정답과 풀이

빠른 정답

I. 다항식

1 다항식의 연산 6쪽 ~22쪽

001 □: $2x^2$
002 $3x^3+x^2-5x+2$
003 $-x^2+(3y+1)x+2y^2-5$
004 □: 2
005 $4-5x+2x^2+x^3$
006 $-2y-yx+3x^2+x^3$
007 □: 5
008 $3x-y+1$
009 $-2x+3y+3$
010 $-x+5y$
011 $6x+3$
012 $3x^2+2x+6$
013 $5x^3-3x^2+3x+3$
014 x^2+2x+8
015 $4x^3+2x^2-x+2$
016 □: $2x^2-x+1$, $2x$, $4x$
017 $-x^2+8x-11$
018 $5x^2-1$
019 $-4x^2-3x+5$
020 $-7x^2-11xy+y^2$
021 $7x^2+12xy-3y^2$
022 $5x^2+8xy-y^2$
023 $-x^2-4x+8$
024 $4x^2+19x-26$
025 $-8x^2-11x-2$
026 □: $-2x^2+2xy-4y^2$, $-x^2+xy-2y^2$
027 $x^2-xy+3y^2$
028 $-5xy+7y^2$
029 □: x^8, x^{14}
030 $18x^5y^{10}$
031 $-24x^4y^4$
032 $20x^3y^5$
033 $2a^{11}b^6$
034 $-72a^7b^{14}$
035 □: $2a^2b^3$
036 $2a^2+3ab-2b^2$
037 $3a^2-9a^2b+8ab-6ab^2+4b^2$
038 $6x^3-5x^2+4x-1$
039 $2x^3-3x^2y-3xy^2+2y^3$
040 $x^4-2x^3-x^2-6x-12$
041 □: 1
042 -10
043 13
044 5
045 □: 3, $12x$
046 $4x^2+xy+\frac{1}{16}y^2$
047 $4x^2-12xy+9y^2$
048 $x^2-x+\frac{1}{4}$
049 x^2-4y^2
050 $-9x^2+y^2$
051 $x^2+2xy-8y^2$
052 $4x^2+5xy-6y^2$
053 □: 2, 2^2, 2^3, $12x$
054 $27x^3+27x^2+9x+1$
055 $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$
056 $27x^3+9x^2y+xy^2+\frac{1}{27}y^3$
057 $x^3-12x^2+48x-64$
058 $27x^3-54x^2+36x-8$
059 $x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$
060 $27x^3-27x^2y+9xy^2-y^3$
061 □: 1, 1, 1
062 $27x^3+1$
063 $8a^3+27b^3$
064 x^3-8
065 $8x^3-1$
066 $8a^3-b^3$
067 □: $3c$, $3c$, $3c$, $9c^2$, $12bc$, $6ca$
068 $a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$
069 $x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz-4zx$
070 $9x^2+4y^2+z^2-12xy-4yz+6zx$
071 $x^2+9y^2+4z^2-6xy+12yz-4zx$
072 □: $2c$, $2c$, $2c$, $6abc$
073 $a^3+b^3-c^3+3abc$
074 $x^3+y^3-6xy+8$
075 $x^3+y^3+3xy-1$
076 □: $2x^3$, x^2, $2x^3$, $4x^2$
077 $a^2+b^2-c^2-2ab$
078 $-x^2-2xy-y^2+9$
079 □: 10, 25, 10, 35
080 $x^4-2x^3-11x^2+12x$
081 $x^4+2x^3-13x^2-14x+24$
082 (1) □: $2ab$, -1 (2) □: $a+b$, 2^2, 8
083 (1) 5 (2) 1
084 (1) 29 (2) 33
085 (1) 10 (2) 16
086 (1) □: $a+b$, 4, 40 (2) 80 (3) 7
087 (1) □: 2, 2, 2, $x+y$, 3, 9 (2) 14 (3) 95
088 (1) □: $a-b$, 3, 36 (2) 14 (3) -100
089 (1) □: 2, 2, 1, $x-y$, -3, -36 (2) -14 (3) -52
090 □: 1, $x+y$, 1, 52
091 $28\sqrt{2}$
092 20
093 $10\sqrt{2}$
094 □: 2, 2, 2
095 5
096 11
097 5
098 □: 3, 3, 18
099 -2
100 $\frac{65}{8}$
101 76
102 36
103 -140
104 (1) □: 3, 3, 7 (2) 18
105 (1) 14 (2) 52
106 (1) 23 (2) 110
107 (1) 3 (2) 4
108 (1) 11 (2) 36
109 (1) 6 (2) 14
110 (1) □: $ab+bc+ca$, 2, 5 (2) 11 (3) 6 (4) 8
111 (1) □: $ab+bc+ca$, 6, -1 (2) □: -1, 8
112 (1) 7 (2) 32
113 (1) 5 (2) 0
114 (1) 14 (2) 34
115 □: 200, 39951
116 999902
117 255
118 $\frac{255}{128}$
119 □: $2b$
120 $2xy-5$
121 $-b^2+2ab-3$
122 $4ac-3b+8c^2$
123 $6x-3y-12$
124 $\frac{4a^2}{b}-12$
125 □: $2x-7$, 10
126 $-x^2+2x+5=(x+2)(-x+4)-3$
127 $x^3+3x^2-x+2=(x-1)(x^2+4x+3)+5$
128 $2x^3-3x^2+x-3=(x-2)(2x^2+x+3)+3$
129 □: 1, $-2x^2-x-2$, $-4x+4$, $2x-1$, $-4x+4$
130 $x^3-3x^2+x-3=(x^2-2x-1)(x-1)-4$
131 $2x^3+x^2-x+1=(x^2+1)(2x+1)-3x$
132 □: $x+2$, $3x-1$, $3x-1$, $2x$, 1
133 $2x^3+4x^2-1$
134 $2x^3+x^2-x-1$
135 □: 2, 3, 4, -3, -2 / 몫: x^2-3x-3, 나머지: -2
136 몫: $2x^2-3x+7$, 나머지: -16
137 □: 1, 0, 1, 5 / 몫: $2x^2+2x+1$, 나머지: 5
138 몫: $4x^2-5x+5$, 나머지: -3
139 몫: $3x^2-6x+10$, 나머지: -20
140 몫: x^3-x^2-2x+1, 나머지: 2
141 □: x^2-2, 3 / 몫: x^2-2, 나머지: -3
142 몫: x^2+x, 나머지: 1
143 몫: $\frac{1}{2}x^2-x+1$, 나머지: -3
144 □: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ / 몫: $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지: R
145 몫: $\frac{1}{3}Q(x)$, 나머지: R
146 몫: $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지: R

연산문제로 실전 능력 다지기 23쪽 ~ 25쪽

147 $14x^3-25x^2+9x+13$
148 $8x^3-16x^2+6x+7$
149 x^3+11x^2-6x+5
150 x^3+6x^2-3x+2
151 $-2x^2-7xy-2y^2$
152 $-2x^3+7x^2-5x+10$
153 $-x^3+5x^2+2x-1$
154 a^8-1
155 $27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$
156 x^3-27
157 $x^2+4y^2-4xy+2x-4y+1$
158 $x^3+y^3+8z^3-6xyz$
159 3
160 3
161 -5
162 3
163 9
164 -15
165 $12\sqrt{3}$
166 76
167 52
168 3
169 $\sqrt{5}$
170 -4
171 7
172 -14
173 -4
174 38
175 8
176 $m=3$, $n=16$
177 $m=8$, $n=32$
178 몫: $2x+5$, 나머지: $x-14$
179 몫: $-2x+1$, 나머지: x
180 몫: $2x^2-x-5$, 나머지: -8
181 몫: x^2-7x+7, 나머지: -4
182 몫: x^2-3x+1, 나머지: 0

2 항등식과 나머지정리 26쪽 ~33쪽

183 ×
184 ×
185 ○
186 ○
187 ×
188 ×
189 ○
190 ○
191 □: 0, 0, 0
192 $a=-2$, $b=1$, $c=-2$
193 $a=1$, $b=5$, $c=1$
194 □: 0, -3
195 $a=2$, $b=-5$, $c=-3$
196 $a=2$, $b=-3$, $c=2$
197 $a=3$, $b=-2$, $c=-3$
198 □: 0, 3, 2
199 $a=5$, $b=2$
200 $a=1$, $b=3$, $c=3$
201 $a=-7$, $b=2$, $c=-3$
202 □: $2c$, $2a$, -1, 6
203 $a=-1$, $b=1$, $c=0$
204 $a=-1$, $b=-6$, $c=2$
205 $a=6$, $b=2$, $c=1$
206 (1) 1 (2) 31 (3) 528
207 (1) 1 (2) 1023 (3) 512
208 □: 0, 0, 1, 1
209 $x=1$, $y=-2$
210 $x=-13$, $y=-7$
211 $x=-3$, $y=0$
212 □: $x+3$, 3, 4, 7, 3, 4, 7
213 $a=4$, $b=2$, $c=-6$
214 $a=0$, $b=-5$, $c=3$
215 $a=-1$, $b=3$, $c=4$
216 □: 1, 4, 4
217 -10
218 26
219 -38
220 $-\frac{2}{3}$
221 $-\frac{32}{9}$
222 □: $\frac{1}{2}$, $-\frac{9}{4}$
223 $\frac{1}{4}$
224 $-\frac{55}{32}$
225 $-\frac{9}{32}$
226 $\frac{5}{4}$
227 $-\frac{13}{4}$
228 □: 4, 4, 1
229 4
230 -3
231 3
232 -2
233 $\frac{1}{2}$
234 □: 1, 0, 2, -2, -2, 2
235 $a=-4$, $b=-3$
236 $a=3$, $b=2$
237 $a=-1$, $b=0$
238 □: 3, 1, 3, 1, -1, 2, $-x+2$
239 $2x-1$
240 $x+3$
241 $2x-1$
242 $4x+1$
243 $8x+9$
244 □: 0, 0, 2
245 -10
246 $-\frac{17}{2}$
247 $\frac{15}{2}$
248 □: 0, 0, 0, 3, 0, 1, -1, 2
249 $a=-11$, $b=12$
250 $a=-1$, $b=2$
251 $a=-5$, $b=6$
252 $a=-8$, $b=0$

연산문제로 실전 능력 다지기 34쪽 ~35쪽

253 $a=1$, $b=-3$, $c=-2$
254 $a=3$, $b=-1$, $c=-2$
255 $a=-1$, $b=3$, $c=1$
256 $a=1$, $b=3$, $c=1$
257 $a=0$, $b=-3$, $c=-2$
258 $a=5$, $b=5$, $c=-8$
259 $a=3$, $b=0$, $c=4$
260 $x=-6$, $y=-3$
261 $x=2$, $y=2$
262 -6
263 -4
264 5
265 $a=-1$, $b=4$
266 5
267 -1
268 -36
269 $a=-\frac{7}{3}$, $b=\frac{4}{3}$
270 $a=-2$, $b=-1$
271 $-8x-11$
272 $2x-3$

3 인수분해 36쪽 ~46쪽

273 □: $3ab$, $5ab$
274 $(a+b)(a+b+2)$
275 $(a+1)(b+1)$
276 $(a-1)(b-1)$
277 $(a-b)(c-b)$
278 $(x-y)(x+2y)$
279 □: 3
280 $(x-4)^2$
281 $(5a-1)^2$
282 $(2x+3y)^2$
283 $(5x-3y)^2$
284 $(2a+7b)^2$
285 $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
286 $\left(x-\frac{5}{2}y\right)^2$
287 □: 3
288 $(a+2b)(a-2b)$
289 $(3a+4b)(3a-4b)$
290 $xy(x+y)(x-y)$
291 $(a+b-c)(a-b+c)$
292 $(a+b+c)(a+b-c)$
293 $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$
294 $(x-y)(x+y+z)$
295 □: 3
296 $(x-2)(x-4)$
297 $(a+3b)(a+7b)$
298 $(a+4b)(a-5b)$
299 $(4x-1)(x+1)$
300 $(3x-y)(x+4y)$
301 □: 1, 1, 1, 1
302 $(a+3)^3$
303 $(2a+1)^3$
304 $(x+2y)^3$
305 $(x+4y)^3$
306 $(3x+y)^3$

307 $\square$: 3, 3, 3, 3

308 $(x-5)^3$

309 $(2x-1)^3$

310 $(3x-1)^3$

311 $(2x-3y)^3$

312 $(4x-y)^3$

313 $(3x-4y)^3$

314 $\square$: 2, 2, a^2-2a+4

315 $(a+3)(a^2-3a+9)$

316 $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

317 $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$

318 $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$

319 $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

320 $(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$

321 $a(2a+1)(4a^2-2a+1)$

322 $\square$: 1, 1, a^2+a+1

323 $(a-2)(a^2+2a+4)$

324 $(a-4)(a^2+4a+16)$

325 $(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

326 $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

327 $(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$

328 $x^2(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

329 $x^2y(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

330 $\square$: $-2y$, x, $2y$

331 $(x+y+3z)^2$

332 $(x-y-z)^2$

333 $(2x-2y+z)^2$

334 $(a+b-3)^2$

335 $(a+2b-1)^2$

336 $\square$: $2b$, c, $2ab$, $2bc$, ca

337 $(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$

338 $(a-b-3c)(a^2+b^2+9c^2+ab-3bc+3ca)$

339 $(a+2b-3c)(a^2+4b^2+9c^2-2ab+6bc+3ca)$

340 $(x+2y+2)(x^2+4y^2-2xy-2x-4y+4)$

341 $(x+y-3)(x^2+y^2-xy+3x+3y+9)$

342 $\square$: 2, 2

343 $(2x-y+1)(2x-y-5)$

344 $(x-1)(x+2)(x^2+x+4)$

345 $(x^2+x-3)(x^2+x-4)$

346 $\square$: 12, 12, 12, $x-1$, 12

347 $(x-1)(x+2)(x^2+x-4)$

348 $(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$

349 $(x^2+4x-1)^2$

350 $\square$: 4, 4, 2

351 $(x^2-2)(x^2-3)$

352 $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

353 $(x+1)(x-1)(3x^2+4)$

354 $\square$: $2x$, $2x$, $2x$, $2x$, $2x$

355 $(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$

356 $(x^2+2x-4)(x^2-2x-4)$

357 $(x^2+3x-5)(x^2-3x-5)$

358 $(x^2+3x-1)(x^2-3x-1)$

359 $\square$: $a-c$, $a+b-c$

360 $(a-2c)(a-b+2c)$

361 $(a+b)(a-b)(a+c)$

362 $(a-b)(a+b-c)$

363 $(a+b)(a-b)(b-c)$

364 $\square$: $y-3$, $y+1$, $(y+1)x$, $2x+y+1$

365 $(x+y+2)(2x-y-3)$

366 $(x+y-4)(2x-y-3)$

367 $(x-2y+2)(x+y-1)$

368 $(x+y+2)(x-2y+3)$

369 $\square$: $x-1$, $x-1$, $x-1$, $x-1$, 3

370 $(x+1)^2(x-3)$

371 $(x-1)(x-2)(x+3)$

372 $(x-2)(x+2)(x-3)$

373 $(x-1)(x+3)(2x-1)$

374 $(x+1)(x-4)(2x+1)$

375 $\square$: $x+1$, -1, -2, $x+1$, $x-2$, $x+1$, $x-2$, $x+1$, 2, $x+1$

376 $(x-1)(x+1)(x-2)(x-3)$

377 $(x-1)(x+2)(x+3)(x-4)$

378 $\square$: 0, 0, 이등변

379 $a=b$인 이등변삼각형

380 빗변의 길이가 a인 직각삼각형

381 빗변의 길이가 b인 직각삼각형

382 $a=c$인 이등변삼각형

383 빗변의 길이가 c인 직각삼각형

384 $b=c$인 이등변삼각형

385 $\square$: x^2-x+1, $x+1$, 1, 1000

386 499

387 $\frac{1}{150}$

연산문제로 실전 능력 다지기

47쪽~48쪽

388 $\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$

389 $(4x+y)(4x-y)$

390 $(x+2)(5x-9)$

391 $(4a+b)^3$

392 $(a-3b)^3$

393 $(2x+5y)(4x^2-10xy+25y^2)$

394 $(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$

395 $(x+2y-z)^2$

396 $(2x+3y-1)(4x^2+9y^2-6xy+2x+3y+1)$

397 $(x-2y-1)(x-2y+5)$

398 $(x^2-2x-2)(x^2-2x+4)$

399 $(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$

400 $(x-1)(x+1)(x^2+5)$

401 $(x^2-x+2)(x^2+x+2)$

402 $(x^2-2xy-y^2)(x^2+2xy-y^2)$

403 $(3a-c)(3a+b+c)$

404 $(a-2)(3a+b+1)$

405 $(x-2y+1)(x+3y+1)$

406 $(x-y+2)(x+2y-1)$

407 $(x+1)(x-2)(x-5)$

408 $(x+1)(x-3)(2x-1)$

409 $(x-1)^2(x+2)$

410 $(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$

411 $b=c$인 이등변삼각형

412 정삼각형

413 80

414 8

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

49쪽~52쪽

415 ①

416 $x^2-xy-3y^2$

417 $a=\sqrt{3}$, $b=-\sqrt{3}$

418 ④

419 ⑤

420 ④

421 -7

422 $7+8\sqrt{5}$

423 26

424 18

425 5

426 x^2+4x+4

427 10

428 ④

429 ③

430 2

431 2

432 1023

433 10

434 8

435 25

436 $5x+1$

437 12

438 4

439 -4

440 ⑤

441 3

442 -3

443 18

444 2

445 -6

446 빗변의 길이가 a인 직각삼각형

Ⅱ. 방정식과 부등식

1 복소수 54쪽 ~64쪽

001 $\square$: $\sqrt{2}$
002 $2\sqrt{2}i$
003 $3i$
004 $3\sqrt{3}i$
005 $-2\sqrt{6}i$
006 $-5i$
007 $\square$: 3, 4
008 $a=2,\ b=\sqrt{3}$
009 $a=4,\ b=1$
010 $a=2,\ b=-3$
011 $a=\sqrt{5},\ b=-2$
012 $a=7,\ b=0$
013 $a=0,\ b=-9$
014 $a=1+\sqrt{7},\ b=0$
015 (1) $3i^2,\ 0,\ 3-\sqrt{2},\ i^2-1$ (2) $-i,\ \sqrt{4}i$ (3) $3+2i,\ \sqrt{2}+2i,\ 1-4i$
016 (1) $\pi,\ i^4+i^2,\ 1+i^2,\ -\sqrt{2}+1,\ \dfrac{1+i^4}{2}$ (2) $-2i$ (3) $1+i,\ \dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$
017 $\square$: 7, 1, 11, -1
018 $x=-1,\ y=-1$
019 $x=3,\ y=1$
020 $x=2,\ y=-3$
021 $x=4,\ y=1$
022 $x=-2,\ y=1$
023 $\square$: $4i$
024 $-1-2i$
025 i
026 -2
027 $1-2i$
028 $-3+\sqrt{3}i$
029 $-3-5i$
030 $-7i$
031 $\square$: 2, 1, $4-2i$
032 $3+i$
033 $25+14i$
034 6
035 $1-2i$
036 $4-4i$
037 $3+4i$
038 $\square$: $15i,\ -12$
039 $-1+5i$
040 $4+7i$
041 61
042 $1+4\sqrt{3}i$
043 $\square$: $2,\ i,\ \dfrac{1}{5},\ \dfrac{3}{5}$
044 $2-i$
045 $-1+2i$
046 $\dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{5}i$
047 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$
048 $\sqrt{2}+i$
049 $\square$: $4,\ 2i,\ 5,\ \dfrac{4}{5}$
050 6
051 $\dfrac{6}{5}$
052 $8i$
053 4
054 -11
055 $\square$: 0, 0, 2
056 $x=-2$ 또는 $x=1$
057 $\square$: 0, 허수부분, -2
058 $x=1$
059 $x=1$
060 $\square$: $2x+y,\ 2x+y,\ 2,\ -1$
061 $x=2,\ y=-3$
062 $x=3,\ y=2$
063 $x=-1,\ y=-1$
064 $x=1,\ y=3$
065 $\square$: $3-2i,\ 3-2i,\ 6$
066 13
067 10
068 20
069 10
070 $\dfrac{4}{5}$
071 $\square$: $2a-b,\ 2a-b,\ 3,\ 3,\ 3+3i$
072 $1-2i$
073 $1-2i$
074 i
075 $-2+2i$
076 $-\dfrac{2}{5}+2i$
077 $2+i$
078 $\square$: 2, -1, -1
079 1
080 $-i$
081 -1
082 $-i$
083 i
084 0
085 $-1+i$
086 1
087 0
088 0
089 $2-2i$
090 $\square$: $i,\ i,\ i,\ i,\ -1$
091 -1
092 $-i$
093 -1
094 $i-1$
095 $1-i$
096 $\square$: i
097 $\pm 2i$
098 $\pm 2\sqrt{2}i$
099 $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$
100 $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
101 $\pm\dfrac{1}{3}i$
102 $\square$: $2\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2}$
103 $7i$
104 $4\sqrt{3}i$
105 $4i$
106 $2\sqrt{2}i$
107 $\sqrt{2}i$
108 $2\sqrt{3}i$
109 $\square$: $\sqrt{3},\ \sqrt{6}i$
110 $9i$
111 $-6\sqrt{2}$
112 $\sqrt{5}i$
113 $2i$
114 $-2i$
115 2
116 $-\sqrt{6}i$
117 $\square$: $4\sqrt{3}i,\ -4\sqrt{3}i$
118 $-2\sqrt{2}i$
119 $-\dfrac{9}{2}+\dfrac{9}{2}i$
120 $\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$
121 $-\dfrac{1}{3}-\dfrac{5\sqrt{2}}{6}i$
122 $-\dfrac{4}{7}-\dfrac{5\sqrt{3}}{7}i$
123 $\square$: $-b,\ -a+b$
124 ab
125 $-a-b$
126 $a+b$
127 $-ab$
128 $a-b$

연산문제로 실전 능력 다지기 65쪽 ~ 66쪽

129 $-1+13i$
130 $13-12i$
131 $5+14i$
132 $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$
133 $x=2$
134 $x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=1$
135 $x=2$
136 $x=1$
137 $x=2,\ y=-1$
138 $x=2,\ y=4$
139 $x=-1,\ y=-2$
140 $x=1,\ y=5$
141 i
142 $1+2i$
143 $-4+3i$
144 $i-1$
145 $50-50i$
146 0
147 $11\sqrt{2}i$
148 $4+\sqrt{3}i$
149 $\dfrac{2}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}i$
150 $-2a$
151 $-2b$

2 이차방정식 67쪽 ~79쪽

152 $\square$: $a+1$, 무수히 많다

153 $a \neq -2$, $a \neq 2$일 때, $x=\frac{1}{a-2}$

$a=-2$일 때, 해는 무수히 많다.

$a=2$일 때, 해는 없다.

154 $a \neq 2$일 때, $x=a+2$

$a=2$일 때, 해는 무수히 많다.

155 □: $-x+1$, 0, 0, $x-1$, 없다., 0

156 $x=1$

157 $x=-1$ 또는 $x=3$

158 $x=-4$ 또는 $x=1$

159 □: 2, 2

160 $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

161 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

162 $x=4$ 또는 $x=6$

163 □: -5, 2, 41

164 $x=1\pm\sqrt{3}$

165 $x=-\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$

166 $x=-1\pm i$

167 $x=1\pm 2\sqrt{2}i$

168 $x=1\pm\sqrt{2}i$

169 □: $5x$, 1, 6, 6, 0, -6, 6

170 $x=-1$ 또는 $x=1$

171 $x=-3$ 또는 $x=1$

172 $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

173 □: k, 2, -1

174 $k=-2$

175 $k=-1$ 또는 $k=4$

176 $k=\frac{3}{2}$ 또는 $k=-1$

177 (1) □: a^2, b^2, $\sqrt{2}x$ (2) $x=-1\pm\sqrt{3}$ (3) $x=-1+\sqrt{3}$

178 (1) $(4-x)$ cm (2) $x^2-16x+32=0$ (3) $(8-4\sqrt{2})$ cm

179 (1) $x-6$ (2) $x:6=6:(x-6)$ (3) $x=3+3\sqrt{5}$

180 서로 다른 두 실근, 중근, 서로 다른 두 허근

181 b'^2-ac

182 □: $>$, 서로 다른 두 실근

183 서로 다른 두 실근

184 중근

185 중근

186 서로 다른 두 허근

187 서로 다른 두 허근

188 □: $>$, $<$

189 $k<4$

190 $k<2$

191 □: $=$, -9

192 $k=3$ 또는 $k=-5$

193 $k=1$ 또는 $k=5$

194 □: $<$, -4

195 $k>\frac{1}{4}$

196 $k<2$

197 $k\le -1$

198 $k\le -4$

199 □: ± 2, 2, 2

200 $-\frac{1}{8}<k<1$ 또는 $k>1$

201 $k=-2$

202 $k<-1$

203 □: $k-a$, k^2+b+1, 0, $-2a$, a^2-b-1, 0, -1

204 $a=1$, $b=-\frac{1}{4}$

205 $a=3$, $b=9$

206 □: 0, -4

207 $a=-2$ 또는 $a=2$

208 $a=5$

209 $a=2$

210 $a=4$

211 □: 1, 4, 7, 7

212 $\alpha+\beta=-3$, $\alpha\beta=1$

213 $\alpha+\beta=\frac{3}{2}$, $\alpha\beta=\frac{5}{2}$

214 $\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=-\frac{1}{3}$

215 $\alpha+\beta=2\sqrt{3}$, $\alpha\beta=-6$

216 $\alpha+\beta=\frac{3}{2}$, $\alpha\beta=0$

217 □: -1, -5, -1, -5, $\frac{1}{5}$

218 21

219 $-\frac{11}{5}$

220 -55

221 □: 2, $-\frac{1}{2}$, -5

222 0

223 11

224 □: 0, 0, 3, 2, 2

225 11

226 34

227 □: 3, -6, 3, -6, 3, $\frac{9}{2}$, -27

228 $a=5$, $b=12$

229 $a=-3$, $b=0$

230 □: $\frac{1}{3}$, 1, $\frac{1}{3}$, 3

231 $k=1$ 또는 $k=4$

232 $k=4$ 또는 $k=9$

233 □: -5, 1, -8, 4

234 $k=-3$ 또는 $k=7$

235 $k=2$ 또는 $k=4$

236 $k=-2$ 또는 $k=12$

237 □: x, 6

238 $x^2-x-20=0$

239 $x^2-2x-1=0$

240 $x^2+4x+1=0$

241 $x^2-2x+2=0$

242 $x^2+5=0$

243 □: 4, 12, $x^2-4x+12$

244 $x^2-5x+6=0$

245 $x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0$

246 $x^2+2=0$

247 $x^2+2x+9=0$

248 $x^2+8=0$

249 □: $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$

250 $(x-1-2i)(x-1+2i)$

251 $(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$

252 $3\left(x+\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$

253 □: $1-\sqrt{3}$, $1-\sqrt{3}$, -2, $1-\sqrt{3}$, -2

254 $a=-3$, $b=7$

255 $a=2$, $b=1$

256 □: $1-2i$, $-a$, -2, $(1-2i)$, 5

257 $a=3$, $b=10$

258 $a=-2$, $b=2$

259 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$

연산문제로 실전 능력 다지기 80쪽 ~ 81쪽

260 $x=2$ 또는 $x=4$

261 $x=1\pm 2\sqrt{2}i$

262 $x=1-2\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

263 $k=1$

264 $k=0$ 또는 $k=-1$

265 서로 다른 두 실근

266 중근

267 서로 다른 두 허근

268 $k>-1$

269 $k>2$

270 $a=3$, $b=9$

271 $a=1$, $b=-1$

272 $a=24$

273 $a=1$ 또는 $a=-3$

274 -18

275 20

276 44

277 $x^2-5x+10=0$

278 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$

279 $x^2+3x+36=0$

280 $(x-2-3i)(x-2+3i)$

281 $2\left(x-\frac{3+\sqrt{15}i}{4}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{15}i}{4}\right)$

282 $a=-2$, $b=-4$

283 $a=-4$, $b=5$

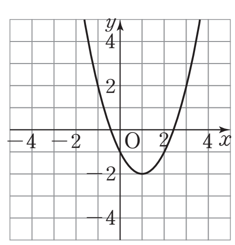
3 이차방정식과 이차함수 82쪽 ~ 96쪽

284 □: $(-1, -4)$, -1

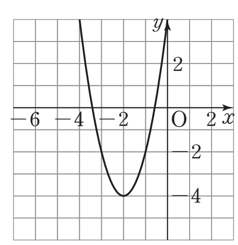
285 $(2, 3)$, $x=2$

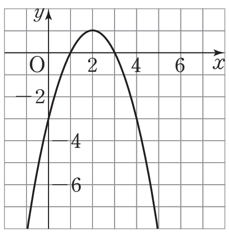
286 $(1, 3)$, $x=1$

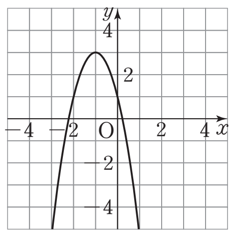
287



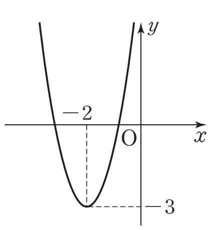
288



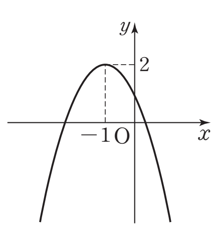
289 

290 

291 □: $2, 3, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}x^2+2$
292 $y=(x-1)^2+4$
293 $y=-2(x+1)^2-3$
294 $y=-(x+2)^2+1$
295 □: $2, 4, 1, 2, 2$
296 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$
297 $y=x^2-4x$
298 $y=2x^2-5x+3$
299 □: $>, <, <, >$
300 $a>0, b>0, c<0$
301 $a<0, b>0, c>0$
302 ×
303 ○
304 ×
305 ×
306 ○
307 ×
308 □: $0, 5$
309 $1, 4$
310 -3
311 $1, 7$
312 $-2, 3$
313 $1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}$
314 □: $-a, b, -4, 3$
315 $a=-2, b=-8$
316 $a=2, b=-3$
317 □: $4\alpha\beta, 4k, -3$
318 $k=-6$
319 $k=-5$
320 □: $>$, 서로 다른 두 점에서 만난다.
321 서로 다른 두 점에서 만난다.
322 만나지 않는다.
323 만나지 않는다.
324 □: $4k, <$
325 $k<1$
326 $k<1$
327 $k=\pm2\sqrt{6}$
328 $k=-1$ 또는 $k=3$
329 $k>9$
330 $k>\frac{13}{4}$
331 □: $>$, 서로 다른 두 점에서 만난다.
332 한 점에서 만난다.
333 만나지 않는다.
334 □: $x+k, >, \frac{7}{4}$
335 $k<\frac{1}{8}$
336 □: $2x+k, =, -2$
337 $k=-1$
338 □: $x+2k, <, \frac{7}{8}$
339 $k>1$
340 □: $x+k, \geq, 1$
341 $k\leq1$
342 □: $0, 0, 0, -1$
343 $m=2, n=-1$
344 $m=-1, n=-\frac{1}{4}$
345 □: $m+3, -n-1, -7, 4$
346 $m=1, n=5$
347 $m=-2, n=4$
348 □: $2-b, -1, 5$
349 $a=1, b=3$
350 $a=3, b=-2$
351 □: 2, 없다

352 

최솟값: -3
최댓값: 없다.

353 

최솟값: 없다.
최댓값: 2

354 □: $1, 1, 1, -1$
355 $x=2$일 때 최솟값은 5
356 $x=3$일 때 최댓값은 9
357 $x=2$일 때 최댓값은 -1
358 □: $2a^2, 2a^2, a^2, 1, 1$
359 $a=3$
360 $a=3$
361 □: $-4, 4+b, 2, -2$
362 $a=7, b=-3$
363 $a=\frac{3}{2}, b=1$
364 $a=3, b=6$
365 □: $5, -4, -3, 5, -4$
366 최댓값: 6, 최솟값: -3
367 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{7}{4}$
368 최댓값: 6, 최솟값: -2
369 최댓값: 5, 최솟값: -1
370 최댓값: 4, 최솟값: 1
371 □: $1, 3, 1$
372 $k=13$
373 $k=1$
374 □: $2, 5, 1, 0$
375 $a=5, b=-3$
376 $a=2, b=3$
377 □: $1, 3, 4, 4, 3, 3, 7$
378 10
379 -1
380 □: $3, 5, -4, 4, -1, -1, -11$
381 2
382 $-\frac{5}{4}$
383 □: $\geq, 2$
384 3
385 -4
386 (1) 세로의 길이: $(30-x)$ m, $0<x<30$
(2) $y=-(x-15)^2+225(0<x<30)$ (3) 225 m^2
387 20

연산문제로 실전 능력 다지기 97쪽 ~ 99쪽

388 (1) $a>0$ (2) $b<0$ (3) $c<0$ (4) $a+b+c<0$ (5) $a-b+c=0$
389 (1) $a<0$ (2) $b<0$ (3) $c=0$ (4) $a-b+c>0$ (5) $b^2-4ac>0$
390 $a=-1, b=-2$
391 $a=-3, b=10$
392 $k=-2$
393 $k=\pm2$
394 (1) $k<\frac{9}{2}$ (2) $k=\frac{9}{2}$ (3) $k>\frac{9}{2}$
395 (1) $k<-2$ (2) $k=-2$ (3) $k>-2$
396 $m=0, n=-2$
397 $m=6, n=-9$
398 $a=-1, b=2$
399 $a=-1, b=3$
400 $x=1$일 때 최댓값은 3
401 $x=2$일 때 최솟값은 1
402 $a=3$
403 $a=-2, b=-3$
404 최댓값: 6, 최솟값: -3
405 최댓값: 4, 최솟값: -5
406 최댓값: 4, 최솟값: -4
407 $k=3$
408 $k=16$
409 9
410 -3
411 52

4 삼차방정식과 사차방정식 100쪽 ~108쪽

412 □: $\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$
413 $x=-3$ 또는 $x=\frac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$
414 $x=0$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=3$
415 $x=0$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$
416 □: $1, 1, 1, 1, 1$
417 $x=1$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
418 $x=1$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-2$
419 $x=1$ 또는 $x=\frac{-3\pm\sqrt{7}i}{2}$
420 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$
421 $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$
422 $x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
423 $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

424 □: $-1, 2, -1, 2, 1, 2, 1, 2, -1, 2$

425 $x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$

426 $x=\pm1$ 또는 $x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{2}$

427 $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

428 $x=\pm2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

429 □: $-10, -16, -2, -8$

430 $a=2, b=-2$

431 $a=0, b=10$

432 □: $x^2-4x, 3, 5, 3, 5$

433 $x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-4$ 또는 $x=3$

434 $x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=-2\pm2\sqrt{2}$

435 □: $x^2+x, 2, 6, 6, 6, 6, 6, -3, -3$

436 $x=-4\pm\sqrt{6}$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-6$

437 $x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$ 또는 $x=\frac{5\pm\sqrt{3}i}{2}$

438 □: $\pm1, \pm2$

439 $x=\pm\sqrt{6}i$ 또는 $x=\pm2$

440 $x=\pm\sqrt{3}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

441 □: $\sqrt{7}i, \sqrt{7}i$

442 $x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

443 $x=-1\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

444 $x=-2\pm2i$ 또는 $x=2\pm2i$

445 □: $3, 3, -1$

446 $\alpha+\beta+\gamma=2, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{5}{2}, \alpha\beta\gamma=1$

447 $\alpha+\beta+\gamma=0, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2, \alpha\beta\gamma=\frac{1}{3}$

448 □: $2, 3, -5, -\frac{3}{5}$

449 $-\frac{2}{5}$

450 1

451 -2

452 -25

453 □: $14, 24$

454 $x^3-5x^2+2x+8=0$

455 $x^3+2x^2-3x=0$

456 □: $4, 2, 4, -2, 4, 2$

457 $x^3-x^2+3x-5=0$

458 $x^3-2x^2-x-\frac{1}{2}=0$

459 □: $1-\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}, 5, 1-\sqrt{2}, 3$

460 $a=-3, b=0$

461 □: $1-i, 1-i, 1-i, 1-i, 1-i, 4, 1-i, -2$

462 $a=-4, b=4$

463 □: $\omega^3, 1$

464 0

465 1

466 -1

467 1

468 □: $\omega^3, -1, 1$

469 1

470 -1

471 0

472 1

연산문제로 실전 능력 다지기 109쪽 ~ 110쪽

473 $x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

474 $x=-2$ 또는 $x=1\pm2i$

475 $x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

476 $x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

477 $x=\pm i$ 또는 $x=\pm2$

478 $x=-1\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}i$

479 $-2, 3$

480 $2, 3$

481 $1\pm2i$

482 -2

483 9

484 $x^3-x^2-2x-1=0$

485 $x^3+\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$

486 $a=0, b=2$

487 $a=-1, b=2$

488 0

489 1

490 -1

491 0

492 -1

493 1

5 연립이차방정식 111쪽 ~115쪽

494 □: $12, 4, 4, -1, 4, -1$

495 $x=3, y=1$

496 □: $4x-4, 3, 3, 3$

497 $x=3, y=4$

498 $x=3, y=4$

499 □: $1, 1, 2, 1, 2$

500 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases}$

501 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

502 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

503 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

504 □: $\mp\sqrt{5}i, \pm4, -\sqrt{5}i, \sqrt{5}i, 4, -4$

505 $\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$

506 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$

507 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2}i \\ y=2\sqrt{2}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2}i \\ y=-2\sqrt{2}i \end{cases}$

508 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$

509 □: $2, 4, 4, 2$

510 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

511 $\begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{matrix} x=5 \\ y=-3 \end{matrix}$

512 □: $14, 100, 8, 8, 8$

513 192 cm^2

514 □: $3, 3, -1, 3, 3, 0, 6, 4$

515 $\begin{cases} x=0 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$

516 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$

517 □: $3y, 3y, 1$

518 $x=2, y=3$

519 $x=\frac{1}{2}, y=1$

연산문제로 실전 능력 다지기 116쪽 ~ 117쪽

520 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

521 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$

522 $\begin{cases} x=-6 \\ y=10 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

523 $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-7 \\ y=4 \end{cases}$

524 $\begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=-\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

525 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=2\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-2\sqrt{2} \end{cases}$

526 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$

527 $\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$

528 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$

528 $\begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$

529 $\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

530 가로의 길이: 8 cm, 세로의 길이: 6 cm

531 $\begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$

532 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

533 $x=3, y=-1$

6 연립일차부등식 118쪽~124쪽

534 ×
535 ○
536 ×
537 ×
538 □: -3
539 $x\le 2$
540 $x>-1$
541 $x\ge -7$
542 □: $>$, $<$, 없다
543 (i) $a>1$일 때, $x<a+1$
(ii) $a<1$일 때, $x>a+1$
(iii) $a=1$일 때, 해는 없다.
544 (i) $a>1$일 때, $x\ge 1$
(ii) $a<1$일 때, $x\le 1$
(iii) $a=1$일 때, 해는 모든 실수이다.
545 (i) $a>-1$일 때, $x\le 2(a-1)$
(ii) $a<-1$일 때, $x\ge 2(a-1)$
(iii) $a=-1$일 때, 해는 모든 실수이다.
546 □: -3, -3, 3
547 $-\frac{5}{2}<x\le 4$
548 $x<\frac{5}{2}$
549 □: $2x-2$, 6, 3, 6, -4, 1, $1<x\le 3$
550 $x>1$
551 $8<x<12$
552 □: 4, $-6<x\le 4$
553 $x>5$
554 $0\le x<1$
555 □: 1, 2
556 $a=-14$
557 $a=-5$
558 □: 2, 5, 1, 없다
559 해는 없다.
560 해는 없다.
561 □: $a+4$, 1, -3
562 $a<-10$
563 $a\ge 13$
564 □: 4, 6
565 $a\ge 1$
566 $a>6$
567 □: -1, 0, -4, -3
568 $\frac{2}{3}\le a<1$
569 $4<a\le 7$
570 □: -5, 5, -2, 8
571 $x<-1$ 또는 $x>2$
572 $1\le x\le 4$
573 $x\le -4$ 또는 $x\ge 2$
574 □: -2, -2, 3, 3
575 $-1<x<5$
576 $x\le -\frac{2}{3}$
577 □: -4, -3, 0, 1, -4, 1
578 $x<-\frac{5}{2}$ 또는 $x>\frac{7}{2}$
579 $-4\le x\le 3$

연산문제로 실전 능력 다지기 125쪽~126쪽

580 ×
581 ×
582 ○
583 (i) $a>3$일 때, $x>\frac{a+2}{a-3}$
(ii) $a<3$일 때, $x<\frac{a+2}{a-3}$
(iii) $a=3$일 때, 해는 없다.
584 (i) $a>2$일 때, $x\ge a+2$
(ii) $a<2$일 때, $x\le a+2$
(iii) $a=2$일 때, 해는 모든 실수이다.
585 해는 없다.
586 $x=3$
587 $x\ge 5$
588 $a=4$
589 $a=\frac{1}{2}$
590 $a<10$
591 $a\le 7$
592 $3<a\le 5$
593 $2<x<8$
594 $x\le -\frac{2}{3}$ 또는 $x\ge 2$
595 $a=1$
596 $a=2$
597 $-1<x<1$
598 $-1<x<3$

7 이차부등식 127쪽~137쪽

599 □: 1, 2, $-$, $-$, $+$, $+$, $+$, $+$, 1, 2, -1, 2
600 $x\le -4$ 또는 $x\ge 2$
601 (1) □: -1, 2 (2) $-1\le x\le 2$
602 (1) $x<1$ 또는 $x>4$ (2) $1\le x\le 4$
603 (1) □: 1, 6 (2) $x<1$ 또는 $x>6$
604 (1) $-1\le x\le 3$ (2) $x\le -1$ 또는 $x\ge 3$
605 (1) $x<b$ 또는 $x>d$ (2) $b\le x\le d$
606 (1) $x\le 0$ 또는 $x\ge b$ (2) $0<x<b$
607 □: 3, 3
608 $-3<x<1$
609 $x\le -5$ 또는 $x\ge -3$
610 $1\le x\le 2$
611 $-6<x<3$
612 $x\le -2$ 또는 $x\ge \frac{1}{3}$
613 $x<-\sqrt{6}$ 또는 $x>\sqrt{6}$
614 $-2\le x\le 1$
615 $x\le -2$ 또는 $x\ge 6$
616 □: 3, 3
617 해는 없다.
618 해는 없다.
619 해는 모든 실수
620 해는 모든 실수
621 $x=\frac{1}{2}$
622 $x\ne 8$인 모든 실수
623 해는 없다.
624 $x=\frac{3}{2}$
625 □: 2, 1, 모든실수
626 해는 없다.
627 해는 없다.
628 해는 모든 실수
629 해는 모든 실수
630 해는 없다.
631 해는 모든 실수
632 해는 없다.
633 해는 없다.
634 □: 5, 6
635 $x^2+6x+8<0$
636 $x^2+2x-3\le 0$
637 $x^2-6x+5>0$
638 $x^2+3x-10\ge 0$
639 □: $<$, $<$, $<$, -2, 4
640 $a=2$, $b=-12$
641 $a=1$, $b=-8$
642 $a=-1$, $b=5$
643 □: $<$. $>$
644 $k>-\frac{3}{4}$
645 $-1<k<2$
646 $-2<k<6$
647 □: -3, $<$, $\le$
648 $\frac{1}{3}\le k\le 2$
649 $1\le k\le 2$
650 $-1\le k<2$
651 □: 2, 4
652 $1\le x\le 3$
653 $x\le -3$ 또는 $x>4$
654 □: 4, 5
655 $-3<x<1$ 또는 $2<x<6$
656 $-4<x\le -3$
657 $0\le x<\frac{1}{2}$
658 □: $\ge$
659 $k>3$
660 $-1\le k\le 4$
661 □: $\le$, $<$
662 $6<a\le 7$
663 $5\le a<6$
664 □: 2, 1, 1, 2
665 $0<k<1$
666 $1\le k\le 3$
667 □: -2, 2, 0, 3, 2, 3
668 $-1<k<2$
669 $1<k<2$
670 □: -4, 0, 0, 4, -4, 4

671 $-2\le x\le 2$
672 $-3<x<3$
673 □: 0, 3
674 $-1<x\le 4$
675 $-2\le x<3$

연산문제로 실전 능력 다지기 138쪽 ~ 139쪽

676 (1) $2<x<6$ 또는 $x>8$ (2) $x<2$ 또는 $6<x<8$
677 (1) $a<x<c$ (2) $x<a$ 또는 $c<x<d$ 또는 $x>d$
678 $x<-1$ 또는 $x>5$
679 $-1\le x\le 4$
680 $x=\sqrt{3}$
681 해는 없다.
682 $a=-11$, $b=12$
683 $a=-2$, $b=-2$
684 $a=2$, $b=-15$
685 $1<k<3$
686 $-4\le k\le 2$
687 $0\le k<4$
688 $-4<k\le -1$
689 $3<x\le 5$
690 $4<x\le 5$
691 $a\ge 5$
692 $4<a\le 5$
693 $0\le a\le 1$
694 $-2<x<1$ 또는 $1<x<2$
695 $-5\le x<-4$ 또는 $8<x\le 9$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기 140쪽 ~146쪽

696 ②
697 ③
698 0
699 25
700 5
701 -5
702 $-\frac{8}{5}$
703 11
704 -100
705 0
706 ④
707 ③
708 ③, ⑤
709 5
710 -12
711 -1
712 $\frac{1}{4}$
713 $\frac{10}{3}$
714 26
715 -6
716 ③
717 -3
718 $\frac{1}{2}$
719 1
720 2
721 -3
722 20
723 -4
724 5
725 80
726 -1
727 $a=-3$, $b=0$
728 -2
729 -3
730 -1
731 6
732 -2
733 10
734 8
735 15
736 2
737 6
738 4
739 $x<-1$ 또는 $-1<x<5$
740 5
741 $x<2$ 또는 $x>3$
742 9
743 5
744 5
745 2
746 3

Ⅲ. 경우의 수

1 경우의 수 148쪽~156쪽

001 □: 3
002 4
003 9
004 5
005 □: 2, 0, 4, 6
006 10
007 13
008 10
009 7
010 6
011 9
012 6
013 6
014 9
015 12
016 □: 8, 8
017 16
018 12
019 16
020 20
021 □: 6, 6, 4, 4, 2, 2, 3
022 5
023 3
024 16
025 8
026 6
027 □: 6, 6, 3, 3, 0, 0, 3
028 16
029 4
030 □: 3, 1, 3, 1, 1
031 3
032 (1) 36 (2) 20 (3) 9 (4) 2 (5) 67
033 □: 3, 9
034 15
035 12
036 40
037 90
038 □: 6, 9, 1, 5, 15
039 16
040 35
041 80
042 27
043 100
044 □: 2, 3, x, z, 2, 6
045 9
046 8
047 8
048 18
049 6
050 □: 3, 12
051 16
052 24
053 □: 3, 2, 6
054 6
055 8
056 4
057 6
058 9
059 □: 2, 3, 6
060 12
061 12
062 2
063 3
064 8
065 □: 2, 10, 10, 13
066 20
067 8
068 □: 2, 7
069 27
070 11
071 35
072 □: 2, 5, 6, 5
073 16
074 8
075 27
076 29
077 □: 3, 2, 2, 6
078 4
079 10
080 48
081 6
082 6
083 12
084 36
085 □: 4, 3, 2, 2, 2, 2, 48
086 108
087 48
088 84

연산문제로 실전 능력 다지기 157쪽~158쪽

089 17
090 14
091 10
092 18
093 27
094 8
095 9
096 12
097 24
098 10
099 18
100 12
101 8
102 35
103 23
104 12
105 5
106 27
107 20
108 48

2 순열 159쪽~164쪽

109 □: 1
110 4
111 30
112 6
113 □: $n-1$, $n-1$, 5
114 6
115 6
116 □: 3
117 2
118 4
119 □: 3, 4, 4
120 5
121 4
122 5
123 5
124 □: 2, ${}_6P_2$
125 ${}_8P_3$
126 ${}_5P_5$
127 ${}_6P_6$
128 ${}_9P_4$
129 ${}_{10}P_4$
130 □: 4, 4, 2, 12, 12, 48
131 30
132 12
133 300
134 144
135 108
136 □: 6, 6, 720
137 576
138 288
139 17280
140 8640
141 1728
142 □: 2, 12, 12, 72
143 12
144 144
145 1440
146 480
147 144
148 1440
149 3600
150 288
151 3
152 2
153 □: 4, 2, 4, 2, 12
154 3
155 24
156 6
157 36
158 24
159 1440
160 432
161 1440
162 720
163 576
164 1440
165 □: 7, 2, 4, 2, 12, 12, 30
166 96
167 2904
168 108
169 84
170 □: 3!, 3!, 14
171 dacb
172 24351
173 35412
174 60

연산문제로 실전 능력 다지기 165쪽 ~ 166쪽

175	210	176	120
177	4	178	5
179	4	180	6
181	7	182	10
183	10	184	144
185	72	186	144
187	120	188	960
189	1440	190	1440
191	4320	192	34번째
193	cabed	194	21403
195	42		

3 조합 167쪽~173쪽

196	□: 1	197	5
198	1	199	35
200	28	201	165
202	□: n, 8	203	6
204	7	205	5
206	□: 2×1, 210, 5, 5	207	7
208	5	209	□: 4, 10
210	8	211	6
212	□: $2r$, 4, 4	213	6 또는 7
214	□: 2×1, 20, 4, 5	215	8
216	4	217	5
218	5	219	□: 2, $_5C_2$
220	$_6C_3$	221	$_7C_3$
222	$_8C_2$	223	$_3C_2\times{}_3C_1$
224	$_5C_2\times{}_4C_1$	225	$_3C_1\times{}_4C_1\times{}_3C_1$
226	□: 2, 2, 10	227	4
228	36	229	8
230	□: 3, 3, 4	231	6
232	12	233	21
234	10	235	□: 165, 20, 145
236	135	237	95
238	136	239	110
240	200	241	2520
242	1800	243	1200
244	120	245	480
246	720	247	14400
248	5760	249	2880
250	288	251	288
252	□: 11, 11, 44	253	54
254	170	255	6
256	8	257	10
258	10	259	28
260	66	261	8
262	14	263	56
264	220	265	76
266	31	267	60
268	150	269	40
270	70		

연산문제로 실전 능력 다지기 174쪽 ~ 175쪽

271	8	272	6
273	4	274	6
275	5	276	10
277	60	278	5
279	81	280	1440
281	864	282	288
283	12	284	25
285	35	286	200
287	6		

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기 176쪽 ~178쪽

288	14	289	③
290	②	291	9
292	①	293	12
294	⑤	295	540
296	420	297	①
298	96	299	②
300	④	301	①
302	5	303	11
304	21	305	③
306	④	307	100

Ⅳ. 행렬

1 행렬과 그 연산 180쪽~187쪽

001 □: 5
002 5, 3
003 2
004 2
005 2, −1, 3
006 3, 5
007 −1
008 5
009 ×
010 ○
011 ○
012 ○
013 □: 2, 5, 2, 5, 7
014 6
015 9
016 24
017 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
018 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
019 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
020 $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
021 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
022 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
023 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
024 $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
025 □: 900, 500
026 $\begin{pmatrix} 900 & 900 & 600 \end{pmatrix}$
027 $\begin{pmatrix} 1000 \\ 900 \end{pmatrix}$
028 $\begin{pmatrix} 500 \\ 600 \end{pmatrix}$
029 $\begin{pmatrix} 1000 & 900 \\ 900 & 900 \end{pmatrix}$
030 0
031 1, 2
032 2
033 1, 1, 1
034 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
035 □: −1, 4
036 $a=1, b=3, c=-4, d=1$
037 $a=-4, b=-1, c=-3, d=-1$
038 $a=2, b=1, c=-3, d=0$
039 $a=3, b=2$
040 $a=2, b=3, c=0$
041 $a=2, b=1$
042 $a=1, b=2, c=-1$
043 $a=3, b=6, c=2$
044 □: 4, −4
045 $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$
046 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
047 $\begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$
048 □: 0, 4
049 $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
050 $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
051 $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$
052 $\begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$
053 $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
054 □: 9, −7
055 $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$
056 $\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -13 & 6 \end{pmatrix}$
057 $\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
058 $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$
059 □: 3, 3, −12
060 $\begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$
061 $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
062 □: −2, −4
063 $\begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$
064 $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
065 $\begin{pmatrix} -10 & -10 \\ 22 & -8 \end{pmatrix}$
066 $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
067 $\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
068 □: $2A$, −2, −2
069 $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$
070 $\begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$
071 $\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
072 $\begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & -1 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$
073 □: 4, 2, 2, 1
074 $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
075 $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$
076 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
077 $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
078 $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$
079 □: 5, 0, 5, 0, 2
080 $x=2, y=1, a=5$
081 $x=3, y=1$
082 1

연산문제로 실전 능력 다지기 188쪽 ~ 189쪽

083 −1, 3
084 3, a, −2
085 −2
086 2
087 −1
088 $\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$
089 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$
090 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
091 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
092 $a=1, b=2, c=-3, d=4$
093 $a=3, b=1, c=-3, d=4$
094 $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$
095 $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 8 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$
096 $\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$
097 $\begin{pmatrix} -11 & -16 \\ 14 & -6 \end{pmatrix}$
098 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$
099 $\begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$
100 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$
101 $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$
102 $\begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$
103 $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$
104 $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

2 행렬의 곱셈 190쪽~198쪽

105 □: −2, 0, 2
106 $\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$
107 $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
108 $\begin{pmatrix} -2 \end{pmatrix}$
109 □: 0, 2, 3, 2, −1
110 $\begin{pmatrix} 9 & 2 \end{pmatrix}$
111 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$
112 $\begin{pmatrix} 2 & -6 \end{pmatrix}$
113 □: 5, 2 / 10, 4
114 $\begin{pmatrix} 15 & -12 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$
115 $\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 7 & -21 \end{pmatrix}$
116 □: 2, 1 / 0, −2
117 $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$
118 $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
119 $x=1, y=3$
120 $x=2, y=-1$
121 $x=1, y=1$
122 □: 2, 2, 8, −1
123 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & -9 \end{pmatrix}$
124 $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$

125 $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

126 $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

127 $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

128 □: -3, -1

129 $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

130 $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$

131 $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$

132 $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

133 □: 1, 1, 1, 0, -1, 3

134 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

135 $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$

136 $\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$

137 $\begin{pmatrix} -17 & -9 \\ 3 & 15 \end{pmatrix}$

138 □: $2y$, y, 2, 2

139 $x=-1$, $y=-2$

140 $x=1$, $y=-2$

141 $x=2$, $y=3$

142 □: -2, -2, -3, -5

143 $\begin{pmatrix} 3 & -12 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

144 $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

145 $\begin{pmatrix} 2 & -15 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

146 $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

147 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

148 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

149 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

150 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

151 $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -30 & 3 \end{pmatrix}$

152 10

153 □: 4, 4, -4

154 $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$

155 $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

156 $\begin{pmatrix} -1 & 9 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

157 □: -1, 1

158 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -9 & -1 \end{pmatrix}$

159 $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$

160 □: 3, 5, 4, -4

161 $\begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}$

162 $\begin{pmatrix} 9 \\ -13 \end{pmatrix}$

163 □: BC, CB

164 $A^2-AB+BA-B^2$

165 $A^2+AB+BA+B^2$

166 $A^2-AB-BA+B^2$

167 $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

168 $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

169 $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

170 □: 2, 2, 4

171 $\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -12 & 1 \end{pmatrix}$

172 $\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

173 $\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 6 & 13 \end{pmatrix}$

174 $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$

175 □: O, BA

176 $x=1$

177 $\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

178 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

179 □: A, 3, 2

180 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

181 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

182 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

183 ×

184 ○

185 ○

186 ○

187 ×

188 □: $-A$, $-A$, $-E$

189 $-A+E$

190 O

191 $-2E$

192 □: $-2-p$, -2, 1

193 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

194 $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

195 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

연산문제로 실전 능력 다지기 199쪽 ~ 201쪽

196 $\begin{pmatrix} 12 & 3 \end{pmatrix}$

197 $\begin{pmatrix} 8 & -3 \end{pmatrix}$

198 $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 14 & -6 \end{pmatrix}$

199 $\begin{pmatrix} -16 \\ -10 \end{pmatrix}$

200 $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

201 $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

202 $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

203 $\begin{pmatrix} 8 & -6 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$

204 $\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

205 $\begin{pmatrix} -4 & -16 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$

206 $\begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix}$

207 $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

208 $\begin{pmatrix} 19 \\ -26 \end{pmatrix}$

209 $\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

210 $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

211 $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

212 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

213 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

214 $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

215 $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

216 $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

217 $x=0$

218 $\begin{pmatrix} 16 & 0 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$

219 $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

220 $\begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

221 $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

222 $\begin{pmatrix} 3 & -11 \\ 11 & 3 \end{pmatrix}$

223 E

224 $A+E$

225 $2E$

226 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -10 & 2 \end{pmatrix}$

227 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -12 & 1 \end{pmatrix}$

228 $n=10$

229 $p=-1$, $q=-1$

230 $\begin{pmatrix} -5 & 20 \\ -4 & 15 \end{pmatrix}$

231 $\begin{pmatrix} -4 & 10 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기 202쪽 ~203쪽

232 ⑤

233 ①

234 2

235 ③

236 0

237 ①

238 ②

239 $a=-2$, $x=-2$, $y=1$

240 ②

241 3

242 -16

243 2

244 ②

245 ⑤

246 4

247 8

I
다항식

1 다항식의 연산 6쪽~22쪽

001 □: $2x^2$

002 $3x^3+x^2-5x+2$

003 $-x^2+(3y+1)x+2y^2-5$

004 □: 2

005 $4-5x+2x^2+x^3$

006 $-2y-yx+3x^2+x^3$

007 □: 5

008 $3x-y+1$

009 $x+4y+1-(y+3x-2)=x+4y+1-y-3x+2$
$=-2x+3y+3$

010 $(2x-y+3)-3(x-2y+1)=2x-y+3-3x+6y-3$
$=-x+5y$

011 $4x+5-\{x-3(x-2)-4\}$
$=4x+5-(x-3x+6-4)$
$=4x+5-(-2x+2)$
$=4x+5+2x-2$
$=6x+3$

012 $(x^2-x+5)+(2x^2+3x+1)=3x^2+2x+6$

013 $(x^3-x^2+1)+(4x^3-2x^2+3x+2)=5x^3-3x^2+3x+3$

014 $(2x^2+x+6)-(x^2-x-2)=2x^2+x+6-x^2+x+2$
$=x^2+2x+8$

015 $(x^3-2x^2-5)-(-3x^3-4x^2+x-7)$
$=x^3-2x^2-5+3x^3+4x^2-x+7$
$=4x^3+2x^2-x+2$

016 □: $2x^2-x+1$, $2x$, $4x$

017 $A+2(A-B)=3A-2B$
$=3(x^2+2x-3)-2(2x^2-x+1)$
$=3x^2+6x-9-4x^2+2x-2$
$=-x^2+8x-11$

018 $3A+2(B-A)=A+2B$
$=(x^2+2x-3)+2(2x^2-x+1)$
$=x^2+2x-3+4x^2-2x+2$
$=5x^2-1$

019 $(A+2B)-(3A+3B)=-2A-B$
$=-2(x^2+2x-3)-(2x^2-x+1)$
$=-2x^2-4x+6-2x^2+x-1$
$=-4x^2-3x+5$

020 $B-(2A+4B)$
$=-2A-3B$
$=-2(-x^2-2xy+y^2)-3(3x^2+5xy-y^2)$
$=2x^2+4xy-2y^2-9x^2-15xy+3y^2$
$=-7x^2-11xy+y^2$

021 $2(A-2B)-3(A-2B)$
$=-A+2B$
$=-(-x^2-2xy+y^2)+2(3x^2+5xy-y^2)$
$=x^2+2xy-y^2+6x^2+10xy-2y^2$
$=7x^2+12xy-3y^2$

022 $-(4B+A)+2(A+3B)$
$=A+2B$
$=(-x^2-2xy+y^2)+2(3x^2+5xy-y^2)$
$=-x^2-2xy+y^2+6x^2+10xy-2y^2$
$=5x^2+8xy-y^2$

023 $A+B-C$
$=(x^2+3x-1)+(-3x^2-5x+2)-(-x^2+2x-7)$
$=x^2+3x-1-3x^2-5x+2+x^2-2x+7$
$=-x^2-4x+8$

024 $A-2B+3C$
$=(x^2+3x-1)-2(-3x^2-5x+2)+3(-x^2+2x-7)$
$=x^2+3x-1+6x^2+10x-4-3x^2+6x-21$
$=4x^2+19x-26$

025 $2B-(A-C)$
$=-A+2B+C$
$=-(x^2+3x-1)+2(-3x^2-5x+2)+(-x^2+2x-7)$
$=-x^2-3x+1-6x^2-10x+4-x^2+2x-7$
$=-8x^2-11x-2$

026 □: $-2x^2+2xy-4y^2$, $-x^2+xy-2y^2$

027 $A-3X=-B$에서

$3X=A+B$

$=(-x^2+2xy+6y^2)+(4x^2-5xy+3y^2)$

$=3x^2-3xy+9y^2$

$\therefore X=\frac{1}{3}(3x^2-3xy+9y^2)=x^2-xy+3y^2$

028 $X+3(A-B)=2A$에서

$X=2A-3(A-B)$

$=-A+3B$

$=-(3x^2+2xy-4y^2)+3(x^2-xy+y^2)$

$=-3x^2-2xy+4y^2+3x^2-3xy+3y^2$

$=-5xy+7y^2$

029 □: x^8, x^{14}

030 $6x^3y^6\times 3x^2y^4=18x^5y^{10}$

031 $(-3xy)\times(2xy)^3=(-3xy)\times 8x^3y^3$

$=-24x^4y^4$

032 $5xy^3\times(-2xy)^2=5xy^3\times 4x^2y^2=20x^3y^5$

033 $(-a^2b)^4\times 2a^3b^2=a^8b^4\times 2a^3b^2=2a^{11}b^6$

034 $(-2ab^2)^3\times(3a^2b^4)^2=(-8a^3b^6)\times 9a^4b^8$

$=-72a^7b^{14}$

035 □: $2a^2b^3$

036 $(a+2b)(2a-b)=2a^2-ab+4ab-2b^2$

$=2a^2+3ab-2b^2$

037 $(3a+2b)(a-3ab+2b)$

$=3a^2-9a^2b+6ab+2ab-6ab^2+4b^2$

$=3a^2-9a^2b+8ab-6ab^2+4b^2$

038 $(2x^2-x+1)(3x-1)=6x^3-2x^2-3x^2+x+3x-1$

$=6x^3-5x^2+4x-1$

039 $(2x^2+xy-y^2)(x-2y)$

$=2x^3-4x^2y+x^2y-2xy^2-xy^2+2y^3$

$=2x^3-3x^2y-3xy^2+2y^3$

040 $(x^2+3)(x^2-2x-4)=x^4-2x^3-4x^2+3x^2-6x-12$

$=x^4-2x^3-x^2-6x-12$

041 □: 1

042 $(x-2y)(3x^2-4xy+y^2)$의 전개식에서

x^2y항은 $-4x^2y-6x^2y=-10x^2y$

따라서 x^2y의 계수는 -10

043 $(3x^2-x+2)^2=(3x^2-x+2)(3x^2-x+2)$의 전개식에서

x^2항은 $6x^2+x^2+6x^2=13x^2$

따라서 x^2의 계수는 13

044 $(x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3)(x-y)$의 전개식에서

x^3y항은 $-x^3y+6x^3y=5x^3y$

따라서 x^3y의 계수는 5

045 □: 3, $12x$

046 $\left(2x+\frac{1}{4}y\right)^2=4x^2+xy+\frac{1}{16}y^2$

047 $(2x-3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$

048 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=x^2-x+\frac{1}{4}$

049 $(x-2y)(x+2y)=x^2-4y^2$

050 $(3x+y)(-3x+y)=-(3x+y)(3x-y)$

$=-(9x^2-y^2)$

$=-9x^2+y^2$

051 $(x-2y)(x+4y)=x^2+(-2+4)xy-8y^2$

$=x^2+2xy-8y^2$

052 $(4x-3y)(x+2y)=4x^2+\{4\times 2+(-3)\times 1\}xy-6y^2$

$=4x^2+5xy-6y^2$

053 □: 2, 2^2, 2^3, $12x$

054 $(3x+1)^3=(3x)^3+3\times(3x)^2\times 1+3\times 3x\times 1^2+1^3$

$=27x^3+27x^2+9x+1$

055 $(2x+3y)^3=(2x)^3+3\times(2x)^2\times 3y+3\times 2x\times(3y)^2+(3y)^3$

$=8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$

056 $\left(3x+\frac{1}{3}y\right)^3$

$=(3x)^3+3\times(3x)^2\times\frac{1}{3}y+3\times 3x\times\left(\frac{1}{3}y\right)^2+\left(\frac{1}{3}y\right)^3$

$=27x^3+9x^2y+xy^2+\frac{1}{27}y^3$

057 $(x-4)^3=x^3-3\times x^2\times 4+3\times x\times 4^2-4^3$
$=x^3-12x^2+48x-64$

058 $(3x-2)^3$
$=(3x)^3-3\times(3x)^2\times 2+3\times 3x\times 2^2-2^3$
$=27x^3-54x^2+36x-8$

059 $(x-2y)^3=x^3-3\times x^2\times 2y+3\times x\times(2y)^2-(2y)^3$
$=x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$

060 $(3x-y)^3=(3x)^3-3\times(3x)^2\times y+3\times 3x\times y^2-y^3$
$=27x^3-27x^2y+9xy^2-y^3$

061 □: 1, 1, 1

062 $(3x+1)(9x^2-3x+1)=(3x+1)\{(3x)^2-3x\times 1+1^2\}$
$=(3x)^3+1^3=27x^3+1$

063 $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$
$=(2a+3b)\{(2a)^2-2a\times 3b+(3b)^2\}$
$=(2a)^3+(3b)^3=8a^3+27b^3$

064 $(x-2)(x^2+2x+4)=x^3-2^3=x^3-8$

065 $(2x-1)(4x^2+2x+1)=(2x)^3-1^3=8x^3-1$

066 $(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)=(2a)^3-b^3=8a^3-b^3$

067 □: $3c$, $3c$, $3c$, $9c^2$, $12bc$, $6ca$

068 $(a+b-c)^2=\{a+b+(-c)\}^2$
$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$

069 $(x+y-2z)^2=\{x+y+(-2z)\}^2$
$=x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz-4zx$

070 $(3x-2y+z)^2=\{3x+(-2y)+z\}^2$
$=9x^2+4y^2+z^2-12xy-4yz+6zx$

071 $(x-3y-2z)^2=\{x+(-3y)+(-2z)\}^2$
$=x^2+9y^2+4z^2-6xy+12yz-4zx$

072 □: $2c$, $2c$, $2c$, $6abc$

073 $(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$
$=a^3+b^3+(-c)^3-3\times a\times b\times(-c)$
$=a^3+b^3-c^3+3abc$

074 $(x+y+2)(x^2+y^2-xy-2x-2y+4)$
$=(x+y+2)(x^2+y^2+2^2-xy-2y-2x)$
$=x^3+y^3+2^3-3\times x\times y\times 2$
$=x^3+y^3-6xy+8$

075 $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$=x^3+y^3+(-1)^3-3\times x\times y\times(-1)$
$=x^3+y^3+3xy-1$

076 □: $2x^3$, x^2, $2x^3$, $4x^2$

077 $(a-b+c)(a-b-c)$에서 $a-b=t$로 치환하면
$(a-b+c)(a-b-c)=(t+c)(t-c)$
$=t^2-c^2$
$=(a-b)^2-c^2$ ← $t=a-b$를 대입
$=a^2+b^2-c^2-2ab$

078 $(-x-y+3)(x+y+3)=-(x+y-3)(x+y+3)$에서
$x+y=t$로 치환하면
$-(x+y-3)(x+y+3)=-(t-3)(t+3)$
$=-t^2+9$
$=-(x+y)^2+9$ ← $t=x+y$를 대입
$=-(x^2+2xy+y^2)+9$
$=-x^2-2xy-y^2+9$

079 □: 10, 25, 10, 35

080 $x(x-1)(x+3)(x-4)$
$=(x^2-x)(x^2-x-12)$
$=t(t-12)$ ← $x^2-x=t$로 치환
$=t^2-12t$
$=(x^2-x)^2-12(x^2-x)$ ← $t=x^2-x$를 대입
$=x^4-2x^3+x^2-12x^2+12x$
$=x^4-2x^3-11x^2+12x$

081 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)$
$=(t-2)(t-12)$ ← $x^2+x=t$로 치환
$=t^2-14t+24$
$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$ ← $t=x^2+x$를 대입
$=x^4+2x^3+x^2-14x^2-14x+24$
$=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$

082 (1) □: $2ab$, -1
(2) □: $a+b$, 2^2, 8

083 (1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(-3)^2-2\times 2=5$
(2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=(-3)^2-4\times 2=1$

084 (1) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=5^2+2\times2=29$

(2) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=5^2+4\times2=33$

085 (1) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(-2)^2+2\times3=10$

(2) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=(-2)^2+4\times3=16$

086 (1) $\square$: $a+b$, 4, 40

(2) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=5^3-3\times3\times5=80$

(3) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=1^3-3\times(-2)\times1=7$

087 (1) $\square$: 2, 2, 2, $x+y$, 3, 9

(2) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$6=2^2-2xy \qquad \therefore xy=-1$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=2^3-3\times(-1)\times2=14$

(3) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$21=5^2-2xy \qquad \therefore xy=2$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=5^3-3\times2\times5=95$

088 (1) $\square$: $a-b$, 3, 36

(2) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

$=(-1)^3+3\times(-5)\times(-1)$

$=14$

(3) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

$=(-4)^3+3\times3\times(-4)$

$=-100$

089 (1) $\square$: 2, 2, 1, $x-y$, -3, -36

(2) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로

$6=(-2)^2+2xy \qquad \therefore xy=1$

$\therefore x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=(-2)^3+3\times1\times(-2)$

$=-14$

(3) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로

$14=(-4)^2+2xy \qquad \therefore xy=-1$

$\therefore x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=(-4)^3+3\times(-1)\times(-4)$

$=-52$

090 $\square$: 1, $x+y$, 1, 52

091 $x+y=2\sqrt{2}$, $xy=-2$이므로

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=(2\sqrt{2})^3-3\times(-2)\times2\sqrt{2}$

$=28\sqrt{2}$

092 $x-y=2$, $xy=2$이므로

$x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=2^3+3\times2\times2=20$

093 $x-y=2\sqrt{2}$, $xy=-1$이므로

$x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=(2\sqrt{2})^3+3\times(-1)\times2\sqrt{2}$

$=10\sqrt{2}$

094 $\square$: 2, 2, 2

095 $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4=3^2-4=5$

096 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=(-3)^2+2=11$

097 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4=1^2+4=5$

098 $\square$: 3, 3, 18

099 $a^3+\frac{1}{a^3}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=(-2)^3-3\times(-2)$

$=-2$

100 $a^3+\frac{1}{a^3}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=\left(\frac{5}{2}\right)^3-3\times\frac{5}{2}=\frac{65}{8}$

101 $a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=4^3+3\times4=76$

102 $a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=3^3+3\times3=36$

103 $a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(-5)^3+3\times(-5)$

$=-140$

104 (1) $\square$: 3, 3, 7

(2) $x+\frac{1}{x}=3$이므로

$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=3^3-3\times3=18$

105 $x\neq0$이므로 $x^2-4x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-4+\dfrac{1}{x}=0 \quad \therefore x+\dfrac{1}{x}=4$

(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=4^2-2=14$

(2) $x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=4^3-3\times4=52$

106 $x\neq0$이므로 $x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5+\dfrac{1}{x}=0 \quad \therefore x+\dfrac{1}{x}=5$

(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=5^2-2=23$

(2) $x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=5^3-3\times5=110$

107 $x\neq0$이므로 $x^2-x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-1-\dfrac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\dfrac{1}{x}=1$

(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=1^2+2=3$

(2) $x^3-\dfrac{1}{x^3}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\dfrac{1}{x}\right)=1^3+3\times1=4$

108 $x\neq0$이므로 $x^2-3x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-3-\dfrac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\dfrac{1}{x}=3$

(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3^2+2=11$

(2) $x^3-\dfrac{1}{x^3}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\dfrac{1}{x}\right)=3^3+3\times3=36$

109 $x\neq0$이므로 $x^2-2x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-2-\dfrac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\dfrac{1}{x}=2$

(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=2^2+2=6$

(2) $x^3-\dfrac{1}{x^3}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\dfrac{1}{x}\right)=2^3+3\times2=14$

110 (1) □: $ab+bc+ca$, 2, 5

(2) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
$=3^2-2\times(-1)=11$

(3) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
$=(-2)^2-2\times(-1)=6$

(4) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
$=2^2-2\times(-2)=8$

111 (1) □: $ab+bc+ca$, 6, -1

(2) □: -1, 8

112 (1) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에서

$11=5^2-2(ab+bc+ca) \quad \therefore ab+bc+ca=7$

(2) $a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=5(11-7)+3\times4=32$

113 (1) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
$=3^2-2\times2=5$

(2) $a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=3(5-2)+3\times(-3)=0$

114 (1) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
$=4^2-2\times1=14$

(2) $a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=4(14-1)+3\times(-6)=34$

115 □: 200, 39951

116 $100=a$로 놓으면

$101\times(10000-100+1)-99$
$=(a+1)(a^2-a+1)-(a-1)$
$=(a^3+1)-(a-1)=a^3-a+2$
$=100^3-100+2=999902$

117 주어진 식에 $(2-1)$을 곱하면

(주어진 식)$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(24+1)$
$=(2^2-1)(2^2+1)(24+1)$
$=(24-1)(24+1)$
$=28-1=255$

118 주어진 식에 $2\left(1-\dfrac{1}{2}\right)$을 곱하면

(주어진 식)$=2\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^4}\right)$
$=2\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^4}\right)$
$=2\left(1-\dfrac{1}{2^4}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^4}\right)$
$=2\left(1-\dfrac{1}{2^8}\right)$
$=\dfrac{255}{128}$

119 □: $2b$

120 $(6x^2yz-15xz)\div3xz=2xy-5$

121 $(2ab^2-4a^2b+6a)\div(-2a)=-b^2+2ab-3$

122 $(12a^2bc^2-9ab^2c+24abc^3)\div3abc=4ac-3b+8c^2$

123 $(4xy+xy^2-2x^2y)\div\left(-\frac{1}{3}xy\right)$

$=(4xy+xy^2-2x^2y)\times\left(-\frac{3}{xy}\right)$

$=6x-3y-12$

124 $(a^4b^3-3a^2b^4)\div\left(-\frac{1}{2}ab^2\right)^2=(a^4b^3-3a^2b^4)\div\frac{1}{4}a^2b^4$

$=(a^4b^3-3a^2b^4)\times\frac{4}{a^2b^4}$

$=\frac{4a^2}{b}-12$

125 □: $2x-7$, 10

126

$$\begin{array}{r}
-x+4 \\
x+2\,\overline{)\,-x^2+2x+5} \\
\underline{-x^2-2x} \\
4x+5 \\
\underline{4x+8} \\
-3
\end{array}$$

$\therefore -x^2+2x+5=(x+2)(-x+4)-3$

127

$$\begin{array}{r}
x^2+4x+3 \\
x-1\,\overline{)\,x^3+3x^2-x+2} \\
\underline{x^3-x^2} \\
4x^2-x+2 \\
\underline{4x^2-4x} \\
3x+2 \\
\underline{3x-3} \\
5
\end{array}$$

$\therefore x^3+3x^2-x+2=(x-1)(x^2+4x+3)+5$

128

$$\begin{array}{r}
2x^2+x+3 \\
x-2\,\overline{)\,2x^3-3x^2+x-3} \\
\underline{2x^3-4x^2} \\
x^2+x-3 \\
\underline{x^2-2x} \\
3x-3 \\
\underline{3x-6} \\
3
\end{array}$$

$\therefore 2x^3-3x^2+x-3=(x-2)(2x^2+x+3)+3$

129 □: 1, $-2x^2-x-2$, $-4x+4$, $2x-1$, $-4x+4$

130

$$\begin{array}{r}
x-1 \\
x^2-2x-1\,\overline{)\,x^3-3x^2+x-3} \\
\underline{x^3-2x^2-x} \\
-x^2+2x-3 \\
\underline{-x^2+2x+1} \\
-4
\end{array}$$

$\therefore x^3-3x^2+x-3=(x^2-2x-1)(x-1)-4$

131

$$\begin{array}{r}
2x+1 \\
x^2+1\,\overline{)\,2x^3+x^2-x+1} \\
\underline{2x^3+2x} \\
x^2-3x+1 \\
\underline{x^2+1} \\
-3x
\end{array}$$

$\therefore 2x^3+x^2-x+1=(x^2+1)(2x+1)-3x$

132 □: $x+2$, $3x-1$, $3x-1$, $2x$, 1

133 $A=(x^2+x-2)(2x+2)+2x+3$

$=2x^3+2x^2+2x^2+2x-4x-4+2x+3$

$=2x^3+4x^2-1$

134 $A=(x^2+1)(2x+1)-3x-2$

$=2x^3+x^2+2x+1-3x-2$

$=2x^3+x^2-x-1$

135 □: 2, 3, 4, -3, -2

$\therefore$ 몫: x^2-3x-3, 나머지: -2

136

$$\begin{array}{r|rrrr}
-3 & 2 & 3 & -2 & 5 \\
 & & -6 & 9 & -21 \\
\hline
 & 2 & -3 & 7 & \multicolumn{1}{|r}{-16}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: $2x^2-3x+7$, 나머지: -16

137 □: 1, 0, 1, 5

$\therefore$ 몫: $2x^2+2x+1$, 나머지: 5

138

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 4 & -1 & 0 & 2 \\
 & & -4 & 5 & -5 \\
\hline
 & 4 & -5 & 5 & \multicolumn{1}{|r}{-3}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: $4x^2-5x+5$, 나머지: -3

139

$$\begin{array}{r|rrrr}
-2 & 3 & 0 & -2 & 0 \\
 & & -6 & 12 & -20 \\
\hline
 & 3 & -6 & 10 & \multicolumn{1}{|r}{-20}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: $3x^2-6x+10$, 나머지: -20

140

$$\begin{array}{r|rrrrr}
2 & 1 & -3 & 0 & 5 & 0 \\
 & & 2 & -2 & -4 & 2 \\
\hline
 & 1 & -1 & -2 & 1 & \multicolumn{1}{|r}{2}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: x^3-x^2-2x+1, 나머지: 2

141 □: x^2-2, 3

$\therefore$ 몫: x^2-2, 나머지: -3

142

$$\begin{array}{r|rrrr}
\frac{1}{3} & 3 & 2 & -1 & 1 \\
 & & 1 & 1 & 0 \\
\hline
 & 3 & 3 & 0 & \multicolumn{1}{|r}{1}
\end{array}$$

$$3x^3+2x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{3}\right)(3x^2+3x)+1$$
$$=3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x^2+x)+1$$
$$=(3x-1)(x^2+x)+1$$
$\therefore$ 몫: x^2+x, 나머지: 1

143

-2	1	0	-2	1
		-2	4	-4
	1	-2	2	$\boxed{-3}$

$$x^3-2x+1=(x+2)(x^2-2x+2)-3$$
$$=2(x+2)\left(\frac{1}{2}x^2-x+1\right)-3$$
$$=(2x+4)\left(\frac{1}{2}x^2-x+1\right)-3$$
$\therefore$ 몫: $\frac{1}{2}x^2-x+1$, 나머지: -3

144 □: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$

$\therefore$ 몫: $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지: R

145 $f(x)=\left(x+\frac{2}{3}\right)Q(x)+R=\frac{1}{3}(3x+2)Q(x)+R$
$$=(3x+2)\times\frac{1}{3}Q(x)+R$$
$\therefore$ 몫: $\frac{1}{3}Q(x)$, 나머지: R

146 $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)Q(x)+R=\frac{1}{2}(2x-3)Q(x)+R$
$$=(2x-3)\times\frac{1}{2}Q(x)+R$$
$\therefore$ 몫: $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지: R

연산문제로 실전 능력 다지기 23쪽~25쪽

147 $2A+3B=2(4x^3-2x^2+5)+3(2x^3-7x^2+3x+1)$
$$=8x^3-4x^2+10+6x^3-21x^2+9x+3$$
$$=14x^3-25x^2+9x+13$$

148 $3A-2(A-B)=3A-2A+2B$
$$=A+2B$$
$$=(4x^3-2x^2+5)+2(2x^3-7x^2+3x+1)$$
$$=4x^3-2x^2+5+4x^3-14x^2+6x+2$$
$$=8x^3-16x^2+6x+7$$

149 $A-2B+C$
$$=(4x^3-2x^2+5)-2(2x^3-7x^2+3x+1)+(x^3-x^2+2)$$
$$=4x^3-2x^2+5-4x^3+14x^2-6x-2+x^3-x^2+2$$
$$=x^3+11x^2-6x+5$$

150 $(A+C)-(B+2C)$
$$=A+C-B-2C$$
$$=A-B-C$$
$$=(4x^3-2x^2+5)-(2x^3-7x^2+3x+1)-(x^3-x^2+2)$$
$$=4x^3-2x^2+5-2x^3+7x^2-3x-1-x^3+x^2-2$$
$$=x^3+6x^2-3x+2$$

151 $3A+X=B$에서
$$X=-3A+B$$
$$=-3(x^2+2xy-y^2)+(x^2-xy-5y^2)$$
$$=-3x^2-6xy+3y^2+x^2-xy-5y^2$$
$$=-2x^2-7xy-2y^2$$

152 $3(X+2A)=B$에서 $3X+6A=B$이므로
$$3X=-6A+B$$
$$=-6(x^3-3x^2+x-4)+(3x^2-9x+6)$$
$$=-6x^3+18x^2-6x+24+3x^2-9x+6$$
$$=-6x^3+21x^2-15x+30$$
$\therefore X=-2x^3+7x^2-5x+10$

153 $A+4(X+C)=2B$에서 $A+4X+4C=2B$이므로
$$4X=-A+2B-4C$$
$$=-(2x^3-4x^2+6)+2(5x^3-2x+1)-4(3x^3-4x^2-3x)$$
$$=-2x^3+4x^2-6+10x^3-4x+2-12x^3+16x^2+12x$$
$$=-4x^3+20x^2+8x-4$$
$\therefore X=-x^3+5x^2+2x-1$

154 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$
$$=(a^4-1)(a^4+1)$$
$$=a^8-1$$

155 $(3x-4y)^3=27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$

156 $(x-3)(x^2+3x+9)=x^3-3^3=x^3-27$

157 $(x-2y+1)^2=x^2+4y^2-4xy+2x-4y+1$

158 $(x+y+2z)(x^2+y^2+4z^2-xy-2yz-2zx)$
$$=x^3+y^3+(2z)^3-3\times x\times y\times 2z$$
$$=x^3+y^3+8z^3-6xyz$$

159 $(x^3+3x^2-x+4)(-2x^2+2x-5)$의 전개식에서
x^3항은 $-5x^3+6x^3+2x^3=3x^3$
따라서 x^3의 계수는 3

160 $(1+x+x^2+x^3)^2=(1+x+x^2+x^3)(1+x+x^2+x^3)$의 전개식에서 x^2항은 $x^2+x^2+x^2=3x^2$
따라서 x^2의 계수는 3

161 $(x-2y)^3(x+y)=(x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3)(x+y)$의 전개식에서 x^3y항은 $x^3y-6x^3y=-5x^3y$
따라서 x^3y의 계수는 -5

162 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서
$5=(-1)^2-2ab \qquad \therefore ab=-2$
$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$에서
$5=(a-b)^2+2\times(-2)$, $(a-b)^2=9$
$\therefore a-b=3$ ($\because a>b$)

163 $a-b=3$, $ab=-2$이므로
$$\begin{aligned}a^3-b^3&=(a-b)^3+3ab(a-b)\\&=3^3+3\times(-2)\times3\\&=9\end{aligned}$$

164 $a+b=-1$, $a-b=3$, $a^2+b^2=5$이므로
$$\begin{aligned}a^4-b^4&=(a^2-b^2)(a^2+b^2)\\&=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)\\&=3\times(-1)\times5\\&=-15\end{aligned}$$

165 $a+b=2\sqrt{3}$, $ab=2$이므로
$$\begin{aligned}a^3+b^3&=(a+b)^3-3ab(a+b)\\&=(2\sqrt{3})^3-3\times2\times2\sqrt{3}\\&=12\sqrt{3}\end{aligned}$$

166 $a-b=4$, $ab=1$이므로
$$\begin{aligned}a^3-b^3&=(a-b)^3+3ab(a-b)\\&=4^3+3\times1\times4\\&=76\end{aligned}$$

167 $a+b=4$, $ab=1$이므로
$$\begin{aligned}\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}&=\frac{a^3+b^3}{ab}\\&=\frac{(a+b)^3-3ab(a+b)}{ab}\\&=\frac{4^3-3\times1\times4}{1}\\&=52\end{aligned}$$

168 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=(-1)^2+2=3$

169 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=(-1)^2+4=5$
$\therefore x+\dfrac{1}{x}=\sqrt{5}$ ($\because 0<x<1$)

170
$$\begin{aligned}x^3-\frac{1}{x^3}&=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)\\&=(-1)^3+3\times(-1)\\&=-4\end{aligned}$$

171 $x\neq0$이므로 $x^2+3x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x+3+\dfrac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\dfrac{1}{x}=-3$
$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=(-3)^2-2=7$

172 $x+\dfrac{1}{x}=-3$이므로
$$\begin{aligned}&x^3+x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}\\&=\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)+\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)\\&=\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)\right\}+\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right\}+\left(x+\frac{1}{x}\right)\\&=\{(-3)^3-3\times(-3)\}+\{(-3)^2-2\}+(-3)\\&=-18+7-3\\&=-14\end{aligned}$$

173 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$에서
$12=2^2-2(ab+bc+ca)$
$\therefore ab+bc+ca=-4$

174
$$\begin{aligned}a^3+b^3+c^3&=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc\\&=2\{12-(-4)\}+3\times2\\&=38\end{aligned}$$

175 $(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$에서
$(-4)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2\times2\times2$
$\therefore a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=8$

176 주어진 식의 좌변에 $\dfrac{1}{3}(2^2-1)$을 곱하면
$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\\&=\frac{1}{3}(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)\\&=\frac{1}{3}(2^8-1)(2^8+1)\\&=\frac{2^{16}-1}{3}\end{aligned}$$
$\therefore m=3$, $n=16$

177 주어진 식의 좌변에 $\frac{1}{8}(9-1)$을 곱하면

$$\begin{aligned}&\frac{1}{8}(9-1)(9+1)(9^2+1)(9^4+1)(9^8+1)\\&=\frac{1}{8}(9^2-1)(9^2+1)(9^4+1)(9^8+1)\\&=\frac{1}{8}(9^4-1)(9^4+1)(9^8+1)\\&=\frac{1}{8}(9^8-1)(9^8+1)\\&=\frac{1}{8}(9^{16}-1)\\&=\frac{3^{32}-1}{8}\end{aligned}$$

$\therefore m=8, n=32$

178

$$\begin{array}{r|l}
 & 2x\ +5 \\ \cline{2-2}
x^2-2x+3 & 2x^3+\ x^2-\ 3x+\ 1 \\
 & 2x^3-4x^2+\ 6x \\ \cline{2-2}
 & \qquad 5x^2-\ 9x+\ 1 \\
 & \qquad 5x^2-10x+15 \\ \cline{2-2}
 & \qquad\qquad\quad x-14
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: $2x+5$, 나머지: $x-14$

179

$$\begin{array}{r|l}
 & -2x\ +1 \\ \cline{2-2}
x^2+1 & -2x^3+x^2-\ x+1 \\
 & -2x^3\qquad -2x \\ \cline{2-2}
 & \qquad\quad x^2+\ x+1 \\
 & \qquad\quad x^2\qquad +1 \\ \cline{2-2}
 & \qquad\qquad\quad x
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: $-2x+1$, 나머지: x

180

$$\begin{array}{r|rrrr}
2 & 2 & -5 & -3 & 2 \\
 & & 4 & -2 & -10 \\ \hline
 & 2 & -1 & -5 & \boxed{-8}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: $2x^2-x-5$, 나머지: -8

181

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 1 & -6 & 0 & 3 \\
 & & -1 & 7 & -7 \\ \hline
 & 1 & -7 & 7 & \boxed{-4}
\end{array}$$

$\therefore$ 몫: x^2-7x+7, 나머지: -4

182

$$\begin{array}{r|rrrr}
\frac{1}{2} & 2 & -7 & 5 & -1 \\
 & & 1 & -3 & 1 \\ \hline
 & 2 & -6 & 2 & \boxed{0}
\end{array}$$

$$\begin{aligned}2x^3-7x^2+5x-1&=\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-6x+2)\\&=2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x^2-3x+1)\\&=(2x-1)(x^2-3x+1)\end{aligned}$$

$\therefore$ 몫: x^2-3x+1, 나머지: 0

2 항등식과 나머지정리 26쪽~33쪽

183 ×　**184** ×　**185** ○

186 ○　**187** ×　**188** ×

189 ○　**190** ○

191 □: 0, 0, 0

192 $a=-2, b=1, c=-2$

193 $a=1, b=5, c=1$

194 □: 0, -3

195 $a=2, b+1=-4, c=-3$　$\therefore a=2, b=-5, c=-3$

196 $a=2, b-3=-6, 2=c$　$\therefore a=2, b=-3, c=2$

197 $a=1-b, 2=-b, c=-3$　$\therefore a=3, b=-2, c=-3$

198 □: 0, 3, 2

199 $a-b=3, a+b=7$
두 식을 연립하여 풀면 $a=5, b=2$

200 $x^2+2x+3=ax^2-(a-b)x+c$이므로
$a=1, a-b=-2, c=3$
$\therefore a=1, b=3, c=3$

201 $x^3+ax+6=x^3+(b-2)x^2+(-2b+c)x-2c$이므로
$b-2=0, -2b+c=a, -2c=6$
$\therefore a=-7, b=2, c=-3$

202 □: $2c$, $2a$, -1, 6

203 양변에 $x=0$을 대입하면 $2=-2a$
양변에 $x=1$을 대입하면 $3=3b$
양변에 $x=-2$를 대입하면 $0=6c$
$\therefore a=-1, b=1, c=0$

204 양변에 $x=0$을 대입하면 $-6=b$
양변에 $x=-1$을 대입하면 $-4=-2c$
양변에 $x=-3$을 대입하면 $6=6a-2b$
$\therefore a=-1, b=-6, c=2$

205 양변에 $x=0$을 대입하면 $1=c$

양변에 $x=1$을 대입하면 $4-a=-b$

양변에 $x=2$를 대입하면 $13-2a=c$

$\therefore a=6,\ b=2,\ c=1$

206 (1) 양변에 $x=0$을 대입하면 $a_0=1$

(2) 양변에 $x=1$을 대입하면

$2^5=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=32$ …… ㉠

이때 $a_0=1$이므로 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=31$

(3) 양변에 $x=-1$을 대입하면

$4^5=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}=2^{10}$ …… ㉡

㉠과 ㉡을 변끼리 더하면

$2a_0+2a_2+2a_4+\cdots+2a_{10}=1056$

$\therefore a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10}=528$

207 (1) 양변에 $x=0$을 대입하면 $a_0=1$

(2) 양변에 $x=1$을 대입하면

$2^{10}=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=1024$ …… ㉠

이때 $a_0=1$이므로 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=1023$

(3) 양변에 $x=-1$을 대입하면

$0=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}$

$\therefore a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}=0$ …… ㉡

㉠과 ㉡을 변끼리 빼면

$2a_1+2a_3+2a_5+\cdots+2a_9=1024$

$\therefore a_1+a_3+a_5+\cdots+a_9=512$

208 □: 0, 0, 1, 1

209 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x+3y+5)k+(3x-y-5)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x+3y+5=0$ …… ㉠

$3x-y-5=0$ …… ㉡

㉠$+3\times$㉡을 하면 $x=1$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $y=-2$

210 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x-2y-1)k+(2x-3y+5)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x-2y-1=0$ …… ㉠

$2x-3y+5=0$ …… ㉡

㉡$-2\times$㉠을 하면 $y=-7$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $x=-13$

211 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(2x+3y+6)k+(3x-y+9)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$2x+3y+6=0$ …… ㉠

$3x-y+9=0$ …… ㉡

㉠$+3\times$㉡을 하면 $x=-3$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $y=0$

212 □: $x+3$, 3, 4, 7, 3, 4, 7

213 $x^3+ax^2+bx+c=(x^2+3x-4)(x+1)+3x-2$

$=x^3+4x^2+2x-6$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=4,\ b=2,\ c=-6$

214 $2x^3+ax^2+bx+c=(x-2)(2x^2+4x+3)+9$

$=2x^3-5x+3$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=0,\ b=-5,\ c=3$

215 $2x^3+ax^2+bx+c=(x^2-x+1)(2x+1)+2x+3$

$=2x^3-x^2+3x+4$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=-1,\ b=3,\ c=4$

216 □: 1, 4, 4

217 $f(-1)=3\times(-1)^3-(-1)^2+4\times(-1)-2=-10$

218 $f(2)=3\times2^3-2^2+4\times2-2=26$

219 $f(-2)=3\times(-2)^3-(-2)^2+4\times(-2)-2=-38$

220 $f\left(\frac{1}{3}\right)=3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3-\left(\frac{1}{3}\right)^2+4\times\frac{1}{3}-2=-\frac{2}{3}$

221 $f\left(-\frac{1}{3}\right)=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^3-\left(-\frac{1}{3}\right)^2+4\times\left(-\frac{1}{3}\right)-2=-\frac{32}{9}$

222 □: $\frac{1}{2}$, $-\frac{9}{4}$

223 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-1=\frac{1}{4}$

224 $f\left(\frac{1}{4}\right)=2\times\left(\frac{1}{4}\right)^3-3\times\frac{1}{4}-1=-\frac{55}{32}$

225 $f\left(-\frac{1}{4}\right)=2\times\left(-\frac{1}{4}\right)^3-3\times\left(-\frac{1}{4}\right)-1=-\frac{9}{32}$

226 $f\left(\frac{3}{2}\right)=2\times\left(\frac{3}{2}\right)^3-3\times\frac{3}{2}-1=\frac{5}{4}$

227 $f\left(-\frac{3}{2}\right)=2\times\left(-\frac{3}{2}\right)^3-3\times\left(-\frac{3}{2}\right)-1=-\frac{13}{4}$

228 □: 4, 4, 1

229 $f(-1)=-3$이므로
$(-1)^3+a\times(-1)^2+4\times(-1)-2=-3$
$\therefore a=4$

230 $f(2)=2$이므로
$2^3+a\times2^2+4\times2-2=2$
$\therefore a=-3$

231 $f(-2)=-6$이므로
$(-2)^3+a\times(-2)^2+4\times(-2)-2=-6$
$\therefore a=3$

232 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{8}$이므로
$\left(\frac{1}{2}\right)^3+a\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+4\times\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{8}$
$\therefore a=-2$

233 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-4$이므로
$\left(-\frac{1}{2}\right)^3+a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2=-4$
$\therefore a=\frac{1}{2}$

234 □: 1, 0, 2, -2, -2, 2

235 다항식 $f(x)=x^2+ax-b$를
$x+1$로 나누었을 때의 나머지가 8이므로
$f(-1)=1-a-b=8$에서 $a+b=-7$ ······ ㉠
또 $x-4$로 나누었을 때의 나머지가 3이므로
$f(4)=16+4a-b=3$에서 $4a-b=-13$ ······ ㉡
㉠+㉡을 하면 $5a=-20$ $\therefore a=-4$
이것을 ㉠에 대입하면 $b=-3$

236 다항식 $f(x)=x^3+ax^2+bx-1$을
$x-1$로 나누었을 때의 나머지가 5이므로
$f(1)=1+a+b-1=5$에서 $a+b=5$ ······ ㉠
또 $x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 -7이므로
$f(-3)=-27+9a-3b-1=-7$에서
$3a-b=7$ ······ ㉡
㉠+㉡을 하면 $4a=12$ $\therefore a=3$
이것을 ㉠에 대입하면 $b=2$

237 다항식 $f(x)=x^3-ax^2+bx-1$을
$x+2$로 나누었을 때의 나머지가 -5이므로
$f(-2)=-8-4a-2b-1=-5$에서
$2a+b=-2$ ······ ㉠
또 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 11이므로
$f(2)=8-4a+2b-1=11$에서
$2a-b=-2$ ······ ㉡
㉠+㉡을 하면 $4a=-4$ $\therefore a=-1$
이것을 ㉠에 대입하면 $b=0$

238 □: 3, 1, 3, 1, -1, 2, $-x+2$

239 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$
$f(1)=1$에서 $a+b=13$ ······ ㉠
$f(2)=3$에서 $2a+b=3$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-1$
따라서 구하는 나머지는 $2x-1$이다.

240 다항식 $f(x)$를 $(x+2)(x-4)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x+2)(x-4)Q(x)+ax+b$
$f(-2)=1$에서 $-2a+b=1$ ······ ㉠
$f(4)=7$에서 $4a+b=7$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=3$
따라서 구하는 나머지는 $x+3$이다.

241 다항식 $f(x)$를 x^2-x-2로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x^2-x-2)Q(x)+ax+b$
$\quad=(x+1)(x-2)Q(x)+ax+b$
$f(-1)=-3$에서 $-a+b=-3$ ······ ㉠
$f(2)=3$에서 $2a+b=3$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-1$
따라서 구하는 나머지는 $2x-1$이다.

242 다항식 $f(x)$를 x^2-4x+3으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x^2-4x+3)Q(x)+ax+b$
$\quad=(x-1)(x-3)Q(x)+ax+b$

$f(1)=5$에서 $a+b=5$ ⋯⋯ ㉠
$f(3)=13$에서 $3a+b=13$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=1$
따라서 구하는 나머지는 $4x+1$이다.

243 다항식 $f(x)$를 x^2+3x+2로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x^2+3x+2)Q(x)+ax+b$
$\quad\;\;=(x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$

$f(-1)=1$에서 $-a+b=1-$ ⋯⋯ ㉠
$f(-2)=-7$에서 $-2a+b=-7$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=8$, $b=9$
따라서 구하는 나머지는 $8x+9$이다.

244 □: 0, 0, 2

245 $f(-2)=0$이므로
$2\times(-2)^3+a\times(-2)-4=0$
$\therefore a=-10$

246 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=0$이므로
$2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3+a\times\left(-\frac{1}{2}\right)-4=0$
$\therefore a=-\frac{17}{2}$

247 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$이므로
$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+a\times\frac{1}{2}-4=0 \qquad \therefore a=\frac{15}{2}$

248 □: 0, 0, 0, 3, 0, 1, −1, 2

249 $f(1)=0$, $f(4)=0$이므로
$f(1)=1-2+a+b=0$에서 $a+b=1$ ⋯⋯ ㉠
$f(4)=64-32+4a+b=0$에서 $4a+b=-32$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-11$, $b=12$

250 $f(-1)=0$, $f(2)=0$이므로
$f(-1)=-1-2-a+b=0$에서 $-a+b=3$ ⋯⋯ ㉠
$f(2)=8-8+2a+b=0$에서 $2a+b=0$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=2$

251 $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$이므로
$f(1)=0$, $f(3)=0$
$f(1)=1-2+a+b=0$에서 $a+b=1$ ⋯⋯ ㉠
$f(3)=27-18+3a+b=0$에서 $3a+b=-9$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-5$, $b=6$

252 $x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$이므로
$f(-2)=0$, $f(4)=0$
$f(-2)=-8-8-2a+b=0$에서 $-2a+b=16$ ⋯⋯ ㉠
$f(4)=64-32+4a+b=0$에서 $4a+b=-32$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-8$, $b=0$

연산문제로 실전 능력 다지기

34쪽 ~ 35쪽

253 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면
$2x^2-5x-3=(a+1)x^2+(b-2)x+c-1$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$a+1=2$, $b-2=-5$, $c-1=-3$
$\therefore a=1$, $b=-3$, $c=-2$

254 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면
$ax^2+(2-a)x-2=3x^2+bx+c$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$a=3$, $2-a=b$, $-2=c$
$\therefore a=3$, $b=-1$, $c=-2$

255 양변에 $x=0$을 대입하면 $1=-a$
양변에 $x=1$을 대입하면 $6=2b$
양변에 $x=-1$을 대입하면 $2=2c$
$\therefore a=-1$, $b=3$, $c=1$

256 양변에 $x=1$을 대입하면 $c=1$
양변에 $x=2$를 대입하면
$b+c=4 \qquad \therefore b=3$
양변에 $x=0$을 대입하면
$2a-b+c=0 \qquad \therefore a=1$

257 $2x^3+ax^2+bx+c=(x^2-2x-1)(2x+4)+7x+2$
이 등식의 우변을 정리하면
$2x^3+ax^2+bx+c=2x^3-3x-2$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$a=0$, $b=-3$, $c=-2$

258 $x^3+ax^2+bx+c=(x+1)(x^2+4x+1)-9$
이 등식의 우변을 정리하면
$x^3+ax^2+bx+c=x^3+5x^2+5x-8$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$a=5$, $b=5$, $c=-8$

259 $2x^3+ax^2+bx+c=(x^2+x+2)(2x+1)-5x+2$
이 등식의 우변을 정리하면
$2x^3+ax^2+bx+c=2x^3+3x^2+4$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$a=3$, $b=0$, $c=4$

260 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면
$(x-2y)k+(-x+3y+3)=0$
이 식이 k에 대한 항등식이므로
$x-2y=0$ …… ㉠
$-x+3y+3=0$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$x=-6$, $y=-3$

261 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면
$(x+2y-6)k+(-2x+3y-2)=0$
이 식이 k에 대한 항등식이므로
$x+2y-6=0$ …… ㉠
$-2x+3y-2=0$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$x=2$, $y=2$

262 다항식 $f(x)=x^3-4x^2-3x+8$을 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는 $f(2)$이므로
$f(2)=2^3-4\times2^2-3\times2+8=-6$

263 다항식 $f(x)=-2x^3-x^2+4x-2$를 $2x+1$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$이므로
$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)^2+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2=-4$

264 다항식 $f(x)=x^3+2x^2-4x-a$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $f(2)=3$에서
$2^3+2\times2^2-4\times2-a=3$
$\therefore a=5$

265 다항식 $f(x)=4x^3+ax+b$를
$x+1$로 나누었을 때의 나머지가 1이므로
$f(-1)=-4-a+b=1$에서
$-a+b=5$ …… ㉠
또 $2x-1$로 나누었을 때의 나머지가 4이므로
$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}a+b=4$에서
$a+2b=7$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=4$

266 다항식 $f(x)=x^3+ax^2+2x+1$을 $x+2$로 나누었을 때의 나머지와 $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 같으므로
$f(-2)=f(1)$에서
$-8+4a-4+1=1+a+2+1$
$3a=15$ $\therefore a=5$

267 $f(x)=ax^3-2x^2+x+2$가 $x-1$로 나누어떨어지려면
$f(1)=0$이어야 하므로
$a-2+1+2=0$ $\therefore a=-1$

268 $f(x)=x^3+5x^2+ax-a$가 $x-3$으로 나누어떨어지려면
$f(3)=0$이어야 하므로
$27+45+3a-a=0$ $\therefore a=-36$

269 $f(x)=x^3+ax^2+b$가 $x-1$, $x-2$로 각각 나누어떨어지려면
$f(1)=0$, $f(2)=0$이어야 하므로
$f(1)=1+a+b=0$에서 $a+b=-1$ …… ㉠
$f(2)=8+4a+b=0$에서 $4a+b=-8$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-\frac{7}{3}$, $b=\frac{4}{3}$

270 $f(x)=-x^3+ax^2-bx+2$가
$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$로 나누어떨어지려면
$f(-1)=0$, $f(-2)=0$이어야 하므로
$f(-1)=1+a+b+2=0$에서 $a+b=-3$ …… ㉠
$f(-2)=8+4a+2b+2=0$에서 $2a+b=-5$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-2$, $b=-1$

271 다항식 $f(x)$를 $(x+1)(x+2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$
$f(-1)=-3$에서 $-a+b=-3$ …… ㉠
$f(-2)=5$에서 $-2a+b=5$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-8$, $b=-11$
따라서 구하는 나머지는 $-8x-11$이다.

272 다항식 $f(x)$를 x^2-5x+6으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면
$f(x)=(x^2-5x+6)Q(x)+ax+b$
$\quad=(x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$
$f(2)=1$에서 $2a+b=1$ …… ㉠
$f(3)=3$에서 $3a+b=3$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=2$, $b=-3$
따라서 구하는 나머지는 $2x-3$이다.

3 인수분해 36쪽~46쪽

273 □: $3ab$, $5ab$

274 $(a+b)^2+2(a+b)=(a+b)(a+b+2)$

275 $ab+a+b+1=a(b+1)+b+1=(a+1)(b+1)$

276 $a(b-1)-b+1=a(b-1)(b-1)=(a-1)(b-1)$

277 $(a-b)c+b(b-a)=(a-b)c-b(a-b)$
$=(a-b)(c-b)$

278 $(x-y)^2-3y(y-x)=(x-y)^2+3y(x-y)$
$=(x-y)\{(x-y)+3y\}$
$=(x-y)(x+2y)$

279 □: 3

280 $x^2-8x+16=(x-4)^2$

281 $25a^2-10a+1=(5a-1)^2$

282 $4x^2+12xy+9y^2=(2x+3y)^2$

283 $25x^2-30xy+9y^2=(5x-3y)^2$

284 $4a^2+28ab+49b^2=(2a+7b)^2$

285 $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$

286 $x^2-5xy+\frac{25}{4}y^2=\left(x-\frac{5}{2}y\right)^2$

287 □: 3

288 $a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)$

289 $9a^2-16b^2=(3a+4b)(3a-4b)$

290 $x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$

291 $a^2-(b-c)^2=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=(a+b-c)(a-b+c)$

292 $a^2+2ab+b^2-c^2=(a+b)^2-c^2=(a+b+c)(a+b-c)$

293 $a^4-b^4=(a^2-b^2)(a^2+b^2)$
$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

294 $x^2-y^2+xz-yz=(x+y)(x-y)+z(x-y)$
$=(x-y)(x+y+z)$

295 □: 3

296 $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$

297 $a^2+10ab+21b^2=(a+3b)(a+7b)$

298 $a^2-ab-20b^2=(a+4b)(a-5b)$

299 $4x^2+3x-1=(4x-1)(x+1)$

300 $3x^2+11xy-4y^2=(3x-y)(x+4y)$

301 □: 1, 1, 1, 1

302 $a^3+9a^2+27a+27$
$=a^3+3\times a^2\times 3+3\times a\times 3^2+3^3$
$=(a+3)^3$

303 $8a^3+12a^2+6a+1$
$=(2a)^3+3\times(2a)^2\times 1+3\times 2a\times 1^2+1^3$
$=(2a+1)^3$

304 $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$
$=x^3+3\times x^2\times 2y+3\times x\times(2y)^2+(2y)^3$
$=(x+2y)^3$

305 $x^3+12x^2y+48xy^2+64y^3$
$=x^3+3\times x^2\times 4y+3\times x\times(4y)^2+(4y)^3$
$=(x+4y)^3$

306 $27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$
$=(3x)^3+3\times(3x)^2\times y+3\times 3x\times y^2+y^3$
$=(3x+y)^3$

307 □: 3, 3, 3, 3

308 $x^3-15x^2+75x-125$
$=x^3-3\times x^2\times 5+3\times x\times 5^2-5^3$
$=(x-5)^3$

309 $8x^3-12x^2+6x-1$
$=(2x)^3-3\times(2x)^2\times 1+3\times 2x\times 1^2-1^3$
$=(2x-1)^3$

310 $27x^3-27x^2+9x-1$
$=(3x)^3-3\times(3x)^2\times 1+3\times 3x\times 1^2-1^3$
$=(3x-1)^3$

311 $8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$
$=(2x)^3-3\times(2x)^2\times3y+3\times2x\times(3y)^2-(3y)^3$
$=(2x-3y)^3$

312 $64x^3-48x^2y+12xy^2-y^3$
$=(4x)^3-3\times(4x)^2\times y+3\times4x\times y^2-y^3$
$=(4x-y)^3$

313 $27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$
$=(3x)^3-3\times(3x)^2\times4y+3\times3x\times(4y)^2-(4y)^3$
$=(3x-4y)^3$

314 □: 2, 2, a^2-2a+4

315 $a^3+27=a^3+3^3=(a+3)(a^2-3a+9)$

316 $x^3+8y^3=x^3+(2y)^3$
$=(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

317 $x^3+64y^3=x^3+(4y)^3$
$=(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$

318 $27x^3+y^3=(3x)^3+y^3$
$=(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$

319 $8x^3+27y^3=(2x)^3+(3y)^3$
$=(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

320 $64x^3+27y^3=(4x)^3+(3y)^3$
$=(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$

321 $8a^4+a=a(8a^3+1)$
$=a(2a+1)(4a^2-2a+1)$

322 □: 1, 1, a^2+a+1

323 $a^3-8=a^3-2^3=(a-2)(a^2+2a+4)$

324 $a^3-64=a^3-4^3=(a-4)(a^2+4a+16)$

325 $x^3-27y^3=x^3-(3y)^3$
$=(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

326 $27x^3-8y^3=(3x)^3-(2y)^3$
$=(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

327 $8x^3-125y^3=(2x)^3-(5y)^3$
$=(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$

328 $x^5-8x^2y^3=x^2(x^3-8y^3)$
$=x^2(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

329 $8x^5y-27x^2y^4=x^2y(8x^3-27y^3)$
$=x^2y(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

330 □: $-2y$, x, $2y$

331 $x^2+y^2+9z^2+2xy+6yz+6zx$
$=x^2+y^2+(3z)^2+2\times x\times y+2\times y\times3z+2\times3z\times x$
$=(x+y+3z)^2$

332 $x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx$
$=x^2+(-y)^2+(-z)^2+2\times x\times(-y)$
$+2\times(-y)\times(-z)+2\times(-z)\times x$
$=(x-y-z)^2$

333 $4x^2+4y^2+z^2-8xy-4yz+4zx$
$=(2x)^2+(-2y)^2+z^2+2\times2x\times(-2y)$
$+2\times(-2y)\times z+2\times z\times2x$
$=(2x-2y+z)^2$

334 $a^2+b^2+2ab-6a-6b+9$
$=a^2+b^2+9+2ab-6b-6a$
$=a^2+b^2+(-3)^2+2\times a\times b+2\times b\times(-3)+2\times(-3)\times a$
$=(a+b-3)^2$

335 $a^2+4b^2+4ab-2a-4b+1$
$=a^2+4b^2+1+4ab-4b-2a$
$=a^2+(2b)^2+(-1)^2+2\times a\times2b$
$+2\times2b\times(-1)+2\times(-1)\times a$
$=(a+2b-1)^2$

336 □: $2b$, c, $2ab$, $2bc$, ca

337 $a^3+b^3-c^3+3abc$
$=a^3+b^3+(-c)^3-3\times a\times b\times(-c)$
$=(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$

338 $a^3-b^3-27c^3-9abc$
$=a^3+(-b)^3+(-3c)^3-3\times a\times(-b)\times(-3c)$
$=(a-b-3c)(a^2+b^2+9c^2+ab-3bc+3ca)$

339 $a^3+8b^3-27c^3+18abc$
$=a^3+(2b)^3+(-3c)^3-3\times a\times2b\times(-3c)$
$=(a+2b-3c)(a^2+4b^2+9c^2-2ab+6bc+3ca)$

340 $x^3+8y^3-12xy+8$
$=x^3+(2y)^3+2^3-3\times x\times2y\times2$
$=(x+2y+2)(x^2+4y^2-2xy-2x-4y+4)$

341 $x^3+y^3+9xy-27$
$=x^3+y^3+(-3)^3-3\times x\times y\times(-3)$
$=(x+y-3)(x^2+y^2-xy+3x+3y+9)$

342 □: 2, 2

343 $(2x-y)(2x-y-4)-5$
$=t(t-4)-5$ ← $2x-y=t$로 치환
$=t^2-4t-5$
$=(t+1)(t-5)$
$=(2x-y+1)(2x-y-5)$ ← $t=2x-y$를 대입

344 $(x^2+x-1)(x^2+x+3)-5$
$=(t-1)(t+3)-5$ ← $x^2+x=t$로 치환
$=t^2+2t-8$
$=(t-2)(t+4)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x+4)$ ← $t=x^2+x$를 대입
$=(x-1)(x+2)(x^2+x+4)$

주의
치환된 문자로 인수분해한 후에는 치환하기 전의 문자로 되돌려 놓았을 때, 각각의 인수가 인수분해되는지 꼭 확인하도록 한다.

345 $(x^2+x)^2-7x^2-7x+12$
$=(x^2+x)^2-7(x^2+x)+12$
$=t^2-7t+12$ ← $x^2+x=t$로 치환
$=(t-3)(t-4)$
$=(x^2+x-3)(x^2+x-4)$ ← $t=x^2+x$를 대입

346 □: 12, 12, 12, $x-1$, 12

347 $x(x+1)(x-2)(x+3)+8$
$=\{x(x+1)\}\{(x-2)(x+3)\}+8$
$=(x^2+x)(x^2+x-6)+8$
$=t(t-6)+8$ ← $x^2+x=t$로 치환
$=t^2-6t+8$
$=(t-2)(t-4)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-4)$ ← $t=x^2+x$를 대입
$=(x-1)(x+2)(x^2+x-4)$

348 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8$
$=\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-8$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8$
$=(t+4)(t+6)-8$ ← $x^2+5x=t$로 치환
$=t^2+10t+16$
$=(t+2)(t+8)$
$=(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$ ← $t=x^2+5x$를 대입

349 $(x-1)(x+1)(x+3)(x+5)+16$
$=\{(x-1)(x+5)\}\{(x+1)(x+3)\}+16$
$=(x^2+4x-5)(x^2+4x+3)+16$
$=(t-5)(t+3)+16$ ← $x^2+4x=t$로 치환
$=t^2-2t+1$
$=(t-1)^2$
$=(x^2+4x-1)^2$ ← $t=x^2+4x$를 대입

350 □: 4, 4, 2

351 $x^4-5x^2+6=X^2-5X+6$ ← $x^2=X$로 치환
$=(X-2)(X-3)$
$=(x^2-2)(x^2-3)$ ← $X=x^2$을 대입

352 $x^4-13x^2+36=X^2-13X+36$ ← $x^2=X$로 치환
$=(X-4)(X-9)$
$=(x^2-4)(x^2-9)$ ← $X=x^2$을 대입
$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

353 $3x^4+x^2-4=3X^2+X-4$ ← $x^2=X$로 치환
$=(X-1)(3X+4)$
$=(x^2-1)(3x^2+4)$ ← $X=x^2$을 대입
$=(x+1)(x-1)(3x^2+4)$

354 □: $2x$, $2x$, $2x$, $2x$, $2x$

355 $x^4+64=(x^4+16x^2+64)-16x^2$ ← $16x^2$을 더하고 빼기
$=(x^2+8)^2-(4x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형
$=(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$

356 x^4-12x^2+16
$=(x^4-8x^2+16)-4x^2$ ← $-12x^2$을 $-8x^2$과 $-4x^2$으로 분리
$=(x^2-4)^2-(2x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형
$=(x^2+2x-4)(x^2-2x-4)$

357 x^4-19x^2+25
$=(x^4-10x^2+25)-9x^2$ ← $-19x^2$을 $-10x^2$과 $-9x^2$으로 분리
$=(x^2-5)^2-(3x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형
$=(x^2+3x-5)(x^2-3x-5)$

358 x^4-11x^2+1
$=(x^4-2x^2+1)-9x^2$ ← $-11x^2$을 $-2x^2$과 $-9x^2$으로 분리
$=(x^2-1)^2-(3x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형
$=(x^2+3x-1)(x^2-3x-1)$

359 □: $a-c$, $a+b-c$

360 $a^2-ab+2bc-4c^2=-(a-2c)b+a^2-4c^2$
$=-(a-2c)b+(a+2c)(a-2c)$
$=(a-2c)(a-b+2c)$

361 $a^3-ab^2-b^2c+a^2c=(a^2-b^2)c+a^3-ab^2$
$=(a^2-b^2)c+a(a^2-b^2)$
$=(a^2-b^2)(c+a)$
$=(a+b)(a-b)(a+c)$

362 $a^2-ac-b^2+bc=-(a-b)c+a^2-b^2$
$=-(a-b)c+(a+b)(a-b)$
$=(a-b)(a+b-c)$

363 $a^2b+b^2c-b^3-a^2c=-(a^2-b^2)c+b(a^2-b^2)$
$=(a^2-b^2)(b-c)$
$=(a+b)(a-b)(b-c)$

364 □: $y-3$, $y+1$, $(y+1)x$, $2x+y+1$

365 $2x^2+xy-y^2+x-5y-6$
$=2x^2+(y+1)x-(y^2+5y+6)$
$=2x^2+(y+1)x-(y+2)(y+3)$

$$\begin{array}{ccccr} x & \times & y+2 & \to & 2(y+2)x \\ 2x & & -(y+3) & \to & -(y+3)x \;(+ \\ \hline & & & & (y+1)x \end{array}$$

$=(x+y+2)\{2x-(y+3)\}$
$=(x+y+2)(2x-y-3)$

366 $2x^2+xy-y^2-11x+y+12$
$=2x^2+(y-11)x-(y^2-y-12)$
$=2x^2+(y-11)x-(y+3)(y-4)$

$$\begin{array}{ccccr} x & \times & y-4 & \to & 2(y-4)x \\ 2x & & -(y+3) & \to & -(y+3)x \;(+ \\ \hline & & & & (y-11)x \end{array}$$

$=(x+y-4)\{2x-(y+3)\}$
$=(x+y-4)(2x-y-3)$

367 $x^2-xy-2y^2+x+4y-2$
$=x^2-(y-1)x-2(y^2-2y+1)$
$=x^2-(y-1)x-2(y-1)^2$

$$\begin{array}{ccccr} x & \times & -2(y-1) & \to & -2(y-1)x \\ x & & y-1 & \to & (y-1)x \;(+ \\ \hline & & & & -(y-1)x \end{array}$$

$=\{x-2(y-1)\}(x+y-1)$
$=(x-2y+2)(x+y-1)$

368 $x^2-xy-2y^2+5x-y+6$
$=x^2-(y-5)x-(2y^2+y-6)$
$=x^2-(y-5)x-(y+2)(2y-3)$

$$\begin{array}{ccccr} x & \times & y+2 & \to & (y+2)x \\ x & & -(2y-3) & \to & -(2y-3)x \;(+ \\ \hline & & & & -(y-5)x \end{array}$$

$=(x+y+2)\{x-(2y-3)\}$
$=(x+y+2)(x-2y+3)$

369 □: $x-1$, $x-1$, $x-1$, $x-1$, 3

370 $f(x)=x^3-x^2-5x-3$으로
놓으면 $f(-1)=0$이므로
$f(x)=(x+1)(x^2-2x-3)$
$=(x+1)(x+1)(x-3)$
$=(x+1)^2(x-3)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -5 & -3 \\ & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

371 $f(x)=x^3-7x+6$으로
놓으면 $f(1)=0$이므로
$f(x)=(x-1)(x^2+x-6)$
$=(x-1)(x-2)(x+3)$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

372 $f(x)=x^3-3x^2-4x+12$로
놓으면 $f(2)=0$이므로
$f(x)=(x-2)(x^2-x-6)$
$=(x-2)(x+2)(x-3)$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & -4 & 12 \\ & & 2 & -2 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

373 $f(x)=2x^3+3x^2-8x+3$으로
놓으면 $f(1)=0$이므로
$f(x)=(x-1)(2x^2+5x-3)$
$=(x-1)(x+3)(2x-1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 3 & -8 & 3 \\ & & 2 & 5 & -3 \\ \hline & 2 & 5 & -3 & 0 \end{array}$$

374 $f(x)=2x^3-5x^2-11x-4$로
놓으면 $f(-1)=0$이므로
$f(x)=(x+1)(2x^2-7x-4)$
$=(x+1)(x-4)(2x+1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -5 & -11 & -4 \\ & & -2 & 7 & 4 \\ \hline & 2 & -7 & -4 & 0 \end{array}$$

375 □: $x+1$, -1, -2, $x+1$, $x-2$, $x+1$, $x-2$, $x+1$, 2, $x+1$

376 $f(x)=x^4-5x^3+5x^2+5x-6$으로 놓으면
$f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -5 & 5 & 5 & -6 \\ & & 1 & -4 & 1 & 6 \\ \hline -1 & 1 & -4 & 1 & 6 & 0 \\ & & -1 & 5 & -6 & \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2-5x+6)$
$=(x-1)(x+1)(x-2)(x-3)$

377 $f(x)=x^4-15x^2-10x+24$로 놓으면

$f(1)=0,\ f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 1 & 0 & -15 & -10 & 24 \\
 & & 1 & 1 & -14 & -24 \\ \hline
-2 & 1 & 1 & -14 & -24 & \boxed{0} \\
 & & -2 & 2 & 24 & \\ \hline
 & 1 & -1 & -12 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2-x-12)$

$\quad=(x-1)(x+2)(x+3)(x-4)$

378 ☐: 0, 0, 이등변

379 $a^2-2ab-ac+bc+b^2=-(a-b)c+a^2-2ab+b^2$

$\quad=-(a-b)c+(a-b)^2$

$\quad=(a-b)(a-b-c)$

$\therefore\ (a-b)(a-b-c)=0$

이때 $\underbrace{a<b+c}_{a-b-c\neq 0}$이므로

$a-b=0\qquad\therefore\ a=b$

따라서 $a=b$인 이등변삼각형이다.

380 $a^2b+a^2c-b^3-c^3-b^2c-bc^2$

$=(b+c)a^2-(b^3+c^3)-bc(b+c)$

$=(b+c)a^2-(b+c)(b^2-bc+c^2)-bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2-(b^2-bc+c^2)-bc\}$

$=(b+c)(a^2-b^2-c^2)$

$\therefore\ (b+c)(a^2-b^2-c^2)=0$

이때 $b+c>0$이므로

$a^2-b^2-c^2=0\qquad\therefore\ b^2+c^2=a^2$

따라서 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

381 $a^4+a^2c^2+b^2c^2-b^4=(a^2+b^2)c^2+a^4-b^4$

$\quad=(a^2+b^2)c^2+(a^2+b^2)(a^2-b^2)$

$\quad=(a^2+b^2)(c^2+a^2-b^2)$

$\therefore\ (a^2+b^2)(c^2+a^2-b^2)=0$

이때 $a^2+b^2>0$이므로

$c^2+a^2-b^2=0\qquad\therefore\ a^2+c^2=b^2$

따라서 빗변의 길이가 b인 직각삼각형이다.

382 $ab(a+b)-bc(b+c)-ca(c-a)$

$=a^2b+ab^2-b^2c-bc^2-c^2a+ca^2$

$=(b+c)a^2+(b^2-c^2)a-b^2c-bc^2$

$=(b+c)a^2+(b+c)(b-c)a-bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2+(b-c)a-bc\}$

$=(b+c)(a+b)(a-c)$

$\therefore\ (b+c)(a+b)(a-c)=0$

이때 $b+c>0,\ a+b>0$이므로

$a-c=0\qquad\therefore\ a=c$

따라서 $a=c$인 이등변삼각형이다.

383 $b^2(a^2+b^2)-c^2(c^2-a^2)=a^2b^2+b^4-c^4+c^2a^2$

$\quad=a^2(b^2+c^2)+b^4-c^4$

$\quad=a^2(b^2+c^2)+(b^2+c^2)(b^2-c^2)$

$\quad=(b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)$

$\therefore\ (b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)=0$

이때 $b^2+c^2>0$이므로

$a^2+b^2-c^2=0\qquad\therefore\ a^2+b^2=c^2$

따라서 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

384 $(b-c)a^2+(c+a)b^2-(a+b)c^2$

$=a^2b-ca^2+b^2c+ab^2-ac^2-bc^2$

$=(b-c)a^2+(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$

$=(b-c)a^2+(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=(b-c)(a+b)(a+c)$

$\therefore\ (b-c)(a+b)(a+c)=0$

이때 $a+b>0,\ a+c>0$이므로

$b-c=0\qquad\therefore\ b=c$

따라서 $b=c$인 이등변삼각형이다.

385 ☐: $x^2-x+1,\ x+1,\ 1,\ 1000$

386 $500=x$로 놓으면

$\dfrac{500^3-1}{501\times500+1}=\dfrac{x^3-1}{(x+1)x+1}=\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}$

$\quad=x-1=500-1=499$

387 $151=x$로 놓으면

$\dfrac{152\times151+1}{151^3-1}=\dfrac{(x+1)x+1}{x^3-1}=\dfrac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)}$

$\quad=\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{1}{151-1}=\dfrac{1}{150}$

연산문제로 실전 능력 다지기

47쪽 ~ 48쪽

388 $x^2-\dfrac{2}{5}x+\dfrac{1}{25}=\left(x-\dfrac{1}{5}\right)^2$

389 $16x^2-y^2=(4x+y)(4x-y)$

390 $5x^2+x-18=(x+2)(5x-9)$

391 $64a^3+48a^2b+12ab^2+b^3$

$=(4a)^3+3\times(4a)^2\times b+3\times4a\times b^2+b^3$

$=(4a+b)^3$

392 $a^3-9a^2b+27ab^2-27b^3$

$=a^3-3\times a^2\times 3b+3\times a\times(3b)^2-(3b)^3$

$=(a-3b)^3$

393 $8x^3+125y^3=(2x)^3+(5y)^3$

$=(2x+5y)(4x^2-10xy+25y^2)$

394 $64x^3-y^3=(4x)^3-y^3$

$=(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$

395 $x^2+4y^2+z^2+4xy-4yz-2zx$

$=x^2+(2y)^2+(-z)^2+2\times x\times 2y$

$+2\times 2y\times(-z)+2\times(-z)\times x$

$=(x+2y-z)^2$

396 $8x^3+27y^3+18xy-1$

$=8x^3+27y^3-1+18xy$

$=(2x)^3+(3y)^3+(-1)^3-3\times 2x\times 3y\times(-1)$

$=(2x+3y-1)(4x^2+9y^2-6xy+2x+3y+1)$

397 $(x-2y+3)(x-2y+1)-8$

$=(t+3)(t+1)-8$ ← $x-2y=t$로 치환

$=t^2+4t-5$

$=(t-1)(t+5)$

$=(x-2y-1)(x-2y+5)$ ← $t=x-2y$를 대입

398 $(x^2-2x-1)(x^2-2x+3)-5$

$=(t-1)(t+3)-5$ ← $x^2-2x=t$로 치환

$=t^2+2t-8$

$=(t-2)(t+4)$

$=(x^2-2x-2)(x^2-2x+4)$ ← $t=x^2-2x$를 대입

399 $x(x+1)(x+2)(x+3)-15$

$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-15$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-15$

$=t(t+2)-15$ ← $x^2+3x=t$로 치환

$=t^2+2t-15$

$=(t-3)(t+5)$

$=(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$ ← $t=x^2+3x$를 대입

400 $x^4+4x^2-5=X^2+4X-5$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X-1)(X+5)$

$=(x^2-1)(x^2+5)$ ← $X=x^2$을 대입

$=(x-1)(x+1)(x^2+5)$

401 $x^4+3x^2+4=(x^4+4x^2+4)-x^2$ ← x^2을 더하고 빼기

$=(x^2+2)^2-x^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2-x+2)(x^2+x+2)$

402 $x^4-6x^2y^2+y^4$

$=(x^4-2x^2y^2+y^4)-4x^2y^2$ ← $-6x^2y^2$을 $-2x^2y^2$과 $-4x^2y^2$으로 분리

$=(x^2-y^2)^2-(2xy)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2-2xy-y^2)(x^2+2xy-y^2)$

403 $9a^2+3ab-bc-c^2=(3a-c)b+9a^2-c^2$

$=(3a-c)b+(3a-c)(3a+c)$

$=(3a-c)(3a+b+c)$

404 $3a^2+ab-5a-2b-2=(a-2)b+3a^2-5a-2$

$=(a-2)b+(a-2)(3a+1)$

$=(a-2)(3a+b+1)$

405 $x^2-6y^2+xy+2x+y+1$

$=x^2+(y+2)x-(6y^2-y-1)$

$=x^2+(y+2)x-(2y-1)(3y+1)$

$$\begin{array}{ccccr} x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -(2y-1) & \rightarrow & -(2y-1)x \\ x & & 3y+1 & \rightarrow & (3y+1)x \;(+ \\ \hline & & & & (y+2)x \end{array}$$

$=\{x-(2y-1)\}(x+3y+1)$

$=(x-2y+1)(x+3y+1)$

406 $x^2+xy-2y^2+x+5y-2$

$=x^2+(y+1)x-(2y^2-5y+2)$

$=x^2+(y+1)x-(y-2)(2y-1)$

$$\begin{array}{ccccr} x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -(y-2) & \rightarrow & -(y-2)x \\ x & & 2y-1 & \rightarrow & (2y-1)x \;(+ \\ \hline & & & & (y+1)x \end{array}$$

$=\{x-(y-2)\}(x+2y-1)$

$=(x-y+2)(x+2y-1)$

407 $f(x)=x^3-6x^2+3x+10$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$f(x)=(x+1)(x^2-7x+10)$

$=(x+1)(x-2)(x-5)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -6 & 3 & 10 \\ & & -1 & 7 & -10 \\ \hline & 1 & -7 & 10 & \boxed{0} \end{array}$$

408 $f(x)=2x^3-5x^2-4x+3$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$f(x)=(x+1)(2x^2-7x+3)$

$=(x+1)(x-3)(2x-1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -5 & -4 & 3 \\ & & -2 & 7 & -3 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

409 $f(x)=x^3-3x+2$로 놓으면 $f(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)(x^2+x-2)$

$=(x-1)(x-1)(x+2)$

$=(x-1)^2(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

410 $f(x)=x^4+2x^3-7x^2-8x+12$로 놓으면

$f(1)=0$, $f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 1 & 2 & -7 & -8 & 12 \\
 & & 1 & 3 & -4 & -12 \\
\hline
-2 & 1 & 3 & -4 & -12 & \boxed{0} \\
 & & -2 & -2 & 12 & \\
\hline
 & 1 & 1 & -6 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2+x-6)$

$\quad=(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$

411 $b^2-ab-c^2+ac=-(b-c)a+b^2-c^2$

$=-(b-c)a+(b-c)(b+c)$

$=(b-c)(b+c-a)$

$\therefore (b-c)(b+c-a)=0$

이때 $b+c>a$이므로

$b-c=0 \quad \therefore b=c$

따라서 $b=c$인 이등변삼각형이다.

412 $a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=(a+b+c)\left\{\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)\right\}$

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\}$

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$\therefore \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

이때 $a+b+c>0$이므로

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

$\therefore a=b=c$

따라서 정삼각형이다.

413 $81=x$로 놓으면

$\frac{81^3-1}{82\times81+1}=\frac{x^3-1}{(x+1)x+1}$

$=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}$

$=x-1$

$=81-1$

$=80$

414 $45=x$, $37=y$로 놓으면

$\frac{45^3-37^3}{45^2+37\times82}=\frac{x^3-y^3}{x^2+y(x+y)}$

$=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}$

$=x-y$

$=45-37$

$=8$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

49쪽 ~ 52쪽

415 $4A-3(A+B)=A-3B$

$=(2x^2-xy+y^2)-3(x^2-xy-y^2)$

$=2x^2-xy+y^2-3x^2+3xy+3y^2$

$=-x^2+2xy+4y^2$

416 $A-2(X+B)=-3A$에서

$A-2X-2B=-3A$, $2X=4A-2B$

$\therefore X=2A-B$

$=2(x^2-xy-2y^2)-(x^2-xy-y^2)$

$=2x^2-2xy-4y^2-x^2+xy+y^2$

$=x^2-xy-3y^2$

417 $(x^3+ax^2+3)(x^2+x+b)$의 전개식에서

x^2항은 $abx^2+3x^2=(ab+3)x^2$

이때 x^2의 계수가 0이므로 $ab+3=0$ …… ㉠

또 x^3항은 $bx^3+ax^3=(a+b)x^3$

x^3의 계수가 0이므로 $a+b=0 \quad \therefore b=-a$

이것을 ㉠에 대입하여 정리하면

$a^2=3 \quad \therefore a=\sqrt{3}\ (\because a>0)$

$b=-a$에서 $b=-\sqrt{3}$

418 ③ $(2x-3y)^3$

$=(2x)^3-3\times(2x)^2\times3y+3\times2x\times(3y)^2-(3y)^3$

$=8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

④ $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)=x^3+(4y)^3=x^3+64y^3$

⑤ $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)=x^3-(2y)^3=x^3-8y^3$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

419 $(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$

$=(t+2x)(t-2x)$ ← $x^2+4=t$로 치환

$=t^2-4x^2$

$=(x^2+4)^2-4x^2$ ← $t=x^2+4$를 대입

$=(x^4+8x^2+16)-4x^2$

$=x^4+4x^2+16$

420 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

$=\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}$

$=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)$

이때 $x^2-5x+1=0$에서 $x^2-5x=-1$이므로

(주어진 식)$=(-1+4)(-1+6)$

$=15$

421 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$이므로

$9=(-1)^2-4xy \quad \therefore xy=-2$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=(-1)^3-3\times(-2)\times(-1)$

$=-7$

422 $a=x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(\sqrt{5})^2+2=7$

$b=x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)=(\sqrt{5})^3+3\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

$\therefore\ a+b=7+8\sqrt{5}$

423 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=2^2-2\times(-3)=10$

$\therefore\ a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=2\{10-(-3)\}=26$

424 주어진 식의 좌변에 $\frac{1}{2}(3-1)$을 곱하면

$\frac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$ $\frac{1}{2}(3-1)=1$

$=\frac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=\frac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=\frac{1}{2}(3^8-1)(3^8+1)$

$=\frac{3^{16}-1}{2}$

따라서 $a=2$, $b=16$이므로

$a+b=2+16=18$

425

$$\begin{array}{r|l}
 & 4x\ +5 \\ \hline
x^2-x+1 & 4x^3+\ x^2-3x+3 \\
 & 4x^3-4x^2+4x \\ \hline
 & \quad\ 5x^2-7x+3 \\
 & \quad\ 5x^2-5x+5 \\ \hline
 & \qquad\ \ -2x-2
\end{array}$$

따라서 $Q(x)=4x+5$, $R(x)=-2x-2$이므로

$Q(1)+R(1)=9-4=5$

426 $x^3+3x^2-8=A(x-1)-4$에서

$A(x-1)=x^3+3x^2-4$

$\therefore\ A=(x^3+3x^2-4)\div(x-1)$

$=x^2+4x+4$

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2+4x\ +4 \\ \hline
x-1 & x^3+3x^2\qquad -4 \\
 & x^3-\ x^2 \\ \hline
 & \quad\ 4x^2\qquad -4 \\
 & \quad\ 4x^2-4x \\ \hline
 & \qquad\quad 4x-4 \\
 & \qquad\quad 4x-4 \\ \hline
 & \qquad\qquad\ \ 0
\end{array}$$

427

$$\begin{array}{c|cccc}
1 & 4 & 0 & 3 & -6 \\
 & & 4 & 4 & 7 \\ \hline
 & 4 & 4 & 7 & \boxed{1}
\end{array}$$

즉 $a=1$, $b=4$, $c=4$, $d=1$이므로

$a+b+c+d=1+4+4+1=10$

428 $f(x)=(5x-2)Q(x)+R=5\left(x-\frac{2}{5}\right)Q(x)+R$

$=\left(x-\frac{2}{5}\right)\times 5Q(x)+R$

$\therefore$ 몫: $5Q(x)$, 나머지: R

429 ③ $2(x-2)+3=2x-4+3=2x-1$

430 $3x+7=ax+2a-b$이므로

$a=3$, $2a-b=7$

따라서 $a=3$, $b=-1$이므로

$a+b=3+(-1)=2$

431 양변에 $x=1$을 대입하면 $0=1-a+b$

양변에 $x=2$를 대입하면 $1=b$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로

$ab=2\times1=2$

432 양변에 $x=1$을 대입하면 $a_0=2$

양변에 $x=2$를 대입하면

$2^{10}+1=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

$\therefore\ a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=1025$

이때 $a_0=2$이므로

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=1023$

433 주어진 등식을 k에 대하여 정리하면

$(x-y+2)k+(-2x+3y-3)=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로

$x-y+2=0$ …… ㉠

$-2x+3y-3=0$ …… ㉡

$3\times$㉠$+$㉡을 하면 $x=-3$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $y=-1$

$\therefore\ x^2+y^2=10$

434 $f(x)=x^3+2x^2-3x+1$을 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 $f(1)$이고, $2x-1$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(\frac{1}{2}\right)$이므로

$a=f(1)=1+2-3+1=1$

$b=f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3+2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times\frac{1}{2}+1=\frac{1}{8}$

$\therefore\ \frac{a}{b}=8$

435 $f(x)=x^3-(a+3)x+5$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지와 $x-4$로 나누었을 때의 나머지가 같으므로

$f(2)=f(4)$에서 $8-2(a+3)+5=64-4(a+3)+5$

$2a=50$ $\quad\therefore\ a=25$

436 $f(x)$를 x^2-x-2로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$라 하면

$f(x)=(x^2-x-2)Q_1(x)+x+9$

$=(x+1)(x-2)Q_1(x)+x+9$

$\therefore\ f(2)=2+9=11$

또 $f(x)$를 x^2+5x+6으로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$라 하면

$f(x)=(x^2+5x+6)Q_2(x)+2x-5$

$=(x+2)(x+3)Q_2(x)+2x-5$

$\therefore\ f(-2)=-4-5=-9$

$f(x)$를 x^2-4로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x^2-4)Q(x)+ax+b$

$\quad=(x-2)(x+2)Q(x)+ax+b$

이때 $f(2)=11$, $f(-2)=-9$이므로

$f(2)=2a+b=11$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$f(-2)=-2a+b=-9$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=1$

따라서 구하는 나머지는 $5x+1$이다.

437 $f(x)=x^3+ax^2+bx+9$가

$x-3$으로 나누어떨어지므로

$f(3)=0$에서 $27+9a+3b+9=0$

$\therefore 3a+b=-12$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x+2$로 나누면 나머지가 5이므로

$f(-2)=5$에서 $-8+4a-2b+9=5$

$\therefore 2a-b=2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-6$

$\therefore ab=12$

438 $f(x)=x^3-3x^2+ax+b$가 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$로 나누어떨어지므로

$f(-1)=0$, $f(2)=0$

$f(-1)=-1-3-a+b=0$에서 $-a+b=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$f(2)=8-12+2a+b=0$에서 $2a+b=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=0$, $b=4$

$\therefore a+b=4$

439 $x^3-12x^2+48x-64$

$=x^3-3\times x^2\times 4+3\times x\times 4^2-4^3$

$=(x-4)^3$

따라서 $a=1$, $b=-4$이므로

$\dfrac{b}{a}=-4$

440 ① $a^2-4=(a+2)(a-2)$

② $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

③ $27x^3-1=(3x-1)(9x^2+3x+1)$

④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ⑤이다.

441 $(x^2-3x)^2-2x^2+6x-3$

$=(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-3$

$=t^2-2t-3$ ← $x^2-3x=t$로 치환

$=(t+1)(t-3)$

$=(x^2-3x+1)(x^2-3x-3)$ ← $t=x^2-3x$를 대입

따라서 $a=1$, $b=3$이므로

$ab=3$

442 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$

$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+21$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)+21$

$=(t-2)(t-12)+21$ ← $x^2+x=t$로 치환

$=t^2-14t+45$

$=(t-5)(t-9)$

$=(x^2+x-5)(x^2+x-9)$ ← $t=x^2+x$를 대입

따라서 $a=1$, $b=-5$, $c=1$이므로

$a+b+c=-3$

443 $x^4-3x^2+9=(x^4+6x^2+9)-9x^2$ ← $9x^2$을 더하고 빼기

$\quad=(x^2+3)^2-(3x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$\quad=(x^2+3x+3)(x^2-3x+3)$

따라서 $a=3$, $b=3$, $c=-3$, $d=3$이므로

$ad-bc=9-(-9)=18$

444 $x^2+4xy+3y^2-x-5y-2$

$=x^2+(4y-1)x+3y^2-5y-2$

$=x^2+(4y-1)x+(y-2)(3y+1)$

$$\begin{array}{cccl} x & y-2 & \rightarrow & (y-2)x \\ x & 3y+1 & \rightarrow & (3y+1)x \\ \hline & & & (4y-1)x \end{array}$$

$=(x+y-2)(x+3y+1)$

따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=3$이므로

$a+b+c=2$

445 $2x^4-5x^3-5x^2+ax+3=(x-1)(x+1)f(x)$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠의 양변에 $x=1$을 대입하면

$2-5-5+a+3=0$ $\quad\therefore a=5$

$P(x)=2x^4-5x^3-5x^2+5x+3$으로 놓으면

$P(1)=0$, $P(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & -5 & -5 & 5 & 3 \\ & & 2 & -3 & -8 & -3 \\ \hline -1 & 2 & -3 & -8 & -3 & 0 \\ & & -2 & 5 & 3 & \\ \hline & 2 & -5 & -3 & 0 & \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x+1)(2x^2-5x-3)$

따라서 $f(x)=2x^2-5x-3$이므로

$f(1)=-6$

446 $a^2(a+b)-a(b^2+c^2)-bc^2-b^3$

$=a^3+a^2b-ab^2-ac^2-bc^2-b^3$

$=-c^2(a+b)+a^2(a+b)-b^2(a+b)$

$=(a+b)(a^2-b^2-c^2)$

$\therefore (a+b)(a^2-b^2-c^2)=0$

이때 $a+b>0$이므로

$a^2-b^2-c^2=0$ $\quad\therefore a^2=b^2+c^2$

따라서 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

Ⅱ
방정식과 부등식

1 복소수 54쪽~64쪽

001 □: $\sqrt{2}$

002 $2\sqrt{2}i$

003 $3i$

004 $3\sqrt{3}i$

005 $-2\sqrt{6}i$

006 $-5i$

007 □: 3, 4

008 $a=2$, $b=\sqrt{3}$

009 $a=4$, $b=1$

010 $a=2$, $b=-3$

011 $a=\sqrt{5}$, $b=-2$

012 $a=7$, $b=0$

013 $a=0$, $b=-9$

014 $a=1+\sqrt{7}$, $b=0$

015 (1) $3i^2$, 0, $3-\sqrt{2}$, i^2-1
(2) $-i$, $\sqrt{4}i$
(3) $3+2i$, $\sqrt{2}+2i$, $1-4i$

016 (1) π, i^4+i^2, $1+i^2$, $-\sqrt{2}+1$, $\frac{1+i^4}{2}$
(2) $-2i$
(3) $1+i$, $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$

017 □: 7, 1, 11, -1

018 $x+y=-2$, $2y=-2$ $\quad\therefore x=-1$, $y=-1$

019 $x+2y=5$, $-2x+y=-5$ $\quad\therefore x=3$, $y=1$

020 $x-2=0$, $2y+6=0$ $\quad\therefore x=2$, $y=-3$

021 $4-x=0$, $y-1=0$ $\quad\therefore x=4$, $y=1$

022 $x+y+1=0$, $x-y+3=0$ $\quad\therefore x=-2$, $y=1$

023 □: $4i$

024 $-1-2i$

025 i

026 -2

027 $1-2i$

028 $-3+\sqrt{3}i$

029 $-3-5i$

030 $-7i$

031 □: 2, 1, $4-2i$

032 $$\begin{aligned}(-1+3i)+(4-2i)&=(-1+4)+(3-2)i\\&=3+i\end{aligned}$$

033 $$\begin{aligned}(5+2i)+4(5+3i)&=5+2i+20+12i\\&=(5+20)+(2+12)i\\&=25+14i\end{aligned}$$

034 $$\begin{aligned}(3+4i)+(3-4i)&=(3+3)+(4-4)i\\&=6\end{aligned}$$

035 $$\begin{aligned}(2+i)-(1+3i)&=(2-1)+(1-3)i\\&=1-2i\end{aligned}$$

036 $$\begin{aligned}(3-2i)-(-1+2i)&=\{3-(-1)\}+(-2-2)i\\&=4-4i\end{aligned}$$

037 $$\begin{aligned}(1+i)-(-2-3i)&=\{1-(-2)\}+\{1-(-3)\}i\\&=3+4i\end{aligned}$$

038 □: $15i$, -12

039 $(1+i)(2+3i)=2+3i+2i+3i^2$
$=2+5i-3=-1+5i$

040 $(2-3i)(-1+2i)=-2+4i+3i-6i^2$
$=-2+7i-(-6)=4+7i$

041 $(5+6i)(5-6i)=5^2-(6i)^2=25-36i^2$
$=25-(-36)=61$

042 $(2+\sqrt{3}i)^2=2^2+2\times2\times\sqrt{3}i+(\sqrt{3}i)^2=4+4\sqrt{3}i+3i^2$
$=4+4\sqrt{3}i-3=1+4\sqrt{3}i$

043 □: 2, i, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$

044 $\frac{4+3i}{1+2i}=\frac{(4+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$
$=\frac{4-8i+3i-6i^2}{1-4i^2}=\frac{10-5i}{5}=2-i$

045 $\frac{1+3i}{1-i}=\frac{(1+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$
$=\frac{1+i+3i+3i^2}{1-i^2}=\frac{-2+4i}{2}=-1+2i$

046 $\frac{1-i}{1-2i}=\frac{(1-i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}$
$=\frac{1+2i-i-2i^2}{1-4i^2}=\frac{3+i}{5}=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}i$

047 $\frac{5i}{3+i}=\frac{5i(3-i)}{(3+i)(3-i)}$
$=\frac{15i-5i^2}{9-i^2}=\frac{5+15i}{10}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

048 $\frac{3}{\sqrt{2}-i}=\frac{3(\sqrt{2}+i)}{(\sqrt{2}-i)(\sqrt{2}+i)}$
$=\frac{3\sqrt{2}+3i}{2-i^2}=\frac{3\sqrt{2}+3i}{3}=\sqrt{2}+i$

049 □: 4, $2i$, 5, $\frac{4}{5}$

050 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\times5=6$

051 $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{6}{5}$

052 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=4\times2i=8i$

053 $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=4^3-3\times5\times4=4$

054 $x^3+y^3-3xy=4-3\times5=-11$

055 □: 0, 0, 2

056 $z=(1+i)x^2-(4-i)x+3-2i$
$=(x^2-4x+3)+(x^2+x-2)i$
z가 실수가 되려면
$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

057 □: 0, 허수부분, -2

058 $z=(1+i)x^2-(3+i)x+2(1-i)$
$=(x^2-3x+2)+(x^2-x-2)i$
z가 순허수가 되려면
$x^2-3x+2=0$ …… ㉠
$x^2-x-2\neq0$ …… ㉡
㉠에서 $(x-1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=2$
㉡에서 $(x+1)(x-2)\neq0$ $\quad\therefore x\neq-1$, $x\neq2$
따라서 구하는 x의 값은 $x=1$

059 $z=(1+2i)x^2+2(1+3i)x-3$
$=(x^2+2x-3)+(2x^2+6x)i$
z가 순허수가 되려면
$x^2+2x-3=0$ …… ㉠
$2x^2+6x\neq0$ …… ㉡
㉠에서 $(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=-3$
㉡에서 $2x(x+3)\neq0$ $\quad\therefore x\neq0$, $x\neq-3$
따라서 구하는 x의 값은 $x=1$

060 □: $2x+y$, $2x+y$, 2, -1

061 $(5+3i)x+(1-i)y=7+9i$에서
$(5x+y)+(3x-y)i=7+9i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$5x+y=7$, $3x-y=9$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=-3$

062 $(3-2i)(x+yi)=13$에서
$(3x+2y)+(-2x+3y)i=13$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$3x+2y=13$, $-2x+3y=0$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=3$, $y=2$

063 $(2+i)(x-yi)=-3+i$에서
$(2x+y)+(x-2y)i=-3+i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$2x+y=-3$, $x-2y=1$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=-1$, $y=-1$

064 $\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1+i}=2-i$에서

$\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1+i}=\frac{x(1+i)+y(1-i)}{(1-i)(1+i)}$

$=\frac{(x+y)+(x-y)i}{2}$

이므로 $\frac{x+y}{2}+\frac{x-y}{2}i=2-i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$\frac{x+y}{2}=2$, $\frac{x-y}{2}=-1$

$\therefore x+y=4$, $x-y=-2$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=3$

065 □: $3-2i$, $3-2i$, 6

066 $z\bar{z}=(3+2i)(3-2i)=9-4i^2=13$

067 $z^2+\bar{z}^2=(z+\bar{z})^2-2z\bar{z}=6^2-2\times13=10$

068 $z=2-i$, $\bar{z}=2+i$이므로

$z+\bar{z}=(2-i)+(2+i)=4$

$z\bar{z}=(2-i)(2+i)=4-i^2=5$

$\therefore z\bar{z}(z+\bar{z})=5\times4=20$

069 $(z+1)(\bar{z}+1)=z\bar{z}+z+\bar{z}+1=5+4+1=10$

070 $\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}=\frac{z+\bar{z}}{z\bar{z}}=\frac{4}{5}$

071 □: $2a-b$, $2a-b$, 3, 3, $3+3i$

072 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$5(a+bi)+2(a-bi)=7-6i$

$7a+3bi=7-6i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$7a=7$, $3b=-6$이므로 $a=1$, $b=-2$

$\therefore z=1-2i$

073 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$3i(a+bi)+2(a-bi)=8+7i$

$(2a-3b)+(3a-2b)i=8+7i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$2a-3b=8$, $3a-2b=7$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-2$

$\therefore z=1-2i$

074 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1+i)(a+bi)+3i(a-bi)=2+i$

$(a+2b)+(4a+b)i=2+i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$a+2b=2$, $4a+b=1$

두 식을 연립하여 풀면 $a=0$, $b=1$

$\therefore z=i$

075 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1-i)(a+bi)+3i(a-bi)=6-2i$

$(a+4b)+(2a+b)i=6-2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$a+4b=6$, $2a+b=-2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=2$

$\therefore z=-2+2i$

076 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(2-i)(a+bi)+(3+i)(a-bi)=2-2i$

$(5a+2b)-bi=2-2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$5a+2b=2$, $-b=-2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{2}{5}$, $b=2$

$\therefore z=-\frac{2}{5}+2i$

077 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1+i)(a+bi)+2(1-i)(a-bi)=3-3i$

$(3a-3b)+(-a-b)i=3-3i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$3a-3b=3$, $-a-b=-3$

즉 $a-b=1$, $a+b=3$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=1$

$\therefore z=2+i$

078 □: 2, -1, -1

079 $i^{100}=i^{4\times25}=(i^4)^{25}=1$

080 $(-i)^9=-i^9=-i^{4\times2+1}=-(i^4)^2\times i$

$=-1\times i=-i$

081 $(-i)^{50}=i^{50}=i^{4\times12+2}=(i^4)^{12}\times i^2$

$=1\times(-1)=-1$

082 $\frac{1}{i}=\frac{1\times i}{i^2}=\frac{i}{-1}=-i$이므로

$\left(\frac{1}{i}\right)^{13}=(-i)^{13}=-i^{13}=-i^{4\times3+1}=-(i^4)^3\times i$

$=-1\times i=-i$

083 $\left(\frac{1}{i}\right)^{19}=(-i)^{19}=-i^{19}=-i^{4\times4+3}=-(i^4)^4\times i^3$
$=-1\times(-i)=i$

084 $i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1$
$=0$

085 $i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{50}$
$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i^{45}+i^{46}+i^{47}+i^{48})+i^{49}+i^{50}$
$=(i-1-i+1)+\cdots+(i-1-i+1)+i-1$
$=-1+i$

086 $1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{100}$
$=(1+i+i^2+i^3)+\cdots+(i^{96}+i^{97}+i^{98}+i^{99})+i^{100}$
$=(1+i-1-i)+\cdots+(1+i-1-i)+1$
$=1$

087 $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0$

088 $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}+\cdots+\frac{1}{i^{100}}$
$=\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{i^{97}}+\frac{1}{i^{98}}+\frac{1}{i^{99}}+\frac{1}{i^{100}}\right)$
$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)$
$=0$

089 $i+2i^2+3i^3+4i^4=i-2-3i+4$
$=2-2i$

090 □: i, i, i, i, -1

091 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{102}=i^{102}=(i^4)^{25}\times i^2=-1$

092 $\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$이므로
$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^5=(-i)^5=-i^5=-i^4\times i=-i$

093 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{106}=(-i)^{106}=i^{106}=(i^4)^{26}\times i^2=-1$

094 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{25}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{30}=i^{25}+(-i)^{30}=(i^4)^6\times i+(i^4)^7\times i^2$
$=i+i^2=-1+i$

095 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{40}-\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{51}=i^{40}-(-i)^{51}=(i^4)^{10}+(i^4)^{12}\times i^3$
$=1+(-i)=1-i$

참고
- n이 짝수이면 $(-i)^n=i^n$
- n이 홀수이면 $(-i)^n=-i^n$

096 □: i

097 $\pm\sqrt{4}i=\pm2i$

098 $\pm\sqrt{8}i=\pm2\sqrt{2}i$

099 $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}i=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$

100 $\pm\sqrt{\frac{3}{4}}i=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

101 $\pm\sqrt{\frac{1}{9}}i=\pm\frac{1}{3}i$

102 □: $2\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$

103 $\sqrt{-9}+\sqrt{-16}=3i+4i=7i$

104 $\sqrt{-3}+\sqrt{-27}=\sqrt{3}i+3\sqrt{3}i=4\sqrt{3}i$

105 $\sqrt{-25}-\sqrt{-1}=5i-i=4i$

106 $\sqrt{-32}-\sqrt{-8}=4\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i=2\sqrt{2}i$

107 $3\sqrt{-2}-\sqrt{-8}=3\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i=\sqrt{2}i$

108 $4\sqrt{-12}-2\sqrt{-27}=4\times2\sqrt{3}i-2\times3\sqrt{3}i$
$=8\sqrt{3}i-6\sqrt{3}i=2\sqrt{3}i$

109 □: $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}i$

110 $\sqrt{-3}\sqrt{27}=\sqrt{3}i\times3\sqrt{3}=9i$

111 $\sqrt{-8}\sqrt{-9}=2\sqrt{2}i\times3i=-6\sqrt{2}$

112 $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}i$

113 $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}i}{\sqrt{2}}=2i$

114 $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}i}=\frac{2i}{i^2}=-2i$

115 $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}=\frac{2\sqrt{2}i}{\sqrt{2}i}=2$

116 $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-3}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}i}=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}i}{3i^2}=-\sqrt{6}i$

117 □: $4\sqrt{3}i,\ -4\sqrt{3}i$

118 $\sqrt{-2}-\sqrt{-8}-\sqrt{-3}\sqrt{6}-\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{-2}}$

$=\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i-\sqrt{3}i\times\sqrt{6}-\frac{4}{\sqrt{2}i}$

$=\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i-3\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i$

$=-2\sqrt{2}i$

119 $\sqrt{4}\sqrt{-9}+\sqrt{-4}\sqrt{-9}+\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{-4}}+\frac{\sqrt{-9}}{\sqrt{-4}}$

$=2\times3i+2i\times3i+\frac{3}{2i}+\frac{3i}{2i}$

$=6i-6-\frac{3}{2}i+\frac{3}{2}=-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}i$

120 $\frac{1-\sqrt{-1}}{2+\sqrt{-1}}=\frac{1-i}{2+i}=\frac{(1-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$

$=\frac{2-i-2i+i^2}{4-i^2}$

$=\frac{1-3i}{5}=\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$

121 $\frac{1-\sqrt{-8}}{2+\sqrt{-2}}=\frac{1-2\sqrt{2}i}{2+\sqrt{2}i}$

$=\frac{(1-2\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)}{(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)}$

$=\frac{2-\sqrt{2}i-4\sqrt{2}i+4i^2}{4-2i^2}$

$=\frac{-2-5\sqrt{2}i}{6}=-\frac{1}{3}-\frac{5\sqrt{2}}{6}i$

122 $\frac{1-\sqrt{-12}}{2+\sqrt{-3}}=\frac{1-2\sqrt{3}i}{2+\sqrt{3}i}=\frac{(1-2\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)}{(2+\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)}$

$=\frac{2-\sqrt{3}i-4\sqrt{3}i+6i^2}{4-3i^2}$

$=\frac{-4-5\sqrt{3}i}{7}=-\frac{4}{7}-\frac{5\sqrt{3}}{7}i$

123 □: $-b,\ -a+b$

124 $\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}=(-a)\times(-b)=ab$

125 $|a+b|=-(a+b)=-a-b$

126 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}}$일 때, $a>0,\ b<0$이므로

$|a|-|b|=a-(-b)=a+b$

127 $\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}=a\times(-b)=-ab$

128 $|b-a|=-(b-a)=a-b$

연산문제로 실전 능력 다지기

65쪽~66쪽

129 $(-3+8i)+(2+5i)=(-3+2)+(8+5)i=-1+13i$

130 $(2-7i)-(5i-11)=\{2-(-11)\}+(-7-5)i=13-12i$

131 $(3-2i)(-1+4i)=-3+12i+2i-8i^2=5+14i$

132 $\frac{1+2i}{1-i}=\frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+i+2i+2i^2}{1-i^2}$

$=\frac{-1+3i}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

133 $x(1-i)+2(-4+i)=(x-8)+(-x+2)i$

실수가 되려면

$-x+2=0 \qquad \therefore x=2$

134 $(1-2i)x^2-(3+i)x-4+3i$

$=(x^2-3x-4)-(2x^2+x-3)i$

실수가 되려면

$2x^2+x-3=0,\ (2x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$

135 $x(3-i)+2(-3+2i)=(3x-6)+(-x+4)i$

순허수가 되려면

$3x-6=0,\ -x+4\neq0 \qquad \therefore x=2,\ x\neq4$

따라서 구하는 x의 값은 $x=2$

136 $(1-i)x^2+(2-i)x-3+6i=(x^2+2x-3)-(x^2+x-6)i$

순허수가 되려면

$x^2+2x-3=0$ ……㉠, $x^2+x-6\neq0$ ……㉡

㉠에서 $(x+3)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=1$

㉡에서 $(x+3)(x-2)\neq0 \qquad \therefore x\neq-3,\ x\neq2$

따라서 구하는 x의 값은 $x=1$

137 $(1+2i)x+(1-i)y=1+5i$에서
$(x+y)+(2x-y)i=1+5i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$x+y=1$, $2x-y=5$이므로 $x=2$, $y=-1$

138 $(x+2i)(3-i)=8+yi$에서
$(3x+2)+(-x+6)i=8+yi$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$3x+2=8$, $-x+6=y$이므로 $x=2$, $y=4$

139 $(1-2i)(x-yi)=\overline{3-4i}$에서
$(x-2y)+(-2x-y)i=3+4i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$x-2y=3$, $-2x-y=4$이므로 $x=-1$, $y=-2$

140 $\dfrac{x}{1-2i}+\dfrac{y}{1+2i}=\dfrac{10}{3+4i}$에서
$$\frac{x}{1-2i}+\frac{y}{1+2i}=\frac{x(1+2i)+y(1-2i)}{(1-2i)(1+2i)}$$
$$=\frac{(x+y)+(2x-2y)i}{5}$$
$$\frac{10}{3+4i}=\frac{10(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\frac{10(3-4i)}{25}=\frac{6-8i}{5}$$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$x+y=6$, $2x-2y=-8$이므로 $x=1$, $y=5$

141 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$2i(a-bi)+(a+bi)=2+i$
$(a+2b)+(2a+b)i=2+i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$a+2b=2$, $2a+b=1$이므로 $a=0$, $b=1$
$\therefore z=i$

142 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(1+i)(a-bi)+3i(a+bi)=-3+2i$
$(a-2b)+(4a-b)i=-3+2i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$a-2b=-3$, $4a-b=2$이므로 $a=1$, $b=2$
$\therefore z=1+2i$

143 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\overline{z}=a-bi$이므로
$(1-i)(a+bi)+3i(a-bi)=8-5i$
$(a+4b)+(2a+b)i=8-5i$
복소수가 서로 같을 조건에 의해
$a+4b=8$, $2a+b=-5$이므로 $a=-4$, $b=3$
$\therefore z=-4+3i$

144 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{30}$
$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i^{25}+i^{26}+i^{27}+i^{28})+i^{29}+i^{30}$
$=(i-1-i+1)+\cdots+(i-1-i+1)+i-1$
$=i-1$

145 $i+2i^2+3i^3+\cdots+100i^{100}$
$=(i+2i^2+3i^3+4i^4)+\cdots+(97i^{97}+98i^{98}+99i^{99}+100i^{100})$
$=(i-2-3i+4)+\cdots+(97i-98-99i+100)$
$=(2-2i)+\cdots+(2-2i)$
$=25(2-2i)=50-50i$

146 $\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{-2i}{2}=-i$,
$\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{2i}{2}=i$이므로
$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{20}-\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{40}=(-i)^{20}-i^{40}=i^{20}-i^{40}$$
$$=(i^4)^5-(i^4)^{10}=1-1=0$$

147 $2\sqrt{-8}-\sqrt{-18}+2\sqrt{-50}=2\times2\sqrt{2}i-3\sqrt{2}i+2\times5\sqrt{2}i$
$=4\sqrt{2}i-3\sqrt{2}i+10\sqrt{2}i$
$=11\sqrt{2}i$

148 $\sqrt{-12}-\sqrt{-8}\sqrt{-2}+\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{-5}}=2\sqrt{3}i-2\sqrt{2}i\times\sqrt{2}i+\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}i}$
$=2\sqrt{3}i+4+\dfrac{\sqrt{3}i}{i^2}$
$=2\sqrt{3}i+4-\sqrt{3}i$
$=4+\sqrt{3}i$

149 $\dfrac{1-\sqrt{-2}}{2+\sqrt{-2}}+\dfrac{3+\sqrt{-2}}{2-\sqrt{-2}}$
$$=\frac{1-\sqrt{2}i}{2+\sqrt{2}i}+\frac{3+\sqrt{2}i}{2-\sqrt{2}i}$$
$$=\frac{(1-\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)+(3+\sqrt{2}i)(2+\sqrt{2}i)}{(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)}$$
$$=\frac{-3\sqrt{2}i+(4+5\sqrt{2}i)}{4-2i^2}$$
$$=\frac{4+2\sqrt{2}i}{6}=\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}i$$

150 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$일 때, $a<0$, $b<0$이므로
$|a|-|b|+\sqrt{(a+b)^2}=-a-(-b)-(a+b)=-2a$

151 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$일 때, $a>0$, $b<0$이므로
$|a-b|-|a|+|b|=a-b-a+(-b)=-2b$

2 이차방정식 67쪽~79쪽

152 □: $a+1$, 무수히 많다

153 $(a^2-4)x=a+2$에서 $(a+2)(a-2)x=a+2$

(ⅰ) $a\neq-2$, $a\neq2$일 때, $x=\dfrac{a+2}{(a+2)(a-2)}=\dfrac{1}{a-2}$

(ⅱ) $a=-2$일 때, $0\times x=0$이므로 해는 무수히 많다.

(ⅲ) $a=2$일 때, $0\times x=4$이므로 해는 없다.

154 $a(x-a)=2(x-2)$에서

$(a-2)x=a^2-4$ $\quad\therefore (a-2)x=(a+2)(a-2)$

(ⅰ) $a\neq2$일 때, $x=\dfrac{(a+2)(a-2)}{a-2}=a+2$

(ⅱ) $a=2$일 때, $0\times x=0$이므로 해는 무수히 많다.

155 □: $-x+1$, 0, 0, $x-1$, 없다., 0

156 $|x+1|=3x-1$에서

(ⅰ) $x<-1$일 때, $-x-1=3x-1$, $4x=0$ $\quad\therefore x=0$

그런데 $x<-1$이므로 해는 없다.

(ⅱ) $x\geq-1$일 때, $x+1=3x-1$, $2x=2$ $\quad\therefore x=1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=1$

157 $|x|+|x-2|=4$에서

(ⅰ) $x<0$일 때, $-x-x+2=4$, $-2x=2$ $\quad\therefore x=-1$

(ⅱ) $0\leq x<2$일 때, $x-x+2=4$

따라서 $0\times x=2$이므로 해는 없다.

(ⅲ) $x\geq2$일 때, $x+x-2=4$, $2x=6$ $\quad\therefore x=3$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 $x=-1$ 또는 $x=3$

158 $|x+1|+|x+2|=5$에서

(ⅰ) $x<-2$일 때,

$-x-1-x-2=5$, $2x=-8$ $\quad\therefore x=-4$

(ⅱ) $-2\leq x<-1$일 때, $-x-1+x+2=5$

따라서 $0\times x=4$이므로 해는 없다.

(ⅲ) $x\geq-1$일 때, $x+1+x+2=5$, $2x=2$ $\quad\therefore x=1$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 $x=-4$ 또는 $x=1$

159 □: 2, 2

160 $(x+1)(2x-1)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

161 $(2x+1)(3x-4)=0$ $\quad\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{4}{3}$

162 $\dfrac{1}{2}x^2-5x+12=0$에서 $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=4$ 또는 $x=6$

163 □: -5, 2, 41

164 $x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-2)}=1\pm\sqrt{3}$

165 $x=-\sqrt{2}\pm\sqrt{(\sqrt{2})^2-1\times(-1)}=-\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$

166 $x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times2}=-1\pm\sqrt{-1}=-1\pm i$

167 $x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times9}=1\pm\sqrt{-8}=1\pm2\sqrt{2}i$

168 $0.1x^2-0.2x+0.3=0$에서 $x^2-2x+3=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times3}=1\pm\sqrt{-2}=1\pm\sqrt{2}i$

169 □: $5x$, 1, 6, 6, 0, -6, 6

다른 풀이

$x^2=|x|^2$이므로 $|x|^2-5|x|-6=0$

$(|x|+1)(|x|-6)=0$ $\quad\therefore |x|=6\ (\because |x|\geq0)$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=6$

170 (ⅰ) $x<0$일 때, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1\ (\because x<0)$

(ⅱ) $x\geq0$일 때, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=1\ (\because x\geq0)$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

171 (ⅰ) $x<1$일 때, $x^2-2(-x+1)-1=0$, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=-3\ (\because x<1)$

(ⅱ) $x\geq1$일 때, $x^2-2(x-1)-1=0$, $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=-3$ 또는 $x=1$

172 (ⅰ) $x<\dfrac{1}{2}$일 때, $x^2-(2x-1)=2$, $x^2-2x-1=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-1)}=1\pm\sqrt{2}$

그런데 $x<\dfrac{1}{2}$이므로 $x=1-\sqrt{2}$

(ⅱ) $x\geq\dfrac{1}{2}$일 때, $x^2+(2x-1)=2$, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=1\left(\because x\geq\dfrac{1}{2}\right)$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

173 □: k, 2, -1

174 이차방정식 $x^2-(k+2)x+3k+2=0$의 한 근이 -2이므로

$(-2)^2-(k+2)\times(-2)+3k+2=0$

$5k=-10$ $\quad\therefore k=-2$

175 이차방정식 $x^2-kx-k^2-5=0$의 한 근이 -3이므로

$(-3)^2-k\times(-3)-k^2-5=0$, $k^2-3k-4=0$

$(k+1)(k-4)=0 \quad \therefore k=-1$ 또는 $k=4$

176 이차방정식 $x^2-kx+4k^2-10=0$의 한 근이 2이므로
$4-2k+4k^2-10=0$, $2k^2-k-3=0$
$(2k-3)(k+1)=0 \quad \therefore k=\frac{3}{2}$ 또는 $k=-1$

177 (1) □: a^2, b^2, $\sqrt{2}x$
(2) $a=b$이므로 $\sqrt{x^2-2x+2}=\sqrt{2}x$
$x^2-2x+2=2x^2$, $x^2+2x-2=0$
$\therefore x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-2)}=-1\pm\sqrt{3}$
(3) $0<x<1$이므로 $x=-1+\sqrt{3}$

178 (1) 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
작은 정사각형의 한 변의 길이는
$\frac{16-4x}{4}=4-x$ (cm)
(2) 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 2이므로
$(4-x)^2 : x^2=1:2$에서 $x^2=2(x-4)^2$
$x^2=2x^2-16x+32$, $x^2-16x+32=0$
(3) $x^2-16x+32=0$이므로 근의 공식을 이용하면
$x=-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-32}=8\pm4\sqrt{2}$
이때 $0<x<4$이므로 큰 정사각형의 한 변의 길이는
$(8-4\sqrt{2})$ cm이다.

179 (1) $\overline{DE}=x-6$
(2) $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DC}:\overline{DE}$이므로
$x:6=6:(x-6)$
(3) $x(x-6)=36$, $x^2-6x-36=0$
$\therefore x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(-36)}=3\pm3\sqrt{5}$
그런데 $x>6$이므로 $x=3+3\sqrt{5}$

180 서로 다른 두 실근, 중근, 서로 다른 두 허근

181 b'^2-ac

182 □: >, 서로 다른 두 실근

183 $D=(-5)^2-4\times2\times3=1>0 \quad \therefore$ 서로 다른 두 실근

184 $\frac{D}{4}=6^2-9\times4=0 \quad \therefore$ 중근

185 $\frac{D}{4}=(-\sqrt{10})^2-2\times5=0 \quad \therefore$ 중근

186 $D=1^2-4\times1\times4=-15<0 \quad \therefore$ 서로 다른 두 허근

187 $D=(-5)^2-4\times3\times4=-23<0 \quad \therefore$ 서로 다른 두 허근

188 □: >, <

189 $\frac{D}{4}=2^2-1\times k=-k+4>0 \quad \therefore k<4$

190 $\frac{D}{4}=(-3)^2-3(k+1)=-3k+6>0 \quad \therefore k<2$

191 □: =, -9

192 $D=(k+1)^2-4\times4\times1=0$
$k^2+2k-15=0$, $(k-3)(k+5)=0$
$\therefore k=3$ 또는 $k=-5$

193 $D=\{-(k-1)\}^2-4\times1\times(k-1)=0$
$k^2-6k+5=0$, $(k-1)(k-5)=0$
$\therefore k=1$ 또는 $k=5$

194 □: <, -4

195 $D=\{-(2k-1)\}^2-4\times1\times k^2=-4k+1<0 \quad \therefore k>\frac{1}{4}$

196 $\frac{D}{4}=\{-(k+1)\}^2-1\times(k^2+5)=2k-4<0 \quad \therefore k<2$

197 $\frac{D}{4}=(-2)^2-1\times(k+5)=-k-1\geq0 \quad \therefore k\leq-1$

198 $\frac{D}{4}=k^2-1\times(k^2+k+4)=-k-4\geq0 \quad \therefore k\leq-4$

199 □: ±2, 2, 2

200 (i) $(1-k)x^2+3x+2=0$이 이차방정식이므로
$1-k\neq0 \quad \therefore k\neq1$
(ii) 판별식을 D라 하면 서로 다른 두 실근을 가지므로
$D=3^2-4\times(1-k)\times2=8k+1>0 \quad \therefore k>-\frac{1}{8}$
(i), (ii)에서 $-\frac{1}{8}<k<1$ 또는 $k>1$

201 (i) $kx^2+2kx-2=0$이 이차방정식이므로 $k\neq0$
(ii) 판별식을 D라 하면 중근을 가지므로
$\frac{D}{4}=k^2-k\times(-2)=0$, $k^2+2k=0$, $k(k+2)=0$
$\therefore k=0$ 또는 $k=-2$
(i), (ii)에서 $k=-2$

202 (i) $kx^2-2(k-1)x+k-3=0$이 이차방정식이므로 $k\neq0$
(ii) 판별식을 D라 하면 서로 다른 두 허근을 가지므로

$\frac{D}{4}=\{-(k-1)\}^2-k(k-3)=k+1<0 \quad \therefore k<-1$

(i), (ii)에서 $k<-1$

203 □: $k-a$, k^2+b+1, 0, $-2a$, a^2-b-1, 0, -1

204 $x^2+(2k-1)x+k^2-ak-b=0$의 판별식을 D라 하면
$D=(2k-1)^2-4\times1\times(k^2-ak-b)=0$
$(4a-4)k+4b+1=0$
이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로
$4a-4=0,\ 4b+1=0 \quad \therefore a=1,\ b=-\frac{1}{4}$

205 $x^2+2(k+a)x+k^2+6k+b=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(k+a)^2-1\times(k^2+6k+b)=0$
$(2a-6)k+a^2-b=0$
이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로
$2a-6=0,\ a^2-b=0 \quad \therefore a=3,\ b=9$

206 □: 0, -4

207 이차방정식 $ax^2+4x+a=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=2^2-a\times a=0$
$a^2-4=0,\ (a+2)(a-2)=0 \quad \therefore a=-2$ 또는 $a=2$

208 이차방정식 $ax^2-4ax+3a+5=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-2a)^2-a(3a+5)=0$
$a^2-5a=0,\ a(a-5)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=5$
그런데 $a\neq0$이므로 $a=5$

209 이차방정식 $x^2+4ax+a^2+6a=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(2a)^2-1\times(a^2+6a)=0$
$3a^2-6a=0,\ 3a(a-2)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=2$
그런데 $a\neq0$이므로 $a=2$

210 이차방정식 $x^2-(a+2)x+(2a+1)=0$의 판별식을 D라 하면
$D=\{-(a+2)\}^2-4\times1\times(2a+1)=0$
$a^2-4a=0,\ a(a-4)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=4$
그런데 $a\neq0$이므로 $a=4$

211 □: 1, 4, 7, 7

212 $\alpha+\beta=-\frac{3}{1}=-3,\ \alpha\beta=\frac{1}{1}=1$

213 $\alpha+\beta=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2},\ \alpha\beta=\frac{5}{2}$

214 $\alpha+\beta=-\frac{3}{3}=-1,\ \alpha\beta=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$

215 $\alpha+\beta=-\frac{-2\sqrt{3}}{1}=2\sqrt{3},\ \alpha\beta=\frac{-6}{1}=-6$

216 $\alpha+\beta=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2},\ \alpha\beta=\frac{0}{2}=0$

217 □: -1, -5, -1, -5, $\frac{1}{5}$

218 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=(-1)^2-4\times(-5)=21$

219 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-1)^2-2\times(-5)=11$이므로
$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{11}{-5}=-\frac{11}{5}$

220 $\alpha^3\beta+\alpha\beta^3=\alpha\beta(\alpha^2+\beta^2)$
$=(-5)\times11=-55$

221 □: 2, $-\frac{1}{2}$, -5

222 $\frac{1}{\alpha-1}+\frac{1}{\beta-1}=\frac{\alpha+\beta-2}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}$
$=\frac{2-2}{-\frac{1}{2}-2+1}=0$

223 $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$
$=2^3-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times2=11$

224 □: 0, 0, 3, 2, 2

225 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha^2-2\alpha+3=0,\ \beta^2-2\beta+3=0$
한편 근과 계수의 관계에 의해 $x+\beta=2,\ \alpha\beta=3$
$\alpha^2-3\alpha+1=(\alpha^2-2\alpha+3)-\alpha-2=-\alpha-2$
$\beta^2-3\beta+1=(\beta^2-2\beta+3)-\beta-2=-\beta-2$
$\therefore (\alpha^2-3\alpha+1)(\beta^2-3\beta+1)=(-\alpha-2)(-\beta-2)$
$=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4$
$=3+2\times2+4=11$

226 $\alpha^2+\alpha+4=(\alpha^2-2\alpha+3)+3\alpha+1=3\alpha+1$
$\beta^2+\beta+4=(\beta^2-2\beta+3)+3\beta+1=3\beta+1$
$\therefore (\alpha^2+\alpha+4)(\beta^2+\beta+4)=(3\alpha+1)(3\beta+1)$
$=9\alpha\beta+3(\alpha+\beta)+1$
$=9\times3+3\times2+1=34$

227 □: $3, -6, 3, -6, 3, \frac{9}{2}, -27$

228 이차방정식 $x^2-ax+6=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=a, \alpha\beta=6$ …… ㉠
또 이차방정식 $x^2-7x+b=0$의 두 근이 $\alpha+1, \beta+1$이므로
$(\alpha+1)+(\beta+1)=7, (\alpha+1)(\beta+1)=b$
$\therefore \alpha+\beta+2=7, \alpha\beta+\alpha+\beta+1=b$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$a+2=7, 6+a+1=b$
$\therefore a=5, b=12$

229 이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=a$ …… ㉠
또 이차방정식 $x^2+bx-4=0$의 두 근이 $\alpha-1, \beta-1$이므로
$(\alpha-1)+(\beta-1)=-b, (\alpha-1)(\beta-1)=-4$
$\therefore \alpha+\beta-2=-b, \alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=-4$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$2-2=-b, a-2+1=-4$
$\therefore a=-3, b=0$

230 □: $\frac{1}{3}, 1, \frac{1}{3}, 3$

231 두 근의 비가 2 : 1이므로 두 근을 $2\alpha, \alpha(\alpha\neq0)$로 놓으면
$2\alpha+\alpha=k+2 \quad \therefore k=3\alpha-2$ …… ㉠
$2\alpha\times\alpha=2k \quad \therefore \alpha^2=k$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=3\alpha-2$이므로
$\alpha^2-3\alpha+2=0, (\alpha-1)(\alpha-2)=0$
$\therefore \alpha=1$ 또는 $\alpha=2$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=1$ 또는 $k=4$

232 두 근의 비가 1 : 4이므로 두 근을 $\alpha, 4\alpha(\alpha\neq0)$로 놓으면
$\alpha+4\alpha=-(k+6) \quad \therefore k=-5\alpha-6$ …… ㉠
$\alpha\times4\alpha=4k \quad \therefore \alpha^2=k$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha^2=-5\alpha-6$이므로
$\alpha^2+5\alpha+6=0, (\alpha+2)(\alpha+3)=0$
$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=-3$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=4$ 또는 $k=9$

233 □: $-5, 1, -8, 4$

234 두 근의 차가 1이므로 두 근을 $\alpha, \alpha+1$로 놓으면
$\alpha+(\alpha+1)=k \quad \therefore k=2\alpha+1$ …… ㉠
$\alpha(\alpha+1)=k+5$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+1)=(2\alpha+1)+5$이므로
$\alpha^2-\alpha-6=0, (\alpha+2)(\alpha-3)=0$
$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=3$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=-3$ 또는 $k=7$

235 두 근의 차가 3이므로 두 근을 $\alpha, \alpha+3$으로 놓으면
$\alpha+(\alpha+3)=-(k-1) \quad \therefore k=-2\alpha-2$ …… ㉠
$\alpha(\alpha+3)=k-4$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+3)=(-2\alpha-2)-4$이므로
$\alpha^2+5\alpha+6=0, (\alpha+2)(\alpha+3)=0$
$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=-3$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=2$ 또는 $k=4$

236 두 근의 차가 5이므로 두 근을 $\alpha, \alpha+5$로 놓으면
$\alpha+(\alpha+5)=k-1 \quad \therefore k=2\alpha+6$ …… ㉠
$\alpha(\alpha+5)=2k$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+5)=2(2\alpha+6)$이므로
$\alpha^2+\alpha-12=0, (\alpha+4)(\alpha-3)=0$
$\therefore \alpha=-4$ 또는 $\alpha=3$
이것을 ㉠에 대입하면 $k=-2$ 또는 $k=12$

237 □: $x, 6$

238 (두 근의 합)$=-4+5=1$
(두 근의 곱)$=(-4)\times5=-20$
$\therefore x^2-x-20=0$

239 (두 근의 합)$=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2$
(두 근의 곱)$=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$
$\therefore x^2-2x-1=0$

240 (두 근의 합)$=(-2+\sqrt{3})+(-2-\sqrt{3})=-4$
(두 근의 곱)$=(-2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})=1$
$\therefore x^2+4x+1=0$

241 (두 근의 합)$=(1+i)+(1-i)=2$
(두 근의 곱)$=(1+i)(1-i)=2$
$\therefore x^2-2x+2=0$

242 (두 근의 합)$=\sqrt{5}i+(-\sqrt{5}i)=0$
(두 근의 곱)$=\sqrt{5}i\times(-\sqrt{5}i)=5$
$\therefore x^2+5=0$

243 □: $4, 12, x^2-4x+12$

244 (두 근의 합)$=(\alpha+\beta)+\alpha\beta=2+3=5$
(두 근의 곱)$=(\alpha+\beta)\times\alpha\beta=2\times3=6$
$\therefore x^2-5x+6=0$

245 (두 근의 합)$=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{3}$

(두 근의 곱)$=\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{3}$

$\therefore x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0$

246 (두 근의 합)$=(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2$

$=2-2=0$

(두 근의 곱)$=(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$

$=3-2+1=2$

$\therefore x^2+2=0$

247 (두 근의 합)$=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=2^2-2\times3=-2$

(두 근의 곱)$=\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=3^2=9$

$\therefore x^2+2x+9=0$

248 (두 근의 합)$=(\alpha^2+1)+(\beta^2+1)=\alpha^2+\beta^2+2$

$=-2+2=0$

(두 근의 곱)$=(\alpha^2+1)(\beta^2+1)=\alpha^2\beta^2+\alpha^2+\beta^2+1$

$=9+(-2)+1=8$

$\therefore x^2+8=0$

249 $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$, $\sqrt{3}i$

250 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 근은

$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times5}=1\pm2i$

$\therefore x^2-2x+5=\{x-(1+2i)\}\{x-(1-2i)\}$

$=(x-1-2i)(x-1+2i)$

251 이차방정식 $x^2-4x+6=0$의 근은

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times6}=2\pm\sqrt{2}i$

$\therefore x^2-4x+6=\{x-(2+\sqrt{2}i)\}\{x-(2-\sqrt{2}i)\}$

$=(x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)$

252 이차방정식 $3x^2+x-1=0$의 근은

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$

$\therefore 3x^2+x-1=3\left(x-\frac{-1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{13}}{6}\right)$

$=3\left(x+\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x+\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)$

253 □: $1-\sqrt{3}$, $1-\sqrt{3}$, -2, $1-\sqrt{3}$, -2

다른 풀이

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{3}$이므로

$(1+\sqrt{3})^2+a(1+\sqrt{3})+b=0$

$1+2\sqrt{3}+3+a+a\sqrt{3}+b=0$

$(a+2)\sqrt{3}+a+b+4=0$

따라서 $a+2=0$, $a+b+4=0$이므로 $a=-2$, $b=-2$

254 계수가 유리수이고 한 근이 $3+\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=-2a \quad \therefore a=-3$

$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=b \quad \therefore b=7$

255 계수가 유리수이고 한 근이 $\sqrt{2}-1$, 즉 $-1+\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $-1-\sqrt{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-a \quad \therefore a=2$

$(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=-b \quad \therefore b=1$

256 □: $1-2i$, $-a$, -2, $(1-2i)$, 5

다른 풀이

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+2i$이므로

$(1+2i)^2+a(1+2i)+b=0$

$1+4i-4+a+2ai+b=0$

$(a+b-3)+(2a+4)i=0$

따라서 $a+b-3=0$, $2a+4=0$이므로 $a=-2$, $b=5$

257 계수가 실수이고 한 근이 $3-i$이므로 다른 한 근은 $3+i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(3-i)+(3+i)=2a \quad \therefore a=3$

$(3-i)(3+i)=b \quad \therefore b=10$

258 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{2}{1-i}=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+i$이므로 다른 한 근은 $1-i$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$(1+i)+(1-i)=-a \quad \therefore a=-2$

$(1+i)(1-i)=b \quad \therefore b=2$

259 계수가 실수이고 한 근이 $\frac{1}{1+i}=\frac{1-i}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-i}{2}$이므로 다른 한 근은 $\frac{1+i}{2}$이다. 근과 계수의 관계에 의해

$\frac{1-i}{2}+\frac{1+i}{2}=a \quad \therefore a=1$

$\frac{1-i}{2}\times\frac{1+i}{2}=b \quad \therefore b=\frac{1}{2}$

연산문제로 실전 능력 다지기

80쪽 ~81쪽

260 $(x-2)(x-4)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=4$

261 $x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times9}=1\pm\sqrt{-8}=1\pm2\sqrt{2}i$

262 (i) $x<-1$일 때,

$x^2-2(x+1)-5=0$, $x^2-2x-7=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-7)}=1\pm2\sqrt{2}$

그런데 $x<-1$이므로 $x=1-2\sqrt{2}$

(ii) $x\geq-1$일 때,

$x^2+2(x+1)-5=0$, $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0 \qquad \therefore x=1\ (\because x\geq-1)$

(i), (ii)에서 $x=1-2\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

263 이차방정식 $x^2-kx-10k-2=0$의 한 근이 -3이므로

$(-3)^2-k\times(-3)-10k-2=0$

$-7k+7=0 \qquad \therefore k=1$

264 이차방정식 $x^2-(k-1)x+k^2=0$의 한 근이 -1이므로

$(-1)^2-(k-1)\times(-1)+k^2=0$

$k^2+k=0$, $k(k+1)=0 \qquad \therefore k=0$ 또는 $k=-1$

265 이차방정식 $x^2-4x-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\times(-1)=5>0 \qquad \therefore$ 서로 다른 두 실근

266 이차방정식 $3x^2+4\sqrt{3}x+4=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2\sqrt{3})^2-3\times4=0 \qquad \therefore$ 중근

267 이차방정식 $x^2-x+2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-1)^2-4\times1\times2=-7<0 \qquad \therefore$ 서로 다른 두 허근

268 이차방정식 $x^2-2(k+2)x+k^2=0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k+2)\}^2-1\times k^2=4k+4>0 \qquad \therefore k>-1$

269 이차방정식 $x^2+2(k-4)x+k^2=0$이 서로 다른 두 허근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-4)^2-1\times k^2=-8k+16<0 \qquad \therefore k>2$

270 $x^2-2(a+k)x+k^2+6k+b=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(a+k)\}^2-1\times(k^2+6k+b)=0$

$(2a-6)k+a^2-b=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$2a-6=0$, $a^2-b=0 \qquad \therefore a=3$, $b=9$

271 $x^2+2(a-k)x+k^2-2k-b=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(a-k)^2-1\times(k^2-2k-b)=0$

$(-2a+2)k+a^2+b=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$-2a+2=0$, $a^2+b=0 \qquad \therefore a=1$, $b=-1$

272 이차방정식 $x^2-8x+a-8=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-4)^2-1\times(a-8)=0$

$-a+24=0 \qquad \therefore a=24$

273 이차방정식 $x^2+(a+5)x+2a+7=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(a+5)^2-4\times1\times(2a+7)=0$

$a^2+2a-3=0$, $(a-1)(a+3)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=-3$

274 $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=-1$이므로

$$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$
$$=\frac{4^2-2\times(-1)}{-1}$$
$$=-18$$

275 $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=-1$이므로

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=4^2-4\times(-1)=20$

276 이차방정식 $x^2-4x-1=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha^2-4\alpha-1=0$, $\beta^2-4\beta-1=0$에서

$\alpha^2-2\alpha+3=(\alpha^2-4\alpha-1)+2\alpha+4=2\alpha+4$

$\beta^2-2\beta+3=(\beta^2-4\beta-1)+2\beta+4=2\beta+4$

이때 $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=-1$이므로

$(\alpha^2-2\alpha+3)(\beta^2-2\beta+3)=(2\alpha+4)(2\beta+4)$

$=4\alpha\beta+8(\alpha+\beta)+16$

$=4\times(-1)+8\times4+16$

$=44$

277 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)$=(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2$

$=3+2=5$

(두 근의 곱)$=(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$

$=6+3+1=10$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-5x+10=0$

278 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=6$이므로

(두 근의 합)$=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(두 근의 곱)$=\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$

279 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=6$이므로
(두 근의 합)$=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\times6=-3$
(두 근의 곱)$=\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=6^2=36$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+3x+36=0$

280 이차방정식 $x^2-4x+13=0$의 근은
$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times13}=2\pm3i$
$\therefore\ x^2-4x+13=\{x-(2+3i)\}\{x-(2-3i)\}$
$=(x-2-3i)(x-2+3i)$

281 이차방정식 $2x^2-3x+3=0$의 근은
$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times3}}{2\times2}=\dfrac{3\pm\sqrt{15}\,i}{4}$
$\therefore\ 2x^2-3x+3=2\left(x-\dfrac{3+\sqrt{15}\,i}{4}\right)\left(x-\dfrac{3-\sqrt{15}\,i}{4}\right)$

282 계수가 유리수이고 한 근이 $1-\sqrt{5}$이므로
다른 한 근은 $1+\sqrt{5}$이다. 근과 계수의 관계에 의해
$(1-\sqrt{5})+(1+\sqrt{5})=-a \qquad \therefore\ a=-2$
$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})=b \qquad \therefore\ b=-4$

283 계수가 실수이고 한 근이 $\dfrac{5}{2+i}=\dfrac{5(2-i)}{(2+i)(2-i)}=2-i$이므로
다른 한 근은 $2+i$이다. 근과 계수의 관계에 의해
$(2-i)+(2+i)=-a \qquad \therefore\ a=-4$
$(2-i)(2+i)=b \qquad \therefore\ b=5$

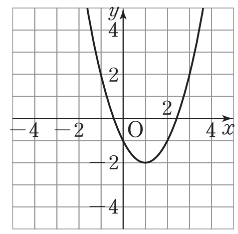
3 이차방정식과 이차함수 82쪽~96쪽

284 □: $(-1,\ -4)$, -1

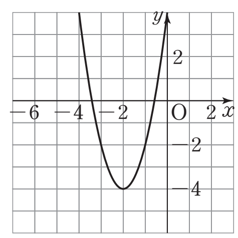
285 $y=-x^2+4x-1$
$=-(x^2-4x+4-4)-1$
$=-(x-2)^2+3$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$이고, 축의 방정식은 $x=2$이다.

286 $y=2x^2-4x+5$
$=2(x^2-2x+1-1)+5$
$=2(x-1)^2+3$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3)$이고, 축의 방정식은 $x=1$이다.

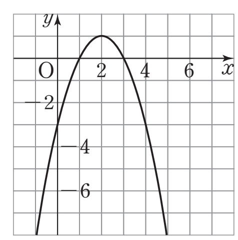
287 $y=x^2-2x-1$
$=(x^2-2x+1-1)-1$
$=(x-1)^2-2$



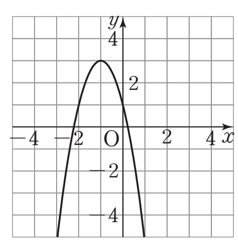
288 $y=2x^2+8x+4$
$=2(x^2+4x+4-4)+4$
$=2(x+2)^2-4$



289 $y=-x^2+4x-3$
$=-(x^2-4x+4-4)-3$
$=-(x-2)^2+1$



290 $y=-2x^2-4x+1$
$=-2(x^2+2x+1-1)+1$
$=-2(x+1)^2+3$



291 □: 2, 3, $\dfrac{1}{9}$, $\dfrac{1}{9}x^2+2$

292 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 4)$인 이차함수의 식은
$y=a(x-1)^2+4$
그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지나므로

$5=a+4 \quad \therefore a=1$

$\therefore y=(x-1)^2+4$

293 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$인 이차함수의 식은

$y=a(x+1)^2-3$

그래프가 점 $(-2, -5)$를 지나므로

$-5=a-3 \quad \therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)^2-3$

294 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$인 이차함수의 식은

$y=a(x+2)^2+1$

그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로

$-3=4a+1 \quad \therefore a=-1$

$\therefore y=-(x+2)^2+1$

295 □: 2, 4, 1, 2, 2

296 x축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나는 이차함수의 식은

$y=a(x-1)(x-3)$

그래프가 점 $(-1, 4)$를 지나므로

$8a=4 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-1)(x-3)$

$=\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$

297 점 $(0, 0)$을 지나는 이차함수의 식은

$y=ax^2+bx$

그래프가 두 점 $(1, -3)$, $(2, -4)$를 지나므로

$a+b=-3$, $4a+2b=-4$

따라서 $a+b=-3$, $2a+b=-2$이므로

$a=1$, $b=-4$

$\therefore y=x^2-4x$

298 점 $(0, 3)$을 지나는 이차함수의 식은

$y=ax^2+bx+3$

그래프가 두 점 $(-1, 10)$, $(2, 1)$을 지나므로

$a-b+3=10$, $4a+2b+3=1$

따라서 $a-b=7$, $2a+b=-1$이므로

$a=2$, $b=-5$

$\therefore y=2x^2-5x+3$

299 □: $>$, $<$, $<$, $>$

300 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0 \quad \therefore b>0$

y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

301 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b>0$

y절편이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

302 ×

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b<0$

303 ○

y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0 \quad \therefore ac<0$

304 ×

$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f(1)=a+b+c$이고,

$f(1)<0$이므로 $a+b+c<0$

305 ×

$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f(-1)=a-b+c$이고,

$f(-1)=0$이므로 $a-b+c=0$

306 ○

$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f(2)=4a+2b+c$이고,

$f(2)=0$이므로 $4a+2b+c=0$

307 ×

$f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c$이고,

$f\left(-\frac{1}{2}\right)<0$이므로 $\frac{1}{4}(a-2b+4c)<0$

$\therefore a-2b+4c<0$

308 □: 0, 5

309 이차방정식 $x^2-5x+4=0$에서

$(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 1, 4이다.

310 이차방정식 $x^2+6x+9=0$에서

$(x+3)^2=0$

$\therefore x=-3$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 -3이다.

311 이차방정식 $x^2-8x+7=0$에서

$(x-1)(x-7)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=7$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 1, 7이다.

312 이차방정식 $-x^2+x+6=0$에서
$x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 -2, 3이다.

313 이차방정식 $-x^2+2x+1=0$에서
$x^2-2x-1=0$
$\therefore x=1\pm\sqrt{2}$
따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 $1-\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$이다.

314 □: $-a$, b, -4, 3
다른 풀이
x축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나고 x^2의 계수가 1이므로
$y=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$
$\therefore a=-4$, $b=3$

315 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 -2, 4이다.
$-2+4=-a$, $(-2)\times4=b$
$\therefore a=-2$, $b=-8$

316 이차함수 $y=-x^2+ax-b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $-x^2+ax-b=0$, 즉 $x^2-ax+b=0$의 두 근이 -1, 3이다.
$-1+3=a$, $(-1)\times3=b$
$\therefore a=2$, $b=-3$

317 □: $4\alpha\beta$, $4k$, -3

318 이차방정식 $x^2+x+k=0$의 두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=k$
$|\alpha-\beta|=5$에서 $(\alpha-\beta)^2=25$이고,
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로
$25=(-1)^2-4k$
$\therefore k=-6$

319 이차방정식 $x^2-6x+k=0$의 두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=k$
$|\alpha-\beta|=2\sqrt{14}$에서 $(\alpha-\beta)^2=56$이고,
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로
$56=6^2-4k$
$\therefore k=-5$

320 □: $>$, 서로 다른 두 점에서 만난다.

321 이차방정식 $-x^2+5x-3=0$의 판별식을 D라 하면
$D=5^2-4\times(-1)\times(-3)=13>0$
따라서 이차함수 $y=-x^2+5x-3$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

322 이차방정식 $x^2-6x+10=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\times10=-1<0$
따라서 이차함수 $y=x^2-6x+10$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

323 이차방정식 $-2x^2+x-1=0$의 판별식을 D라 하면
$D=1^2-4\times(-2)\times(-1)=-7<0$
따라서 이차함수 $y=-2x^2+x-1$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

324 □: $4k$, $<$

325 이차방정식 $x^2+2x+k=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=1^2-1\times k=1-k>0$
$\therefore k<1$

326 이차방정식 $x^2+2(2-k)x+k^2=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(2-k)^2-1\times k^2=-4k+4>0$
$\therefore k<1$

327 이차방정식 $3x^2+kx+2=0$의 판별식을 D라 하면
$D=k^2-4\times3\times2=k^2-24=0$
$k^2=24$ $\quad\therefore k=\pm2\sqrt{6}$

328 이차방정식 $x^2-2(k-1)x+4=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(k-1)^2-1\times4=k^2-2k-3=0$
$(k+1)(k-3)=0$
$\therefore k=-1$ 또는 $k=3$

329 이차방정식 $x^2-6x+k=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\times k=9-k<0$
$\therefore k>9$

330 이차방정식 $-x^2+x-k+3=0$의 판별식을 D라 하면
$D=1^2-4\times(-1)\times(-k+3)=-4k+13<0$
$\therefore k>\frac{13}{4}$

331 □: $>$, 서로 다른 두 점에서 만난다.

332 $x^2-4x+5=2x-4$에서 $x^2-6x+9=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\times9=0$

따라서 이차함수 $y=x^2-4x+5$의 그래프와 직선 $y=2x-4$는 한 점에서 만난다.

333 $3x^2-2x+1=-3x$에서 $3x^2+x+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\times3\times1=-11<0$

따라서 이차함수 $y=3x^2-2x+1$의 그래프와 직선 $y=-3x$는 만나지 않는다.

334 ☐: $x+k$, $>$, $\frac{7}{4}$

335 $2x^2-x+1=2x-k$에서 $2x^2-3x+k+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=(-3)^2-4\times2\times(k+1)=1-8k>0$

$\therefore k<\frac{1}{8}$

336 ☐: $2x+k$, $=$, -2

337 $-x^2-2x+k=2x+3$에서 $x^2+4x+3-k=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-1\times(3-k)=k+1=0$

$\therefore k=-1$

338 ☐: $x+2k$, $<$, $\frac{7}{8}$

339 $x^2-3x+1=x-3k$에서 $x^2-4x+3k+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\times(3k+1)=3-3k<0$

$\therefore k>1$

340 ☐: $x+k$, $\geq$, 1

341 $x^2+2kx+k^2=2x+1$에서

$x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-1\times(k^2-1)=-2k+2\geq0$

$\therefore k\leq1$

342 ☐: 0, 0, 0, -1

343 이차방정식 $x^2-2kx+k^2+2k=mx+n$

즉 $x^2-(2k+m)x+k^2+2k-n=0$의 판별식을 D라 하면

$D=\{-(2k+m)\}^2-4\times1\times(k^2+2k-n)=0$

$4k^2+4mk+m^2-4k^2-8k+4n=0$

$\therefore (4m-8)k+m^2+4n=0$

위 식은 k에 대한 항등식이므로

$4m-8=0$, $m^2+4n=0$

$\therefore m=2$, $n=-1$

344 이차방정식 $x^2+2kx+k^2+k=mx+n$

즉 $x^2+(2k-m)x+k^2+k-n=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(2k-m)^2-4\times1\times(k^2+k-n)=0$

$4k^2-4mk+m^2-4k^2-4k+4n=0$

$\therefore (-4m-4)k+m^2+4n=0$

위 식은 k에 대한 항등식이므로

$-4m-4=0$, $m^2+4n=0$

$\therefore m=-1$, $n=-\frac{1}{4}$

345 ☐: $m+3$, $-n-1$, -7, 4

346 이차방정식 $x^2-1=mx+n$

즉 $x^2-mx-n-1=0$의 두 실근이 -2, 3이므로

근과 계수의 관계에 의해

$(-2)+3=m$, $(-2)\times3=-n-1$

$\therefore m=1$, $n=5$

347 이차방정식 $x^2-4x+2=mx+n$

즉 $x^2-(m+4)x-n+2=0$의 두 실근이 $1-\sqrt{3}$, $1+\sqrt{3}$이므로

근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=m+4$, $(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=-n+2$

$\therefore m=-2$, $n=4$

348 ☐: $2-b$, -1, 5

349 이차함수 $y=x^2+ax-1$의 그래프와 직선 $y=x+b$의 두 교점의 x좌표가 -2, 2이므로 이차방정식 $x^2+ax-1=x+b$, 즉 $x^2+(a-1)x-1-b=0$의 두 실근이 -2, 2이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(-2)+2=-(a-1)$, $(-2)\times2=-1-b$

$\therefore a=1$, $b=3$

350 이차함수 $y=-x^2+a$의 그래프와 직선 $y=bx+1$의 두 교점의 x좌표가 $1-\sqrt{3}$, $1+\sqrt{3}$이므로 이차방정식 $-x^2+a=bx+1$, 즉 $x^2+bx+1-a=0$의 두 실근이 $1-\sqrt{3}$, $1+\sqrt{3}$이다.

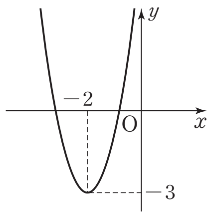
근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})=-b$, $(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=1-a$

$\therefore a=3$, $b=-2$

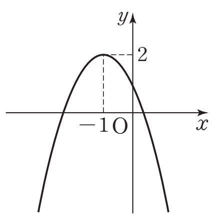
351 □: 2, 없다.

352 $y=2(x+2)^2-3$



최솟값은 -3이고,
최댓값은 없다.

353 $y=-x^2-2x+1$
$=-(x+1)^2+2$



최댓값은 2이고,
최솟값은 없다.

354 □: 1, 1, 1, -1

355 $y=2x^2-8x+13=2(x-2)^2+5$
따라서 $x=2$일 때, 최솟값은 5이다.

356 $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$
따라서 $x=3$일 때, 최댓값은 9이다.

357 $y=-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1$
따라서 $x=2$일 때, 최댓값은 -1이다.

358 □: $2a^2$, $2a^2$, a^2, 1, 1

359 $y=-x^2+2ax+2a+2$
$=-(x-a)^2+a^2+2a+2$
이 이차함수의 최댓값이 17이므로
$a^2+2a+2=17$, $a^2+2a-15=0$
$(a+5)(a-3)=0$
$\therefore a=3$ ($\because a>0$)

360 $y=x^2-2ax+2a^2-a$
$=(x-a)^2+a^2-a$
이 이차함수의 최솟값이 6이므로
$a^2-a=6$, $a^2-a-6=0$
$(a+2)(a-3)=0$
$\therefore a=3$ ($\because a>0$)

361 □: -4, $4+b$, 2, -2
다른 풀이
$y=x^2-2ax+2=(x-a)^2-a^2+2$
이 이차함수는 $x=a$에서 최솟값 $-a^2+2$를 가지므로
$a=2$, $-a^2+2=b$
$\therefore a=2$, $b=-2$

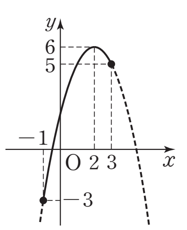
362 이차항의 계수가 1이고, $x=b$에서 최솟값 -2를 가지는 이차함수의 식은
$y=(x-b)^2-2=x^2-2bx+b^2-2$
즉 $x^2+6x+a=x^2-2bx+b^2-2$이므로
$6=-2b$, $a=b^2-2$
$\therefore a=7$, $b=-3$

363 이차항의 계수가 $-\frac{1}{2}$이고, $x=b$에서 최댓값 2를 가지는 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{2}(x-b)^2+2=-\frac{1}{2}x^2+bx-\frac{1}{2}b^2+2$
즉 $-\frac{1}{2}x^2+x+a=-\frac{1}{2}x^2+bx-\frac{1}{2}b^2+2$이므로
$1=b$, $a=-\frac{1}{2}b^2+2$
$\therefore a=\frac{3}{2}$, $b=1$

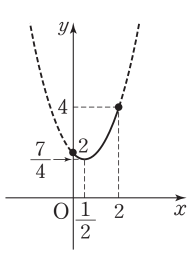
364 이차항의 계수가 a이고, $x=1$에서 최솟값 3을 가지는 이차함수의 식은
$y=a(x-1)^2+3=ax^2-2ax+a+3$
즉 $ax^2-6x+b=ax^2-2ax+a+3$이므로
$-6=-2a$, $b=a+3$
$\therefore a=3$, $b=6$

365 □: 5, -4, -3, 5, -4

366 $f(x)=-x^2+4x+2$
$=-(x-2)^2+6$
이때 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,
$f(-1)=-3$, $f(2)=6$,
$f(3)=5$이므로 $-1\le x\le 3$에서
$y=f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.



367 $f(x)=x^2-x+2$
$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$
이때 꼭짓점의 x좌표 $\frac{1}{2}$은 x의 값의 범위에 포함되고,
$f(0)=2$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}$,



$f(2)=4$이므로 $0\leq x\leq 2$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 $\frac{7}{4}$이다.

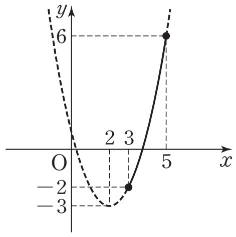
368 $f(x)=x^2-4x+1$

$=(x-2)^2-3$

이때 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(3)=-2$, $f(5)=6$이므로

$3\leq x\leq 5$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 -2 이다.



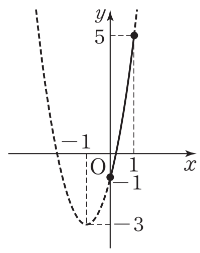
369 $f(x)=2x^2+4x-1$

$=2(x+1)^2-3$

이때 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(0)=-1$, $f(1)=5$이므로

$0\leq x\leq 1$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 5, 최솟값은 -1이다.

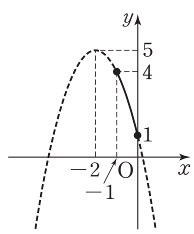


370 $f(x)=-x^2-4x+1$

$=-(x+2)^2+5$

이때 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(-1)=4$, $f(0)=1$이므로 $-1\leq x\leq 0$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 1이다.



371 $\square$: 1, 3, 1

372 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+k=\frac{1}{2}(x-4)^2+k-8$

이때 꼭짓점의 x좌표 4는 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=4$에서 최솟값 $k-8$을 갖는다.

따라서 $k-8=5$이므로 $k=13$

373 $y=2x^2+8x+k=2(x+2)^2+k-8$

이때 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=-2$에서 최솟값 $k-8$을 가지고, $x=1$에서 최댓값 $k+10$을 갖는다.

따라서 $k+10=11$이므로 $k=1$

374 $\square$: 2, 5, 1, 0

375 $y=ax^2-2ax+b=a(x-1)^2-a+b$

이때 $a>0$이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되지 않으므로

$x=-1$에서 최댓값 $3a+b$, $x=0$에서 최솟값 b를 갖는다.

따라서 $3a+b=12$, $b=-3$이므로

$a=5$, $b=-3$

376 $y=-ax^2+2ax+b$

$=-a(x-1)^2+a+b$

이때 $-a<0$이고 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=1$에서 최댓값 $a+b$, $x=3$에서 최솟값 $-3a+b$를 갖는다.

따라서 $a+b=5$, $-3a+b=-3$이므로

$a=2$, $b=3$

377 $\square$: 1, 3, 4, 4, 3, 3, 7

378 $f(x)=x^2-4x+a$

$=(x-2)^2+a-4$

이때 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=2$에서 최솟값 $a-4$를 갖는다.

따라서 $a-4=1$이므로 $a=5$

$\therefore f(x)=x^2-4x+5$

한편 $y=f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은 $f(-1)=10$

379 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+2a+1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+2a+3$

이때 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=2$에서 최댓값 $2a+3$, $x=0$에서 최솟값 $2a+1$을 갖는다.

주어진 조건에서 최솟값이 -3이므로

$2a+1=-3$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최댓값은

$2a+3=2\times(-2)+3=-1$

380 $\square$: 3, 5, -4, 4, -1, -1, -11

381 $f(x)=4x^2+8x+a$

$=4(x+1)^2+a-4$

이때 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=-1$에서 최솟값 $a-4$, $x=1$에서 최댓값 $a+12$를 갖는다.

주어진 조건에서 최댓값이 18이므로

$a+12=18$ $\quad\therefore a=6$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-4=6-4=2$

382 $f(x)=x^2+3x+a$

$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+a-\frac{9}{4}$

이때 꼭짓점의 x좌표 $-\frac{3}{2}$은 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=-\frac{3}{2}$에서 최솟값 $a-\frac{9}{4}$, $x=1$에서 최댓값 $a+4$를 갖는다.

주어진 조건에서 최댓값이 5이므로

$a+4=5$ $\quad\therefore a=1$

따라서 구하는 $y=f(x)$의 최솟값은

$a-\frac{9}{4}=1-\frac{9}{4}=-\frac{5}{4}$

383 □: $\geq$, 2

384 $y=-(x^2-4x+5)^2+6(x^2-4x)+24$에서

$x^2-4x+5=t$로 놓으면

$t=(x-2)^2+1$이므로 $t\geq 1$ …… ㉠

이때 주어진 함수는

$y=-t^2+6(t-5)+24=-t^2+6t-6$

$=-(t-3)^2+3$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최댓값은 3이다.

주의

주어진 함수식을 t에 대한 식으로 나타내었으므로 정의역은 t에 대한 범위로 나타내야 한다.

385 $y=(x^2-2x+3)^2-6(x^2-2x+3)+5$에서

$x^2-2x+3=t$로 놓으면

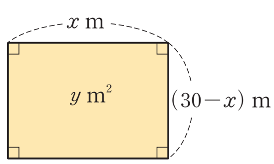
$t=(x-1)^2+2$이므로 $t\geq 2$ …… ㉠

이때 주어진 함수는

$y=t^2-6t+5=(t-3)^2-4$

따라서 ㉠의 범위에서 주어진 함수의 최솟값은 -4이다.

386 (1) 오른쪽 그림에서 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(30-x)$ m이다.



이때 길이는 양수이므로

$x>0$, $30-x>0$

$\therefore 0<x<30$

(2) 울타리 안의 넓이를 y m²라 하면

$y=x(30-x)=-x^2+30x$

$=-(x-15)^2+225\ (0<x<30)$

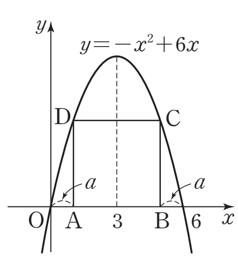
(3) $x=15$일 때 y의 최댓값은 225이다.

즉 울타리 안의 넓이의 최댓값은 225 m²이다.

387 이차함수 $y=-x^2+6x$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는

$-x^2+6x=0$에서 $-x(x-6)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6$



점 $A(a, 0)\ (0<a<3)$이라 하면

$B(6-a, 0)$, $D(a, -a^2+6a)$

이므로

$\overline{AB}=6-2a$, $\overline{AD}=-a^2+6a$

직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$2\{(6-2a)+(-a^2+6a)\}=-2a^2+8a+12$

$=-2(a-2)^2+20$

이때 $0<a<3$이므로 $a=2$일 때 최댓값 20을 갖는다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다.

연산문제로 실전 능력 다지기

97쪽~99쪽

388 (1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

(2) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\quad\therefore b<0$

(3) y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

(4) $f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f(1)=a+b+c$이고,

$f(1)<0$이므로 $a+b+c<0$

(5) $f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f(-1)=a-b+c$이고,

$f(-1)=0$이므로 $a-b+c=0$

389 (1) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

(2) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\quad\therefore b<0$

(3) y절편이 0이므로 $c=0$

(4) $f(x)=ax^2+bx+c$로 놓으면 $f(-1)=a-b+c$이고,

$f(-1)>0$이므로 $a-b+c>0$

(5) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 D라 하면 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나므로

$D=b^2-4ac>0$

390 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 -1, 2이므로

$-1+2=-a$, $(-1)\times 2=b$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

391 이차방정식 $-x^2-ax+b=0$, 즉 $x^2+ax-b=0$의 두 근이 -2, 5이므로

$-2+5=-a$, $(-2)\times 5=-b$

$\therefore a=-3$, $b=10$

392 이차방정식 $x^2+x+k=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=k$

두 교점 사이의 거리가 3이므로

$|\alpha-\beta|=3$에서 $(\alpha-\beta)^2=9$이고,

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$9=1-4k$ $\quad\therefore k=-2$

393 이차방정식 $x^2-kx-2=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=k$, $\alpha\beta=-2$

두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{3}$이므로

$|\alpha-\beta|=2\sqrt{3}$에서 $(\alpha-\beta)^2=12$이고,

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$12=k^2+8$, $k^2-4=0$ $\quad\therefore k=\pm 2$

394 이차방정식 $2x^2-6x+k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-3)^2-2\times k=9-2k$

(1) $\frac{D}{4}=9-2k>0$ $\quad\therefore k<\frac{9}{2}$

(2) $\frac{D}{4}=9-2k=0$ $\quad\therefore k=\frac{9}{2}$

(3) $\frac{D}{4}=9-2k<0 \qquad \therefore k>\frac{9}{2}$

395 $x^2+2kx+k^2=2x-5$에서

$x^2+2(k-1)x+k^2+5=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-1\times(k^2+5)=-2k-4$

(1) $\frac{D}{4}=-2k-4>0 \qquad \therefore k<-2$

(2) $\frac{D}{4}=-2k-4=0 \qquad \therefore k=-2$

(3) $\frac{D}{4}=-2k-4<0 \qquad \therefore k>-2$

396 이차방정식 $x^2-2kx+k^2-2=mx+n$

즉 $x^2-(2k+m)x+k^2-n-2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=\{-(2k+m)\}^2-4\times1\times(k^2-n-2)=0$

$\therefore 4mk+m^2+4n+8=0$

위 식은 k에 대한 항등식이므로

$4m=0,\ m^2+4n+8=0$

$\therefore m=0,\ n=-2$

397 이차방정식 $x^2-2kx+k^2+6k=mx+n$

즉 $x^2-(2k+m)x+k^2+6k-n=0$의 판별식을 D라 하면

$D=\{-(2k+m)\}^2-4\times1\times(k^2+6k-n)=0$

$\therefore (4m-24)k+m^2+4n=0$

위 식은 k에 대한 항등식이므로

$4m-24=0,\ m^2+4n=0$

$\therefore m=6,\ n=-9$

398 이차방정식 $x^2-3x+1=ax+b$, 즉 $x^2-(a+3)x-b+1=0$의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.

a, b가 유리수이므로 켤레근의 성질을 이용!

근과 계수의 관계에 의해

$(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=a+3$

$(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=-b+1$

$\therefore a=-1,\ b=2$

399 이차함수 $y=x^2+ax-3$의 그래프와 직선 $y=-2x+b$의 두 교점의 x좌표가 -3, 2이므로 이차방정식 $x^2+ax-3=-2x+b$, 즉 $x^2+(a+2)x-3-b=0$의 두 근이 -3, 2이다.

근과 계수의 관계에 의해

$(-3)+2=-(a+2),\ (-3)\times2=-3-b$

$\therefore a=-1,\ b=3$

400 $y=-2x^2+4x+1$

$=-2(x-1)^2+3$

따라서 $x=1$일 때 최댓값은 3이다.

401 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$

$=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

따라서 $x=2$일 때 최솟값은 1이다.

402 $y=-x^2+2ax+2a+1$

$=-(x-a)^2+a^2+2a+1$

이 이차함수의 최댓값이 16이므로

$a^2+2a+1=16,\ a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0$

$\therefore a=3\ (\because a>0)$

403 $y=\frac{1}{2}x^2+ax-1$

$=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{1}{2}a^2-1$

$x=2$에서 최솟값 b를 가지므로

$-a=2,\ -\frac{1}{2}a^2-1=b$

$\therefore a=-2,\ b=-3$

404 $f(x)=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$

이때 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고,

$f(-1)=6,\ f(2)=-3,\ f(4)=1$이므로 $-1\le x\le4$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.

405 $f(x)=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$

이때 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되고,

$f(-2)=3,\ f(-1)=4,\ f(2)=-5$이므로 $-2\le x\le2$에서

$y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 -5이다.

406 $f(x)=x^2-2x-4=(x-1)^2-5$

이때 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고,

$f(2)=-4,\ f(4)=4$이므로 $2\le x\le4$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 4, 최솟값은 -4이다.

407 $y=-x^2+6x+k$

$=-(x-3)^2+k+9$

꼭짓점의 x좌표 3이 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=3$에서 최댓값 $k+9$를 갖는다.

따라서 $k+9=12$이므로

$k=3$

408 $y=x^2+8x+k$

$=(x+4)^2+k-16$

꼭짓점의 x좌표 -4가 x의 값의 범위에 포함되므로

$x=-4$에서 최솟값 $k-16$을 갖는다.

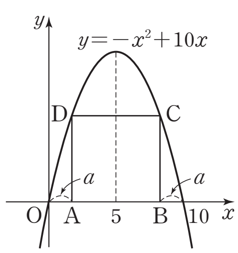
따라서 $k-16=0$이므로

$k=16$

409 $y=x^2-4x+k=(x-2)^2+k-4$
꼭짓점의 x좌표 2가 x의 값의 범위에 포함되므로
$x=2$에서 최솟값 $k-4$를 갖는다.
따라서 $k-4=5$이므로 $k=9$
한편 $x=0$에서 최댓값 k를 가지므로 구하는 최댓값은 9

410 $y=-x^2-6x+k$
$=-(x+3)^2+k+9$
꼭짓점의 x좌표 -3은 x의 값의 범위에 포함되지 않으므로
$x=-2$에서 최댓값 $k+8$, $x=1$에서 최솟값 $k-7$을 갖는다.
최댓값이 12이므로 $k+8=12$ $\quad\therefore k=4$
따라서 구하는 최솟값은
$k-7=4-7=-3$

411 이차함수 $y=-x^2+10x$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는
$-x^2+10x=0$에서 $-x(x-10)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=10$
점 $\mathrm{A}(a, 0)$ $(0<a<5)$이라 하면
$\mathrm{B}(10-a, 0)$, $\mathrm{D}(a, -a^2+10a)$
이므로



$\overline{\mathrm{AB}}=10-2a$, $\overline{\mathrm{AD}}=-a^2+10a$
직사각형 ABCD의 둘레의 길이는
$2\{(10-2a)+(-a^2+10a)\}=-2a^2+16a+20$
$=-2(a-4)^2+52$
이때 $0<a<5$이므로 $a=4$일 때 최댓값 52를 갖는다.
따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 52이다.

4 삼차방정식과 사차방정식 100쪽~108쪽

412 □: $\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

413 $x^3+27=0$에서 $(x+3)(x^2-3x+9)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=\dfrac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

414 $x^3-9x=0$에서 $x(x^2-9)=0$
$x(x+3)(x-3)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=3$

415 $x^3+x^2-2x=0$에서 $x(x^2+x-2)=0$
$x(x+2)(x-1)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$

416 □: 1, 1, 1, 1, 1, 1

417 $f(x)=x^3-2x^2+1$로 놓으면
$f(1)=0$이므로
$f(x)=(x-1)(x^2-x-1)$
즉 $(x-1)(x^2-x-1)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

1	1	-2	0	1
		1	-1	-1
	1	-1	-1	0

418 $f(x)=x^3-3x^2-6x+8$로 놓으면
$f(1)=0$이므로
$f(x)=(x-1)(x^2-2x-8)$
$=(x-1)(x-4)(x+2)$
즉 $(x-1)(x-4)(x+2)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-2$

1	1	-3	-6	8
		1	-2	-8
	1	-2	-8	0

419 $f(x)=x^3+2x^2+x-4$로 놓으면
$f(1)=0$이므로
$f(x)=(x-1)(x^2+3x+4)$
즉 $(x-1)(x^2+3x+4)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}i}{2}$

1	1	2	1	-4
		1	3	4
	1	3	4	0

420 $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$으로 놓으면
$f(1)=0$이므로
$f(x)=(x-1)(x^2-5x+6)$
$=(x-1)(x-2)(x-3)$
즉 $(x-1)(x-2)(x-3)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

1	1	-6	11	-6
		1	-5	6
	1	-5	6	0

421 $f(x)=x^3-4x^2+x+6$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-5x+6)$

$\quad=(x+1)(x-2)(x-3)$

즉 $(x+1)(x-2)(x-3)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

422 $f(x)=2x^3-3x^2-8x-3$으로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -3 & -8 & -3 \\ & & -2 & 5 & 3 \\ \hline & 2 & -5 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(2x^2-5x-3)$

$\quad=(x+1)(2x+1)(x-3)$

즉 $(x+1)(2x+1)(x-3)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=3$

423 $f(x)=3x^3-4x^2-5x+2$로 놓으면 $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & -4 & -5 & 2 \\ & & -3 & 7 & -2 \\ \hline & 3 & -7 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(3x^2-7x+2)$

$\quad=(x+1)(3x-1)(x-2)$

즉 $(x+1)(3x-1)(x-2)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=2$

424 □: -1, 2, -1, 2, 1, 2, 1, 2, -1, 2

425 $f(x)=x^4+x^3-7x^2-x+6$으로 놓으면

$f(1)=0$, $f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -7 & -1 & 6 \\ & & 1 & 2 & -5 & -6 \\ \hline 2 & 1 & 2 & -5 & -6 & \boxed{0} \\ & & 2 & 8 & 6 & \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x^2+4x+3)$

$\quad=(x-1)(x-2)(x+1)(x+3)$

즉 $(x-1)(x-2)(x+1)(x+3)=0$이므로

$x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$

426 $f(x)=x^4-5x^3-4x^2+5x+3$으로 놓으면

$f(-1)=0$, $f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -5 & -4 & 5 & 3 \\ & & -1 & 6 & -2 & -3 \\ \hline 1 & 1 & -6 & 2 & 3 & \boxed{0} \\ & & 1 & -5 & -3 & \\ \hline & 1 & -5 & -3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x-1)(x^2-5x-3)$

즉 $(x+1)(x-1)(x^2-5x-3)=0$이므로

$x=\pm1$ 또는 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{2}$

427 $f(x)=x^4-2x^2-3x-2$로 놓으면

$f(-1)=0$, $f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & -2 & -3 & -2 \\ & & -1 & 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 1 & -1 & -1 & -2 & \boxed{0} \\ & & 2 & 2 & 2 & \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x-2)(x^2+x+1)$

즉 $(x+1)(x-2)(x^2+x+1)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

428 $f(x)=x^4+2x^3-8x-16$으로 놓으면

$f(2)=0$, $f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 2 & 0 & -8 & -16 \\ & & 2 & 8 & 16 & 16 \\ \hline -2 & 1 & 4 & 8 & 8 & \boxed{0} \\ & & -2 & -4 & -8 & \\ \hline & 1 & 2 & 4 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)$

즉 $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)=0$이므로

$x=\pm2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

429 □: -10, -16, -2, -8

430 $f(x)=x^4+ax^3+ax^2+bx-3$으로 놓으면

$f(1)=0, f(-1)=0$이므로

$1+a+a+b-3=0,\ 1-a+a-b-3=0$

즉 $2a+b=2,\ -b=2$이므로

$a=2,\ b=-2$

431 $f(x)=x^4+ax^3-5x^2+bx-6$으로 놓으면

$f(1)=0$, $f(-3)=0$이므로

$1+a-5+b-6=0,\ 81-27a-45-3b-6=0$

즉 $a+b=10,\ 9a+b=10$이므로

$a=0,\ b=10$

432 □: x^2-4x, 3, 5, 3, 5

433 $(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24=0$에서

$x^2+x=t$로 놓으면 $t^2-14t+24=0$

$(t-2)(t-12)=0\qquad\therefore\ t=2$ 또는 $t=12$

(i) $t=2$, 즉 $x^2+x=2$일 때

$\quad x^2+x-2=0,\ (x+2)(x-1)=0$

$\quad\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$

(ii) $t=12$, 즉 $x^2+x=12$일 때

$\quad x^2+x-12=0,\ (x+4)(x-3)=0$

$\quad\therefore\ x=-4$ 또는 $x=3$

따라서 방정식의 근은

$x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=-4$ 또는 $x=3$

434 $(x^2+4x)^2-2(x^2+4x+3)-2=0$에서
$x^2+4x=t$로 놓으면
$t^2-2(t+3)-2=0$, $t^2-2t-8=0$
$(t+2)(t-4)=0$ $\quad\therefore t=-2$ 또는 $t=4$
(i) $t=-2$, 즉 $x^2+4x=-2$일 때
$x^2+4x+2=0$ $\quad\therefore x=-2\pm\sqrt{2}$
(ii) $t=4$, 즉 $x^2+4x=4$일 때
$x^2+4x-4=0$ $\quad\therefore x=-2\pm2\sqrt{2}$
따라서 방정식의 근은
$x=-2\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=-2\pm2\sqrt{2}$

435 □: x^2+x, 2, 6, 6, 6, 6, 6, -3, -3

436 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15=0$에서
$\{(x+1)(x+7)\}\{(x+3)(x+5)\}+15=0$
$(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15=0$ ······ ㉠
$x^2+8x=t$로 놓으면 ㉠은
$(t+7)(t+15)+15=0$, $t^2+22t+120=0$
$(t+10)(t+12)=0$ $\quad\therefore t=-10$ 또는 $t=-12$
(i) $t=-10$, 즉 $x^2+8x=-10$일 때
$x^2+8x+10=0$ $\quad\therefore x=-4\pm\sqrt{6}$
(ii) $t=-12$, 즉 $x^2+8x=-12$일 때
$x^2+8x+12=0$, $(x+2)(x+6)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=-6$
따라서 방정식의 근은
$x=-4\pm\sqrt{6}$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-6$

437 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3=0$에서
$\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}-3=0$
$(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)-3=0$ ······ ㉠
$x^2-5x=t$로 놓으면 ㉠은
$(t+4)(t+6)-3=0$, $t^2+10t+21=0$
$(t+3)(t+7)=0$ $\quad\therefore t=-3$ 또는 $t=-7$
(i) $t=-3$, 즉 $x^2-5x=-3$일 때
$x^2-5x+3=0$ $\quad\therefore x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$
(ii) $t=-7$, 즉 $x^2-5x=-7$일 때
$x^2-5x+7=0$ $\quad\therefore x=\dfrac{5\pm\sqrt{3}i}{2}$
따라서 방정식의 근은
$x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{3}i}{2}$

438 □: ±1, ±2

439 $x^4+2x^2-24=0$에서 $x^2=t$로 놓으면
$t^2+2t-24=0$, $(t+6)(t-4)=0$ $\quad\therefore t=-6$ 또는 $t=4$
즉 $x^2=-6$ 또는 $x^2=4$이므로
$x=\pm\sqrt{6}i$ 또는 $x=\pm2$

440 $x^4-2x^2-15=0$에서 $x^2=t$로 놓으면
$t^2-2t-15=0$, $(t+3)(t-5)=0$
$\therefore t=-3$ 또는 $t=5$
즉 $x^2=-3$ 또는 $x^2=5$이므로
$x=\pm\sqrt{3}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

441 □: $\sqrt{7}i$, $\sqrt{7}i$

442 $x^4+x^2+1=0$에서
$(x^4+2x^2+1)-x^2=0$, $(x^2+1)^2-x^2=0$
$(x^2+x+1)(x^2-x+1)=0$
즉 $x^2+x+1=0$ 또는 $x^2-x+1=0$이므로
$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

443 $x^4-6x^2+1=0$에서
$(x^4-2x^2+1)-4x^2=0$, $(x^2-1)^2-(2x)^2=0$
$(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)=0$
즉 $x^2+2x-1=0$ 또는 $x^2-2x-1=0$이므로
$x=-1\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

444 $x^4+64=0$에서
$(x^4+16x^2+64)-16x^2=0$, $(x^2+8)^2-(4x)^2=0$
$(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)=0$
즉 $x^2+4x+8=0$ 또는 $x^2-4x+8=0$이므로
$x=-2\pm2i$ 또는 $x=2\pm2i$

445 □: 3, 3, -1

446 $\alpha+\beta+\gamma=2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\dfrac{5}{2}$, $\alpha\beta\gamma=1$

447 $\alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=\dfrac{1}{3}$

448 □: 2, 3, -5, $-\dfrac{3}{5}$

449 $\dfrac{1}{\alpha\beta}+\dfrac{1}{\beta\gamma}+\dfrac{1}{\gamma\alpha}$
$=\dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}$
$=-\dfrac{2}{5}$

450 $(1+\alpha)(1+\beta)(1+\gamma)$
$=1+(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+\alpha\beta\gamma$
$=1+2+3+(-5)$
$=1$

451 $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$
$=2^2-2\times3=-2$

452 $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$
$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)+3\alpha\beta\gamma$
$=2\times(-2-3)+3\times(-5)$
$=-25$

453 □: 14, 24

454 (세 근의 합)$=-1+2+4=5$
(두 근끼리의 곱의 합)$=-1\times2+2\times4+4\times(-1)=2$
(세 근의 곱)$=-1\times2\times4=-8$
$\therefore\ x^3-5x^2+2x+8=0$

455 (세 근의 합)$=0+1-3=-2$
(두 근끼리의 곱의 합)$=0\times1+1\times(-3)+(-3)\times0=-3$
(세 근의 곱)$=0\times1\times(-3)=0$
$\therefore\ x^3+2x^2-3x=0$

456 □: 4, 2, 4, -2, 4, 2

457 $(\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)=\alpha+\beta+\gamma+3$
$=-2+3=1$
$(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\gamma+1)(\alpha+1)$
$=(\alpha\beta+\alpha+\beta+1)+(\beta\gamma+\beta+\gamma+1)+(\gamma\alpha+\gamma+\alpha+1)$
$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+2(\alpha+\beta+\gamma)+3$
$=4+2\times(-2)+3$
$=3$
$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$
$=\alpha\beta\gamma+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)+1$
$=2+4+(-2)+1$
$=5$
$\therefore\ x^3-x^2+3x-5=0$

458 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{4}{2}=2$
$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}\times\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}\times\frac{1}{\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{-2}{2}=-1$
$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}\times\frac{1}{\gamma}=\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=\frac{1}{2}$
$\therefore\ x^3-2x^2-x-\frac{1}{2}=0$

459 □: $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, 5, $1-\sqrt{2}$, 3

460 계수가 모두 유리수이므로 $1-\sqrt{3}$이 근이면 $1+\sqrt{3}$도 근이다.
나머지 한 근을 α라 하면
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=-2,\ -2\alpha=-2\qquad\therefore\ \alpha=1$
따라서 세 근이 $1,\ 1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}$이므로
$-a=1+(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})$에서
$a=-3$
$b=1\times(1-\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})+1\times(1+\sqrt{3})$에서
$b=0$

461 □: $1-i$, $1-i$, $1-i$, $1-i$, $1-i$, 4, $1-i$, -2

462 계수가 모두 실수이므로 $1-i$가 근이면 $1+i$도 근이다.
나머지 한 근을 α라 하면
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(1-i)+(1-i)(1+i)+\alpha(1+i)=6$
$2\alpha+2=6\qquad\therefore\ \alpha=2$
따라서 세 근이 $2,\ 1-i,\ 1+i$이므로
$-a=2+(1-i)+(1+i)$에서
$a=-4$
$b=2(1-i)(1+i)$에서
$b=4$

463 □: ω^3, 1

464 $\omega+\omega^3+\omega^5=\omega+\omega^3+\omega^3\times\omega^2=1+\omega+\omega^2=0$

465 $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^{12}$
$=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)+\cdots+\omega^{12}$
$=\omega^{12}=(\omega^3)^4$
$=1$

466 $\omega+\frac{1}{\omega}=\frac{\omega^2+1}{\omega}=\frac{-\omega}{\omega}=-1$

467 $x^2+x+1=0$의 두 근이 $\omega,\ \overline{\omega}$이므로 근과 계수의 관계에 의해
$\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$
$\therefore\ \frac{1}{1-\omega}+\frac{1}{1-\overline{\omega}}=\frac{1-\overline{\omega}+1-\omega}{(1-\omega)(1-\overline{\omega})}$
$=\frac{2-(\omega+\overline{\omega})}{1-(\omega+\overline{\omega})+\omega\overline{\omega}}$
$=\frac{2-(-1)}{1-(-1)+1}$
$=1$

468 □: ω^3, -1, 1

469 $1-\omega+\omega^2-\omega^3+\omega^4-\omega^5+\omega^6$
$=(1-\omega+\omega^2)-\omega^3(1-\omega+\omega^2)+\omega^6$
$=\omega^6=(\omega^3)^2=(-1)^2$
$=1$

470 $-\omega-\dfrac{1}{\omega}=-\dfrac{\omega^2+1}{\omega}=-\dfrac{-\omega}{\omega}=-1$

471 $\dfrac{1-\omega}{\omega^2}+\dfrac{1+\omega^2}{\omega}=\dfrac{-\omega^2}{\omega^2}+\dfrac{\omega}{\omega}=-1+1=0$

472 $x^2-x+1=0$의 두 근이 ω, $\overline{\omega}$이므로 근과 계수의 관계에 의해

$\omega+\overline{\omega}=1$, $\omega\overline{\omega}=1$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{1+\omega}+\frac{1}{1+\overline{\omega}}&=\frac{1+\overline{\omega}+1+\omega}{(1+\omega)(1+\overline{\omega})}\\&=\frac{2+(\omega+\overline{\omega})}{1+(\omega+\overline{\omega})+\omega\overline{\omega}}\\&=\frac{2+1}{1+1+1}\\&=1\end{aligned}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

109쪽~110쪽

473 $x^3+8=0$에서 $(x+2)(x^2-2x+4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

474 $f(x)=x^3+x+10$으로 놓으면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & 1 & 10 \\ & & -2 & 4 & -10 \\ \hline & 1 & -2 & 5 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(-2)=0$이므로

$f(x)=(x+2)(x^2-2x+5)$

즉 $(x+2)(x^2-2x+5)=0$이므로

$x=-2$ 또는 $x=1\pm2i$

475 $f(x)=x^4+x^3+2x-4$로 놓으면

$f(1)=0$, $f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & -4 \\ & & 1 & 2 & 2 & 4 \\ \hline -2 & 1 & 2 & 2 & 4 & \boxed{0} \\ & & -2 & 0 & -4 & \\ \hline & 1 & 0 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2+2)$

즉 $(x-1)(x+2)(x^2+2)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

476 $(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-8=0$에서

$x^2-3x=t$로 놓으면

$t^2-2t-8=0$, $(t+2)(t-4)=0$

$\therefore t=-2$ 또는 $t=4$

(i) $t=-2$, 즉 $x^2-3x=-2$일 때

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

(ii) $t=4$, 즉 $x^2-3x=4$일 때

$x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 방정식의 근은

$x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

477 $x^4-3x^2-4=0$에서 $x^2=t$로 놓으면

$t^2-3t-4=0$, $(t+1)(t-4)=0$

$\therefore t=-1$ 또는 $t=4$

즉 $x^2=-1$ 또는 $x^2=4$이므로

$x=\pm i$ 또는 $x=\pm2$

478 $x^4+2x^2+9=0$에서

$(x^4+6x^2+9)-4x^2=0$, $(x^2+3)^2-(2x)^2=0$

$(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)=0$

즉 $x^2+2x+3=0$ 또는 $x^2-2x+3=0$이므로

$x=-1\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}i$

479 $f(x)=x^3-2x^2+ax+6$으로 놓으면

$f(1)=0$이므로

$1-2+a+6=0$ $\quad\therefore a=-5$

즉 $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$이고

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)(x^2-x-6)$

$\quad=(x-1)(x+2)(x-3)$

즉 $(x-1)(x+2)(x-3)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 나머지 두 근은 -2, 3이다.

480 $f(x)=x^3-4x^2+x+a$로 놓으면

$f(-1)=0$이므로

$-1-4-1+a=0$ $\quad\therefore a=6$

즉 $f(x)=x^3-4x^2+x+6$이고

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(-1)=0$이므로

$f(x)=(x+1)(x^2-5x+6)$

$\quad=(x+1)(x-2)(x-3)$

즉 $(x+1)(x-2)(x-3)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

따라서 나머지 두 근은 2, 3이다.

481 $f(x)=x^3+ax^2+x+10$으로 놓으면

$f(-2)=0$이므로

$-8+4a-2+10=0$ $\quad\therefore a=0$

즉 $f(x)=x^3+x+10$이고

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & 1 & 10 \\ & & -2 & 4 & -10 \\ \hline & 1 & -2 & 5 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(-2)=0$이므로

$f(x)=(x+2)(x^2-2x+5)$

즉 $(x+2)(x^2-2x+5)=0$이므로

$x=-2$ 또는 $x=1\pm2i$

따라서 나머지 두 근은 $1\pm2i$이다.

482 삼차방정식 $x^3+3x-2=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta+\gamma=0,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3,\ \alpha\beta\gamma=2$

$(\alpha-1)(\beta-1)(\gamma-1)$

$=\alpha\beta\gamma-(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)-1$

$=2-3+0-1$

$=-2$

483 $\alpha^2\beta^2+\beta^2\gamma^2+\gamma^2\alpha^2=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)^2-2\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)$

$=3^2-2\times2\times0=9$

484 삼차방정식 $x^3+2x^2-x-3=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta+\gamma=-2,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-1,\ \alpha\beta\gamma=3$

$(\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)=\alpha+\beta+\gamma+3$

$=-2+3=1$

$(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\gamma+1)(\alpha+1)$

$=(\alpha\beta+\alpha+\beta+1)+(\beta\gamma+\beta+\gamma+1)+(\gamma\alpha+\gamma+\alpha+1)$

$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+2(\alpha+\beta+\gamma)+3$

$=-1+2\times(-2)+3$

$=-2$

$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$

$=\alpha\beta\gamma+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)+1$

$=3+(-1)+(-2)+1$

$=1$

$\therefore\ x^3-x^2-2x-1=0$

485 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=-\frac{1}{3}$

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}\times\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}\times\frac{1}{\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=-\frac{2}{3}$

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}\times\frac{1}{\gamma}=\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ x^3+\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$

486 계수가 모두 실수이므로 $1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+(1+i)+(1-i)=1 \qquad \therefore\ \alpha=-1$

따라서 세 근이 $-1,\ 1+i,\ 1-i$이므로

$a=-1\times(1+i)+(1+i)(1-i)-1\times(1-i)$에서

$a=0$

$-b=-1\times(1+i)(1-i)$에서

$b=2$

487 계수가 모두 실수이므로 $1+\sqrt{3}i$가 근이면 $1-\sqrt{3}i$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)=-4 \qquad \therefore\ \alpha=-1$

따라서 세 근이 $-1,\ 1+\sqrt{3}i,\ 1-\sqrt{3}i$이므로

$-a=-1+(1+\sqrt{3}i)+(1-\sqrt{3}i)$에서

$a=-1$

$b=-1\times(1+\sqrt{3}i)+(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)-1\times(1-\sqrt{3}i)$에서

$b=2$

488 $x^3=1$에서 $x^3-1=0,\ (x-1)(x^2+x+1)=0$

ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이므로

$\omega^3=1,\ \omega^2+\omega+1=0$

$\omega+\omega^2+\omega^3=\omega(1+\omega+\omega^2)=0$

489 $(1+\omega)(1+\omega^2)=1+\omega^2+\omega+\omega^3$

$=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3$

$=1$

490 $\omega^{10}+\frac{1}{\omega^{10}}=(\omega^3)^3\times\omega+\frac{1}{(\omega^3)^3\times\omega}=\omega+\frac{1}{\omega}$

$=\frac{\omega^2+1}{\omega}=\frac{-\omega}{\omega}=-1$

491 $x^3+1=0$에서 $(x+1)(x^2-x+1)=0$

ω는 $x^2-x+1=0$의 한 허근이므로

$\omega^3=-1,\ \omega^2-\omega+1=0$

$\omega^{10}-\omega^5+1=(\omega^3)^3\times\omega-\omega^3\times\omega^2+1$

$=\omega^2-\omega+1=0$

492 $\omega^2+\frac{1}{\omega^2}=\frac{\omega^4+1}{\omega^2}=\frac{-\omega+1}{\omega^2}=\frac{-\omega^2}{\omega^2}=-1$

493 $(1-\omega)(1+\omega^2)=1+\omega^2-\omega-\omega^3$

$=(\omega^2-\omega+1)-\omega^3$

$=1$

5 연립이차방정식 111쪽~115쪽

494 □: 12, 4, 4, -1, 4, -1

495 $\begin{cases} x-2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$2\times$㉠$-$㉡을 하면 $-7y=-7$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $x=3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=1$

496 □: $4x-4$, 3, 3, 3

497 $\begin{cases} x-y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+y=19 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x+1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $6x+1=19$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=4$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=4$

498 $\begin{cases} 2x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+2y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-2x+10$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $-7x+20=-1$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=4$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3$, $y=4$

499 □: 1, 1, 2, 1, 2

500 $\begin{cases} x+y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-2y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x-2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-2(-x-2)^2=7$

$x^2+8x+15=0$, $(x+3)(x+5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-5$

㉢에서 $x=-3$이면 $y=1$, $x=-5$이면 $y=3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases}$

501 $\begin{cases} x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy-y^2=11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x-2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2+x(x-2)-(x-2)^2=11$, $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

㉢에서 $x=-5$이면 $y=-7$, $x=3$이면 $y=1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-5 \\ y=-7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

502 $\begin{cases} x-y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+2y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x+2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2-x(x+2)+2(x+2)^2=4$, $x^2+3x+2=0$

$(x+1)(x+2)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=-2$

㉢에서 $x=-1$이면 $y=1$, $x=-2$이면 $y=0$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

503 $\begin{cases} x-2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $x=2y+1$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$(2y+1)^2-(2y+1)y+y^2=7$, $y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$ $\therefore y=-2$ 또는 $y=1$

㉢에서 $y=-2$이면 $x=-3$, $y=1$이면 $x=3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

504 □: $\mp\sqrt{5}i$, ±4, $-\sqrt{5}i$, $\sqrt{5}i$, 4, -4

505 $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x^2+xy-y^2=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+y)(x-y)=0$ $\therefore x=-y$ 또는 $x=y$

(i) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$3y^2-y^2-y^2=9$, $y^2=9$ $\therefore y=\pm3$

$x=-y$이므로 $y=\pm3$, $x=\mp3$ (복부호동순)

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$3y^2+y^2-y^2=9$, $y^2=3$ $\therefore y=\pm\sqrt{3}$

$x=y$이므로 $y=\pm\sqrt{3}$, $x=\pm\sqrt{3}$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$

506 $\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x^2-y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(2x-y)(x-y)=0$ $\therefore y=2x$ 또는 $y=x$

(i) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$5x^2-4x^2=4$, $x^2=4$ $\therefore x=\pm2$

$y=2x$이므로 $x=\pm2$, $y=\pm4$ (복부호동순)

(ii) $y=x$를 ㉡에 대입하면

$5x^2-x^2=4$, $x^2=1$ $\therefore x=\pm1$

$y=x$이므로 $x=\pm1$, $y=\pm1$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$

507 $\begin{cases} 2x^2-xy-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2-5xy+y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(2x+y)(x-y)=0$ $\quad\therefore y=-2x$ 또는 $y=x$

(i) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면

$2x^2+10x^2+4x^2=16,\ x^2=1$ $\quad\therefore x=\pm1$

$y=-2x$이므로 $x=\pm1,\ y=\mp2$ (복부호동순)

(ii) $y=x$를 ㉡에 대입하면

$2x^2-5x^2+x^2=16,\ x^2=-8$ $\quad\therefore x=\pm2\sqrt{2}i$

$y=x$이므로 $x=\pm2\sqrt{2}i,\ y=\pm2\sqrt{2}i$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2}i \\ y=2\sqrt{2}i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2}i \\ y=-2\sqrt{2}i \end{cases}$

508 $\begin{cases} 6x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(2x+y)(3x-2y)=0$

$\therefore y=-2x$ 또는 $y=\frac{3}{2}x$

(i) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+2x^2+4x^2=7,\ x^2=1$ $\quad\therefore x=\pm1$

$y=-2x$이므로 $x=\pm1,\ y=\mp2$ (복부호동순)

(ii) $y=\frac{3}{2}x$를 ㉡에 대입하면

$x^2-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x^2=7,\ x^2=4$ $\quad\therefore x=\pm2$

$y=\frac{3}{2}x$이므로 $x=\pm2,\ y=\pm3$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$

509 □: 2, 4, 4, 2

다른 풀이

$\begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ xy=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면

$y=-x+6$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x(-x+6)=8,\ x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=4$

㉢에서 $x=2$이면 $y=4$, $x=4$이면 $y=2$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$

510 $\begin{cases} x+y=-4 \\ xy=3 \end{cases}$에서

$x,\ y$는 이차방정식 $t^2+4t+3=0$의 두 근이고

$(t+1)(t+3)=0$ $\quad\therefore t=-1$ 또는 $t=-3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

511 $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-15 \end{cases}$에서

$x,\ y$는 이차방정식 $t^2-2t-15=0$의 두 근이고

$(t+3)(t-5)=0$ $\quad\therefore t=-3$ 또는 $t=5$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$

512 □: 14, 100, 8, 8, 8

513 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면

직사각형의 둘레의 길이가 56 cm이므로

$2(x+y)=56$ $\quad\therefore x+y=28$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

대각선의 길이가 20 cm이므로

$x^2+y^2=20^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=400$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=12,\ y=16$ 또는 $x=16,\ y=12$

따라서 직사각형의 넓이는

$12\times16=192\ (\text{cm}^2)$

514 □: 3, 3, −1, 3, 3, 0, 6, 4

515 $xy+4x-2y-10=0$에서

$x(y+4)-2(y+4)-2=0$ $\quad\therefore (x-2)(y+4)=2$

이때 $x,\ y$가 정수이므로 $x-2,\ y+4$의 값은 다음 표와 같다.

$x-2$	-2	-1	1	2
$y+4$	-1	-2	2	1

$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$

516 $xy-2x-3y+1=0$에서

$x(y-2)-3(y-2)-5=0$ $\quad\therefore (x-3)(y-2)=5$

이때 $x,\ y$가 정수이므로 $x-3,\ y-2$의 값은 다음 표와 같다.

$x-3$	-5	-1	1	5
$y-2$	-1	-5	5	1

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$

517 □: $3y$, $3y$, 1

518 $x^2+y^2-4x-6y+13=0$에서

$(x^2-4x+4)+(y^2-6y+9)=0$

$\therefore (x-2)^2+(y-3)^2=0$

이때 $x,\ y$가 실수이므로

$x-2=0,\ y-3=0$ $\quad\therefore x=2,\ y=3$

519 $4x^2-4xy+2y^2-2y+1=0$에서

$(4x^2-4xy+y^2)+(y^2-2y+1)=0$

$\therefore (2x-y)^2+(y-1)^2=0$

이때 x, y가 실수이므로

$2x-y=0$, $y-1=0$ $\quad \therefore x=\frac{1}{2}$, $y=1$

연산문제로 실전 능력 다지기

116쪽~117쪽

520 $\begin{cases} x-y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x-3$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(x-3)^2=5$

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

㉢에서 $x=1$이면 $y=-2$, $x=2$이면 $y=-1$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

521 $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x^2-y^2=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=1-2x$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $3x^2-(1-2x)^2=2$

$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

㉢에서 $x=1$이면 $y=-1$, $x=3$이면 $y=-5$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$

522 $\begin{cases} x+y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy-y^2=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=4-x$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-x(4-x)-(4-x)^2=-4$

$x^2+4x-12=0$, $(x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$

㉢에서 $x=-6$이면 $y=10$, $x=2$이면 $y=2$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-6 \\ y=10 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

523 $\begin{cases} x+2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy-y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 x에 대하여 정리하면 $x=1-2y$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $(1-2y)^2+(1-2y)y-y^2=5$

$y^2-3y-4=0$, $(y+1)(y-4)=0$

$\therefore y=-1$ 또는 $y=4$

㉢에서 $y=-1$이면 $x=3$, $y=4$이면 $x=-7$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-7 \\ y=4 \end{cases}$

524 $\begin{cases} 2x^2+xy-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy+y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+y)(2x-y)=0$

$\therefore y=-x$ 또는 $y=2x$

(i) $y=-x$를 ㉡에 대입하면

$x^2-x^2+x^2=7$, $x^2=7$ $\quad \therefore x=\pm\sqrt{7}$

$y=-x$이므로 $x=\pm\sqrt{7}$, $y=\mp\sqrt{7}$ (복부호동순)

(ii) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+2x^2+4x^2=7$, $x^2=1$ $\quad \therefore x=\pm1$

$y=2x$이므로 $x=\pm1$, $y=\pm2$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=-\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=\sqrt{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

525 $\begin{cases} x^2+xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+2y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+2y)(x-y)=0$ $\quad \therefore x=-2y$ 또는 $x=y$

(i) $x=-2y$를 ㉡에 대입하면

$4y^2+2y^2+2y^2=16$, $y^2=2$ $\quad \therefore y=\pm\sqrt{2}$

$x=-2y$이므로 $y=\pm\sqrt{2}$, $x=\mp2\sqrt{2}$ (복부호동순)

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2-y^2+2y^2=16$, $y^2=8$ $\quad \therefore y=\pm2\sqrt{2}$

$x=y$이므로 $y=\pm2\sqrt{2}$, $x=\pm2\sqrt{2}$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=2\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-2\sqrt{2} \end{cases}$

526 $\begin{cases} 6x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x^2+xy-4y^2=-14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(2x+y)(3x-2y)=0$ $\quad \therefore y=-2x$ 또는 $y=\frac{3}{2}x$

(i) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면

$4x^2-2x^2-16x^2=-14$, $x^2=1$ $\quad \therefore x=\pm1$

$y=-2x$이므로 $x=\pm1$, $y=\mp2$ (복부호동순)

(ii) $y=\frac{3}{2}x$를 ㉡에 대입하면

$4x^2+\frac{3}{2}x^2-9x^2=-14$, $x^2=4$ $\quad \therefore x=\pm2$

$y=\frac{3}{2}x$이므로 $x=\pm2$, $y=\pm3$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$

527 $\begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+y)(x-2y)=0$ $\quad \therefore x=-y$ 또는 $x=2y$

(i) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2=10$, $y^2=5$ $\quad \therefore y=\pm\sqrt{5}$

$x=-y$이므로 $y=\pm\sqrt{5}$, $x=\mp\sqrt{5}$ (복부호동순)

(ii) $x=2y$를 ㉡에 대입하면

$4y^2+y^2=10$, $y^2=2$ $\quad \therefore y=\pm\sqrt{2}$

$x=2y$이므로 $y=\pm\sqrt{2}$, $x=\pm 2\sqrt{2}$ (복부호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$

528 $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=-18 \end{cases}$에서

x, y는 $t^2-3t-18=0$의 두 근이고

$(t+3)(t-6)=0$ $\quad\therefore t=-3$ 또는 $t=6$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=6 \\ y=-3 \end{cases}$

529 $\begin{cases} x+y+xy=-5 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$에서

$x+y=p$, $xy=q$라 하면 $\begin{cases} p+q=-5 \\ p^2-2q=10 \end{cases}$

이 연립방정식을 풀면 $\begin{cases} p=0 \\ q=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} p=-2 \\ q=-3 \end{cases}$

(i) $p=0$, $q=-5$이면 x, y는 $t^2-5=0$의 두 근이다.

$t^2=5$에서 $t=\pm\sqrt{5}$

$\therefore \begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$

(ii) $p=-2$, $q=-3$이면 x, y는 $t^2+2t-3=0$의 두 근이다.

$(t+3)(t-1)=0$에서 $t=-3$ 또는 $t=1$

$\therefore \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

530 처음 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm $(x>y)$라 하면 대각선의 길이가 10 cm이므로

$x^2+y^2=10^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=100$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 2 cm씩 늘였더니 직사각형의 넓이가 처음보다 32 cm^2 만큼 커졌으므로

$(x+2)(y+2)=xy+32$ $\quad\therefore x+y=14$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=8$, $y=6$ $(\because x>y)$

따라서 처음 직사각형의 가로의 길이는 8 cm, 세로의 길이는 6 cm이다.

531 $xy+2x-3y-14=0$에서

$x(y+2)-3(y+2)-8=0$ $\quad\therefore (x-3)(y+2)=8$

이때 x, y가 자연수이므로 $x-3$, $y+2$의 값은 다음 표와 같다.

$x-3$	1	2
$y+2$	8	4

$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$

532 $6xy+4x-3y-7=0$에서

$2x(3y+2)-(3y+2)-5=0$ $\quad\therefore (2x-1)(3y+2)=5$

이때 x, y가 정수이므로 $2x-1$, $3y+2$의 값은 다음 표와 같다.

$2x-1$	-5	-1	1	5
$3y+2$	-1	-5	5	1

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

주의

$3y+2=-5$, $3y+2=1$일 때의 y의 값은 정수가 아니다.

533 $x^2+y^2-6x+2y=-10$에서

$(x^2-6x+9)+(y^2+2y+1)=0$

$\therefore (x-3)^2+(y+1)^2=0$

이때 x, y가 실수이므로

$x-3=0$, $y+1=0$ $\quad\therefore x=3$, $y=-1$

6 연립일차부등식 118쪽~124쪽

534 ×

535 ○

536 ×

537 ×

538 □: -3

539 $4(x-1)\le-2(x-4)$에서

$4x-4\le-2x+8 \qquad \therefore x\le 2$

540 $1-0.5x>-0.7x+0.8$에서

$10-5x>-7x+8 \qquad \therefore x>-1$

541 $\frac{x-1}{2}\le x+3$에서

$x-1\le 2x+6 \qquad \therefore x\ge -7$

542 □: $>$, $<$, 없다

543 $ax+1<x+a^2$에서

$(a-1)x<a^2-1 \qquad \therefore (a-1)x<(a+1)(a-1)$

(i) $a>1$일 때, $x<a+1$

(ii) $a<1$일 때, $x>a+1$

(iii) $a=1$일 때, $0\times x<0$이므로 해는 없다.

544 $ax+1\ge a+x$에서

$(a-1)x\ge a-1$

(i) $a>1$일 때, $x\ge 1$

(ii) $a<1$일 때, $x\le 1$

(iii) $a=1$일 때, $0\times x\ge 0$이므로 해는 모든 실수이다.

545 $ax+2\le 2a^2-x$에서

$(a+1)x\le 2a^2-2 \qquad \therefore (a+1)x\le 2(a+1)(a-1)$

(i) $a>-1$일 때, $x\le 2(a-1)$

(ii) $a<-1$일 때, $x\ge 2(a-1)$

(iii) $a=-1$일 때, $0\times x\le 0$이므로 해는 모든 실수이다.

546 □: -3, -3, 3

547 $2x+7>2$에서

$2x>-5 \qquad \therefore x>-\frac{5}{2}$

$x-6\ge 3x-14$에서

$-2x\ge -8 \qquad \therefore x\le 4$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-\frac{5}{2}<x\le 4$

548 $3x+2<x+8$에서

$2x<6 \qquad \therefore x<3$

$9-5x>-x-1$에서

$-4x>-10 \qquad \therefore x<\frac{5}{2}$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x<\frac{5}{2}$

549 □: $2x-2$, 6, 3, 6, -4, 1, $1<x\le 3$

550 $3-2(3x+1)\le 3x+10$에서

$3-6x-2\le 3x+10$, $-9x\le 9 \qquad \therefore x\ge -1$

$x+3>4(2-x)$에서

$x+3>8-4x$, $5x>5 \qquad \therefore x>1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x>1$

551 $\frac{1}{3}x-1<\frac{1}{4}x$에서

$4x-12<3x \qquad \therefore x<12$

$\frac{x-1}{7}<\frac{x-5}{3}$에서

$3x-3<7x-35$, $-4x<-32 \qquad \therefore x>8$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $8<x<12$

552 □: 4, $-6<x\le 4$

553 $2x<3x-5\le 8x+5$에서

$\begin{cases} 2x<3x-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5\le 8x+5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $-x<-5 \qquad \therefore x>5$

㉡에서 $-5x\le 10 \qquad \therefore x\ge -2$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x>5$

554 $2(x-3)<x-5\le 3x-5$에서

$\begin{cases} 2(x-3)<x-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-5\le 3x-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $2x-6<x-5 \qquad \therefore x<1$

㉡에서 $-2x\le 0 \qquad \therefore x\ge 0$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $0\le x<1$

555 □: 1, 2

556 $3x-a>5x+2$에서

$-2x>a+2 \qquad \therefore x<-\frac{a+2}{2}$

$2x+3<3x-1$에서

$-x<-4 \qquad \therefore x>4$

주어진 연립부등식의 해가 $4<x<6$이므로

$-\dfrac{a+2}{2}=6,\ a+2=-12 \qquad \therefore\ a=-14$

557 $4x\le 6x+2$에서

$-2x\le 2 \qquad \therefore\ x\ge -1$

$2x-a\ge 4x+1$에서

$-2x\ge a+1 \qquad \therefore\ x\le -\dfrac{a+1}{2}$

주어진 연립부등식의 해가 $-1\le x\le 2$이므로

$-\dfrac{a+1}{2}=2,\ a+1=-4 \qquad \therefore\ a=-5$

558 □: 2, 5, 1, 없다

559 $3(1+x)\le 3-x$에서

$3+3x\le 3-x,\ 4x\le 0 \qquad \therefore\ x\le 0$

$x<5x$에서 $-4x<0 \qquad \therefore\ x>0$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.

560 $2(3-x)<4x$에서

$6-2x<4x,\ -6x<-6 \qquad \therefore\ x>1$

$1-4x<-3(2x-1)$에서

$1-4x<-6x+3,\ 2x<2 \qquad \therefore\ x<1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.

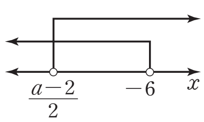
561 □: $a+4$, 1, -3

562 $a-2<2x$에서 $x>\dfrac{a-2}{2}$

$3x+4<2(x-1)$에서

$3x+4<2x-2 \qquad \therefore\ x<-6$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$\dfrac{a-2}{2}<-6 \qquad \therefore\ a<-10$

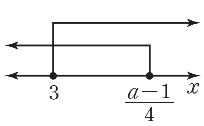
563 $x\le 3(x-2)$에서

$x\le 3x-6,\ -2x\le -6 \qquad \therefore\ x\ge 3$

$4x+1\le a$에서

$4x\le a-1 \qquad \therefore\ x\le \dfrac{a-1}{4}$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 오른쪽 그림에서



$\dfrac{a-1}{4}\ge 3,\ a-1\ge 12 \qquad \therefore\ a\ge 13$

564 □: 4, 6

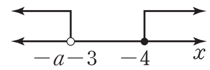
565 $5x+6\ge 2(2x+1)$에서

$5x+6\ge 4x+2 \qquad x\ge -4$

$2x-a>3(x+1)$에서

$2x-a>3x+3,\ -x>a+3 \qquad \therefore\ x<-a-3$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 오른쪽 그림에서



$-a-3\le -4,\ -a\le -1 \qquad \therefore\ a\ge 1$

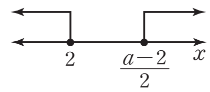
566 $2(x+1)\ge a$에서

$2x+2\ge a,\ 2x\ge a-2 \qquad \therefore\ x\ge \dfrac{a-2}{2}$

$3x+2\le 2(x+2)$에서

$3x+2\le 2x+4 \qquad \therefore\ x\le 2$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면 오른쪽 그림에서



$\dfrac{a-2}{2}>2,\ a-2>4 \qquad \therefore\ a>6$

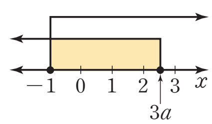
567 □: -1, 0, -4, -3

568 $4-3x\le 5-2x$에서

$-x\le 1 \qquad \therefore\ x\ge -1$

$x-3a\le 0$에서 $x\le 3a$

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x가 4개이려면 오른쪽 그림에서



$2\le 3a<3 \qquad \therefore\ \dfrac{2}{3}\le a<1$

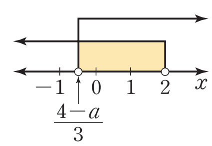
569 $x+7>2x+5$에서

$-x>-2 \qquad \therefore\ x<2$

$3x+a>4$에서

$3x>4-a \qquad \therefore\ x>\dfrac{4-a}{3}$

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x가 2개이려면 오른쪽 그림에서



$-1\le \dfrac{4-a}{3}<0 \qquad \therefore\ 4<a\le 7$

570 □: -5, 5, -2, 8

571 $|2x-1|>3$에서

$2x-1<-3$ 또는 $2x-1>3$

$\therefore\ x<-1$ 또는 $x>2$

572 $|2x-5|\le 3$에서

$-3\le 2x-5\le 3$

$\therefore\ 1\le x\le 4$

573 $|x+1|\ge 3$에서

$x+1\le -3$ 또는 $x+1\ge 3$

$\therefore\ x\le -4$ 또는 $x\ge 2$

574 □: -2, -2, 3, 3

575 $|2x-1|<x+4$에서

(i) $x<\frac{1}{2}$일 때

$-2x+1<x+4$ $\quad\therefore x>-1$

그런데 $x<\frac{1}{2}$이므로 $-1<x<\frac{1}{2}$

(ii) $x\geq\frac{1}{2}$일 때

$2x-1<x+4$ $\quad\therefore x<5$

그런데 $x\geq\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{2}\leq x<5$

(i), (ii)에서 $-1<x<5$

576 $|x-1|\geq 2x+3$에서

(i) $x<1$일 때

$-x+1\geq 2x+3$ $\quad\therefore x\leq-\frac{2}{3}$

그런데 $x<1$이므로 $x\leq-\frac{2}{3}$

(ii) $x\geq 1$일 때

$x-1\geq 2x+3$ $\quad\therefore x\leq-4$

그런데 $x\geq 1$이므로 해는 없다.

(i), (ii)에서 $x\leq-\frac{2}{3}$

577 □: -4, -3, 0, 1, -4, 1

578 $|x+2|+|x-3|>6$에서

(i) $x<-2$일 때

$-x-2-x+3>6$ $\quad\therefore x<-\frac{5}{2}$

그런데 $x<-2$이므로 $x<-\frac{5}{2}$

(ii) $-2\leq x<3$일 때

$x+2-x+3>6$에서 $5>6$

이 부등식은 항상 성립하지 않으므로 해는 없다.

(iii) $x\geq 3$일 때

$x+2+x-3>6$ $\quad\therefore x>\frac{7}{2}$

그런데 $x\geq 3$이므로 $x>\frac{7}{2}$

(i)~(iii)에서 $x<-\frac{5}{2}$ 또는 $x>\frac{7}{2}$

579 $|x-1|+|x+2|\leq 7$에서

(i) $x<-2$일 때

$-x+1-x-2\leq 7$ $\quad\therefore x\geq-4$

그런데 $x<-2$이므로 $-4\leq x<-2$

(ii) $-2\leq x<1$일 때

$-x+1+x+2\leq 7$에서 $3\leq 7$

이 부등식은 항상 성립하므로 $-2\leq x<1$

(iii) $x\geq 1$일 때

$x-1+x+2\leq 7$ $\quad\therefore x\leq 3$

그런데 $x\geq 1$이므로 $1\leq x\leq 3$

(i)~(iii)에서 $-4\leq x\leq 3$

연산문제로 실전 능력 다지기

125쪽~126쪽

580 ×

581 ×

582 ○

583 $ax-2>3x+a$에서

$(a-3)x>a+2$

(i) $a>3$일 때, $x>\frac{a+2}{a-3}$

(ii) $a<3$일 때, $x<\frac{a+2}{a-3}$

(iii) $a=3$일 때, $0\times x>5$이므로 해는 없다.

584 $ax+4\geq 2x+a^2$에서

$(a-2)x\geq a^2-4$ $\quad\therefore (a-2)x\geq(a+2)(a-2)$

(i) $a>2$일 때, $x\geq a+2$

(ii) $a<2$일 때, $x\leq a+2$

(iii) $a=2$일 때, $0\times x\geq 0$이므로 해는 모든 실수이다.

585 $2x>4x-(3x-5)$에서

$2x>4x-3x+5$ $\quad\therefore x>5$

$x+1\geq 2(x-1)$에서

$x+1\geq 2x-2$, $-x\geq-3$ $\quad\therefore x\leq 3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 없다.

586 $2(x+1)\leq x+5$에서

$2x+2\leq x+5$ $\quad\therefore x\leq 3$

$x-2\geq\frac{1}{3}x$에서

$3x-6\geq x$, $2x\geq 6$ $\quad\therefore x\geq 3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x=3$

587 $2(x+2)\le 3x-1<4(2x+1)+5$에서

$$\begin{cases} 2(x+2)\le 3x-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-1<4(2x+1)+5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $2x+4\le 3x-1$ $\quad\therefore x\ge 5$

㉡에서 $3x-1<8x+4+5$, $-5x<10$ $\quad\therefore x>-2$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x\ge 5$

588 $-2x+3<5x-4$에서

$-7x<-7$ $\quad\therefore x>1$

$3a-x\ge 2x+3$에서

$-3x\ge 3-3a$ $\quad\therefore x\le a-1$

주어진 연립부등식의 해가 $1<x\le 3$이므로

$a-1=3$ $\quad\therefore a=4$

589 $-5x+4\ge x-8$에서

$-6x\ge -12$ $\quad\therefore x\le 2$

$3x-1\ge 2(x+a)$에서

$3x-1\ge 2x+2a$ $\quad\therefore x\ge 2a+1$

주어진 연립부등식의 해가 $x=2$이므로

$2a+1=2$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

590 $3x-a>x-2$에서

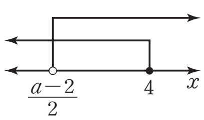
$2x>a-2$ $\quad\therefore x>\frac{a-2}{2}$

$2x-4\le 16-3x$에서

$5x\le 20$ $\quad\therefore x\le 4$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면

오른쪽 그림에서



$\frac{a-2}{2}<4$, $a-2<8$ $\quad\therefore a<10$

591 $5-(x+a)<2x-1<-4x-3$에서

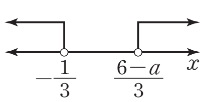
$$\begin{cases} 5-(x+a)<2x-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-1<-4x-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $5-x-a<2x-1$, $-3x<a-6$ $\quad\therefore x>\frac{6-a}{3}$

㉡에서 $6x<-2$ $\quad\therefore x<-\frac{1}{3}$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려

면 오른쪽 그림에서



$\frac{6-a}{3}\ge -\frac{1}{3}$, $6-a\ge -1$ $\quad\therefore a\le 7$

592 $3x+5\le 2(x+3)+1$에서

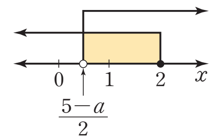
$3x+5\le 2x+6+1$ $\quad\therefore x\le 2$

$2x+a>5$에서

$2x>5-a$ $\quad\therefore x>\frac{5-a}{2}$

주어진 연립부등식을 만족시키는 정수

x가 2개이려면 오른쪽 그림에서



$0\le \frac{5-a}{2}<1$, $0\le 5-a<2$

$-5\le -a<-3$ $\quad\therefore 3<a\le 5$

593 $|5-x|<3$에서

$-3<5-x<3$, $-8<-x<-2$ $\quad\therefore 2<x<8$

594 $|3x-2|\ge 4$에서

$3x-2\le -4$ 또는 $3x-2\ge 4$ $\quad\therefore x\le -\frac{2}{3}$ 또는 $x\ge 2$

595 $|x-a|\le 3$에서

$-3\le x-a\le 3$ $\quad\therefore a-3\le x\le a+3$

주어진 부등식의 해가 $-2\le x\le 4$이므로

$a-3=-2$, $a+3=4$ $\quad\therefore a=1$

596 $\left|\frac{1}{3}x-1\right|>a$에서

$\frac{1}{3}x-1<-a$ 또는 $\frac{1}{3}x-1>a$

$\therefore x<3-3a$ 또는 $x>3a+3$

주어진 부등식의 해가 $x<-3$ 또는 $x>9$이므로

$3-3a=-3$, $3a+3=9$ $\quad\therefore a=2$

597 $|2x+1|<x+2$에서

(i) $x<-\frac{1}{2}$일 때

$-2x-1<x+2$ $\quad\therefore x>-1$

그런데 $x<-\frac{1}{2}$이므로 $-1<x<-\frac{1}{2}$

(ii) $x\ge -\frac{1}{2}$일 때

$2x+1<x+2$ $\quad\therefore x<1$

그런데 $x\ge -\frac{1}{2}$이므로 $-\frac{1}{2}\le x<1$

(i), (ii)에서 $-1<x<1$

598 $|x|+|x-2|<4$에서

(i) $x<0$일 때

$-x-x+2<4$ $\quad\therefore x>-1$

그런데 $x<0$이므로 $-1<x<0$

(ii) $0\le x<2$일 때

$x-x+2<4$에서 $2<4$

이 부등식은 항상 성립하므로 $0\le x<2$

(iii) $x\ge 2$일 때

$x+x-2<4$ $\quad\therefore x<3$

그런데 $x\ge 2$이므로 $2\le x<3$

(i)~(iii)에서 $-1<x<3$

7 이차부등식 127쪽~137쪽

599 $\square$: 1, 2, $-$, $-$, $+$, $+$, $+$, $+$, 1, 2, -1, 2

600 $x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$

x의 값의 범위	$x+4$	$x-2$	$(x+4)(x-2)$
$x<-4$	$-$	$-$	$+$
$x=-4$	0	$-$	0
$-4<x<2$	$+$	$-$	$-$
$x=2$	$+$	0	0
$x>2$	$+$	$+$	$+$

이차부등식 $x^2+2x-8\geq 0$의 해는 $(x+4)(x-2)$의 값이 0보다 크거나 같은 x의 값의 범위이므로
$x\leq -4$ 또는 $x\geq 2$

601 (1) $\square$: -1, 2
(2) $y=x^2-x-2$의 그래프가 x축보다 아래쪽에 있거나 x축과 만나는 x의 값의 범위는
$-1\leq x\leq 2$

602 (1) $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는
$x<1$ 또는 $x>4$
(2) $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축보다 위쪽에 있거나 x축과 만나는 x의 값의 범위는
$1\leq x\leq 4$

603 (1) $\square$: 1, 6
(2) $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는
$x<1$ 또는 $x>6$

604 (1) $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는
$-1\leq x\leq 3$
(2) $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는
$x\leq -1$ 또는 $x\geq 3$

605 (1) $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위는
$x<b$ 또는 $x>d$
(2) $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는
$b\leq x\leq d$

606 (1) $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는
$x\leq 0$ 또는 $x\geq b$
(2) $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는
$0<x<b$

607 $\square$: 3, 3

608 $x^2+2x-3<0$에서
$(x+3)(x-1)<0$ $\quad\therefore -3<x<1$

609 $x^2+8x+15\geq 0$에서
$(x+3)(x+5)\geq 0$ $\quad\therefore x\leq -5$ 또는 $x\geq -3$

610 $x^2-3x+2\leq 0$에서
$(x-1)(x-2)\leq 0$ $\quad\therefore 1\leq x\leq 2$

611 $-x^2-3x+18>0$에서
$x^2+3x-18<0$, $(x+6)(x-3)<0$
$\therefore -6<x<3$

612 $-3x^2-5x+2\leq 0$에서
$3x^2+5x-2\geq 0$, $(x+2)(3x-1)\geq 0$
$\therefore x\leq -2$ 또는 $x\geq \frac{1}{3}$

613 $6-x^2<0$에서 $x^2-6>0$
$(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})>0$ $\quad\therefore x<-\sqrt{6}$ 또는 $x>\sqrt{6}$

614 $2-x^2\geq x$에서
$-x^2-x+2\geq 0$, $x^2+x-2\leq 0$,
$(x+2)(x-1)\leq 0$ $\quad\therefore -2\leq x\leq 1$

615 $x^2-12\geq 4x$에서
$x^2-4x-12\geq 0$, $(x+2)(x-6)\geq 0$
$\therefore x\leq -2$ 또는 $x\geq 6$

616 $\square$: 3, 3

617 $x^2+2x+1<0$에서 $(x+1)^2<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

618 $x^2-8x+16<0$에서 $(x-4)^2<0$
따라서 부등식의 해는 없다.

619 $x^2+2\sqrt{5}x+5\geq 0$에서 $(x+\sqrt{5})^2\geq 0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

620 $-x^2+10x-25\leq 0$에서
$x^2-10x+25\geq 0$ $\quad\therefore (x-5)^2\geq 0$
따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

621 $-4x^2+4x-1\geq 0$에서

$4x^2-4x+1\leq 0 \qquad \therefore (2x-1)^2\leq 0$

따라서 부등식의 해는 $x=\frac{1}{2}$이다.

622 $16x+x^2>-64$에서

$x^2+16x+64>0 \qquad \therefore (x+8)^2>0$

따라서 부등식의 해는 $x\neq -8$인 모든 실수이다.

623 $x(x-3)<3x-9$에서

$x^2-3x<3x-9$, $x^2-6x+9<0$

$\therefore (x-3)^2<0$

따라서 부등식의 해는 없다.

624 $4x^2\leq 3(4x-3)$에서

$4x^2\leq 12x-9$, $4x^2-12x+9\leq 0$

$\therefore (2x-3)^2\leq 0$

따라서 부등식의 해는 $x=\frac{3}{2}$이다.

625 □: 2, 1, 모든 실수

626 $x^2-x+2<0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}<0$

따라서 부등식의 해는 없다.

627 $x^2+3x+9\leq 0$에서 $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}\leq 0$

따라서 부등식의 해는 없다.

628 $x^2-2x+8\geq 0$에서 $(x-1)^2+7\geq 0$

따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

629 $-x^2+3x-4<0$에서

$x^2-3x+4>0 \qquad \therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$

따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

630 $-x^2-2x-2>0$에서

$x^2+2x+2<0 \qquad \therefore (x+1)^2+1<0$

따라서 부등식의 해는 없다.

631 $2x^2-4x+3\geq 0$에서

$2(x^2-2x+1)+1\geq 0 \qquad \therefore 2(x-1)^2+1\geq 0$

따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

632 $4x^2+12x+11\leq 0$에서

$4\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)+2\leq 0 \qquad \therefore 4\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+2\leq 0$

따라서 부등식의 해는 없다.

633 $-2x^2\geq 3-2x$에서

$-2x^2+2x-3\geq 0$, $2x^2-2x+3\leq 0$

$2\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{2}\leq 0 \qquad \therefore 2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}\leq 0$

따라서 부등식의 해는 없다.

634 □: 5, 6

635 $(x+4)(x+2)<0$에서 $x^2+6x+8<0$

636 $(x+3)(x-1)\leq 0$에서 $x^2+2x-3\leq 0$

637 $(x-1)(x-5)>0$에서 $x^2-6x+5>0$

638 $(x+5)(x-2)\geq 0$에서 $x^2+3x-10\geq 0$

639 □: $<$, $<$, $<$, -2, 4

640 해가 $-2\leq x\leq 3$이고 x^2의 계수가 2인 이차부등식은

$2(x+2)(x-3)\leq 0$

$\therefore 2x^2-2x-12\leq 0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

㉠이 $2x^2-ax+b\leq 0$과 일치하므로

$-2=-a$, $-12=b$

$\therefore a=2$, $b=-12$

641 해가 $x<-2$ 또는 $x>4$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+2)(x-4)>0$

$\therefore x^2-2x-8>0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

㉠과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 같으므로 $a>0$

㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-2ax-8a>0$

이 부등식이 $ax^2-2x+b>0$과 일치하므로

$-2a=-2$, $-8a=b$

$\therefore a=1$, $b=-8$

642 해가 $\frac{1}{3}\leq x\leq\frac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\leq 0$, $x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}\leq 0$

$\therefore 6x^2-5x+1\leq 0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

㉠과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 다르므로 $a<0$

㉠의 양변에 a를 곱하면 $6ax^2-5ax+a\geq 0$

이 부등식이 $6ax^2+bx-1\geq 0$과 일치하므로

$-5a=b$, $a=-1$

$\therefore a=-1$, $b=5$

643 □: $<$, $>$

644 $x^2-3x+k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-3)^2-4\times1\times(k+3)<0$

$-4k-3<0 \qquad \therefore\ k>-\dfrac{3}{4}$

645 $x^2+2kx+k+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=k^2-1\times(k+2)<0,\ k^2-k-2<0$

$(k+1)(k-2)<0 \qquad \therefore\ -1<k<2$

646 $x^2+kx+k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\times1\times(k+3)<0,\ k^2-4k-12<0$

$(k+2)(k-6)<0 \qquad \therefore\ -2<k<6$

647 □: $-3,\ <,\ \le$

648 (i) $k=2$일 때, $-5\le0$이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\ne2$일 때, $k-2<0$, 즉 $k<2$이어야 한다.

이때 이차방정식 $(k-2)x^2+2(k-2)x-2k-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(k-2)^2-(k-2)(-2k-1)\le0$

$(k-2)(3k-1)\le0 \qquad \therefore\ \dfrac{1}{3}\le k<2\ (\because k\ne2)$

(i), (ii)에서 $\dfrac{1}{3}\le k\le2$

649 (i) $k=1$일 때, $1\ge0$이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\ne1$일 때, $k-1>0$, 즉 $k>1$이어야 한다.

이때 이차방정식 $(k-1)x^2-2(k-1)x+1=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=\{-(k-1)\}^2-(k-1)\times1\le0$

$(k-1)(k-2)\le0 \qquad \therefore\ 1<k\le2\ (\because k\ne1)$

(i), (ii)에서 $1\le k\le2$

650 (i) $k=-1$일 때, $3>0$이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\ne-1$일 때, $k+1>0$, 즉 $k>-1$이어야 한다.

이때 이차방정식 $(k+1)x^2+2(k+1)x+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(k+1)^2-(k+1)\times3<0$

$(k+1)(k-2)<0 \qquad \therefore\ -1<k<2$

(i), (ii)에서 $-1\le k<2$

651 □: 2, 4

652 $x^2-6x+5\le0$에서

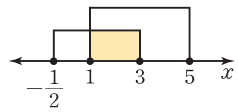
$(x-1)(x-5)\le0 \qquad \therefore\ 1\le x\le5$ ...... ㉠

$2x^2-5x-3\le0$에서

$(2x+1)(x-3)\le0 \qquad \therefore\ -\dfrac{1}{2}\le x\le3$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$1\le x\le3$



653 $x^2+x-6\ge0$에서

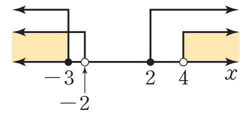
$(x+3)(x-2)\ge0 \qquad \therefore\ x\le-3$ 또는 $x\ge2$ ...... ㉠

$x^2-2x-8>0$에서

$(x+2)(x-4)>0 \qquad \therefore\ x<-2$ 또는 $x>4$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$x\le-3$ 또는 $x>4$



654 □: 4, 5

655 $-1<x^2-3x+1<19$에서

$\begin{cases}-1<x^2-3x+1 & \cdots\cdots ㉠\\ x^2-3x+1<19 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $x^2-3x+2>0,\ (x-1)(x-2)>0$

$\therefore\ x<1$ 또는 $x>2$

㉡에서 $x^2-3x-18<0,\ (x+3)(x-6)<0$

$\therefore\ -3<x<6$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-3<x<1$ 또는 $2<x<6$

656 $x-1\le x^2+3x-4<0$에서

$\begin{cases}x-1\le x^2+3x-4 & \cdots\cdots ㉠\\ x^2+3x-4<0 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $x^2+2x-3\ge0,\ (x+3)(x-1)\ge0$

$\therefore\ x\le-3$ 또는 $x\ge1$

㉡에서 $(x+4)(x-1)<0$

$\therefore\ -4<x<1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-4<x\le-3$

657 $3x^2-4x\le x^2<1-3x^2$에서

$\begin{cases}3x^2-4x\le x^2 & \cdots\cdots ㉠\\ x^2<1-3x^2 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $2x^2-4x\le0,\ 2x(x-2)\le0$

$\therefore\ 0\le x\le2$

㉡에서 $4x^2-1<0,\ (2x+1)(2x-1)<0$

$\therefore\ -\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{1}{2}$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $0\le x<\dfrac{1}{2}$

658 □: $\ge$

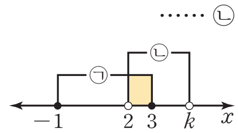
659 $x^2-2x-3\le0$에서

$(x+1)(x-3)\le0 \qquad \therefore\ -1\le x\le3$ ...... ㉠

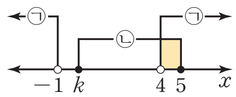
$x^2-(k+2)x+2k<0$에서

$(x-2)(x-k)<0$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위가 $2<x\le3$이므로 오른쪽 그림에서 $k>3$

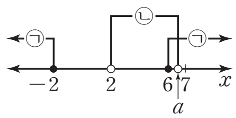


660 $x^2-3x-4>0$에서
$(x+1)(x-4)>0 \qquad \therefore\ x<-1$ 또는 $x>4$ …… ㉠
$x^2-(k+5)x+5k\le 0$에서
$(x-5)(x-k)\le 0$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위가 $4<x\le 5$
이므로 오른쪽 그림에서
$-1\le k\le 4$

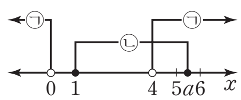


661 □: ≤, <

662 $x^2-4x-12\ge 0$에서
$(x+2)(x-6)\ge 0 \qquad \therefore\ x\le -2$ 또는 $x\ge 6$ …… ㉠
$x^2-(a+2)x+2a<0$에서
$(x-2)(x-a)<0$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는
정수가 6뿐이므로
오른쪽 그림에서 $6<a\le 7$

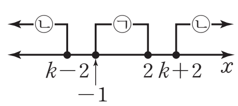


663 $2x(x-3)>x^2-2x$에서
$2x^2-6x>x^2-2x,\ x^2-4x>0$
$x(x-4)>0 \qquad \therefore\ x<0$ 또는 $x>4$ …… ㉠
$x^2-(a+1)x+a\le 0$에서
$(x-1)(x-a)\le 0$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는
정수가 5뿐이므로
오른쪽 그림에서 $5\le a<6$

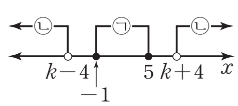


664 □: 2, 1, 1, 2

665 $x^2-x-2\le 0$에서
$(x+1)(x-2)\le 0 \qquad \therefore\ -1\le x\le 2$ …… ㉠
$\{x-(k-2)\}\{x-(k+2)\}\ge 0$에서
$x\le k-2$ 또는 $x\ge k+2$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위가 없어야 하므로
오른쪽 그림에서
$k-2<-1,\ k+2>2$
$k<1,\ k>0 \qquad \therefore\ 0<k<1$



666 $x^2-4x-5\le 0$에서
$(x+1)(x-5)\le 0 \qquad \therefore\ -1\le x\le 5$ …… ㉠
$\{x-(k+4)\}\{x-(k-4)\}>0$에서
$x<k-4$ 또는 $x>k+4$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위가 없어야 하므로
오른쪽 그림에서
$k-4\le -1,\ k+4\ge 5$
$k\le 3,\ k\ge 1 \qquad \therefore\ 1\le k\le 3$



667 □: −2, 2, 0, 3, 2, 3

668 (i) 이차방정식 $x^2+2kx+4=0$의 판별식을 D_1이라 하면
$\dfrac{D_1}{4}=k^2-4=(k+2)(k-2)<0$
$\therefore\ -2<k<2$
(ii) 이차방정식 $x^2-2kx+2k+3=0$의 판별식을 D_2라 하면
$\dfrac{D_2}{4}=(-k)^2-(2k+3)=k^2-2k-3<0$
$(k+1)(k-3)<0 \qquad \therefore\ -1<k<3$
(i), (ii)에서 $-1<k<2$

669 (i) 이차방정식 $x^2+2(2k-1)x+2k^2-k=0$의 판별식을 D_1이라 하면
$\dfrac{D_1}{4}=(2k-1)^2-(2k^2-k)=2k^2-3k+1\ge 0$
$(2k-1)(k-1)\ge 0 \qquad \therefore\ k\le \dfrac{1}{2}$ 또는 $k\ge 1$
(ii) 이차방정식 $x^2+2(k-1)x+k-1=0$의 판별식을 D_2라 하면
$\dfrac{D_2}{4}=(k-1)^2-(k-1)=k^2-3k+2<0$
$(k-1)(k-2)<0 \qquad \therefore\ 1<k<2$
(i), (ii)에서 $1<k<2$

670 □: −4, 0, 0, 4, −4, 4
다른 풀이
$x^2-|x|<12$에서
$|x|^2-|x|-12<0$
$\therefore\ (|x|-4)(|x|+3)<0$
이때 $|x|+3>0$이므로 $|x|-4<0$
$|x|<4 \qquad \therefore\ -4<x<4$

671 (i) $x<0$일 때
$x^2+x-1\le 1$에서
$x^2+x-2\le 0,\ (x+2)(x-1)\le 0$
$\therefore\ -2\le x\le 1$
이때 $x<0$이므로 $-2\le x<0$
(ii) $x\ge 0$일 때
$x^2-x-1\le 1$에서
$x^2-x-2\le 0,\ (x+1)(x-2)\le 0$
$\therefore\ -1\le x\le 2$
이때 $x\ge 0$이므로 $0\le x\le 2$
(i), (ii)에서 $-2\le x\le 2$

672 (i) $x<0$일 때
$x^2+2x-3<0$에서
$(x+3)(x-1)<0 \qquad \therefore\ -3<x<1$
이때 $x<0$이므로 $-3<x<0$
(ii) $x\ge 0$일 때
$x^2-2x-3<0$에서
$(x+1)(x-3)<0$
$\therefore\ -1<x<3$

이때 $x \ge 0$이므로 $0 \le x < 3$

(i), (ii)에서 $-3 < x < 3$

673 □: 0, 3

674 $|x-1| \le 3$에서

$-3 \le x-1 \le 3$ $\quad\therefore -2 \le x \le 4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$-x^2+4x+5>0$에서

$x^2-4x-5<0$, $(x+1)(x-5)<0$

$\therefore -1<x<5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-1<x \le 4$

675 $|2x+1|<7$에서

$-7<2x+1<7$ $\quad\therefore -4<x<3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x^2-2x-8 \le 0$에서

$(x+2)(x-4) \le 0$ $\quad\therefore -2 \le x \le 4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-2 \le x < 3$

연산문제로 실전 능력 다지기 138쪽~139쪽

676 (1) $f(x)g(x)>0$에서

$f(x)>0$, $g(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)<0$

(i) $f(x)>0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$x>8$

(ii) $f(x)<0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$2<x<6$

(i), (ii)에서 $2<x<6$ 또는 $x>8$

(2) $f(x)g(x)<0$에서

$f(x)>0$, $g(x)<0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)>0$

(i) $f(x)>0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$6<x<8$

(ii) $f(x)<0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$x<2$

(i), (ii)에서 $x<2$ 또는 $6<x<8$

677 (1) $f(x)g(x)>0$에서

$f(x)>0$, $g(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)<0$

(i) $f(x)>0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$a<x<c$

(ii) $f(x)<0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값은 없다.

(i), (ii)에서 $a<x<c$

(2) $f(x)g(x)<0$에서

$f(x)>0$, $g(x)<0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)>0$

(i) $f(x)>0$, $g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$x<a$ 또는 $x>d$

(ii) $f(x)<0$, $g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$c<x<d$

(i), (ii)에서 $x<a$ 또는 $c<x<d$ 또는 $x>d$

678 $x^2-4x-5>0$에서

$(x+1)(x-5)>0$ $\quad\therefore x<-1$ 또는 $x>5$

679 $x(6-x) \ge 3x-4$에서

$6x-x^2 \ge 3x-4$, $x^2-3x-4 \le 0$

$(x+1)(x-4) \le 0$ $\quad\therefore -1 \le x \le 4$

680 $x^2-2\sqrt{3}x+3=(x-\sqrt{3})^2 \le 0$ $\quad\therefore x=\sqrt{3}$

681 $-2x^2+3x-6 \ge 0$에서

$2x^2-3x+6 \le 0$, $2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{39}{8} \le 0$

따라서 부등식의 해는 없다.

682 해가 $\frac{3}{2}<x<4$이고 x^2의 계수가 2인 이차부등식은

$2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x-4)<0$ $\quad\therefore 2x^2-11x+12<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠과 $2x^2+ax+b<0$이 일치하므로 $a=-11$, $b=12$

683 해가 $x \le -2$ 또는 $x \ge 3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+2)(x-3) \ge 0$ $\quad\therefore x^2-x-6 \ge 0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠과 주어진 이차부등식 부등식의 부등호의 방향이 다르므로

$a<0$

㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-ax-6a \le 0$

이 부등식이 $ax^2-bx+12 \le 0$과 일치하므로

$-a=-b$, $-6a=12$ $\quad\therefore a=-2$, $b=-2$

684 해가 $-\frac{3}{2}<x<5$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-5)<0$ $\quad\therefore x^2-\frac{7}{2}x-\frac{15}{2}<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠과 주어진 이차부등식 부등식의 부등호의 방향이 일치하므로

$a>0$

㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-\frac{7}{2}ax-\frac{15}{2}a<0$

이 부등식이 $ax^2-7x+b<0$과 일치하므로

$-\frac{7}{2}a=-7$, $-\frac{15}{2}a=b$ $\quad\therefore a=2$, $b=-15$

685 이차부등식 $x^2+2(k-2)x+1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-2)^2-1\times1<0$, $k^2-4x+3<0$

$(k-1)(k-3)<0 \qquad \therefore\ 1<k<3$

686 이차부등식 $2x^2+2kx-k+4=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=k^2-2(-k+4)\le 0,\ k^2+2k-8\le 0$

$(k+4)(k-2)\le 0 \qquad \therefore\ -4\le k\le 2$

687 (i) $k=0$일 때

1>0이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\neq 0$일 때 $k>0$이어야 한다.

이때 이차부등식 $kx^2-kx+1=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-k)^2-4\times k\times 1<0$

$k(k-4)<0 \qquad \therefore\ 0<k<4$

(i), (ii)에서 $0\le k<4$

688 (i) $k=-1$일 때

$-3<0$이므로 항상 성립한다.

(ii) $k\neq -1$일 때 $k+1<0$, 즉 $k<-1$이어야 한다.

이때 이차부등식 $(k+1)x^2-2(k+1)x-3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k+1)\}^2-(k+1)\times(-3)<0$

$(k+4)(k+1)<0 \qquad \therefore\ -4<k<-1$

(i), (ii)에서 $-4<k\le -1$

689 $x^2-7x+10\le 0$에서

$(x-2)(x-5)\le 0 \qquad \therefore\ 2\le x\le 5$ ...... ㉠

$x^2-2x-3>0$에서

$(x+1)(x-3)>0 \qquad \therefore\ x<-1$ 또는 $x>3$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $3<x\le 5$

690 $3x+4<x^2\le 6x-5$에서

$\begin{cases} 3x+4<x^2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2\le 6x-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2-3x-4>0,\ (x+1)(x-4)>0$

$\therefore\ x<-1$ 또는 $x>4$

㉡에서 $x^2-6x+5\le 0,\ (x-1)(x-5)\le 0$

$\therefore\ 1\le x\le 5$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $4<x\le 5$

691 $x^2-5x<0$에서

$x(x-5)<0 \qquad \therefore\ 0<x<5$ ...... ㉠

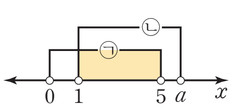
$x^2-(a+1)x+a<0$에서

$(x-1)(x-a)<0$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위가 $1<x<5$

이므로 오른쪽 그림에서

$a\ge 5$



692 $x^2-2x-3>0$에서

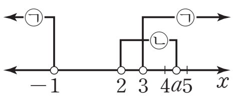
$(x+1)(x-3)>0 \qquad \therefore\ x<-1$ 또는 $x>3$ ...... ㉠

$x^2-(a+2)x+2a<0$에서

$(x-2)(x-a)<0$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위에 속하는 정수가 4뿐이므로 오른쪽 그림에서

$4<a\le 5$



693 $x^2+x-12<0$에서

$(x+4)(x-3)<0 \qquad \therefore\ -4<x<3$ ...... ㉠

$x^2+2ax+a^2-16>0$에서

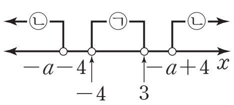
$x^2+2ax+(a+4)(a-4)>0,\ (x+a+4)(x+a-4)>0$

$\therefore\ x<-a-4$ 또는 $x>-a+4$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위가 없어야 하므로 오른쪽 그림에서

$-a-4\le -4,\ -a+4\ge 3$

$a\ge 0,\ a\le 1 \qquad \therefore\ 0\le a\le 1$



694 (i) $x<1$일 때, $x^2-x<-2(x-1)$

$x^2+x-2<0,\ (x+2)(x-1)<0 \qquad \therefore\ -2<x<1$

(ii) $x\ge 1$일 때, $x^2-x<2(x-1)$

$x^2-3x+2<0,\ (x-1)(x-2)<0 \qquad \therefore\ 1<x<2$

(i), (ii)에서 $-2<x<1$ 또는 $1<x<2$

695 $|x-2|>6$에서

$x-2<-6$ 또는 $x-2>6$

$\therefore\ x<-4$ 또는 $x>8$ ...... ㉠

$x^2-4x-45\le 0$에서

$(x+5)(x-9)\le 0 \qquad \therefore\ -5\le x\le 9$ ...... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-5\le x<-4$ 또는 $8<x\le 9$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

140쪽~146쪽

696 $\frac{3-\sqrt{2}i}{4}=\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}i$이므로 $a=\frac{3}{4},\ b=-\frac{\sqrt{2}}{4}$

697 ③

698 $x+y=-1,\ x-y+2=3$에서

$x=0,\ y=-1$이므로 $xy=0$

699 $(1+2i)(2-i)=2-i+4i-2i^2$

$=2+3i-(-2)=4+3i$

따라서 $a=4,\ b=3$이므로

$a^2+b^2=25$

700 $\frac{3+i}{1+i}=\frac{(3+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{3-3i+i-i^2}{1-i^2}$

$=\frac{4-2i}{2}=2-i$

이므로

$(3+4i)\left(\frac{3+i}{1+i}\right)+(-1-3i)\left(\frac{3+i}{1+i}\right)$

$=(3+4i)(2-i)+(-1-3i)(2-i)$

$=(2-i)\{(3+4i)+(-1-3i)\}$

$=(2-i)(2+i)$

$=4-i^2$

$=5$

701 $x+y=\frac{1-\sqrt{7}i}{2}+\frac{1+\sqrt{7}i}{2}=\frac{2}{2}=1$,

$xy=\frac{1-\sqrt{7}i}{2}\times\frac{1+\sqrt{7}i}{2}=\frac{1-7i^2}{4}=\frac{8}{4}=2$이므로

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=1^3-3\times2\times1=-5$

702 $z=1+3i$, $\bar{z}=1-3i$이므로

$z+\bar{z}=(1+3i)+(1-3i)=2$

$z\bar{z}=(1+3i)(1-3i)=1-9i^2=10$

$z^2+\bar{z}^2=(z+\bar{z})^2-2z\bar{z}=2^2-2\times10=-16$

$\therefore \frac{\bar{z}}{z}+\frac{z}{\bar{z}}=\frac{z^2+\bar{z}^2}{z\bar{z}}=\frac{-16}{10}=-\frac{8}{5}$

703 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(2+i)(a-bi)+2i(a+bi)=1-2i$

$(2a-b)+(3a-2b)i=1-2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$2a-b=1$, $3a-2b=-2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=7$

따라서 복소수 z의 실수부분과 허수부분의 합은

$a+b=11$

704 $i+2i^2+3i^3+4i^4+\cdots+20i^{20}$

$=(i+2i^2+3i^3+4i^4)+\cdots+(17i^{17}+18i^{18}+19i^{19}+20i^{20})$

$=(i-2-3i+4)+\cdots+(17i-18-19i+20)$

$=(2-2i)+\cdots+(2-2i)$

$=5(2-2i)$

$=10-10i$

따라서 $a=10$, $b=-10$이므로

$ab=-100$

705 $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$,

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$이므로

$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1028}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{1029}=i^{1028}+(-i)^{1029}=i^{1028}-i^{1029}$

$=(i^4)^{257}-(i^4)^{257}\times i$

$=1-i$

따라서 $a=1$, $b=-1$이므로

$a+b=0$

706 ① $\sqrt{-2}+\sqrt{-8}=\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i=3\sqrt{2}i$

② $\sqrt{-4}-\sqrt{-25}=2i-5i=-3i$

③ $\sqrt{-7}-\sqrt{-49}=\sqrt{7}i-7i=(\sqrt{7}-7)i$

④ $\sqrt{(-2)^2}+(\sqrt{-3})^2=|-2|+(\sqrt{3}i)^2$

$=2+(-3)=-1$

⑤ $2\sqrt{-25}-3\sqrt{-9}+5\sqrt{-36}=2\times5i-3\times3i+5\times6i$

$=10i-9i+30i=31i$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

707 ㄱ. $\sqrt{-4}\sqrt{-4}=2i\times2i=-4$

ㄴ. $\sqrt{3}\sqrt{-2}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}i=\sqrt{6}i$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}i}=\frac{\sqrt{2}i}{\sqrt{5}i^2}=-\sqrt{\frac{2}{5}}i$

ㄹ. $\frac{\sqrt{-15}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}i}{\sqrt{3}}=\sqrt{5}i$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

708 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}}$일 때, $a>0$, $b<0$이므로

① $a+b$의 부호를 알 수 없다.

② $a-b>0$

③ $-b>0$이므로

$|a-b|=|a+(-b)|=|a|+|-b|=|a|+|b|$

④ $ab<0$이므로 $|ab|=-ab$

따라서 주어진 보기 중 옳은 것은 ③, ⑤이다.

709 이차방정식 $x^2-mx-10m-2=0$의 한 근이 -3이므로

$(-3)^2-m\times(-3)-10m-2=0$

$7m=7$ $\quad\therefore m=1$

$m=1$을 주어진 방정식에 대입하면

$x^2-x-12=0$, $(x+3)(x-4)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 4이므로 $\alpha=4$

$\therefore m+\alpha=5$

710 이차방정식 $x^2+kx+k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\times1\times(k+3)=0$

$k^2-4k-12=0$, $(k+2)(k-6)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=6$

따라서 주어진 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은

$2\times6=-12$

711 (ⅰ) $kx^2-2(k-1)x+k+3=0$이 이차방정식이므로 $k\neq0$

(ⅱ) 서로 다른 두 실근을 가지므로 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=\{-(k-1)\}^2-k(k+3)=-5k+1>0 \qquad \therefore k<\frac{1}{5}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $k<0$ 또는 $0<k<\frac{1}{5}$

따라서 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 k의 최댓값은 -1이다.

712 $x^2+(2k+m)x+k^2+k+n=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(2k+m)^2-4\times1\times(k^2+k+n)=0$

$\therefore (4m-4)k+m^2-4n=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$4m-4=0,\ m^2-4n=0$

따라서 $m=1,\ n=\frac{1}{4}$이므로 $mn=\frac{1}{4}$

713 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}\therefore \left(\alpha+\frac{1}{\beta^2}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha^2}\right)&=\alpha\beta+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha^2\beta^2}\\&=\alpha\beta+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+\frac{1}{(\alpha\beta)^2}\\&=\frac{1}{3}+\frac{-2}{\frac{1}{3}}+\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}\\&=\frac{1}{3}-6+9\\&=\frac{10}{3}\end{aligned}$$

참고

$$\frac{-2}{\frac{1}{3}}=-2\div\frac{1}{3}=-2\times3=-6$$

714 이차방정식 $x^2-x+6=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha^2-\alpha+6=0,\ \beta^2-\beta+6=0$에서

$2-2\alpha+\alpha^2=(\alpha^2-\alpha+6)-\alpha-4=-\alpha-4$

$2-2\beta+\beta^2=(\beta^2-\beta+6)-\beta-4=-\beta-4$

한편 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=1,\ \alpha\beta=6$

$$\begin{aligned}\therefore (2-2\alpha+\alpha^2)(2-2\beta+\beta^2)&=(-\alpha-4)(-\beta-4)\\&=\alpha\beta+4(\alpha+\beta)+16\\&=6+4\times1+16\\&=26\end{aligned}$$

715 이차방정식 $x^2+ax+12=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha+\beta=-a,\ \alpha\beta=12$ ⋯⋯ ㉠

또 이차방정식 $x^2+bx-36=0$의 두 근이 $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$이므로

$(\alpha+\beta)+\alpha\beta=-b,\ (\alpha+\beta)\times\alpha\beta=-36$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$-a+12=-b,\ (-a)\times12=-36$

따라서 $a=3,\ b=-9$이므로

$a+b=-6$

716 이차방정식 $3x^2-6x+6=0$, 즉 $x^2-2x+2=0$의 근은

$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times2}=1\pm i$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2-6x+6&=3(x^2-2x+2)\\&=3\{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}\\&=3(x-1-i)(x-1+i)\end{aligned}$$

717 이차함수 $y=x^2+ax-6$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(b,\ 0)$에서 만나므로 이차방정식 $x^2+ax-6=0$의 두 근이 $-2,\ b$이다.

$-2+b=-a,\ (-2)\times b=-6$

$\therefore a=-1,\ b=3$

$\therefore ab=-3$

718 이차방정식 $2x^2-4kx+k=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$\alpha+\beta=2k,\ \alpha\beta=\frac{k}{2}$

$|\alpha-\beta|=2$에서 $(\alpha-\beta)^2=4$이고

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$4=(2k)^2-2k \qquad \therefore 2k^2-k-2=0$

이때 $2k^2-k-2=0$을 만족시키는 모든 k의 값의 합은

근과 계수의 관계에 의해 $\frac{1}{2}$이다.

719 이차함수 $y=x^2-2ax+a+3$의 그래프가 x축과 접하려면 이차방정식 $x^2-2ax+a+3=0$이 중근을 가져야 한다.

$x^2-2ax+a+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-a)^2-1\times(a+3)=a^2-a-3=0$

이때 $a^2-a-3=0$을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합은

근과 계수의 관계에 의해 1이다.

720 이차함수 $y=x^2+2x$의 그래프와 직선 $y=x+a$의 한 교점의 x좌표가 -3이므로 이차방정식 $x^2+2x=x+a$, 즉 $x^2+x-a=0$의 한 실근이 -3이다.

$x=-3$을 $x^2+x-a=0$에 대입하면

$(-3)^2+(-3)-a=0 \qquad \therefore a=6$

$a=6$을 $x^2+x-a=0$에 대입하면

$x^2+x-6=0,\ (x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

따라서 이차방정식 $x^2+x-6=0$의 다른 실근이 2이므로 나머지 한 교점의 x좌표는 2이다.

721 $y=3x^2+6x+1=3(x+1)^2-2$

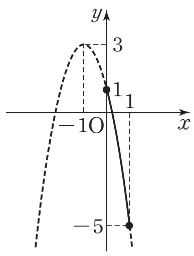
따라서 $x=-1$에서 최솟값 -2를 가지므로

$a=-1,\ b=-2$

$\therefore a+b=-3$

722 $y=x^2-6x+k=(x-3)^2-9+k$
이 이차함수의 최솟값이 5이므로
$-9+k=5 \qquad \therefore k=14$
$k=14$를 $y=x^2+(k-4)x+a$에 대입하면
$y=x^2+10x+a=(x+5)^2-25+a$
이 이차함수의 최솟값이 -5이므로
$-25+a=-5 \qquad \therefore a=20$

723 $f(x)=-2x^2-4x+1$
$\quad =-2(x+1)^2+3$



이때 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고
$f(0)=1, f(1)=-5$이므로
$0\le x\le 1$에서 $y=f(x)$의 최댓값은 1, 최솟값은 -5이다.
따라서 $M=1, m=-5$이므로
$M+m=-4$

724 $f(x)=x^2-4x+k-2=(x-2)^2+k-6$
이때 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되므로
$x=2$에서 최솟값 $k-6$을 갖는다.
즉 $k-6=-5$이므로 $k=1$
$\therefore f(x)=x^2-4x-1$
따라서 $y=f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값을 가지므로
$M=f(-1)=(-1)^2-4\times(-1)-1=4$
$\therefore k+M=5$

725 $y=(x^2-2x-1)^2+4(x^2-2x-1)+3$에서
$x^2-2x-1=t$로 놓으면
$t=(x-1)^2-2$이므로
$2\le x\le 4$에서 $-1\le t\le 7 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
이때 주어진 함수는
$y=t^2+4t+3=(t+2)^2-1$이므로
㉠의 범위에서 $0\le y\le 80$
따라서 $M=80, m=0$이므로
$M+m=80$

726 $f(x)=2x^3+5x^2-x-6$으로 놓으면
$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 5 & -1 & -6 \\ & & 2 & 7 & 6 \\ \hline & 2 & 7 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(2x^2+7x+6)$
$\quad =(x-1)(2x+3)(x+2)$
즉 $(x-1)(2x+3)(x+2)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=-2$
따라서 가장 큰 근과 가장 작은 근의 합은
$1+(-2)=-1$

727 $f(x)=x^3+ax^2+2x+b$로 놓으면
$f(1)=0,\ f(2)=0$이므로
$1+a+2+b=0,\ 8+4a+4+b=0$
즉 $a+b=-3,\ 4a+b=-12$이므로
$a=-3,\ b=0$

728 $f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x+a$로 놓으면 $f(1)=0$이므로
$1-1-2+6+a=0 \qquad \therefore a=-4$
즉 $f(x)=x^4-x^3-2x^2+6x-4$이고
$f(1)=0,\ f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & -2 & 6 & -4 \\ & & 1 & 0 & -2 & 4 \\ \hline -2 & 1 & 0 & -2 & 4 & \boxed{0} \\ & & -2 & 4 & -4 & \\ \hline & 1 & -2 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2-2x+2)$
즉 $(x-1)(x+2)(x^2-2x+2)=0$이므로
$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1\pm i$
따라서 $\alpha=1+i, \beta=1-i$ 또는 $\alpha=1-i, \beta=1+i$이므로
$a+\alpha+\beta=-2$

729 $x^4-x^2-6=0$에서 $x^2=t$로 놓으면
$t^2-t-6=0,\ (t+2)(t-3)=0 \qquad \therefore t=-2$ 또는 $t=3$
즉 $x^2=-2$ 또는 $x^2=3$이므로
$x=\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{3}$
따라서 구하는 모든 실근의 곱은
$\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})=-3$

730 $x^3-x^2-3x+2=0$의 세 근이 α, β, γ이므로
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta+\gamma=1,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-3,\ \alpha\beta\gamma=-2$
$\therefore (\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)$
$\quad =(1-\gamma)(1-\alpha)(1-\beta)$
$\quad =1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$
$\quad =1-1+(-3)-(-2)$
$\quad =-1$

다른 풀이
$x^3-x^2-3x+2=0$의 세 근이 α, β, γ이므로
$x^3-x^2-3x+2=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$
위 식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$1-1-3+2=(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$
$\therefore (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=-1$

731 계수가 모두 실수이므로 $\dfrac{2}{1-i}=1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다.
또 나머지 한 근이 α이므로
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha(1+i)(1-i)=6,\ 2\alpha=6 \qquad \therefore \alpha=3$
따라서 세 근이 $3,\ 1+i,\ 1-i$이므로
$-a=3+(1+i)+(1-i)$에서 $a=-5$
$b=3(1+i)+(1+i)(1-i)+3(1-i)$에서 $b=8$
$\therefore a+b+\alpha=6$

732 $x^3+1=0$에서 $(x+1)(x^2-x+1)=0$

$x^2-x+1=0$의 두 허근이 $\omega, \overline{\omega}$이므로

$\omega^2-\omega+1=0, \overline{\omega}^2-\overline{\omega}+1=0$

또 근과 계수의 관계에 의해

$\omega\overline{\omega}=1$

$\therefore \dfrac{\overline{\omega}-1}{\omega}+\dfrac{\omega-1}{\overline{\omega}}=\dfrac{\overline{\omega}^2-\overline{\omega}+\omega^2-\omega}{\omega\overline{\omega}}=\dfrac{(-1)+(-1)}{1}=-2$

다른 풀이

근과 계수의 관계에 의해

$\omega+\overline{\omega}=1$이므로 $\overline{\omega}-1=-\omega, \omega-1=-\overline{\omega}$

$\therefore \dfrac{\overline{\omega}-1}{\omega}+\dfrac{\omega-1}{\overline{\omega}}=\dfrac{-\omega}{\omega}+\dfrac{-\overline{\omega}}{\overline{\omega}}=-1-1=-2$

733 $\begin{cases} x-y+2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+3x-y-1=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x+2$ ······ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+3x-(x+2)-1=0$

$x^2+2x-3=0, (x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

㉢에서 $x=-3$이면 $y=-1$, $x=1$이면 $y=3$

따라서 $\alpha=-3, \beta=-1$ 또는 $\alpha=1, \beta=3$이므로

$\alpha^2+\beta^2=10$

734 $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+y)(x-y)=0$

$\therefore x=-y$ 또는 $x=y$

(i) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2+y^2=16, y^2=\dfrac{16}{3}$ $\quad\therefore y=\pm\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$x=-y$이므로 $y=\pm\dfrac{4\sqrt{3}}{3}, x=\mp\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ (복부호동순)

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2-y^2+y^2=16, y^2=16$ $\quad\therefore y=\pm4$

$x=y$이므로 $y=\pm4, x=\pm4$ (복부호동순)

(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해 중 x, y가 모두 양의 실수인 것은 $x=4, y=4$이므로

$x+y=8$

735 $xy-4x-3y+5=0$에서

$x(y-4)-3(y-4)-7=0$ $\quad\therefore (x-3)(y-4)=7$

이때 x, y가 자연수이므로 $x-3, y-4$의 값은 다음 표와 같다.

$x-3$	1	7
$y-4$	7	1

$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=11 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$

따라서 $x+y$의 값은 15이다.

주의

$x-3=-1, y-4=-7$일 때, $y=-3$이므로 y는 자연수가 아니고 $x-3=-7, y-4=-1$일 때, $x=-4$이므로 x는 자연수가 아니다.

736 $4x>6x+2$에서 $-2x>2$ $\quad\therefore x<-1$

$2x-5\le4x+1$에서 $-2x\le6$ $\quad\therefore x\ge-3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-3\le x<-1$이므로

정수 x는 $-3, -2$의 2개이다.

737 $3x-(x+4)\le3x+2<3(2-x)-1$에서

$\begin{cases} 3x-(x+4)\le3x+2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2<3(2-x)-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3x-x-4\le3x+2, -x\le6$ $\quad\therefore x\ge-6$

㉡에서 $3x+2<6-3x-1, 6x<3$ $\quad\therefore x<\dfrac{1}{2}$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-6\le x<\dfrac{1}{2}$이므로

$a=0, b=-6$ $\quad\therefore a-b=6$

738 $|2x+3|\le k+1$에서

$-k-1\le2x+3\le k+1$ $\quad\therefore \dfrac{-k-4}{2}\le x\le\dfrac{k-2}{2}$

이때 주어진 부등식의 해가 $-4\le x\le1$이므로

$\dfrac{-k-4}{2}=-4, \dfrac{k-2}{2}=1$ $\quad\therefore k=4$

739 부등식 $f(x)g(x)>0$의 해는

$f(x)>0, g(x)>0$ 또는 $f(x)<0, g(x)<0$와 같다.

(i) $f(x)>0, g(x)>0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$f(x)>0$에서 $-1<x<5$ ······ ㉠

$g(x)>0$에서 $x>-1$ ······ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위는 $-1<x<5$

(ii) $f(x)<0, g(x)<0$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$f(x)<0$에서 $x<-1$ 또는 $x>5$ ······ ㉢

$g(x)<0$에서 $x<-1$ ······ ㉣

㉢, ㉣의 공통 범위는 $x<-1$

(i), (ii)에서 구하는 부등식의 해는

$x<-1$ 또는 $-1<x<5$

참고

부등식 $f(x)g(x)<0$의 해는

$f(x)>0, g(x)<0$ 또는 $f(x)<0, g(x)>0$와 같다.

740 $x^2-4x\le0$에서

$x(x-4)\le0$ $\quad\therefore 0\le x\le4$ ······ ㉠

$|x-a|\le2b$에서

$-2b\le x-a\le2b$

$\therefore a-2b\le x\le a+2b$ ······ ㉡

㉠, ㉡이 서로 같으므로

$a-2b=0, a+2b=4$ $\quad\therefore a=2, b=1$

$\therefore a^2+b^2=5$

741 해가 $-2<x<3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+2)(x-3)<0$ $\quad\therefore x^2-x-6<0$ ······ ㉠

㉠과 $x^2+ax+b<0$이 일치하므로

$a=-1$, $b=-6$

이것을 $ax^2+5x+b<0$에 대입하면

$-x^2+5x-6<0$, $x^2-5x+6>0$

$(x-2)(x-3)>0$ $\qquad \therefore x<2$ 또는 $x>3$

742 이차방정식 $x^2+3ax+2a(a+1)=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(3a)^2-4\times1\times2a(a+1)\le0$

$a^2-8a\le0$, $a(a-8)\le0$ $\qquad \therefore 0\le a\le8$

따라서 정수 a의 개수는 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 9개이다.

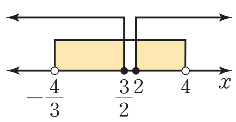
743 $3x^2-8x-16<0$에서

$(3x+4)(x-4)<0$ $\qquad \therefore -\frac{4}{3}<x<4$ $\qquad$ …… ㉠

$-2x^2+7x-6\le0$에서

$2x^2-7x+6\ge0$, $(2x-3)(x-2)\ge0$

$\therefore x\le\frac{3}{2}$ 또는 $x\ge2$ $\qquad$ …… ㉡



㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$-\frac{4}{3}<x\le\frac{3}{2}$ 또는 $2\le x<4$

따라서 주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x의 값의 합은 $-1+0+1+2+3=5$

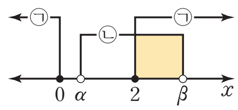
744 $x^2-2x\ge0$에서

$x(x-2)\ge0$ $\qquad \therefore x\le0$ 또는 $x\ge2$ $\qquad$ …… ㉠

$x^2-4x+a<0$의 해를 $\alpha<x<\beta$ (단, $\alpha<\beta$) $\qquad$ …… ㉡

라 하면 ㉠, ㉡의 공통 범위가

$b\le x<3$이므로



오른쪽 그림에서 $b=2$, $\beta=3$

이차방정식 $x^2-4x+a=0$의 근이 α, 3이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+3=4$, $3\alpha=a$ $\qquad \therefore \alpha=1$, $a=3$

따라서 $a=3$, $b=2$이므로

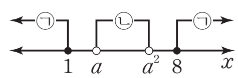
$a+b=5$

745 $x^2-9x+8\ge0$에서

$(x-1)(x-8)\ge0$ $\qquad \therefore x\le1$ 또는 $x\ge8$ $\qquad$ …… ㉠

$(x-a)(x-a^2)<0$에서

$a<x<a^2$ ($\because a\ne0$인 정수) $\qquad$ …… ㉡



㉠, ㉡의 공통 범위가 없어야 하므로

오른쪽 그림에서

$1\le a$, $a^2\le8$

$a^2\le8$에서 $a^2-8\le0$

$(a+2\sqrt{2})(a-2\sqrt{2})\le0$ $\qquad \therefore -2\sqrt{2}\le a\le2\sqrt{2}$

따라서 주어진 연립부등식의 해가 존재하지 않도록 하는 a의 값의 범위는 $1\le a\le2\sqrt{2}$이므로 정수 a의 개수는 1, 2의 2개이다.

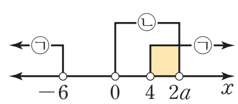
746 $|x+1|>5$에서

$x+1<-5$ 또는 $x+1>5$

$\therefore x<-6$ 또는 $x>4$ $\qquad$ …… ㉠

$x^2-2ax<0$에서

$x(x-2a)<0$ $\qquad$ …… ㉡



㉠, ㉡의 공통 범위가 $4<x<6$

이므로 오른쪽 그림에서

$2a=6$ $\qquad \therefore a=3$

III
경우의 수

1 경우의 수 148쪽~156쪽

001 □: 3

002 8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 경우의 수는 4

003 $4+3+2=9$

004 $3+2=5$

005 □: 2, 0, 4, 6

006 (i) 3의 배수인 경우
3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지
(ii) 8의 약수인 경우
1, 2, 4, 8의 4가지
이때 3의 배수이면서 8의 약수인 경우는 0가지이므로
$6+4=10$

007 (i) 소수인 경우
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지
(ii) 4의 배수인 경우
4, 8, 12, 16, 20의 5가지
이때 소수이면서 4의 배수인 경우는 0가지이므로
$8+5=13$

008 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(ii) 눈의 수의 합이 7인 경우
(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$4+6=10$

009 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(ii) 눈의 수의 합이 10인 경우
(4, 6), (5, 5), (6, 4)의 3가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$4+3=7$

010 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 곱이 6인 경우
(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)의 4가지
(ii) 눈의 수의 곱이 8인 경우
(2, 4), (4, 2)의 2가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$4+2=6$

011 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 두 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(ii) 두 수의 합이 6인 경우
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$4+5=9$

012 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 두 수의 곱이 15인 경우
(3, 5), (5, 3)의 2가지
(ii) 두 수의 곱이 24인 경우
(3, 8), (4, 6), (6, 4), (8, 3)의 4가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$2+4=6$

013 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 두 수의 차가 7인 경우
(1, 8), (2, 9), (8, 1), (9, 2)의 4가지
(ii) 두 수의 차가 8인 경우
(1, 9), (9, 1)의 2가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$4+2=6$

014 세 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 합이 4인 경우
(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)의 3가지
(ii) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 2, 1), (2, 1, 2)
의 6가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$3+6=9$

015 세 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 곱이 3인 경우
(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1)의 3가지
(ii) 눈의 수의 곱이 6인 경우
(1, 1, 6), (1, 6, 1), (6, 1, 1), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3),
(2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)의 9가지
(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
$3+9=12$

016 □: 8, 8

017 (i) 5의 배수인 경우는 10가지

(ii) 7의 배수인 경우는 7가지

(iii) 5의 배수이면서 7의 배수인 경우는 1가지

$\therefore 10+7-1=16$

018 (i) 24의 약수인 경우

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24의 8가지

(ii) 30의 약수인 경우

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30의 8가지

(iii) 24의 약수이면서 30의 약수인 경우

1, 2, 3, 6의 4가지

$\therefore 8+8-4=12$

019 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 곱이 20 이상인 경우

(4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)의 8가지

(ii) 눈의 수의 곱이 홀수인 경우

(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)의 9가지

(iii) 눈의 수의 곱이 20 이상의 홀수인 경우

(5, 5)의 1가지

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$8+9-1=16$

020 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 3으로 나누어떨어지는 경우

- 눈의 수의 합이 3인 경우
  (1, 2), (2, 1)의 2가지
- 눈의 수의 합이 6인 경우
  (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
- 눈의 수의 합이 9인 경우
  (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지
- 눈의 수의 합이 12인 경우
  (6, 6)의 1가지

따라서 눈의 수의 합이 3으로 나누어떨어지는 경우의 수는

$2+5+4+1=12$

(ii) 눈의 수의 합이 4로 나누어떨어지는 경우

- 눈의 수의 합이 4인 경우
  (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
- 눈의 수의 합이 8인 경우
  (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지
- 눈의 수의 합이 12인 경우
  (6, 6)의 1가지

따라서 눈의 수의 합이 4로 나누어떨어지는 경우의 수는

$3+5+1=9$

(iii) 눈의 수의 합이 3과 4로 나누어떨어지는 경우

눈의 수의 합이 12인 경우로 (6, 6)의 1가지

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$12+9-1=20$

021 □: 6, 6, 4, 4, 2, 2, 3

022 $3x+y+z=8$에서 x, y, z가 자연수이므로

(i) $x=1$일 때, $y+z=5$이므로

순서쌍 (y, z)는 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4개

(ii) $x=2$일 때, $y+z=2$이므로

순서쌍 (y, z)는 (1, 1)의 1개

따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$4+1=5$

023 $x+2y+3z=9$에서 x, y, z가 자연수이므로

(i) $z=1$일 때, $x+2y=6$이므로

순서쌍 (x, y)는 (4, 1), (2, 2)의 2개

(ii) $z=2$일 때, $x+2y=3$이므로

순서쌍 (x, y)는 (1, 1)의 1개

따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$2+1=3$

024 $2x+y+z=6$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로

(i) $x=0$일 때, $y+z=6$이므로

순서쌍 (y, z)는 (0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 0)의 7개

(ii) $x=1$일 때, $y+z=4$이므로

순서쌍 (y, z)는 (0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)의 5개

(iii) $x=2$일 때, $y+z=2$이므로

순서쌍 (y, z)는 (0, 2), (1, 1), (2, 0)의 3개

(iv) $x=3$일 때, $y+z=0$이므로

순서쌍 (y, z)는 (0, 0)의 1개

따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$7+5+3+1=16$

025 $x+3y+2z=7$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로

(i) $y=0$일 때, $x+2z=7$이므로

순서쌍 (x, z)는 (7, 0), (5, 1), (3, 2), (1, 3)의 4개

(ii) $y=1$일 때, $x+2z=4$이므로

순서쌍 (x, z)는 (4, 0), (2, 1), (0, 2)의 3개

(iii) $y=2$일 때, $x+2z=1$이므로

순서쌍 (x, z)는 (1, 0)의 1개

따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$4+3+1=8$

026 $x+3y+4z=8$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로

(i) $z=0$일 때, $x+3y=8$이므로

순서쌍 (x, y)는 (8, 0), (5, 1), (2, 2)의 3개

(ii) $z=1$일 때, $x+3y=4$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(4, 0)$, $(1, 1)$의 2개

(iii) $z=2$일 때, $x+3y=0$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(0, 0)$의 1개

따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$3+2+1=6$

027 □: 6, 6, 3, 3, 0, 0, 3

028 300원, 1200원, 1500원짜리 과자를 각각 x개, y개, z개 산다고 하면 $300x+1200y+1500z=6000$에서 $x+4y+5z=20$

(i) $z=0$일 때, $x+4y=20$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(20, 0)$, $(16, 1)$, $(12, 2)$, $(8, 3)$, $(4, 4)$, $(0, 5)$의 6개

(ii) $z=1$일 때, $x+4y=15$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(15, 0)$, $(11, 1)$, $(7, 2)$, $(3, 3)$의 4개

(iii) $z=2$일 때, $x+4y=10$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(10, 0)$, $(6, 1)$, $(2, 2)$의 3개

(iv) $z=3$일 때, $x+4y=5$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(5, 0)$, $(1, 1)$의 2개

(v) $z=4$일 때, $x+4y=0$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(0, 0)$의 1개

따라서 과자를 사는 방법의 수는

$6+4+3+2+1=16$

029 500원, 750원, 1000원짜리 과일을 각각 x개, y개, z개 산다고 하면 $500x+750y+1000z=5000$에서

$2x+3y+4z=20$

이때 적어도 한 개 이상 사야 하므로

$x\geq1$, $y\geq1$, $z\geq1$

(i) $z=1$일 때, $2x+3y=16$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(5, 2)$, $(2, 4)$의 2개

(ii) $z=2$일 때, $2x+3y=12$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(3, 2)$의 1개

(iii) $z=3$일 때, $2x+3y=8$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(1, 2)$의 1개

따라서 과일을 사는 방법의 수는

$2+1+1=4$

030 □: 3, 1, 3, 1, 1

031 $3x+2y\leq8$에서 x, y가 자연수이므로

(i) $x=1$일 때, $2y\leq5$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(1, 1)$, $(1, 2)$의 2개

(ii) $x=2$일 때, $2y\leq2$이므로

순서쌍 (x, y)는 $(2, 1)$의 1개

따라서 구하는 순서쌍 (x, y)의 개수는

$2+1=3$

032 (1) $x+2y\leq10$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로

(i) $y=0$일 때, $x\leq10$이므로 순서쌍 (x, y)는 11개

(ii) $y=1$일 때, $x\leq8$이므로 순서쌍 (x, y)는 9개

(iii) $y=2$일 때, $x\leq6$이므로 순서쌍 (x, y)는 7개

(iv) $y=3$일 때, $x\leq4$이므로 순서쌍 (x, y)는 5개

(v) $y=4$일 때, $x\leq2$이므로 순서쌍 (x, y)는 3개

(vi) $y=5$일 때, $x\leq0$이므로 순서쌍 (x, y)는 1개

따라서 $z=0$일 때, x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는

$11+9+7+5+3+1=36$

(2) $x+2y\leq7$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로

(i) $y=0$일 때, $x\leq7$이므로 순서쌍 (x, y)는 8개

(ii) $y=1$일 때, $x\leq5$이므로 순서쌍 (x, y)는 6개

(iii) $y=2$일 때, $x\leq3$이므로 순서쌍 (x, y)는 4개

(iv) $y=3$일 때, $x\leq1$이므로 순서쌍 (x, y)는 2개

따라서 $z=1$일 때, x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는

$8+6+4+2=20$

(3) $x+2y\leq4$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로

(i) $y=0$일 때, $x\leq4$이므로 순서쌍 (x, y)는 5개

(ii) $y=1$일 때, $x\leq2$이므로 순서쌍 (x, y)는 3개

(iii) $y=2$일 때, $x\leq0$이므로 순서쌍 (x, y)는 1개

따라서 $z=2$일 때, x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는

$5+3+1=9$

(4) $x+2y\leq1$에서 x, y가 음이 아닌 정수이므로

순서쌍 (x, y)는 $(0, 0)$, $(1, 0)$의 2개

(5) (1)~(4)에서 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$36+20+9+2=67$

033 □: 3, 9

034 남학생 한 명을 뽑는 방법은 5가지이고 그 각각에 대하여 여학생 한 명을 뽑는 방법은 3이므로 구하는 경우의 수는

$5\times3=15$

035 버스를 타고 가는 방법은 4가지이고 그 각각에 대하여 지하철을 타고 돌아오는 방법은 3가지이므로 구하는 방법의 수는

$4\times3=12$

036 $5\times2\times4=40$

037 $3\times5\times6=90$

038 □: 6, 9, 1, 5, 15

039 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

2, 4, 6, 8의 4개

일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

2, 3, 5, 7의 4개

따라서 구하는 자연수의 개수는

$4\times4=16$

040 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 7개

일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

0, 2, 4, 6, 8의 5개

따라서 구하는 자연수의 개수는

$7\times5=35$

041 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

2, 4, 6, 8의 4개

십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

0, 1, 2, ⋯, 9의 10개

일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

0, 5의 2개

따라서 구하는 자연수의 개수는

$4\times10\times2=80$

042 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

3, 6, 9의 3개

십의 자리와 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

1, 2, 4의 3개

따라서 구하는 자연수의 개수는

$3\times3\times3=27$

043 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

2, 3, 5, 7의 4개

두 수의 곱이 홀수이려면 (홀수)×(홀수)이어야 하므로 십의 자리와 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

1, 3, 5, 7, 9의 5개

따라서 구하는 자연수의 개수는

$4\times5\times5=100$

044 □: 2, 3, x, z, 2, 6

045 $3\times3=9$

046 $2\times4=8$

047 x, y 각각에 곱해지는 항이 a, b이고 그것에 다시 p, q를 곱하여 항이 만들어지므로 서로 다른 항의 개수는

$2\times2\times2=8$

048 x, y 각각에 곱해지는 항이 a, b, c이고 그것에 다시 p, q, r를 곱하여 항이 만들어지므로 서로 다른 항의 개수는

$2\times3\times3=18$

049 $(a+b)^2(x+y)=(a^2+2ab+b^2)(x+y)$이므로 서로 다른 항의 개수는

$3\times2=6$

050 □: 3, 12

051 216을 소인수분해 하면 $2^3\times3^3$이므로

216의 양의 약수의 개수는

$4\times4=16$

052 504를 소인수분해 하면 $2^3\times3^2\times7$이므로

504의 양의 약수의 개수는

$4\times3\times2=24$

053 □: 3, 2, 6

다른 풀이

60을 소인수분해 하면 $2^2\times3\times5$이므로

60의 양의 약수의 개수는

$3\times2\times2=12$

이때 60의 양의 약수 중 3의 배수가 아닌 약수의 개수는 $2^2\times5$의 양의 약수의 개수와 같으므로

$3\times2=6$

따라서 60의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는

$12-6=6$

054 96을 소인수분해 하면 $2^5\times3$

96의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 2^5의 양의 약수의 개수와 같으므로 6

055 168을 소인수분해 하면 $2^3\times3\times7$

168의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2^3\times7$의 양의 약수의 개수와 같으므로

$4\times2=8$

056 105를 소인수분해 하면 $3\times5\times7$

105의 양의 약수 중 5의 배수의 개수는 3×7의 양의 약수의 개수와 같으므로

$2\times2=4$

057 140을 소인수분해 하면 $2^2\times5\times7$

140의 양의 약수 중 5의 배수의 개수는 $2^2\times7$의 양의 약수의 개수와 같으므로

$3\times2=6$

058 180을 소인수분해 하면 $2^2\times3^2\times5$

180의 양의 약수 중 5의 배수의 개수는 $2^2\times3^2$의 양의 약수의 개수와 같으므로

$3\times3=9$

059 □: 2, 3, 6

060 120을 소인수분해 하면 $2^3\times3\times5$
180을 소인수분해 하면 $2^2\times3^2\times5$
120과 180의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^2\times3\times5$의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는
$3\times2\times2=12$

061 280을 소인수분해 하면 $2^3\times5\times7$
420을 소인수분해 하면 $2^2\times3\times5\times7$
280과 420의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^2\times5\times7$의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는
$3\times2\times2=12$

062 60을 소인수분해 하면 $2^2\times3\times5$
168을 소인수분해 하면 $2^3\times3\times7$
60과 168의 최대공약수 $2^2\times3$의 양의 약수 중 홀수인 것은 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 3의 약수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는 2

063 108을 소인수분해 하면 $2^2\times3^3$
180을 소인수분해 하면 $2^2\times3^2\times5$
108과 180의 최대공약수 $2^2\times3^2$의 양의 약수 중 홀수인 것은 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 3^2의 약수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는 3

064 105를 소인수분해 하면 $3\times5\times7$
525를 소인수분해 하면 $3\times5^2\times7$
105와 525의 최대공약수 $3\times5\times7$의 양의 약수 중 홀수인 것은 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 $3\times5\times7$의 약수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는
$2\times2\times2=8$

065 □: 2, 10, 10, 13

066 $72=2^3\times3^2$이므로 약수의 개수는
$4\times3=12$
$120=2^3\times3\times5$이므로 약수의 개수는
$4\times2\times2=16$
72와 120의 최대공약수는 $2^3\times3$이므로 공약수의 개수는
$4\times2=8$
따라서 72의 약수 또는 120의 약수의 개수는
$12+16-8=20$

067 $45=3^2\times5$이므로 약수의 개수는
$3\times2=6$
$75=3\times5^2$이므로 약수의 개수는
$2\times3=6$
45와 75의 최대공약수는 3×5이므로 공약수의 개수는
$2\times2=4$
따라서 45의 약수 또는 75의 약수의 개수는
$6+6-4=8$

068 □: 2, 7

069 500원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6의 7가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은
0, 1, 2, 3의 4가지
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$7\times4-1=27$

070 50원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2의 3가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은
0, 1, 2, 3의 4가지
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$3\times4-1=11$

071 10원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2, 3의 4가지
50원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2의 3가지
100원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2의 3가지
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$4\times3\times3-1=35$

072 □: 2, 5, 6, 5

073 10원짜리 동전 5개와 50원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 50원짜리 동전 2개를 10원짜리 동전 10개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 16개로 지불하는 방법의 수와 같다.
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$17-1=16$

074 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 50원짜리 동전 8개로 지불하는 방법의 수와 같다.

이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$9-1=8$

075 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 4개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 3개와 50원짜리 동전 6개로 지불하는 방법의 수와 같다.
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$4\times7-1=27$

076 500원짜리 동전 2개와 1000원짜리 지폐 1장으로 지불하는 금액이 같으므로 1000원짜리 지폐 3장을 500원짜리 동전 6개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 100원짜리 동전 2개와 500원짜리 동전 9개로 지불하는 방법의 수와 같다.
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$3\times10-1=29$

077 □: 3, 2, 2, 6

078 A 지점에서 D 지점으로 가는 방법의 수는 2가지
D 지점에서 C 지점으로 가는 방법의 수는 2가지
따라서 구하는 방법의 수는
$2\times2=4$

079 (i) C → B → A로 가는 방법의 수는
$2\times3=6$
(ii) C → D → A로 가는 방법의 수는
$2\times2=4$
따라서 구하는 방법의 수는
$6+4=10$

080 (i) A → B → C → D → A로 가는 방법의 수는
$3\times2\times2\times2=24$
(ii) A → D → C → B → A로 가는 방법의 수는
$2\times2\times2\times3=24$
따라서 구하는 방법의 수는
$24+24=48$

081 $3\times2=6$

082 (i) A → D로 가는 방법의 수는 2
(ii) A → C → D로 가는 방법의 수는
$2\times2=4$
따라서 구하는 방법의 수는
$2+4=6$

083 (i) A → D로 가는 방법의 수는 2
(ii) A → B → D로 가는 방법의 수는
$3\times2=6$
(iii) A → C → D로 가는 방법의 수는
$2\times2=4$
따라서 구하는 방법의 수는
$2+6+4=12$

084 A 지점에서 B 지점을 거쳐 D 지점으로 가는 방법의 수는
$3\times2=6$
D 지점에서 B 지점을 거치지 않고 A 지점으로 돌아오는 방법의 수는
$2+2\times2=6$
따라서 구하는 방법의 수는
$6\times6=36$

085 □: 4, 3, 2, 2, 2, 2, 48

086 A에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지
D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 3가지
따라서 구하는 방법의 수는
$4\times3\times3\times3=108$

087 A에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 구하는 방법의 수는
$4\times3\times2\times2=48$

088 (i) A, C에 같은 색을 칠하는 경우
A, C에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지
즉 A, C에 같은 색을 칠하는 방법의 수는
$4\times3\times3=36$
(ii) A, C에 다른 색을 칠하는 경우
A에 칠할 수 있는 색은 4가지
C에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지
즉 A, C에 다른 색을 칠하는 방법의 수는
$4\times3\times2\times2=48$
따라서 구하는 방법의 수는
$36+48=84$

089 (i) 소수인 경우
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29의 10가지
(ii) 4의 배수인 경우
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28의 7가지
이때 소수이면서 4의 배수인 경우는 0가지이므로
$10+7=17$

090 (i) 3의 배수인 경우는 10가지
(ii) 5의 배수의인 경우는 6가지
(iii) 3의 배수이면서 5의 배수인 경우는 2가지
$\therefore 10+6-2=14$

091 $36=2^2\times3^2$이므로 36과 서로소인 수는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 자연수이다.
2의 배수인 경우는 15가지
3의 배수인 경우는 10가지
2의 배수이면서 3의 배수인 경우는 5가지
즉 2의 배수 또는 3의 배수인 경우는
$15+10-5=20$
따라서 구하는 경우의 수는
$30-20=10$

092 주사위 A에서 홀수의 눈이 나오는 경우는
1, 3, 5의 3가지
주사위 B에서 나오는 모든 경우는
1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지
따라서 구하는 경우의 수는
$3\times6=18$

093 주사위 2개를 던질 때, 나오는 전체 경우의 수는
$6\times6=36$
두 주사위의 눈의 수의 곱이 짝수인 경우의 수는 전체 경우의 수에서 두 눈의 수의 곱이 홀수인 경우의 수를 빼는 것과 같다.
이때 두 주사위의 눈의 수의 곱이 홀수이려면 (홀수)×(홀수)이어야 하므로
$3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는
$36-9=27$
다른 풀이
두 주사위의 눈의 수의 곱이 짝수인 경우를 순서쌍으로 나타내면
(i) (짝수, 짝수)인 경우의 수는 $3\times3=9$
(ii) (짝수, 홀수)인 경우의 수는 $3\times3=9$
(iii) (홀수, 짝수)인 경우의 수는 $3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는
$9+9+9=27$

094 $2\times4=8$

095 $(a+b)^2(p+q+r)=(a^2+2ab+b^2)(p+q+r)$이므로 서로 다른 항의 개수는
$3\times3=9$

096 $(a+b+c)^2(p+q)=(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca)(p+q)$이므로 서로 다른 항의 개수는
$6\times2=12$

097 $2\times3\times4=24$

098 $(a+b+c)(d+e)$를 전개할 때, 서로 다른 항의 개수는
$3\times2=6$
$(x+y)(z+w)$를 전개할 때, 서로 다른 항의 개수는
$2\times2=4$
이때 $(a+b+c)(d+e)$를 전개한 결과와 $(x+y)(z+w)$를 전개한 결과에서 같은 항이 없으므로 구하는 항의 개수는
$6+4=10$

099 180을 소인수분해 하면 $2^2\times3^2\times5$
따라서 180의 양의 약수의 개수는
$3\times3\times2=18$

100 216을 소인수분해 하면 $2^3\times3^3$
이때 3의 배수는 3을 소인수로 가지므로 216의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2^3\times3^2$의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 자연수의 개수는
$4\times3=12$

101 540을 소인수분해 하면 $2^2\times3^3\times5$
540의 양의 약수 중 홀수의 개수는 홀수인 소인수끼리의 곱, 즉 $3^3\times5$의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 자연수의 개수는
$4\times2=8$

102 10원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2의 3가지
50원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2, 3의 4가지
100원짜리 동전을 지불하는 방법은
0, 1, 2의 3가지
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$3\times4\times3-1=35$

103 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 4개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 2개와 50원짜리 동전 7개로 지불하는 방법의 수와 같다.

이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는
$3\times8-1=23$

104 $x+y+2z=5$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로
(i) $z=0$일 때, $x+y=5$이므로
순서쌍 (x, y)는 $(0, 5)$, $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$, $(5, 0)$의 6개
(ii) $z=1$일 때, $x+y=3$이므로
순서쌍 (x, y)는 $(0, 3)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(3, 0)$의 4개
(iii) $z=2$일 때, $x+y=1$이므로
순서쌍 (x, y)는 $(0, 1)$, $(1, 0)$의 2개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는
$6+4+2=12$

105 $4x+3y+2z=10$에서 x, y, z가 음이 아닌 정수이므로
(i) $x=0$일 때, $3y+2z=10$이므로
순서쌍 (y, z)는 $(0, 5)$, $(2, 2)$의 2개
(ii) $x=1$일 때, $3y+2z=6$이므로
순서쌍 (y, z)는 $(0, 3)$, $(2, 0)$의 2개
(iii) $x=2$일 때, $3y+2z=2$이므로
순서쌍 (y, z)는 $(0, 1)$의 1개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는
$2+2+1=5$

106 (i) A → D로 가는 방법의 수는 1
(ii) A → C → D로 가는 방법의 수는
$1\times2=2$
(iii) A → B → C → D로 가는 방법의 수는
$3\times4\times2=24$
따라서 구하는 방법의 수는
$1+2+24=27$

107 (i) A → B → D로 가는 방법의 수는
$3\times2=6$
(ii) A → C → D로 가는 방법의 수는
$1\times3=3$
(iii) A → B → C → D로 가는 방법의 수는
$3\times1\times3=9$
(iv) A → C → B → D로 가는 방법의 수는
$1\times1\times2=2$
따라서 구하는 방법의 수는
$6+3+9+2=20$

108 D에 칠할 수 있는 색은 4가지
A에 칠할 수 있는 색은 D에 칠한 색을 제외한 3가지
B에 칠할 수 있는 색은 A, D에 칠한 색을 제외한 2가지
C에 칠할 수 있는 색은 B, D에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 구하는 방법의 수는
$4\times3\times2\times2=48$

2 순열 159쪽~164쪽

109 □: 1

110 ${}_4P_1=4$

111 ${}_6P_2=6\times5=30$

112 ${}_3P_3=3\times2\times1=6$

113 □: $n-1$, $n-1$, 5

114 ${}_nP_3=n(n-1)(n-2)$이므로
$n(n-1)(n-2)=120=6\times5\times4$
$\therefore n=6$

115 ${}_nP_4=12{}_nP_2$에서
$n(n-1)(n-2)(n-3)=12n(n-1)$
${}_nP_4$에서 $n\geq4$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면
$(n-2)(n-3)=12$, $n^2-5n-6=0$
$(n+1)(n-6)=0$
$\therefore n=6$

116 □: 3

117 ${}_9P_r=72$에서 $72=9\times8$이므로
${}_9P_2=72$ $\therefore r=2$

118 ${}_rP_r=24$에서 ${}_rP_r=r!$
이때 $24=4\times3\times2\times1=4!$이므로
$r!=4!$ $\therefore r=4$

119 □: 3, 4, 4

120 ${}_nP_3-6{}_nP_1=30$에서
$n(n-1)(n-2)-6n=30$
$n^3-3n^2-4n-30=0$, $(n-5)(n^2+2n+6)=0$
$\therefore n=5$

121 ${}_nP_3+3{}_nP_2=60$에서
$n(n-1)(n-2)+3n(n-1)=60$
$n^3-n-60=0$, $(n-4)(n^2+4n+15)=0$
$\therefore n=4$

122 ${}_{n+1}P_2+2{}_nP_2=70$에서
$(n+1)n+2n(n-1)=70$
$3n^2-n-70=0$, $(3n+14)(n-5)=0$
$\therefore n=5$

123 ${}_{n}P_{3}+{}_{n-1}P_{2}=72$에서

$n(n-1)(n-2)+(n-1)(n-2)=72$

$n^3-2n^2-n-70=0,\ (n-5)(n^2+3n+14)=0$

$\therefore\ n=5$

124 □: 2, ${}_{6}P_{2}$

125 8명의 학생 중에서 3명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_{8}P_{3}$

126 5명의 학생을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_{5}P_{5}$

127 6개의 팀을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_{6}P_{6}$

128 9명의 선수 중에서 4명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_{9}P_{4}$

129 서로 다른 10개의 숫자 중에서 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

${}_{10}P_{4}$

130 □: 4, 4, 2, 12, 12, 48

131 짝수이려면 일의 자리 숫자가 0 또는 짝수이어야 한다.

(ⅰ) 일의 자리 숫자가 0인 경우

나머지 자리에는 0을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개가 올 수 있으므로

${}_{4}P_{2}=4\times3=12$

(ⅱ) 일의 자리 숫자가 2인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2를 제외한 3개

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리 숫자와 일의 자리 숫자 2를 제외한 3개

$\therefore\ 3\times3=9$

(ⅲ) 일의 자리 숫자가 4인 경우

일의 자리 숫자가 2인 경우와 마찬가지로

$3\times3=9$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 짝수의 개수는

$12+9+9=30$

132 5의 배수이려면 일의 자리 숫자가 0이어야 한다.

이때 나머지 자리에는 0을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개가 올 수 있으므로

${}_{4}P_{2}=4\times3=12$

133 천의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4, 5의 5개

나머지 자리에는 천의 자리의 숫자를 제외한 5개의 숫자 중에서 3개가 올 수 있으므로

${}_{5}P_{3}=5\times4\times3=60$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$5\times60=300$

134 홀수이려면 일의 자리 숫자가 홀수이어야 한다.

(ⅰ) 일의 자리 숫자가 1인 경우

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1을 제외한 4개

나머지 자리에는 천의 자리 숫자와 일의 자리 숫자 1을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개가 올 수 있으므로

$4\times{}_{4}P_{2}=4\times4\times3=48$

(ⅱ) 일의 자리 숫자가 3, 5인 경우

각각이 일의 자리 숫자가 1인 경우와 마찬가지로

$2\times(4\times{}_{4}P_{2})=2\times48=96$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 홀수의 개수는

$48+96=144$

135 5의 배수이려면 일의 자리 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

(ⅰ) 일의 자리 숫자가 0인 경우

나머지 자리에는 0을 제외한 5개의 숫자 중에서 3개가 올 수 있으므로

${}_{5}P_{3}=5\times4\times3=60$

(ⅱ) 일의 자리 숫자가 5인 경우

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 5를 제외한 4개

나머지 자리에는 천의 자리 숫자와 일의 자리 숫자 5를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개가 올 수 있으므로

$4\times{}_{4}P_{2}=4\times4\times3=48$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 5의 배수의 개수는

$60+48=108$

136 □: 6, 6, 720

137 어른 4명을 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

어른 4명이 자리를 바꾸는 방법의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times24=576$

138 어른 4명, 어린이 3명을 각각 한 사람으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$2!=2$

어른 4명이 자리를 바꾸는 방법의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

어린이 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times24\times6=288$

139 숫자 1, 2, 3, 4를 하나로 생각하여 6개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

숫자 1, 2, 3, 4를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$720\times24=17280$

140 대문자 2개, 소문자 3개를 각각 하나로 생각하여 6개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

대문자 2개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$2!=2$

소문자 3개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$720\times2\times6=8640$

141 대문자 2개, 소문자 3개, 숫자 4개를 각각 하나로 생각하여, 3개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$3!=6$

대문자 2개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$2!=2$

소문자 3개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$3!=6$

숫자 4개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$4!=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times2\times6\times24=1728$

142 □: 2, 12, 12, 72

143 남자 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$2!=2$

남자의 양 끝과 사이의 3곳에 여자 3명을 세우는 방법의 수는 ✔○✔○✔

${}_3P_3=3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6=12$

144 여자 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$3!=6$

여자의 양 끝과 사이사이의 4곳에 남자 4명을 세우는 방법의 수는 ✔○✔○✔○✔

${}_4P_4=4!=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times24=144$

145 남자 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$4!=24$

남자의 양 끝과 사이사이의 5곳 중 3곳에 여자 3명을 세우는 방법의 수는 ✔○✔○✔○✔○✔

${}_5P_3=60$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times60=1440$

146 D, E를 제외한 A, B, C, F를 일렬로 배열하는 방법의 수는

$4!=24$

A, B, C, F의 양 끝과 사이사이의 5곳 중 2곳에 D, E를 배열하는 방법의 수는 ${}_5P_2=20$ ✔○✔○✔○✔○✔

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times20=480$

147 A, B, C를 제외한 D, E, F를 일렬로 배열하는 방법의 수는

$3!=6$

D, E, F의 양 끝과 사이사이의 4곳 중 3곳에 A, B, C를 배열하는 방법의 수는 ✔○✔○✔○✔

${}_4P_3=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times24=144$

148 소설책을 제외한 4권을 일렬로 꽂는 방법의 수는

$4!=24$

4권의 양 끝과 사이사이의 5곳 중 3곳에 소설책을 꽂는 방법의 수는 ✔○✔○✔○✔○✔

${}_5P_3=60$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times60=1440$

149 시집을 제외한 5권을 일렬로 꽂는 방법의 수는

$5!=120$

5권의 양 끝과 사이사이의 6곳 중 2곳에 시집을 꽂는 방법의 수는 ${}_6P_2=30$ ✔○✔○✔○✔○✔○✔

따라서 구하는 경우의 수는

$120\times30=3600$

150 시집 2권을 한 권으로 생각하여 소설책을 제외한 3권을 일렬로 꽂는 방법의 수는

$3!=6$

3권의 양 끝과 사이사이의 4곳 중 3곳에 소설책을 꽂는 방법의 수는 ${}_4P_3=24$ ✔○✔○✔○✔

이때 시집 2권을 꽂는 방법의 수는
$2!=2$
따라서 구하는 경우의 수는
$6\times24\times2=288$

151 여학생 4명을 한 사람으로 생각하여 $(n+1)$명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $(n+1)!$
여학생 4명이 자리를 바꾸는 방법의 수는
$4!=24$
여학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 576이므로
$(n+1)!\times24=576$, $(n+1)!=24$
이때 $24=4!$이므로 $n+1=4$ $\therefore n=3$

152 여학생 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$4!=24$
여학생의 양 끝과 사이사이의 5곳에 ✔○✔○✔○✔○✔
남학생 n명이 서는 방법의 수는 ${}_5P_n$
남학생이 이웃하여 서지 않는 경우의 수가 480이므로
$24\times{}_5P_n=480$, ${}_5P_n=20=5\times4$ $\therefore n=2$

153 □: 4, 2, 4, 2, 12

154 A를 회장으로, B를 부회장으로 뽑고, 남은 3명 중에서 1명을 뽑는 것과 같으므로 구하는 방법의 수는
${}_3P_1=3$

155 A 선수가 첫 번째로 공을 차고, 남은 4명이 순서를 정하는 경우이므로 구하는 방법의 수는
${}_4P_4=4!=24$

156 A 선수가 첫 번째로, B 선수가 마지막으로 공을 차고 남은 3명이 순서를 정하는 경우이므로 구하는 방법의 수는
${}_3P_3=3!=6$

157 소수는 2, 3, 5의 3개이므로 양 끝에 소수를 일렬로 나열하는 방법의 수는 ${}_3P_2=6$
양 끝 2개의 숫자를 제외한 나머지 3개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3!=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $6\times6=36$

158 1, 3, 5의 홀수 3개, 2, 4의 짝수 2개를 각각 하나로 생각하여 2개를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $2!=2$
홀수 3개를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3!=6$
짝수 2개를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $2!=2$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times6\times2=24$

159 남학생이 4명이므로 양 끝에 남학생을 세우는 방법의 수는
${}_4P_2=12$
남은 남학생 2명과 여학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$5!=120$
따라서 구하는 경우의 수는
$12\times120=1440$

160 양 끝에 남학생을 세우는 방법의 수는 ${}_4P_2=12$
여학생 3명을 한 사람으로 생각하여 남은 남학생 2명을 포함하여 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$
여학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$12\times6\times6=432$

161 남학생 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4!=24$
남학생의 양 끝과 사이사이의 5곳 중 ✔○✔○✔○✔○✔
3곳에 여학생 3명을 세우는 방법의 수는
${}_5P_3=60$
따라서 구하는 경우의 수는
$24\times60=1440$

162 모음이 a, e, u의 3개이므로 양 끝에 모음이 오는 경우의 수는
${}_3P_2=6$
남은 모음 1개와 자음 4개를 일렬로 나열하는 방법의 수는
$5!=120$
따라서 구하는 경우의 수는
$6\times120=720$

163 자음 c, h, n, j를 하나의 문자로 생각하여 모음 3개와 함께 4개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $4!=24$
자음끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 $4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는
$24\times24=576$

164 자음 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4!=24$
자음 4개의 양 끝과 사이사이의 5곳 중 3곳에 모음 3개를 나열하는 방법의 수는 ${}_5P_3=60$ ✔○✔○✔○✔○✔
따라서 구하는 경우의 수는
$24\times60=1440$

165 □: 7, 2, 4, 2, 12, 12, 30

166 6장의 카드에서 3장을 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_6P_3=120$
3의 배수 3, 6이 적힌 카드를 제외한 4장의 카드에서 3장을 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_4P_3=24$
따라서 구하는 경우의 수는
$120-24=96$

167 9장의 카드에서 4장을 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_9P_4=3024$
소수 2, 3, 5, 7이 적힌 카드를 제외한 5장의 카드에서 4장을 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는
${}_5P_4=120$
따라서 구하는 경우의 수는
$3024-120=2904$

168 5개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
$5!=120$
d, e를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $2!=2$
d, e의 양 끝과 사이사이의 3곳에 a, b, c를 나열하는 방법의 수는 ${}_3P_3=3!=6$이므로 a, b, c 중 어느 2개의 문자도 이웃하지 않는 경우의 수는
$2\times6=12$
따라서 a, b, c 중 적어도 2개의 문자가 이웃하는 경우의 수는
$120-12=108$

169 5명의 가족이 일렬로 서는 경우의 수는
$5!=120$
양 끝에 자녀 3명 중 2명이 서는 경우의 수는 ${}_3P_2=6$
가운데 부모 2명과 나머지 자녀 1명이 서는 경우의 수는 $3!=6$이므로 양 끝에 모두 자녀가 서는 경우의 수는
$6\times6=36$
따라서 적어도 한 쪽 끝에 부모가 서는 경우의 수는
$120-36=84$

170 □: 3!, 3!, 14

171 a□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$
b□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$
c□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$
da□□ 꼴인 단어는 순서대로 dabc, dacb이고,
$6+6+6+2=20$
따라서 20번째에 배열되는 단어는 dacb이다.

172 1□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$
21□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$
23□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$
241□□ 꼴인 정수의 개수는 $2!=2$
243□□ 꼴인 정수는 작은 순서대로 24315, 24351이고,
$24+6+6+2+2=40$
따라서 40번째로 작은 수는 24351이다.

173 5□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$
4□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$
354□□ 꼴인 정수는 큰 순서대로 35421, 35412이고
$24+24+2=50$
따라서 50번째로 큰 수는 35412이다.

174 1□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$
2□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$
31□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$
32□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$
34□□□ 꼴인 정수는 모두 34000보다 큰 수이므로
34000보다 작은 수의 개수는
$24+24+6+6=60$

연산문제로 실전 능력 다지기

165쪽~166쪽

175 ${}_7P_3=7\times6\times5=210$

176 ${}_5P_4=5\times4\times3\times2=120$

177 ${}_nP_4=n(n-1)(n-2)(n-3)$이므로
$n(n-1)(n-2)(n-3)=24=4\times3\times2\times1$
$\therefore n=4$

178 ${}_nP_3=3{}_nP_2$에서 $n(n-1)(n-2)=3n(n-1)$
${}_nP_3$에서 $n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면
$n-2=3 \qquad \therefore n=5$

179 ${}_7P_r=840$에서 $840=7\times6\times5\times4$이므로
${}_7P_4=840 \qquad \therefore r=4$

180 $2{}_nP_2:{}_nP_3=1:2$에서 ${}_nP_3=4{}_nP_2$
$n(n-1)(n-2)=4n(n-1)$
${}_nP_3$에서 $n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면
$n-2=4 \qquad \therefore n=6$

181 $2{}_nP_2-{}_{n-1}P_2=54$에서
$2n(n-1)-(n-1)(n-2)=54$
$n^2+n-56=0$, $(n-7)(n+8)=0$
$\therefore n=7$ ($\because n\geq3$)

182 5의 배수이려면 일의 자리 숫자가 0 또는 5이어야 한다.
(i) 일의 자리 숫자가 0인 경우
나머지 자리에는 0을 제외한 3개의 숫자 중에서 2개의 숫자가 올 수 있으므로 ${}_3P_2=6$
(ii) 일의 자리 숫자가 5인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 5를 제외한 2개
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자, 일의 자리 숫자인 5를 제외한 2개이므로 $2\times2=4$
따라서 구하는 5의 배수의 개수는
$6+4=10$

183 어떤 수가 3의 배수이려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하고, 4개의 숫자 0, 1, 3, 5에서 서로 다른 3개를 택했을 때 그 합이 3의 배수가 되는 경우는 (0, 1, 5), (1, 3, 5)이다.

(i) (0, 1, 5)인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 2개

십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 2개이므로 $2\times2!=4$

(ii) (1, 3, 5)인 경우

$3!=6$

따라서 구하는 3의 배수의 개수는

$4+6=10$

184 여학생 3명을 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4!=24$

여학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times6=144$

185 여학생 3명, 남학생 3명을 각각 한 사람으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $2!=2$

여학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=6$

남학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6\times6=72$

186 남학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$

남학생의 양 끝과 사이사이의 4곳 중 3곳에 ✔○✔○✔○✔

여학생 3명을 세우는 방법의 수는

${}_4P_3=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times24=144$

187 v가 맨 앞, y가 맨 뒤에 오고 남은 5개의 문자를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$5!=120$

188 v□□y를 한 문자로 생각하여 4개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$4!=24$

v와 y 사이에 2개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

${}_5P_2=20$

v와 y가 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times20\times2=960$

189 i, o를 하나로 생각하여 6개를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$6!=720$

i, o가 자리를 바꾸는 방법의 수는

$2!=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$720\times2=1440$

190 양 끝에 홀수를 나열하는 방법의 수는 ${}_4P_2=12$

남은 5개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $5!=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$12\times120=1440$

191 7개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$7!=5040$

양 끝에 짝수를 나열하는 방법의 수는 ${}_3P_2=6$

남은 5개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $5!=120$이므로

양 끝에 짝수가 오도록 나열하는 방법의 수는

$6\times120=720$

따라서 구하는 경우의 수는

$5040-720=4320$

192 a□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

ba□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$

bca□□ 꼴인 단어의 개수는 $2!=2$

bcd□□ 꼴인 단어는 순서대로 bcdae, bcdea이고,

$24+6+2+2=34$

따라서 bcdea는 34번째에 배열된다.

193 a□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

b□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

cab□□ 꼴인 단어는 순서대로 cabde, cabed이고,

$24+24+2=50$

따라서 50번째에 배열되는 단어는 cabed이다.

194 4□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$

3□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$

24□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$

23□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$

214□□ 꼴인 정수는 큰 순서대로 21430, 21403이고,

$24+24+6+6+2=62$

따라서 62번째로 큰 수는 21403이다.

195 1□□□□ 꼴인 정수의 개수는 $4!=24$

20□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$

21□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$

23□□□ 꼴인 정수의 개수는 $3!=6$

24□□□ 꼴인 정수는 모두 24000보다 큰 수이므로 24000보다 작은 수의 개수는

$24+6+6+6=42$

3 조합 167쪽~173쪽

196 □: 1

197 ${}_{5}C_{1}=5$

198 ${}_{3}C_{3}=1$

199 ${}_{7}C_{4}=\dfrac{{}_{7}P_{4}}{4!}=\dfrac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=35$

200 ${}_{8}C_{6}={}_{8}C_{2}=\dfrac{{}_{8}P_{2}}{2!}=\dfrac{8\times7}{2\times1}=28$

201 ${}_{11}C_{8}={}_{11}C_{3}=\dfrac{{}_{11}P_{3}}{3!}=\dfrac{11\times10\times9}{3\times2\times1}=165$

202 □: n, 8

203 ${}_{n}C_{3}=20$에서 $\dfrac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}=20$

$n(n-1)(n-2)=120=6\times5\times4$

$\therefore n=6$

204 ${}_{n}C_{4}=35$에서 $\dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4\times3\times2\times1}=35$

$n(n-1)(n-2)(n-3)=840=7\times6\times5\times4$

$\therefore n=7$

205 ${}_{n+2}C_{2}=21$에서 $\dfrac{(n+2)(n+1)}{2\times1}=21$

$(n+2)(n+1)=42=7\times6$

$n+2=7 \qquad \therefore n=5$

206 □: 2×1, 210, 5, 5

207 ${}_{n}C_{3}-{}_{n-1}C_{3}=15$에서

$\dfrac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}-\dfrac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3\times2\times1}=15$

$n(n-1)(n-2)-(n-1)(n-2)(n-3)=90$

$(n-1)(n-2)\{n-(n-3)\}=90$

$3(n-1)(n-2)=90$

$(n-1)(n-2)=30=6\times5$

$\therefore n=7$

208 $2{}_{n+2}C_{4}=7{}_{n}C_{2}$에서

$2\times\dfrac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4\times3\times2\times1}=7\times\dfrac{n(n-1)}{2\times1}$

$n+2\geq4$에서 $n\geq2$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$(n+2)(n+1)=42=7\times6$

$n+2=7 \qquad \therefore n=5$

209 □: 4, 10

210 ${}_{n}C_{3}={}_{n}C_{5}$에서 ${}_{n}C_{3}={}_{n}C_{n-3}$이므로

${}_{n}C_{n-3}={}_{n}C_{5}$

$n-3=5 \qquad \therefore n=8$

211 ${}_{n+3}C_{n}=84$에서 ${}_{n+3}C_{n}={}_{n+3}C_{(n+3)-n}={}_{n+3}C_{3}$이므로

${}_{n+3}C_{3}=84,\ \dfrac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3\times2\times1}=84$

$(n+1)(n+2)(n+3)=504=7\times8\times9$

$n+1=7 \qquad \therefore n=6$

212 □: $2r$, 4, 4

213 (ⅰ) ${}_{15}C_{r+2}={}_{15}C_{2r-5}$에서

$r+2=2r-5 \qquad \therefore r=7$

(ⅱ) ${}_{15}C_{r+2}={}_{15}C_{15-(r+2)}={}_{15}C_{13-r}$이므로 ${}_{15}C_{13-r}={}_{15}C_{2r-5}$에서

$13-r=2r-5 \qquad \therefore r=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $r=6$ 또는 $r=7$

214 □: 2×1, 20, 4, 5

215 ${}_{n}P_{2}={}_{n}C_{3}$에서

$n(n-1)=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}$

${}_{n}C_{3}$에서 $n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$1=\dfrac{n-2}{6},\ n-2=6$

$\therefore n=8$

216 $3{}_{n}P_{2}+2{}_{n}C_{2}=48$에서

$3n(n-1)+2\times\dfrac{n(n-1)}{2\times1}=48$

$4n(n-1)=48,\ n(n-1)=12=4\times3$

$\therefore n=4$

217 ${}_{n}P_{2}+6{}_{n}C_{2}=20{}_{n-1}C_{3}$에서

$n(n-1)+6\times\dfrac{n(n-1)}{2\times1}=20\times\dfrac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3\times2\times1}$

$3n(n-1)+9n(n-1)=10(n-1)(n-2)(n-3)$

$6n(n-1)=5(n-1)(n-2)(n-3)$

${}_{n-1}C_{3}$에서 $n\geq4$이므로 양변을 $n-1$로 나누면

$6n=5(n-2)(n-3)$

$5n^2-31n+30=0$

$(5n-6)(n-5)=0$

$\therefore n=5$

218 ${}_{n}P_{2}+4{}_{n}C_{n-3}={}_{n}P_{3}$에서 ${}_{n}C_{n-3}={}_{n}C_{3}$이므로

$n(n-1)+4\times\dfrac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}=n(n-1)(n-2)$

${}_nP_3$에서 $n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$1+\dfrac{2(n-2)}{3}=n-2$

$3+2n-4=3n-6$

$\therefore n=5$

219 □: 2, ${}_5C_2$

220 6명의 학생 중에서 순서를 생각하지 않고 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_6C_3$

221 7종류의 과자 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 고르는 방법의 수는

${}_7C_3$

222 동호회 회원 8명 중에서 순서를 생각하지 않고 2명을 선택하면 되므로 구하는 횟수는

${}_8C_2$

223 남자 3명 중에서 2명의 대표를 뽑는 방법의 수는

${}_3C_2$

여자 3명 중에서 1명의 대표를 뽑는 방법의 수는

${}_3C_1$

따라서 구하는 방법의 수는

${}_3C_2\times{}_3C_1$

224 5종류의 과일 중에서 2종류의 과일을 선택하는 방법의 수는

${}_5C_2$

4종류의 음료수 중에서 1종류의 음료수를 선택하는 방법의 수는

${}_4C_1$

따라서 구하는 방법의 수는

${}_5C_2\times{}_4C_1$

225 한국인 3명 중에서 대표 1명을 뽑는 방법의 수는

${}_3C_1$

중국인 4명 중에서 대표 1명을 뽑는 방법의 수는

${}_4C_1$

일본인 3명 중에서 대표 1명을 뽑는 방법의 수는

${}_3C_1$

따라서 구하는 방법의 수는

${}_3C_1\times{}_4C_1\times{}_3C_1$

226 □: 2, 2, 10

227 A, B를 뽑고 남은 4명의 학생 중에서 1명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_4C_1=4$

228 특정한 남학생 1명을 뽑고 남은 9명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_9C_2=\dfrac{9\times8}{2\times1}=36$

229 특정한 남학생 1명과 여학생 1명을 뽑고 남은 8명 중에서 1명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_8C_1=8$

230 □: 3, 3, 4

231 A를 뽑고 B를 제외한 남은 4명의 학생 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_4C_2=6$

232 (i) A를 뽑고 B를 제외한 남은 4명의 학생 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_2=6$

(ii) B를 뽑고 A를 제외한 남은 4명의 학생 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_2=6$

(i), (ii)에서 A, B 중 한 명만 뽑히는 경우의 수는

$6+6=12$

233 1, 2, 3이 적혀 있는 구슬을 제외한 7개의 구슬 중에서 5개의 구슬을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_7C_5={}_7C_2=21$

234 1, 2, 3이 적혀 있는 구슬을 모두 뽑고 4, 5가 적혀 있는 구슬을 제외한 5개의 구슬 중에서 2개의 구슬을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_5C_2=10$

235 □: 165, 20, 145

236 11명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{11}C_3=165$

(i) 대표 3명 모두 남학생을 뽑는 방법의 수는

${}_6C_3=20$

(ii) 대표 3명 모두 여학생을 뽑는 방법의 수는

${}_5C_3=10$

따라서 남학생과 여학생을 적어도 1명씩 뽑는 방법의 수는

$165-(20+10)=135$

237 11명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{11}C_3=165$

(i) 남학생을 한 명도 뽑지 않는 방법의 수

즉 여학생을 3명 뽑는 방법의 수는

${}_5C_3=10$

(ii) 남학생을 1명 뽑는 방법의 수

즉 남학생을 1명, 여학생을 2명 뽑는 방법의 수는

${}_6C_1 \times {}_5C_2 = 6 \times 10 = 60$

따라서 남학생을 적어도 2명 뽑는 방법의 수는

$165-(10+60)=95$

다른 풀이

(i) 남학생을 2명, 여학생을 1명 뽑는 방법의 수는

${}_6C_2 \times {}_5C_1 = 15 \times 5 = 75$

(ii) 남학생을 3명 뽑는 방법의 수는

${}_6C_3 = 20$

(i), (ii)에서 남학생을 적어도 2명 뽑는 방법의 수는

$75+20=95$

238 12개의 구슬 중에서 3개의 구슬을 뽑는 방법의 수는

${}_{12}C_3 = 220$

3보다 큰 수가 적혀 있는 9개의 구슬 중에서 3개의 구슬을 뽑는 방법의 수는

${}_9C_3 = 84$

따라서 3 이하의 수가 적혀 있는 구슬이 적어도 한 개 포함되는 경우의 수는

$220-84=136$

239 12개의 구슬 중에서 3개의 구슬을 뽑는 방법의 수는

${}_{12}C_3 = 220$

(i) 짝수가 적혀 있는 구슬을 하나도 뽑지 않는 경우

즉 홀수가 적혀 있는 구슬을 3개 뽑는 방법의 수는

${}_6C_3 = 20$

(ii) 짝수가 적혀 있는 구슬을 1개 뽑는 경우

즉 짝수가 적혀 있는 구슬 중 1개, 홀수가 적혀 있는 구슬 중 2개를 뽑는 방법의 수는

${}_6C_1 \times {}_6C_2 = 6 \times 15 = 90$

따라서 짝수가 적혀 있는 구슬이 적어도 2개 포함되는 경우의 수는 $220-(20+90)=110$

다른 풀이

(i) 짝수가 적혀 있는 구슬을 2개 뽑는 경우의 수

${}_6C_2 \times {}_6C_1 = 15 \times 6 = 90$

(ii) 짝수가 적혀 있는 구슬을 3개 뽑는 경우의 수

${}_6C_3 = 20$

(i), (ii)에서 짝수가 적혀 있는 구슬이 적어도 2개 포함되는 경우의 수는

$90+20=110$

240 12개의 구슬 중에서 3개의 구슬을 뽑는 방법의 수는

${}_{12}C_3 = 220$

세 수의 곱이 홀수가 되는 경우는 (홀수)×(홀수)×(홀수)일 때이다. 이때 홀수가 적혀 있는 구슬 중에서 3개의 구슬을 뽑는 방법의 수는

${}_6C_3 = 20$

따라서 구슬에 적혀 있는 세 수의 곱이 짝수인 경우의 수는

$220-20=200$

241 학생 7명 중에서 5명을 뽑는 방법의 수는

${}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$

5명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$5!=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$21 \times 120 = 2520$

242 A를 뽑고 남은 6명의 학생 중에서 4명을 뽑는 방법의 수는

${}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$

5명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$5!=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$15 \times 120 = 1800$

243 A, B를 뽑고 남은 5명의 학생 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_5C_3 = {}_5C_2 = 10$

5명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$5!=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$10 \times 120 = 1200$

244 홀수 5개 중에서 4개를 뽑는 방법의 수는

${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$

4개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$4!=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$5 \times 24 = 120$

245 홀수 5개 중에서 3개를 뽑는 방법의 수는

${}_5C_3 = {}_5C_2 = 10$

짝수 4개 중에서 1개를 뽑는 방법의 수는

${}_4C_1 = 4$

홀수 3개를 하나로 생각하고 2개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$2!=2$

홀수 3개가 자리를 바꾸는 방법의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$10 \times 4 \times 2 \times 6 = 480$

246 홀수 5개 중에서 2개를 뽑는 방법의 수는

${}_5C_2 = 10$

짝수 4개 중에서 2개를 뽑는 방법의 수는

${}_4C_2 = 6$

짝수 2개를 나열하는 방법의 수는

$2!=2$

짝수 2개의 양 끝과 사이의 3곳 중 2곳에 홀수 ✔○✔○✔
2개를 나열하는 방법의 수는
$_3P_2=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$10\times6\times2\times6=720$

247 남자 6명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는
$_6C_3=20$
여자 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는
$_4C_2=6$
5명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$5!=120$
따라서 구하는 경우의 수는
$20\times6\times120=14400$

248 남자 6명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는
$_6C_3=20$
여자 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는
$_4C_2=6$
여자 2명을 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$4!=24$
여자 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는
$2!=2$
따라서 구하는 경우의 수는
$20\times6\times24\times2=5760$

249 남자 6명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는
$_6C_3=20$
여자 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는
$_4C_2=6$
남자 3명과 여자 2명을 각각 한 사람으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$2!=2$
남자 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는
$3!=6$
여자 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는
$2!=2$
따라서 구하는 경우의 수는
$20\times6\times2\times6\times2=2880$

250 특정한 남자 1명과 특정한 여자 1명을 뽑고 남은 남자 4명, 여자 3명 중에서 남자 1명, 여자 1명을 뽑는 방법의 수는
$_4C_1\times{}_3C_1=4\times3=12$
4명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는
$12\times24=288$

251 특정한 남자 1명을 뽑고, 남은 남자 4명, 여자 4명 중에서 남자 1명, 여자 2명을 뽑는 방법의 수는
$_4C_1\times{}_4C_2=4\times6=24$
여자 2명을 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$
여자 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는
$2!=2$
따라서 구하는 경우의 수는
$24\times6\times2=288$

252 □: 11, 11, 44

253 구하는 대각선의 개수는 12개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하는 경우의 수에서 변의 개수인 12를 뺀 값과 같으므로
$_{12}C_2-12=66-12=54$

254 구하는 대각선의 개수는 20개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하는 경우의 수에서 변의 개수인 20을 뺀 값과 같으므로
$_{20}C_2-20=190-20=170$

255 구하는 볼록다각형을 n각형이라 하면
대각선의 개수가 9이므로
$_nC_2-n=9,\ \dfrac{n(n-1)}{2}-n=9$
$n^2-3n-18=0,\ (n-6)(n+3)=0$
$\therefore\ n=6\ (\because\ n\geq3)$
따라서 변의 개수는 6이다.

256 구하는 볼록다각형을 n각형이라 하면
대각선의 개수가 20이므로
$_nC_2-n=20,\ \dfrac{n(n-1)}{2}-n=20$
$n^2-3n-40=0,\ (n-8)(n+5)=0$
$\therefore\ n=8\ (\because\ n\geq3)$
따라서 변의 개수는 8이다.

257 구하는 볼록다각형을 n각형이라 하면
대각선의 개수가 35이므로
$_nC_2-n=35,\ \dfrac{n(n-1)}{2}-n=35$
$n^2-3n-70=0,\ (n-10)(n+7)=0$
$\therefore\ n=10\ (\because\ n\geq3)$
따라서 변의 개수는 10이다.

258 5개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 직선의 개수는 $_5C_2=10$

259 8개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 직선의 개수는 $_8C_2=28$

260 12개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 직선의 개수는

${}_{12}C_2=66$

261 5개의 점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

${}_5C_2=10$

일직선 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$

그런데 일직선 위에 있는 점들을 연결하여 만들 수 있는 직선은 1개뿐이므로 구하는 직선의 개수는

$10-3+1=8$

262 7개의 점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

${}_7C_2=21$

일직선 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$

일직선 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

${}_4C_2=6$

그런데 일직선 위에 있는 점들을 연결하여 만들 수 있는 직선은 1개뿐이므로 구하는 직선의 개수는

$21-3-6+1+1=14$

263 8개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 삼각형의 개수는

${}_8C_3=56$

264 12개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 구하는 삼각형의 개수는

${}_{12}C_3=220$

265 9개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_9C_3=84$

(i) 가로 방향 또는 세로 방향으로 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_3C_3=1$이고, 3개의 점이 있는 직선은 6개이다.

(ii) 대각선 방향으로 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_3C_3=1$이고, 3개의 점이 있는 대각선 방향의 직선은 2개이다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$84-6-2=76$

주의

일직선 위에 있는 $n(\geq 3)$개의 점으로 직선은 1개 만들 수 있지만 삼각형은 만들 수 없다.

266 반원 위의 7개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_7C_3=35$

일직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_4C_3={}_4C_1=4$

그런데 일직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$35-4=31$

267 가로로 놓인 평행선 중에서 2개, 세로로 놓인 평행선 중에서 2개를 택하면 한 개의 평행사변형이 결정되므로

${}_4C_2\times{}_5C_2=6\times10=60$

268 가로로 놓인 평행선 중에서 2개, 세로로 놓인 평행선 중에서 2개를 택하면 한 개의 평행사변형이 결정되므로

${}_5C_2\times{}_6C_2=10\times15=150$

269 만들 수 있는 직사각형의 개수는

${}_4C_2\times{}_5C_2=6\times10=60$

이때 한 변의 길이가 1, 2, 3인 정사각형의 개수는 각각 12, 6, 2이므로 정사각형의 개수는

$12+6+2=20$

따라서 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는

$60-20=40$

270 만들 수 있는 직사각형의 개수는

${}_5C_2\times{}_5C_2=10\times10=100$

이때 한 변의 길이가 1, 2, 3, 4인 정사각형의 개수는 각각 16, 9, 4, 1이므로 정사각형의 개수는

$16+9+4+1=30$

따라서 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는

$100-30=70$

연산문제로 실전 능력 다지기

174쪽~175쪽

271 ${}_nC_2+{}_{n-1}C_2=49$에서

$$\frac{n(n-1)}{2\times1}+\frac{(n-1)(n-2)}{2\times1}=49$$

$n(n-1)+(n-1)(n-2)=98$

$n^2-2n-48=0,\ (n+6)(n-8)=0$

$\therefore n=8\ (\because n\geq3)$

272 ${}_nC_3:{}_nP_2=2:3$에서 $2{}_nP_2=3{}_nC_3$

$$2n(n-1)=3\times\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}$$

$4n(n-1)=n(n-1)(n-2)$

${}_nC_3$에서 $n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$4=n-2\qquad\therefore n=6$

273 (i) ${}_{12}C_{r-3}={}_{12}C_{3r-1}$에서

$r-3=3r-1$ $\quad\therefore r=-1$

이때 $r-3>0$이어야 하므로 r의 값은 존재하지 않는다.

(ii) ${}_{12}C_{r-3}={}_{12}C_{12-(r-3)}={}_{12}C_{15-r}$이므로

${}_{12}C_{15-r}={}_{12}C_{3r-1}$에서

$15-r=3r-1$ $\quad\therefore r=4$

(i), (ii)에서 $r=4$

274 A, B를 뽑고 남은 6명의 학생 중에서 대표 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_{6}C_{1}=6$

275 A, C를 뽑고, B를 제외한 5명의 학생 중에서 대표 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_{5}C_{1}=5$

276 A, B, C를 제외한 5명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{5}C_{3}={}_{5}C_{2}=10$

277 짝수가 적혀 있는 구슬을 2개 뽑는 방법의 수는

${}_{4}C_{2}=6$

홀수가 적혀 있는 구슬을 2개 뽑는 방법의 수는

${}_{5}C_{2}=10$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times10=60$

278 소수 2, 3, 5, 7이 적혀 있는 구슬을 제외한 5개의 구슬에서 4개를 뽑는 경우는 수는

${}_{5}C_{4}={}_{5}C_{1}=5$

279 9개의 구슬에서 4개를 뽑는 방법의 수는

${}_{9}C_{4}=126$

(i) 짝수가 적혀 있는 구슬을 하나도 뽑지 않는 경우

즉 홀수가 적혀 있는 구슬을 4개 뽑는 방법의 수는

${}_{5}C_{4}={}_{5}C_{1}=5$

(ii) 짝수가 적혀 있는 구슬을 1개 뽑는 방법의 수는

${}_{4}C_{1}\times{}_{5}C_{3}=4\times10=40$

따라서 짝수가 적혀 있는 구슬을 적어도 2개 뽑는 경우의 수는

$126-(5+40)=81$

280 특정한 어른 1명을 뽑고 남은 3명의 어른에서 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_{3}C_{1}=3$

어린이 4명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{4}C_{3}={}_{4}C_{1}=4$

어른 2명, 어린이 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$5!=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times4\times120=1440$

281 어른 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_{4}C_{2}=6$

어린이 4명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{4}C_{3}={}_{4}C_{1}=4$

어린이 3명을 한 사람으로 생각하고 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$

어린이 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times4\times6\times6=864$

282 어른 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

${}_{4}C_{2}=6$

어린이 4명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{4}C_{3}={}_{4}C_{1}=4$

어른 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $2!=2$

어른의 양 끝과 사이의 3곳에 어린이 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_{3}P_{3}=3!=6$ ✔○✔○✔

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times4\times2\times6=288$

283 7개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

${}_{7}C_{2}=21$

일직선 위에 있는 5개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

${}_{5}C_{2}=10$

그런데 일직선 위에 있는 점들을 연결하여 만들 수 있는 직선은 1개뿐이므로 구하는 직선의 개수는

$21-10+1=12$

284 7개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_{7}C_{3}=35$

일직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_{5}C_{3}={}_{5}C_{2}=10$

그런데 일직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$35-10=25$

285 12개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

${}_{12}C_{2}=66$

(i) 가로 방향으로 한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_{4}C_{2}=6$이고, 4개의 점이 있는 직선은 3개이다.

(ii) 세로 방향으로 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_{3}C_{2}=3$이고, 3개의 점이 있는 직선은 4개이다.

(iii) 대각선 방향으로 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_{3}C_{2}=3$이고, 3개의 점이 있는 대각선 방향의 직선은 4개이다.

이때 일직선 위에 있는 점들을 연결하여 만들 수 있는 직선은 1개뿐이므로 구하는 직선의 개수는

$66-(3\times6+4\times3+4\times3)+3+4+4=35$

286 12개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_{12}C_3=220$

(ⅰ) 가로 방향으로 한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_4C_3=4$이고, 4개의 점이 있는 직선은 3개이다.

(ⅱ) 세로 방향으로 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_3C_3=1$이고, 3개의 점이 있는 직선은 4개이다.

(ⅲ) 대각선 방향으로 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_3C_3=1$이고, 3개의 점이 있는 대각선 방향의 직선은 4개이다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$220-(3\times4+4\times1+4\times1)=200$

287 n개의 평행선에서 2개를 택하고 다시 이것과 만나는 n개의 평행선에서 2개를 택하면 평행사변형 하나가 결정되므로 만들어지는 평행사변형의 개수는 ${}_nC_2\times{}_nC_2$

만들어지는 평행사변형의 개수가 225이므로

${}_nC_2\times{}_nC_2=225$에서

$\left\{\dfrac{n(n-1)}{2}\right\}^2=225=15^2$, $\dfrac{n(n-1)}{2}=15$

$n(n-1)=30=6\times5$ $\quad\therefore n=6$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

176쪽~178쪽

288 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(ⅰ) 눈의 수의 차가 2인 경우

(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)의 8가지

(ⅱ) 눈의 수의 차가 3인 경우

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)의 6가지

(ⅰ), (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는

$8+6=14$

289 소희가 갖고 있는 하의가 n벌이라 하면 상의 2벌과 하의 n벌을 짝지어서 입는 경우의 수가 6이므로

$2\times n=6$ $\quad\therefore n=3$

따라서 하의는 3벌이다.

290 x, y 각각에 곱해지는 항이 a, b, c이고 그것에 다시 p, q를 곱하여 항이 만들어지므로 서로 다른 항의 개수는

$2\times3\times2=12$

291 48을 소인수분해 하면 $48=2^4\times3$이므로 48의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 5

120을 소인수분해 하면 $120=2^3\times3\times5$이므로 120의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $4\times2=8$

48과 120의 최대공약수는 $2^3\times3$이므로 공약수 중 3의 배수의 개수는 4

따라서 구하는 3의 배수의 개수는 $5+8-4=9$

292 (ⅰ) 50원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3, 4의 5가지

100원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4가지

500원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지

이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 지불할 수 있는 방법의 수는

$5\times4\times3-1=59$ $\quad\therefore a=59$

(ⅱ) 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같고, 50원짜리 동전 4개, 100짜리 동전 3개와 500원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꾸고, 500원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 20개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 50원짜리 동전 30개로 지불하는 방법의 수와 같다.

이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 지불할 수 있는 금액의 수는

$31-1=30$ $\quad\therefore b=30$

$\therefore a+b=59+30=89$

293 (ⅰ) A → B → C로 가는 방법의 수는 $3\times2=6$

(ⅱ) A → D → C로 가는 방법의 수는 $3\times2=6$

따라서 구하는 방법의 수는 $6+6=12$

294 (ⅰ) A → C로 가는 방법의 수는 2

(ⅱ) A → B → C로 가는 방법의 수는 $3\times4=12$

A 도시에서 C 도시로 가는 방법의 수는 $2+12=14$

같은 방법으로 C 도시에서 A 도시로 돌아오는 방법의 수도 14

따라서 구하는 방법의 수는 $14\times14=196$

295 A에 칠할 수 있는 색은 5가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지

E에 칠할 수 있는 색은 A, D에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 방법의 수는 $5\times4\times3\times3\times3=540$

296 (ⅰ) B, D에 같은 색을 칠하는 경우

A에 칠할 수 있는 색은 5가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지

E에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지

즉 B, D에 같은 색을 칠하는 방법의 수는

$5\times4\times3\times3=180$

(ii) B, D에 다른 색을 칠하는 경우

A에 칠할 수 있는 색은 5가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 2가지

E에 칠할 수 있는 색은 A, B, D에 칠한 색을 제외한 2가지

즉 B, D에 다른 색을 칠하는 방법의 수는

$5\times4\times3\times2\times2=240$

(i), (ii)에서 구하는 방법의 수는

$180+240=420$

297 ${}_{n}P_{5}=5{}_{n}P_{4}$에서

$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)=5n(n-1)(n-2)(n-3)$

${}_{n}P_{5}$에서 $n\geq5$이므로 양변을 $n(n-1)(n-2)(n-3)$으로 나누면 $n-4=5$ $\quad\therefore n=9$

따라서 ${}_{9}P_{r}=504$이고, $504=9\times8\times7$이므로

${}_{9}P_{3}=504$ $\quad\therefore r=3$

$\therefore n+r=9+3=12$

298 5의 배수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

이때 일의 자리의 숫자가 0이면 2의 배수도 되므로 5의 배수이지만 2의 배수가 아닌 수는 일의 자리의 숫자가 5인 수이다.

따라서 만의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 5를 제외한 4개,

나머지 자리에는 만의 자리 숫자와 일의 자리 숫자 5를 제외한 4개의 숫자 중에서 3개가 올 수 있으므로

$4\times{}_{4}P_{3}=4\times24=96$

299 (i) 남자 3명을 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4!=24$

남자 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=6$

따라서 남자 3명이 이웃하여 서는 경우의 수는

$24\times6=144$ $\quad\therefore a=144$

(ii) 여자 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$

여자의 양 끝과 사이사이의 4곳 중 3곳에 ✔○✔○✔○✔

남자가 서는 방법의 수는

${}_{4}P_{3}=4\times3\times2=24$

즉 남자가 서로 이웃하여 서지 않는 경우의 수는

$6\times24=144$ $\quad\therefore b=144$

$\therefore a+b=144+144=288$

300 여학생이 가장 왼쪽에 서는 경우의 수는 ${}_{4}P_{1}=4$

남학생이 가장 오른쪽에 서는 경우의 수는 ${}_{4}P_{1}=4$

남은 여학생 3명과 남학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$6!=720$

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times4\times720=11520$

301 A□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

B□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

C□□□□ 꼴인 단어의 개수는 $4!=24$

DA□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$

DB□□□ 꼴인 단어의 개수는 $3!=6$

DCA□□ 꼴인 단어의 개수는 $2!=2$

DCB□□ 꼴인 단어는 순서대로 DCBAE, DCBEA이고,

$24+24+24+6+6+2+2=88$

따라서 88번째에 배열되는 단어는 DCBEA이고, 이 단어의 마지막 문자는 A이다.

302 ${}_{n}C_{n-2}={}_{n}C_{n-(n-2)}={}_{n}C_{2}$,

${}_{n+1}C_{n-1}={}_{n+1}C_{n+1-(n-1)}={}_{n+1}C_{2}$이므로

${}_{n}C_{n-2}+{}_{n+1}C_{n-1}=25$에서 ${}_{n}C_{2}+{}_{n+1}C_{2}=25$

$\dfrac{n(n-1)}{2}+\dfrac{(n+1)n}{2}=25$

$n(n-1)+(n+1)n=50$

$2n^2=50$, $n^2=25$ $\quad\therefore n=5$

303 $2{}_{n}C_{3}=3{}_{n}P_{2}$에서

$2\times\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}=3n(n-1)$

${}_{n}C_{3}$에서 $n\geq3$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$\dfrac{n-2}{3}=3$, $n-2=9$ $\quad\therefore n=11$

304 1, 2, 3이 적혀 있는 구슬을 모두 뽑고 남은 7개의 구슬 중에서 2개의 구슬을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_{7}C_{2}=21$

305 A를 선출하고 B, C, D를 제외한 16명의 학생 중에서 3명의 의원을 선출하면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_{16}C_{3}=560$

306 모음 a, i, o 중에서 2개를 뽑는 방법의 수는

${}_{3}C_{2}={}_{3}C_{1}=3$

자음 c, t, n 중에서 2개를 뽑는 방법의 수는

${}_{3}C_{2}={}_{3}C_{1}=3$

모음 2개를 하나로 생각하고 3개를 일렬로 배열하는 방법의 수는 $3!=6$

모음 2개가 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!=2$

따라서 구하는 방법의 수는

$3\times3\times6\times2=108$

307 주어진 도형 위의 10개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_{10}C_{3}=120$

일직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

${}_{4}C_{3}=4$이고, 4개의 점이 있는 직선은 5개이다.

그런데 일직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$120-5\times4=100$

IV
행렬

1 행렬과 그 연산 180쪽~187쪽

001 □: 5

002 5, 3

003 2

004 2

005 2, −1, 3

006 3, 5

007 −1

008 5

009 ×

010 ○

011 ○

012 ○

013 □: 2, 5, 2, 5, 7

014 $a_{23}=2\times2+3-1=6$

015 $a_{11}+a_{12}+a_{13}=2+3+4=9$

016 $a_{13}\times a_{23}=4\times6=24$

017 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

018 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

019 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

020 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

021 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

022 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

023 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

024 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

025 □: 900, 500

026 $\begin{pmatrix} 900 & 900 & 600 \end{pmatrix}$

027 $\begin{pmatrix} 1000 \\ 900 \end{pmatrix}$

028 $\begin{pmatrix} 500 \\ 600 \end{pmatrix}$

029 $\begin{pmatrix} 1000 & 900 \\ 900 & 900 \end{pmatrix}$

030 0

031 1, 2

032 2

033 1, 1, 1

034 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

035 □: −1, 4

036 $a=1$, $b=3$, $c=-4$, $d=1$

037 $a=-4$, $b=-1$, $c=-3$, $d=-1$

038 $a=2$, $b=1$, $c=-3$, $d=0$

039 $a=3$, $b=2$

040 $a=2$, $b=3$, $c=0$

041 $a-b=1$, $a+b=3$을 연립하여 풀면
$a=2$, $b=1$

042 $a=1,\ b=2,\ c=-1$

043 $a=3,\ b=6,\ c=2$

044 □: $4,\ -4$

045 $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

046 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

047 $\begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

048 □: $0,\ 4$

049 $A-B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

050 $B+C=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

051 $C-(-A)=A+C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

052 $A-B+C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

053 $A+B-(A-C)=B+C=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

054 □: $9,\ -7$

055 $X=-A-B=-\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

056 $X=A-B-C$

$=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -13 & 6 \end{pmatrix}$

057 $X=A+B-C$

$=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

058 $X=A-B+C$

$=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$

059 □: $3,\ 3,\ -12$

060 $-2A=-2\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$

061 $\frac{1}{2}A=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

062 □: $-2,\ -4$

063 $A-3B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}-3\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$

064 $2A-B-A=A-B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

065 $3(-2A)+2B=-6A+2B$

$=-6\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} -10 & -10 \\ 22 & -8 \end{pmatrix}$

066 $3A-2(A-B)=A+2B$

$=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

067 $3A+B-2(A-B)=A+3B$

$=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

068 □: $2A,\ -2,\ -2$

069 $3X-2A-4X+B=O,\ -X=2A-B$

$\therefore X=-2A+B$

$=-2\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

070 $3X=A-2B-2X,\ 5X=A-2B$

$\therefore X=\frac{1}{5}A-\frac{2}{5}B$

$=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}-\frac{2}{5}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$

071 $X-2A-2X+3B=O,\ -X=2A-3B$

$\therefore X=-2A+3B$

$=-2\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

072 $2A+2B=-3X+3A,\ 3X=A-2B$

$\therefore X=\frac{1}{3}A-\frac{2}{3}B$

$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}-\frac{2}{3}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & -1 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$

073 □: 4, 2, 2, 1

074 $B=-A+\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$=-\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

075 $A+2B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

076 주어진 두 행렬을 변끼리 각각 대하면

$3A=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$

$\therefore A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

077 $B=A-\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

078 $A+2B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

079 □: 5, 0, 5, 0, 2

080 $x\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+y\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2x+y & x \\ 4y & x+ay \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

$\therefore x=2,\ y=1,\ a=5$

081 $x\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}+y\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 7 & -8 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x & 2x+y \\ 2x+y & -x-5y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 7 & -8 \end{pmatrix}$

$\therefore x=3,\ y=1$

082 $xA+yB=C$에서

$x\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}+y\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2x+y & -x-2y \\ x+3y & 2x+y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$\therefore 2x+y=3,\ x+2y=0,\ x+3y=-1,\ 2x+y=3$

위의 네 식을 연립하여 풀면

$x=2,\ y=-1 \qquad \therefore x+y=1$

연산문제로 실전 능력 다지기

188쪽 ~189쪽

083 $-1,\ 3$

084 $3,\ a,\ -2$

085 -2

086 2

087 $2+a=0$에서 $a=-2$

$\therefore 3+(-2)+(-2)=-1$

088 $A=\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$

089 $A=\begin{pmatrix} 1^2-1+1 & 1^2-2+1 \\ 2^2-1+1 & 2^2-2+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

090 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

091 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

092 $a=1,\ b=2,\ c=-3,\ d=4$

093 $a=3,\ b=1,\ c=-3,\ d=4$

094 $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$

095 $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 8 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

096 $\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$

097 $-6A+B=-6\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -11 & -16 \\ 14 & -6 \end{pmatrix}$

098 $-A+2B=-\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$

099 $A+5B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}+5\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$

100 $X=-A+B-C$

$=-\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$

101 $A-X+2C=B$

$\therefore X=A-B+2C$

$=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$

102 $2X-B=3A+3X$

$\therefore X=-3A-B$

$=-3\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

103 $3X=A-2B+2X$

$\therefore X=A-2B$

$=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$

104 $X-2A-2X+B=O$

$\therefore X=-2A+B$

$=-2\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

2 행렬의 곱셈 190쪽~198쪽

105 □: -2, 0, 2

106 $\begin{pmatrix} -2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2\times2+5\times1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$

107 $\begin{pmatrix} 2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\times3+(-3)\times2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$

108 $\begin{pmatrix} 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3\times(-4)+5\times2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 \end{pmatrix}$

109 □: 0, 2, 3, 2, -1

110 $\begin{pmatrix} -3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} -3\times(-1)+2\times3 & -3\times2+2\times4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 & 2 \end{pmatrix}$

111 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 2\times2+(-1)\times1 & 2\times(-1)+(-1)\times(-3) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$

112 $\begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 2\times2+(-2)\times1 & 2\times(-5)+(-2)\times(-2) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -6 \end{pmatrix}$

113 □: 5, 2, 10, 4

114 $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & -4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3\times5 & 3\times(-4) \\ 1\times5 & 1\times(-4) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 15 & -12 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$

115 $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\times1 & 2\times(-3) \\ 7\times1 & 7\times(-3) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 7 & -21 \end{pmatrix}$

116 □: 2, 1, 0, -2

117 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1\times2+(-1)\times(-2) \\ 3\times2+2\times(-2) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

118 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\times3+1\times(-1) \\ 1\times3+2\times(-1) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

119 $\begin{pmatrix} x & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix} x+2 \\ 2+x \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix}$에서 $x+2=3$, $x+2=y$

$\therefore x=1$, $y=3$

120 $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix}2x+y\\4+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$에서 $2x+y=3$, $4+y=3$

$\therefore x=2,\ y=-1$

121 $\begin{pmatrix}1&-2\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix}x-2y\\2x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$에서 $x-2y=-1$, $2x+y=3$

$\therefore x=1,\ y=1$

122 □: 2, 2, 8, -1

123 $\begin{pmatrix}2&-1\\3&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1\\1&-3\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}2\times2+(-1)\times1 & 2\times(-1)+(-1)\times(-3)\\3\times2+2\times1 & 3\times(-1)+2\times(-3)\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3&1\\8&-9\end{pmatrix}$

124 $\begin{pmatrix}2&-1\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-3\\3&-2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}2\times2+(-1)\times3 & 2\times(-3)+(-1)\times(-2)\\1\times2+2\times3 & 1\times(-3)+2\times(-2)\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1&-4\\8&-7\end{pmatrix}$

125 $AB=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0\\2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&2\\2&1\end{pmatrix}$

126 $BA=\begin{pmatrix}3&0\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&6\\2&5\end{pmatrix}$

127 $A+AB=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7&2\\2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&4\\2&2\end{pmatrix}$

128 □: -3, -1

129 $AB-C$

$=\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2\\2&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}4&-3\\-2&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-5\\-2&-2\end{pmatrix}$

130 $C+2BA$

$=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&-2\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}2&3\\4&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&8\\8&3\end{pmatrix}$

131 $(A-B)C$

$=\left\{\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&-2\\2&1\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1&3\\-2&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5\\-2&-6\end{pmatrix}$

132 $(A+B)(A-C)$

$=\left\{\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&-2\\2&1\end{pmatrix}\right\}\left\{\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}\right\}$

$=\begin{pmatrix}3&-1\\2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\0&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-1\\2&-2\end{pmatrix}$

133 □: 1, 0, 1, 0, -1, 3

134 $BA=\begin{pmatrix}2&1\\-3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&1\\3&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3\\3&-3\end{pmatrix}$

135 $B-AB=\begin{pmatrix}2&1\\-3&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-5&-1\\3&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&2\\-6&-3\end{pmatrix}$

136 $3A-2BA=3\begin{pmatrix}-1&1\\3&1\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1&3\\3&-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5&-3\\3&9\end{pmatrix}$

137 $3AB-2BA=3\begin{pmatrix}-5&-1\\3&3\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1&3\\3&-3\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-17&-9\\3&15\end{pmatrix}$

138 □: $2y$, y, 2, 2

139 $\begin{pmatrix}1&-2\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x&0\\0&y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x&4\\y&y\end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix}x&-2y\\2x&y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x&4\\y&y\end{pmatrix}$　　$\therefore x=-1,\ y=-2$

140 $\begin{pmatrix}x&1\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&0\\y&x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&x\\2&x^2\end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix}2x+y&x\\4+y&x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&x\\2&x^2\end{pmatrix}$　　$\therefore x=1,\ y=-2$

141 $\begin{pmatrix}1&x\\y&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x&-1\\3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&-1\\3y&-y\end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix}4x&-1\\xy+3&-y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&-1\\3y&-y\end{pmatrix}$　　$\therefore x=2,\ y=3$

142 □: -2, -2, -3, -5

143 $A^4=A^3A=\begin{pmatrix}1&-3\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-4\\0&1\end{pmatrix}$

$A^6=A^4A^2=\begin{pmatrix}1&-4\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-6\\0&1\end{pmatrix}$

$\therefore A^2+A^4+A^6=\begin{pmatrix}1&-2\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&-4\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&-6\\0&1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3&-12\\0&3\end{pmatrix}$

144 $A^5=A^3A^2=\begin{pmatrix}1&-3\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-5\\0&1\end{pmatrix}$

$A^3+A^4-A^5=\begin{pmatrix}1&-3\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&-4\\0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&-5\\0&1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1&-2\\0&1\end{pmatrix}$

145 $A^{10}=A^5A^5=\begin{pmatrix}1&-5\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-5\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-10\\0&1\end{pmatrix}$

$\therefore A^5+A^{10}=\begin{pmatrix}1&-5\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&-10\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-15\\0&2\end{pmatrix}$

146 $A^2=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$A^3=A^2A=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$

$\therefore A+A^3=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2\\2&0\end{pmatrix}$

147 $A^4=A^2A^2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$\therefore A^2+A^4=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$

148 $A+A^2-A^3-A^4=A+A^2-A-A^2=O=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

149 $A^{15}=A,\ A^{20}=A^2$

$\therefore A^{15}+A^{20}=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$

150 $A^2=\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\-2&1\end{pmatrix}$

$A^3=A^2A=\begin{pmatrix}1&0\\-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\-3&1\end{pmatrix}$

$\therefore A^2+A^3=\begin{pmatrix}1&0\\-2&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\-3&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\-5&2\end{pmatrix}$

151 $A^5=A^3A^2=\begin{pmatrix}1&0\\-3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\-2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\-5&1\end{pmatrix}$

$A^{10}=A^5A^5=\begin{pmatrix}1&0\\-5&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\-5&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\-10&1\end{pmatrix}$

$A^{15}=A^{10}A^5=\begin{pmatrix}1&0\\-10&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\-5&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\-15&1\end{pmatrix}$

$\therefore A^5+A^{10}+A^{15}=\begin{pmatrix}1&0\\-5&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\-10&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\-15&1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3&0\\-30&3\end{pmatrix}$

152 10

153 □: 4, 4, -4

154 $AB-CB=(A-C)B=\begin{pmatrix}2&-1\\0&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2\\1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-7\\-2&-6\end{pmatrix}$

155 $(A-B)C=\begin{pmatrix}0&3\\-1&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3\\1&-6\end{pmatrix}$

156 $2AC-CA$

$=2\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&2\\0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1&2\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\0&-1\end{pmatrix}$

$=2\begin{pmatrix}-1&3\\0&-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1&-3\\0&-1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-1&9\\0&-1\end{pmatrix}$

157 □: -1, 1

158 $CB-CA=C(B-A)=-C(A-B)$

$=-\begin{pmatrix}2&1\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3&0\\6&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\-9&-1\end{pmatrix}$

159 $AC+BC+CB-CA$

$=(AC+BC)+(CB-CA)$

$=(A+B)C+C(B-A)$

$=\begin{pmatrix}0&3\\-1&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&-1\\-9&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2\\-10&0\end{pmatrix}$

160 □: 3, 5, 4, -4

161 $A\begin{pmatrix}3a+c\\3b+d\end{pmatrix}=3A\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}+A\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}$

$=3\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\8\end{pmatrix}$

162 $A\begin{pmatrix}2a-3c\\2b-3d\end{pmatrix}=2A\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}-3A\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\-13\end{pmatrix}$

163 □: BC, CB

164 $(A+B)(A-B)$

$=A^2-AB+BA-B^2$

165 $(A+B)^2=(A+B)(A+B)$

$=A^2+AB+BA+B^2$

166 $(A-B)^2=(A-B)(A-B)$

$=A^2-AB-BA+B^2$

167 $(A+B)^2=(A+B)(A+B)$

$=A^2+AB+BA+B^2$

$=(A^2+B^2)+(AB+BA)$

$=\begin{pmatrix}2&2\\1&2\end{pmatrix}$

168 $(A-B)^2=(A-B)(A-B)$
$=A^2+B^2-AB-BA$
$=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

169 $A(A+B)+B(B+A)=A^2+AB+B^2+BA$
$=(A^2+B^2)+(AB+BA)$
$=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

170 □: 2, 2, 4

171 $A^2-AB-BA+B^2$
$=(A-B)^2=\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -12 & 1 \end{pmatrix}$

172 $A^2-AB+BA-B^2$
$=A(A-B)+B(A-B)$
$=(A+B)(A-B)=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

173 $A^2+AB-BA-B^2$
$=A(A+B)-B(A+B)$
$=(A-B)(A+B)=\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 6 & 13 \end{pmatrix}$

174 두 식을 연립하여 풀면
$A=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
$\therefore A^2-B^2$
$=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
$=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$
$=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$

175 □: O, BA

176 $AB=BA$이므로
$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} x & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x & x-2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\therefore x=1$

177 $(A+B)^2=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

178 $A^2+B^2-2AB=(A-B)^2$
$=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

179 □: A, 3, 2

180 $EA=A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

181 $E^{20}=E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

182 $E^{2000}=E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

183 ×

184 ○

185 ○

186 ○

187 ×

188 □: $-A$, $-A$, $-E$

189 $A^3=A^2A=(-E)A=-A$
$A^4=(A^2)^2=(-E)^2=E$
$\therefore A^3+A^4=-A+E$

190 $AB=(-B)B=E$, $B^2=-E$
즉 $B+B^2+B^3+B^4=B+(-E)+(-B)+E=O$

191 $A^{10}=(A^2)^5=(-E)^5=-E$,
$B^{10}=(B^2)^5=(-E)^5=-E$
$\therefore A^{10}+B^{10}=(-E)+(-E)$
$=-2E$

192 □: $-2-p$, -2, 1

193 $A^2-2A+E=O$에서
$A^2-2A+3E=(A^2-2A+E)+2E$
$=O+2E=2E=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

194 $A^2-3A+E=(A^2-2A+E)-A$
$=O-A$
$=-A=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

195 A^3-2A^2+A+E
$=A(A^2-2A+E)+E$
$=AO+E$
$=E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

196 $(12\quad 3)$

197 $(8\quad -3)$

198 $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 14 & -6 \end{pmatrix}$

199 $\begin{pmatrix} -16 \\ -10 \end{pmatrix}$

200 $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

201 $AC=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

202 $A+B-BC$

$=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

203 $AB+BA$

$=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & -6 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$

204 $(A-2B)C=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

205 $(A+C)(B-C)=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 & -16 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$

206 $A\begin{pmatrix} a-2c \\ b-2d \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}-2A\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix}$

207 $A\begin{pmatrix} 2a+c \\ 2b+d \end{pmatrix}=2A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}+A\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

$=2\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

208 $A\begin{pmatrix} 2a-5c \\ 2b-5d \end{pmatrix}=2A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}-5A\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

$=2\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}-5\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 19 \\ -26 \end{pmatrix}$

209 $A^2=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^3=A^2A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore A^2+A^3=\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

210 $A^4=\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^5=\begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore A^3+A^4-A^5=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

211 $A^2=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}=-E$

$A^3=A^2A=-EA=-A$

$A^4=A^2A^2=(-E)^2=E$

$\therefore A+A^2+A^3-A^4=A-E-A-E=-2E=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

212 $A^4=E$에서 $A^{15}=(A^4)^3A^3=A^3=-A$

$A^{20}=(A^4)^5=E^5=E$

$\therefore A^{15}+A^{20}=-A+E$

$=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

213 $AB+AC=A(B+C)$

$=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

214 $AB-CB=(A-C)B$

$=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

215 $(A+B)^2=A^2+B^2+AB+BA$

$=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

216 $(A-B)^2=A^2+B^2-AB-BA$

$=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

217 $AB=BA$에서 $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 3-x & 2x \\ -1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 3x \\ -1 & -x+2 \end{pmatrix}$

$\therefore x=0$

218 $(A+B)^2=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16 & 0 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$

219 $A^2+B^2-2AB=(A-B)^2$

$$=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ -3 & 1\end{pmatrix}$$

220 $(A+E)^2=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & -6\\ 6 & 8\end{pmatrix}$

221 $A^2-E=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 4 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -4\\ 4 & 2\end{pmatrix}$$

222 $A^3+E=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2 & -11\\ 11 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -11\\ 11 & 3\end{pmatrix}$$

223 $A(-A)+E=O,\ A^2=E$

224 $A^3=A^2A=EA=A$

$A^4=(A^2)^2=E^2=E$

$\therefore\ A^3+A^4=A+E$

225 $A^{10}=E,\ B^{10}=E$에서

$A^{10}+B^{10}=2E$

226 $A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}$

$A^3=A^2A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -6 & 1\end{pmatrix}$

$\therefore\ A^2+A^3=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -10 & 2\end{pmatrix}$

227 $A^6=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -6 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -6 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -12 & 1\end{pmatrix}$

228 $A^n=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2n & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -20 & 1\end{pmatrix}$

$\therefore\ n=10$

229 $\begin{pmatrix}-2 & 5\\ -1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 5\\ -1 & 3\end{pmatrix}+p\begin{pmatrix}-2 & 5\\ -1 & 3\end{pmatrix}+q\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=O$

$\begin{pmatrix}-1-2p+q & 5+5p\\ -1-p & 4+3p+q\end{pmatrix}=O$

$\therefore\ p=-1,\ q=-1$

230 $A^2-A-E=O$에서

$2A^2+2A+E=2(A+E)+2A+E$

$$=4A+3E=\begin{pmatrix}-5 & 20\\ -4 & 15\end{pmatrix}$$

231 A^3-2A^2+2A+E

$=A(A^2-A-E)-(A^2-A-E)+2A$

$=AO-O+2A=2A=\begin{pmatrix}-4 & 10\\ -2 & 6\end{pmatrix}$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

202쪽~203쪽

232 $A+2B=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 3 & -1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}4 & -1\\ 1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & -2\\ 5 & -5\end{pmatrix}$

$\therefore\ 7+(-2)+5+(-5)=5$

233 $2B=A-\begin{pmatrix}-3 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}$

$\therefore\ B=\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & 0\\ -2 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

$\therefore\ \frac{3}{2}+0+(-2)+\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$

234 $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$에서

$A^2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$\therefore\ 1+0+0+1=2$

235 $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 2 & -2\end{pmatrix}$

$\therefore\ 2A-B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ -2 & 4\end{pmatrix}$

$\therefore\ 4+0+(-2)+4=6$

236 $X=-2A+B$

$=-2\begin{pmatrix}2 & -3\\ 3 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 5\\ -3 & 1\end{pmatrix}$

$\therefore\ (-3)+5+(-3)+1=0$

237 $a-b=2,\ ab=3$에서

$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

$=2^2+2\times3=10$

238 $X=-A+2B$

$=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ -3 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2a & 0\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2a-3 & -1\end{pmatrix}$

$2a+1=-1$

$\therefore\ a=-1$

239 $x\begin{pmatrix}2 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}1 & 0\\3 & a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & -2\\3 & -4\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}2x+y & x\\3y & x+ay\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & -2\\3 & -4\end{pmatrix}$

$\therefore\ x=-2,\ y=1,\ a=-2$

240 $AB-A=\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\-2 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}5 & -4\\-2 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}4 & -2\\-2 & 1\end{pmatrix}$

$\therefore\ 4+(-2)+(-2)+1=1$

241 $AB-BA=\begin{pmatrix}2 & 1\\-1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\-1 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\-1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\-1 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1 & 2\\-2 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 1\\-4 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-1 & 1\\2 & 1\end{pmatrix}$

$\therefore\ (-1)+1+2+1=3$

242 $ABAB=(AB)^2$

$=\begin{pmatrix}2 & -3\\4 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -3\\4 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-8 & -9\\12 & -11\end{pmatrix}$

$\therefore\ (-8)+(-9)+12+(-11)=-16$

243 $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$에서

$A\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}-A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

$\therefore\ p+q=1+1=2$

244 $A^2-2A=O$에서 $A^2=2A$

$A^4=(2A)^2=4A^2=4(2A)=8A$

$\therefore\ p=8$

245 $(A-B)^2=A^2+B^2-(AB+BA)$

$=\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1 & 2\\3 & 2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{pmatrix}$

$\therefore\ 2+0+0+2=4$

246 $A^2-A+2E=O$에서

$A^2+2A+E=(A-2E)+2A+E$

$=3A-E$

$=3\begin{pmatrix}0 & -1\\2 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-1 & -3\\6 & 2\end{pmatrix}$

$\therefore\ (-1)+(-3)+6+2=4$

247 $A^2(A^2+A^3)=A^2(-2A-2E)$

$=-2A^3-2A^2$

$=-2(-2A-2E)$

$=4A+4E$

따라서 구하는 A^4+A^5의 모든 성분의 합은 8