x^{2025}$

$=(-1)-(-1)^2+(-1)^3-(-1)^4+(-1)^5-(-1)^6+\cdots+(-1)^{2025}$

$=\underbrace{-1-1-1-1-1-1\cdots-1}_{2025\text{개}}$

$=(-1)\times 2025=-2025$

답 -2025

252 $\dfrac{3a-2b+ac}{bc}=\dfrac{3\times(-2)-2\times\left(-\frac{1}{3}\right)+(-2)\times\frac{1}{2}}{\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}}$

$=\dfrac{-6+\frac{2}{3}-1}{-\frac{1}{6}}=\dfrac{-\frac{19}{3}}{-\frac{1}{6}}$

$=\left(-\dfrac{19}{3}\right)\div\left(-\dfrac{1}{6}\right)$

$=-\dfrac{19}{3}\times(-6)=38$ 답 38

253 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=7$에서 $\dfrac{x+y}{xy}=7$ $\quad\therefore x+y=7xy$

$\therefore \dfrac{3x-2xy+3y}{x+y}=\dfrac{3(x+y)-2xy}{x+y}$

$=\dfrac{3\times7xy-2xy}{7xy}$

$=\dfrac{19xy}{7xy}=\dfrac{19}{7}$ 답 $\dfrac{19}{7}$

254 $\dfrac{2x}{3}=\dfrac{3y}{4}=\dfrac{z}{5}=t$ $(t\neq0)$라 하면

$x=\dfrac{3}{2}t,\ y=\dfrac{4}{3}t,\ z=5t$

$\therefore \dfrac{2x+3y+z}{4x-6y-2z}=\dfrac{2\times\frac{3}{2}t+3\times\frac{4}{3}t+5t}{4\times\frac{3}{2}t-6\times\frac{4}{3}t-2\times5t}$

$=\dfrac{3t+4t+5t}{6t-8t-10t}$

$=\dfrac{12t}{-12t}=-1$ 답 -1

255 (1) 선분 EI의 길이가 $10-y$이므로

$S=\dfrac{1}{2}\times\{x+(10-y)\}\times10$

$=5(x-y+10)$

$=5x-5y+50$

(2) $S=5x-5y+50$

$=5\times\dfrac{9}{5}-5\times4+50$

$=9-20+50=39$ 답 (1) $S=5x-5y+50$ (2) 39

256 (1) 한 변에 놓인 바둑돌의 개수와 정삼각형에 있는 바둑돌의 개수를 표로 나타내면 다음과 같다.

한 변에 놓인 바둑돌의 개수(개)	2	3	4	$\cdots$	n
정삼각형에 있는 바둑돌의 개수(개)	1×3	2×3	3×3	$\cdots$	$(n-1)\times3$

따라서 한 변에 놓인 바둑돌의 개수가 n개인 정삼각형에 있는 바둑돌의 개수는

$(n-1)\times3=3n-3$(개)

(2) $3n-3$에 $n=8$을 대입하면

$3n-3=3\times8-3=21$(개) 답 (1) $(3n-3)$개 (2) 21개

257 $-2(x^2+x-5)+a\left(\dfrac{1}{3}x^2+2x+9\right)$

$=\left(-2+\dfrac{1}{3}a\right)x^2+(-2+2a)x+10+9a$

이 식이 x에 대한 일차식이 되려면 x^2의 계수가 0이어야 하므로

$-2+\dfrac{1}{3}a=0,\ \dfrac{1}{3}a=2$ $\quad\therefore a=6$

따라서 x의 계수는

$-2+2a=-2+2\times6=10$ 답 10

258 상수항이 3인 x에 대한 일차식을 $ax+3$ ($a\neq0$인 상수)이라 하면

$x=2$일 때의 식의 값은 $2a+3$

$\therefore A=2a+3$

$x=3$일 때의 식의 값은 $3a+3$

$\therefore B=3a+3$

$\therefore 3A-2B=3(2a+3)-2(3a+3)$

$=6a+9-6a-6=3$ 답 3

259 $(-1)^{2026}(x-3)-(-1)^{2025}(x-3)$

$=1\times(x-3)-(-1)\times(x-3)$

$=x-3-(-x+3)$

$=x-3+x-3$

$=2x-6$ 답 $2x-6$

260 $\dfrac{1}{3}◎x=\dfrac{1}{3}-x+\dfrac{1}{3}x=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$이므로

$\left(\dfrac{1}{3}◎x\right)◎\dfrac{5}{2}=\left(-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}\right)◎\dfrac{5}{2}$

$=\left(-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}\right)-\dfrac{5}{2}+\left(-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{5}{2}$

$=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}-\dfrac{5}{2}-\dfrac{5}{3}x+\dfrac{5}{6}$

$=-\dfrac{7}{3}x-\dfrac{4}{3}$ 답 $-\dfrac{7}{3}x-\dfrac{4}{3}$

261 n이 자연수일 때, $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n}=1,\ (-1)^{2n+1}=-1$

$\therefore (-1)^{2n}\times\dfrac{x-y}{2}-(-1)^{2n+1}\times\dfrac{x+y}{2}$

$=1\times\dfrac{x-y}{2}-(-1)\times\dfrac{x+y}{2}$

$=\dfrac{x-y}{2}+\dfrac{x+y}{2}=\dfrac{2x}{2}=x$ 답 x

262 n이 홀수일 때, $(-1)^n=-1$이므로

$(-1)^n(3x+2)-(-1)^n(3x-2)$

$=(-1)\times(3x+2)-(-1)\times(3x-2)$

$=-3x-2-(-3x+2)$

$=-3x-2+3x-2=-4$

$\therefore a=-4$

n이 짝수일 때, $(-1)^n=1$이므로
$(-1)^n(2x+5)-(-1)^n(2x-5)$
$=1\times(2x+5)-1\times(2x-5)$
$=2x+5-2x+5=10$
$\therefore b=10$ 답 $a=-4, b=10$

263 $A=\dfrac{3x+9}{4}\div\left(-\dfrac{3}{8}\right)$
$=\dfrac{3x+9}{4}\times\left(-\dfrac{8}{3}\right)$
$=-2x-6$
$B=\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{2x-1}{3}$
$=\dfrac{3(x+1)-2(2x-1)}{6}$
$=\dfrac{3x+3-4x+2}{6}$
$=-\dfrac{1}{6}x+\dfrac{5}{6}$
$\therefore 2A-\{5A-(6B-7A-1)\}$
$=2A-(5A-6B+7A+1)$
$=2A-(12A-6B+1)$
$=2A-12A+6B-1$
$=-10A+6B-1$
$=-10(-2x-6)+6\left(-\dfrac{1}{6}x+\dfrac{5}{6}\right)-1$
$=20x+60-x+5-1$
$=19x+64$ 답 $19x+64$

264 새로 만든 직사각형에서
(가로의 길이)$=(x+2)\times\left(1+\dfrac{10}{100}\right)$
$=1.1x+2.2$ (cm)
(세로의 길이)$=(x+2)\times\left(1-\dfrac{20}{100}\right)$
$=0.8x+1.6$ (cm)
$\therefore$ (직사각형의 둘레의 길이)
$=2\times\{(1.1x+2.2)+(0.8x+1.6)\}$
$=2(1.9x+3.8)$
$=3.8x+7.6$ (cm) 답 $(3.8x+7.6)$ cm

265 고추 모종을 심은 밭의 넓이는
$\dfrac{1}{3}x+11+\left\{x-\left(\dfrac{1}{3}x+11\right)\right\}\times\dfrac{2}{3}$
$=\dfrac{1}{3}x+11+\left(x-\dfrac{1}{3}x-11\right)\times\dfrac{2}{3}$
$=\dfrac{1}{3}x+11+\left(\dfrac{2}{3}x-11\right)\times\dfrac{2}{3}$
$=\dfrac{1}{3}x+11+\dfrac{4}{9}x-\dfrac{22}{3}$
$=\dfrac{7}{9}x+\dfrac{11}{3}$
따라서 고추 모종을 심지 않은 밭의 넓이는
$x-\left(\dfrac{7}{9}x+\dfrac{11}{3}\right)=\dfrac{2}{9}x-\dfrac{11}{3}$
$\therefore a=\dfrac{2}{9}, b=-\dfrac{11}{3}$ 답 $a=\dfrac{2}{9}, b=-\dfrac{11}{3}$

266 수지가 딴 사과의 개수가 x개이므로
① 언니가 딴 사과의 개수는 $(x+5)$개
② 어머니가 딴 사과의 개수는 $6x$개
③ 아버지가 딴 사과의 개수는
$\{(x+5)+6x\}-3=7x+2$(개)
④ 할머니가 딴 사과의 개수는
$2(x+5)-1=2x+10-1=2x+9$(개)
⑤ 수지네 가족 5명이 딴 사과의 개수는
$x+(x+5)+6x+(7x+2)+(2x+9)=17x+16$(개)
$17x+16$에 $x=3$을 대입하면
$17x+16=17\times3+16=67$(개)
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

267 A 마트에서 음료수 4개를 한 묶음으로 사면 2개를 덤으로 주므로 6개를 산 것과 같다.
즉 A 마트에서 음료수 30개를 사려면 음료수 4개를 한 묶음으로 총 5묶음을 사면 되므로 그 가격은
$(a\times4)\times5=20a$(원)
B 마트에서 음료수 30개를 사려면 음료수 5개를 한 묶음으로 총 6묶음을 사면 되므로 그 가격은
$\left\{a\times5\times\left(1-\dfrac{30}{100}\right)\right\}\times6=21a$(원)
$a>0$이므로 $20a<21a$
따라서 A 마트에서 사는 것이 더 저렴하다.
답 A 마트: $20a$원, B 마트: $21a$원, A 마트

268 (1) 구하는 겉넓이는 정육면체의 겉넓이와 n번 잘랐을 때 생긴 단면 $2n$개의 넓이를 더한 것이다.
정육면체의 겉넓이가 $6a$이고, 단면 1개의 넓이가 a이므로 구하는 겉넓이는
$6a+a\times2n=6a+2an$
(2) $6a+2an$에 $a=1$, $n=100$을 대입하면
$6a+2an=6\times1+2\times1\times100=206$
따라서 한 모서리의 길이가 1인 정육면체를 100번 자를 때, 만들어지는 입체도형의 겉넓이는 206이다.
답 (1) $6a+2an$ (2) 206

269 $(-2x+5)-C=-3x+3$이므로
$C=(-2x+5)-(-3x+3)$
$=-2x+5+3x-3$
$=x+2$
$B=C-(-x+1)$
$=(x+2)-(-x+1)$
$=x+2+x-1$
$=2x+1$

$A=(-3x+3)-B$
$=(-3x+3)-(2x+1)$
$=-3x+3-2x-1$
$=-5x+2$

$\therefore A-B+C=(-5x+2)-(2x+1)+x+2$
$=-5x+2-2x-1+x+2$
$=-6x+3$ 답 $-6x+3$

STEP 3 고난도 문제 71쪽~72쪽

270 $a:b=3:2$에서 $2a=3b$ $\therefore a=\frac{3}{2}b$

$b:c=3:2$에서 $2b=3c$ $\therefore c=\frac{2}{3}b$

$\therefore 3-\frac{a}{c}-\frac{b}{a}=3-a\div c-b\div a$
$=3-\frac{3}{2}b\div\frac{2}{3}b-b\div\frac{3}{2}b$
$=3-\frac{3}{2}b\times\frac{3}{2b}-b\times\frac{2}{3b}$
$=3-\frac{9}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$ 답 $\frac{1}{12}$

271 $(-1)^{짝수}=1$, $(-1)^{홀수}=-1$이므로

(주어진 식)$=\underbrace{-1+2}_{1}\underbrace{-3+4}_{1}\underbrace{-5+6}_{1}-\cdots\underbrace{-99+100}_{1}$
$=1\times50$
$=50$ 답 50

272 (i) n이 홀수일 때
$y^n=(-1)^n=-1$, $y^{n+1}=(-1)^{n+1}=1$, $y^{2n}=(-1)^{2n}=1$
이므로
(주어진 식)$=\frac{-2\times(-1)}{-2}-\frac{(-2^2)\times1}{(-2)^2}+\frac{(-2^3)\times1}{(-2)^3}$
$=-1+1+1=1$

(ii) n이 짝수일 때
$y^n=(-1)^n=1$, $y^{n+1}=(-1)^{n+1}=-1$, $y^{2n}=(-1)^{2n}=1$
이므로
(주어진 식)$=\frac{-2\times1}{-2}-\frac{(-2^2)\times(-1)}{(-2)^2}+\frac{(-2^3)\times1}{(-2)^3}$
$=1-1+1=1$

따라서 주어진 식의 값은 1이다. 답 1

273 $a+b+c=0$에서 $a+b=-c$, $b+c=-a$, $c+a=-b$

$\therefore \frac{2abc}{(a+b)(b+c)}+\frac{abc}{(b+c)(c+a)}+\frac{abc}{(c+a)(a+b)}$
$=\frac{2abc}{(-c)\times(-a)}+\frac{abc}{(-a)\times(-b)}+\frac{abc}{(-b)\times(-c)}$
$=2b+c+a$
$=b+\underbrace{(a+b+c)}_{0}$
$=b$ 답 ④

274 두 자연수 $m=\frac{6m}{6}$과 $n=\frac{6n}{6}$ 사이에 분모가 6인 기약분수는 분자가 6과 서로소인 분수이므로

$\frac{6m+1}{6}$, $\frac{6m+5}{6}$, $\frac{6(m+1)+1}{6}$, $\frac{6(m+1)+5}{6}$, $\cdots$,
$\frac{6n-5}{6}$, $\frac{6n-1}{6}$

즉 m과 $m+1$ 사이에 분모가 6인 기약분수는 2개 있으므로 구하는 기약분수의 개수는 $2(n-m)$개이다. 답 $2(n-m)$개

275 처음 사다리꼴의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(a+b)\times4=2(a+b)$

새로 만든 사다리꼴에서
(윗변의 길이)$=a\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=0.9a$
(아랫변의 길이)$=b\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=0.9b$
(높이)$=4\times\left(1+\frac{10}{100}\right)=4.4$이므로

새로 만든 사다리꼴의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(0.9a+0.9b)\times4.4=1.98(a+b)$

따라서 새로 만든 사다리꼴의 넓이는 처음 사다리꼴의 넓이의
$\frac{1.98(a+b)}{2(a+b)}\times100=99\ (\%)$이므로 1 % 감소된 것이다.

답 1 % 감소

276 A, B 두 문제를 맞힌 학생 수를 각각 a명, b명이라 하자.

A, B 두 문제를 모두 맞힌 학생 수는 $\frac{2}{5}a$명이므로
A 문제는 맞고 B 문제는 틀린 학생 수는
$a-\frac{2}{5}a=\frac{3}{5}a$(명)

또 두 문제를 모두 맞힌 학생 수는 $\frac{1}{4}b$명이므로
$\frac{1}{4}b=\frac{2}{5}a$ $\therefore b=\frac{8}{5}a$

이때 B 문제는 맞고 A 문제는 틀린 학생 수는
$\frac{8}{5}a-\frac{2}{5}a=\frac{6}{5}a$(명)

A, B 두 문제를 모두 틀린 학생은 전체의 23 %이므로 적어도 한 문제를 맞힌 학생 수 $\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}a+\frac{6}{5}a=\frac{11}{5}a$(명)은 전체의 77 %이다.

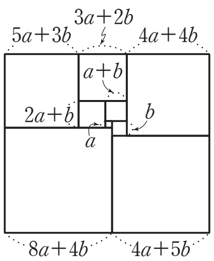
따라서 $\frac{1}{5}a$명은 7 %이므로 A 문제는 맞고 B 문제는 틀린 학생은 전체의
$\frac{3}{5}a=3\times7=21\ (\%)$

B 문제는 맞고 A 문제는 틀린 학생은 전체의
$\frac{6}{5}a=6\times7=42\ (\%)$

$\therefore$ (A 문제의 오답률)$=42+23=65\ (\%)$
(B 문제의 오답률)$=21+23=44\ (\%)$

답 A 문제: 65 %, B 문제: 44 %

277 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a, 두 번째로 작은 정사각형의 한 변의 길이를 b라 하면 각 정사각형의 한 변의 길이는 다음 그림과 같다.



이때 직사각형의 가로의 길이는

$(8a+4b)+(4a+5b)=12a+9b$ …… ㉠

직사각형의 세로의 길이는

$(5a+3b)+(8a+4b)=13a+7b$ …… ㉡

그런데 직사각형의 세로의 길이에서

$(5a+3b)+(8a+4b)=(4a+4b)+(4a+5b)$

$13a+7b=8a+9b$, $5a=2b$ $\quad \therefore a=\frac{2}{5}b$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$12a+9b=12\times\frac{2}{5}b+9b=\frac{69}{5}b$

㉢을 ㉡에 대입하면

$13a+7b=13\times\frac{2}{5}b+7b=\frac{61}{5}b$

$\therefore$ (가로의 길이) : (세로의 길이) $=\frac{69}{5}b : \frac{61}{5}b$

$=69 : 61$ 답 69 : 61

6 일차방정식의 풀이

STEP 1 실력 문제 75쪽~78쪽

278 [ ] 안의 수를 주어진 방정식의 x에 대입하면

① $2\times2-1\neq3-2$

② $\frac{1}{4}\times4-1\neq-\frac{3}{2}\times4+8$

③ $5-2\times(-2)\neq-3\times(-2+1)$

④ $6\times\frac{5}{2}+3=8\times\frac{5}{2}-2$

⑤ $-11=4\times\frac{13}{4}-2$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것은 ④이다. 답 ④

279 ㉠ (좌변)$=5x-2x=3x$, (우변)$=3x$에서
(좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.

㉡ (좌변)$\neq$(우변)이므로 항등식이 아니다.

㉢ (좌변)$=2(x+1)-2=2x+2-2=2x$, (우변)$=2x$에서
(좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.

㉣ (좌변)$\neq$(우변)이므로 항등식이 아니다.

㉤ (좌변)$=3x-1$, (우변)$=3(x-1)=3x-3$에서
(좌변)$\neq$(우변)이므로 항등식이 아니다.

㉥ (좌변)$=4(x+1)-x=4x+4-x=3x+4$,
(우변)$=3x+4$에서
(좌변)$=$(우변)이므로 항등식이다.

따라서 x의 값에 관계없이 항상 참이 되는 것은 ㉠, ㉢, ㉥이다.

답 ㉠, ㉢, ㉥

280 $a(x+2)-b=3x$에서 $ax+2a-b=3x$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$a=3$, $2a-b=0$

$2a-b=0$에 $a=3$을 대입하면

$6-b=0 \qquad \therefore b=6$

$\therefore ab=3\times6=18$ 답 18

281 ① $-10x=4y$의 양변을 -2로 나누면 $5x=-2y$

② $5x=-2y$의 우변을 좌변으로 이항하면 $5x+2y=0$

③ $-10x=4y$의 양변에 3을 더하면 $3-10x=3+4y$

④ $-10x=4y$의 양변을 -10으로 나누면 $x=-\frac{2}{5}y$

양변에 2를 더하면

$x+2=-\frac{2}{5}y+2$, 즉 $x+2=-\frac{2y-10}{5}$

⑤ $5x=-2y$의 양변에 5를 더하면

$5x+5=-2y+5$, 즉 $5(x+1)=-2y+5$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

282 ① $\frac{a}{3}=-\frac{b}{2}$의 양변에 6을 곱하면 $2a=-3b$

② $a=1, b=-1, c=0$이면 $ac=bc$이지만 $a\neq b$이다.

③ $6a+6=3b+6$의 양변에서 6을 빼면 $6a=3b$

양변을 3으로 나누면 $2a=b$

④ $2a=b$의 양변을 $2c$로 나누면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{2c}$

⑤ $a-4=b-2$의 양변에 2를 더하면 $a-2=b$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

283 ㉠ $-3x-1=0$이므로 일차방정식이다.

㉡ 일차식

㉣, ㉤ $0\cdot x=0$이므로 일차방정식이 아니다.

㉥ $-x+2=0$이므로 일차방정식이다.

㉦ 분모에 x가 있으므로 다항식이 아니다.

㉧ $x=0$이므로 일차방정식이다.

따라서 일차방정식이 아닌 것은 ㉡, ㉣, ㉤, ㉦이다.

답 ㉡, ㉣, ㉤, ㉦

284 $3x+4=a(x-1)$에서 $3x+4=ax-a$

이때 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하면 $(3-a)x+4+a=0$

이므로 이 등식이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $3-a\neq 0$이어야 한다.

$\therefore a\neq 3$ 답 $a\neq 3$

285 $3(1-x)=-4(x-2)$에서

$3-3x=-4x+8$ $\therefore x=5$

① $3(x+1)=2(2x-1)$에서

$3x+3=4x-2$, $-x=-5$ $\therefore x=5$

② $4x=2(x+3)+4$에서

$4x=2x+6+4$, $2x=10$ $\therefore x=5$

③ $2(x+3)=5(6-x)+4x$에서

$2x+6=30-5x+4x$, $3x=24$ $\therefore x=8$

④ $-2x+14=4$에서 $-2x=-10$ $\therefore x=5$

⑤ $5(x+2)-3=3x+17$에서

$5x+10-3=3x+17$, $2x=10$ $\therefore x=5$

따라서 해가 다른 하나는 ③이다. 답 ③

286 $0.2x-1=\frac{1}{2}(x+3)-2$에서

$\frac{1}{5}x-1=\frac{1}{2}(x+3)-2$

양변에 10을 곱하면

$2x-10=5(x+3)-20$

$2x-10=5x+15-20$

$-3x=5$ $\therefore x=-\frac{5}{3}$, 즉 $a=-\frac{5}{3}$

$1.2(2x-0.5)=5-3.2x$의 양변에 10을 곱하면

$12(2x-0.5)=50-32x$

$24x-6=50-32x$

$56x=56$ $\therefore x=1$, 즉 $b=1$

$\therefore a+b=-\frac{5}{3}+1=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

287 $\frac{x+1}{3}-\frac{2x+1}{4}=\frac{3}{4}$의 양변에 12를 곱하면

$4(x+1)-3(2x+1)=9$

$4x+4-6x-3=9$, $-2x=8$

$\therefore x=-4$, 즉 $a=-4$

$\therefore |-2a|-|a+1|=|-2\times(-4)|-|(-4)+1|$

$=|8|-|-3|$

$=8-3=5$ 답 5

288 $(x-3):4=(2x-1):3$에서

$3(x-3)=4(2x-1)$

$3x-9=8x-4$, $-5x=5$

$\therefore x=-1$, 즉 $a=-1$

$\therefore a^2+2a=(-1)^2+2\times(-1)$

$=1+(-2)=-1$ 답 -1

289 $(x-3, x-1)=x-1$, $[3x+1, 3x-3]=3x-3$,

$(1, 5)=5$이므로

$(x-3, x-1)-[3x+1, 3x-3]=(1, 5)$에서

$x-1-(3x-3)=5$

$x-1-3x+3=5$

$-2x=3$ $\therefore x=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

290 $3\triangle x=3x+3+x=4x+3$이므로

$(3\triangle x)\triangle 5=(4x+3)\triangle 5$

$=(4x+3)\times 5+(4x+3)+5$

$=24x+23$

따라서 $24x+23=-1$이므로

$24x=-24$ $\therefore x=-1$ 답 -1

291 $3(x+a)-(x-a)=7$에 $x=\frac{3}{2}$을 대입하면

$3\left(\frac{3}{2}+a\right)-\left(\frac{3}{2}-a\right)=7$

$\frac{9}{2}+3a-\frac{3}{2}+a=7$, $4a=4$ $\therefore a=1$ 답 1

292 $3x+1=\frac{x+a}{2}$에 $x=-1$을 대입하면

$-3+1=\frac{-1+a}{2}$, $-2=\frac{-1+a}{2}$

$-4=-1+a$ $\therefore a=-3$

$2x-b=5(x-2b)-6$에 $x=-1$을 대입하면

$-2-b=5(-1-2b)-6$

$-2-b=-5-10b-6$

$9b=-9$ $\therefore b=-1$

$\therefore a-b=-3-(-1)=-2$ 답 -2

293 $2x-(3-2x)=\frac{1}{3}(8x-1)$의 양변에 3을 곱하면

$6x-3(3-2x)=8x-1$

$6x-9+6x=8x-1$

$4x=8 \quad \therefore x=2$

따라서 $a=2$이므로 $0.5x+2=0.8x+1.4$의 양변에 10을 곱하면

$5x+20=8x+14$

$-3x=-6 \quad \therefore x=2$

답 $x=2$

294 $0.4(x+1)=0.6x$의 양변에 10을 곱하면

$4(x+1)=6x$, $4x+4=6x$

$-2x=-4 \quad \therefore x=2$

$7-a(x+1)=5x-1$에 $x=2$를 대입하면

$7-3a=10-1$, $-3a=2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

답 $-\frac{2}{3}$

295 $(4-a)x=1-3ax$에서 $(4-a+3a)x=1$

즉 $(4+2a)x=1$을 만족하는 x의 값이 존재하지 않으므로

$4+2a=0$, $2a=-4 \quad \therefore a=-2$

답 -2

296 $(5-a)x+2=b$에서 $(5-a)x=b-2$

해가 무수히 많으려면 $5-a=0$, $b-2=0$이어야 하므로

$a=5$, $b=2$

$\therefore ab=5\times2=10$

답 10

297 $ax-2=3x+b$에서 $(a-3)x=b+2$

① $a\neq3$, $b\neq-2$이면 $x=\frac{b+2}{a-3}$

② $a\neq3$, $b=-2$이면 $x=0$

③, ⑤ $a=3$, $b=-2$이면 해가 무수히 많다.

④ $a=3$, $b\neq-2$이면 해가 없다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

298 $0.2x-1.5=1.2x-3$의 양변에 10을 곱하면

$2x-15=12x-30$, $-10x=-15 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$

$\frac{x+1}{3}=\frac{x}{4}-a$의 양변에 12를 곱하면

$4(x+1)=3x-12a$, $4x+4=3x-12a$

$\therefore x=-12a-4$

이때 두 일차방정식의 해의 비가 $3:1$이므로

$\frac{3}{2}:(-12a-4)=3:1$, $\frac{3}{2}=-36a-12$

$36a=-\frac{27}{2} \quad \therefore a=-\frac{3}{8}$

답 $-\frac{3}{8}$

299 $3(4-x)=a$에서 $12-3x=a$

$-3x=a-12 \quad \therefore x=\frac{12-a}{3}$

이때 해가 자연수이므로 $12-a$는 12보다 작은 3의 배수, 즉 3, 6, 9이어야 한다.

(i) $12-a=3$일 때, $a=9$

(ii) $12-a=6$일 때, $a=6$

(iii) $12-a=9$일 때, $a=3$

따라서 이를 만족하는 자연수 a의 값은 3, 6, 9의 3개이다.

답 3개

300 $x-\frac{1}{3}(x+2a)=-2$의 양변에 3을 곱하면

$3x-(x+2a)=-6$, $3x-x-2a=-6$

$2x=2a-6 \quad \therefore x=a-3$

이때 해가 3 미만의 자연수이므로 $a-3$은 1, 2이어야 한다.

(i) $a-3=1 \quad \therefore a=4$

(ii) $a-3=2 \quad \therefore a=5$

따라서 이를 만족하는 자연수 a의 값은 4, 5이다.

답 4, 5

STEP 2 심화 문제 79쪽~84쪽

301 주어진 등식이 x의 값에 관계없이 항상 성립하려면 x에 대한 항등식이어야 한다.

$\frac{3x+1}{4}-2=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}-\frac{8}{4}=\frac{3}{4}x-\frac{7}{4}$

이때 $\frac{3}{4}x-\frac{7}{4}=ax+b$이므로 $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{7}{4}$

$\therefore a+b=\frac{3}{4}+\left(-\frac{7}{4}\right)=-1$

답 -1

302 $(a-1)x-\frac{1}{2}=\frac{x-5}{2}-b$에서

$(a-1)x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}-b$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$a-1=\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}-b \quad \therefore a=\frac{3}{2}$, $b=-2$

$\therefore 2a-b=2\times\frac{3}{2}-(-2)=5$

답 5

303 ① $\frac{a}{2}=-\frac{b}{3}$의 양변에 -6을 곱하면

$-3a=2b$

② $a=4b$의 양변에서 2를 빼면

$a-2=4b-2$, $a-2=2(2b-1)$

③ $2a-1=-b+2$의 양변을 4로 나누면

$\frac{a}{2}-\frac{1}{4}=-\frac{b}{4}+\frac{1}{2}$

양변에 $\frac{1}{4}$을 더하면

$\frac{a}{2}=-\frac{b}{4}+\frac{3}{4}$

④ $-3ac+1=-3bc+1$의 양변에서 1을 빼면

$-3ac=-3bc$

양변을 -3으로 나누면 $ac=bc$

이때 $c\neq0$이어야 $a=b$가 성립한다.

$a=1$, $b=2$, $c=0$인 경우 $ac=bc$이지만 $a\neq b$이다.

⑤ $\frac{a^2}{2}+2=\frac{b^2}{3}-1$의 양변에 6을 곱하면

$3a^2+12=2b^2-6$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

304 $2a+4=2(b+1)$의 양변을 2로 나누면

$\frac{2a+4}{2}=\frac{2(b+1)}{2}$, $a+2=b+1$

양변에서 1을 빼면

$a+2-1=b+1-1$ $\quad\therefore a+1=b$

따라서 □ 안에 알맞은 식은 b이다. 답 ②

305 (가)에서 $a+2b=2a+c$ (④)

(나)에서 $3a+c=3b$ (③)

① $3a+c=3b$에서 $c=3b-3a$이므로

$a+2b=2a+c$에 $c=3b-3a$를 대입하면

$a+2b=2a+3b-3a$

$-b=-2a$ $\quad\therefore b=2a$

② $a+2b=2a+c$의 양변에서 a를 빼면

$a+2b-a=2a+c-a$ $\quad\therefore 2b=a+c$

⑤ $b=2a$이고, $2b=a+c$에서 $c=2b-a$이므로

$b+c=2a+2b-a$ $\quad\therefore b+c=a+2b$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

306 $ax^2+2x-ax-1=bx+5$에서

$ax^2+(2-a-b)x-6=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a=0$, $2-a-b\neq0$이어야 한다.

$\therefore a=0$, $b\neq2$ 답 ⑤

307 우변의 상수항 2를 a로 잘못 보았다고 하면

$3(2x+5)+7=a-4x$의 해가 $x=-1$이므로 이 방정식에

$x=-1$을 대입하면

$9+7=a+4$ $\quad\therefore a=12$

따라서 우변의 상수항 2를 12로 잘못 보았다. 답 12

308 $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}=t\,(t\neq0)$라 하면

$x=3t$, $y=4t$, $z=5t$

$2x-3y+4z=70$에 $x=3t$, $y=4t$, $z=5t$를 대입하면

$6t-12t+20t=70$

$14t=70$ $\quad\therefore t=5$

따라서 $x=15$, $y=20$, $z=25$이므로

$x-y+z=15-20+25=20$ 답 20

309 $(x-3):6=\frac{3x-1}{3}:1$에서

$x-3=6\times\frac{3x-1}{3}$, $x-3=2(3x-1)$

$x-3=6x-2$, $-5x=1$

$\therefore x=-\frac{1}{5}$, 즉 $a=-\frac{1}{5}$

$0.3x-\frac{1}{10}(x+1)=x-0.9$의 양변에 10을 곱하면

$3x-(x+1)=10x-9$

$3x-x-1=10x-9$, $-8x=-8$

$\therefore x=1$, 즉 $b=1$

$\therefore ab=\left(-\frac{1}{5}\right)\times1=-\frac{1}{5}$ 답 $-\frac{1}{5}$

310 $-1<x<1$이므로 $x-1<0$이고, $x+1>0$이다.

$3x+|x-1|+|x+1|=4$에서

$3x-(x-1)+(x+1)=4$

$3x-x+1+x+1=4$

$3x=2$ $\quad\therefore x=\frac{2}{3}$ 답 $x=\frac{2}{3}$

311 $\begin{vmatrix}2 & 5\\1 & 5x\end{vmatrix}=2\times5x-5\times1=10x-5$

$\begin{vmatrix}3 & 7\\3x+2 & 2x-7\end{vmatrix}=3(2x-7)-7(3x+2)$

$=6x-21-21x-14$

$=-15x-35$

이므로 $10x-5=-15x-35$

$25x=-30$ $\quad\therefore x=-\frac{6}{5}$ 답 $-\frac{6}{5}$

312 $(3x, 2)\bigstar(x, 1)=3x\times1-2\times x=3x-2x=x$,

$(2, 3)◎(2x, 1)=2\times2x-3\times1=4x-3$이므로

$x=4x-3$, $-3x=-3$ $\quad\therefore x=1$ 답 1

313 $x-24=16x+21$에서

$-15x=45$ $\quad\therefore x=-3$

$3(x-0.7)-a=5.7x$에 $x=-3$을 대입하면

$-11.1-a=-17.1$

양변에 10을 곱하면

$-111-10a=-171$

$-10a=-60$ $\quad\therefore a=6$

$\frac{3}{4}(1-x)-\frac{2}{3}x=b$에 $x=-3$을 대입하면

$3+2=b$ $\quad\therefore b=5$

$\therefore ab=6\times5=30$ 답 30

314 $x-a=2x-3$에 $x=-1$을 대입하면

$-1-a=-2-3$ $\quad\therefore a=4$

$\frac{x-a}{2}-\frac{5-x}{5}=a$에 $a=4$를 대입하면

$\frac{x-4}{2}-\frac{5-x}{5}=4$

양변에 10을 곱하면

$5(x-4)-2(5-x)=40$

$5x-20-10+2x=40$

$7x=70$ $\quad\therefore x=10$ 답 $x=10$

315 $(2x-3):1=(3+2x):3$에서

$3(2x-3)=3+2x,\ 6x-9=3+2x$

$4x=12$ $\quad\therefore x=3$

$\frac{3-x}{4}=a-\frac{2}{3}x$에 $x=3$을 대입하면

$0=a-2$ $\quad\therefore a=2$ 답 2

316 $\frac{x+1}{3}-\frac{ax+3}{2}=x+\frac{7}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$2(x+1)-3(ax+3)=6x+7$

$2x+2-3ax-9=6x+7$

$-4x-3ax=14,\ (-4-3a)x=14$

이 방정식의 해가 없으려면 x의 계수가 0이어야 하므로

$-4-3a=0$ $\quad\therefore a=-\frac{4}{3}$ 답 $-\frac{4}{3}$

317 $px+3>px-4$이므로 $(px+3)\circ(px-4)=px+3$

$(px+3)\circ(px-4)=2x+q$에서

$px+3=2x+q$

$(p-2)x=q-3$

이 방정식을 만족하는 x의 값이 없으므로

$p-2=0,\ q-3\neq0$

$\therefore p=2,\ q\neq3$ 답 $p=2,\ q\neq3$

318 $ax-8=(5-b)x-4b$의 해가 무수히 많으므로

$(a+b-5)x=-4b+8$에서

$a+b-5=0,\ -4b+8=0$

$\therefore a=3,\ b=2$

따라서 $3x-\frac{x+2}{3}=2$의 양변에 3을 곱하면

$9x-(x+2)=6,\ 9x-x-2=6$

$8x=8$ $\quad\therefore x=1$ 답 $x=1$

319 $\frac{ax+4}{7}=\frac{-2x+b}{3}$의 양변에 21을 곱하면

$3(ax+4)=7(-2x+b)$

$3ax+12=-14x+7b$

$(3a+14)x=7b-12$

이 방정식의 해가 2개 이상일 조건, 즉 해가 무수히 많기 위한 조건은 $3a+14=0,\ 7b-12=0$이므로

$a=-\frac{14}{3},\ b=\frac{12}{7}$

$\therefore ab=\left(-\frac{14}{3}\right)\times\frac{12}{7}=-8$ 답 -8

320 $8+3(x-2)=14$에서 $8+3x-6=14$

$3x=12$ $\quad\therefore x=4$

이때 $-4x+5=3x+a$의 해는 $x=4\times\frac{1}{2}=2$이므로

$-4x+5=3x+a$에 $x=2$를 대입하면

$-8+5=6+a$ $\quad\therefore a=-9$ 답 -9

321 $5-x=\frac{x-1}{3}$의 양변에 3을 곱하면

$15-3x=x-1,\ -4x=-16$ $\quad\therefore x=4$

$\frac{x+a}{4}=2(x-2a)+\frac{9}{4}$의 양변에 4를 곱하면

$x+a=8(x-2a)+9,\ x+a=8x-16a+9$

$-7x=-17a+9$ $\quad\therefore x=\frac{17a-9}{7}$

이때 두 일차방정식의 해의 비가 $2:3$이므로

$4:\frac{17a-9}{7}=2:3,\ 12=\frac{34a-18}{7}$

$34a-18=84,\ 34a=102$

$\therefore a=3$ 답 3

322 $x+4=\frac{1}{3}(x+2a)$의 양변에 3을 곱하면

$3x+12=x+2a,\ 2x=2a-12$

$\therefore x=a-6$

이때 해가 음의 정수, 즉 $-1,\ -2,\ -3,\ -4,\ -5$이므로 이를 만족하는 자연수 a의 값은 $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$의 5개이다. 답 5개

참고 $x=-1$일 때, $-1=a-6$ $\quad\therefore a=5$

$x=-2$일 때, $-2=a-6$ $\quad\therefore a=4$

$x=-3$일 때, $-3=a-6$ $\quad\therefore a=3$

$x=-4$일 때, $-4=a-6$ $\quad\therefore a=2$

$x=-5$일 때, $-5=a-6$ $\quad\therefore a=1$

323 $6x-(x+5a)=-2$에서

$6x-x-5a=-2$

$5x=5a-2$ $\quad\therefore x=\frac{5a-2}{5}$

$\frac{5a-2}{5}$가 2보다 작은 기약분수이므로 이를 만족하는 자연수 a의 값은 1, 2이다.

따라서 구하는 자연수 a의 값의 합은 $1+2=3$ 답 3

324 $-2(x+1)=\frac{a-3}{3}$의 양변에 3을 곱하면

$-6(x+1)=a-3,\ -6x-6=a-3$

$-6x=a+3$ $\quad\therefore x=\frac{-a-3}{6}$

$x=\frac{-a-3}{6}$이 자연수가 되려면 $-a-3$이 6의 배수이어야 하므로 $a=-9,\ -15,\ -21,\ \cdots$이다.

따라서 a의 최댓값은 -9이다. 답 -9

325 $\frac{1-ax}{2}-\frac{x-3}{3}=1$의 양변에 6을 곱하면

$3(1-ax)-2(x-3)=6$

$3-3ax-2x+6=6$

$-3ax-2x=-3$

$(3a+2)x=3$

(i) $3a+2\neq0$, 즉 $a\neq-\frac{2}{3}$일 때,

$x=\frac{3}{3a+2}$

(ii) $3a+2=0$, 즉 $a=-\frac{2}{3}$일 때,

해가 없다.

답 $a\neq-\frac{2}{3}$일 때, $x=\frac{3}{3a+2}$
$a=-\frac{2}{3}$일 때, 해가 없다.

326 (i) $x-1\geq0$, 즉 $x\geq1$일 때,

$x-1+2x=5$, $3x=6$

$\therefore x=2$

(ii) $x-1<0$, 즉 $x<1$일 때,

$-(x-1)+2x=5$, $-x+1+2x=5$

$\therefore x=4$

그런데 $x<1$을 만족하지 않으므로 해가 될 수 없다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 방정식의 해는 $x=2$

따라서 $a=2$이므로

$a^4+a^2+1=2^4+2^2+1$

$=16+4+1=21$

답 21

327 $1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=1-\frac{1}{\frac{x+1}{x}}=1-\frac{x}{x+1}$

$=\frac{x+1-x}{x+1}=\frac{1}{x+1}$

$1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}=1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}=1-\frac{x}{x-1}$

$=\frac{x-1-x}{x-1}=-\frac{1}{x-1}$

이므로 주어진 방정식

$x-\frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}=\frac{2}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}$에서

$x-\frac{1}{\frac{1}{x+1}}=\frac{2}{-\frac{1}{x-1}}$

$x-(x+1)=-2(x-1)$

$x-x-1=-2x+2$

$2x=3 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$

답 $x=\frac{3}{2}$

328 $ax\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+bx\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+cx\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=15$에서

$\frac{a}{b}x+\frac{a}{c}x+\frac{b}{c}x+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}x+\frac{c}{b}x=15$

$\left(\frac{b+c}{a}\right)x+\left(\frac{a+c}{b}\right)x+\left(\frac{a+b}{c}\right)x=15$ ······ ㉠

이때 $a+b+c=0$이므로

$b+c=-a$, $a+c=-b$, $a+b=-c$

따라서 $b+c=-a$, $a+c=-b$, $a+b=-c$를 ㉠에 대입하면

$-x-x-x=15$, $-3x=15$

$\therefore x=-5$

답 $x=-5$

329 $a:b:c=3:2:1$이므로

$a=3t$, $b=2t$, $c=t$ $(t\neq0)$

$m=\frac{a+b-c}{a-b+c}=\frac{3t+2t-t}{3t-2t+t}=\frac{4t}{2t}=2$

$n=\frac{ab-bc-ca}{a^2-b^2-c^2}=\frac{6t^2-2t^2-3t^2}{9t^2-4t^2-t^2}=\frac{t^2}{4t^2}=\frac{1}{4}$

이때 $3m+x=8n$에 $m=2$, $n=\frac{1}{4}$을 대입하면

$6+x=2 \qquad \therefore x=-4$

답 -4

330 $S(a)$는 자연수 a의 소인수들의 합이므로

$S(24)=S(2^3\times3)=2+3=5$

$S(42)=S(2\times3\times7)=2+3+7=12$

$S(63)=S(3^2\times7)=3+7=10$

$S(36)=S(2^2\times3^2)=2+3=5$

따라서 주어진 방정식은

$\frac{x-1}{5-12}=\frac{x+1}{10-5}$, $-\frac{x-1}{7}=\frac{x+1}{5}$

양변에 35를 곱하면

$-5(x-1)=7(x+1)$, $-5x+5=7x+7$

$-12x=2 \qquad \therefore x=-\frac{1}{6}$

답 $x=-\frac{1}{6}$

331 $4a-2b=6a+2b$에서

$-2a=4b \qquad \therefore a=-2b$

$\frac{3a-b}{a+b}$에 $a=-2b$를 대입하면

$\frac{3a-b}{a+b}=\frac{-6b-b}{-2b+b}=\frac{-7b}{-b}=7$

따라서 일차방정식 $3+m(x-2)=-1+2x$의 해가 $x=7$이므로

$3+5m=13$, $5m=10$

$\therefore m=2$

답 2

332 $k\triangle\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)\triangle\left(x\triangle\frac{1}{5}\right)\right\}$

$=k\triangle\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)\triangle\left(\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}\right)\right\}$

$=k\triangle\left\{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}\right)\right\}$

$=k\triangle\left(-\frac{4}{5}x+\frac{2}{5}\right)$

$=2k\left(-\frac{4}{5}x+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}x+\frac{2}{5}\right)$

$=\left(-\frac{8}{5}k+\frac{4}{5}\right)x+\frac{4}{5}k-\frac{2}{5}$

$\left(-\frac{8}{5}k+\frac{4}{5}\right)x+\frac{4}{5}k-\frac{2}{5}=3$의 양변에 5를 곱하면

$(-8k+4)x+4k-2=15$

$(-8k+4)x=-4k+17$

이 식을 만족하는 x의 값이 존재하지 않으므로

$-8k+4=0,\ -4k+17\neq0$

$\therefore\ k=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

7 일차방정식의 활용

STEP 1 실력 문제 89쪽~93쪽

333 어떤 수를 x라 하면

$3(x+8)=5x+6,\ 3x+24=5x+6$

$-2x=-18\qquad\therefore\ x=9$ 답 9

334 연속한 세 짝수를 $x-2,\ x,\ x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)=114$

$3x=114\qquad\therefore\ x=38$

따라서 연속한 세 짝수는 36, 38, 40이고 세 수 중 가장 작은 수와 가장 큰 수의 합은

$36+40=76$ 답 76

335 처음 자연수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $9-x$이다.

이때 처음 수는 $10x+(9-x)$, 자리를 바꾼 수는 $10(9-x)+x$이므로

$10(9-x)+x=10x+(9-x)-27$

$90-9x=9x-18$

$-18x=-108\qquad\therefore\ x=6$

따라서 처음 자연수의 십의 자리의 숫자는 6, 일의 자리의 숫자는 $9-6=3$이므로 처음 자연수는 63이다. 답 63

336 큰 스님의 수를 x명이라 하면 작은 스님의 수는 $(100-x)$명이므로

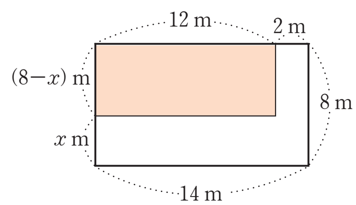
$3x+\frac{1}{3}(100-x)=100$

$9x+100-x=300,\ 8x=200\qquad\therefore\ x=25$

따라서 큰 스님은 25명, 작은 스님은 $100-25=75$(명)이다.

답 큰 스님: 25명, 작은 스님: 75명

337



위의 그림과 같이 직선 도로를 가장자리로 이동시키면 직선 도로를 제외한 땅은 가로의 길이가 12 m, 세로의 길이가 $(8-x)$ m인 직사각형 모양이므로

$12\times(8-x)=60,\ 96-12x=60$

$-12x=-36\qquad\therefore\ x=3$ 답 3

다른 풀이 두 직선 도로가 겹치는 부분인 가운데 직사각형은 직선 도로의 넓이를 구할 때 2번 더해지므로 한 번 빼주어야 한다.
(전체 넓이)$-$(직선 도로의 넓이)$=60$ (m^2)이므로
$14\times8-(2\times8+14\times x-2\times x)=60$
$112-(16+12x)=60$, $96-12x=60$
$-12x=-36$ $\quad\therefore x=3$

338 선분 PC의 길이를 x cm라 하면
$\frac{1}{2}\times(x+6)\times8=40$
$4x+24=40$, $4x=16$ $\quad\therefore x=4$
이때 점 P가 움직인 거리는 $8+4=12$ (cm)이고 매초 4 cm씩 움직이므로 사다리꼴 ABCP의 넓이가 40 cm^2가 되는 것은
$12\div4=3$(초) 후이다. 답 3초

339 학생 수를 x명이라 하면
공책의 수는 $(7x-9)$권 또는 $(6x+7)$권이므로
$7x-9=6x+7$ $\quad\therefore x=16$
따라서 공책의 수는 $7\times16-9=103$(권)이다. 답 103권

340 (1) 의자의 개수를 x개라 하면
학생 수는 $(4x+5)$명 또는 $\{5(x-4)+4\}$명이므로
$4x+5=5(x-4)+4$
$4x+5=5x-16$, $-x=-21$ $\quad\therefore x=21$
따라서 의자의 개수는 21개이다.
(2) 의자의 개수가 21개이므로 학생 수는
$4\times21+5=89$(명) 답 (1) 21개 (2) 89명

341 원가를 x원이라 하면 정가는 $x\times(1+0.5)=1.5x$(원)
이때 정가의 3할을 할인하여 팔았더니 1500원의 이익이 생겼으므로 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익금)에서
$1.5x\times(1-0.3)-x=1500$
$1.05x-x=1500$, $0.05x=1500$
$5x=150000$ $\quad\therefore x=30000$
따라서 정가는 $1.5\times30000=45000$(원)이다. 답 45000원

342 원가를 x원이라 하면
원가에 30 %의 이익을 붙이고 500원을 할인한 금액은
$x\times\left(1+\frac{30}{100}\right)-500=1.3x-500$(원)
원가에 10 %의 이익을 붙인 금액은
$x\times\left(1+\frac{10}{100}\right)=1.1x$(원)
이때 두 금액이 같으므로
$1.3x-500=1.1x$
$13x-5000=11x$, $2x=5000$
$\therefore x=2500$
따라서 컵의 원가는 2500원이다. 답 2500원

343 원가 정가 판매 가격
$8000\text{원} \xrightarrow[\text{25 \%의 이익}]{} 8000\times\left(1+\frac{25}{100}\right)\text{원} \xrightarrow[x\text{ \%를 할인}]{} 10000\times\left(1-\frac{x}{100}\right)\text{원}$
(판매 가격)$-$(원가)$=$(이익금)에서
$10000\times\left(1-\frac{x}{100}\right)-8000=2000-100x$(원) ……㉠
원가의 20 %의 이익금은
$8000\times\frac{20}{100}=1600$(원) ……㉡
㉠$=$㉡이므로
$2000-100x=1600$
$-100x=-400$ $\quad\therefore x=4$ 답 4

344 갈 때의 거리를 x km라 하면 올 때의 거리는 $(x+20)$ km이고 (가는 데 걸린 시간)$+$(오는 데 걸린 시간)$=5$(시간)이므로
$\frac{x}{80}+\frac{x+20}{60}=5$
$3x+4(x+20)=1200$, $7x+80=1200$
$7x=1120$ $\quad\therefore x=160$
따라서 갈 때의 거리는 160 km, 올 때의 거리는
$160+20=180$ (km)이므로 집으로 오는 데 걸린 시간은
$\frac{180}{60}=3$(시간)이다. 답 3시간

345 집에서 방송국까지의 거리를 x km라 하면
(다정이가 걸린 시간)$-$(행복이가 걸린 시간)$=18$(분)이므로
$\frac{x}{30}-\frac{x}{45}=\frac{3}{10}$
$3x-2x=27$ $\quad\therefore x=27$
따라서 집에서 방송국까지의 거리는 27 km이다. 답 27 km

346 집에서 학교까지의 거리를 x km라 하면
(재인이가 걸린 시간)$=$(지은이가 걸린 시간)$+5$(분)이므로
$\frac{x}{8}+\frac{20}{60}=\frac{x}{3}+\frac{5}{60}$
$\frac{x}{8}+\frac{1}{3}=\frac{x}{3}+\frac{1}{12}$, $3x+8=8x+2$
$-5x=-6$ $\quad\therefore x=\frac{6}{5}$
따라서 집에서 학교까지의 거리는 $\frac{6}{5}$ km이다. 답 $\frac{6}{5}$ km

347 동생이 출발한 지 x시간 후에 형과 만난다고 하면 형은 출발한 지 $\left(x+\frac{1}{6}\right)$시간 후에 동생과 만난다.
이때 (동생이 간 거리)$=$(형이 간 거리)이므로
$9x=4\left(x+\frac{1}{6}\right)$, $9x=4x+\frac{2}{3}$
$5x=\frac{2}{3}$ $\quad\therefore x=\frac{2}{15}$
따라서 동생은 출발한 지 $\frac{2}{15}$시간, 즉 $\frac{2}{15}\times60=8$(분) 후에 형과 만난다. 답 8분

348 민재와 윤서가 동시에 출발한 지 x분 후에 처음으로 다시 만난다고 하자.

(1) (민재가 간 거리)+(윤서가 간 거리)=(호수의 둘레의 길이)이므로

$50x+30x=2000$, $80x=2000$ $\therefore x=25$

따라서 두 사람이 처음으로 다시 만나는 것은 출발한 지 25분 후이다.

(2) (민재가 간 거리)−(윤서가 간 거리)=(호수의 둘레의 길이)이므로

$50x-30x=2000$, $20x=2000$ $\therefore x=100$

따라서 두 사람이 처음으로 다시 만나는 것은 출발한 지 100분 후이다.

답 (1) 25분 (2) 100분

349 이 열차가 길이가 500 m인 터널을 완전히 통과하려면 $(500+a)$ m를 달려야 하고, 길이가 1200 m인 철교를 완전히 통과하려면 $(1200+a)$ m를 달려야 한다.

(터널을 통과할 때의 속력)=(철교를 통과할 때의 속력)이므로

$\frac{500+a}{20}=\frac{1200+a}{40}$

$2(500+a)=1200+a$

$1000+2a=1200+a$ $\therefore a=200$

이때 열차의 속력은 초속 $\frac{500+200}{20}=\frac{700}{20}=35$ (m)이므로

$b=35$

$\therefore \frac{2}{5}a-b=\frac{2}{5}\times200-35$

$=80-35=45$

답 45

350 x g의 물을 더 넣는다고 하면 소금의 양은 변하지 않으므로

$\frac{15}{100}\times460=\frac{10}{100}\times(460+x)$

$6900=4600+10x$

$-10x=-2300$ $\therefore x=230$

따라서 230 g의 물을 더 넣어야 한다.

답 230 g

351 더 넣은 소금의 양을 x g이라 하면 10 %의 소금물의 양은 $(500+x)$ g이므로

$\frac{6}{100}\times500+x=\frac{10}{100}\times(500+x)$

$3000+100x=5000+10x$

$90x=2000$ $\therefore x=\frac{200}{9}$

따라서 더 넣은 소금의 양은 $\frac{200}{9}$ g이다.

답 ①

352 11 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면 7 %의 소금물의 양은 $(800-x)$ g이므로

$\frac{11}{100}\times x+\frac{7}{100}\times(800-x)=\frac{8}{100}\times800$

$11x+5600-7x=6400$

$4x=800$ $\therefore x=200$

따라서 11 %의 소금물을 200 g 섞어야 한다.

답 200 g

353 작년의 남학생 수를 x명이라 하면 작년의 여학생 수는 $(650-x)$명이므로

$x\times\left(1-\frac{3}{100}\right)+(650-x)\times\left(1+\frac{2}{100}\right)=643$

$\frac{97}{100}x+\frac{102}{100}(650-x)=643$

$97x+102(650-x)=64300$

$97x+66300-102x=64300$

$-5x=-2000$ $\therefore x=400$

따라서 올해의 남학생 수는 $400\times\frac{97}{100}=388$(명),

올해의 여학생 수는 $643-388=255$(명)이다.

답 올해의 남학생 수: 388명, 올해의 여학생 수: 255명

354 작년에 가입한 남학생 수를 x명이라 하면 작년에 가입한 여학생 수는 $(160-x)$명이므로

$x\times\left(1+\frac{30}{100}\right)+(160-x)\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=160+12$

$\frac{130}{100}x+\frac{90}{100}(160-x)=172$

$130x+14400-90x=17200$

$40x=2800$ $\therefore x=70$

따라서 작년에 가입한 남학생 수가 70명이므로 올해에 가입한 남학생 수는 $70\times\frac{130}{100}=91$(명)

답 91명

355 전체 일의 양을 1이라 하면 A, B가 하루에 할 수 있는 일의 양은 각각 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{20}$이다.

이때 A와 B가 함께 일한 날을 x일이라 하면

$\frac{1}{12}\times4+\frac{1}{12}x+\frac{1}{20}x=1$, $\frac{1}{3}+\frac{1}{12}x+\frac{1}{20}x=1$

$20+5x+3x=60$, $8x=40$ $\therefore x=5$

따라서 A와 B가 함께 일한 날은 5일이다.

답 5일

356 빈 물통을 가득 채울 때의 물의 양을 1이라 하면 두 수도관 A, B로 1분에 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$이다.

이때 수도관 A로 물을 넣은 시간을 x분이라 하면 수도관 B로 물을 넣은 시간은 $(x+10)$분이므로

$\frac{1}{10}x+\frac{1}{15}(x+10)=1$

$3x+2(x+10)=30$, $5x=10$ $\therefore x=2$

따라서 수도관 A로 물을 넣은 시간은 2분, 수도관 B로 물을 넣은 시간은 $2+10=12$(분)이다.

답 수도관 A: 2분, 수도관 B: 12분

357 범기가 유럽 여행을 x일 동안 다녀왔다고 하면

$\frac{1}{10}x+\frac{1}{3}x+3+\frac{1}{5}x+8=x$

$3x+10x+90+6x+240=30x$

$-11x=-330 \qquad \therefore x=30$

따라서 범기는 30일 동안 유럽 여행을 다녀왔다. 답 30일

358 승우가 처음 가지고 있던 돈을 x원이라 하면

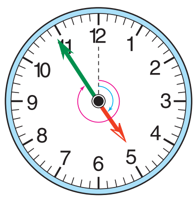
$\frac{1}{3}x+1000+\frac{3}{4}\left(x-\frac{1}{3}x-1000\right)+950=x$

$\frac{1}{3}x+1000+\frac{1}{2}x-750+950=x$

$-\frac{1}{6}x=-1200 \qquad \therefore x=7200$

따라서 승우가 처음 가지고 있던 돈은 7200원이다. 답 7200원

359 (1) 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선이 되는 시각을 4시 x분이라 하면 분침이 시침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 180°만큼 더 움직여 있다. 즉



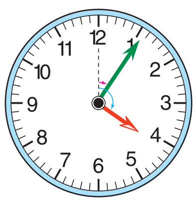
$6x-(4\times30+0.5x)=180$

$6x-120-0.5x=180$

$5.5x=300 \qquad \therefore x=\frac{600}{11}$

따라서 구하는 시각은 4시 $\frac{600}{11}$분이다.

(2) 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 처음으로 90°가 되는 시각을 4시 x분이라 하면 시침이 분침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 90°만큼 더 움직여 있다. 즉



$(4\times30+0.5x)-6x=90$

$120+0.5x-6x=90$

$-5.5x=-30 \qquad \therefore x=\frac{60}{11}$

따라서 구하는 시각은 4시 $\frac{60}{11}$분이다.

답 (1) 4시 $\frac{600}{11}$분 (2) 4시 $\frac{60}{11}$분

360 학생들이 모이는 시각을 오후 2시 x분이라 하면

$2\times30+0.5x=6x$

$60+0.5x=6x,\ -5.5x=-60$

$\therefore x=\frac{120}{11}$

따라서 학생들이 모이는 시각은 오후 2시 $\frac{120}{11}$분이다.

답 오후 2시 $\frac{120}{11}$분

STEP 2 심화 문제 94쪽~99쪽

361 정호가 생각한 수를 x라 하면

$3(2x-5)+8=71$

$6x-15+8=71,\ 6x=78 \qquad \therefore x=13$

따라서 □ 안에 들어갈 수는 13이다. 답 13

362 손님의 수를 x명이라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x=84,\ \frac{7}{12}x=84 \qquad \therefore x=144$

따라서 손님은 모두 144명이고

밥그릇의 개수는 $\frac{1}{3}\times144=48$(개),

국그릇의 개수는 $\frac{1}{4}\times144=36$(개)이다.

답 손님의 수: 144명, 밥그릇: 48개, 국그릇: 36개

363 ✚ 안의 날짜 중 한가운데에 있는 날짜를 x일이라 하면 나머지 날짜는 $x-7,\ x-1,\ x+1,\ x+7$이므로

$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)=90$

$5x=90 \qquad \therefore x=18$

따라서 가장 마지막 날의 날짜는 $18+7=25$(일)이다. 답 25일

364 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $8-x$, 백의 자리의 숫자는 $2x$이다.

이때 처음 수는 $200x+10x+(8-x)$,

자리를 바꾼 수는 $100(8-x)+10x+2x$이므로

$\frac{1}{2}\{100(8-x)+10x+2x\}=\{200x+10x+(8-x)\}-114$

$\frac{1}{2}(800-88x)=209x-106$

$400-44x=209x-106$

$-253x=-506 \qquad \therefore x=2$

따라서 백의 자리의 숫자는 4, 십의 자리의 숫자는 2, 일의 자리의 숫자는 6이므로 처음 수는 426이다. 답 426

365 (1) 979112593777에서

홀수 번째 자릿수의 합은

$9+9+1+5+3+7=34$

짝수 번째 자릿수의 합은

$7+1+2+9+7+7=33$

이때 (홀수 번째 자릿수의 합)$+3\times$(짝수 번째 자릿수의 합)

$=34+3\times33=133$

이고 이 바코드의 체크숫자를 x라 하면 x는 0 또는 한 자리의 자연수이므로

$133+x=140$

(2) $133+x=140$에서 $x=7$

따라서 구하는 체크숫자는 7이다.

답 (1) $133+x=140$ (2) 7

366 만들어지는 정육각형의 개수를 x개라 하면
$6+5\times(x-1)=86$
$6+5x-5=86$, $5x=85$ $\quad\therefore x=17$
따라서 사용한 성냥개비가 86개일 때, 만들어지는 정육각형의 개수는 17개이다. 답 17개

367 두 점 P, Q가 x초 후에 점 R에서 만난다고 하면
(점 P가 움직인 거리)+(점 Q가 움직인 거리)
=(직사각형 ABCD의 둘레의 길이)이므로
$3x+5x=2\times(22+14)$
$8x=72$ $\quad\therefore x=9$
이때 선분 BR의 길이는
$3x-14=3\times9-14=13$ (cm)
$\therefore$ (삼각형 ABR의 넓이)$=\frac{1}{2}\times13\times14$
$=91$ (cm^2) 답 91 cm^2

368 텐트의 개수를 x개라 하면
학생 수는 $(6x+14)$명 또는 $\{9(x-1)+2\}$명이므로
$6x+14=9(x-1)+2$, $6x+14=9x-7$
$-3x=-21$ $\quad\therefore x=7$
따라서 텐트의 개수는 7개이다. 답 7개

369 물건의 원가를 a원이라 하고 원가에 x %의 이익을 붙여서 정가를 정하였다고 하면
$a\times\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\frac{80}{100}-a=\frac{12}{100}a$
$80a\left(1+\frac{x}{100}\right)-100a=12a$
$80\left(1+\frac{x}{100}\right)-100=12$
$80+\frac{4}{5}x-100=12$
$\frac{4}{5}x=32$ $\quad\therefore x=40$
따라서 원가에 40 %의 이익을 붙여서 정가를 정했다. 답 ③

370 큰 수박을 x통이라 하면 작은 수박은 $(100-x)$통이다.
또 수박 1통의 원가를 a원이라 하면 수박 100통의 원가는 $100a$원이다.
(큰 수박의 판매 금액)+(작은 수박의 판매 금액)−(100통의 원가)
=(이익금)이므로
$a\times\left(1+\frac{30}{100}\right)\times x+a\times\left(1+\frac{20}{100}\right)\times(100-x)-100a$
$=100a\times\frac{26}{100}$
$1.3ax+1.2a(100-x)-100a=26a$
이때 $a\neq0$이므로
$13x+12(100-x)-1000=260$
$13x+1200-12x-1000=260$
$\therefore x=60$
따라서 큰 수박은 60통이다. 답 60통

371 x초 후에 두 엘리베이터가 같은 높이에 있다고 하면
(1초에 2 m씩 내려오는 엘리베이터가 움직인 거리)
+(2초에 7 m씩 올라가는 엘리베이터가 움직인 거리)=110 (m)
이므로
$2x+\frac{7}{2}x=110$, $\frac{11}{2}x=110$
$\therefore x=20$
따라서 두 엘리베이터가 같은 높이에 있게 되는 것은 두 엘리베이터가 동시에 출발한 지 20초 후이다. 답 20초

372 동하가 출발한 지 x분 후에 수진이와 동하가 처음으로 만난다고 하면
(수진이가 걸은 거리)+(동하가 걸은 거리)=(호수의 둘레의 길이)
이므로
$4\left(\frac{x}{60}+\frac{1}{4}\right)+5\times\frac{x}{60}=4$, $4x+60+5x=240$
$9x=180$ $\quad\therefore x=20$
따라서 동하가 출발한 지 20분 후에 수진이와 동하가 처음으로 만난다. 답 20분

373 출발한 지 x초 후에 A와 B가 처음으로 만난다고 하면
(A가 달린 거리)−(B가 달린 거리)=(트랙의 둘레의 길이)이므로
$7x-4x=420$, $3x=420$ $\quad\therefore x=140$
즉 140초마다 A가 B를 추월하게 된다.
이때 8분 동안 계속 달리므로
$8\times60=140\times3+60$
따라서 A가 B를 추월하는 횟수는 3회이다. 답 3회

374 열차의 길이를 x m라 하면 열차가 길이가 200 m인 철교를 완전히 통과하려면 $(200+x)$ m를 달려야 한다.
또 길이가 340 m인 터널을 통과하느라 열차가 보이지 않는 동안 열차는 $(340-x)$ m를 달린다.
(철교를 통과할 때의 속력)=(터널을 통과할 때의 속력)이므로
$\frac{200+x}{15}=\frac{340-x}{12}$
$4(200+x)=5(340-x)$
$800+4x=1700-5x$, $9x=900$
$\therefore x=100$
따라서 열차의 길이는 100 m이다. 답 100 m

375 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km라 하면 강물이 흐르는 방향으로 갈 때의 속력은
(배의 속력)+(강물의 속력)이므로 시속 $(x+2)$ km이다.

이때 24 km를 가는 데 2시간이 걸렸으므로

$2(x+2)=24$, $2x+4=24$

$2x=20$ $\therefore x=10$

즉 정지한 물에서의 배의 속력이 시속 10 km이다.

이때 강물이 흐르는 반대 방향으로 갈 때의 속력은

(배의 속력)$-$(강물의 속력)이므로 시속 $10-2=8$ (km)이다.

따라서 강물이 흐르는 반대 방향으로 20 km를 가는 데 걸리는

시간은 $\frac{20}{8}$시간, 즉 2시간 30분이다. 답 2시간 30분

376 컵으로 퍼낸 소금물의 양을 x g이라 하면

(10 %의 소금물 300 g에 녹아 있는 소금의 양)

$-$(컵으로 퍼낸 소금물에 녹아 있는 소금의 양)$+20$

$=$(15 %의 소금물에 녹아 있는 소금의 양)이므로

$\frac{10}{100}\times300-\frac{10}{100}\times x+20=\frac{15}{100}\times(300-x+x+20)$

$3000-10x+2000=4800$

$-10x=-200$ $\therefore x=20$

따라서 컵으로 퍼낸 소금물의 양은 20 g이다. 답 20 g

377 처음 소금물의 농도를 x %라 하면

소금물의 양은 $600-250+50=400$ (g),

소금의 양은 $\frac{x}{100}\times600+50=6x+50$ (g)이므로

$\frac{6x+50}{400}\times100=2x$

$\frac{3x+25}{2}=2x$, $3x+25=4x$

$-x=-25$ $\therefore x=25$

따라서 처음 소금물의 농도는 25 %이다. 답 25 %

378 지난달의 전체 여행자 수는 $2148-48=2100$(명)이므로

지난달의 남자 여행자 수를 x명이라 하면 지난달의 여자 여행자 수는 $(2100-x)$명이다.

$x\times\left(1+\frac{10}{100}\right)+(2100-x)\times\left(1-\frac{8}{100}\right)=2148$

$\frac{110}{100}x+\frac{92}{100}(2100-x)=2148$

$110x+193200-92x=214800$

$18x=21600$ $\therefore x=1200$

따라서 이달의 남자 여행자 수는 $1200\times\frac{110}{100}=1320$(명),

이달의 여자 여행자 수는 $2148-1320=828$(명)이다.

답 이달의 남자 여행자 수: 1320명, 이달의 여자 여행자 수: 828명

379 빈 물통을 가득 채울 때의 물의 양을 1이라 하면 A, B 두 호스로 1시간에 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$이고, C 호스로 1시간에 뺄 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{6}$이다.

이때 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x시간이라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}x=1$

$2x+3x-x=6$, $4x=6$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

따라서 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{3}{2}$시간,

즉 1시간 30분이다. 답 1시간 30분

380 금의 무게를 x g이라 하면 은의 무게는 $(100-x)$ g이다.

물 속에서 금의 무게는 $\frac{1}{19}x$ g만큼, 은의 무게는 $\frac{2}{21}(100-x)$ g만큼 가벼워지므로

$\frac{1}{19}x+\frac{2}{21}(100-x)=100-91$

$21x+3800-38x=3591$

$-17x=-209$ $\therefore x=\frac{209}{17}$

따라서 금의 무게는 $\frac{209}{17}$ g이다. 답 $\frac{209}{17}$ g

381 전체 땅의 넓이를 x m^{2}라 하면 자녀 여섯 명에게 준 땅의 넓이는 $\frac{1}{2}x$ m^{2}이므로

$\frac{1}{2}x=\frac{1}{4}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{16}x+\frac{1}{32}x+\frac{1}{64}x+10$

$32x=16x+8x+4x+2x+x+640$

$\therefore x=640$

따라서 기부한 땅은 $x-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}x$이므로

$\frac{1}{2}\times640=320$ (m^2) 답 320 m^2

382 (남자 합격자의 수)$=200\times\frac{3}{5}=120$(명)

(여자 합격자의 수)$=200\times\frac{2}{5}=80$(명)

이때 남자 지원자의 수를 $5x$명이라 하면 여자 지원자의 수는 $3x$명이므로

(남자 불합격자의 수)$=5x-120$(명)

(여자 불합격자의 수)$=3x-80$(명)

불합격자의 남녀 비율이 2 : 1이므로

$(5x-120):(3x-80)=2:1$

$5x-120=2(3x-80)$

$5x-120=6x-160$

$-x=-40$ $\therefore x=40$

따라서 남자 지원자의 수는 $5\times40=200$(명) 답 200명

383 B 물감의 양을 x g이라 하면 A 물감의 양은 $(350-x)$ g이다.

A 물감에 들어 있는 흰색 물감의 양은 $\frac{1}{8}(350-x)$ g이고,

B 물감에 들어 있는 흰색 물감의 양은 $\frac{5}{8}x$ g이다.

이때 새로 만든 물감에 들어 있는 흰색 물감의 양은

$350 \times \frac{3}{7} = 150$ (g)이므로

$\frac{1}{8}(350-x)+\frac{5}{8}x=150$

$350-x+5x=1200$

$4x=850 \qquad \therefore x=\frac{425}{2}$

따라서 섞은 B 물감의 양은 $\frac{425}{2}$ g이다. 답 $\frac{425}{2}$ g

참고 검은색 물감의 양을 이용하여 풀어도 같은 결과를 얻을 수 있다.

384 소진이가 운동을 하러 나간 시각을 7시 x분이라 하면

$(7\times 30+0.5x)-6x=180$

$210+0.5x-6x=180$

$-5.5x=-30 \qquad \therefore x=\frac{60}{11}$

따라서 소진이가 운동을 하러 나간 시각은 7시 $\frac{60}{11}$분이다.

답 7시 $\frac{60}{11}$분

STEP 3 고난도 문제 100쪽~102쪽

385 $A+B=120$이므로 $B=120-A$

A의 일의 자리의 숫자 뒤에 0을 하나 더 쓴 수는 $10A$이다.

(i) $10A$가 B보다 클 때,

$10A-B=45$, $10A-(120-A)=45$

$10A-120+A=45$, $11A=165$

$\therefore A=15$

(ii) B가 $10A$보다 클 때,

$B-10A=45$, $(120-A)-10A=45$

$120-11A=45$, $-11A=-75$

$\therefore A=\frac{75}{11}$

(i), (ii)에서 A는 자연수이므로 $A=15$, $B=120-15=105$

$\therefore \frac{B}{A}=\frac{105}{15}=7$ 답 7

386 연속하는 세 개의 3의 배수를 $3(x-1)$, $3x$, $3(x+1)$이라 하면 $a<b<c$이므로 $a=3(x-1)$, $b=3x$, $c=3(x+1)$

$\frac{3(x-1)+3x+1}{2}-\frac{3x+3(x+1)}{5}=20$

$3x-1-\frac{6x+3}{5}=20$

$15x-5-(6x+3)=100$

$15x-5-6x-3=100$, $9x=108 \qquad \therefore x=12$

$\therefore c=3\times(12+1)=39$ 답 39

387 선분 PD의 길이를 x라 하면 선분 QC의 길이도 x이므로 선분 AP의 길이는 $12-x$, 선분 BQ의 길이는 $20-x$이다.

(사각형 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(12+20)\times 8=128$

(사각형 ABQP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(12-x)+(20-x)\}\times 8$

$=4(32-2x)$

이때 사각형 ABCD의 넓이가 사각형 ABQP의 넓이의 2배이므로

$128=2\times 4(32-2x)$, $128=256-16x$

$16x=128 \qquad \therefore x=8$

따라서 선분 AP의 길이는 $12-8=4$이고, 선분 PD의 길이는 8이므로 그 비는 $4:8=1:2$ 답 $1:2$

388 원가에 20 %의 이익을 붙여서 정가를 정하였으므로 정가는

$500\times\left(1+\frac{20}{100}\right)=600$(원)

할인하여 판 아이스크림은 정가에서 x %를 할인하였다고 하면

$600\times 200\times\frac{60}{100}+600\times\left(1-\frac{x}{100}\right)\times 200\times\frac{40}{100}-500\times 200$

$=17120$

$72000+48000-480x-100000=17120$

$-480x=-2880 \qquad \therefore x=6$

따라서 할인하여 판 아이스크림은 정가에서 6 %를 할인하였다.

답 6 %

389 형과 동생이 처음 만날 때까지 형이 걸은 시간을 x시간이라 하면 동생이 걸은 시간은 $\left(x+\frac{3}{20}\right)$시간이므로

$6x+4\left(x+\frac{3}{20}\right)=7.4$

$6x+4x+\frac{3}{5}=7.4$, $60x+40x+6=74$

$100x=68 \qquad \therefore x=0.68$

처음 만난 후 두 번째 만날 때까지 형과 동생이 걸은 시간을 y시간이라 하면

$6y+4y=7.4$

$10y=7.4 \qquad \therefore y=0.74$

따라서 형이 걸은 거리는

$6\times(0.68+0.74)=8.52$ (km) 답 8.52 km

390 동호와 동생이 함께 자전거를 타고 간 거리를 x m라 하면 동생이 학교까지 걸어간 거리는 $(4000-x)$ m이다.

(동호가 학교까지 가는 데 걸린 시간)

$-$(동생이 학교까지 가는 데 걸린 시간)$=5$(분)이므로

$\frac{2x+4000}{280}-\left(\frac{x}{280}+\frac{4000-x}{70}\right)=5$

$2x+4000-x-4(4000-x)=1400$
$2x+4000-x-16000+4x=1400$
$5x=13400 \qquad \therefore x=2680$
따라서 동호와 동생이 함께 자전거를 타고 간 거리는 2680 m이다.
답 2680 m

391 가원이의 속력을 시속 x km, 목표지점까지 가는데 걸리는 시간을 y시간이라 하면
시속 1 km 더 빠르게 뛰었을 때 걸리는 시간은 $\frac{4}{5}y$시간이고, 달린 거리는 같으므로
$xy=(x+1)\times\frac{4}{5}y$
이때 $y\neq0$이므로
$5x=4x+4 \qquad \therefore x=4$
즉 가원이의 속력은 시속 4 km이다.
또 시속 1 km 더 느리게 뛰었을 때 걸리는 시간은 $(y+2)$시간이고, 달린 거리는 같으므로
$4y=3(y+2)$
$4y=3y+6 \qquad \therefore y=6$
따라서 올림픽경기장에서 목표지점까지의 거리는
$4\times6=24$ (km)
답 24 km

392 전체 일의 양을 1이라 하면 A, B가 혼자 일할 때 1시간 동안 할 수 있는 일의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$이다.
또 A, B가 함께 일할 때 1시간 동안 할 수 있는 일의 양은 각각
$\frac{1}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{2}{15}$, $\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$이다.
A가 혼자서 일하는 시간을 x시간이라 하면
$\frac{2}{15}\times2+\frac{1}{5}\times2+\frac{1}{6}x=1$
$\frac{4}{15}+\frac{2}{5}+\frac{1}{6}x=1$, $8+12+5x=30$
$5x=10 \qquad \therefore x=2$
따라서 A는 혼자서 2시간을 일해야 한다.
답 2시간

393 두 양초 A, B의 길이를 각각 1이라 하면 두 양초 A, B가 한 시간에 타는 길이는 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$이므로 불을 붙인 지 x시간 후의 두 양초 A, B의 길이는 각각 $1-\frac{1}{2}x$, $1-\frac{1}{3}x$이다.
오후 5시 정각에 남은 두 양초 A, B의 길이의 비가 1 : 2이므로
$\left(1-\frac{1}{2}x\right):\left(1-\frac{1}{3}x\right)=1:2$
$2\left(1-\frac{1}{2}x\right)=1-\frac{1}{3}x$, $2-x=1-\frac{1}{3}x$
$-\frac{2}{3}x=-1 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$
따라서 불을 붙인 시각은 오후 5시에서 $\frac{3}{2}$시간, 즉 1시간 30분 전인 오후 3시 30분이다.
답 오후 3시 30분

394 버스가 A 정류장을 출발할 때, 버스 안에 있던 승객 수를 x명이라 하면 B 정류장에서 승객의 $\frac{1}{6}$이 내리고 2명이 새로 탔으므로 B 정류장을 지난 후 버스 안에 있는 승객 수는
$x-\frac{1}{6}x+2=\frac{5}{6}x+2$(명)
C 정류장에서 승객의 $\frac{1}{4}$이 내리고 6명이 새로 탔으므로 C 정류장을 지난 후 버스 안에 있는 승객 수는
$\left(\frac{5}{6}x+2\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{5}{6}x+2\right)+6=\frac{15}{24}x+\frac{15}{2}$(명)
이때 버스 안에 있는 승객 수가 처음 버스 안에 있던 승객 수보다 6명이 적으므로
$\frac{15}{24}x+\frac{15}{2}=x-6$
$15x+180=24x-144$
$-9x=-324 \qquad \therefore x=36$
따라서 A 정류장을 출발할 때, 버스 안에 있던 승객 수는 36명이다.
답 36명

395 처음 세 주머니 A, B, C에 들어 있던 구슬의 개수를 각각 a개, b개, c개라 하면
(i) A 주머니에 남은 구슬의 개수는 $\frac{4}{5}a$개이므로
$\frac{4}{5}a=60 \qquad \therefore a=75$
(ii) B 주머니에 남은 구슬의 개수는 $\frac{3}{5}\left(b+\frac{1}{5}a\right)$개이므로
$\frac{3}{5}\left(b+\frac{1}{5}\times75\right)=60$, $\frac{3}{5}b+9=60$
$\frac{3}{5}b=51 \qquad \therefore b=85$
(iii) C 주머니에 남은 구슬의 개수는 $c+\frac{2}{5}\left(b+\frac{1}{5}a\right)$개이므로
$c+\frac{2}{5}\left(85+\frac{1}{5}\times75\right)=60$
$c+40=60 \qquad \therefore c=20$
따라서 처음 C 주머니에 들어 있던 구슬의 개수는 20개이다.
답 20개

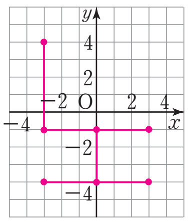
396 시침과 분침이 처음으로 직각을 이루는 시각을 4시 x분이라 하면
$(4\times30+0.5x)-6x=90$
$120+0.5x-6x=90$
$-5.5x=-30 \qquad \therefore x=\frac{60}{11}$
시침과 분침이 두 번째로 직각을 이루는 시각을 4시 y분이라 하면
$6y-(4\times30+0.5y)=90$
$6y-120-0.5y=90$
$5.5y=210 \qquad \therefore y=\frac{420}{11}$
따라서 처음으로 직각을 이루는 시각에서부터 두 번째로 직각을 이루는 시각까지 걸리는 시간은
$\frac{420}{11}-\frac{60}{11}=\frac{360}{11}$(분)
답 $\frac{360}{11}$분

8 좌표평면과 그래프

STEP 1 실력 문제 105쪽~107쪽

397 ④ 점 $(1, 4)$와 점 $(4, 1)$은 다른 점이다. 답 ④

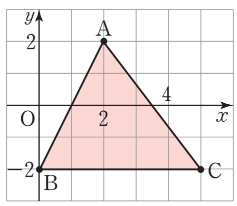
398



답 풀이 참조, 노

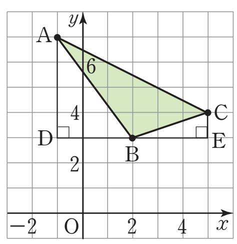
399 점 $A(a+5, b-3)$이 x축 위에 있으므로 y좌표가 0이다. 즉
$b-3=0$ $\quad\therefore b=3$
또 점 $B(2a+4, 3b+1)$이 y축 위에 있으므로 x좌표가 0이다. 즉
$2a+4=0, 2a=-4$ $\quad\therefore a=-2$
$\therefore ab=(-2)\times 3=-6$ 답 -6

400 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 이때



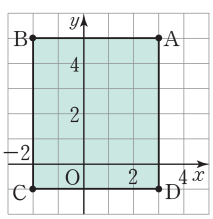
(선분 BC의 길이)$=5$,
(삼각형의 높이)$=4$이므로
(삼각형 ABC의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$ 답 10

401 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (삼각형 ABC의 넓이)
$=$(사다리꼴 ADEC의 넓이)
$-$(삼각형 ADB의 넓이)
$-$(삼각형 CBE의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times(1+4)\times 6-\frac{1}{2}\times 3\times 4-\frac{1}{2}\times 3\times 1$
$=15-6-\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$ 답 $\frac{15}{2}$

402 직사각형 ABCD를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore D(3, -1)$
이때 직사각형의 가로의 길이는 5, 세로의 길이는 6이므로
(직사각형 ABCD의 넓이)$=5\times 6$
$=30$ 답 $D(3, -1)$, 30

403 점 (a, b)가 제3사분면 위의 점이므로 $a<0, b<0$
이때 $a+b<0$, $ab>0$이므로 점 $(a+b, ab)$는 제2사분면 위의 점이다. 답 제2사분면

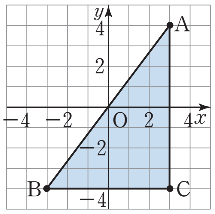
404 점 $P(a, b)$가 제1사분면 위의 점이므로 $a>0, b>0$
점 $Q(c, d)$가 제2사분면 위의 점이므로 $c<0, d>0$
이때 $a+d>0$, $bc<0$이므로 점 $R(a+d, bc)$는 제4사분면 위의 점이다. 답 제4사분면

405 점 $(a, -b)$가 제4사분면 위의 점이므로
$a>0, -b<0$ $\quad\therefore a>0, b>0$
㉠ 점 $(0, a)$는 y축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.
㉡ $b>0, -a<0$이므로 점 $(b, -a)$는 제4사분면 위의 점이다.
㉢ $-b<0, a>0$이므로 점 $(-b, a)$는 제2사분면 위의 점이다.
㉣ $-a<0, -b<0$이므로 점 $(-a, -b)$는 제3사분면 위의 점이다.
㉤ $-ab<0, a>0$이므로 점 $(-ab, a)$는 제2사분면 위의 점이다.
㉥ $-a-b<0, b>0$이므로 점 $(-a-b, b)$는 제2사분면 위의 점이다.
따라서 제2사분면 위에 있는 점은 ㉢, ㉤, ㉥이다.
답 ㉢, ㉤, ㉥

406 두 점 $A(a+12, b-8)$, $B(-2a, -3b)$에 대하여
(1) 두 점 A, B가 y축에 대칭이므로 x좌표는 부호가 반대이고 y좌표는 같다. 즉
$a+12=-(-2a)$에서
$a+12=2a$ $\quad\therefore a=12$
$b-8=-3b$에서
$4b=8$ $\quad\therefore b=2$
$\therefore a+b=12+2=14$
(2) 두 점 A, B가 원점에 대칭이므로 x좌표, y좌표의 부호가 모두 반대이다. 즉
$a+12=-(-2a)$에서
$a+12=2a$ $\quad\therefore a=12$
$b-8=-(-3b)$에서
$b-8=3b, -2b=8$ $\quad\therefore b=-4$
$\therefore a-b=12-(-4)=16$ 답 (1) 14 (2) 16

407 점 $A(3, 4)$와 원점에 대칭인 점 B의 좌표는 x좌표, y좌표의 부호가 모두 반대이다. $\quad\therefore B(-3, -4)$
점 $A(3, 4)$와 x축에 대칭인 점 C의 좌표는 x좌표는 같고 y좌표의 부호는 반대이다. $\quad\therefore C(3, -4)$

따라서 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (삼각형 ABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 6\times 8$

$=24$

답 24

408 예빈이가 학교에서 집까지 일정한 속력으로 걸었으므로 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

409 원기둥 모양의 물통의 밑면의 넓이가 넓을수록 같은 시간 동안 물통에 채워지는 물의 높이가 느리게 증가하므로 각 물통에 알맞은 그래프는 A－㉣, B－㉡, C－㉠, D－㉢이다.

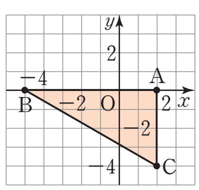
답 A－㉣, B－㉡, C－㉠, D－㉢

410 ③ (나)에서 자동차는 분속 1.5 km의 일정한 속력으로 달렸다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

411 ㉣ 드론은 움직인 지 5초 후, 15초 후에 가장 높이 올라가므로 가장 높이 올라간 후 다시 가장 높이 올라갈 때까지 걸린 시간은 $15-5=10$(초)이다.
따라서 옳지 않은 것은 ㉣이다. 답 ㉣

STEP 2 심화 문제 108쪽~111쪽

412 두 점 $A(2a, b+3)$, $B(b-2, a-1)$이 x축 위에 있으므로 두 점 A, B의 y좌표가 0이다. 즉
$b+3=0$에서 $b=-3$, $a-1=0$에서 $a=1$
$\therefore$ $A(2, 0)$, $B(-5, 0)$
이때 $3a-1=3\times 1-1=2$, $\frac{1}{3}b-3=\frac{1}{3}\times(-3)-3=-4$이므로 점 C의 좌표는 $(2, -4)$이다.
따라서 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



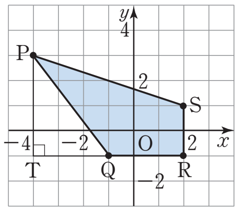
$\therefore$ (삼각형 ABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 7\times 4$

$=14$

답 14

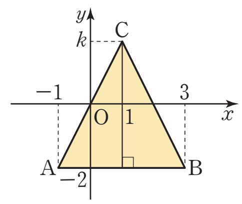
413 $a-b$의 값이 최소가 될 때는 a의 값이 가장 작고 b의 값이 가장 클 때이므로 점 P가 점 B에 있을 때이다. 이때 점 B의 좌표는 $(-3, 5)$이므로
$a=-3$, $b=5$
$\therefore$ $b-2a=5-2\times(-3)=11$ 답 11

414 네 점 P, Q, R, S를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

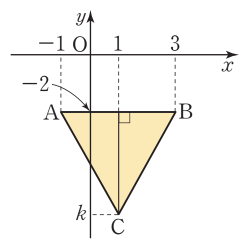


$\therefore$ (사각형 PQRS의 넓이)
$=$(사다리꼴 PTRS의 넓이)
$-$(삼각형 PTQ의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times(2+4)\times 6-\frac{1}{2}\times 3\times 4$
$=18-6=12$ 답 12

415 삼각형 ABC에서 한 변 AB를 밑변으로 할 때, 높이를 h라 하면

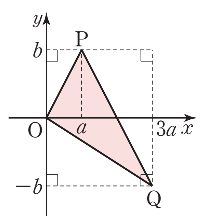


(삼각형 ABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 4\times h$
$=8$
$\therefore$ $h=4$
이때 점 C의 y좌표는 두 점 A와 B의 y좌표로부터 4만큼 떨어져 있어야 한다.



$\therefore$ $k=-2+4=2$ 또는
$k=-2-4=-6$
따라서 모든 k의 값의 합은
$2+(-6)=-4$ 답 -4

416 (삼각형 POQ의 넓이)



$=3a\times 2b-\frac{1}{2}\times a\times b$
$-\frac{1}{2}\times 3a\times b-\frac{1}{2}\times 2a\times 2b$
$=6ab-\frac{1}{2}ab-\frac{3}{2}ab-2ab$
$=2ab$
이때 $2ab=20$이므로
$ab=10$ 답 10

417 점 $A(2a-1, 3-a)$가 x축 위에 있으므로 y좌표가 0이다. 즉
$3-a=0$ $\therefore$ $a=3$
또 점 $B(3b+2, b+4)$가 y축 위에 있으므로 x좌표가 0이다. 즉
$3b+2=0$, $3b=-2$ $\therefore$ $b=-\frac{2}{3}$
이때 $ab=3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-2$, $a-b=3-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{11}{3}$이므로
점 C의 좌표는 $\left(-2, \frac{11}{3}\right)$이다.
따라서 점 C는 제2사분면 위의 점이다. 답 제2사분면

418 ② 점 (a, b)가 제2사분면 위의 점이므로

$a<0, b>0$

따라서 점 (b, a)는 제4사분면 위의 점이다.

③ $ab<0, a-b>0$이므로 $a>0, b<0$

이때 $b-a<0, -a<0$이므로 점 $(b-a, -a)$는 제3사분면 위의 점이다.

④ $ab>0, a+b<0$이므로 $a<0, b<0$

이때 $|b|>|a|$이므로 $b<a<0$

따라서 $-a>0, a-b>0$이므로 점 $(-a, a-b)$는 제1사분면 위의 점이다.

⑤ 점 $(a, -b)$가 제4사분면 위의 점이므로

$a>0, -b<0$, 즉 $b>0$

이때 $-a<0, b>0$이므로 점 $(-a, b)$는 제2사분면 위의 점이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

419 점 $A(a_1, a_2)$와 x축에 대칭인 점이 제3사분면 위에 있으므로 점 A는 제2사분면 위에 있고, 점 $B(b_1, b_2)$와 y축에 대칭인 점이 제4사분면 위에 있으므로 점 B는 제3사분면 위에 있다.

$\therefore a_1<0, a_2>0, b_1<0, b_2<0$

따라서 $a_1+b_1<0, a_2b_2<0$이므로 점 P는 제3사분면 위에 있다.

답 제3사분면

420 두 점 $A(2a+5, 6), B(3, -b+1)$이 x축에 대칭이므로 x좌표는 같고 y좌표는 부호가 반대이다. 즉

$2a+5=3$에서 $2a=-2$ $\quad\therefore a=-1$

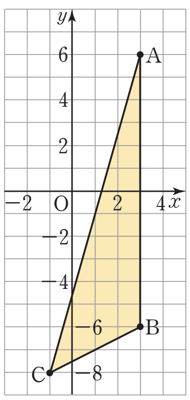
$6=-(-b+1)$에서 $6=b-1$

$\therefore b=7$

$\therefore A(3, 6), B(3, -6)$

이때 $a=-1, a-b=-1-7=-8$이므로 점 C의 좌표는 $(-1, -8)$이다.

따라서 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



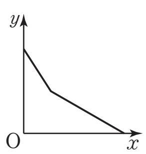
$\therefore$ (삼각형 ABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times12\times4$

$=24$

답 24

421 물이 가득 차 있는 원기둥 모양의 통에서 물이 일정하게 흐르도록 수도꼭지를 틀면 원기둥의 밑면의 넓이가 넓을수록 물의 높이가 느리게 감소한다.

따라서 x와 y 사이의 관계를 나타내는 그래프는 오른쪽 그림과 같이 먼저 y의 값이 빠르게 감소하다가 천천히 감소하는 그래프이다.



답 ㉡

422 ③ 무선 조종 비행기의 높이가 10 m가 되는 경우는 비행기를 날린 지 6분 후, 12분 후, 15분에서 18분 사이, 24분에서 27분 사이로 총 4번이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

423 ② 출발한 지 2시간 후부터 4시간 후까지 총 2시간 동안 이동하지 않고 휴식을 취하였다.

③ 출발한 지 6시간이 되었을 때 출발 장소로부터의 거리가 30 km가 되고 출발 장소로부터 가장 멀리 떨어져 있다.

④ 스케이트 보드를 타고 이동한 총 거리는

$10+20+30=60$ (km)이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

424 ③ 자동차가 출발한 지 5분 후부터 7분 후까지 속력이 분속 0 km이므로 학교에서 출발하여 도서관에 도착하기 전까지 자동차는 1번 정지하였다.

⑤ 자동차가 출발한 지 2분 후부터 4분 후까지 분속 1.2 km로 속력을 일정하게 유지하면서 달렸다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

425 ② 집에서 출발한 지 8분 후부터 18분 후까지 총 10분 동안 문구점에 머물렀다.

④ 문구점에 들르지 않고 바로 학교에 가면 걸리는 시간은

$26-10=16$(분)이다.

⑤ 수아가 등교하는 데 걸리는 시간이 26분이므로 집에서 8시 30분에 출발했다고 하면 학교에 도착한 시각은 8시 56분이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

426 ② 4시에서 6시 사이, 16시에서 18시 사이에서는 해수면의 높이가 4 m 낮아지므로 해수면의 높이가 낮아질 때, 1시간마다 1 m씩 낮아진다고 볼 수 없다.

③ 해수면의 높이가 2시에서 8시 사이에 낮아지고 8시에서 14시 사이에 높아지므로 12시간마다 같은 모양의 그래프가 반복됨을 알 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

427 ㉡ 달리기 시작하여 16분 전까지는 앞에서부터 세영, 주리, 지원이의 순서로 달렸다.

㉢ 세영이는 출발한 지 38분 후에, 주리는 출발한 지 46분 후에 결승점에 도착하였으므로 세영이는 주리보다 $46-38=8$(분) 빨리 결승점에 도착하였다.

㉤ 주리는 출발한 지 12분 후부터 32분 후까지 총 20분 동안 쉬었다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다. 답 ㉠, ㉢, ㉣

428 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 $2\times(7+8)=30$이고 $2020=30\times67+10$이므로 점 P가 움직인 거리가 2020일 때 점 P의 좌표는 점 P가 움직인 거리가 10일 때의 좌표와 같다.
이때 점 P가 점 C까지 간 거리가 8이므로 점 C에서 2만큼 더 가면 된다.
따라서 점 P의 좌표는 $(2, -2)$이다. 답 $(2, -2)$

429 점 $P(a, b)$가 제4사분면 위의 점이므로
$a>0, b<0$
점 $Q(x, y)$는 점 $P(a, b)$와 원점에 대칭인 점이므로
$x=-a, y=-b$
따라서 점 $R\left(\frac{ax}{b-y}, \frac{by}{a-x}\right)$에서
$\frac{ax}{b-y}=\frac{a\times(-a)}{b-(-b)}=-\frac{a^2}{2b}>0$
$\frac{by}{a-x}=\frac{b\times(-b)}{a-(-a)}=-\frac{b^2}{2a}<0$
즉 점 $R\left(\frac{ax}{b-y}, \frac{by}{a-x}\right)$는 제4사분면 위의 점이다. 답 제4사분면

430 점 $P_0(2, 3)$과 x축에 대칭인 점은 점 $P_1(2, -3)$
점 $P_1(2, -3)$과 y축에 대칭인 점은 점 $P_2(-2, -3)$
점 $P_2(-2, -3)$과 원점에 대칭인 점은 점 $P_3(2, 3)$
점 $P_3(2, 3)$과 x축에 대칭인 점은 점 $P_4(2, -3)$
⋮
계속 반복하면
점 $P_0, P_3, P_6, \cdots$의 좌표는 $(2, 3)$
점 $P_1, P_4, P_7, \cdots$의 좌표는 $(2, -3)$
점 $P_2, P_5, P_8, \cdots$의 좌표는 $(-2, -3)$
이때 $50=3\times16+2$이므로 점 P_{50}의 좌표는 점 P_2의 좌표와 같다.
따라서 점 P_{50}의 좌표는 $(-2, -3)$이다. 답 $(-2, -3)$

431 (i) 점 P가 점 A에서 점 B까지 움직일 때,
넓이는 점점 증가한다.
(ii) 점 P가 점 B에서 점 C까지 움직일 때,
넓이는 변하지 않고 일정하다.
(iii) 점 P가 점 C에서 점 D까지 움직일 때,
넓이는 점점 감소한다.
이때 선분 BC의 길이가 선분 AB의 길이의 2.5배이므로 구하는 그래프는 ④이다. 답 ④

9 정비례와 반비례

STEP 1 실력 문제 115쪽~120쪽

432 ㉠ $y=\frac{2}{5}x$ (정비례)
㉡ $y=-\frac{3}{x}$ (반비례)
㉢ $xy=9$에서 $y=\frac{9}{x}$ (반비례)
㉣ $\frac{y}{x}=7$에서 $y=7x$ (정비례)
㉤ $y=-x+2$에서 상수항이 있으므로 정비례 관계도 반비례 관계도 아니다.
㉥ $y=0.4x$ (정비례)
따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ㉠, ㉣, ㉥의 3개이다.
답 3개

433 ① $y=2(6+x)$에서 $y=2x+12$
따라서 정비례 관계도 반비례 관계도 아니다.
② (시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 $y=\frac{100}{x}$ (반비례)
③ $\frac{1}{2}xy=20$에서 $y=\frac{40}{x}$ (반비례)
④ $y=10x$ (정비례)
⑤ $xy=60$에서 $y=\frac{60}{x}$ (반비례)
따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ④이다. 답 ④

434 $y=ax(a\neq0)$에 $x=-3, y=18$을 대입하면
$18=-3a \qquad \therefore a=-6$, 즉 $y=-6x$
따라서 $y=-6x$에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면
$y=(-6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=3$ 답 3

435 $y=-\frac{2}{3}x$에 $x=a, y=-8$을 대입하면
$-8=-\frac{2}{3}a \qquad \therefore a=12$
$y=-\frac{2}{3}x$에 $x=b, y=6$을 대입하면
$6=-\frac{2}{3}b \qquad \therefore b=-9$
$y=-\frac{2}{3}x$에 $x=-15, y=c$를 대입하면
$c=\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-15)=10$
$\therefore a+b+c=12+(-9)+10=13$ 답 13

436 $y=ax, y=bx$의 그래프는 제1, 3사분면을 지나므로
$a>0, b>0$

이때 $y=bx$의 그래프가 $y=ax$의 그래프보다 y축에 더 가까우므로 $0<a<b$

또 $y=cx$, $y=dx$의 그래프는 제2, 4사분면을 지나므로

$c<0$, $d<0$

이때 $y=cx$의 그래프가 $y=dx$의 그래프보다 y축에 더 가까우므로 $c<d<0$

$\therefore c<d<a<b$ 답 $c<d<a<b$

437 ④ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ $\left|-\frac{1}{4}\right|<|-1|$이므로 $y=-\frac{1}{4}x$의 그래프는 $y=-x$의 그래프보다 x축에 더 가깝다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

438 $y=ax$에 $x=-3$, $y=1$을 대입하면

$1=-3a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x$

$y=-\frac{1}{3}x$에 $x=b$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-\frac{1}{3}b \quad \therefore b=9$

$\therefore ab=\left(-\frac{1}{3}\right)\times 9=-3$ 답 -3

439 그래프가 원점을 지나는 직선이고, 점 $(2, 3)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=2a \quad \therefore a=\frac{3}{2}$, 즉 $y=\frac{3}{2}x$

① $\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\times 1$

② $0=\frac{3}{2}\times 0$

③ $-1=\frac{3}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

④ $-3=\frac{3}{2}\times(-2)$

⑤ $\frac{9}{2}\neq\frac{3}{2}\times(-3)$

따라서 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프 위에 있지 않은 점은 ⑤이다. 답 ⑤

440 (1) 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax(a\neq 0)$에 $x=3$, $y=750$을 대입하면

$750=3a \quad \therefore a=250$, 즉 $y=250x$

(2) 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=bx(b\neq 0)$에 $x=5$, $y=250$을 대입하면

$250=5b \quad \therefore b=50$, 즉 $y=50x$

(3) 집에서 학교까지의 거리가 3 km, 즉 3000 m이므로

$y=250x$에 $y=3000$을 대입하면

$3000=250x \quad \therefore x=12$

$y=50x$에 $y=3000$을 대입하면

$3000=50x \quad \therefore x=60$

따라서 자전거를 타고 갈 때 걸리는 시간은 12분, 걸어갈 때 걸리는 시간은 60분이다.

(4) 자전거를 타고 가면 걸어갈 때보다 $60-12=48$(분) 먼저 도착한다.

답 (1) $y=250x$ (2) $y=50x$
(3) 자전거를 타고 갈 때: 12분, 걸어갈 때: 60분
(4) 48분

441 연우와 조현이의 그래프가 모두 원점을 지나는 직선이므로

(i) 연우의 그래프

$y=ax(a\neq 0)$에 $x=1$, $y=500$을 대입하면

$a=500 \quad \therefore y=500x$

(ii) 조현이의 그래프

$y=bx(b\neq 0)$에 $x=1$, $y=100$을 대입하면

$b=100 \quad \therefore y=100x$

학교에서 도서관까지의 거리가 2.5 km, 즉 2500 m이므로

$y=500x$에 $y=2500$을 대입하면

$2500=500x \quad \therefore x=5$

$y=100x$에 $y=2500$을 대입하면

$2500=100x \quad \therefore x=25$

따라서 연우가 도서관에 도착한 후 $25-5=20$(분)을 기다려야 조현이가 도착한다. 답 20분

442 x의 값이 2배, 3배, 4배로 변함에 따라 y의 값이 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배로 변하므로 y는 x에 반비례한다.

① $y=-2x$ (정비례)

② $y=\frac{6}{x}$ (반비례)

③ $y=\frac{x}{3}$ (정비례)

④, ⑤ 정비례 관계도 반비례 관계도 아니다.

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ②이다. 답 ②

443 ① $y=x^2$이므로 정비례 관계도 반비례 관계도 아니다.

② $y=4x$ (정비례)

③ $y=6x$ (정비례)

④ $(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 $y=\frac{200}{x}$ (반비례)

⑤ $y=500x$ (정비례)

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ④이다. 답 ④

444 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$에 $x=3$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{3} \quad \therefore a=24$, 즉 $y=\frac{24}{x}$

$y=\frac{24}{x}$에 $x=-2$, $y=B$를 대입하면

$B=\frac{24}{-2}=-12$

$y=\frac{24}{x}$에 $x=A$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{24}{A}$ $\quad\therefore A=4$

$\therefore A+B=4+(-12)=-8$ 답 -8

445 $y=-\frac{3}{x}$에 $x=-a$, $y=6$을 대입하면

$6=-\frac{3}{-a}$, $6=\frac{3}{a}$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

$y=-\frac{3}{x}$에 $x=12$, $y=2b$를 대입하면

$2b=-\frac{3}{12}$, $2b=-\frac{1}{4}$ $\quad\therefore b=-\frac{1}{8}$

$\therefore a-b=\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{5}{8}$ 답 $\frac{5}{8}$

446 $y=-\frac{10}{x}$의 그래프 위에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수이려면 x좌표가 $+(|-10|$의 약수) 또는 $-(|-10|$의 약수)이어야 한다.
따라서 10의 약수는 1, 2, 5, 10이므로 구하는 점은 $(1, -10)$, $(2, -5)$, $(5, -2)$, $(10, -1)$, $(-1, 10)$, $(-2, 5)$, $(-5, 2)$, $(-10, 1)$의 8개이다. 답 8개

447 ⑤ $x>0$일 때, $a>0$이면 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $a<0$이면 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

448 그래프가 제4사분면을 지나는 것은 $y=ax(a<0)$와 $y=\frac{a}{x}(a<0)$일 때이므로 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥이다. 답 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

449 $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=6$, 즉 $y=\frac{6}{x}$

$y=\frac{6}{x}$에 $x=-4$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{6}{-4}=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

450 점 A가 $y=\frac{4}{3}x$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{4}{3}x$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{4}{3}\times6=8$ $\quad\therefore$ A$(6, 8)$

점 A$(6, 8)$이 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=6$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{6}$ $\quad\therefore a=48$ 답 48

451 점 P가 $y=-4x$의 그래프 위에 있으므로

$y=-4x$에 $x=-1$을 대입하면

$y=(-4)\times(-1)=4$ $\quad\therefore$ P$(-1, 4)$

점 P$(-1, 4)$가 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-1$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{-1}$ $\quad\therefore a=-4$, 즉 $y=-\frac{4}{x}$

㉠ $y=-4x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

㉡ $y=-\frac{4}{x}$의 그래프는 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

㉢ $|-4|<|-8|$이므로 $y=-\frac{4}{x}$의 그래프는 $y=-\frac{8}{x}$의 그래프보다 원점에 더 가깝다.

㉣ $y=4x$의 그래프는 제1, 3사분면을 지난다.

따라서 옳은 것은 ㉢, ㉣이다. 답 ㉢, ㉣

452 점 A가 $y=\frac{18}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{18}{x}$에 $y=6$을 대입하면

$6=\frac{18}{x}$ $\quad\therefore x=3$, 즉 A$(3, 6)$

$y=ax$의 그래프가 점 A$(3, 6)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=3$, $y=6$을 대입하면

$6=3a$ $\quad\therefore a=2$

점 B가 $y=\frac{18}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{18}{x}$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{18}{6}=3$ $\quad\therefore$ B$(6, 3)$

$y=bx$의 그래프가 점 B$(6, 3)$을 지나므로

$y=bx$에 $x=6$, $y=3$을 대입하면

$3=6b$ $\quad\therefore b=\frac{1}{2}$

$\therefore a+6b=2+6\times\frac{1}{2}=5$ 답 5

453 점 P의 x좌표를 a라 하면 P$\left(a, \frac{1}{4}a\right)$, Q$(a, 0)$

이때 삼각형 POQ의 넓이가 8이므로

$\frac{1}{2}\times a\times\frac{1}{4}a=8$, $a^2=64$

$\therefore a=8$ ($\because a>0$)

따라서 점 Q의 좌표는 $(8, 0)$이다. 답 $(8, 0)$

454 두 점 A, B의 y좌표가 모두 -4이므로

$y=\frac{2}{3}x$에 $y=-4$를 대입하면

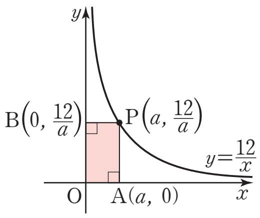
$-4=\frac{2}{3}x$　　$\therefore x=-6$, 즉 A$(-6, -4)$

$y=-2x$에 $y=-4$를 대입하면

$-4=-2x$　　$\therefore x=2$, 즉 B$(2, -4)$

$\therefore$ (삼각형 OAB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times4=16$　　답 16

455 오른쪽 그림과 같이 $y=\frac{12}{x}(x>0)$의 그래프 위의 한 점 P의 x좌표를 a라 하면



P$\left(a, \frac{12}{a}\right)$, A$(a, 0)$, B$\left(0, \frac{12}{a}\right)$

$\therefore$ (사각형 BOAP의 넓이)

$=a\times\frac{12}{a}=12$　　답 12

456 두 점 B, D가 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-4$를 대입하면

$y=-\frac{a}{4}$　　$\therefore$ B$\left(-4, -\frac{a}{4}\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{a}{4}$　　$\therefore$ D$\left(4, \frac{a}{4}\right)$

이때

(직사각형 ABCD의 넓이)$=$(선분 BC의 길이)$\times$(선분 DC의 길이)

$=8\times\frac{a}{2}=4a$

이므로

$4a=32$　　$\therefore a=8$　　답 8

457 (A의 톱니의 수)$\times$(A의 회전 수)

$=$(B의 톱니의 수)$\times$(B의 회전 수)이므로

$16\times x=28\times y$　　$\therefore y=\frac{4}{7}x$　　답 $y=\frac{4}{7}x$

458 길이가 6 m인 끈의 무게가 30 g이고, 이 끈의 15 g당 가격이 1200원이므로 길이가 6 m인 끈의 가격은 $1200\times2=2400$(원)

따라서 끈 1 m의 가격은 $\frac{2400}{6}=400$(원)이므로 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=400x$　　답 $y=400x$

459 주어진 그래프에서 y는 x에 반비례하므로

$y=\frac{a}{x}(a\neq0)$에 $x=20$, $y=20$을 대입하면

$20=\frac{a}{20}$　　$\therefore a=400$, 즉 $y=\frac{400}{x}$

$y=\frac{400}{x}$에 $x=40$을 대입하면 $y=\frac{400}{40}=10$

따라서 이 기차가 초속 40 m로 달릴 때, 철도 건널목을 완전히 통과하는 데 걸리는 시간은 10초이다.　　답 10초

460 x기압일 때, 기체의 부피를 y cm^{3}라 하면 y는 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$로 놓을 수 있다.

이때 $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=7$을 대입하면

$7=\frac{a}{2}$　　$\therefore a=14$, 즉 $y=\frac{14}{x}$

$y=\frac{14}{x}$에 $x=8$을 대입하면 $y=\frac{14}{8}=\frac{7}{4}$

따라서 압력이 8기압일 때, 이 기체의 부피는 $\frac{7}{4}$ cm^{3}이다.

답 $\frac{7}{4}$ cm^3

461 학생 수를 x명, 청소하는 데 걸리는 시간을 y분이라 하면

$xy=4\times20=80$　　$\therefore y=\frac{80}{x}$

$y=\frac{80}{x}$에 $y=5$를 대입하면

$5=\frac{80}{x}$　　$\therefore x=16$

따라서 5분 만에 청소를 끝내려고 할 때, 필요한 학생 수는 16명이다.　　답 16명

462 점 P가 1초에 2 cm씩 움직이므로 x초 후의 선분 BP의 길이는 $2x$ cm이다.

$\therefore y=\frac{1}{2}\times2x\times6=6x$

$y=6x$에 $y=24$를 대입하면

$24=6x$　　$\therefore x=4$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 24 cm^{2}가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 4초 후이다.　　답 4초

STEP 2 심화 문제　　121쪽~126쪽

463 ㉠ $y=\frac{15}{x}$　　㉡ $y=2x$　　㉢ $y=6x^2$

㉣ $y=500-30x$　　㉤ $y=\frac{320}{x}$　　㉥ $y=6x$

(1) 정비례 관계인 것은 ㉡, ㉥이다.

(2) 반비례 관계인 것은 ㉠, ㉤이다.

답 (1) ㉡, ㉥ (2) ㉠, ㉤

464 점 (a, b)가 제4사분면 위의 점이므로 $a>0$, $b<0$

① $-a<0$　　$\therefore$ 제2, 4사분면

② $b<0$ $\quad\therefore$ 제2, 4사분면

③ $-\frac{b}{a}>0$ $\quad\therefore$ 제1, 3사분면

④ $a>0$ $\quad\therefore$ 제1, 3사분면

⑤ $b<0$ $\quad\therefore$ 제2, 4사분면

따라서 그래프가 제1, 3사분면을 지나는 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

465 ① $a>0$이면 $y=ax$의 그래프는 제1, 3사분면을 지난다.

② $y=ax$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 x축에 가까워진다.

③ $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 원점을 지나지 않는다.

④ $b<0$일 때, $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하는 곡선이다.

답 ⑤

466 두 점 A, B의 x좌표를 a라 하면 점 A의 좌표는 $(a, 4a)$, 점 B의 좌표는 $\left(a, \frac{3}{2}a\right)$이다.

이때 두 점 A, B 사이의 거리가 10이므로

$4a-\frac{3}{2}a=10$, $\frac{5}{2}a=10$ $\quad\therefore a=4$

따라서 점 A의 좌표는 $(4, 16)$이다.

답 $(4, 16)$

467 (i) $y=ax$의 그래프가 점 $A(1, 7)$을 지날 때

$a=7$ $\quad\therefore y=7x$

(ii) $y=ax$의 그래프가 점 $B(6, 2)$를 지날 때

$2=6a$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$, 즉 $y=\frac{1}{3}x$

(i), (ii)에 의하여 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만날 때, a의 값의 범위는 $\frac{1}{3}\le a\le 7$

답 $\frac{1}{3}\le a\le 7$

468 점 D의 y좌표가 4이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 4이다.

따라서 점 A의 좌표는 $(3, 4)$이므로 $y=ax$에 $x=3$, $y=4$를 대입하면

$4=3a$ $\quad\therefore a=\frac{4}{3}$

답 $\frac{4}{3}$

469 삼각형 AOB의 내부에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

(i) $y=1$일 때, $x=0, 1, 2$

$(0, 1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$

(ii) $y=2$일 때, $x=0, 1, 2, 3, 4, 5$

$(0, 2)$, $(1, 2)$, $(2, 2)$, $(3, 2)$, $(4, 2)$, $(5, 2)$

따라서 구하는 점의 개수는 9개이다.

답 9개

참고 $y=-2x$에 $y=1$을 대입하면 $1=-2x$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{3}x$에 $y=1$을 대입하면 $1=\frac{1}{3}x$ $\quad\therefore x=3$

따라서 삼각형 AOB의 내부에 있는 점 중에서 y좌표가 1인 점의 x좌표는 $-\frac{1}{2}$보다 크고 3보다 작다.

마찬가지로 $y=-2x$에 $y=2$를 대입하면

$2=-2x$ $\quad\therefore x=-1$

$y=\frac{1}{3}x$에 $y=2$를 대입하면 $2=\frac{1}{3}x$ $\quad\therefore x=6$

따라서 삼각형 AOB의 내부에 있는 점 중에서 y좌표가 2인 점의 x좌표는 -1보다 크고 6보다 작다.

470 두 그래프가 모두 원점을 지나는 직선이므로

(i) 탄수화물의 그래프

$y=ax(a\ne 0)$에 $x=1$, $y=4$를 대입하면

$a=4$ $\quad\therefore y=4x$

(ii) 지방의 그래프

$y=b(b\ne 0)$에 $x=1$, $y=9$를 대입하면

$b=9$ $\quad\therefore y=9x$

이때 빵 한 개에 탄수화물 10 g, 지방 4 g이 들어 있으므로

(빵 한 개의 열량)$=4\times 10+9\times 4=76$ (kcal)

따라서 빵을 k개 먹었을 때의 열량을 456 kcal라 하면

$76k=456$ $\quad\therefore k=6$

즉 456 kcal의 열량을 얻으려면 이 빵을 6개 먹어야 한다.

답 6개

471 두 그래프가 모두 원점을 지나는 직선이므로

(i) 가영이의 그래프

$y=ax(a\ne 0)$에 $x=40$, $y=30$을 대입하면

$30=40a$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$, 즉 $y=\frac{3}{4}x$

(ii) 나영이의 그래프

$y=bx(b\ne 0)$에 $x=60$, $y=30$을 대입하면

$30=60b$ $\quad\therefore b=\frac{1}{2}$, 즉 $y=\frac{1}{2}x$

출발한 지 p초 후에 두 사람의 거리의 차가 5 m가 된다고 하면

$\frac{3}{4}p-\frac{1}{2}p=5$, $\frac{1}{4}p=5$ $\quad\therefore p=20$

따라서 두 사람의 거리의 차가 5 m가 되는 것은 출발한 지 20초 후이다.

답 20초

472 네 그래프가 모두 원점을 지나는 직선이므로

(i) A 학생의 그래프

$y=ax(a\ne 0)$에 $x=80$, $y=600$을 대입하면

$600=80a$ $\quad\therefore a=\frac{15}{2}$, 즉 $y=\frac{15}{2}x$

(ii) B 학생의 그래프

$y=bx(b\ne 0)$에 $x=160$, $y=1000$을 대입하면

$1000=160b$ $\quad\therefore b=\frac{25}{4}$, 즉 $y=\frac{25}{4}x$

(iii) C 학생의 그래프

$y=cx(c\ne 0)$에 $x=40$, $y=200$을 대입하면

$200=40c$ $\quad\therefore c=5$, 즉 $y=5x$

(iv) D 학생의 그래프

$y=dx(d\ne 0)$에 $x=200$, $y=800$을 대입하면

$800=200d$ $\quad\therefore d=4$, 즉 $y=4x$

㉢ 속력이 가장 빠른 학생은 A이다.

㉤ $y=\frac{25}{4}x$에 $x=80$을 대입하면

$y=\frac{25}{4}\times80=500$

$y=5x$에 $x=80$을 대입하면

$y=5\times80=400$

따라서 B 학생과 C 학생이 80초 동안 달렸을 때 이동한 거리의 차는 $500-400=100$ (m)이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다. 답 ㉠, ㉡, ㉤

473 점 P의 x좌표가 2이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$를 대입하면

$y=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore$ $P\left(2, \frac{a}{2}\right)$

점 Q의 x좌표가 8이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=8$을 대입하면

$y=\frac{a}{8}$ $\quad\therefore$ $Q\left(8, \frac{a}{8}\right)$

이때 두 점 P, Q의 y좌표의 차가 3이므로

$\frac{a}{2}-\frac{a}{8}=3$, $\frac{3}{8}a=3$ $\quad\therefore a=8$ 답 8

474 $y=\frac{a}{x}$에 $x=\frac{7}{2}$, $y=6$을 대입하면

$6=a\div\frac{7}{2}$ $\quad\therefore a=21$, 즉 $y=\frac{21}{x}$

이때 $y=\frac{21}{x}$의 그래프 위에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수이려면 x좌표가 $+$(21의 약수) 또는 $-$(21의 약수)이어야 한다.

따라서 21의 약수는 1, 3, 7, 21이므로 구하는 점은 $(1, 21)$, $(3, 7)$, $(7, 3)$, $(21, 1)$, $(-1, -21)$, $(-3, -7)$, $(-7, -3)$, $(-21, -1)$의 8개이다. 답 8개

475 점 A가 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=12$, 즉 $y=\frac{12}{x}$

점 B가 $y=\frac{12}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{12}{x}$에 $x=m$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{12}{m}$ $\quad\therefore m=3$, 즉 $B(3, 4)$

(i) $y=kx$의 그래프가 점 $A(2, 6)$을 지날 때

$6=2k$ $\quad\therefore k=3$

(ii) $y=kx$의 그래프가 점 $B(3, 4)$를 지날 때

$4=3k$ $\quad\therefore k=\frac{4}{3}$

(i), (ii)에 의하여 $y=kx$의 그래프가 선분 AB와 만나도록 하는 k의 값의 범위는 $\frac{4}{3}\le k\le3$ 답 $\frac{4}{3}\le k\le3$

476 두 점 A, B의 x좌표가 모두 6이므로

$y=ax$에 $x=6$을 대입하면

$y=6a$ $\quad\therefore A(6, 6a)$

$y=\frac{1}{3}x$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{1}{3}\times6=2$ $\quad\therefore B(6, 2)$

이때 삼각형 AOB의 넓이가 12이므로

$\frac{1}{2}\times(6a-2)\times6=12$

$18a-6=12$, $18a=18$ $\quad\therefore a=1$ 답 1

477 점 P의 x좌표를 k라 하면 $P(k, ak)$

이때 삼각형 PAB와 삼각형 PCD의 넓이가 같으므로

$\frac{1}{2}\times3\times ak=\frac{1}{2}\times2\times k$, $\frac{3}{2}a=1$

$\therefore a=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

참고 삼각형 PAB에서 선분 AB를 밑변으로 하면 높이는 점 P의 y좌표와 같다.

한편 삼각형 PCD에서 선분 CD를 밑변으로 하면 높이는 점 P의 x좌표와 같다.

478 점 A는 $y=2x$의 그래프 위에 있으므로 $y=2x$에 $x=a$, $y=10$을 대입하면

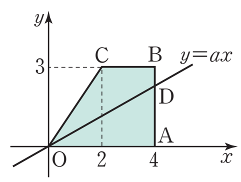
$10=2a$ $\quad\therefore a=5$, 즉 $A(5, 10)$

정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4이므로 점 B의 좌표는 $(5, 6)$, 점 C의 좌표는 $(9, 6)$이다.

따라서 $y=bx$에 $x=9$, $y=6$을 대입하면

$6=9b$ $\quad\therefore b=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

479 오른쪽 그림에서 사다리꼴 COAB의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(2+4)\times3=9$

이때 $y=ax$의 그래프와 선분 AB가 만나는 점을 D라 하면 점 D의 좌표는 $(4, 4a)$이다.

(삼각형 DOA의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 COAB의 넓이)이므로

$\frac{1}{2}\times4\times4a=\frac{1}{2}\times9$

$8a=\frac{9}{2}$ $\quad\therefore a=\frac{9}{16}$ 답 $\frac{9}{16}$

참고 (삼각형 COB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times2\times3=3$이고

$\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 COAB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times9=\frac{9}{2}$이므로 $y=ax$의 그래프는 선분 AB와 만난다.

480 점 E의 x좌표는 -10이므로 $y=ax$에 $x=-10$을 대입하면

$y=-10a$ $\quad\therefore$ E$(-10, -10a)$

점 F의 x좌표는 -2이므로 $y=ax$에 $x=-2$를 대입하면

$y=-2a$ $\quad\therefore$ F$(-2, -2a)$

이때 (직사각형 ABCD의 넓이)$=8\times6=48$이고,

(사다리꼴 EBCF의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(직사각형 ABCD의 넓이)이므로

$\frac{1}{2}\times\{(-10a)+(-2a)\}\times8=\frac{1}{2}\times48$

$-48a=24$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{2}$ 답 $-\frac{1}{2}$

481 두 점 A, B는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=3$을 대입하면

$y=\frac{a}{3}$ $\quad\therefore$ A$\left(3, \frac{a}{3}\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-3$을 대입하면

$y=-\frac{a}{3}$ $\quad\therefore$ B$\left(-3, -\frac{a}{3}\right)$

이때 (직각삼각형 ABC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(선분 BC의 길이)$\times$(선분 AC의 길이)

$=\frac{1}{2}\times6\times\frac{2}{3}a=2a$

이므로

$2a=12$ $\quad\therefore a=6$ 답 6

482 점 A의 x좌표가 $-k$이므로 $y=-\frac{4}{x}$에 $x=-k$를 대입하면

$y=-\frac{4}{-k}=\frac{4}{k}$ $\quad\therefore$ A$\left(-k, \frac{4}{k}\right)$

점 C의 x좌표가 k이므로 $y=-\frac{4}{x}$에 $x=k$를 대입하면

$y=-\frac{4}{k}$ $\quad\therefore$ C$\left(k, -\frac{4}{k}\right)$

이때 (선분 AB의 길이)$=\frac{4}{k}$, (선분 BD의 길이)$=2k$,

(선분 CD의 길이)$=\frac{4}{k}$이므로 삼각형 ABD와 삼각형 BCD의 넓이는 같다.

$\therefore$ (사각형 ABCD의 넓이)$=2\times$(삼각형 ABD의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times2k\times\frac{4}{k}\right)=8$ 답 8

483 무게가 x g인 물체가 손잡이로부터 y cm 떨어져 있다고 하면

$xy=80\times15=1200$ $\quad\therefore y=\frac{1200}{x}$

$y=\frac{1200}{x}$에 $x=120$을 대입하면

$y=\frac{1200}{120}=10$

따라서 물체 A는 손잡이로부터 10 cm 떨어져 있다. 답 10 cm

484 ①, ②, ③ 1분당 x타씩 y분을 입력해야 3600타를 입력하므로

$xy=3600$ $\quad\therefore y=\frac{3600}{x}(x>0)$

④ $y=\frac{3600}{x}$에 $x=200$을 대입하면

$y=\frac{3600}{200}=18$

따라서 1분당 200타를 입력할 수 있는 학생은 과제를 끝내는 데 18분이 걸린다.

⑤ $y=\frac{3600}{x}$에 $x=300$을 대입하면

$y=\frac{3600}{300}=12$

$y=\frac{3600}{x}$에 $x=240$을 대입하면

$y=\frac{3600}{240}=15$

따라서 1분당 300타를 입력할 수 있는 학생은 1분당 240타를 입력할 수 있는 학생보다 $15-12=3$(분) 먼저 과제를 끝낼 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

485 점 P는 1초에 3 cm씩 움직이므로 x초 후 선분 BP의 길이는 $3x$ cm이고, 점 Q는 1초에 1 cm씩 움직이므로 x초 후 선분 AQ의 길이는 x cm이다.

$\therefore y=\frac{1}{2}\times(x+3x)\times10=20x$

$y=20x$에 $y=50$을 대입하면

$50=20x$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$

따라서 사각형 ABPQ의 넓이가 50 cm^2가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 $\frac{5}{2}$초 후이다. 답 $\frac{5}{2}$초

486 x단계에서 만들어진 도형의 둘레의 길이 y를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(단계)	1	2	3	4	⋯
y	4	8	12	16	⋯

한 단계씩 증가할 때마다 만들어진 도형의 둘레의 길이는 4씩 증가하므로 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=4x$

$y=4x$에 $y=100$을 대입하면

$100=4x$ $\quad\therefore x=25$

따라서 25단계에서 만들어진 도형의 둘레의 길이가 100이 된다.

답 25단계

487 두 점 A, B의 x좌표가 모두 6이므로

$y=2x$에 $x=6$을 대입하면

$y=2\times6=12$ $\therefore$ A$(6, 12)$

$y=ax$에 $x=6$을 대입하면

$y=6a$ $\therefore$ B$(6, 6a)$

이때 선분 AB의 길이는 $12-6a$, 선분 BP의 길이는 $6a$이므로

$(12-6a):6a=5:1$, $12-6a=30a$

$-36a=-12$ $\therefore a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

488 정비례 관계 $y=2x$의 그래프가 지나가는 정사각형에 적혀 있는 수는

$0<x\leq1$에서 1, 2

$1<x\leq2$에서 4, 5

$2<x\leq3$에서 7, 8

$3<x\leq4$에서 10, 11

⋮

$9<x<10$에서 28, 29

이것은 1부터 30까지의 자연수 중에서 3의 배수를 제외한 수이므로 구하는 수들의 합은 1부터 30까지의 자연수의 합에서 3의 배수의 합을 뺀 값이다.

$1+2+3+\cdots+28+29+30$

$=(1+30)+(2+29)+\cdots+(15+16)$

$=31\times15$

$=465$

$3+6+9+\cdots+27+30$

$=(3+30)+(6+27)+\cdots+(15+18)$

$=33\times5$

$=165$

따라서 구하는 수들의 합은

$465-165=300$ 답 300

489 점 E의 x좌표가 2이므로 $y=ax$에 $x=2$를 대입하면

$y=2a$ $\therefore$ E$(2, 2a)$

점 F의 x좌표가 4이므로 $y=ax$에 $x=4$를 대입하면

$y=4a$ $\therefore$ F$(4, 4a)$

이때 (직사각형 ABCD의 넓이)$=2\times6=12$이고,

(사다리꼴 EBCF의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(직사각형 ABCD의 넓이)

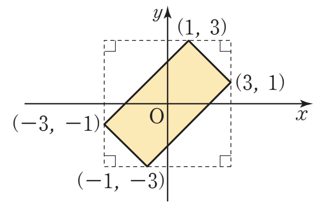
이므로

$\frac{1}{2}\times\{(2a-1)+(4a-1)\}\times2=\frac{1}{2}\times12$

$6a-2=6$, $6a=8$ $\therefore a=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

490 $y=\frac{3}{x}$의 그래프 위에 있는 점 중에서 x좌표, y좌표가 모두 정수인 점은 $(-1, -3)$, $(-3, -1)$, $(1, 3)$, $(3, 1)$이다.

이때 각 점을 꼭짓점으로 하는 다각형은 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 다각형의 넓이는

$6\times6-\left\{2\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)+2\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\right)\right\}$

$=36-20=16$ 답 16

491 점 B_n의 x좌표가 n^2이므로 $y=\frac{a^2}{x}$에 $x=n^2$을 대입하면

$y=\frac{a^2}{n^2}$ $\therefore B_n\left(n^2, \frac{a^2}{n^2}\right)$

$\therefore S_n=n^2\times\frac{a^2}{n^2}=a^2$

$\therefore \frac{S_1+S_2+\cdots+S_{100}}{10a^2}=\frac{a^2+a^2+\cdots+a^2}{10a^2}$

$=\frac{100a^2}{10a^2}=10$ 답 10

492 점 A가 $y=2x$의 그래프 위에 있으므로

$y=2x$에 $x=2$를 대입하면

$y=2\times2=4$ $\therefore$ A$(2, 4)$

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 A$(2, 4)$를 지나므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{2}$ $\therefore a=8$, 즉 $y=\frac{8}{x}$

점 B의 x좌표는 2이므로 16초 후 점 P의 x좌표는

$2+\frac{1}{4}\times16=6$ $\therefore$ P$(6, 0)$

이때 점 Q는 $y=\frac{8}{x}$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{8}{x}$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ $\therefore$ Q$\left(6, \frac{4}{3}\right)$

$\therefore$ (사다리꼴 ABPQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\left(4+\frac{4}{3}\right)\times4$

$=\frac{32}{3}$ 답 $\frac{32}{3}$

493 A가 x번 회전하는 동안 B가 b번 회전한다고 하면

$18\times x=24\times b$ $\therefore b=\frac{3}{4}x$ ⋯⋯ ㉠

B가 b번 회전할 때, C도 b번 회전하므로 C가 b번 회전하는 동안 D가 y번 회전한다고 하면

$14\times b=21\times y$　　$\therefore b=\frac{3}{2}y$　　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{3}{4}x=\frac{3}{2}y$　　$\therefore y=\frac{1}{2}x$　　답 $y=\frac{1}{2}x$

494 거북의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax(a\neq0)$라 하고 $x=80$, $y=6000$을 대입하면

$6000=80a$　　$\therefore a=75$, 즉 $y=75x$

이때 거북은 2시간 만에 결승점에 도착하였으므로

$y=75x$에 $x=120$을 대입하면

$y=75\times120=9000$

즉 출발 지점에서 도착 지점까지의 거리는 9000 m이다.

또 토끼가 거북보다 10분 늦게 결승점에 도착하였으므로 토끼가 결승점에 도착할 때까지 걸린 시간은 130분이다.

따라서 토끼는 잠을 잔 이후에 $130-110=20$(분) 동안 $9000-6000=3000$ (m)를 달렸으므로 잠을 잔 이후의 토끼의 속력은 분속 $\frac{3000}{20}=150$ (m)이다.　　답 분속 150 m

Memo