정답과 풀이

중학수학 1·1

Ⅰ. 소인수분해

1. 소인수분해

최고 수준 입문하기

P 8 – P 10

01 2	02 ㉡, ㉢, ㉣	03 29	04 ④
05 4	06 6	07 ③	08 12
09 ②	10 4	11 15	12 21
13 24	14 21	15 ③	16 ⑤
17 3	18 2	19 5	20 8개
21 ⑤	22 4, 9, 25, 49, 121, 169		

01 Action 자연수는 1, 소수, 합성수로 분류할 수 있다.

소수는 2, 5, 13, 53, 113의 5개이므로 $a=5$
합성수는 9, 51, 87의 3개이므로 $b=3$
$\therefore a-b=5-3=2$

02 Action 2는 가장 작은 소수이고, 소수 중 유일한 짝수이다.

㉠ 가장 작은 소수는 2이다.
㉣ 10보다 작은 자연수 중 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.
㉤ 7의 배수 중 7은 소수이다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

03 Action 약수의 개수가 2인 자연수는 소수이다.

약수의 개수가 2인 자연수는 소수이다.
이때 25 이상 30 미만인 자연수 중 소수는 29이다.

04 Action 거듭제곱은 같은 수가 여러 개 곱해진 경우에 곱하는 수와 그 수가 곱해진 개수를 이용하여 간단히 나타낸 것이다. ➡ (밑)$^{(지수)}$

① $2^3=8$
② $5\times5\times5=5^3$
③ $3\times3\times3\times3=3^4$
⑤ $\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}=\left(\frac{1}{8}\right)^3$ 또는 $\frac{1}{8^3}$

05 Action $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \cdots$의 일의 자리의 숫자를 구하여 규칙성을 찾아본다.

$2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, …이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6의 순서로 반복된다.
이때 $50=4\times12+2$이므로 2^{50}의 일의 자리의 숫자는 2^2의 일의 자리의 숫자와 같은 4이다.

06 Action 120을 소인수분해 한다.

120을 소인수분해 하면 $120=2^3\times3\times5$
따라서 $a=3$, $b=3$이므로
$a+b=3+3=6$

07 Action 각각의 수를 소인수분해 하여 소인수를 찾는다.

① $10=2\times5$이므로 10의 소인수는 2, 5의 2개
② $16=2^4$이므로 16의 소인수는 2의 1개
③ $42=2\times3\times7$이므로 42의 소인수는 2, 3, 7의 3개
④ $48=2^4\times3$이므로 48의 소인수는 2, 3의 2개
⑤ $65=5\times13$이므로 65의 소인수는 5, 13의 2개
따라서 소인수의 개수가 가장 많은 것은 ③이다.

08 Action 126을 소인수분해 한다.

126을 소인수분해 하면 $126=2\times3^2\times7$
따라서 126의 소인수는 2, 3, 7이므로 구하는 합은
$2+3+7=12$

09 Action 주어진 수를 소인수분해 하여 소인수가 한 개인 수를 찾는다.

13, 89는 소수이므로 소인수가 1개이다.
$24=2^3\times3$, $36=2^2\times3^2$, $45=3^2\times5$, $52=2^2\times13$,
$91=7\times13$이므로 소인수가 2개이다.
$64=2^6$이므로 소인수가 2의 1개이다.
따라서 소인수가 한 개인 것은 13, 64, 89의 3개이다.

Lecture
- 24, 36의 소인수 : 2, 3
- 45의 소인수 : 3, 5
- 52의 소인수 : 2, 13
- 91의 소인수 : 7, 13

10 Action 2부터 10까지의 자연수 중 3을 소인수로 가지는 수를 찾아본다.

2부터 10까지의 자연수 중 3을 소인수로 가지는 수는 3의 배수인 3, 6, 9이다.
이때 $3=3$, $6=2\times3$, $9=3^2$이므로
$2\times3\times4\times\cdots\times10=\square\times3^4$의 꼴이다.
따라서 구하는 3의 지수는 4이다.

11 Action 60을 소인수분해 한 후 지수가 홀수인 소인수를 찾는다.

60을 소인수분해 하면 $60=2^2\times3\times5$
60에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 소인수 3, 5의 지수가 짝수가 되어야 하므로 곱하는 수는
$3\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $3\times5=15$이다.

12 Action 먼저 108을 소인수분해 한다.

108을 소인수분해 하면 $108=2^2\times3^3$ …… 20 %

$108\times a=2^2\times3^3\times a=b^2$이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 a의 값은

$a=3$ ...... 30 %

이때 $b^2=2^2\times3^3\times3=2^2\times3^4=324=18^2$이므로

$b=18$ ...... 30 %

$\therefore a+b=3+18=21$ ...... 20 %

13 Action 96을 소인수분해 한 후 지수가 홀수인 소인수를 찾는다.

96을 소인수분해 하면 $96=2^5\times3$

$96\times a=2^5\times3\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $a=2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수는 $2\times3\times2^2=24$이다.

14 Action 나누는 수는 84의 약수이어야 한다.

84를 소인수분해 하면 $84=2^2\times3\times7$

나누는 자연수를 a라 할 때, $\dfrac{84}{a}=\dfrac{2^2\times3\times7}{a}$이 어떤 자연수의 제곱이 되려면 a는 84의 약수이면서 $3\times7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는 $3\times7=21$이다.

15 Action 180을 소인수분해 한다.

$180=2^2\times3^2\times5$이므로 180의 약수가 아닌 것은 ③ $2^2\times3^3$이다.

16 Action 각각의 수의 약수의 개수를 구한다.

각 수의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3+1)\times(1+1)=8$

② $(4+1)\times(1+1)=10$

③ $(2+1)\times(2+1)=9$

④ $(1+1)\times(1+1)\times(2+1)=12$

⑤ $(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$

따라서 약수의 개수가 가장 많은 것은 ⑤이다.

17 Action (약수의 개수)$=\{(2\text{의 지수})+1\}\times\{(5\text{의 지수})+1\}$

$(3+1)\times(a+1)=16$이므로

$a+1=4$ $\quad\therefore a=3$

18 Action 360의 약수의 개수를 먼저 구한다.

$360=2^3\times3^2\times5$이므로 약수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$ ...... 40 %

$2^3\times5\times7^x$의 약수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)\times(x+1)=8\times(x+1)$ ...... 40 %

이때 360의 약수의 개수와 $2^3\times5\times7^x$의 약수의 개수가 같으므로

$8\times(x+1)=24,\ x+1=3$

$\therefore x=2$ ...... 20 %

19 Action 56을 소인수분해 한다.

56을 소인수분해 하면 $56=2^3\times7$

56이 $2^a\times5^b\times7^c$의 약수이므로 가장 작은 a, b, c의 값은

$a=3,\ b=1,\ c=1$

따라서 $a+b+c$의 값 중 가장 작은 값은

$3+1+1=5$

20 Action 3의 배수는 $3\times\square$의 꼴이어야 한다.

3의 배수는 $3\times\square$의 꼴이어야 하고

$120=2^3\times3\times5=3\times(2^3\times5)$이므로 120의 약수 중에서 3의 배수의 개수는 $2^3\times5$의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 3의 배수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)=8$

21 Action 약수의 개수가 9가 아닌 것을 찾는다.

① $11^2\times4=11^2\times2^2$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$

② $11^2\times9=11^2\times3^2$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$

③ $11^2\times25=11^2\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$

④ $11^2\times49=11^2\times7^2$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$

⑤ $11^2\times64=11^2\times2^6$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(6+1)=21$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

22 Action 약수의 개수가 3인 자연수는 소수의 제곱인 수이다.

약수의 개수가 3인 자연수는 소인수분해 하였을 때 p^2(p는 소수)의 꼴이다.

따라서 1에서 225까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3인 수는

$2^2=4,\ 3^2=9,\ 5^2=25,\ 7^2=49,\ 11^2=121,\ 13^2=169$

최고 수준 완성하기

P 11 – P 13

01 ㉠, ㉤, ㉦	02 217	03 75	04 144
05 3개	06 11	07 250	08 4개
09 6개	10 42	11 6개	12 12

01 Action 보기의 문장을 만족하지 않는 예를 찾아본다.

ㄴ a, b가 소수일 때, $a\times b$는 합성수이다.
ㄷ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
ㄹ 9는 합성수이지만 홀수이다.
ㅂ $3+4=7$과 같이 소수와 합성수의 합이 소수인 경우도 있다.
ㅅ (소수)^{2}의 꼴의 자연수는 약수가 1, 소수, (소수)^{2}의 3개이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㅁ, ㅅ이다.

02 Action 7이 n의 소인수이므로 n은 7의 배수이다.

조건 (나)에서 n은 7의 배수이므로 조건 (가)에서 100 이상 120 이하의 자연수 중 7의 배수를 찾으면 105, 112, 119이다. …… 40 %
이때 $105=3\times5\times7$, $112=2^4\times7$, $119=7\times17$이므로 소인수 중 가장 큰 수가 7인 것은 105, 112이다. …… 40 %
따라서 조건을 만족시키는 모든 n의 값의 합은
$105+112=217$ …… 20 %

03 Action 합이 8이 되는 소인수들을 찾는다.

$\{a\}=8$이고 $8=3+5$이므로 a의 소인수는 3, 5이다.
소인수가 3, 5인 자연수를 작은 수부터 차례대로 나열하면
$3\times5=15$, $3^2\times5=45$, $3\times5^2=75$, $\cdots$
따라서 $\{a\}=8$을 만족시키는 자연수 a의 값 중 세 번째로 작은 수는 75이다.

04 Action $[x]=4$이면 x를 소인수분해 하였을 때, 소인수 2의 지수가 4이다.

$[x]=4$이므로 x를 소인수분해 하였을 때, 소인수 2의 지수는 4이다.
이때 100 이하의 자연수 중 $[x]=4$를 만족시키는 모든 자연수 x의 값은 $2^4\times1=16$, $2^4\times3=48$, $2^4\times5=80$이다.
따라서 구하는 합은
$16+48+80=144$

05 Action $2, 4, 6, \cdots, 30$을 각각 소인수분해 한 후 곱하여 $a\times10^n$의 꼴이 되도록 변형한다.

$2=2$, $4=2^2$, $6=2\times3$, $8=2^3$, $10=2\times5$, $12=2^2\times3$,
$14=2\times7$, $16=2^4$, $18=2\times3^2$, $20=2^2\times5$, $22=2\times11$,
$24=2^3\times3$, $26=2\times13$, $28=2^2\times7$, $30=2\times3\times5$
이므로
$2\times4\times6\times\cdots\times30$
$=2\times2^2\times(2\times3)\times\cdots\times(2\times3\times5)$
$=2^{26}\times3^6\times5^3\times7^2\times11\times13$
$=2^{23}\times3^6\times7^2\times11\times13\times(2^3\times5^3)$
$=2^{23}\times3^6\times7^2\times11\times13\times1000$
따라서 일의 자리에서부터 연속하여 나타나는 0은 3개이다.

06 Action 소인수가 한 개인 수는 소수이거나 소수의 거듭제곱의 꼴로 나타내어지는 수이다.

소인수가 한 개인 수는 소수이거나 소수의 거듭제곱의 꼴로 나타내어지는 수이다.
20 이상 50 미만의 자연수 중에서 소수는 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47의 7개이고, 소수의 거듭제곱의 꼴로 나타내어지는 수는 $25=5^2$, $27=3^3$, $32=2^5$, $49=7^2$의 4개이다.
따라서 구하는 수의 개수는 $7+4=11$

07 Action 24와 90을 각각 소인수분해 한 후 $24\times a$와 $90\times b$의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되게 한다.

$24\times a=2^3\times3\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $a=2\times3\times m^2$ (m은 자연수)의 꼴이어야 한다.
$\therefore 24\times a=2^3\times3\times(2\times3\times m^2)$
$=2^4\times3^2\times m^2$
$90\times b=2\times3^2\times5\times b$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $b=2\times5\times n^2$ (n은 자연수)의 꼴이어야 한다.
$\therefore 90\times b=2\times3^2\times5\times(2\times5\times n^2)$
$=2^2\times3^2\times5^2\times n^2$
이때 $24\times a=90\times b$이므로
$2^4\times3^2\times m^2=2^2\times3^2\times5^2\times n^2$
$\therefore 2^2\times m^2=5^2\times n^2$
이를 만족시키는 가장 작은 자연수 m, n의 값은
$m=5$, $n=2$이므로
$a=2\times3\times5^2=150$, $b=2\times5\times2^2=40$
이때 $c^2=24\times a=24\times150=3600=60^2$이므로
$c=60$
$\therefore a+b+c=150+40+60=250$

08 Action a는 216의 약수이면서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되게 하는 수이다.

216을 자연수 a로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 $\dfrac{216}{a}$의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.
즉 $\dfrac{216}{a}=\dfrac{2^3\times3^3}{a}$이 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로
a는 216의 약수이면서 $2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴인 수이다. …… 60 %
따라서 a의 값이 될 수 있는 수는 2×3, $2^3\times3$, 2×3^3, $2^3\times3^3$의 4개이다. …… 40 %

09 Action 약수의 개수가 홀수인 자연수는 (자연수)^{2}의 꼴이다.

약수의 개수가 홀수이려면 소인수분해 하였을 때 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

1보다 큰 50 이하의 자연수 중 (자연수)^{2}의 꼴인 수는
$2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$, $5^2=25$, $6^2=36$, $7^2=49$의 6개이다.

Lecture

(1) 약수의 개수가 3인 자연수는 (소수)^{2}의 꼴이다.
(2) 약수의 개수가 4인 자연수는 (소수)^{3}의 꼴 또는 $a\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이다.
(3) 약수의 개수가 홀수인 자연수는 (자연수)^{2}의 꼴이다.

10 Action 두 자연수의 비가 $a:b$이면 두 수를 $a\times k$, $b\times k$(k는 자연수)로 놓을 수 있다.

조건 (나)에서 비가 $2:5$인 두 자연수를 $2\times k$, $5\times k$ (k는 자연수)라 하면 $2\times k+5\times k=7\times k$이므로 구하는 자연수는 7의 배수이다.
이때 조건 (가)에서 84의 약수 중 7의 배수는 7, 14, 21, 28, 42, 84이고, 이 중 약수의 개수가 8인 수는 42이다.

Lecture

7의 약수의 개수는 2
$14=2\times7$이므로 약수의 개수는 $(1+1)\times(1+1)=4$
$21=3\times7$이므로 약수의 개수는 $(1+1)\times(1+1)=4$
$28=2^2\times7$이므로 약수의 개수는 $(2+1)\times(1+1)=6$
$42=2\times3\times7$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
$84=2^2\times3\times7$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$

11 Action 약수의 개수가 10인 자연수는 소인수분해 하였을 때 a^9의 꼴이거나 $a\times b^4$의 꼴이다. (단, a, b는 서로 다른 소수)

$3^4\times\square$의 약수의 개수가 10이므로
(i) $\square=3^n$(n은 자연수)의 꼴일 때
$(4+n)+1=10 \qquad \therefore n=5$
즉 $\square=3^5=243$
(ii) $\square=a^m$(a는 3이 아닌 소수, m은 자연수)의 꼴일 때
$(4+1)\times(m+1)=10$, $5\times(m+1)=10$
$m+1=2 \qquad \therefore m=1$
즉 $\square=2, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \cdots$
(i), (ii)에 의하여 $\square$ 안에 알맞은 자연수 중 30 이하의 두 자리 자연수는 11, 13, 17, 19, 23, 29의 6개이다.

12 Action $\langle\langle 245\rangle\rangle$의 값을 먼저 구한다.

$245=5\times7^2$이므로
$\langle\langle 245\rangle\rangle=(1+1)\times(2+1)=6$
$\langle\langle 245\rangle\rangle\times\langle\langle x\rangle\rangle=36$에서 $6\times\langle\langle x\rangle\rangle=36$이므로
$\langle\langle x\rangle\rangle=6$

즉 자연수 x는 약수의 개수가 6이므로
(i) $x=a^5$(a는 소수)의 꼴일 때
가장 작은 자연수 x는 $2^5=32$
(ii) $x=a^2\times b$(a, b는 서로 다른 소수)의 꼴일 때
가장 작은 자연수 x는 $2^2\times3=12$
(i), (ii)에 의하여 자연수 x의 값 중 가장 작은 수는 12이다.

최고 수준 뛰어넘기

P 14–P 15

01 5	02 561	03 660	04 34
05 6, 25	06 16		

01 Action 3의 거듭제곱, 5의 거듭제곱, 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자를 구하여 규칙성을 찾는다.

(i) $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $\cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.
(ii) $5^1=5$, $5^2=25$, $\cdots$이므로 5의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5가 반복된다.
(iii) $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, $\cdots$이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 순서로 반복된다.
$123=4\times30+3$이므로 (i)~(iii)에 의하여 3^{123}의 일의 자리의 숫자는 3^3의 일의 자리의 숫자와 같은 7, 5^{123}의 일의 자리의 숫자는 5, 7^{123}의 일의 자리의 숫자는 7^3의 일의 자리의 숫자와 같은 3이다.
따라서 $3^{123}+5^{123}+7^{123}$의 일의 자리의 숫자는
$7+5+3=15$에서 5이므로
$f(123)=5$

02 Action 15를 서로 다른 세 개의 소수의 합으로 나타낸다.

15를 서로 다른 세 개의 소수의 합으로 나타내고, 그때의 x의 값을 구하면 다음과 같다.
(i) $15=2+2+3+3+5$이므로
$x=2^2\times3^2\times5=180$
(ii) $15=2+3+5+5$이므로
$x=2\times3\times5^2=150$
(iii) $15=2+3+3+7$이므로
$x=2\times3^2\times7=126$
(iv) $15=3+5+7$이므로
$x=3\times5\times7=105$
(i)~(iv)에 의하여 모든 x의 값의 합은
$180+150+126+105=561$

> **Lecture**
>
> **소수 2, 3, 5, 7만의 합으로 나타낸 이유**
>
> 15를 서로 다른 세 개의 소수의 합으로 나타낼 때, 2, 3, 5, 7 이외의 소수, 즉 11 이상의 소수를 사용하면 $15=2+2+11=2+13$이므로 서로 다른 세 개의 소수의 합으로 15를 나타낼 수 없다.

03 **Action** 주어진 비밀번호에서 소인수와 그 개수가 될 수 있는 수를 찾아본다.

$\boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{11}\ /\ \boxed{4}$

소인수는 2, 3, 5, 11　　소인수의 개수는 4

즉 금고의 비밀번호가 될 수 있는 수는

$2^a\times3^b\times5^c\times11^d$ (a, b, c, d는 자연수)의 꼴이다.

따라서 가장 작은 자연수는 $2\times3\times5\times11=330$, 두 번째로 작은 자연수는 $2^2\times3\times5\times11=660$이다.

04 **Action** 서로 다른 두 소수 p, q에 대하여 $n=p\times q$로 놓고 n의 모든 약수를 구해 본다.

서로 다른 두 소수 p, q에 대하여 $n=p\times q$라 하면 n의 약수는 1, p, q, $p\times q$이다.

n의 모든 약수의 합이 $n+20$이므로

$1+p+q+p\times q=n+20$

$1+p+q+p\times q=p\times q+20$

$1+p+q=20$　　$\therefore p+q=19$

이때 합이 19인 두 소수는 2, 17이므로

$p=2$, $q=17$ 또는 $p=17$, $q=2$

$\therefore n=2\times17=34$

05 **Action** k는 1과 자기 자신 k를 반드시 약수로 가지므로 1과 k를 제외한 나머지 약수들의 합을 먼저 구한다.

자연수 k는 1과 k를 약수로 가지므로 1과 k를 제외한 나머지 약수들의 합을 a라 하면

$\langle k\rangle=1+k+a=k+6$에서 $a=5$

즉 자연수 k의 약수는 1, 2, 3, k 또는 1, 5, k이다.

(i) k의 약수가 1, 2, 3, k일 때, $k=2\times3=6$

(ii) k의 약수가 1, 5, k일 때, $k=5^2=25$

(i), (ii)에 의하여 구하는 자연수 k의 값은 6, 25이다.

06 **Action** $abcabc=abc\times1000+abc$로 나타낸다.

$$\begin{aligned}abcabc&=abc\times1000+abc\\&=abc\times(1000+1)\\&=abc\times1001\\&=7\times11\times13\times abc\end{aligned}$$

이때 7, 11, 13, abc는 모두 소수이므로 $7\times11\times13\times abc$는 여섯 자리 자연수 $abcabc$를 소인수분해 한 것이다.

따라서 구하는 약수의 개수는

$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$

2. 최대공약수와 최소공배수

최고 수준 입문하기

P 18 – P 21

01 ①	02 8	03 ㉢, ㉣	04 5
05 ①	06 67	07 24	08 ②
09 480	10 7	11 2	12 6개
13 94	14 9	15 $\frac{648}{7}$	16 105
17 162	18 20	19 8명	20 35장
21 16그루	22 360	23 오전 7시 20분	
24 A : 3바퀴, B : 4바퀴			

01 **Action** 세 수의 최대공약수는 세 수의 공통인 소인수 중 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 것을 택하여 곱한다.

$$\begin{array}{r}2^2\times3^4\times5\\2^3\times3^2\times5^2\\2^3\times3^4\times5^3\\\hline(\text{최대공약수})=2^2\times3^2\times5\end{array}$$

02 **Action** 두 수의 공약수의 개수는 두 수의 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

$72=2^3\times3^2$, $120=2^3\times3\times5$이고 두 수의 공약수의 개수는 두 수의 최대공약수인 $2^3\times3$의 약수의 개수와 같으므로

$(3+1)\times(1+1)=8$

03 **Action** 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라 한다.

㉠ 15와 40의 최대공약수는 5이므로 15와 40은 서로소가 아니다.

㉡ 3과 9는 둘 다 홀수이지만 최대공약수가 3이므로 서로소가 아니다.

04 **Action** 두 수의 최대공약수는 두 수의 공통인 소인수 중 지수가 작거나 같은 것을 택하여 곱한다.

두 수의 최대공약수가 $2^3\times3^2\times5\times7^2$이므로

$x=2$, $y=1$, $z=2$

$\therefore x+y+z=2+1+2=5$

05 **Action** 6, 12, 52를 소인수분해 한 후 최대공약수와 비교하여 a의 조건을 생각한다.

세 자연수 $6\times a=2\times3\times a$, $12=2^2\times3\times a$, $52=2^2\times13$의 최대공약수가 2이므로 a는 $2\times13=26$과 서로소이다.

이때 주어진 수와 26의 최대공약수를 구하면 다음과 같다.

① 1　② 2　③ 2　④ 2　⑤ 13

따라서 26과 서로소인 수는 1이므로 a의 값이 될 수 있는 수는 ①이다.

06 Action 먼저 81과 서로소가 아닌 자연수의 개수를 구한다.

$81=3^4$이므로 81과 서로소인 수는 3과 서로소인 수이다.
즉 3의 배수가 아닌 수이다.
100 이하의 자연수 중에서 3의 배수는 33개이므로 81과 서로소인 자연수의 개수는
$100-33=67$

07 Action 어떤 자연수로 $74-2$, $46+2$를 나누면 모두 나누어떨어진다.

어떤 자연수로 74를 나누면 2가 남고, 46을 나누어떨어지게 하려면 2가 부족하므로 $74-2=72$, $46+2=48$은 어떤 자연수로 나누어떨어진다.
따라서 어떤 자연수는 72와 48의 공약수이고, 이 중 가장 큰 수는 최대공약수이다. …… 50 %
이때 72와 48의 최대공약수는 $2^3\times3=24$이므로 구하는 자연수는 24이다. …… 50 %

$$\begin{array}{r} 72=2^3\times3^2 \\ 48=2^4\times3 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^3\times3 \end{array}$$

Lecture
'남는다.' 또는 '부족하다.'
자연수 A, B, x에 대하여 A를 B로 나눌 때
(1) x가 남는다. ➡ $A-x$는 B로 나누어떨어진다.
(2) x가 부족하다. ➡ $A+x$는 B로 나누어떨어진다.

08 Action 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수의 배수이다.

세 수 $2^2\times3\times5$, $2^2\times3\times7$, $2^3\times3^2\times7$의 공배수는 세 수의 최소공배수인 $2^3\times3^2\times5\times7$의 배수이어야 한다.
② $2^4\times3\times5\times7$은 $2^3\times3^2\times5\times7$의 배수가 아니므로 주어진 세 수의 공배수가 아니다.

09 Action 8, 24, 30의 최소공배수를 먼저 구한다.

$8=2^3$, $24=2^3\times3$, $30=2\times3\times5$이므로 세 수의 최소공배수는 $2^3\times3\times5=120$
이때 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 120의 배수이므로 120, 240, 360, 480, 600, ⋯
따라서 세 수의 공배수 중 500에 가장 가까운 수는 480이다.

10 Action 주어진 세 수를 각각 (소인수들의 곱)$\times x$의 꼴로 나타내어 최소공배수를 x를 사용한 식으로 나타낸다.

세 자연수 $4\times x=2^2\times x$, $5\times x$, $10\times x=2\times5\times x$의 최소공배수는 $2^2\times5\times x$이다.
이때 최소공배수가 140이므로
$2^2\times5\times x=140$ $\quad\therefore x=7$

11 Action 최대공약수는 지수가 작거나 같은 것을 택하여 구하고, 최소공배수는 지수가 크거나 같은 것을 택하여 구한다.

세 수의 최대공약수가 $2^2\times5$이므로 $a=2$ …… 30 %
세 수의 최소공배수가 $2^3\times3^3\times5^3\times7^2$이므로
$b=3$, $c=3$ …… 60 %
$\therefore a+b-c=2+3-3=2$ …… 10 %

12 Action 32와 480을 각각 소인수분해 하여 구하는 자연수가 어떤 수인지 파악한다.

$32=2^5$, $480=2^5\times3\times5$이므로 구하는 자연수는 480의 약수이면서 $3\times5=15$의 배수인 수이다.
따라서 조건을 만족시키는 자연수는 3×5, $2\times3\times5$, $2^2\times3\times5$, $2^3\times3\times5$, $2^4\times3\times5$, $2^5\times3\times5$의 6개이다.

13 Action ■를 ▲로 나누면 4가 남는다.
➡ ■-4는 ▲로 나누어떨어진다.
➡ ■-4는 ▲의 배수이다.

6, 9, 10의 어느 것으로 나누어도 4가 남는 자연수를 x라 하면 $x-4$는 6, 9, 10의 공배수이다.
이때 6, 9, 10의 최소공배수는 $2\times3^2\times5=90$이므로
$x-4=90, 180, 270, \cdots$
$\therefore x=94, 184, 274, \cdots$
따라서 x의 값 중 가장 작은 수는 94이다.

$$\begin{array}{r} 6=2\times3 \\ 9=3^2 \\ 10=2\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2\times3^2\times5 \end{array}$$

14 Action n은 27, 36, 63의 공약수이다.

세 분수 $\dfrac{27}{n}$, $\dfrac{36}{n}$, $\dfrac{63}{n}$이 모두 자연수가 되려면 자연수 n의 값은 27, 36, 63의 공약수이어야 하고, 이 중 가장 큰 수는 최대공약수이다.
이때 27, 36, 63의 최대공약수는 $3^2=9$이므로 자연수 n의 값 중 가장 큰 수는 9이다.

$$\begin{array}{r} 27=3^3 \\ 36=2^2\times3^2 \\ 63=3^2\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})=3^2 \end{array}$$

15 Action 구하는 분수는 $\dfrac{(72\text{와 }81\text{의 공배수})}{(35\text{와 }91\text{의 공약수})}$ 중 가장 작은 분수이다.

구하는 분수를 $\dfrac{b}{a}$라 하면
$\dfrac{35}{72}\times\dfrac{b}{a}=(\text{자연수})$, $\dfrac{91}{81}\times\dfrac{b}{a}=(\text{자연수})$가 되어야 하므로
a는 35와 91의 공약수, b는 72와 81의 공배수이어야 한다. …… 40 %
이때 $\dfrac{b}{a}$가 가장 작은 분수가 되려면
$\dfrac{b}{a}=\dfrac{(72\text{와 }81\text{의 최소공배수})}{(35\text{와 }91\text{의 최대공약수})}=\dfrac{648}{7}$
따라서 구하는 기약분수는 $\dfrac{648}{7}$이다. …… 60 %

16 Action (두 수의 곱)$=$(최대공약수)$\times$(최소공배수)이다.

두 수의 최소공배수를 L이라 하면
$735=7\times L$ $\quad\therefore L=105$

17 Action $A=18\times a$, $B=18\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)로 놓는다.

A, B의 최대공약수가 18이므로
$A=18\times a$, $B=18\times b$(a, b는 서로소, $a<b$)라 하자.
A, B의 최소공배수가 360이므로
$18\times a\times b=360$ $\quad\therefore a\times b=20$
(i) $a=1$, $b=20$일 때
$A=18\times1=18$, $B=18\times20=360$
(ii) $a=4$, $b=5$일 때
$A=18\times4=72$, $B=18\times5=90$
이때 두 수의 차가 18이므로 $A=72$, $B=90$
$\therefore A+B=72+90=162$

18 Action $A=5\times a$, $B=5\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)로 놓는다.

A, B의 최대공약수가 5이므로
$A=5\times a$, $B=5\times b$(a, b는 서로소, $a>b$)라 하자.
A, B의 곱이 525이므로
$(5\times a)\times(5\times b)=525$ $\quad\therefore a\times b=21$
(i) $a=21$, $b=1$일 때
$A=5\times21=105$, $B=5\times1=5$
(ii) $a=7$, $b=3$일 때
$A=5\times7=35$, $B=5\times3=15$
이때 A, B는 두 자리 자연수이므로 $A=35$, $B=15$
$\therefore A-B=35-15=20$

19 Action 학생 수는 24, 80, 48의 공약수이다.

가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려면 학생 수는 24, 80, 48의 최대공약수이어야 한다.
이때 24, 80, 48의 최대공약수는 $2^3=8$이므로 8명에게 나누어 줄 수 있다.

$$\begin{aligned}24&=2^3\times3\\80&=2^4\qquad\times5\\48&=2^4\times3\\\hline(\text{최대공약수})&=2^3\end{aligned}$$

20 Action 색종이의 한 변의 길이는 60, 84의 공약수이다.

색종이를 가능한 한 적게 사용하여 붙이려면 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 60, 84의 최대공약수이어야 한다.
이때 60, 84의 최대공약수는 $2^2\times3=12$이므로 색종이의 한 변의 길이는 12 cm이다.

$$\begin{aligned}60&=2^2\times3\times5\\84&=2^2\times3\qquad\times7\\\hline(\text{최대공약수})&=2^2\times3\end{aligned}$$

따라서 가로로 $60\div12=5$(장), 세로로 $84\div12=7$(장)이 필요하므로 필요한 색종이는
$5\times7=35$(장)

21 Action 가능한 한 나무의 수를 적게 하려면 나무 사이의 간격이 최대한 넓어야 한다.

네 모퉁이에 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 일정하려면 나무 사이의 간격은 108과 180의 공약수이어야 한다.
이때 가능한 한 나무의 수를 적게 하려면 나무 사이의 간격이 최대한 넓어야 하므로

$$\begin{aligned}108&=2^2\times3^3\\180&=2^2\times3^2\times5\\\hline(\text{최대공약수})&=2^2\times3^2\end{aligned}$$

나무 사이의 간격은 108과 180의 최대공약수인
$2^2\times3^2=36$ (m)이어야 한다.
따라서 $108\div36=3$, $180\div36=5$이므로 필요한 나무는
$2\times(3+5)=16$(그루)

다른 풀이

나무 사이의 간격이 36 m이고 $108\div36=3$, $180\div36=5$이므로 가로에 심는 나무는 $3+1=4$(그루), 세로에 심는 나무는 $5+1=6$(그루)이다.
이때 각 모퉁이에 심은 나무의 수를 중복하여 세었으므로 필요한 나무는 $(4+6)\times2-4=16$(그루)

22 Action 가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 15, 20, 24의 최소공배수이다.

가장 작은 정육면체 모양을 만들려면 정육면체의 한 모서리의 길이는 15, 20, 24의 최소공배수이어야 한다.
이때 15, 20, 24의 최소공배수는 $2^3\times3\times5=120$이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 120 cm이다.

$$\begin{aligned}15&=\quad\ 3\times5\\20&=2^2\qquad\times5\\24&=2^3\times3\\\hline(\text{최소공배수})&=2^3\times3\times5\end{aligned}$$

$\therefore a=120$
따라서 가로로 $120\div15=8$(개), 세로로 $120\div20=6$(개), 높이로 $120\div24=5$(개)씩 쌓아야 하므로 필요한 벽돌은
$8\times6\times5=240$(개)
$\therefore b=240$
$\therefore a+b=120+240=360$

23 Action 두 기차가 동시에 출발하는 시간 간격을 먼저 구한다.

20, 16의 최소공배수는 $2^4\times5=80$이므로 두 기차는 80분마다 동시에 출발한다.

$$\begin{aligned}20&=2^2\times5\\16&=2^4\\\hline(\text{최소공배수})&=2^4\times5\end{aligned}$$

따라서 두 기차가 오전 6시에 동시에 출발한 후 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은 80분, 즉 1시간 20분 후인 오전 7시 20분이다.

24 Action 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 맞물리는 톱니의 수는 60과 45의 최소공배수이다.

두 톱니바퀴 A, B가 한 번 맞물린 후 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 맞물리는 톱니의 수는 60과 45의 최소공배수이다.

이때 60과 45의 최소공배수는 $2^2\times3^2\times5=180$이므로 톱니바퀴 A는

$$\begin{array}{r} 60=2^2\times3\ \times5 \\ 45=\quad\ \ 3^2\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times3^2\times5 \end{array}$$

$180\div60=3$(바퀴), 톱니바퀴 B는 $180\div45=4$(바퀴) 회전해야 한다.

최고 수준 완성하기

P 22– P 24

01 6개	**02** 72, 96	**03** 12, 18	**04** 20
05 6개	**06** 13	**07** 72, 360	**08** 147명
09 $\frac{180}{13}$	**10** 78	**11** (1) 6 m (2) 34그루	
12 오후 3시 10분			

01 Action 90, 126을 각각 소인수분해 하여 a, 90, 126의 최대공약수가 9이기 위한 a의 조건을 파악한다.

$90=2\times3^2\times5$, $126=2\times3^2\times7$이고 a, 90, 126의 최대공약수가 $9=3^2$이므로 $a=9\times\square$ ($\square$는 2와 서로소)의 꼴이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 수 중 100 미만인 자연수는
9, $9\times3=27$, $9\times5=45$, $9\times7=63$, $9\times9=81$,
$9\times11=99$의 6개이다.

02 Action x가 반드시 가져야 하는 인수와 갖지 않아야 하는 인수를 찾는다.

조건 ㈎에서 x와 $40=2^3\times5$의 최대공약수가 $8=2^3$이므로 x는 2^3을 인수로 갖고 5는 인수로 갖지 않는다.

조건 ㈏에서 x와 $60=2^2\times3\times5$의 최대공약수가 $12=2^2\times3$이므로 x는 $2^2\times3$을 인수로 갖고 5는 인수로 갖지 않는다.

즉 $x=2^3\times3\times a$ (a는 5와 서로소)의 꼴이어야 하므로 이를 만족시키는 x의 값 중 50 이상 120 이하인 수는
$2^3\times3\times3=72$, $2^3\times3\times4=96$

03 Action n은 $78-6$, $114-6$, $186-6$의 공약수이다.

조건 ㈎에서 n은 $78-6$, $114-6$, $186-6$, 즉 72, 108, 180의 공약수 중 6보다 큰 수이다.

이때 72, 108, 180의 최대공약수는 $2^2\times3^2=36$이고 36의 약수 중 6보다 큰 수는 9, 12, 18, 36이다.

$$\begin{array}{r} 72=2^3\times3^2\quad \\ 108=2^2\times3^3\quad \\ 180=2^2\times3^2\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})=2^2\times3^2\quad \end{array}$$

조건 ㈏에서 9, 12, 18, 36 중 약수의 개수가 6인 수는 12, 18이다.

따라서 조건을 모두 만족시키는 자연수 n의 값은 12, 18이다.

Lecture

(나누는 수)>(나머지)

A를 B로 나누었을 때, 몫을 Q, 나머지를 R이라 하면
$A=B\times Q+R(B>R)$이 성립한다.
위의 풀이에서 n의 값이 36의 약수 중 6 이하인 수, 즉 1, 2, 3, 4, 6 중의 하나일 때에는 나누는 수가 나머지보다 작거나 같게 되므로 나눗셈을 바르게 했다고 볼 수 없다.
예를 들어 n의 값이 6이면 $78=6\times12+6$이 아니라
$78=6\times13+0$이라고 해야 옳다.

04 Action $A:B:C=4:6:9$이므로 $A=4\times k$, $B=6\times k$, $C=9\times k$ (k는 자연수)로 놓는다.

세 자연수 A, B, C의 비가 $4:6:9$이므로
$A=4\times k$, $B=6\times k$, $C=9\times k$ (k는 자연수)라 하자. …… 20 %

$A=2^2\times k$, $B=2\times3\times k$, $C=3^2\times k$이므로
세 수의 최대공약수는 k이고, 최소공배수는 $2^2\times3^2\times k$이다. …… 60 %

이때 최소공배수가 $720=2^4\times3^2\times5$이므로
$2^2\times3^2\times k=2^4\times3^2\times5$ $\quad\therefore k=2^2\times5=20$
따라서 세 수의 최대공약수는 20이다. …… 20 %

05 Action 12, 30, 300을 각각 소인수분해 하여 세 수의 최소공배수가 300이 되기 위한 a의 조건을 파악한다.

$12=2^2\times3$, $30=2\times3\times5$이고 a, 12, 30의 최소공배수가 $300=2^2\times3\times5^2$이므로 a는 $2^2\times3\times5^2$의 약수이면서 5^2의 배수이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 수는 5^2, 2×5^2, 3×5^2, $2^2\times5^2$, $2\times3\times5^2$, $2^2\times3\times5^2$의 6개이다.

06 Action a, b의 최소공배수가 $a\times b$임을 이용하여 a와 b가 서로소임을 안다.

조건 ㈎에서 a, b의 최소공배수가 $a\times b$이므로 a와 b는 서로소이다.

조건 ㈏, ㈐에서 합이 6, 곱이 9가 되는 두 자연수를 구하면 3, 3이다.

즉 a의 약수의 개수는 3이고, b의 약수의 개수도 3이다.

이때 약수의 개수가 3인 수는 $(\text{소수})^2$의 꼴이고 a와 b는 서로소이므로 가장 작은 a, b의 값은
$a=2^2=4$, $b=3^2=9$ 또는 $a=9$, $b=4$
따라서 $a+b$의 값 중 가장 작은 값은
$4+9=13$

07 **Action** $18=18\times1$, $90=18\times5$, A의 최대공약수가 18이므로 $A=18\times a$ (a는 자연수)로 놓을 수 있다.

18, 90, A의 최대공약수가 18이므로
$A=18\times a$ (a는 자연수)라 하자.
이때 $18=18\times1$, $90=18\times5$이고 최소공배수가
$360=18\times2^2\times5$이므로 가능한 a의 값은 2^2, $2^2\times5$이다.
따라서 구하는 A의 값은 $18\times2^2=72$, $18\times2^2\times5=360$이다.

08 **Action** (학생 수)-3은 4, 6, 9의 공배수이다.

학생 수를 x명이라 하면 $x-3$은 4, 6, 9의 공배수이다. …… 30 %

이때 4, 6, 9의 최소공배수는
$2^2\times3^2=36$이므로
$x-3=36, 72, 108, 144, 180, \cdots$
$\therefore x=39, 75, 111, 147, 183, \cdots$

$4=2^2$
$6=2\times3$
$9=3^2$
(최소공배수)$=2^2\times3^2$

…… 40 %

그런데 학생 수가 120명 이상 150명 이하이므로 구하는 학생 수는 147명이다. …… 30 %

09 **Action** 구하는 분수는 $\dfrac{(18\text{과 }15\text{의 공배수})}{(39\text{와 }26\text{의 공약수})}$의 꼴이다.

곱한 결과가 자연수가 되게 하는 분수를 $\dfrac{b}{a}$라 하면
$\dfrac{b}{a}=\dfrac{(18\text{과 }15\text{의 공배수})}{(39\text{와 }26\text{의 공약수})}=\dfrac{(90\text{의 배수})}{(13\text{의 약수})}$
따라서 $\dfrac{b}{a}$의 값을 작은 수부터 차례대로 나열하면 $\dfrac{90}{13}$, $\dfrac{180}{13}$, $\dfrac{270}{13}$, …이므로 두 번째로 작은 기약분수는 $\dfrac{180}{13}$이다.

10 **Action** 두 수 A, B의 최대공약수가 G이면 $A=a\times G$, $B=b\times G$ (a, b는 서로소)로 놓을 수 있고, 이때의 최소공배수는 $a\times b\times G$이다.

A, B의 최대공약수가 6이므로
$A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하자.
A, B의 최소공배수가 252이므로
$6\times a\times b=252$ $\quad\therefore a\times b=42$
이때 a, b는 서로소이고, $a<b$이므로 $a\times b=42$를 만족시키는 a, b를 (a, b)로 나타내면
$(1, 42)$, $(2, 21)$, $(3, 14)$, $(6, 7)$
그런데 두 수 $A=6\times a$, $B=6\times b$가 50 이하의 자연수이므로 $a=6$, $b=7$
따라서 $A=6\times6=36$, $B=6\times7=42$이므로
$A+B=36+42=78$

11 **Action** 가능한 한 적은 수의 나무를 심으려면 나무 사이의 간격이 최대한 넓어야 한다.

(1) 두 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 일정하려면 나무 사이의 간격은 66, 78의 공약수이어야 한다.
이때 가능한 한 적은 수의 나무를 심으려면 나무 사이의 간격이 최대한 넓어야 하므로 나무 사이의 간격은 66, 78의 최대공약수인 $2\times3=6$ (m)이어야 한다.

$66=2\times3\times11$
$78=2\times3\times13$
(최대공약수)$=2\times3$

(2) $66\div6=11$, $78\div6=13$이므로 전체 필요한 나무는
$11+13+11-1=34$(그루)

12 **Action** 두 버스가 종점에서 다시 만나는 데 걸리는 시간을 먼저 구한다.

45와 60의 최소공배수는
$2^2\times3^2\times5=180$이므로
두 버스 A, B가 종점에서 동시에 출발하여 다시 종점에서 만날 때까지 걸리는 시간은 180분이다.

$45=3^2\times5$
$60=2^2\times3\times5$
(최소공배수)$=2^2\times3^2\times5$

이때 만나면 10분 동안 쉬므로 두 버스 A, B가 오전 9시에 동시에 출발하여 종점에서 두 번째로 다시 만나는 시각은
$180+10+180=370$(분), 즉 6시간 10분 후인 오후 3시 10분이다.

최고 수준 뛰어넘기

P 25–P 26

01 53개	02 144	03 17	04 3
05 37	06 17회	07 50일	

01 **Action** 분수 $\dfrac{b}{a}$가 기약분수이려면 a와 b는 서로소이어야 한다.

$9=3^2$, $25=5^2$이므로 $\dfrac{x}{9}$, $\dfrac{x}{25}$가 모두 기약분수가 되려면 x는 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아니어야 한다.
한편 100 이하의 자연수 중에서 3의 배수는 33개, 5의 배수는 20개, 15의 배수는 6개이므로 3의 배수 또는 5의 배수는 $33+20-6=47$(개)이다.
따라서 100 이하의 자연수 중 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 것은 $100-47=53$(개)이므로 자연수 x는 53개이다.

02 Action $\frac{m}{n}$이 자연수가 되려면 m은 n의 배수이어야 한다.

두 분수 $\frac{72}{n}$, $\frac{108}{n}$이 모두 자연수이려면 n은 72와 108의 공약수이어야 하고, 분수 $\frac{m}{n}$을 약분하여 가장 작은 자연수가 되려면 n은 72와 108의 공약수 중 가장 큰 수, 즉 최대공약수이어야 한다.

$$72=2^3\times3^2$$
$$108=2^2\times3^3$$
$$(\text{최대공약수})=2^2\times3^2$$

$\therefore n=2^2\times3^2=36$

이때 $\frac{72}{n}<\frac{108}{n}<\frac{m}{n}$이므로 m은 108보다 큰 수 중 가장 작은 36의 배수이어야 한다.

$\therefore m=144$

03 Action 서로소가 아닌 두 자연수의 최대공약수는 1보다 크다.

두 자연수 A, B의 최대공약수를 G라 하고

$A=a\times G$, $B=b\times G$(a, b는 서로소, $a<b$)라 하면

두 수 A, B의 곱이 1734이므로

$A\times B=a\times b\times G^2=1734=2\times3\times17^2$

이때 두 자연수 A, B는 서로소가 아니므로 $G=17$

따라서 가능한 두 자연수 A, B는

$A=2\times17=34$, $B=3\times17=51$ 또는

$A=17$, $B=2\times3\times17=102$

(i) $A=34$, $B=51$일 때, $B-A=51-34=17$

(ii) $A=17$, $B=102$일 때, $B-A=102-17=85$

(i), (ii)에 의하여 $B-A$의 최솟값은 17이다.

04 Action 두 자연수 A, B의 최대공약수를 G라 하고 $A=a\times G$, $B=b\times G$(a, b는 서로소, $a>b$)로 놓는다.

두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하고 $A=a\times G$, $B=b\times G$(a, b는 서로소, $a>b$)라 하자.

최소공배수를 최대공약수로 나누면 몫이 12이고 나머지가 0이므로

$$\frac{L}{G}=\frac{a\times b\times G}{G}=a\times b=12$$

a, b는 서로소이고 $a>b$이므로 $a\times b=12$를 만족시키는 a, b를 (a, b)로 나타내면 $(4, 3)$, $(12, 1)$

(i) $a=4$, $b=3$일 때

$A=4\times G$, $B=3\times G$이므로

$$\begin{aligned}A+B&=4\times G+3\times G\\&=(4+3)\times G\\&=7\times G=21\end{aligned}$$

$\therefore G=3$

따라서 $A=4\times3=12$, $B=3\times3=9$이므로

$A-B=12-9=3$

(ii) $a=12$, $b=1$일 때

$A=12\times G$, $B=1\times G$이므로

$$\begin{aligned}A+B&=12\times G+1\times G\\&=(12+1)\times G\\&=13\times G=21\end{aligned}$$

이를 만족시키는 자연수 G는 존재하지 않는다.

(i), (ii)에 의하여 $A-B=3$

05 Action 두 수끼리의 차가 A의 배수임을 이용한다.

2613, 2243, 1503, 985를 A로 나누었을 때의 몫을 각각 a, b, c, d라 하고 나머지를 r이라 하면

$2613=A\times a+r$ …… ㉠

$2243=A\times b+r$ …… ㉡

$1503=A\times c+r$ …… ㉢

$985=A\times d+r$ …… ㉣

(단, $a>b>c>d$, $0\le r<A$)

㉠$-$㉡을 하면 $370=A\times(a-b)$

㉢$-$㉣을 하면 $518=A\times(c-d)$

즉 A는 370과 518의 공약수이다.

370과 518의 최대공약수는 $2\times37=74$이므로 이들의 공약수는 1, 2, 37, 74이다.

$$370=2\times5\times37$$
$$518=2\times7\times37$$
$$(\text{최대공약수})=2\times37$$

따라서 30보다 크고 50보다 작은 자연수는 37이므로

$A=37$

Lecture

$2613=37\times70+23$, $2243=37\times60+23$, $503=37\times40+23$, $985=37\times26+23$

즉 네 수를 37로 나누면 나머지가 모두 23이다.

06 Action 세 점 A, B, C가 원주를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간을 먼저 구한다.

세 점 A, B, C가 원주를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 각각 7초, $60\div20=3$(초), $120\div24=5$(초)이다.

따라서 세 점 A, B, C가 점 P를 동시에 출발한 후 처음으로 동시에 점 P를 통과하는 데 걸리는 시간은 7, 3, 5의 최소공배수인 105초이다.

이때 30분은 1800초이고 $1800=105\times17+15$이므로 세 점 A, B, C가 30분 동안 동시에 점 P를 통과하는 횟수는 17회이다.

Lecture

7, 3, 5의 최소공배수

세 수 7, 3, 5 중 어느 두 수도 서로소이므로 7, 3, 5의 최소공배수는 세 수의 곱인 $7\times3\times5=105$와 같다.

07 Action 두 사람 A, B가 같이 쉬는 날의 규칙을 찾아본다.

A는 3일간 일하고 하루를 쉬므로 A가 일을 하는 주기는
$3+1=4$(일)
B는 7일간 일하고 3일을 쉬므로 B가 일을 하는 주기는
$7+3=10$(일)
4와 10의 최소공배수는 $2^2\times5=20$이므로 두 사람이 같이 쉬는 날은 20일 주기로 반복된다.

$$\begin{aligned} 4&=2^2 \\ 10&=2\ \times5 \\ \hline (\text{최소공배수})&=2^2\times5 \end{aligned}$$

이때 A, B가 처음 20일 동안 쉬는 날을 표시해 보면 다음과 같다.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

즉 20일 동안 같이 쉬는 날은 8일째와 20일째의 이틀이다.
따라서 $500=20\times25$이므로 두 사람이 같이 쉬는 날은
$25\times2=50$(일)

교과서 속 **창의사고력** P 27– P 28

01 9가지	**02** 90개
03 1200번	**04** (1) 2071년 (2) 갑진년

01 Action (가로에 놓는 조각의 수)×(세로에 놓는 조각의 수)=180이므로 180을 두 수의 곱으로 나타낼 수 있는 방법은 몇 가지인지 생각한다.

$180=1\times180=2\times90=3\times60=4\times45=5\times36=6\times30$
$\quad=9\times20=10\times18=12\times15$
따라서 정사각형 모양의 조각 180개를 사용하여 직사각형 모양을 만드는 방법은 9가지이다.

다른 풀이

자연수 a에 대하여 자연수 n이 $n=a\times b$이면 이를 만족시키는 자연수 b는 반드시 하나로 정해진다. 즉 자연수 n의 약수의 개수가 짝수이면 $n=a\times b$의 꼴로 나타낼 수 있는 서로 다른 경우는 $\frac{1}{2}\times(n$의 약수의 개수)가지이다.
$180=2^2\times3^2\times5$에서 180의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$
따라서 $180=a\times b$의 꼴로 나타낼 수 있는 서로 다른 경우는 $\frac{1}{2}\times18=9$(가지)이므로 직사각형 모양을 만드는 방법은 9가지이다.

02 Action 사물함 번호의 약수의 개수만큼 문이 열렸다 닫혔다를 반복한다.

사물함의 문은 사물함 번호의 약수의 개수가 홀수일 때 열려 있게 된다.
이때 약수의 개수가 홀수인 것은 제곱인 수이고, 1부터 100까지의 자연수 중 제곱인 수는 $1^2, 2^2, \cdots, 10^2$의 10개이다.
따라서 문이 열려 있는 사물함은 10개이므로 문이 닫혀 있는 사물함은 $100-10=90$(개)

Lecture

사물함의 문이 열려 있게 되는 경우

사물함의 문을 여는 것을 ○표, 닫는 것을 ×표로 나타내면 다음과 같다.

사물함 번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	⋯
1번 학생	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
2번 학생		×		×		×		×		×	
3번 학생			×			○			×		
4번 학생				○				○			
5번 학생					×					○	⋯
6번 학생						×					
7번 학생							×				
8번 학생								×			
9번 학생									○		
⋮					⋮						

위의 표에서 사물함 번호마다 있는 ○표, ×표의 개수는 각 번호의 약수의 개수와 같고, ○표, ×표의 개수가 홀수일 때, 사물함의 문이 열려 있게 된다.

03 Action 두 톱니바퀴 A, B가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 맞물리는 톱니의 수를 구한 후 같은 번호끼리 맞물리는 횟수를 구한다.

12와 18의 최소공배수는 $2^2\times3^2=36$이므로 두 톱니바퀴 A, B가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 맞물리는 톱니는 36개이다.

$$\begin{aligned} 12&=2^2\times3 \\ 18&=2\ \times3^2 \\ \hline (\text{최소공배수})&=2^2\times3^2 \end{aligned}$$

이때 톱니 36개가 서로 맞물려 돌아가는 동안 같은 번호끼리 맞물리는 것은 처음의 1번부터 12번까지이다.
톱니바퀴 A가 300바퀴 회전하는 동안 두 톱니바퀴 A, B는 모두 $12\times300=3600$(개)의 톱니가 맞물리게 되므로 같은 번호가 적힌 톱니가 서로 맞물리는 것은
$(3600\div36)\times12=1200$(번)

04 Action 10개의 십간과 12개의 십이지로 해의 이름을 정하므로 같은 이름의 해는 10과 12의 공배수마다 돌아온다.

(1) 같은 이름의 해는 10과 12의 공배수마다 돌아온다.
이때 10과 12의 최소공배수는 $2^2\times3\times5=60$이므로 영준이가 처음으로 다시 신묘년에 생일을 맞이하게 되는 것은
$2011+60=2071$(년)이다.

$$\begin{aligned} 10&=2\quad\ \ \times5 \\ 12&=2^2\times3 \\ \hline (\text{최소공배수})&=2^2\times3\times5 \end{aligned}$$

(2) $2024-1945=79$이고 $79=60\times1+19$이므로
2024년은 을유년에서 19년 후인 갑진년이다.

Ⅱ. 정수와 유리수

1. 정수와 유리수

최고 수준 입문하기

P 32- P 34

01 ⑤	02 3	03 ③, ④	04 0
05 $a=-4$, $b=1$		06 -1	
07 $a=8$, $b=-2$		08 점 B : -1, 점 D : 5	
09 ⑤	10 -3	11 ③	12 -7
13 9개	14 $-\frac{7}{5}$	15 ①, ④	16 ③
17 11개	18 6개	19 ③, ⑤	20 -3
21 9개			

01 Action 밑줄 친 부분을 부호를 사용하여 나타내어 본다.

① $+20\ ℃$ ② $+10\ \%$ ③ $+3\ \text{kg}$

④ $+5$분 ⑤ -8000원

따라서 부호가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

Lecture

양의 부호와 음의 부호

어떤 기준을 중심으로 서로 반대가 되는 성질을 갖는 수량을 나타낼 때, 한쪽은 양의 부호 +를, 다른 한쪽은 음의 부호 −를 붙여서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

+	영상	증가	이익	해발	수입	후
−	영하	감소	손해	해저	지출	전

02 Action 유리수의 분류를 정확하게 이해한다.

정수는 $0,\ -\frac{18}{6}(=-3),\ 5,\ -4$의 4개이므로

$a=4$

음의 정수는 $-\frac{18}{6}(=-3),\ -4$의 2개이므로

$b=2$

정수가 아닌 유리수는 $-1.1,\ \frac{2}{3},\ 0.7$의 3개이므로

$c=3$

$\therefore a+b-c=4+2-3=3$

Lecture

유리수의 분류

유리수
- 정수
  - 양의 정수(자연수) : 1, 2, 3, ⋯
  - 0
  - 음의 정수 : $-1,\ -2,\ -3,\ \cdots$
- 정수가 아닌 유리수 : $\frac{1}{2},\ -0.6,\ \cdots$

03 Action 분자, 분모가 모두 자연수인 분수에 양의 부호 + 또는 음의 부호 −를 붙인 수와 0을 통틀어 유리수라 한다.

③ 유리수 중에는 $\frac{1}{2},\ -\frac{2}{3}$와 같이 정수가 아닌 수도 있다.

④ 음이 아닌 정수는 0 또는 자연수이다.

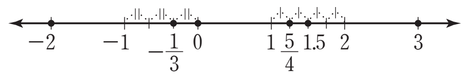
Lecture

서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

➡ 두 유리수 1.5와 1.6 사이에 있는 유리수는 1.51, 1.511, 1.5111, ⋯과 같이 무수히 많다.

04 Action 주어진 수를 수직선 위에 나타내어 본다.

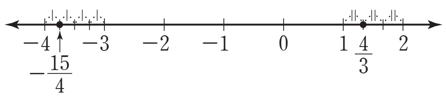
주어진 수를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 왼쪽에서 세 번째에 있는 수는 0이다.

05 Action $-\frac{15}{4}$와 $\frac{4}{3}$를 수직선 위에 나타내어 본다.

$-\frac{15}{4}$와 $\frac{4}{3}$를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



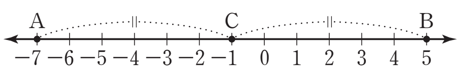
…… 40 %

따라서 $-\frac{15}{4}$에 가장 가까운 정수는 -4이므로

$a=-4$ …… 30 %

$\frac{4}{3}$에 가장 가까운 정수는 1이므로 $b=1$ …… 30 %

06 Action 수직선에서 두 수를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수는 두 점의 한가운데에 있는 점에 대응하는 수이다.

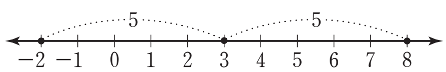


위의 그림에서 점 C에 대응하는 수는 -1이다.

07 Action 먼저 a, b를 나타내는 각 점과 3을 나타내는 점 사이의 거리를 구한다.

두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 10이므로 두 수 a, b를 나타내는 점은 3을 나타내는 점으로부터 각각

$10\times\frac{1}{2}=5$만큼 떨어져 있다.



이때 $a>b$이므로 $a=8$, $b=-2$

08 Action 먼저 -4, 2를 나타내는 두 점 사이의 거리를 구한다.

-4, 2를 나타내는 두 점 A, C 사이의 거리가 6이므로 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점 B에 대응하는 수는 -1이다. 따라서 두 점 B, C 사이의 거리가 3이므로 점 C에서 오른쪽으로 3만큼 떨어진 점 D에 대응하는 수는 5이다.

09 Action 절댓값이 가장 큰 수를 찾는다.

원점에서 가장 멀리 떨어져 있는 점에 대응하는 수는 절댓값이 가장 큰 수이다.
주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|-\frac{5}{6}\right|<|-1.5|<|2|<\left|-\frac{7}{3}\right|<|-4|$
따라서 원점에서 가장 멀리 떨어져 있는 것은 ⑤이다.

10 Action 주어진 수의 절댓값을 구하여 절댓값이 큰 수부터 차례대로 나열해 본다.

주어진 수의 절댓값을 구하면
$\left|\frac{16}{5}\right|=\frac{16}{5}$, $|-6|=6$, $|4.2|=4.2$, $|0|=0$, $|-3|=3$,
$\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}$
이때 절댓값이 큰 수부터 차례대로 나열하면
$-6,\ 4.2,\ \frac{16}{5},\ -3,\ -\frac{5}{2},\ 0$
따라서 네 번째에 오는 수는 -3이다.

11 Action $a>0$일 때, $|a|=a$, $|-a|=a$

① 절댓값은 항상 0 또는 양수이다.
② $|1|=|-1|$이지만 $1\neq-1$
④ $a<0$일 때, $|a|=-a$
⑤ 절댓값이 작을수록 수직선에서 그 수를 나타내는 점과 원점 사이의 거리가 가깝다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

12 Action 주어진 약속을 이해하여 절댓값의 크기를 비교한다.

$|-7|=7$, $|-2|=2$, $|5|=5$이므로
$(-7)\bigcirc\{(-2)\triangle 5\}=(-7)\bigcirc(-2)=-7$

13 Action 절댓값이 $a(a>0)$인 수는 a, $-a$임을 이용한다.

$|x|<5$이고 x는 정수이므로 $|x|=0, 1, 2, 3, 4$
$|x|=0$일 때, $x=0$
$|x|=1$일 때, $x=1, -1$
$|x|=2$일 때, $x=2, -2$
$|x|=3$일 때, $x=3, -3$
$|x|=4$일 때, $x=4, -4$
따라서 조건을 만족시키는 정수 x는 9개이다.

14 Action $|a|=|b|$이므로 a, b를 나타내는 두 점은 원점으로부터 서로 반대 방향으로 같은 거리만큼 떨어져 있다.

$|a|=|b|$이고 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 $\frac{14}{5}$이므로 두 점은 원점으로부터 각각 $\frac{14}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{5}$만큼 떨어져 있다. …… 50 %
따라서 두 수는 $\frac{7}{5}$, $-\frac{7}{5}$이고 $a<b$이므로
$a=-\frac{7}{5}$ …… 50 %

15 Action 음수끼리는 절댓값이 작은 수가 더 크다.

① $|-2|=2$이므로 $|-2|>1$
② $-3.2<1.5$
③ $-\frac{4}{5}<-\frac{2}{5}$
④ $\left|-\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}$, $\frac{7}{2}=\frac{14}{4}$이므로 $\left|-\frac{9}{4}\right|<\frac{7}{2}$
⑤ $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$이므로 $\frac{5}{6}>\left|-\frac{2}{3}\right|$
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

16 Action 수를 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

주어진 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면
$-\frac{9}{2},\ -0.6,\ 1.8,\ \frac{7}{3},\ 3,\ \frac{15}{4}$
③ 주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면
$|-0.6|<|1.8|<\left|\frac{7}{3}\right|<|3|<\left|\frac{15}{4}\right|<\left|-\frac{9}{2}\right|$
이므로 절댓값이 가장 큰 수는 $-\frac{9}{2}$이다.

17 Action 먼저 절댓값이 $\frac{40}{7}$인 두 수를 구한다.

절댓값이 $\frac{40}{7}$인 두 수는 $-\frac{40}{7}$, $\frac{40}{7}$이다.
이때 $-\frac{40}{7}=-5\frac{5}{7}$, $\frac{40}{7}=5\frac{5}{7}$이므로 $-\frac{40}{7}$과 $\frac{40}{7}$ 사이에 있는 정수는 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$의 11개이다.

18 Action 두 자연수 a, b가 서로소이면 분수 $\frac{b}{a}$는 기약분수이다.

$-\frac{1}{3}\left(=-\frac{4}{12}\right)$과 $\frac{5}{4}\left(=\frac{15}{12}\right)$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 기약분수로 나타낼 때 분모가 12인 분수는
$-\frac{1}{12},\ \frac{1}{12},\ \frac{5}{12},\ \frac{7}{12},\ \frac{11}{12},\ \frac{13}{12}$의 6개이다.

Lecture

기약분수
분모와 분자의 공약수가 1뿐이어서 더 이상 약분되지 않는 분수

19 Action 'x는 k보다 크지 않다.' ➡ 'x는 k보다 작거나 같다.'

③ $a \le 6$
⑤ $2 \le a < 10$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

20 Action 가분수는 대분수나 소수로 나타낸다.

$-\frac{13}{4}=-3\frac{1}{4}$, $\frac{9}{5}=1\frac{4}{5}$이므로 $-\frac{13}{4}<x\le\frac{9}{5}$를 만족시키는 정수 x는 $-3, -2, -1, 0, 1$이다.
따라서 가장 작은 수는 -3이다.

21 Action 각 조건을 만족시키는 a의 값의 범위를 부등호를 사용하여 나타내어 본다.

조건 (가)에서 $|a|\le5$이므로 이를 만족시키는 정수 a는
$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ …… 40 %
조건 (나)에서 $-\frac{7}{2}\le a<6.2$이므로 이를 만족시키는 정수 a는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ …… 40 %
따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 정수 a는
$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$의 9개이다. …… 20 %

최고 수준 완성하기

P 35 – P 37

01 ㉡, ㉣ 02 ④ 03 11
04 점 D : -5, 점 F : 8 05 $p=4, q=-3$
06 $a=-5, b=10$ 07 $(-7, 11), (-3, 9)$
08 ④ 09 6개 10 16
11 $\frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$

01 Action 분수 꼴은 분자, 분모가 약분되는지 확인한 후 판단한다.

㉠ 자연수는 $8, \frac{12^2}{2^4}(=9), 10$의 3개이다.
㉡ 음수는 $-3.7, -6$의 2개이다.
㉢ 주어진 수는 모두 유리수이므로 유리수는 7개이다.
㉣ 양의 유리수는 $8, +\frac{2}{5}, \frac{12^2}{2^4}, 10$의 4개이다.
㉤ 정수가 아닌 유리수는 $-3.7, +\frac{2}{5}$의 2개이다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다.

02 Action $\left\langle\frac{1}{4}\right\rangle, \langle0\rangle, \langle2.7\rangle$의 값을 각각 구한 후 $\langle a\rangle$의 값을 구한다.

$\left\langle\frac{1}{4}\right\rangle=1, \langle0\rangle=0, \langle2.7\rangle=1$이므로

$$\langle a\rangle+\left\langle\frac{1}{4}\right\rangle+\langle0\rangle+\langle2.7\rangle=\langle a\rangle+1+0+1$$
$$=\langle a\rangle+2$$

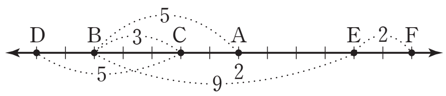
즉 $\langle a\rangle+2=3$이므로 $\langle a\rangle=1$
따라서 a는 정수가 아닌 유리수이므로 a의 값이 될 수 없는 것은 ④ $\frac{4}{2}(=2)$이다.

03 Action -4를 나타내는 점과 a를 나타내는 점 사이의 거리가 5임을 이용하여 a의 값을 먼저 구한다.

-4를 나타내는 점과 a를 나타내는 점 사이의 거리가 5이므로 $a=-9$ 또는 $a=1$
(i) $a=-9$일 때
a와 1, 즉 -9와 1을 나타내는 두 점 사이의 거리가 10이므로 $b=11$
(ii) $a=1$일 때
a와 1, 즉 1과 1을 나타내는 두 점 사이의 거리가 0이므로 $b=1$
이때 a, b는 서로 다른 두 수이므로 조건을 만족시키지 않는다.
(i), (ii)에 의하여 $b=11$

04 Action 주어진 조건을 만족시키도록 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 수직선 위에 나타내어 본다.

주어진 조건을 만족시키도록 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 점 D는 점 A보다 7만큼 왼쪽에 있으므로 점 D에 대응하는 수는 -5이다.
또 점 F는 점 A보다 6만큼 오른쪽에 있으므로 점 F에 대응하는 수는 8이다.

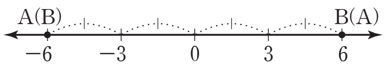
05 Action 먼저 두 점 A, B에 대응하는 수를 구하여 두 점 A, B 사이의 거리를 6등분 하는 점과 4등분 하는 점에 대응하는 수를 각각 구한다.

절댓값이 같은 두 정수를 나타내는 두 점 A, B 사이의 거리가 12이므로 두 점 A, B에 대응하는 수는 6, -6이다. …… 20 %

이때 두 점 A, B 사이의 거리를 6등분 하는 점들 사이의 간격은 $12\times\frac{1}{6}=2$이므로 6등분 하는 점에 대응하는 수는 각각 -4, -2, 0, 2, 4이다.
따라서 가장 오른쪽에 있는 점에 대응하는 수는 4이므로
$p=4$

…… 40 %

또 두 점 A, B 사이의 거리를 4등분 하는 점들 사이의 간격은 $12\times\frac{1}{4}=3$이므로 4등분 하는 점에 대응하는 수는 각각 -3, 0, 3이다.
따라서 가장 왼쪽에 있는 점에 대응하는 수는 -3이므로
$q=-3$

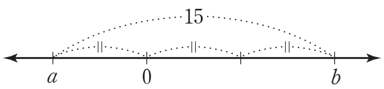


…… 40 %

06

Action 주어진 조건을 모두 만족시키는 두 수 a, b를 수직선 위에 나타내어 본다.

$|b|=2\times|a|$이고 $a<0<b$이므로 두 수 a, b를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 15이므로

$|a|=15\times\frac{1}{3}=5 \qquad \therefore a=-5$

$|b|=2\times|a|=2\times5=10$이므로 $b=10$

$\therefore a=-5,\ b=10$

07

Action 두 점 B, C의 위치를 이용하여 두 점 B, C에 대응하는 두 수의 대소 관계를 확인한다.

점 B가 점 C보다 왼쪽에 위치하므로 점 B에 대응하는 수는 점 C에 대응하는 수보다 작다.
따라서 점 B에 대응하는 수는 -1 또는 1이고, 점 C에 대응하는 수는 5이다.

(i) 점 B에 대응하는 수가 -1, 점 C에 대응하는 수가 5일 때
두 점 B, C 사이의 거리는 6이므로 $a=-7$, $d=11$
즉 (a, d)는 $(-7, 11)$

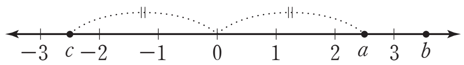
(ii) 점 B에 대응하는 수가 1, 점 C에 대응하는 수가 5일 때
두 점 B, C 사이의 거리는 4이므로 $a=-3$, $d=9$
즉 (a, d)는 $(-3, 9)$

(i), (ii)에 의하여 조건을 만족시키는 (a, d)는
$(-7, 11)$, $(-3, 9)$

08

Action 주어진 조건을 만족시키는 세 수 a, b, c를 수직선 위에 나타내어 본다.

주어진 조건을 모두 만족시키는 세 수 a, b, c를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 세 수 a, b, c의 대소 관계는 $c<a<b$이다.

09

Action 두 정수 x, y에 대하여 $|x|$, $|y|$는 0 또는 양의 정수임을 이용한다.

(i) $|x|=0$, $|y|=3$일 때
(x, y)는 $(0, 3)$, $(0, -3)$
이때 $x<y$이므로 (x, y)는 $(0, 3)$의 1개

(ii) $|x|=1$, $|y|=2$일 때
(x, y)는 $(1, 2)$, $(1, -2)$, $(-1, 2)$, $(-1, -2)$
이때 $x<y$이므로 (x, y)는 $(1, 2)$, $(-1, 2)$의 2개

(iii) $|x|=2$, $|y|=1$일 때
(x, y)는 $(2, 1)$, $(2, -1)$, $(-2, 1)$, $(-2, -1)$
이때 $x<y$이므로 (x, y)는 $(-2, 1)$, $(-2, -1)$의 2개

(iv) $|x|=3$, $|y|=0$일 때
(x, y)는 $(3, 0)$, $(-3, 0)$
이때 $x<y$이므로 (x, y)는 $(-3, 0)$의 1개

(i)~(iv)에 의하여 조건을 만족시키는 (x, y)는
$1+2+2+1=6$(개)

10

Action x보다 크지 않은 정수는 x보다 작거나 같은 정수임을 이용한다.

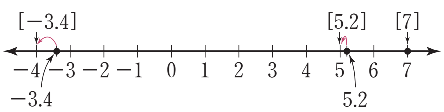
-3.4보다 크지 않은 정수는 -4, -5, -6, $\cdots$이므로
$a=[-3.4]=-4$
7보다 크지 않은 정수는 7, 6, 5, $\cdots$이므로
$b=[7]=7$
5.2보다 크지 않은 정수는 5, 4, 3, $\cdots$이므로
$c=[5.2]=5$

$\therefore |a|+b+|c|=|-4|+7+|5|$
$=4+7+5=16$

Lecture

수직선 위에서 $[x]$와 x가 나타내는 점의 위치

(1) x가 정수이면 $[x]=x$
(2) x가 정수가 아닌 유리수이면 $[x]$는 x가 나타내는 점의 왼쪽에서 가장 가까운 정수가 나타내는 점



11 Action 조건을 만족시키는 a, b, c, d의 값을 정하여 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$의 대소를 비교한다.

$a=-2, b=-1, c=1, d=2$라 하면

$\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}, \frac{1}{b}=-1, \frac{1}{c}=1, \frac{1}{d}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{c}>\frac{1}{d}>\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

따라서 큰 수부터 차례대로 나열하면 $\frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$이다.

최고 수준 뛰어넘기

P 38 – P 39

01 7	02 50	03 12개	04 48
05 8	06 15		

01 Action 먼저 《 》 안의 수를 간단히 한 후에 자연수, 자연수가 아닌 정수, 정수가 아닌 유리수 중 어느 것인지 파악한다.

$-\frac{28}{7}=-4$는 자연수가 아닌 정수이므로

$\left\langle\!\left\langle -\frac{28}{7} \right\rangle\!\right\rangle=3$

6.9는 정수가 아닌 유리수이므로

$\langle\!\langle 6.9 \rangle\!\rangle=5$

$\frac{24}{5}-1.8=4.8-1.8=3$은 자연수이므로

$\left\langle\!\left\langle \frac{24}{5}-1.8 \right\rangle\!\right\rangle=1$

$\therefore \left\langle\!\left\langle -\frac{28}{7} \right\rangle\!\right\rangle^{100}+\langle\!\langle 6.9 \rangle\!\rangle^{200}+\left\langle\!\left\langle \frac{24}{5}-1.8 \right\rangle\!\right\rangle^{300}$

$=3^{100}+5^{200}+1^{300}$

$3^1=3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 3^5=243, \cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.

이때 $100=4\times25$이므로 3^{100}의 일의 자리의 숫자는 1이다.

또 $5^1=5, 5^2=25, 5^3=125, \cdots$이므로 5^{200}의 일의 자리의 숫자는 5이고, $1^1=1, 1^2=1, 1^3=1, \cdots$이므로 1^{300}의 일의 자리의 숫자는 1이다.

따라서 $3^{100}+5^{200}+1^{300}$의 일의 자리의 숫자는

$1+5+1=7$

02 Action $n=1, 2, 3, \cdots$일 때, 조건을 만족시키는 유리수의 개수를 차례대로 구하여 규칙을 찾는다.

조건을 만족시키는 유리수는

(i) $n=1$일 때

$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$의 6개

(ii) $n=2$일 때

$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}, \frac{10}{7}, \frac{11}{7}, \frac{12}{7}, \frac{13}{7}$의 12개

(iii) $n=3$일 때

$\frac{1}{7}, \cdots, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \cdots, \frac{13}{7}, \frac{15}{7}, \cdots, \frac{20}{7}$의 18개

⋮

같은 방법으로 n이 1씩 커질 때마다 조건을 만족시키는 유리수의 개수는 6씩 증가한다.

이때 $300=6\times50$이므로 구하는 자연수 n의 값은 50이다.

03 Action 주어진 약속을 이해하여 절댓값의 크기를 비교한다.

$|-8|=8, |5|=5$이므로 $|-8|>|5|$

$\therefore (-8)\blacktriangle5=-8$

$\{(-8)\blacktriangle5\}\blacktriangledown(x\blacktriangle6)=6$에서 $(-8)\blacktriangledown(x\blacktriangle6)=6$이므로 $x\blacktriangle6=6$이어야 한다.

(i) $|x|\geq|6|$이면 $x\blacktriangle6=x$

$\therefore x=6$

(ii) $|x|<|6|$이면 $x\blacktriangle6=6$

이를 만족시키는 정수 x는 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$이다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 조건을 만족시키는 정수 x는 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$의 12개이다.

04 Action $\frac{24}{a}, \frac{60}{a}$이 양의 정수가 되게 하는 정수 a의 값을 먼저 구한다.

$\frac{24}{a}, \frac{60}{a}$이 양의 정수이므로 a의 값은 24와 60의 공약수인 1, 2, 3, 4, 6, 12 중 하나이다.

또 $\frac{b}{a}$는 $2<\left|\frac{b}{a}\right|<5$를 만족시키는 정수이므로 $\left|\frac{b}{a}\right|=3, 4$

$\left|\frac{b}{a}\right|=3$일 때, $\frac{b}{a}=-3, 3$

$\left|\frac{b}{a}\right|=4$일 때, $\frac{b}{a}=-4, 4$

$\frac{b}{a}$의 값이 최대일 때는 $\frac{b}{a}=4$일 때이고, a의 값이 클수록 b의 값도 커진다.

즉 $a=12$일 때, b의 값이 최대가 되므로

$\frac{b}{12}=4$에서 $b=48$

따라서 b의 최댓값은 48이다.

05 Action [[p]]의 값은 정수이므로 $2\le[[p]]<4$를 만족시키는 [[p]]의 값은 2 또는 3이다.

[[p]]의 값은 정수이므로

$2\le[[p]]<4$에서 $[[p]]=2$ 또는 $[[p]]=3$

(i) $[[p]]=2$일 때, 즉 $1<p\le2$를 만족시키는 분모가 3인 기약분수 p의 값은 $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$

(ii) $[[p]]=3$일 때, 즉 $2<p\le3$을 만족시키는 분모가 3인 기약분수 p의 값은 $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{3}$

(i), (ii)에 의하여 주어진 조건을 만족시키는 모든 기약분수 p의 값의 합은

$\frac{4}{3}+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}+\frac{8}{3}=\frac{24}{3}=8$

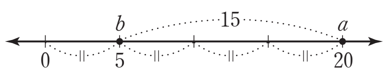
06 Action a, b의 대소 관계와 부호에 따라서 경우를 나누어 생각한다.

a의 절댓값은 b의 절댓값의 4배이므로 $|a|=4\times|b|$

수직선 위에서 두 수 a, b가 나타내는 두 점 사이의 거리는 15이므로

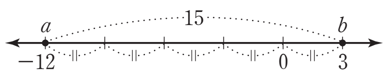
(i) $0<a<b$일 때, 조건을 만족시키는 a, b의 값은 존재하지 않는다.

(ii) $0<b<a$일 때, $a=20$, $b=5$



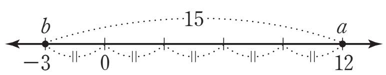
$\therefore\ |a|+|b|=20+5=25$

(iii) $a<0<b$일 때, $a=-12$, $b=3$



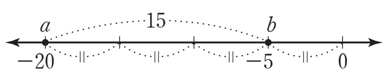
$\therefore\ |a|+|b|=12+3=15$

(iv) $b<0<a$일 때, $a=12$, $b=-3$



$\therefore\ |a|+|b|=12+3=15$

(v) $a<b<0$일 때, $a=-20$, $b=-5$



$\therefore\ |a|+|b|=20+5=25$

(vi) $b<a<0$일 때, 조건을 만족시키는 a, b의 값은 존재하지 않는다.

(i)~(vi)에서 $|a|+|b|$의 값 중 가장 작은 값은 15이다.

Lecture

$|a|=4\times|b|$인 경우, a의 절댓값이 b의 절댓값의 4배이므로 $|a|>|b|$이다.
그런데 $0<a<b$일 때와 $b<a<0$일 때는 $|a|<|b|$이므로 이 두 가지 경우는 조건을 만족시키지 않는다.

2. 정수와 유리수의 계산

최고 수준 입문하기

P 42 – P 46

01 ⑤	02 $\frac{19}{6}$	03 ③, ⑤	04 $\frac{37}{24}$
05 부산	06 5개	07 11	08 ④
09 $\frac{97}{8}$	10 $\frac{16}{15}$	11 $-\frac{7}{20}$	12 -1
13 1.4 m	14 ④	15 -80	16 $-\frac{1}{30}$
17 $(-1)^{99}$	18 4	19 $\frac{13}{5}$	20 -6
21 $-\frac{1}{7}$	22 ⑤	23 -4	24 $-\frac{41}{12}$
25 $-\frac{2}{15}$	26 $\frac{15}{4}$	27 -15	28 ⑤
29 ④	30 ④		
31 (1) ㉢ → ㉡ → ㉣ → ㉤ → ㉠ (2) 6			32 -34
33 0	34 $-\frac{11}{18}$	35 $\frac{2}{5}$	36 4계단

01 Action 두 유리수의 덧셈에서
부호가 같으면 ➡ 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인다.
부호가 다르면 ➡ 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.

① $(-5)+(+1)=-(5-1)=-4$

② $(+3.5)+(-2.7)=+(3.5-2.7)=0.8$

③ $(-2)+(-9)=-(2+9)=-11$

④ $\left(+\frac{7}{2}\right)+\left(-\frac{8}{3}\right)=\left(+\frac{21}{6}\right)+\left(-\frac{16}{6}\right)$
$=+\left(\frac{21}{6}-\frac{16}{6}\right)=\frac{5}{6}$

⑤ $\left(+\frac{4}{5}\right)+\left(+\frac{9}{4}\right)=\left(+\frac{16}{20}\right)+\left(+\frac{45}{20}\right)$
$=+\left(\frac{16}{20}+\frac{45}{20}\right)=\frac{61}{20}$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ⑤이다.

02 Action 주어진 수들의 대소를 비교하여 가장 큰 수를 찾고, 절댓값들의 대소를 비교하여 절댓값이 가장 작은 수를 찾는다.

$-\frac{5}{2}<-\frac{11}{5}<-\frac{1}{6}<+\frac{13}{8}<+\frac{10}{3}$이므로

$a=+\frac{10}{3}$

$\left|-\frac{1}{6}\right|<\left|+\frac{13}{8}\right|<\left|-\frac{11}{5}\right|<\left|-\frac{5}{2}\right|<\left|+\frac{10}{3}\right|$이므로

$b=-\frac{1}{6}$

$\therefore\ a+b=\left(+\frac{10}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=\left(+\frac{20}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=+\left(\frac{20}{6}-\frac{1}{6}\right)=\frac{19}{6}$

03 Action 덧셈의 교환법칙 ➡ $a+b=b+a$

덧셈의 결합법칙 ➡ $(a+b)+c=a+(b+c)$

① 덧셈의 교환법칙

② 덧셈의 결합법칙

④ -9

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

04 Action 유리수의 뺄셈을 하여 A, B의 값을 구한다.

$$A=\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{5}{4}\right)$$
$$=\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$$
$$=\left(-\frac{4}{12}\right)+\left(+\frac{15}{12}\right)=+\frac{11}{12}$$
$$B=\left(+\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{7}{8}\right)$$
$$=\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)$$
$$=\left(+\frac{2}{8}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)=-\frac{5}{8}$$
$$\therefore A-B=\left(+\frac{11}{12}\right)-\left(-\frac{5}{8}\right)$$
$$=\left(+\frac{11}{12}\right)+\left(+\frac{5}{8}\right)$$
$$=\left(+\frac{22}{24}\right)+\left(+\frac{15}{24}\right)=\frac{37}{24}$$

05 Action 각 도시의 일교차를 구하여 가장 큰 수를 찾는다.

각 도시의 일교차를 구하면 다음과 같다.

(서울의 일교차)$=(-1)-(-3)$
$=(-1)+(+3)=2$ (℃)

(부산의 일교차)$=(+6)-(-1)$
$=(+6)+(+1)=7$ (℃)

(대전의 일교차)$=(+3)-(+1)$
$=(+3)+(-1)=2$ (℃)

(대구의 일교차)$=(-1)-(-4)$
$=(-1)+(+4)=3$ (℃)

(광주의 일교차)$=(+5)-(-1)$
$=(+5)+(+1)=6$ (℃)

따라서 일교차가 가장 큰 도시는 부산이다.

06 Action m보다 n만큼 작은 수는 $m-n$임을 이용한다.

$a=-\frac{2}{3}-\frac{7}{4}=-\frac{8}{12}-\frac{21}{12}=-\frac{29}{12}$ …… 40 %

$b=2.4-\frac{1}{5}=\frac{12}{5}-\frac{1}{5}=\frac{11}{5}$ …… 40 %

이때 $-\frac{29}{12}=-2\frac{5}{12}$, $\frac{11}{5}=2\frac{1}{5}$이므로

$-\frac{29}{12}<x<\frac{11}{5}$을 만족시키는 정수 x는 $-2, -1, 0, 1, 2$의 5개이다. …… 20 %

07 Action $|x|=a\,(a>0)$이면 $x=a$ 또는 $x=-a$임을 이용한다.

$|x|=2$에서 $x=2$ 또는 $x=-2$

$|y|=\frac{7}{2}$에서 $y=\frac{7}{2}$ 또는 $y=-\frac{7}{2}$

(i) $x=2$, $y=\frac{7}{2}$일 때

$x-y=2-\frac{7}{2}=-\frac{3}{2}$

(ii) $x=2$, $y=-\frac{7}{2}$일 때

$x-y=2-\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{11}{2}$

(iii) $x=-2$, $y=\frac{7}{2}$일 때

$x-y=-2-\frac{7}{2}=-\frac{11}{2}$

(iv) $x=-2$, $y=-\frac{7}{2}$일 때

$x-y=-2-\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{3}{2}$

따라서 $M=\frac{11}{2}$, $m=-\frac{11}{2}$이므로

$M-m=\frac{11}{2}-\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{22}{2}=11$

Lecture

$|x|=a$, $|y|=b\,(a>0,\ b>0)$일 때, $x-y$의 값

$|x|=a$일 때, $x=a$ 또는 $x=-a$

$|y|=b$일 때, $y=b$ 또는 $y=-b$

따라서 $x-y$의 값을 모두 구하면

$a-b$, $a-(-b)=a+b$, $-a-b$, $-a-(-b)=-a+b$

이때 a, b는 모두 양수이므로 $x-y$의 값 중 가장 큰 값은 $a+b$이고, 가장 작은 값은 $-a-b$이다.

08 Action 부호가 생략된 경우에는 생략된 양의 부호 $+$를 붙인다.

① $17-3-6=(+17)-(+3)-(+6)$
$=(+17)+(-3)+(-6)=8$

② $-2+5-8=(-2)+(+5)-(+8)$
$=(-2)+(+5)+(-8)=-5$

③ $5-7+4-1=(+5)-(+7)+(+4)-(+1)$
$=(+5)+(-7)+(+4)+(-1)$
$=\{(+5)+(+4)\}+\{(-7)+(-1)\}$
$=(+9)+(-8)=1$

④ $-10+12-4+6$
$=(-10)+(+12)-(+4)+(+6)$
$=(-10)+(+12)+(-4)+(+6)$
$=\{(-10)+(-4)\}+\{(+12)+(+6)\}$
$=(-14)+(+18)=4$

⑤ $9-19+3-13=(+9)-(+19)+(+3)-(+13)$
$=(+9)+(-19)+(+3)+(-13)$
$=\{(+9)+(+3)\}+\{(-19)+(-13)\}$
$=(+12)+(-32)=-20$

따라서 계산 결과가 옳은 것은 ④이다.

09 Action (소괄호) → {중괄호}의 순서로 계산한다.

$$10-\left\{-\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{8}-1.5\right)\right\}=10-\left\{-\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{2}\right)\right\}$$
$$=10-\left\{-\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{8}-\frac{12}{8}\right)\right\}$$
$$=10-\left\{-\frac{3}{4}+\left(-\frac{11}{8}\right)\right\}$$
$$=10-\left\{-\frac{6}{8}+\left(-\frac{11}{8}\right)\right\}$$
$$=10-\left(-\frac{17}{8}\right)$$
$$=\frac{80}{8}+\left(+\frac{17}{8}\right)=\frac{97}{8}$$

10 Action $\square+a=b$ ➡ $\square=b-a$

$a-\square=b$ ➡ $\square=a-b$

$A+\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{2}{5}$에서

$A=\frac{2}{5}-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{4}{10}+\left(+\frac{15}{10}\right)=\frac{19}{10}$

$\frac{7}{6}-B=2$에서

$B=\frac{7}{6}-2=\frac{7}{6}-\frac{12}{6}=-\frac{5}{6}$

$\therefore A+B=\frac{19}{10}+\left(-\frac{5}{6}\right)$
$=\frac{57}{30}+\left(-\frac{25}{30}\right)$
$=\frac{32}{30}=\frac{16}{15}$

11 Action 어떤 유리수를 □로 놓고 먼저 □의 값을 구한다.

어떤 유리수를 □라 하면 $\square+\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{3}{4}$에서

$\square=-\frac{3}{4}-\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{3}{4}+\left(+\frac{1}{5}\right)$
$=-\frac{15}{20}+\left(+\frac{4}{20}\right)=-\frac{11}{20}$

따라서 바르게 계산한 값은

$-\frac{11}{20}-\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{11}{20}+\left(+\frac{1}{5}\right)$
$=-\frac{11}{20}+\left(+\frac{4}{20}\right)$
$=-\frac{7}{20}$

12 Action 먼저 A, B가 없는 줄에 놓인 네 수의 합을 구한다.

$-2+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{4}+4=-2+\left\{\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{4}\right\}+4$
$=-2+1+4$
$=3$

$-2+\frac{1}{2}+3+A=3$에서

$\frac{3}{2}+A=3 \quad \therefore A=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}+(-5)+B+4=3$에서

$\frac{1}{2}+B=3 \quad \therefore B=3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

$\therefore A-B=\frac{3}{2}-\frac{5}{2}=-1$

13 Action 1회의 멀리뛰기 기록을 □ m로 놓고 식을 세워 본다.

1회의 멀리뛰기 기록을 □ m라 하면

$\square+(+0.5)+(-0.7)+(+0.4)+(-0.1)=1.5$

$\square+0.1=1.5$

$\therefore \square=1.5-0.1=1.4$

따라서 1회의 멀리뛰기 기록은 1.4 m이다.

14 Action 먼저 부호를 결정한 후 각 수의 절댓값의 곱에 부호를 붙인다.

① $(+4)\times\left(-\frac{3}{8}\right)=-\left(4\times\frac{3}{8}\right)=-\frac{3}{2}$

② $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{9}{4}\right)=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}\right)=-\frac{3}{2}$

③ $\left(+\frac{15}{14}\right)\times\left(-\frac{7}{5}\right)=-\left(\frac{15}{14}\times\frac{7}{5}\right)=-\frac{3}{2}$

④ $(+7)\times\left(-\frac{3}{10}\right)\times\left(+\frac{2}{7}\right)=-\left(7\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{7}\right)$
$=-\frac{3}{5}$

⑤ $\left(-\frac{8}{15}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{15}{4}\right)=-\left(\frac{8}{15}\times\frac{3}{4}\times\frac{15}{4}\right)$
$=-\frac{3}{2}$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

15 Action 유리수의 곱셈을 하여 a, b의 값을 구한다.

$a=\left(-\frac{14}{3}\right)\times\left(+\frac{15}{7}\right)=-\left(\frac{14}{3}\times\frac{15}{7}\right)=-10$

$b=\left(-\frac{12}{5}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)=+\left(\frac{12}{5}\times\frac{10}{3}\right)=8$

$\therefore a\times b=-10\times 8=-80$

16 **Action** 세 개 이상의 수의 곱셈에서는 곱해진 음수의 개수가 짝수이면 $+$, 홀수이면 $-$이다.

$$\underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{29}{30}\right)}_{\text{음수가 29개}}$$
$$=-\left(\frac{1}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{29}}{30}\right)$$
$$=-\frac{1}{30}$$

17 **Action** 음수의 거듭제곱에서 지수가 짝수이면 $+$, 홀수이면 $-$이다.

$(-2)^3=-8$, $-(-2)^3=-(-8)=8$, $(-1)^{99}=-1$, $-3^2=-9$, $(-3)^2=9$
이므로 작은 수부터 차례대로 나열하면
-3^2, $(-2)^3$, $(-1)^{99}$, $-(-2)^3$, $(-3)^2$
따라서 세 번째에 오는 수는 $(-1)^{99}$이다.

18 **Action** n이 짝수일 때, $n+1$, $n+2$, $n+3$이 짝수인지 홀수인지 판단한다.

n이 짝수이므로 $n+1$은 홀수, $n+2$는 짝수, $n+3$은 홀수이다.

$$\therefore (-1)^n-(-1)^{n+1}+(-1)^{n+2}-(-1)^{n+3}$$
$$=1-(-1)+1-(-1)$$
$$=1+(+1)+1+(+1)$$
$$=4$$

19 **Action** 네 유리수 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 가장 큰 수가 되는 경우와 가장 작은 수가 되는 경우를 생각해 본다.

주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 (양수)$\times$(음수)$\times$(음수)이어야 하고, 양수는 절댓값이 큰 수이어야 한다.
이때 양수 $\frac{1}{6}$, $\frac{6}{5}$ 중에서 절댓값이 큰 수는 $\frac{6}{5}$이고, 음수는 -2, $-\frac{5}{4}$이므로

$$a=\frac{6}{5}\times(-2)\times\left(-\frac{5}{4}\right)$$
$$=+\left(\frac{6}{5}\times2\times\frac{5}{4}\right)=3 \quad \cdots\cdots \text{40 \%}$$

또 주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 (양수)$\times$(양수)$\times$(음수)이어야 하고, 음수는 절댓값이 큰 수이어야 한다.
이때 양수는 $\frac{1}{6}$, $\frac{6}{5}$이고, 음수 -2, $-\frac{5}{4}$ 중에서 절댓값이 큰 수는 -2이므로

$$b=\frac{1}{6}\times\frac{6}{5}\times(-2)$$
$$=-\left(\frac{1}{6}\times\frac{6}{5}\times2\right)=-\frac{2}{5} \quad \cdots\cdots \text{40 \%}$$

$$\therefore a+b=3+\left(-\frac{2}{5}\right)$$
$$=\frac{15}{5}+\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{13}{5} \quad \cdots\cdots \text{20 \%}$$

Lecture

네 유리수 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱하기
네 유리수 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때
(1) 곱한 값이 가장 큰 경우는
 음수의 개수 ➡ 짝수
 세 수의 절댓값의 곱 ➡ 가장 크게
(2) 곱한 값이 가장 작은 경우는
 음수의 개수 ➡ 홀수
 세 수의 절댓값의 곱 ➡ 가장 크게

20 **Action** 분배법칙을 이용하여 $a\times(b-c)$를 먼저 푼다.

$a\times(b-c)=18$에서 $a\times b-a\times c=18$
이때 $a\times b=12$이므로 $12-a\times c=18$
$\therefore a\times c=12-18=-6$

21 **Action** $\frac{\triangle}{\square}$의 역수는 $\frac{\square}{\triangle}$이다.

5의 역수는 $\frac{1}{5}$이므로 $a=\frac{1}{5}$
$-1\frac{2}{5}=-\frac{7}{5}$의 역수는 $-\frac{5}{7}$이므로 $b=-\frac{5}{7}$
$\therefore a\times b=\frac{1}{5}\times\left(-\frac{5}{7}\right)=-\frac{1}{7}$

22 **Action** 두 유리수의 나눗셈에서
부호가 같으면 ➡ $+$(절댓값의 나눗셈의 몫)
부호가 다르면 ➡ $-$(절댓값의 나눗셈의 몫)

① $8\div(-4)=-(8\div4)=-2$

② $\left(-\frac{9}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{9}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)$
$$=+\left(\frac{9}{4}\times\frac{5}{3}\right)=\frac{15}{4}$$

③ $\left(-\frac{6}{5}\right)\div(+12)\div\left(+\frac{3}{20}\right)$
$$=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{12}\right)\times\left(+\frac{20}{3}\right)$$
$$=-\left(\frac{6}{5}\times\frac{1}{12}\times\frac{20}{3}\right)=-\frac{2}{3}$$

④ $(-2)\div\left(-\frac{6}{7}\right)\div\left(+\frac{21}{8}\right)$
$$=(-2)\times\left(-\frac{7}{6}\right)\times\left(+\frac{8}{21}\right)$$
$$=+\left(2\times\frac{7}{6}\times\frac{8}{21}\right)=\frac{8}{9}$$

$$⑤\ (+0.1)\div(-0.01)=\left(+\frac{1}{10}\right)\div\left(-\frac{1}{100}\right)$$
$$=\left(+\frac{1}{10}\right)\times(-100)$$
$$=-\left(\frac{1}{10}\times100\right)=-10$$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ⑤이다.

23 **Action** 유리수의 나눗셈은 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

$$\left(-\frac{12}{5}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)\div(+6)\div\left(-\frac{2}{15}\right)$$
$$=\left(-\frac{12}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(+\frac{1}{6}\right)\times\left(-\frac{15}{2}\right)$$
$$=-\left(\frac{12}{5}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{6}\times\frac{15}{2}\right)$$
$$=-4$$

24 **Action** 마주 보는 면에 적힌 두 수의 곱이 1이므로 마주 보는 면에 적힌 두 수는 서로 역수이다.

A가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 $-\frac{4}{5}$이므로

$A=-\frac{5}{4}$ …… 25 %

B가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 $\frac{6}{7}$이므로

$B=\frac{7}{6}$ …… 25 %

C가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 $0.3\left(=\frac{3}{10}\right)$이므로

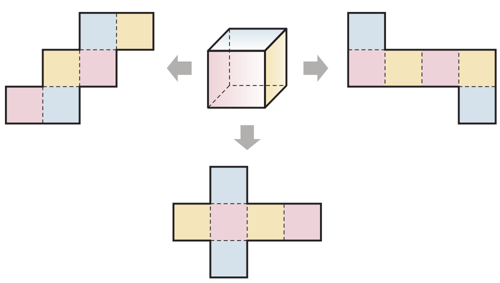
$C=\frac{10}{3}$ …… 25 %

$$\therefore A+B-C=-\frac{5}{4}+\frac{7}{6}-\frac{10}{3}$$
$$=-\frac{15}{12}+\frac{14}{12}-\frac{40}{12}$$
$$=-\frac{41}{12}$$ …… 25 %

Lecture

정육면체의 전개도에서 마주 보는 면 찾기

정육면체의 여섯 개의 면 중 하나를 선택하면 남은 다섯 개의 면은 하나의 마주 보는 면과 네 개의 수직인 면으로 구성된다. 이때 정육면체에서 수직인 면은 전개도에서는 이웃하게 되고, 정육면체에서 마주 보는 면은 전개도에서는 떨어져 있게 된다.



25 **Action** 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times\left(-\frac{6}{25}\right)\div\left(+\frac{1}{5}\right)$$
$$=\frac{1}{9}\times\left(-\frac{6}{25}\right)\times(+5)$$
$$=-\frac{2}{15}$$

26 **Action** $A\times\square=B$ ➡ $\square=B\div A=B\times\frac{1}{A}=\frac{B}{A}$

$A\div\square=B$ ➡ $\square=A\div B=A\times\frac{1}{B}=\frac{A}{B}$

$\left(-\frac{2}{5}\right)\times\square\div\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{4}{3}$에서

$$\left(-\frac{2}{5}\right)\times\square\times\left(-\frac{8}{9}\right)=\frac{4}{3}$$
$$\square\times\left\{\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)\right\}=\frac{4}{3}$$
$$\square\times\frac{16}{45}=\frac{4}{3}$$
$$\therefore \square=\frac{4}{3}\div\frac{16}{45}=\frac{4}{3}\times\frac{45}{16}=\frac{15}{4}$$

27 **Action** 나눗셈을 곱셈으로 바꿔서 계산한다.

$$a=\left(-\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{12}{7}\right)\div\left(+\frac{3}{14}\right)$$
$$=\left(-\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{12}{7}\right)\times\left(+\frac{14}{3}\right)=20$$
$$b=(-4)^2\div\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(+\frac{2}{15}\right)$$
$$=16\times\left(-\frac{5}{8}\right)\times\left(+\frac{2}{15}\right)=-\frac{4}{3}$$
$$\therefore a\div b=20\div\left(-\frac{4}{3}\right)$$
$$=20\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-15$$

28 **Action** $a\times b>0$ ➡ a, b는 같은 부호

➡ $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$

$a\times b<0$ ➡ a, b는 다른 부호

➡ $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

$a\times b<0$이므로 a와 b는 다른 부호이고

$a>b$이므로 $a>0$, $b<0$

① $a-b=$(양수)$-$(음수)$=$(양수)>0

② $b-a=$(음수)$-$(양수)$=$(음수)<0

③ $a\div b=$(양수)$\div$(음수)$=$(음수)<0

④ $a^2\times b=$(양수)$^2\times$(음수)$=$(음수)<0

⑤ $a\times b^2=$(양수)$\times$(음수)$^2=$(양수)>0

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

Lecture

문자로 주어진 수의 부호

(1) (양수)+(양수)=(양수), (음수)+(음수)=(음수)
(2) (양수)−(음수)=(양수), (음수)−(양수)=(음수)
(3) (양수)×(양수)=(양수), (음수)×(음수)=(양수)
(양수)×(음수)=(음수), (음수)×(양수)=(음수)
(4) (양수)÷(양수)=(양수), (음수)÷(음수)=(양수)
(양수)÷(음수)=(음수), (음수)÷(양수)=(음수)

29 Action $a\times b>0$이므로 a와 b는 같은 부호이고, $b\div c<0$이므로 b와 c는 다른 부호임을 파악한다.

$a\times b>0$이므로 a와 b는 같은 부호이고,
$b\div c<0$이므로 b와 c는 다른 부호이다.
따라서 a와 c는 다른 부호이고 $a-c<0$이므로 $a<0$, $c>0$
$\therefore a<0,\ b<0,\ c>0$

30 Action 문자로 주어진 수의 대소를 비교할 때에는 조건을 만족하는 적당한 수를 문자 대신 넣어 대소를 비교한다.

$a=-\frac{1}{2}$이라 하면

① $a^3=\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\frac{1}{8}$

② $a^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

③ $a=-\frac{1}{2}$

④ $-a=-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{a}=1\div a=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)=1\times(-2)=-2$

따라서 가장 큰 수는 ④이다.

31 Action (거듭제곱) → (괄호) → (곱셈, 나눗셈) → (덧셈, 뺄셈)의 순서로 계산한다.

(1) ㉢ → ㉡ → ㉣ → ㉤ → ㉠

(2) $8-\left\{20\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{3}\right\}\div\frac{7}{3}$

$=8-\left(20\times\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)\div\frac{7}{3}$

$=8-\left(5-\frac{1}{3}\right)\div\frac{7}{3}$

$=8-\frac{14}{3}\div\frac{7}{3}$

$=8-\frac{14}{3}\times\frac{3}{7}$

$=8-2=6$

32 Action (소괄호) → {중괄호} → [대괄호]의 순서로 계산한다.

$-3^2-[7-15\div\{4-(-1)\}\times(-6)]$
$=-9-\{7-15\div5\times(-6)\}$
$=-9-\{7-3\times(-6)\}$
$=-9-\{7-(-18)\}$
$=-9-25=-34$

33 Action n이 짝수일 때, $n+2$, $n+3$, $n+4$, $n+5$는 홀수인지 짝수인지 먼저 파악한다.

n이 짝수이므로 $n+2$, $n+4$는 짝수, $n+3$, $n+5$는 홀수이다.
$\therefore (-1)^{n+2}\times(-1)^{n+3}-(-1)^{n+4}\div(-1)^{n+5}$
$=1\times(-1)-1\div(-1)$
$=-1-(-1)=-1+(+1)=0$

34 Action 먼저 두 점 A, B 사이의 거리를 구한다.

두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{1}{4}-\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{1}{4}+\left(+\frac{7}{3}\right)=\frac{3}{12}+\left(+\frac{28}{12}\right)=\frac{31}{12}$

따라서 점 C에 대응하는 수는

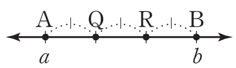
$\frac{1}{4}-\frac{31}{12}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}-\frac{31}{36}=\frac{9}{36}-\frac{31}{36}$

$=-\frac{22}{36}=-\frac{11}{18}$

Lecture

유리수의 계산과 수직선

두 점 Q, R이 두 점 A, B 사이의 거리를 3등분 하는 점일 때



(1) 두 점 A, B 사이의 거리
➡ $b-a$

(2) 두 점 A, Q 사이의 거리 ➡ $(b-a)\times\frac{1}{3}$

(3) 점 Q에 대응하는 수 ➡ $a+(b-a)\times\frac{1}{3}$

점 R에 대응하는 수 ➡ $b-(b-a)\times\frac{1}{3}$

35 Action (두 점 A, C 사이의 거리)

=(두 점 A, B 사이의 거리)$\times\frac{2}{2+3}$

두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{2}+\left(+\frac{1}{3}\right)=\frac{9}{6}+\left(+\frac{2}{6}\right)=\frac{11}{6}$

따라서 점 C에 대응하는 수는

$-\frac{1}{3}+\frac{11}{6}\times\frac{2}{2+3}=-\frac{1}{3}+\frac{11}{15}=-\frac{5}{15}+\frac{11}{15}$

$=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

Lecture

점 C는 두 점 A, B 사이의 거리를 2 : 3으로 나누므로
두 점 A, C 사이의 거리는
$\frac{11}{6}\times\frac{2}{2+3}=\frac{11}{15}$
두 점 B, C 사이의 거리는
$\frac{11}{6}\times\frac{3}{2+3}=\frac{11}{10}$

36 Action 지용이가 진 횟수는 나래가 이긴 횟수와 같다.

5번의 가위바위보를 하여 나래는 3번 이겼으므로 2번 졌고, 지용이는 2번 이기고 3번 졌다.
계단을 올라가는 것을 +, 내려가는 것을 −로 나타내면
나래 : $3\times(+3)+2\times(-1)=7$(계단)
지용 : $2\times(+3)+3\times(-1)=3$(계단)
따라서 나래와 지용이는 $7-3=4$(계단) 떨어져 있다.

최고 수준 완성하기

P 47 – P 50

01 $-3\boxed{-}(-8)\boxed{-}5\boxed{+}(-2)=-2$

02 $A=\frac{1}{12}$, $B=\frac{1}{4}$, $C=\frac{2}{3}$, $D=-\frac{7}{12}$, $E=\frac{5}{4}$

03 $\frac{1}{6}$	04 $\frac{5}{2}$	05 50	06 5
07 -15	08 6	09 $-c$	10 $\frac{5}{36}$
11 $-\frac{23}{140}$	12 4	13 2	14 $\frac{67}{2}$

01 Action $a+(-b)=a-b$, $a-(-b)=a+b$임을 이용한다.

$-3\boxed{①}(-8)\boxed{②}5\boxed{③}(-2)=-2$라 하면
(i) $\boxed{③}$에 +를 써넣을 때
$-3\boxed{①}(-8)\boxed{②}5=0$
이때 $\boxed{①}$, $\boxed{②}$에 각각 −, −를 써넣으면 된다.
(ii) $\boxed{③}$에 −를 써넣을 때
$-3\boxed{①}(-8)\boxed{②}5=-4$
이를 만족시키는 경우는 없다.
(i), (ii)에 의하여
$-3\boxed{-}(-8)\boxed{-}5\boxed{+}(-2)=-2$

02 Action 규칙에 따라 $A\sim E$의 값을 구한다.

$A=\frac{1}{2}+\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{6}{12}+\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{1}{12}$

$\frac{1}{12}+B=\frac{1}{3}$에서

$B=\frac{1}{3}-\frac{1}{12}=\frac{4}{12}-\frac{1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

$-\frac{5}{12}+C=\frac{1}{4}$에서

$C=\frac{1}{4}-\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{3}{12}+\frac{5}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{6}+D=-\frac{5}{12}$에서

$D=-\frac{5}{12}-\frac{1}{6}=-\frac{5}{12}-\frac{2}{12}=-\frac{7}{12}$

$-\frac{7}{12}+E=\frac{2}{3}$에서

$E=\frac{2}{3}-\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{8}{12}+\frac{7}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$

03 Action $a-b$와 $b-a$의 값은 서로 다르므로 계산 순서에 주의한다.

$\frac{1}{2}◉\frac{1}{3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$이므로

$\left(\frac{1}{2}◉\frac{1}{3}\right)*\frac{1}{4}=\frac{1}{6}*\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$

$=\frac{3}{12}-\frac{2}{12}=\frac{1}{12}$ …… 40 %

$\frac{1}{3}◉\frac{1}{4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12}$이므로

$\frac{1}{6}*\left(\frac{1}{3}◉\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{6}*\frac{1}{12}=\frac{1}{12}-\frac{1}{6}$

$=\frac{1}{12}-\frac{2}{12}=-\frac{1}{12}$ …… 40 %

$\therefore \left\{\left(\frac{1}{2}◉\frac{1}{3}\right)*\frac{1}{4}\right\}-\left\{\frac{1}{6}*\left(\frac{1}{3}◉\frac{1}{4}\right)\right\}$

$=\frac{1}{12}-\left(-\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$

$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ …… 20 %

04 Action $a-b$의 값이 가장 크려면 a는 큰 값, b는 작은 값을 택하고 $a-b$의 값이 가장 작으려면 a는 작은 값, b는 큰 값을 택한다.

$\left|a-\frac{5}{3}\right|=\frac{3}{4}$에서 $a-\frac{5}{3}=\frac{3}{4}$ 또는 $a-\frac{5}{3}=-\frac{3}{4}$

(i) $a-\frac{5}{3}=\frac{3}{4}$일 때

$a=\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}=\frac{9}{12}+\frac{20}{12}=\frac{29}{12}$

(ii) $a-\frac{5}{3}=-\frac{3}{4}$일 때

$a=-\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}=-\frac{9}{12}+\frac{20}{12}=\frac{11}{12}$

$\left|b+\frac{7}{8}\right|=\frac{1}{2}$에서 $b+\frac{7}{8}=\frac{1}{2}$ 또는 $b+\frac{7}{8}=-\frac{1}{2}$

(i) $b+\frac{7}{8}=\frac{1}{2}$일 때

$b=\frac{1}{2}-\frac{7}{8}=\frac{4}{8}-\frac{7}{8}=-\frac{3}{8}$

(ii) $b+\frac{7}{8}=-\frac{1}{2}$일 때

$b=-\frac{1}{2}-\frac{7}{8}=-\frac{4}{8}-\frac{7}{8}=-\frac{11}{8}$

$a-b$의 값이 가장 큰 경우는 $a=\frac{29}{12}$, $b=-\frac{11}{8}$일 때이므로

$M=\frac{29}{12}-\left(-\frac{11}{8}\right)=\frac{29}{12}+\frac{11}{8}=\frac{58}{24}+\frac{33}{24}=\frac{91}{24}$

$a-b$의 값이 가장 작은 경우는 $a=\frac{11}{12}$, $b=-\frac{3}{8}$일 때이므로

$m=\frac{11}{12}-\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{11}{12}+\frac{3}{8}=\frac{22}{24}+\frac{9}{24}=\frac{31}{24}$

$\therefore M-m=\frac{91}{24}-\frac{31}{24}=\frac{60}{24}=\frac{5}{2}$

05 Action 음수의 거듭제곱에서 지수가 짝수이면 $+$, 홀수이면 $-$이다.

$(-1)\times1+(-1)^2\times3+(-1)^3\times5+\cdots+(-1)^{49}\times97+(-1)^{50}\times99$

$=-1+3-5+7-\cdots-97+99$

$=\{(-1)+3\}+\{(-5)+7\}+\{(-9)+11\}+\cdots+\{(-97)+99\}$

$=\underbrace{2+2+2+\cdots+2}_{25개}$

$=2\times25=50$

06 Action 주어진 식에서 분수를 모두 $\frac{11}{2}\times\frac{2}{n\times(n+2)}$의 꼴로 바꾼다.

$\frac{11}{3}+\frac{11}{15}+\frac{11}{35}+\frac{11}{63}+\frac{11}{99}$

$=\frac{11}{2}\times\frac{2}{1\times3}+\frac{11}{2}\times\frac{2}{3\times5}+\frac{11}{2}\times\frac{2}{5\times7}+\frac{11}{2}\times\frac{2}{7\times9}+\frac{11}{2}\times\frac{2}{9\times11}$

$=\frac{11}{2}\times\left(\frac{2}{1\times3}+\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{5\times7}+\frac{2}{7\times9}+\frac{2}{9\times11}\right)$

$=\frac{11}{2}\times\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{5}}+\cancel{\frac{1}{5}}-\cancel{\frac{1}{7}}+\cancel{\frac{1}{7}}-\cancel{\frac{1}{9}}+\cancel{\frac{1}{9}}-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{11}{2}\times\left(1-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{11}{2}\times\frac{10}{11}=5$

Lecture

주어진 식에서 분수의 분모는 차가 2인 두 수의 곱으로 나타낼 수 있다.

$\frac{11}{3}+\frac{11}{15}+\frac{11}{35}+\frac{11}{63}+\frac{11}{99}$

$=\frac{11}{1\times3}+\frac{11}{3\times5}+\frac{11}{5\times7}+\frac{11}{7\times9}+\frac{11}{9\times11}$

이때 분수를 $\frac{2}{n\times(n+2)}$의 꼴로 나타내려면 각 분수의 분자를 2로 바꾸고 $\frac{11}{2}$을 곱해야 한다.

07 Action 주어진 네 유리수 중에서 세 수를 선택하여 □ 안에 한 번씩 써넣어 계산할 때, 가장 작은 수가 되는 경우를 생각해 본다.

계산 결과가 가장 작은 값은 음수이어야 하므로 음수 1개, 양수 2개를 선택해야 하고, 나누는 수는 절댓값이 가장 작은 수이어야 한다.

(ⅰ) $-\frac{2}{3}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{6}{5}$을 선택할 때

$\left|-\frac{2}{3}\right|<\left|\frac{6}{5}\right|<\left|\frac{9}{2}\right|$이므로

$\frac{9}{2}\times\frac{6}{5}\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{9}{2}\times\frac{6}{5}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{81}{10}$

(ⅱ) $\frac{9}{2}$, -4, $\frac{6}{5}$을 선택할 때

$\left|\frac{6}{5}\right|<|-4|<\left|\frac{9}{2}\right|$이므로

$\frac{9}{2}\times(-4)\div\frac{6}{5}=\frac{9}{2}\times(-4)\times\frac{5}{6}=-15$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 가장 작은 값은 -15이다.

Lecture

곱하는 두 수의 자리를 바꾸어도 계산 결과는 같다.

(ⅰ) $-\frac{2}{3}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{6}{5}$을 선택할 때

$\frac{6}{5}\times\frac{9}{2}\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{6}{5}\times\frac{9}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{81}{10}$

(ⅱ) $\frac{9}{2}$, -4, $\frac{6}{5}$을 선택할 때

$(-4)\times\frac{9}{2}\div\frac{6}{5}=(-4)\times\frac{9}{2}\times\frac{5}{6}=-15$

08 Action 먼저 곱해서 42가 되는 세 자연수를 찾는다.

$42=2\times3\times7$이므로 조건 (가), (다)에서

$|a|=2$, $|b|=7$, $|c|=3$

이때 조건 (나)에서 $b<c<0<a$이므로

$a=2$, $b=-7$, $c=-3$

$\therefore a-b+c=2-(-7)+(-3)$

$=2+(+7)+(-3)=6$

09 Action 세 유리수 a, b, c의 부호를 파악한 후 a, b, c의 절댓값의 크기를 비교한다.

$a\times b<0$이므로 a와 b는 부호가 다르다.

이때 $a-b<0$이므로 $a<0$, $b>0$

또 $a+b<0$이므로 $|a|>|b|$

한편 $b\times c<0$이므로 b와 c는 부호가 다르다. $\therefore c<0$

$b+c>0$이므로 $|b|>|c|$ $\therefore |c|<|b|<|a|$

음수 a, $-b$, c에서 절댓값이 큰 수가 작으므로

$a<-b<c$

양수 $-a$, b, $-c$에서 절댓값이 큰 수가 크므로

$-c<b<-a$

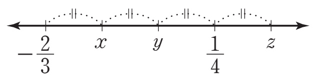
따라서 $-a>b>-c>0>c>-b>a$이므로 큰 수부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 $-c$이다.

10 Action 먼저 $-\frac{2}{3}$와 $\frac{1}{4}$을 나타내는 두 점 사이의 거리를 구한다.

$-\frac{2}{3}$와 $\frac{1}{4}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{11}{12}$ …… 20 %

다음 그림과 같이 수직선 위에 $-\frac{2}{3}$, x, y, $\frac{1}{4}$, z를 나타내는 점이 일정한 간격으로 차례대로 놓여 있으므로



$x=-\frac{2}{3}+\frac{11}{12}\times\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}+\frac{11}{36}$

$=-\frac{24}{36}+\frac{11}{36}=-\frac{13}{36}$

$y=-\frac{13}{36}+\frac{11}{12}\times\frac{1}{3}=-\frac{13}{36}+\frac{11}{36}$

$=-\frac{2}{36}=-\frac{1}{18}$

$z=\frac{1}{4}+\frac{11}{12}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\frac{11}{36}$

$=\frac{9}{36}+\frac{11}{36}=\frac{20}{36}$

$=\frac{5}{9}$ …… 60 %

$\therefore x+y+z=-\frac{13}{36}+\left(-\frac{1}{18}\right)+\frac{5}{9}$

$=-\frac{13}{36}-\frac{2}{36}+\frac{20}{36}=\frac{5}{36}$ …… 20 %

11 Action 약속을 잘 이해하여 먼저 $\frac{1}{7}\triangledown\frac{1}{5}$의 값을 구한다.

$\frac{1}{7}$과 $\frac{1}{5}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{5}-\frac{1}{7}=\frac{7}{35}-\frac{5}{35}=\frac{2}{35}$

이므로

$\frac{1}{7}\triangledown\frac{1}{5}=\frac{1}{7}+\frac{2}{35}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{7}+\frac{1}{35}$

$=\frac{5}{35}+\frac{1}{35}=\frac{6}{35}$

이때 $\left(-\frac{1}{2}\right)\triangledown\left(\frac{1}{7}\triangledown\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)\triangledown\frac{6}{35}$

이고 $-\frac{1}{2}$과 $\frac{6}{35}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{6}{35}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{6}{35}+\frac{1}{2}=\frac{12}{70}+\frac{35}{70}=\frac{47}{70}$

이므로

$\left(-\frac{1}{2}\right)\triangledown\frac{6}{35}=-\frac{1}{2}+\frac{47}{70}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{47}{140}$

$=-\frac{70}{140}+\frac{47}{140}=-\frac{23}{140}$

$\therefore \left(-\frac{1}{2}\right)\triangledown\left(\frac{1}{7}\triangledown\frac{1}{5}\right)=-\frac{23}{140}$

Lecture

(1) $\frac{1}{7}\triangledown\frac{1}{5}$은 수직선에서 두 수 $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{5}$을 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수이므로 $\frac{1}{7}$보다 $\frac{2}{35}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{35}$만큼 큰 수이다.

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\triangledown\frac{6}{35}$은 수직선에서 두 수 $-\frac{1}{2}$, $\frac{6}{35}$을 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수이므로 $-\frac{1}{2}$보다 $\frac{47}{70}\times\frac{1}{2}=\frac{47}{140}$만큼 큰 수이다.

12 Action 여러 가지 괄호가 있을 때에는 (소괄호) → {중괄호} → [대괄호]의 순으로 괄호를 푼다.

$3-\left[\frac{1}{2}+\square\div\{5\times(-2)+6\}\right]\times(-2)^2=|-5|$에서

$3-\left[\frac{1}{2}+\square\div\{(-10)+6\}\right]\times4=5$

$3-\left\{\frac{1}{2}+\square\div(-4)\right\}\times4=5$

$3-\left(\frac{1}{2}-\frac{\square}{4}\right)\times4=5$, $3-2+\square=5$

$1+\square=5$ $\quad\therefore \square=4$

13 Action 세 과정 A, B, C의 순서에 따라 정확하게 계산한다.

A : $(-7)\div\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=(-7)\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$

$=-\frac{21}{2}+\frac{1}{2}$

$=-\frac{20}{2}=-10$

B : $\{(-10)-(-5)\}\times\frac{3}{10}=(-5)\times\frac{3}{10}=-\frac{3}{2}$

C : $\left(-\frac{3}{2}+4\right)\div\frac{5}{4}=\left(-\frac{3}{2}+\frac{8}{2}\right)\div\frac{5}{4}$

$=\frac{5}{2}\div\frac{5}{4}$

$=\frac{5}{2}\times\frac{4}{5}=2$

따라서 나온 결과는 2이다.

14 Action 먼저 4개의 주사위의 각 면에 적힌 수의 합을 구한다.

4개의 주사위의 각 면에 적힌 수의 합은

$\left\{-2+\left(-\frac{3}{2}\right)+0+\frac{1}{2}+3+6\right\}\times4=24$

가려지는 면에 적힌 수의 합이 최소일 때, 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 합이 최대가 된다.

즉 한 면이 가려지는 3개의 주사위의 가려진 면에는 각각 -2가 적혀 있으면 되고, 세 면이 가려지는 1개의 주사위의 가려진 면에는 -2, $-\frac{3}{2}$, 0이 적혀 있으면 된다.

따라서 주사위끼리 맞붙어 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 합의 최댓값은

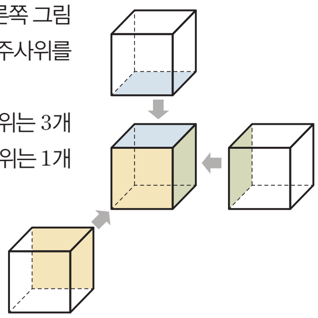
$24-\left\{(-2)\times3+(-2)+\left(-\frac{3}{2}\right)+0\right\}$

$=24-\left(-\frac{19}{2}\right)$

$=\frac{48}{2}+\frac{19}{2}=\frac{67}{2}$

Lecture

문제에 주어진 주사위는 오른쪽 그림과 같이 정육면체 모양의 주사위를 쌓은 것이다.
이때 한 면이 가려지는 주사위는 3개이고, 세 면이 가려지는 주사위는 1개이다.



최고 수준 뛰어넘기

P 51 – P 52

01 2	02 3개	03 2	04 $\frac{48}{25}$
05 $-\frac{53}{12}$	06 $\frac{19}{6}$		

01 Action $a>0$일 때 $|a|=a$이고, $a<0$일 때 $|a|=-a$임을 이용한다.

(i) $a>0,\ b>0$일 때, $2ab>0$이므로

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|2ab|}{ab}=\frac{a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{2ab}{ab}$
$=1+1+2=4$

(ii) $a>0,\ b<0$일 때, $2ab<0$이므로

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|2ab|}{ab}=\frac{a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{-2ab}{ab}$
$=1+(-1)+(-2)=-2$

(iii) $a<0,\ b>0$일 때, $2ab<0$이므로

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|2ab|}{ab}=\frac{-a}{a}+\frac{b}{b}+\frac{-2ab}{ab}$
$=-1+1+(-2)=-2$

(iv) $a<0,\ b<0$일 때, $2ab>0$이므로

$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|2ab|}{ab}=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{2ab}{ab}$
$=-1+(-1)+2=0$

(i)~(iv)에 의하여 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|2ab|}{ab}$의 값이 될 수 있는 수는 $4,\ -2,\ 0$이므로 구하는 합은

$4+(-2)+0=2$

02 Action 먼저 세 정수 $a,\ b,\ c$의 부호를 알아본다.

조건 (가)에서 $a\times b<0$이므로 a와 b는 서로 다른 부호이고
$a-b>0$이므로 $a>0,\ b<0$
또 $b\times c<0$이므로 b와 c는 서로 다른 부호이고
$b<0$이므로 $c>0$
조건 (나)에서
$|a|=|b|+1=(|c|+1)+1=|c|+2$
세 정수 $a,\ b,\ c$는 절댓값이 5 이하인 서로 다른 정수이므로
(i) $a=5$일 때, $b=-4,\ c=3$
(ii) $a=4$일 때, $b=-3,\ c=2$
(iii) $a=3$일 때, $b=-2,\ c=1$
(i)~(iii)에 의하여 조건을 모두 만족시키는 $(a,\ b,\ c)$는
$(5,\ -4,\ 3),\ (4,\ -3,\ 2),\ (3,\ -2,\ 1)$의 3개이다.

03 Action $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots$의 값을 구하여 규칙성을 찾아본다.

$a_1=-\frac{1}{2}$이므로

$a_2=\left\{1+\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\div\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}$
$=\frac{1}{2}\div\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

$a_3=\left(1+\frac{1}{3}\right)\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{3}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}=2$

$a_4=\frac{1+2}{1-2}=\frac{3}{-1}=-3$

$a_5=\frac{1+(-3)}{1-(-3)}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

$\vdots$

따라서 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ \cdots$의 값은 $-\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ 2,\ -3$의 순서로 반복된다.
이때 $99=4\times24+3$이므로 $a_{99}=a_3=2$

04 Action 먼저 $-\frac{1}{225}$과 $\frac{6}{25}$을 나타내는 두 점 사이의 거리를 5등분 하는 점 사이의 간격을 구한다.

$-\frac{1}{225}$과 $\frac{6}{25}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{6}{25}-\left(-\frac{1}{225}\right)=\frac{54}{225}+\frac{1}{225}=\frac{55}{225}=\frac{11}{45}$

$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$는 $-\frac{1}{225}$과 $\frac{6}{25}$을 나타내는 두 점 사이의 거리를 5등분 하는 점이므로 $-\frac{1}{225}$과 x_1을 나타내는 두 점 사이의 거리는 $\frac{11}{45}\times\frac{1}{5}=\frac{11}{225}$

$x_1=-\frac{1}{225}+\frac{11}{225}$, $x_2=-\frac{1}{225}+2\times\frac{11}{225}$,

$x_3=-\frac{1}{225}+3\times\frac{11}{225}$, $x_4=-\frac{1}{225}+4\times\frac{11}{225}$이므로

$x_1+x_2+x_3+x_4=4\times\left(-\frac{1}{225}\right)+(1+2+3+4)\times\frac{11}{225}$

$=-\frac{4}{225}+\frac{110}{225}=\frac{106}{225}$

또 $y_1=\frac{6}{25}+\frac{11}{225}$, $y_2=\frac{6}{25}+2\times\frac{11}{225}$,

$y_3=\frac{6}{25}+3\times\frac{11}{225}$, $y_4=\frac{6}{25}+4\times\frac{11}{225}$이므로

$y_1+y_2+y_3+y_4=4\times\frac{6}{25}+(1+2+3+4)\times\frac{11}{225}$

$=\frac{24}{25}+\frac{110}{225}$

$=\frac{216}{225}+\frac{110}{225}=\frac{326}{225}$

$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4+y_1+y_2+y_3+y_4$

$=\frac{106}{225}+\frac{326}{225}=\frac{432}{225}=\frac{48}{25}$

05 Action 주어진 세 유리수를 □ 안에 한 번씩 써넣어 계산할 때, 가장 작은 수가 되는 경우를 생각해 본다.

다음과 같이 □ 안에 넣을 수를 각각 ㉠, ㉡, ㉢이라 하자.

$(\boxed{㉠})\div(\boxed{㉡})-(\boxed{㉢})$

주어진 식의 값이 가장 작으려면 음수가 되어야 하므로 ㉢은 양수, ㉠÷㉡은 음수이어야 한다.

(i) ㉢$=\frac{2}{3}$이고 ㉠$=-\frac{1}{5}$, ㉡$=\frac{3}{4}$일 때

$\left(-\frac{1}{5}\right)\div\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\left(-\frac{1}{5}\right)\times\frac{4}{3}-\frac{2}{3}$

$=-\frac{4}{15}-\frac{2}{3}=-\frac{14}{15}$

(ii) ㉢$=\frac{2}{3}$이고 ㉠$=\frac{3}{4}$, ㉡$=-\frac{1}{5}$일 때

$\frac{3}{4}\div\left(-\frac{1}{5}\right)-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\times(-5)-\frac{2}{3}$

$=-\frac{15}{4}-\frac{2}{3}=-\frac{53}{12}$

(iii) ㉢$=\frac{3}{4}$이고 ㉠$=-\frac{1}{5}$, ㉡$=\frac{2}{3}$일 때

$\left(-\frac{1}{5}\right)\div\frac{2}{3}-\frac{3}{4}=\left(-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{2}-\frac{3}{4}$

$=-\frac{3}{10}-\frac{3}{4}=-\frac{21}{20}$

(iv) ㉢$=\frac{3}{4}$이고 ㉠$=\frac{2}{3}$, ㉡$=-\frac{1}{5}$일 때

$\frac{2}{3}\div\left(-\frac{1}{5}\right)-\frac{3}{4}=\frac{2}{3}\times(-5)-\frac{3}{4}$

$=-\frac{10}{3}-\frac{3}{4}=-\frac{49}{12}$

(i)~(iv)에 의하여 계산 결과 중 가장 작은 값은 $-\frac{53}{12}$이다.

Lecture

㉠÷㉡−㉢의 값이 가장 작으려면 음수이어야 하므로 ㉠÷㉡은 절댓값이 가장 큰 음수이고, ㉢은 양수이어야 한다.
이때 ㉠÷㉡이 절댓값이 가장 큰 음수가 되려면 ㉡은 ㉠, ㉡이 될 수 있는 두 수 중 절댓값이 작은 수이어야 한다.
즉 |㉠| > |㉡| 이어야 한다.
따라서 (ii)와 (iv)의 경우만 따져 봐도 된다.

06 Action 두 사람의 이긴 횟수와 진 횟수를 각각 구해 본다.

두 사람의 승패를 알아보면 다음 표와 같다.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
동현	승	패	패	비김	패	패	비김	승	승	패
민주	패	승	승	비김	승	승	비김	패	패	승

동현이는 3회 이기고 5회 지고 2회 비겼으므로 출발점을 0이라 할 때 동현이의 위치는

$3\times\left(+\frac{4}{3}\right)+5\times\left(-\frac{1}{4}\right)+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=4-\frac{5}{4}-1=\frac{7}{4}$

또 민주는 5회 이기고 3회 지고 2회 비겼으므로 출발점을 0이라 할 때 민주의 위치는

$5\times\left(+\frac{4}{3}\right)+3\times\left(-\frac{1}{4}\right)+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{20}{3}-\frac{3}{4}-1$

$=\frac{80}{12}-\frac{9}{12}-\frac{12}{12}=\frac{59}{12}$

따라서 두 사람 사이의 거리는

$\frac{59}{12}-\frac{7}{4}=\frac{59}{12}-\frac{21}{12}=\frac{38}{12}=\frac{19}{6}$

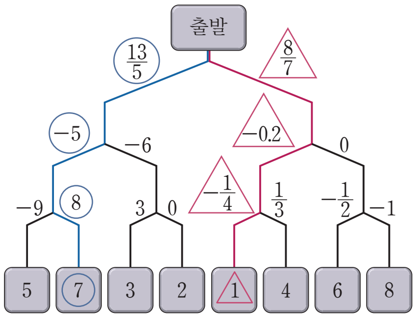
교과서 속 창의사고력

P 53 – P 54

01 규민 : 7개, 아림 : 1개
02 (1) C, E, A, B, D (2) $\frac{17}{6}$ m
03 관우 : 7개, 장비 : 1개
04 V

01 Action 양수끼리는 절댓값이 클수록 크고, 음수끼리는 절댓값이 클수록 작다.

규민이가 선택한 길을 ○, 아림이가 선택한 길을 △로 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 규민이는 초콜릿을 7개, 아림이는 초콜릿을 1개 받는다.

02 **Action** 건물 A의 높이를 0 m로 놓고 각 건물의 높이를 부호를 사용하여 나타내어 본다.

(1) 건물 A의 높이를 0 m라 하면

(건물 B의 높이)$=0-\frac{7}{4}=-\frac{7}{4}$ (m)

(건물 C의 높이)$=-\frac{7}{4}+5=\frac{13}{4}$ (m)

(건물 D의 높이)$=\frac{13}{4}-\frac{17}{3}=\frac{39}{12}-\frac{68}{12}=-\frac{29}{12}$ (m)

(건물 E의 높이)$=-\frac{29}{12}+3.5=-\frac{29}{12}+\frac{7}{2}$

$=-\frac{29}{12}+\frac{42}{12}=\frac{13}{12}$ (m)

따라서 $\frac{13}{4}>\frac{13}{12}>0>-\frac{7}{4}>-\frac{29}{12}$이므로 건물의 높이가 높은 것부터 차례대로 나열하면 C, E, A, B, D이다.

(2) 건물 B와 건물 E의 높이의 차는

$\frac{13}{12}-\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{13}{12}+\frac{21}{12}=\frac{34}{12}=\frac{17}{6}$ (m)

03 **Action** 먼저 세 사람이 각각 마신 술의 양을 구한 후 관우, 장비가 유비에게 준 술의 양을 각각 구한다.

유비가 낸 옥돌 8개는 전체 8말에 대한 술값이 아니라 자기가 마신 양에 대한 술값이다.

유비, 관우, 장비 세 사람이 8말의 술을 같은 양으로 나누어 마셨으므로 세 사람이 각각 마신 술의 양은

$8\div3=\frac{8}{3}$(말)

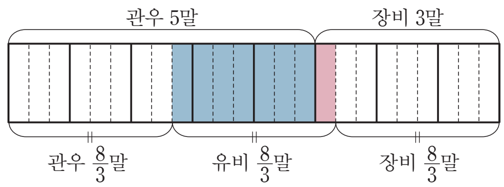
관우는 5말의 술을 낸 후 $\frac{8}{3}$말을 마셨으므로 관우가 유비에게 준 술의 양은 $5-\frac{8}{3}=\frac{7}{3}$(말)

장비는 3말의 술을 낸 후 $\frac{8}{3}$말을 마셨으므로 장비가 유비에게 준 술의 양은 $3-\frac{8}{3}=\frac{1}{3}$(말)

따라서 관우와 장비는 $\frac{7}{3}:\frac{1}{3}=7:1$의 비율로 옥돌 8개를 나누어 가져야 하므로 관우는 7개, 장비는 1개를 가져야 한다.

다른 풀이

관우와 장비는 각각 5말, 3말의 술을 가져왔고 세 명이 똑같이 나누어 마셨으므로 관우, 유비, 장비가 마신 양을 표시해 보면 다음 그림과 같다.



즉 유비는 관우의 술을 $\frac{7}{3}$말, 장비의 술을 $\frac{1}{3}$말 마셨다.

따라서 관우와 장비는 $\frac{7}{3}:\frac{1}{3}=7:1$의 비율로 옥돌 8개를 나누어 가져야 하므로 관우는 7개, 장비는 1개를 가져야 한다.

04 **Action** 주어진 그림에서 알파벳에 대응하는 수를 먼저 구해 본다.

첫 번째 그림에서 D=4, E=5, F=6, S=19이고

$4\times2+5+6=19$

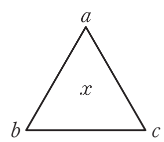
두 번째 그림에서 A=1, D=4, G=7, M=13이고

$1\times2+4+7=13$

세 번째 그림에서 G=7, B=2, C=3, S=19이고

$7\times2+2+3=19$

따라서 삼각형 안에 써넣을 알파벳을 결정하는 규칙은 오른쪽 그림에서



$x=a\times2+b+c$

임을 알 수 있다.

네 번째 그림에서 D=4, I=9, E=5이므로 ㈎에 대응하는 수는 $4\times2+9+5=22$

따라서 ㈎에 알맞은 알파벳은 V이다.

Lecture

각 알파벳에 대응하는 수는 다음과 같다.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	⋯	M	⋯	S	⋯	V	⋯	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9		13		19		22		26

III. 문자의 사용과 식

1. 문자의 사용과 식의 계산

최고 수준 입문하기

P 58~ P 60

01 ④	02 ④	03 $(25000-250x)$원	
04 $(150-60x)$ km		05 ④	
06 $20a+2b+1$		07 ②	08 9
09 1029 m	10 (1) $\frac{(a+b)h}{2}$ (2) 36		11 ㉠, ㉡, ㉣
12 2	13 ④	14 -3	15 ③
16 -28	17 $\frac{19}{15}$	18 $2x+11$	19 $-5x-42y$
20 $\frac{11}{6}x-\frac{7}{3}$	21 $8x-4y+7$		

01 Action 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고친 후 곱셈 기호 ×를 생략한다.

① $x\div y\div z=x\times\frac{1}{y}\times\frac{1}{z}=\frac{x}{yz}$

② $(x\div y)\div z=\frac{x}{y}\times\frac{1}{z}=\frac{x}{yz}$

③ $y\div\frac{1}{x}\div z=y\times x\times\frac{1}{z}=\frac{xy}{z}$

④ $y\div\frac{1}{z}\div x=y\times z\times\frac{1}{x}=\frac{yz}{x}$

⑤ $x\div(y\times z)=x\times\frac{1}{yz}=\frac{x}{yz}$

따라서 계산 결과가 $\frac{yz}{x}$인 것은 ④이다.

02 Action 괄호가 있으면 괄호 안의 기호를 먼저 생략한다.

② $(-2)^2\times y\div\frac{1}{x}\times 3y=4\times y\times x\times 3y=12xy^2$

③ $-(-1)^2\times x-y\div\frac{2}{3}=(-1)\times x-y\times\frac{3}{2}$
$=-x-\frac{3}{2}y$

④ $y\times 5x\div\left(z\div\frac{5}{2}\right)=y\times 5x\div\left(z\times\frac{2}{5}\right)$
$=y\times 5x\div\frac{2z}{5}$
$=y\times 5x\times\frac{5}{2z}$
$=\frac{25xy}{2z}$

⑤ $x\div\left(y\times\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{3}{4}\div z\right)=x\div\frac{y}{2}\div\left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{z}\right)$
$=x\div\frac{y}{2}\div\frac{3}{4z}$
$=x\times\frac{2}{y}\times\frac{4z}{3}$
$=\frac{8xz}{3y}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

Lecture

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식은 앞에서부터 차례대로 계산하고, 이때 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다.

03 Action (할인 금액)=(정가)×(할인율)

(지불한 금액)=(정가)−(할인 금액)
$=25000-25000\times\frac{x}{100}$
$=25000-250x$(원)

04 Action (거리)=(속력)×(시간)

시속 60 km로 x시간 동안 간 거리는
$60\times x=60x$ (km) ...... 40 %
∴ (남은 거리)=(전체 거리)−(간 거리)
$=150-60x$ (km) ...... 60 %

05 Action 십의 자리의 숫자가 x, 일의 자리의 숫자가 y인 두 자리 자연수 ➡ $10x+y$

④ 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수는
$10\times a+1\times b=10a+b$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

06 Action 주어진 세 자리 자연수를 $5q+r(0\le r<5)$의 꼴로 나타낸다.

백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 9인 세 자리 자연수는 $100a+10b+9$
이 수를 $5q+r$(q는 몫, r은 나머지, $0\le r<5$)의 꼴로 나타내면
$100a+10b+9=5(20a+2b+1)+4$
따라서 몫은 $20a+2b+1$이다.

07 Action 음수를 대입할 때에는 반드시 괄호를 사용한다.

$x=2$, $y=-4$를 대입하면
① $x-y=2-(-4)=2+4=6$
② $4x^2+y=4\times 2^2+(-4)=16-4=12$
③ $2xy=2\times 2\times(-4)=-16$
④ $\frac{2}{x}-y=\frac{2}{2}-(-4)=1+4=5$
⑤ $2-|xy|=2-|2\times(-4)|=2-|-8|$
$=2-8=-6$
따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ②이다.

08 Action 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

➡ $\frac{5}{a}=5\div a$, $\frac{3}{b}=3\div b$, $\frac{2}{c}=2\div c$

$$\begin{aligned}\frac{5}{a}-\frac{3}{b}-\frac{2}{c}&=5\div a-3\div b-2\div c\\&=5\div\frac{1}{2}-3\div\frac{1}{3}-2\div\left(-\frac{1}{4}\right)\\&=5\times2-3\times3-2\times(-4)\\&=10-9-(-8)\\&=10-9+8\\&=9\end{aligned}$$

09 Action 먼저 기온이 20 ℃일 때의 소리의 속력을 구한다.

$x=20$을 $331+0.6x$에 대입하면

$331+0.6\times20=331+12=343$

따라서 기온이 20 ℃일 때, 소리의 속력은 초속 343 m이다.

이때 (거리)=(속력)×(시간)이므로 천둥 소리를 들은 곳에서 번개가 친 곳까지의 거리는

$343\times3=1029$ (m)

10 Action 사다리꼴의 넓이를 구하는 공식을 이용한다.

(1) (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$ {(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)} × (높이)

$=\frac{1}{2}\times(a+b)\times h$

$=\frac{(a+b)h}{2}$ …… 60 %

(2) $a=5$, $b=7$, $h=6$을 $\frac{(a+b)h}{2}$에 대입하면

$\frac{(5+7)\times6}{2}=36$

따라서 구하는 넓이는 36이다. …… 40 %

11 Action 문자 앞에 곱해진 수가 계수이고, 항을 구할 때에는 부호까지 포함해야 한다.

㉢ $\frac{x}{2}-6$에서 x의 계수는 $\frac{1}{2}$이다.

㉤ $4x-1$에서 상수항은 -1이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

12 Action 차수가 1인 다항식을 일차식이라 한다.

$(a-2)x^2+(a+3)x+5a-1$이 x에 대한 일차식이 되려면

$a-2=0$, $a+3\neq0$이어야 하므로 $a=2$

13 Action (수)×(일차식) 또는 (일차식)×(수)는 분배법칙을 이용하여 간단히 하고, 나눗셈은 역수의 곱셈으로 바꾼다.

① $\frac{1}{3}(3x+18)=\frac{1}{3}\times3x+\frac{1}{3}\times18$

$=x+6$

② $(12x-4)\div4=(12x-4)\times\frac{1}{4}$

$=12x\times\frac{1}{4}-4\times\frac{1}{4}$

$=3x-1$

③ $-5(x-1)=-5\times x-(-5)\times1$

$=-5x+5$

④ $(10x-6)\times\frac{3}{2}=10x\times\frac{3}{2}-6\times\frac{3}{2}$

$=15x-9$

⑤ $\left(\frac{1}{2}x+5\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{1}{2}x+5\right)\times(-4)$

$=\frac{1}{2}x\times(-4)+5\times(-4)$

$=-2x-20$

따라서 옳은 것은 ④이다.

14 Action 두 식의 상수항을 각각 구한다.

$-6\left(\frac{1}{3}x-2\right)=-2x+12$이므로 상수항은 12이고

$(20y-6)\div\frac{2}{5}=(20y-6)\times\frac{5}{2}=50y-15$이므로

상수항은 -15이다.

따라서 구하는 상수항의 합은

$12+(-15)=-3$

15 Action 동류항은 문자와 차수가 각각 같은 항이다.

① $\frac{1}{x}$은 x가 분모에 있으므로 다항식이 아니다.

② 문자는 같지만 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

③ 상수항은 항상 동류항이다.

④ 차수는 같지만 문자가 다르므로 동류항이 아니다.

⑤ 문자는 같지만 각 문자의 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

따라서 동류항끼리 짝 지어진 것은 ③이다.

16 Action ( )→{ }→[ ]의 순서로 괄호를 푼다.

$$\begin{aligned}&3x-[x+2y-\{3x-y-(x+4y)\}]\\&=3x-\{x+2y-(3x-y-x-4y)\}\\&=3x-\{x+2y-(2x-5y)\}\\&=3x-(x+2y-2x+5y)\\&=3x-(-x+7y)\\&=3x+x-7y\\&=4x-7y\end{aligned}$$

따라서 $a=4$, $b=-7$이므로

$ab=4\times(-7)=-28$

17 Action 소수를 분수로 바꾸어 계산하면 편리하다.

$$-\frac{2}{5}(x-1)-0.2\left(2x-\frac{1}{3}\right)$$
$$=-\frac{2}{5}(x-1)-\frac{1}{5}\left(2x-\frac{1}{3}\right)$$
$$=-\frac{2}{5}x+\frac{2}{5}-\frac{2}{5}x+\frac{1}{15}$$
$$=-\frac{4}{5}x+\frac{7}{15}$$

따라서 $a=-\frac{4}{5}$, $b=\frac{7}{15}$이므로

$$b-a=\frac{7}{15}-\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{7}{15}+\frac{4}{5}$$
$$=\frac{7}{15}+\frac{12}{15}=\frac{19}{15}$$

18 Action (색칠한 부분의 넓이)
=(전체 넓이)−(색칠하지 않은 부분의 넓이)

(색칠한 부분의 넓이)

$$=5\times x+\frac{1}{2}\times5\times2-3\times(x-2)$$
$$=5x+5-3x+6$$
$$=2x+11$$

19 Action 먼저 주어진 식을 간단히 한다.

$$-2A-B+4(A-2B)$$
$$=-2A-B+4A-8B$$
$$=2A-9B$$
$$=2(2x-3y)-9(x+4y)$$
$$=4x-6y-9x-36y$$
$$=-5x-42y$$

20 Action $A+\square=B$이면 $\square=B-A$

$\frac{x+5}{6}+\square=\frac{4x-3}{2}$이므로

$$\square=\frac{4x-3}{2}-\frac{x+5}{6}$$
$$=\frac{3(4x-3)}{6}-\frac{x+5}{6}$$
$$=\frac{12x-9-x-5}{6}$$
$$=\frac{11x-14}{6}$$
$$=\frac{11}{6}x-\frac{7}{3}$$

21 Action 어떤 다항식을 먼저 구한다.

어떤 다항식을 $\square$라 하면

$(2x-y+3)+\square=-4x+2y-1$이므로

$$\square=-4x+2y-1-(2x-y+3)$$
$$=-4x+2y-1-2x+y-3$$
$$=-6x+3y-4 \quad \cdots\cdots 50\,\%$$

따라서 바르게 계산한 식은

$$(2x-y+3)-(-6x+3y-4)$$
$$=2x-y+3+6x-3y+4$$
$$=8x-4y+7 \quad \cdots\cdots 50\,\%$$

최고 수준 완성하기

P 61− P 63

01 ㉢, ㉤	02 $0.72x$원	03 -333	
04 (1) $\frac{163}{72}$ (2) -1		05 $-\frac{5}{16}$	06 -2
07 (1) $(2x+1)$개 (2) 61개		08 -3	09 $2x-3y$
10 $4a+2an$	11 95	12 $-2x+3$	

01 Action 나눗셈은 역수의 곱셈으로 바꾸고, 괄호가 있으면 괄호 안의 식부터 기호를 생략한다.

㉡ $3\div(x+2\times y)=3\div(x+2y)$
$$=\frac{3}{x+2y}$$

㉢ $x\times1+a\div y=x+\frac{a}{y}$

㉣ $a\div(x\div y)\div3=a\div\frac{x}{y}\div3$
$$=a\times\frac{y}{x}\times\frac{1}{3}$$
$$=\frac{ay}{3x}$$

㉤ $(2+a)\div b\times c=(2+a)\times\frac{1}{b}\times c$
$$=\frac{(2+a)c}{b}$$

㉥ $x\div2\times x-3\times y=x\times\frac{1}{2}\times x-3\times y$
$$=\frac{x^2}{2}-3y$$

따라서 옳지 않은 것은 ㉢, ㉤이다.

02 Action x원의 a %를 할인한 금액 ➡ $x\times\left(1-\frac{a}{100}\right)$원

(지불한 금액)

$=x\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$=x\times\frac{80}{100}\times\frac{90}{100}$

$=\frac{72}{100}x=0.72x$(원)

03 Action $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$, $(-1)^{(\text{짝수})}=1$

$x-x^2+x^3-x^4+x^5-x^6+\cdots+x^{333}$

$=(-1)-(-1)^2+(-1)^3-(-1)^4+(-1)^5-(-1)^6+\cdots+(-1)^{333}$

$=\underbrace{-1-1-1-1-1-1-\cdots-1}_{333\text{개}}$

$=-1\times333$

$=-333$

04 Action 생략된 기호 ×, ÷를 다시 쓰고, a, b, c의 값을 대입한다.

(1) $\frac{a-b}{c}-\frac{ac}{b^2}$

$=(a-b)\div c-a\times c\div b^2$

$=\left\{\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}\div\left(-\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

$=\frac{5}{6}\times\left(-\frac{4}{3}\right)-\left(-\frac{3}{8}\right)\times9$

$=-\frac{10}{9}-\left(-\frac{27}{8}\right)$

$=-\frac{80}{72}+\frac{243}{72}=\frac{163}{72}$

(2) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=4$에서 $\frac{a+b}{ab}=4$ $\quad\therefore a+b=4ab$

$\therefore \frac{a-7ab+b}{3ab}=\frac{(a+b)-7ab}{3ab}$

$=\frac{4ab-7ab}{3ab}$

$=\frac{-3ab}{3ab}=-1$

05 Action 주어진 식에 x, y의 값을 각각 대입하여 식의 값을 구한다.

$-x^{100}\times(-y)^3\div\left(\frac{y}{x}\right)^5-(-x^{999})\div(-y)^4$

$=-(-1)^{100}\times(-2)^3\div\left(\frac{2}{-1}\right)^5-\{-(-1)^{999}\}\div(-2)^4$

$=-1\times(-8)\div(-32)-\{-(-1)\}\div16$

$=-\frac{1}{4}-\frac{1}{16}$

$=-\frac{4}{16}-\frac{1}{16}=-\frac{5}{16}$

06 Action 먼저 상자에 넣는 수 $2a$가 3이 되도록 하는 a의 값을 구한다.

$2\times a=3$이면 $a=3\div2=\frac{3}{2}$

따라서 상자에 3을 넣었을 때 나오는 값은 $4a^2-8a+1$에

$a=\frac{3}{2}$을 대입한 값과 같으므로

$4\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-8\times\frac{3}{2}+1=9-12+1=-2$

다른 풀이

$2a=3$이므로

$4a^2-8a+1=(2a)^2-4\times2a+1$

$=3^2-4\times3+1$

$=9-12+1=-2$

07 Action 정삼각형이 1개 늘어날 때마다 성냥개비는 2개씩 늘어난다.

(1) 정삼각형의 수에 따라 필요한 성냥개비의 수는 다음 표와 같다.

정삼각형의 수(개)	성냥개비의 수(개)
1	3
2	$3+2\times1$
3	$3+2\times2$
⋮	⋮
x	$3+2\times(x-1)$

따라서 정삼각형을 x개 만들 때 필요한 성냥개비의 수는 $3+2\times(x-1)=3+2x-2=2x+1$(개)

(2) $2x+1$에 $x=30$을 대입하면

$2\times30+1=61$

따라서 정삼각형을 30개 만들 때 필요한 성냥개비의 수는 61개이다.

08 Action 상수항이 -3인 x에 대한 일차식을 $ax+b$ (a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴로 나타낸다.

상수항이 -3인 x에 대한 일차식을 $ax-3$($a\neq0$인 상수)이라 하면

$x=4$일 때의 식의 값 A는 $4a-3$ …… 30 %

$x=5$일 때의 식의 값 B는 $5a-3$ …… 30 %

$\therefore 5A-4B=5(4a-3)-4(5a-3)$

$=20a-15-20a+12$

$=-3$ …… 40 %

09 Action $(-1)^{(\text{짝수})}=1$, $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$

n이 짝수일 때, $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n=1$, $(-1)^{n+1}=-1$

$\therefore$ (주어진 식)$=(3x-y)-(x+2y)$

$=3x-y-x-2y$

$=2x-3y$

10 Action 만들어진 모든 직사각형의 둘레의 길이의 합은 처음 정사각형의 둘레의 길이와 정사각형을 잘랐을 때 새로 생긴 변의 길이를 합하여 구한다.

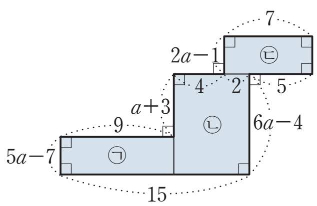
정사각형을 한 번씩 자를 때마다 길이가 a인 변이 2개씩 생기므로 정사각형을 n번 자르면 길이가 a인 변이 $2n$개 생긴다.

따라서 만들어지는 모든 직사각형의 둘레의 길이의 합은 처음 정사각형의 둘레의 길이에서 $a\times 2n=2an$만큼 늘어난 것과 같으므로

$4a+2an$

11 Action 주어진 도형을 세 부분으로 나누어 넓이를 각각 구한 후 모두 더한다.

오른쪽 그림에서



(㉠의 넓이)$=9(5a-7)$

$=45a-63$

(㉡의 넓이)$=6(6a-4)$

$=36a-24$

(㉢의 넓이)$=7(2a-1)$

$=14a-7$

$\therefore$ (주어진 도형의 넓이)

$=$(㉠의 넓이)$+$(㉡의 넓이)$+$(㉢의 넓이)

$=(45a-63)+(36a-24)+(14a-7)$

$=95a-94$

따라서 a의 계수는 95이다.

12 Action 대각선의 세 일차식의 합을 먼저 구한다.

$-2x+5$	$4x-9$	㉠
	$x-1$	A
		$4x-7$

위의 표에서 오른쪽 아래로 향하는 대각선의 세 일차식의 합은

$(-2x+5)+(x-1)+(4x-7)=3x-3$

즉 가로, 세로, 대각선에 놓여 있는 세 일차식의 합은 모두 $3x-3$이 되어야 한다.

첫 번째 가로줄에서

$(-2x+5)+(4x-9)+$㉠$=3x-3$

$2x-4+$㉠$=3x-3$

$\therefore$ ㉠$=3x-3-(2x-4)$

$=3x-3-2x+4=x+1$

세 번째 세로줄에서

$(x+1)+A+(4x-7)=3x-3$

$A+5x-6=3x-3$

$\therefore A=3x-3-(5x-6)$

$=3x-3-5x+6=-2x+3$

최고 수준 뛰어넘기

P 64–P 65

01 $\left(\frac{183}{4}x-\frac{9}{4}\right)\text{cm}^2$ 02 (1) $\frac{yz}{x}$ (2) 182
03 -18 04 ① 05 35
06 (1) $n(n+1)$ (2) 12단계

01 Action (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$ {(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)} $\times$ (높이)

새로 만든 사다리꼴에서

(윗변의 길이)$=(x+4)-(x+4)\times\frac{10}{100}$

$=x+4-\frac{1}{10}x-\frac{2}{5}$

$=\frac{9}{10}x+\frac{18}{5}$ (cm)

(아랫변의 길이)$=(4x-3)+(4x-3)\times\frac{30}{100}$

$=4x-3+\frac{6}{5}x-\frac{9}{10}$

$=\frac{26}{5}x-\frac{39}{10}$ (cm)

(높이)$=12+12\times\frac{25}{100}=12+3=15$ (cm)

따라서 구하는 사다리꼴의 넓이는

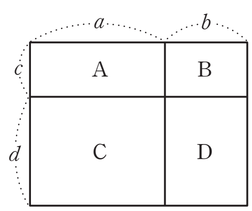
$\frac{1}{2}\times\left\{\left(\frac{9}{10}x+\frac{18}{5}\right)+\left(\frac{26}{5}x-\frac{39}{10}\right)\right\}\times 15$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{61}{10}x-\frac{3}{10}\right)\times 15$

$=\frac{183}{4}x-\frac{9}{4}$ (cm^2)

02 Action 각 변의 길이를 a, b, c, d라 하고 x, y, z를 a, b, c, d를 사용한 식으로 나타낸다.

(1) 오른쪽 그림과 같이 각 변의 길이를 a, b, c, d라 하면



$x=ac$, $y=bc$, $z=ad$

$\therefore$ (D의 넓이)

$=bd=\frac{abcd}{ac}$

$=\frac{bc\times ad}{ac}=\frac{yz}{x}$

(2) $x=27$, $y=12$, $z=99$일 때, D의 넓이는

$\frac{12\times99}{27}=44$

따라서 처음 직사각형의 넓이는

$x+y+z+(\text{D의 넓이})=27+12+99+44$
$=182$

다른 풀이

(1) 위의 그림과 같이 각 변의 길이를 a, b, c, d라 하면

$x=ac$

$y=bc \quad \therefore b=\frac{y}{c}$

$z=ad \quad \therefore d=\frac{z}{a}$

$\therefore (\text{D의 넓이})=bd=\frac{y}{c}\times\frac{z}{a}=\frac{yz}{ac}=\frac{yz}{x}$

03 Action $x+y+z=0$이면 $x+y=-z, y+z=-x, x+z=-y$이다.

$x+y+z=0$이므로

$x+y=-z$, $y+z=-x$, $x+z=-y$

$$\therefore 2x\left(\frac{3}{y}+\frac{3}{z}\right)+2y\left(\frac{3}{z}+\frac{3}{x}\right)+2z\left(\frac{3}{x}+\frac{3}{y}\right)$$
$$=\frac{6x}{y}+\frac{6x}{z}+\frac{6y}{z}+\frac{6y}{x}+\frac{6z}{x}+\frac{6z}{y}$$
$$=\frac{6y+6z}{x}+\frac{6x+6z}{y}+\frac{6x+6y}{z}$$
$$=\frac{6(y+z)}{x}+\frac{6(x+z)}{y}+\frac{6(x+y)}{z}$$
$$=\frac{-6x}{x}+\frac{-6y}{y}+\frac{-6z}{z}$$
$$=-6+(-6)+(-6)$$
$$=-18$$

04 Action m, n이 짝수 또는 홀수인 경우로 나누어 생각한다.

(i) m, n이 모두 짝수일 때, $m+n$은 짝수이므로

$(-1)^m=1$, $(-1)^n=1$, $(-1)^{m+n}=1$

$$\therefore (\text{주어진 식})=\frac{1\times(7x+5)-1\times(3x-7)}{2}$$
$$=\frac{7x+5-3x+7}{2}$$
$$=\frac{4x+12}{2}=2x+6$$

(ii) m이 짝수, n이 홀수일 때, $m+n$은 홀수이므로

$(-1)^m=1$, $(-1)^n=-1$, $(-1)^{m+n}=-1$

$$\therefore (\text{주어진 식})=\frac{1\times(7x+5)-(-1)\times(3x-7)}{-2}$$
$$=\frac{7x+5+3x-7}{-2}$$
$$=\frac{10x-2}{-2}=-5x+1$$

(iii) m이 홀수, n이 짝수일 때, $m+n$은 홀수이므로

$(-1)^m=-1$, $(-1)^n=1$, $(-1)^{m+n}=-1$

$$\therefore (\text{주어진 식})=\frac{(-1)\times(7x+5)-1\times(3x-7)}{-2}$$
$$=\frac{-7x-5-3x+7}{-2}$$
$$=\frac{-10x+2}{-2}=5x-1$$

(iv) m, n이 모두 홀수일 때, $m+n$은 짝수이므로

$(-1)^m=-1$, $(-1)^n=-1$, $(-1)^{m+n}=1$

$$\therefore (\text{주어진 식})=\frac{(-1)\times(7x+5)-(-1)(3x-7)}{2}$$
$$=\frac{-7x-5+3x-7}{2}$$
$$=\frac{-4x-12}{2}=-2x-6$$

(i)~(iv)에서 주어진 식을 간단히 한 결과로 나올 수 없는 것은 ①이다.

05 Action 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리 자연수는 $100a+10b+c$이다.

$A=100a+10b+c$($a\neq b\neq c$이고 a, b, c는 9 이하의 자연수)라 하면

$B=100a+10c+b$

이때 $B-A=36$에서

$100a+10c+b-(100a+10b+c)=36$

$9c-9b=36 \quad \therefore c-b=4$

$c-b=4$를 만족시키는 b, c의 값을 (b, c)로 나타내면

$(1, 5)$, $(2, 6)$, $(3, 7)$, $(4, 8)$, $(5, 9)$이다.

(b, c)의 각 경우에 a가 될 수 있는 숫자는 9개의 숫자 중 b, c를 제외한 7개이므로 만들 수 있는 세 자리 자연수 A의 개수는

$7\times5=35$

06 Action 단계에 따른 굵은 선의 길이의 합의 규칙성을 찾는다.

(1) 각 단계의 굵은 선의 길이의 합을 구하면 다음과 같다.

1단계 : 1×2

2단계 : $1\times2+2\times2=2\times3$

3단계 : $1\times2+2\times2+3\times2=2\times3+3\times2=3\times4$

4단계 : $1\times2+2\times2+3\times2+4\times2=3\times4+4\times2$
$=4\times5$

⋮

따라서 n단계의 굵은 선의 길이의 합은 $n(n+1)$

(2) $n(n+1)$에 $n=11$을 대입하면 $11\times12=132<150$

$n(n+1)$에 $n=12$를 대입하면 $12\times13=156>150$

따라서 굵은 선의 길이의 합이 처음으로 150보다 길어지는 것은 12단계부터이다.

2. 일차방정식의 풀이

최고 수준 입문하기

P 68– P 70

01 ⑤	02 ㉠, ㉢, ㉣	03 2	04 ④
05 ⑤	06 (가) 3 (나) 3 (다) 2 (라) 2		07 ④, ⑤
08 ⑤	09 3	10 -8	11 4개
12 3	13 $x=3$	14 7	15 $x=\frac{1}{2}$
16 10	17 $x=4$	18 -15	
19 2, 4, 6, 8, 10		20 $-\frac{2}{3}$	21 -12

01 Action [ ] 안의 수를 방정식에 대입하여 참이 되는 것을 찾는다.

주어진 방정식에 [ ] 안의 수를 각각 대입하면

① $3-2\times2\neq7$

② $6-3\times(-2)\neq3\times(-2)-6$

③ $2\times(-1+5)-6\neq3$

④ $\frac{1}{4}\times(-3+1)+5\neq-3+3$

⑤ $\frac{4-1}{3}=\frac{4}{2}-1$

따라서 [ ] 안의 수가 방정식의 해인 것은 ⑤이다.

02 Action x의 값에 관계없이 항상 참인 등식은 항등식이다.

㉠ (우변)$=2x+5-x=x+5$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

㉡ (우변)$=3(2-x)=6-3x$

즉 (좌변)≠(우변)이므로 항등식이 아니다.

㉢ (우변)$=(4x-3)+(5x+6)=9x+3$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

㉣ (좌변)$=2(4+x)-3$

$=8+2x-3=2x+5$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

㉤ (좌변)$=7-3(x+1)$

$=7-3x-3=-3x+4$

즉 (좌변)≠(우변)이므로 항등식이 아니다.

따라서 x의 값에 관계없이 항상 참인 등식, 즉 항등식은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

Lecture

항등식에 대한 다양한 표현

등식 $ax+b=0$이 x에 대한 항등식이다.

➡ $ax+b=0$의 x에 어떤 수를 대입하여도 항상 등식이 성립한다.

➡ 모든 수 x에 대하여 등식 $ax+b=0$이 성립한다.

➡ x의 값에 관계없이 항상 등식 $ax+b=0$이 성립한다.

03 Action 등식의 양변을 각각 정리한 후 양변이 같아지게 되는 조건을 생각한다.

$4(x-1)+3=2x-ax+b$에서

$4x-4+3=2x-ax+b$

$4x-1=(2-a)x+b$

위의 등식의 x에 어떤 수를 대입하여도 항상 등식이 성립하므로 x에 대한 항등식이다.

따라서 $4=2-a$, $-1=b$이므로 $a=-2$, $b=-1$

$\therefore ab=-2\times(-1)=2$

Lecture

항등식이 되기 위한 조건

(1) $ax+b=0$이 x에 대한 항등식이면

$a=0, b=0$

(2) $ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식이면

$a=c, b=d$

04 Action 등식의 성질을 이용하여 식을 변형해 본다.

① $5-x=5-y$의 양변에서 5를 빼면

$-x=-y$

양변에 -1을 곱하면 $x=y$

② $a+1=b+1$의 양변에 -1을 곱하면

$-a-1=-b-1$

양변에 4를 더하면 $3-a=3-b$

③ $a=-b$의 양변에 4를 더하면

$a+4=-b+4$, 즉 $a+4=4-b$

④ $a=1, b=-1, c=0$일 때

$ac=bc$이지만 $a+6\neq b+6$이다.

⑤ $x=2y$의 양변에서 2를 빼면

$x-2=2y-2$, 즉 $x-2=2(y-1)$

05 Action 등식의 성질을 이용하여 각각의 식을 만들 수 있는지 확인한다.

$a-3=b+2$에서

① 양변에 c를 곱하면 $ac-3c=bc+2c$

양변에 $3c$를 더하면 $ac=bc+5c$

양변에서 bc를 빼면 $ac-bc=5c$

② 양변에 5를 더하면 $a+2=b+7$

③ 양변에 3을 더하면 $a=b+5$

④ 양변에 -1을 곱하면 $-a+3=-b-2$

양변에서 6을 빼면 $-a-3=-b-8$

⑤ 양변에 1을 더하면 $a-2=b+3$

양변을 $c\,(c\neq0)$로 나누면 $\frac{a-2}{c}=\frac{b+3}{c}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

06 Action 등식의 성질을 이용하여 주어진 일차방정식을 $x=$(수)의 꼴로 변형한다.

$5x-3=1+3x$의 양변에 3을 더하면

$5x-3+\boxed{3}=1+3x+\boxed{3}$

$5x=3x+4$

위의 등식의 양변에서 $3x$를 빼면

$5x-\boxed{3}x=3x+4-\boxed{3}x$

$2x=4$

위의 등식의 양변을 2로 나누면

$\frac{2x}{\boxed{2}}=\frac{4}{\boxed{2}}$

$\therefore x=\boxed{2}$

따라서 ㈎ 3, ㈏ 3, ㈐ 2, ㈑ 2이다.

07 Action x에 대한 일차방정식 ➡ $ax+b=0\ (a\neq0)$의 꼴

① $x^2+5=x(x-3)$에서 $x^2+5=x^2-3x$

$3x+5=0$ ➡ 일차방정식

② $7x-4=5x-1$에서 $2x-3=0$ ➡ 일차방정식

③ $2x-3=3(x+1)$에서 $2x-3=3x+3$

$-x-6=0$ ➡ 일차방정식

④ $3(2x-1)=6x-3$에서 $6x-3=6x-3$ ➡ 항등식

⑤ 분모에 미지수가 있으므로 일차방정식이 아니다.

따라서 일차방정식이 아닌 것은 ④, ⑤이다.

08 Action 각 일차방정식의 해를 구해 본다.

① $2x-1=3$에서

$2x=4 \quad \therefore x=2$

② $x-6=-x-2$에서

$2x=4 \quad \therefore x=2$

③ $3(x+1)=4x+1$에서

$3x+3=4x+1$

$-x=-2 \quad \therefore x=2$

④ $2(x+4)=5(4-x)+x$에서

$2x+8=20-5x+x$

$6x=12 \quad \therefore x=2$

⑤ $3(1-x)=-4(x-2)$에서

$3-3x=-4x+8 \quad \therefore x=5$

따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

09 Action 주어진 일차방정식에 $x=4$를 대입한다.

$5(x-a)+2=2(x+1)-a$에 $x=4$를 대입하면

$5(4-a)+2=2\times5-a$

$20-5a+2=10-a$

$-4a=-12 \quad \therefore a=3$

10 Action 먼저 k가 없는 방정식의 해를 구한다.

$4x+8=3(x+2)$에서

$4x+8=3x+6$

$\therefore x=-2$ …… 40 %

$2(x-k)+3(2x+2)=6$에 $x=-2$를 대입하면

$2(-2-k)+3\times(-2)=6$

$-4-2k-6=6,\ -2k=16$

$\therefore k=-8$ …… 60 %

11 Action 방정식의 해를 a의 식으로 나타낸다.

$2x-(3x+a)=-5$에서

$2x-3x-a=-5$

$-x=a-5 \quad \therefore x=5-a$

따라서 $5-a$가 자연수가 되도록 하는 자연수 a는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

12 Action 계수가 소수인 경우 10, 100, 1000, … 중 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 만든다.

$4(x+2)=-2x-1$에서

$4x+8=-2x-1$

$6x=-9 \quad \therefore x=-\frac{3}{2}$, 즉 $a=-\frac{3}{2}$ …… 40 %

$0.4(x+4)=-0.2(x-2)$의 양변에 10을 곱하면

$4(x+4)=-2(x-2)$

$4x+16=-2x+4$

$6x=-12 \quad \therefore x=-2$, 즉, $b=-2$ …… 40 %

$\therefore ab=-\frac{3}{2}\times(-2)=3$ …… 20 %

13 Action 양변에 분모 3, 6, 2의 최소공배수를 곱한다.

$\frac{1-x}{3}+2=\frac{5x-4}{6}-\frac{1}{2}$의 양변에 6을 곱하면

$2(1-x)+12=(5x-4)-3$

$2-2x+12=5x-7,\ -7x=-21$

$\therefore x=3$

14 Action 주어진 일차방정식에 $x=5$를 대입한다.

$\frac{3x-a}{4}=1-\frac{a-2x}{3}$에 $x=5$를 대입하면

$\frac{15-a}{4}=1-\frac{a-10}{3}$

양변에 12를 곱하면

$3(15-a)=12-4(a-10)$

$45-3a=12-4a+40 \quad \therefore a=7$

15 Action 계수에 분수와 소수가 섞여 있을 때에는 소수를 분수로 바꾸어 계산한다.

$\frac{x-3}{2}-0.4(2x-5)=\frac{3}{5}-0.5x$에서

$\frac{x-3}{2}-\frac{2}{5}(2x-5)=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}x$

양변에 10을 곱하면

$5(x-3)-4(2x-5)=6-5x$

$5x-15-8x+20=6-5x$

$2x=1 \qquad \therefore x=\frac{1}{2}$

16 Action $a:b=c:d$이면 $ad=bc$이다.

$\frac{1}{4}(x-1):3=(0.1x+2):4$에서

$4\times\frac{1}{4}(x-1)=3(0.1x+2),\ x-1=0.3x+6$

양변에 10을 곱하면

$10x-10=3x+60,\ 7x=70 \qquad \therefore x=10$

17 Action 먼저 $a(x-1)=4$에 $x=-1$을 대입하여 a의 값을 구한다.

$a(x-1)=4$에 $x=-1$을 대입하면

$-2a=4 \qquad \therefore a=-2$ …… 30 %

$0.2(x+a)-0.01=0.14x-0.17$에 $a=-2$를 대입하면

$0.2(x-2)-0.01=0.14x-0.17$ …… 30 %

양변에 100을 곱하면

$20(x-2)-1=14x-17,\ 20x-41=14x-17$

$6x=24 \qquad \therefore x=4$ …… 40 %

18 Action 먼저 a가 포함되지 않은 비례식을 만족시키는 x의 값을 구한다.

$(x+3):4=-(x-2):6$에서

$6(x+3)=-4(x-2)$

$6x+18=-4x+8,\ 10x=-10 \qquad \therefore x=-1$

$\frac{x-1}{2}-3=\frac{x+a}{4}$에 $x=-1$을 대입하면

$\frac{-1-1}{2}-3=\frac{-1+a}{4},\ -4=\frac{a-1}{4}$

양변에 4를 곱하면

$-16=a-1 \qquad \therefore a=-15$

19 Action 방정식의 해를 a의 식으로 나타낸 후, 해가 음의 정수가 되도록 하는 자연수 a의 값을 구한다.

$-2x+\frac{1}{3}(4x+a)=4$의 양변에 3을 곱하면

$-6x+4x+a=12,\ -2x=12-a$

$\therefore x=-\frac{12-a}{2}$

$-\frac{12-a}{2}$가 음의 정수가 되려면 $12-a$는 2의 배수이어야 한다.

따라서 구하는 자연수 a의 값은 2, 4, 6, 8, 10이다.

20 Action x에 대한 방정식 $Ax=B$의 해가 없으려면 $A=0,\ B\neq0$이어야 한다.

$1-5ax=(a+4)x$에서 $(6a+4)x=1$

이 방정식의 해가 없으므로

$6a+4=0,\ 6a=-4 \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$

21 Action x에 대한 방정식 $Ax=B$의 해가 무수히 많으려면 $A=0,\ B=0$이어야 한다.

$(4+a)x+3=b$에서 $(4+a)x=b-3$

이 방정식의 해가 무수히 많으므로

$4+a=0,\ b-3=0 \qquad \therefore a=-4,\ b=3$

$\therefore ab=-4\times3=-12$

최고 수준 완성하기

P 71 – P 73

01 $x-24$	02 -27	03 ⑤	04 $a=0,\ b\neq3$
05 $\frac{1}{5}$	06 -9	07 $-\frac{5}{3}$	08 $\frac{15}{2}$
09 4	10 -9	11 $x=1$	

01 Action x의 값에 관계없이 항상 참이 되는 등식은 항등식이다.

$-3x+8=2\{-(x+3)-5\}-A$에서

$-3x+8=2(-x-3-5)-A$

$-3x+8=2(-x-8)-A$

$-3x+8=-2x-16-A$

이때 A는 x에 대한 일차식이므로

$A=ax+b(a\neq0,\ a,\ b$는 상수)라 하면

$-3x+8=-2x-16-(ax+b)$

$-3x+8=-2x-16-ax-b$

$-3x+8=(-2-a)x+(-16-b)$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$-3=-2-a,\ 8=-16-b$

$\therefore a=1,\ b=-24$

따라서 x에 대한 일차식 A는 $x-24$이다.

02 Action k의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식은 k에 대한 항등식임을 이용한다.

$3kx+2b=ak-4x+1$에 $x=-2$를 대입하면

$-6k+2b=ak+8+1$

$\therefore -6k+2b=ak+9$ …… 30 %

이때 이 등식이 k에 대한 항등식이므로

$-6=a,\ 2b=9 \qquad \therefore a=-6,\ b=\frac{9}{2}$ …… 50 %

$\therefore ab=-6\times\frac{9}{2}=-27$ …… 20 %

03 Action 세 문자 a, b, c를 사용하여 접시저울 ㈎, ㈏에 알맞은 등식을 세운다.

㈎에서 $a+2b=2a+c$ (④)

㈏에서 $3a+c=3b$ (③)

① $3a+c=3b$의 양변에서 $3a$를 빼면 $c=3b-3a$이므로

$a+2b=2a+c$에 $c=3b-3a$를 대입하면

$a+2b=2a+(3b-3a)$

$-b=-2a \qquad \therefore b=2a$

② $a+2b=2a+c$의 양변에서 a를 빼면

$2b=a+c$

⑤ ①에서 $b=2a$이고

②에서 $2b=a+c$의 양변에서 a를 빼면

$c=2b-a$이므로

$b+c=2a+(2b-a) \qquad \therefore b+c=a+2b$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04 Action $Ax^2+Bx+C=0$이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $A=0$, $B\neq0$이어야 한다.

$ax^2+3x-ax-4=bx+5$에서

$ax^2+(3-a-b)x-9=0$

이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a=0$, $3-a-b\neq0$이어야 한다.

$\therefore a=0,\ b\neq3$

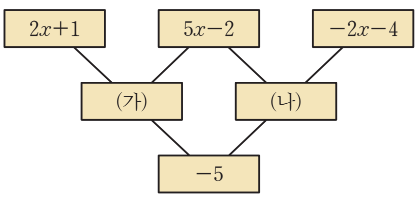
Lecture

일차방정식이 되는 조건

(1) $ax+b=0$이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $a\neq0$

(2) $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $a=0,\ b\neq0$

05 Action 먼저 빈칸에 들어갈 알맞은 식을 구한다.



㈎$=(2x+1)+(5x-2)=7x-1$

㈏$=(5x-2)+(-2x-4)=3x-6$

㈎$+$㈏$=-5$이므로

$(7x-1)+(3x-6)=-5$

$10x-7=-5,\ 10x=2 \qquad \therefore x=\frac{1}{5}$

06 Action 먼저 주어진 방정식에 $x=-2$를 대입하여 a의 값을 구한다.

$3x-2(9-ax)=0$에 $x=-2$를 대입하면

$-6-2(9+2a)=0$

$-6-18-4a=0,\ -4a=24$

$\therefore a=-6$

한편 0을 b로 잘못 보고 풀었다고 하면

$3x-2(9+6x)=b$

이 일차방정식의 해가 $x=-1$이므로

$-3-2\times(9-6)=b \qquad \therefore b=-9$

따라서 지현이는 0을 -9로 잘못 보고 풀었다.

07 Action 먼저 각 일차방정식의 해를 a의 식으로 나타낸다.

$\frac{x-a}{2}-x=1$의 양변에 2를 곱하면

$x-a-2x=2 \qquad \therefore x=-a-2$

$2x+3a=-(4+x)$에서

$2x+3a=-4-x,\ 3x=-3a-4$

$\therefore x=-a-\frac{4}{3}$

이때 두 일차방정식의 해가 절댓값은 같고 부호는 서로 다르므로

$-a-2=-\left(-a-\frac{4}{3}\right)$, 즉 $-a-2=a+\frac{4}{3}$

$-2a=\frac{10}{3} \qquad \therefore a=-\frac{5}{3}$

08 Action a가 포함되지 않은 일차방정식의 해를 먼저 구한다.

$4-1.2x=0.3x-0.5$의 양변에 10을 곱하면

$40-12x=3x-5$

$-15x=-45 \qquad \therefore x=3$ …… 30 %

따라서 x에 대한 일차방정식 $\frac{a-3x}{3}-\frac{x-2a}{2}=1$의 해는

$x=6$이므로 $\frac{a-18}{3}-\frac{6-2a}{2}=1$ …… 20 %

양변에 6을 곱하면

$2(a-18)-3(6-2a)=6$

$2a-36-18+6a=6$

$8a=60 \qquad \therefore a=\frac{15}{2}$ …… 50 %

09 Action $a:b=c:d$이면 $ad=bc$이다.

$(x-1):6=(3x+2):8$에서

$8(x-1)=6(3x+2)$, $8x-8=18x+12$

$-10x=20 \qquad \therefore x=-2$

따라서 $a=-2$이므로

$a^2-a-2=(-2)^2-(-2)-2$

$\qquad\qquad=4+2-2=4$

10 Action 주어진 일차방정식의 해를 a의 식으로 나타낸다.

$-2(x+1)=\dfrac{a-3}{3}$의 양변에 3을 곱하면

$-6(x+1)=a-3$, $-6x-6=a-3$

$-6x=a+3 \qquad \therefore x=\dfrac{-a-3}{6}$

$\dfrac{-a-3}{6}$이 자연수가 되려면 $-a-3$이 6의 배수이어야 하므로 $-a-3=6, 12, 18, \cdots$

$\therefore a=-9, -15, -21, \cdots$

따라서 가장 큰 정수 a의 값은 -9이다.

11 Action x에 대한 방정식 $Ax=B$의 해가 무수히 많으려면 $A=0$, $B=0$이어야 한다.

$ax-8=(5-b)x-4b$에서

$(a+b-5)x=-4b+8$

이 방정식의 해가 무수히 많으므로

$a+b-5=0$, $-4b+8=0$

$\therefore a=3, b=2$

따라서 $3x-\dfrac{x+2}{3}=2$에서 양변에 3을 곱하면

$9x-(x+2)=6$

$9x-x-2=6$, $8x=8 \qquad \therefore x=1$

최고수준 뛰어넘기

P 74- P 75

01 ㉠, ㉡, ㉢ 02 $x=-\dfrac{1}{2}$ 03 $x=2$ 04 8

05 2 06 $\dfrac{7}{2}$

01 Action 접시저울이 평형을 이루면 (왼쪽 접시의 무게)=(오른쪽 접시의 무게)임을 이용하여 등식을 세운다.

★$=a$, ●$=b$, ◆$=c$, ■$=d$라 하면

[그림 1]에서 $c=a+b$ …… ㈎

[그림 2]에서 $b+d=2c$ …… ㈏

[그림 3]에서 $a+d=b+c$ …… ㈐

㈏에 ㈎를 대입하면 $b+d=2(a+b)$

즉 $b+d=2a+2b$의 양변에서 b를 빼면

$d=2a+b$ (㉡)

㈎의 양변에 a를 더하면 $a+c=2a+b=d$ (㉢)

㈐에 ㈎를 대입하면 $a+d=b+(a+b)$

즉 $a+d=a+2b$의 양변에서 a를 빼면

$d=2b$ (㉠)

따라서 [그림 4]의 오른쪽 접시에 올려놓을 수 있는 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

Lecture

㉠, ㉢에서 $a+c=2b$

$a+c=2b$에 ㈎를 대입하면 $2a+b=2b \qquad \therefore 2a=b$

$2a=b$의 양변에 2를 곱하면 $4a=2b=d$, 즉 $3a\neq d$

따라서 [그림 4]의 오른쪽 접시에 ㉣은 올려놓을 수 없다.

02 Action $\dfrac{1}{x}=A$로 놓고 푼다.

$\dfrac{1}{x}=A$라 하면 주어진 방정식은

$1+4A-\dfrac{7}{3}A-\dfrac{5}{4}A=\dfrac{1}{6}$

양변에 12를 곱하면

$12+48A-28A-15A=2$

$5A=-10 \qquad \therefore A=-2$

따라서 $\dfrac{1}{x}=-2$이므로 $x=-\dfrac{1}{2}$

03 Action $\dfrac{a}{3}=\dfrac{b}{5}=\dfrac{c}{2}=k(k\neq 0)$로 놓고 a, b, c를 k를 사용하여 각각 나타낸다.

$\dfrac{a}{3}=\dfrac{b}{5}=\dfrac{c}{2}=k(k\neq 0)$라 하면

$a=3k$, $b=5k$, $c=2k$

$(-a+b+c)(x+1)-(4a-2b+5c)=0$에

$a=3k$, $b=5k$, $c=2k$를 각각 대입하면

$(-3k+5k+2k)(x+1)-(12k-10k+10k)=0$

$4k(x+1)-12k=0$, $4kx=8k \qquad \therefore x=2$

04 Action 절댓값 기호가 있는 방정식은 x의 값의 범위를 나누어 푼다.

(i) $x<0$일 때

$x+1=-x-(x-4)$

$x+1=-2x+4$, $3x=3 \qquad \therefore x=1$

이때 $x<0$을 만족시키는 x의 값은 없다.

(ii) $0\leq x<4$일 때

$x+1=x-(x-4)$

$x+1=4 \qquad \therefore x=3$

(iii) $x \geq 4$일 때

$x+1=x+x-4$

$x+1=2x-4,\ -x=-5 \qquad \therefore x=5$

(ⅰ)~(iii)에 의하여 주어진 방정식을 만족시키는 x의 값은 3, 5이므로 그 합은 $3+5=8$

Lecture

절댓값 기호가 있는 방정식의 풀이

절댓값 기호가 있는 방정식은 x의 값의 범위를 나누어 푼다.

$|x|=\begin{cases} x\ (x \geq 0) \\ -x\ (x<0) \end{cases},\ |x-4|=\begin{cases} x-4 & (x \geq 4) \\ -(x-4) & (x<4) \end{cases}$이므로

(ⅰ) $x<0$일 때

$|x|=-x,\ |x-4|=-(x-4)$

(ⅱ) $0 \leq x<4$일 때

$|x|=x,\ |x-4|=-(x-4)$

(iii) $x \geq 4$일 때

$|x|=x,\ |x-4|=x-4$

05 **Action** 등식 $4a-2b=6a+2b$를 변형하여 a를 b의 식으로 나타낸 후 $\frac{3a-b}{a+b}$에 대입한다.

$4a-2b=6a+2b$에서 $-2a=4b$

$\therefore a=-2b$

$\frac{3a-b}{a+b}$에 $a=-2b$를 대입하면

$\frac{3a-b}{a+b}=\frac{-6b-b}{-2b+b}=\frac{-7b}{-b}=7$

따라서 주어진 일차방정식의 해가 $x=7$이므로

$3+m\times(7-2)=-1+2\times7$

$3+5m=13,\ 5m=10 \qquad \therefore m=2$

06 **Action** 선분 PA의 길이와 선분 AQ의 길이를 x의 식으로 나타낸다.

(선분 PA의 길이)$=2-x$

(선분 AQ의 길이)$=(2x+3)-2=2x+1$

이때 선분 PA의 길이와 선분 AQ의 길이의 비가 3 : 4이므로

$(2-x):(2x+1)=3:4$

$4(2-x)=3(2x+1),\ 8-4x=6x+3$

$-10x=-5 \qquad \therefore x=\frac{1}{2}$

$\therefore$ (선분 PQ의 길이)$=(2x+3)-x=x+3$

$=\frac{1}{2}+3=\frac{7}{2}$

Lecture

수직선 위의 두 점 사이의 거리

수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 수가 각각 $x, y\ (x<y)$이면

(선분 PQ의 길이)$=y-x$

3. 일차방정식의 활용

최고 수준 입문하기

P 77 ~ P 80

01 31	**02** 24	**03** 16세	**04** 39 cm
05 3	**06** 12개	**07** 13개	**08** 37명
09 16000원	**10** 4	**11** 336명	**12** 25명
13 120쪽	**14** 15마리	**15** 320 m^2	**16** 60 km
17 540 km	**18** 20분 후	**19** 800 m	**20** 500 m
21 3시간	**22** 10일	**23** 7시 $38\frac{2}{11}$분	
24 5시 $10\frac{10}{11}$분			

01 **Action** 연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$로 놓는다.

연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)=87$

$3x=87 \qquad \therefore x=29$

따라서 세 홀수는 27, 29, 31이므로 가장 큰 수는 31이다.

Lecture

연속하는 수에 대한 문제

연속하는 수에 대한 문제에서 미지수를 다음과 같이 놓고 방정식을 세우면 편리하다.

(1) 연속하는 세 정수

➡ $x-1,\ x,\ x+1$ 또는 $x,\ x+1,\ x+2$

(2) 연속하는 세 홀수 (짝수)

➡ $x-2,\ x,\ x+2$ 또는 $x,\ x+2,\ x+4$

(3) 연속하는 세 개의 2의 배수

➡ $2(x-1),\ 2x,\ 2(x+1)$ 또는 $2x,\ 2(x+1),\ 2(x+2)$

(4) 연속하는 세 개의 3의 배수

➡ $3(x-1),\ 3x,\ 3(x+1)$ 또는 $3x,\ 3(x+1),\ 3(x+2)$

02 **Action** 십의 자리의 숫자를 x로 놓는다.

십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $x+2$이므로

$10x+(x+2)=4\{x+(x+2)\}$

$11x+2=8x+8,\ 3x=6$

$\therefore x=2$

따라서 십의 자리의 숫자는 2이고, 일의 자리의 숫자는 $2+2=4$이므로 구하는 자연수는 24이다.

Lecture

자연수를 문자를 사용한 식으로 나타내기

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수는 $10a+b$이다.

또 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리 자연수는 $100a+10b+c$이다.

이때 ab, abc와 같이 나타내지 않도록 주의한다.

03 Action 현재 딸의 나이를 x세라 하면 아버지의 나이는 $(65-x)$세이다.

현재 딸의 나이를 x세라 하면 아버지의 나이는 $(65-x)$세이므로 …… 20 %

$(65-x)+10=2(x+10)+7$ …… 30 %

$75-x=2x+27$, $-3x=-48$

$\therefore x=16$

따라서 현재 딸의 나이는 16세이다. …… 50 %

04 Action (직사각형의 둘레의 길이)
$=2\times\{$(가로의 길이)$+$(세로의 길이)$\}$

직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $3x$ cm이므로

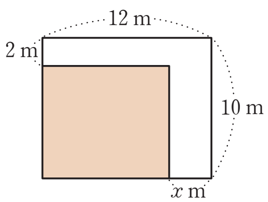
$2(3x+x)=104$

$8x=104$ $\quad\therefore x=13$

따라서 가로의 길이는

$3\times13=39$ (cm)

05 Action (도로를 제외한 땅의 넓이)$=$(처음 땅의 넓이)$\times\frac{60}{100}$



오른쪽 그림과 같이 직선 도로를 가장자리로 이동시키면 직선 도로를 제외한 땅은 가로의 길이가 $(12-x)$ m, 세로의 길이가 8 m인 직사각형 모양이므로

$(12-x)\times8=(12\times10)\times\frac{60}{100}$

$96-8x=72$, $-8x=-24$

$\therefore x=3$

06 Action 정사각형을 하나씩 겹쳐 놓을 때마다 직사각형의 가로의 길이는 $11-1=10$ (cm)만큼 늘어나고, 세로의 길이는 그대로이다.

정사각형을 하나씩 겹쳐 놓을 때마다 직사각형의 가로의 길이는 $11-1=10$ (cm)만큼 늘어난다.

정사각형을 x개 겹쳐 놓았을 때, 만들어지는 직사각형의 가로의 길이는

$11+10\times(x-1)=10x+1$ (cm)

이때 세로의 길이는 11 cm이므로

$2\times\{(10x+1)+11\}=264$

$20x+24=264$, $20x=240$

$\therefore x=12$

따라서 겹쳐 놓은 정사각형은 12개이다.

07 Action 한 의자에 6명씩 앉을 때와 7명씩 앉을 때의 전체 학생 수는 같음을 이용하여 방정식을 세운다.

긴 의자가 x개라 하면

6명씩 앉을 때의 학생 수는

$(6x+2)$명 …… ㉠

7명씩 앉을 때의 학생 수는

$\{7(x-2)+3\}$명 …… ㉡

㉠$=$㉡이므로

$6x+2=7(x-2)+3$

$6x+2=7x-11$, $-x=-13$

$\therefore x=13$

따라서 긴 의자는 모두 13개이다.

08 Action 5명씩 세운 줄의 수를 x줄로 놓는다.

5명씩 세운 줄의 수를 x줄이라 하면

$5x+2=6(x-1)+1$

$5x+2=6x-5$, $-x=-7$

$\therefore x=7$

따라서 학생 수는

$5\times7+2=37$(명)

09 Action x원에 a %의 이익을 붙인 가격 ➡ $\left(x+x\times\frac{a}{100}\right)$원

상품의 원가를 x원이라 하면

(정가)$=x+x\times\frac{20}{100}=\frac{6}{5}x$(원)

(판매 가격)$=\frac{6}{5}x-800$(원)

(이익)$=x\times\frac{15}{100}=\frac{3}{20}x$(원)

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\left(\frac{6}{5}x-800\right)-x=\frac{3}{20}x$

양변에 20을 곱하면

$24x-16000-20x=3x$ $\quad\therefore x=16000$

따라서 상품의 원가는 16000원이다.

Lecture

원가와 정가

원가는 상품을 만드는 데 드는 가격이고 정가는 원가에 이익을 붙여 정한 가격이다.

(1) 원가가 x원인 물건에 a %의 이익을 붙인 정가
➡ (정가)$=$(원가)$+$(이익)
$=\left(x+x\times\frac{a}{100}\right)$원

(2) 정가가 x원인 물건을 a % 할인한 판매 가격
➡ (판매 가격)$=$(정가)$-$(할인 금액)
$=\left(x-x\times\frac{a}{100}\right)$원

(3) (이익)$=$(판매 가격)$-$(원가)

10 Action x원을 a % 할인한 가격 ➡ $\left(x-x\times\frac{a}{100}\right)$원

(정가)$=4000+4000\times\frac{25}{100}=5000$(원)

(판매 가격)$=5000-5000\times\frac{x}{100}$

$=5000-50x$(원)

(이익)$=4000\times\frac{20}{100}=800$(원) …… 60 %

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$(5000-50x)-4000=800$ …… 20 %

$-50x=-200$ $\quad\therefore x=4$ …… 20 %

11 Action x가 a % 증가 ➡ $x+x\times\frac{a}{100}$

x가 a % 감소 ➡ $x-x\times\frac{a}{100}$

작년의 남학생 수를 x명이라 하면 작년의 여학생 수는 $(670-x)$명이므로

$\frac{5}{100}x-\frac{4}{100}(670-x)=2$

양변에 100을 곱하면

$5x-2680+4x=200$

$9x=2880$ $\quad\therefore x=320$

따라서 올해의 남학생 수는

$320+320\times\frac{5}{100}=320+16=336$(명)

12 Action 작년에 가입한 여학생 수를 x명으로 놓는다.

작년에 가입한 여학생 수를 x명이라 하면

$-10+\frac{25}{100}x=-\frac{10}{100}\times50$

양변에 100을 곱하면

$-1000+25x=-500$

$25x=500$ $\quad\therefore x=20$

따라서 올해에 가입한 여학생 수는

$20+20\times\frac{25}{100}=20+5=25$(명)

13 Action 전체 쪽수를 x쪽으로 놓는다.

책의 전체 쪽수를 x쪽이라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x+26+\frac{1}{5}x=x$

양변에 60을 곱하면

$20x+15x+1560+12x=60x$

$-13x=-1560$ $\quad\therefore x=120$

따라서 책의 전체 쪽수는 120쪽이다.

14 Action 벌의 총 마리 수는 각각의 꽃으로 날아간 벌의 수의 합에 1을 더한 값과 같다.

벌이 모두 x마리라 하면

$\frac{1}{5}x+\frac{1}{3}x+3\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}x\right)+1=x$

$\frac{1}{5}x+\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}x+1=x$

양변에 15를 곱하면

$3x+5x+6x+15=15x$

$-x=-15$ $\quad\therefore x=15$

따라서 벌은 모두 15마리이다.

15 Action 전체 땅의 넓이를 $x\ \mathrm{m}^2$로 놓는다.

전체 땅의 넓이를 $x\ \mathrm{m}^2$라 하면 기부한 땅의 넓이는 $\frac{1}{2}x\ \mathrm{m}^2$,

자녀 여섯 명에게 나누어 준 땅의 넓이도 $\frac{1}{2}x\ \mathrm{m}^2$이므로

$\frac{1}{4}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{16}x+\frac{1}{32}x+\frac{1}{64}x+10=\frac{1}{2}x$

양변에 64를 곱하면

$16x+8x+4x+2x+x+640=32x$

$-x=-640$

$\therefore x=640$

따라서 전체 땅의 넓이가 $640\ \mathrm{m}^2$이므로 A씨가 기부한 땅의 넓이는

$\frac{1}{2}\times640=320\ (\mathrm{m}^2)$

16 Action (시속 60 km로 갈 때 걸린 시간)$+$(시속 80 km로 갈 때 걸린 시간)$=$(2시간 30분)

시속 60 km로 간 거리를 x km라 하면

시속 80 km로 간 거리는 $(180-x)$ km이고,

2시간 30분은 $2\frac{30}{60}=\frac{5}{2}$(시간)이므로

$\frac{x}{60}+\frac{180-x}{80}=\frac{5}{2}$

양변에 240을 곱하면

$4x+3(180-x)=600$

$4x+540-3x=600$

$\therefore x=60$

따라서 시속 60 km로 간 거리는 60 km이다.

17 Action (돌아올 때 걸린 시간)$-$(갈 때 걸린 시간)$=$(36분)

두 도시 A, B 사이의 거리를 x km라 하면

갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{100}$시간이고,

돌아올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{90}$시간이므로

$\frac{x}{90}-\frac{x}{100}=\frac{36}{60}$

양변에 900을 곱하면

$10x-9x=540$

$\therefore x=540$

따라서 두 도시 A, B 사이의 거리는 540 km이다.

18

Action 단위를 통일한다. ➡ $1\text{ km}=1000\text{ m}$

윤기와 소현이의 집 사이의 거리는 2.6 km, 즉 2600 m이다. …… 20 %

두 사람이 출발한 지 x분 후에 만난다고 하면

$70x+60x=2600$ …… 50 %

$130x=2600$

$\therefore x=20$

따라서 두 사람은 출발한 지 20분 후에 만난다. …… 30 %

19

Action (형이 이동한 거리)=(동생이 이동한 거리)

형이 집을 출발한 지 x분 후에 동생과 만난다고 하면 동생이 집을 출발하여 형과 만나는 데 걸린 시간은 $(x+6)$분이므로

$80x=50(x+6)$

$80x=50x+300,\ 30x=300$

$\therefore x=10$

따라서 형과 동생은 집으로부터 $80\times10=800$ (m) 떨어진 지점에서 만난다.

20

Action 터널의 길이를 x m로 놓고, 두 기차 A, B의 속력을 x의 식으로 나타낸다.

터널의 길이를 x m라 하면

기차 A의 속력은 초속 $\frac{220+x}{36}$ m

기차 B의 속력은 초속 $\frac{140+x}{32}$ m

두 기차의 속력이 같으므로

$\frac{220+x}{36}=\frac{140+x}{32}$

양변에 288을 곱하면

$8(220+x)=9(140+x)$

$1760+8x=1260+9x,\ -x=-500$

$\therefore x=500$

따라서 터널의 길이는 500 m이다.

Lecture

기차가 터널을 완전히 통과하는 경우

기차의 맨 앞이 터널에 들어가기 시작하여 기차의 맨 끝이 터널을 벗어나야 기차가 터널을 완전히 통과하는 것이므로

(기차가 달린 거리)=(터널의 길이)+(기차의 길이)

21

Action 전체 일의 양을 1로 놓는다.

전체 일의 양을 1이라 하면 지수와 세현이가 한 시간 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$이다. …… 20 %

지수와 세현이가 함께 일한 시간을 x시간이라 하면

$\frac{1}{8}\times3+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)\times x=1$ …… 50 %

$\frac{3}{8}+\frac{5}{24}x=1$

양변에 24를 곱하면

$9+5x=24$

$5x=15 \quad \therefore x=3$

따라서 두 사람이 함께 일한 시간은 3시간이다. …… 30 %

Lecture

일에 대한 문제

일에 대한 문제가 나오면 다음과 같은 순서로 해결한다.

❶ 전체 일의 양을 1로 놓는다.

❷ 각각의 사람이 단위 시간(1일, 1시간 등)에 할 수 있는 일의 양을 구한다.

❸ 문제의 뜻에 맞게 방정식을 세운 후 푼다.

❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

22

Action 전체 일의 양을 1이라 하면 A와 B가 함께 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{20}+\frac{1}{25}$이다.

전체 일의 양을 1이라 하면 A와 B가 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$이다.

이때 A, B가 함께 일한 날을 x일이라 하면

$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{25}\right)\times x+\frac{1}{20}\times2=1$

$\frac{9}{100}x+\frac{1}{10}=1$

양변에 100을 곱하면

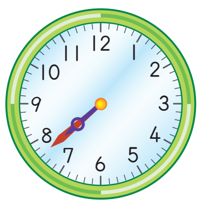
$9x+10=100$

$9x=90 \quad \therefore x=10$

따라서 A, B가 함께 일한 날은 10일이다.

23

Action 1분 동안 시침과 분침이 움직인 각의 크기를 먼저 구한다.



7시와 8시 사이에 시침과 분침이 일치하는 시각을 7시 x분이라 하면 시침은 1분에 $0.5°$씩 움직이고, 분침은 1분에 $6°$씩 움직이므로

$30\times7+0.5x=6x$

양변에 10을 곱하면

$2100+5x=60x$

$-55x=-2100 \qquad \therefore\ x=\frac{420}{11}=38\frac{2}{11}$

따라서 구하는 시각은 7시 $38\frac{2}{11}$분이다.

Lecture

시침과 분침이 움직인 각의 크기

(1) 시침은 12시간 동안 한 바퀴(360°)를 회전하므로

1시간에 $360^\circ \times \frac{1}{12}=30^\circ$씩 움직이고,

1분에 $30^\circ \times \frac{1}{60}=0.5^\circ$씩 움직인다.

(2) 분침은 1시간 동안 한 바퀴(360°)를 회전하므로

1분에 $360^\circ \times \frac{1}{60}=6^\circ$씩 움직인다.

24 Action 시침은 1분에 0.5°씩 움직이고, 분침은 1분에 6°씩 움직인다.

5시 x분에 시침과 분침이 처음으로 직각을 이룬다고 하면

시침이 분침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 90°만큼 더 움직였으므로

$(30\times5+0.5x)-6x=90$

양변에 10을 곱하면

$1500+5x-60x=900$

$-55x=-600 \qquad \therefore\ x=\frac{120}{11}=10\frac{10}{11}$

따라서 5시와 6시 사이에 시계의 시침과 분침이 처음으로 직각을 이루는 시각은 5시 $10\frac{10}{11}$분이다.

최고 수준 완성하기

P 81– P 83

01 99	02 26일	03 8000 kg	04 162 cm^2
05 300명	06 54모	07 6 km	08 4회
09 140 m	10 ①	11 $\frac{12}{5}$시간 (또는 2시간 24분)	
12 $43\frac{7}{11}$분			

01 Action 연속하는 n개의 홀수 중 가장 작은 수를 x로 놓고 34개의 홀수를 나열하면 $x,\ x+2\times1,\ x+2\times2,\ \cdots,\ x+2\times(n-1)$

연속하는 34개의 홀수 중 가장 작은 수를 x라 하면 가장 큰 수는 $x+2\times33=x+66$이다.

이때 가장 큰 수와 가장 작은 수의 비가 3 : 1이므로

$(x+66):x=3:1$

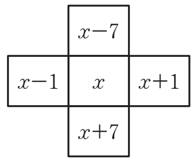
$x+66=3x,\ -2x=-66$

$\therefore\ x=33$

따라서 가장 큰 홀수는

$33+66=99$

02 Action x일의 일주일 후는 $(x+7)$일이다.



모양 안의 날짜 중 한가운데에 있는 날짜를 x일이라 하면 나머지 날짜는 $(x-7)$일, $(x-1)$일, $(x+1)$일, $(x+7)$일이므로

$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)=95$

$5x=95 \qquad \therefore\ x=19$

따라서 가장 마지막 날의 날짜는

$19+7=26$(일)

03 Action A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게의 비가 5 : 4이면 각 트럭에 실린 짐의 무게를 $5x$ kg, $4x$ kg$(x>0)$으로 놓을 수 있다.

처음 A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게의 비가 5 : 4이므로 A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게를 각각 $5x$ kg, $4x$ kg이라 하자. (단, $x>0$)

A 트럭에서 B 트럭으로 800 kg의 짐을 옮기면

A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게는 각각

$(5x-800)$ kg, $(4x+800)$ kg

다시 B 트럭에 실린 짐의 반을 A 트럭으로 옮기면

A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게는 각각

$5x-800+(2x+400)=7x-400$ (kg), $(2x+400)$ kg

이때 A 트럭에 실린 짐의 무게가 B 트럭에 실린 짐의 무게의 3배이므로

$7x-400=3(2x+400)$

$7x-400=6x+1200 \qquad \therefore\ x=1600$

따라서 처음 A 트럭에 실린 짐의 무게는

$5\times1600=8000$ (kg)

04 Action (점 P가 x초 동안 움직인 거리)$=3x$ cm

(점 Q가 x초 동안 움직인 거리)$=4x$ cm

두 점 P, Q가 x초 후에 점 R에서 만난다고 하면

점 P가 움직인 거리는 $3x$ cm, 점 Q가 움직인 거리는 $4x$ cm이고

(점 P가 움직인 거리)+(점 Q가 움직인 거리)

=(직사각형 ABCD의 둘레의 길이)

이므로 $3x+4x=2\times(24+18)$

$7x=84 \qquad \therefore\ x=12$

즉 두 점 P, Q는 12초 후에 점 R에서 만난다.

이때 점 P가 12초 동안 움직인 거리는 $3\times12=36$ (cm)이므로

(선분 BR의 길이)

=(점 P가 움직인 거리)−(선분 AB의 길이)

$=36-18=18$ (cm)

$\therefore$ (삼각형 ABR의 넓이)$=\frac{1}{2}\times18\times18$

$=162\ (cm^2)$

05 Action 남녀 지원자 수를 각각 $3x$명, $2x$명$(x>0)$으로 놓으면 전체 입학 지원자 수는 $3x+2x=5x$(명)이다.

입학 지원자의 남녀의 비가 $3:2$이므로
남자 지원자 수를 $3x$명, 여자 지원자 수를 $2x$명이라 하면
(단, $x>0$) …… 10 %
남자 합격자 수는 $140\times\frac{5}{7}=100$(명),
여자 합격자 수는 $140\times\frac{2}{7}=40$(명)이므로
남자 불합격자 수는 $(3x-100)$명, 여자 불합격자 수는
$(2x-40)$명이다. …… 40 %
이때 불합격자의 남녀의 비가 $1:1$이므로
$3x-100=2x-40$
$\therefore x=60$ …… 30 %
따라서 전체 입학 지원자 수는
$5\times60=300$(명) …… 20 %

06 Action 처음 두부의 양을 x모로 놓고
(세 번째 손님에게 팔고 남은 두부의 양)$=5$(모)
임을 이용하여 방정식을 세운다.

처음에 두부가 x모 있었다고 하면
첫 번째 손님에게 팔고 남은 두부는
$x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{2}x-1$(모)
두 번째 손님에게 팔고 남은 두부는
$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\right)-1=\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}-1=\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$(모)
세 번째 손님에게 팔고 남은 두부는
$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}\right)-1=\frac{1}{8}x-\frac{3}{4}-1=\frac{1}{8}x-\frac{7}{4}$(모)
이때 남은 두부가 5모이므로
$\frac{1}{8}x-\frac{7}{4}=5$
양변에 8을 곱하면
$x-14=40$ $\quad\therefore x=54$
따라서 처음에는 두부가 54모 있었다.

07 Action 두 사람이 영화관에 도착하는 시차는 $15+25=40$(분)이다.

성희네 집에서 영화관까지의 거리를 x km라 하면
민수네 집에서 영화관까지의 거리는 $(x-1)$ km이고
시차는 $15+25=40$(분)이므로
$\frac{x}{6}-\frac{x-1}{15}=\frac{40}{60}$
양변에 60을 곱하면
$10x-4(x-1)=40$
$10x-4x+4=40$
$6x=36$ $\quad\therefore x=6$
따라서 성희네 집에서 영화관까지의 거리는 6 km이다.

08 Action A와 B가 처음으로 만나는 데 걸리는 시간을 먼저 구한다.

출발한 지 x초 후에 A와 B가 처음으로 만난다고 하면
…… 10 %
(트랙의 둘레의 길이)$=$(A가 달린 거리)$-$(B가 달린 거리)
이므로
$400=8x-4x$
$400=4x$ $\quad\therefore x=100$
즉 100초마다 A가 B를 추월하게 된다. …… 50 %
이때 8분은 480초이고 $480=100\times4+80$이므로 8분 동안
A가 B를 추월하는 횟수는 4회이다. …… 40 %

09 Action 터널을 통과할 때 기차가 보이지 않는 동안 기차가 움직인 거리
➡ (터널의 길이)$-$(기차의 길이)

기차의 길이를 x m라 하면
(철교를 통과할 때의 속력)$=$(터널을 통과할 때의 속력)
이므로
$\frac{300+x}{12}=\frac{470-x}{9}$
양변에 36을 곱하면 $3(300+x)=4(470-x)$
$900+3x=1880-4x$
$7x=980$ $\quad\therefore x=140$
따라서 기차의 길이는 140 m이다.

10 Action 두 사람이 함께 일한 날을 먼저 구한다.

전체 일의 양을 1이라 하면 언니와 동생이 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{18}$이다.
두 사람이 함께 일한 날을 x일이라 하면
$\frac{1}{15}\times4+\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{18}\right)\times x=1$
$\frac{4}{15}+\frac{11}{90}x=1$
양변에 90을 곱하면 $24+11x=90$
$11x=66$ $\quad\therefore x=6$
따라서 두 사람이 함께 일한 날은 6일이고, 언니가 6월 3일에 일을 시작하였으므로 일을 완성한 날짜는 6월 17일이다.

Lecture
일을 완성한 날을 구할 때는 주말과 공휴일을 제외해야 한다.
언니가 혼자 일한 날은 4일이므로 6월 3일부터 6월 9일까지이고
두 사람이 함께 일한 날은 6일이므로 6월 10일부터 6월 17일까지이다.

11 Action 빈 물통에 가득 채울 수 있는 물의 양을 1로 놓는다.

빈 물통에 가득 채울 수 있는 물의 양을 1로 놓으면 A, B 수도꼭지로 1시간 동안 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$이고, 배수구로 1시간 동안 빼낼 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{3}$이다.

빈 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x시간이라 하면

$\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x=1$

양변에 12를 곱하면 $3x+6x-4x=12$

$5x=12 \quad \therefore x=\frac{12}{5}$

따라서 빈 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{12}{5}$시간(또는 2시간 24분)이다.

12 Action 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이루는 각의 크기는 180°이다.

지윤이가 문제를 다 푸는 데 x분 걸렸다고 하면 2시 x분에 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180°이고, 분침이 시침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 180°만큼 더 움직였으므로

$6x-(30\times2+0.5x)=180$

$6x-60-0.5x=180$

양변에 10을 곱하면 $60x-600-5x=1800$

$55x=2400 \quad \therefore x=\frac{480}{11}=43\frac{7}{11}$

따라서 지윤이가 문제를 다 푸는 데 $43\frac{7}{11}$분이 걸렸다.

최고 수준 뛰어넘기

P 84- P 85

01 23	02 10 %	03 57세	04 초속 23 m
05 2일	06 40분		

01 Action 어떤 자연수 A의 일의 자리의 숫자 뒤에 0을 하나 더 쓰면 그 수는 $A\times10$이다.

두 자연수 중 작은 수를 x라 하면 큰 수는 $x+131$이고, 작은 수의 일의 자리의 숫자 뒤에 0을 하나 더 쓴 수는 $10x$이다.

(i) $x+131>10x$인 경우

$(x+131)-10x=76$

$-9x=-55 \quad \therefore x=\frac{55}{9}$

이때 x는 자연수이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $x+131<10x$인 경우

$10x-(x+131)=76$

$9x=207 \quad \therefore x=23$

(i), (ii)에 의하여 구하는 자연수는 23이다.

02 Action (수입)=(입장료)×(이용객 수)

인상하기 전의 입장료를 a원, 이용객 수를 b명이라 하면

입장료를 인상하기 전의 수입은 ab원

인상한 입장료는 $a+a\times\frac{20}{100}=\frac{6}{5}a$(원)

입장료를 인상한 후의 수입은 $ab+ab\times\frac{8}{100}=\frac{27}{25}ab$(원)

한편 입장료를 인상한 후 이용객 수가 x % 감소하였다고 하면 이용객 수는 $\left(b-b\times\frac{x}{100}\right)$명이므로

$\frac{6}{5}a\times\left(b-b\times\frac{x}{100}\right)=\frac{27}{25}ab$

$\frac{6}{5}a\times\left(1-\frac{x}{100}\right)b=\frac{27}{25}ab$

$\frac{6}{5}\times\left(1-\frac{x}{100}\right)ab=\frac{27}{25}ab$

이때 양변을 $ab(ab\neq0)$로 나누면

$\frac{6}{5}\times\left(1-\frac{x}{100}\right)=\frac{27}{25}$

$\frac{6}{5}-\frac{3}{250}x=\frac{27}{25}$

양변에 250을 곱하면

$300-3x=270$

$-3x=-30 \quad \therefore x=10$

따라서 이용객 수는 10 % 감소하였다.

03 Action 현재를 기준으로 6년 전의 결혼 생활의 연수와 13년 후의 결혼 생활의 연수를 구해 본다.

현재 남자의 나이를 x세라 하면 부인의 나이는 $(x-4)$세이다.

6년 전의 결혼 생활의 연수는

$(x-6)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x-3$(년) ...... ㉠

13년 후의 결혼 생활의 연수는

$\{(x-4+13)\}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}x+6$(년) ...... ㉡

이때 ㉠+19=㉡이므로

$\left(\frac{1}{2}x-3\right)+19=\frac{2}{3}x+6$

$\frac{1}{2}x+16=\frac{2}{3}x+6$

양변에 6을 곱하면

$3x+96=4x+36$

$-x=-60 \quad \therefore x=60$

따라서 현재 남자의 나이는 60세이고 6년 전, 즉 $60-6=54$(세)일 때, 결혼 생활의 연수가 27년이므로 결혼 30주년이 되려면 이로부터 3년 후이어야 한다.

따라서 남자의 나이가 $54+3=57$(세)일 때, 결혼 30주년이 되었다.

04 Action (기차 A가 이동한 거리)+(기차 B가 이동한 거리)$=2$ km

기차 A의 길이를 a m라 하면 기차 A의 속력은 일정하므로

$$\frac{1500+a}{60}=\frac{2850+a}{110}$$

양변에 660을 곱하면

$11(1500+a)=6(2850+a)$

$16500+11a=17100+6a$

$5a=600 \qquad \therefore a=120$

즉 기차 A의 길이는 120 m이고, 속력은

초속 $\frac{1500+120}{60}=27$ (m)이다.

따라서 기차 B의 속력을 초속 x m라 하면

$27\times40+40x=2000$

$40x=920 \qquad \therefore x=23$

따라서 기차 B의 속력은 초속 23 m이다.

05 Action 전체 일의 양을 1로 놓고, A, B, C가 혼자서 하루에 하는 일의 양을 각각 구한다.

전체 일의 양을 1이라 하면 A, B, C가 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$이다.

B가 혼자 일한 기간을 x일이라 하면 C가 혼자 일한 기간은

$15-(x+3)-2=10-x$(일)이므로

$$\frac{1}{12}\times x+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{24}\right)\times3+\frac{1}{24}\times(10-x)=1$$

$$\frac{1}{12}x+\frac{1}{2}+\frac{1}{24}(10-x)=1$$

양변에 24를 곱하면

$2x+12+10-x=24$

$\therefore x=2$

따라서 B가 혼자서 일한 기간은 2일이다.

06 Action 7시와 8시 사이에 분침과 시침이 이루는 각의 크기가 110°인 경우를 그림으로 그려 보고 방정식을 세운다.

7시 x분에 분침과 시침이 이루는 각이 110°가 된다고 하면 x분 동안 분침과 시침은 각각 $6x^\circ$, $0.5x^\circ$를 움직인다.

이때 분침과 시침이 110°를 이루는 경우는 다음과 같이 두 가지 경우가 있다.

(i) 시침이 분침보다 앞선 경우

$(30\times7+0.5x)-6x=110$

이므로 $210-5.5x=110$

$-5.5x=-100$

양변에 -10을 곱하면

$55x=1000 \qquad \therefore x=\frac{200}{11}$

(ii) 분침이 시침보다 앞선 경우

$6x-(30\times7+0.5x)=110$

이므로 $5.5x-210=110$

$5.5x=320$

양변에 10을 곱하면

$55x=3200 \qquad \therefore x=\frac{640}{11}$

따라서 $\frac{640}{11}-\frac{200}{11}=\frac{440}{11}=40$이므로 분침과 시침은 처음 110°가 되고 나서 40분 후에 다시 110°가 된다.

교과서 속 창의사고력

P 86– P 88

01 $(4860-2x)$원	**02** 69 : 61
03 6	**04** 25
05 33마리	

01 Action 표에서 규칙성을 찾아 요금의 변화를 살펴본다.

30초가 지난 후에는 통화 시간이 20초 늘어날 때마다 통화 요금은 40원씩 올라가므로 1초에 2원씩 올라간다.

x초 동안 통화했을 때의 통화 요금은

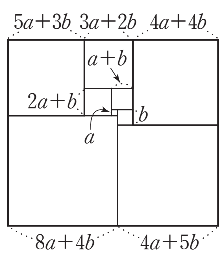
$200+2(x-30)=2x+140$(원)

따라서 x초 동안 통화한 후 남은 금액은

$5000-(2x+140)=4860-2x$(원)

02 Action 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a, 두 번째로 작은 정사각형의 한 변의 길이를 b로 놓고, 나머지 7개의 정사각형의 한 변의 길이를 a, b를 사용한 식으로 나타낸다.

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a, 두 번째로 작은 정사각형의 한 변의 길이를 b라 하면 각 정사각형의 한 변의 길이는 다음 그림과 같다.



직사각형의 가로의 길이는

$(8a+4b)+(4a+5b)=12a+9b$ ······ ㉠

직사각형의 세로의 길이는

$(5a+3b)+(8a+4b)=13a+7b$ ······ ㉡

그런데 직사각형의 세로의 길이에서

$(5a+3b)+(8a+4b)=(4a+4b)+(4a+5b)$

$13a+7b=8a+9b$, $5a=2b$

$\therefore a=\frac{2}{5}b$ ⋯⋯ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$12a+9b=12\times\frac{2}{5}b+9b=\frac{69}{5}b$

㉢을 ㉡에 대입하면

$13a+7b=13\times\frac{2}{5}b+7b=\frac{61}{5}b$

$\therefore$ (가로의 길이) : (세로의 길이)$=\frac{69}{5}b:\frac{61}{5}b$

$=69:61$

03 Action 홀수 번째 수와 짝수 번째 수로 분류해 본다.

□ 안에 공통으로 들어갈 한 자리 자연수를 x라 하고, 주어진 바코드의 수를 검증번호를 제외하고 왼쪽에서부터 자리의 번호를 매기면 다음 표와 같다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	8	0	x	1	2	3	4	7	8	5	x

따라서 검증번호를 구하는 식의 좌변은

$(8+0+1+3+7+5)+3\times(8+x+2+4+8+x)+4$

$=24+3(22+2x)+4$

$=6x+94$

이것이 10의 배수가 되려면 $6x$의 일의 자리의 숫자가 6이 되어야 한다.

이때 x는 1이 아닌 한 자리 자연수이므로 조건을 만족시키는 x의 값은 6이다.

04 Action 가로 또는 세로의 4개의 수의 합을 x로 놓는다.

1, 2, 3, 4를 각각 네 번씩 사용하여 가로, 세로의 합이 같도록 빈칸을 채워야 하므로 가로 또는 세로의 4개의 수의 합을 x라 하면

$4x=4\times(1+2+3+4)$

$4x=40$ $\therefore x=10$

즉 가로 또는 세로의 합이 10이 되어야 하므로 빈칸을 채우면 오른쪽 표와 같다.

1	4	2	3
4	2	1	3
1	3	a	b
4	1	c	d

따라서 a, b, c, d에 올 수 있는 수는 2가 2개, 3이 1개, 4가 1개이다.

$1+3+a+b=10$에서

$a+b=6$ ⋯⋯ ㉠

$4+1+c+d=10$에서

$c+d=5$ ⋯⋯ ㉡

$2+1+a+c=10$에서

$a+c=7$ ⋯⋯ ㉢

$3+3+b+d=10$에서

$b+d=4$ ⋯⋯ ㉣

㉣에서 $b=2$, $d=2$이므로

㉠에서 $a=4$, ㉡에서 $c=3$이다.

$\therefore a+2b+3c+4d=4+2\times2+3\times3+4\times2$

$=4+4+9+8$

$=25$

Lecture

가로 또는 세로의 4개의 수의 합이 10이 되도록 오른쪽 표와 같이 채우면 a, b, c, d에 올 수 있는 수는 2가 2개, 3이 2개이다.

그런데 $2+1+a+c=10$에서

$a+c=7$이므로 조건에 맞는 a, c의 값을 구할 수 없다.

1	3	2	4
4	2	1	3
1	4	a	b
4	1	c	d

05 Action 처음 굴의 수를 x마리로 놓는다.

처음 굴의 수를 x마리라 하면 전체 굴의 절반을 먹었을 때, 세 마리의 굴이 달아났으므로 남은 굴의 수는

$\left(\frac{1}{2}x-3\right)$마리

두 번째로 남은 굴의 절반을 먹었을 때, 세 마리의 굴이 달아났으므로 남은 굴의 수는

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-3\right)-3=\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}$(마리)

세 번째로 남은 굴의 절반을 먹었을 때, 세 마리의 굴이 달아났으므로 남은 굴의 수는

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}\right)-3=\frac{1}{8}x-\frac{21}{4}$(마리)

이때 남은 굴이 하나도 없다고 하였으므로

$\frac{1}{8}x-\frac{21}{4}=0$

양변에 8을 곱하면

$x-42=0$

$\therefore x=42$

따라서 처음 굴의 수는 42마리이고, 달아난 굴의 수는 9마리이므로 바다코끼리와 목수가 먹은 굴의 수는

$42-9=33$(마리)

IV. 좌표평면과 그래프

1. 좌표평면과 그래프

최고 수준 입문하기

P 92 – P 94

01 4　　02 B$(-1, -2)$, D$(4, 5)$　　03 2
04 76　　05 14　　06 제2사분면　07 ④
08 제4사분면　09 ③　　10 제1사분면　11 7
12 제2사분면　13 학생 A – ㈐, 학생 B – ㈎, 학생 C – ㈏
14 A – ㉡, B – ㉠, C – ㉢　　15 A – ㉢, B – ㉥, C – ㉤
16 ③, ⑤　　17 (1) 100초　(2) 280 m　(3) 초속 2.8 m
18 ④

01 Action 두 순서쌍 (a, b), (c, d)가 같다. ➡ $a=c$, $b=d$

두 순서쌍 $(2a-3, b+2)$, $(a+4, 2b+5)$가 같으므로
$2a-3=a+4$에서 $a=7$
$b+2=2b+5$에서 $-b=3$　　$\therefore b=-3$
$\therefore a+b=7+(-3)=4$

02 Action 두 점 A, C의 x좌표와 y좌표를 이용하여 두 점 B, D의 x좌표와 y좌표를 각각 구한다.

(점 B의 x좌표)=(점 A의 x좌표)$=-1$
(점 B의 y좌표)=(점 C의 y좌표)$=-2$
$\therefore$ B$(-1, -2)$
(점 D의 x좌표)=(점 C의 x좌표)$=4$
(점 D의 y좌표)=(점 A의 y좌표)$=5$
$\therefore$ D$(4, 5)$

Lecture

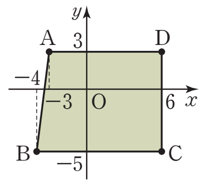
좌표평면 위의 점 P의 좌표 구하기
① 점 P에서 x축, y축에 각각 수선을 긋는다.
② 수선과 x축, y축이 만나는 점에 대응하는 수를 각각 찾는다.

03 Action x축 위의 점의 좌표는 $(x좌표, 0)$이고, y축 위의 점의 좌표는 $(0, y좌표)$이다.

점 $\left(\frac{1}{2}a-3, 3b+4\right)$가 x축 위의 점이므로
$3b+4=0$, $3b=-4$　　$\therefore b=-\frac{4}{3}$　　…… 40 %
점 $(4a+6, 2b-1)$이 y축 위의 점이므로
$4a+6=0$, $4a=-6$　　$\therefore a=-\frac{3}{2}$　　…… 40 %
$\therefore ab=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=2$　　…… 20 %

04 Action 사각형의 네 꼭짓점을 좌표평면 위에 나타내어 본다.

네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



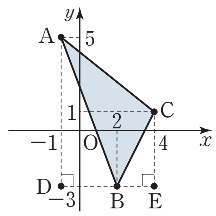
(사각형 ABCD의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times[\{6-(-3)\}+\{6-(-4)\}]\times\{3-(-5)\}$
$=\frac{1}{2}\times(9+10)\times8$
$=76$

Lecture

좌표평면 위의 도형의 넓이 구하기
① 꼭짓점을 좌표평면 위에 나타내고 선분으로 연결하여 도형을 그린다.
② 공식을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.

05 Action 삼각형의 세 꼭짓점을 좌표평면 위에 나타내어 본다.

오른쪽 그림과 같이 두 점 D$(-1, -3)$, E$(4, -3)$을 잡으면



(삼각형 ABC의 넓이)
=(사다리꼴 ADEC의 넓이)
−(삼각형 ADB의 넓이)
−(삼각형 CBE의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times[\{1-(-3)\}+\{5-(-3)\}]\times\{4-(-1)\}$
$-\frac{1}{2}\times\{2-(-1)\}\times\{5-(-3)\}$
$-\frac{1}{2}\times(4-2)\times\{1-(-3)\}$
$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times5-\frac{1}{2}\times3\times8-\frac{1}{2}\times2\times4$
$=30-12-4$
$=14$

Lecture

좌표평면 위의 삼각형의 넓이
좌표평면 위의 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구할 때, 좌표축과 평행한 변이 나오지 않으면
(사각형의 넓이)−(삼각형들의 넓이)를 이용한다.

06 Action a, b의 부호를 알아본다.

$ab<0$이므로 a와 b의 부호는 서로 다르다.
이때 $a-b<0$이므로 $a<0$, $b>0$
따라서 점 (a, b)는 제2사분면 위의 점이다.

Lecture

점의 좌표와 사분면

(1) 각 사분면 위의 점의 x좌표와 y좌표의 부호

제1사분면 ➡ $(+, +)$

제2사분면 ➡ $(-, +)$

제3사분면 ➡ $(-, -)$

제4사분면 ➡ $(+, -)$

(2) 원점, x축, y축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

07

Action $a>0$, $b<0$이므로

$a-b=$(양수)$-$(음수)$=$(양수)$+$(양수)$=$(양수)>0

$b-a=$(음수)$-$(양수)$=$(음수)$+$(음수)$=$(음수)<0

① $a>0$, $-b>0$이므로 점 $(a, -b)$는 제1사분면 위의 점이다.

② $a-b>0$, $-a<0$이므로 점 $(a-b, -a)$는 제4사분면 위의 점이다.

③ $b<0$, $b-a<0$이므로 점 $(b, b-a)$는 제3사분면 위의 점이다.

④ $ab<0$, $a>0$이므로 점 (ab, a)는 제2사분면 위의 점이다.

⑤ $-b>0$, $\frac{a}{b}<0$이므로 점 $\left(-b, \frac{a}{b}\right)$는 제4사분면 위의 점이다.

따라서 바르게 짝 지은 것은 ④이다.

08

Action a, b의 부호를 구한 후 ab, $-a-b$의 부호를 알아본다.

점 $(a, -b)$가 제4사분면 위의 점이므로

$a>0$, $-b<0$ $\quad\therefore a>0$, $b>0$

이때 $ab>0$, $-a-b<0$이므로 점 $(ab, -a-b)$는 제4사분면 위의 점이다.

09

Action x축 위의 점의 좌표는 (x좌표, 0)이다.

점 A(a, b)가 x축 위의 점이므로 $b=0$

점 B(c, a)가 제2사분면 위의 점이므로 $c<0$, $a>0$

$\therefore bc=0$, $c-a<0$

따라서 점 P$(bc, c-a)$의 x좌표는 0이고, y좌표는 음수이므로 점 P$(bc, c-a)$가 될 수 있는 것은 ③이다.

10

Action 먼저 a, b, c, d의 부호를 알아본다.

점 (a, b)가 제3사분면 위의 점이므로

$a<0$, $b<0$ …… 30 %

점 (c, d)가 제2사분면 위의 점이므로

$c<0$, $d>0$ …… 30 %

이때 $d-a>0$, $bc>0$이므로 점 $(d-a, bc)$는 제1사분면 위의 점이다. …… 40 %

11

Action 점 (a, b)와 x축에 대칭인 점의 좌표는 $(a, -b)$이다.

두 점 $(3a-1, -b+1)$, $(2a+4, -b-5)$가 x축에 대칭이므로

$3a-1=2a+4$에서 $a=5$

$-b+1=-(-b-5)$에서 $-b+1=b+5$

$-2b=4$ $\quad\therefore b=-2$

$\therefore a-b=5-(-2)=7$

12

Action 먼저 점 P가 제몇 사분면 위의 점인지 알아본다.

점 P(a, b)와 y축에 대칭인 점이 제4사분면 위에 있으므로 점 P는 제3사분면 위의 점이다.

이때 $a<0$, $b<0$이므로 $a+b<0$, $ab>0$

따라서 점 Q$(a+b, ab)$는 제2사분면 위의 점이다.

13

Action 각 상황마다 거리의 변화를 이해하고 그래프의 모양이 어떻게 바뀌는지 생각해 본다.

학생 A : 학교로 걸어갈 때에는 학교로부터 떨어진 거리가 천천히 감소하고 택시를 탈 때에는 학교로부터 떨어진 거리가 빠르게 감소한다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ㈐이다.

학생 B : 학교로 걸어갈 때에는 학교로부터 떨어진 거리가 감소하고 학교에 도착하면 학교로부터 떨어진 거리는 0이 된다. 또 학교에서 집으로 가는 동안에는 학교로부터 떨어진 거리가 증가하고, 집에서 준비물을 챙기는 동안에는 학교로부터 떨어진 거리의 변화가 없다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ㈎이다.

학생 C : 친구네 집에 가는 동안에는 학교로부터 떨어진 거리가 증가하거나 감소하고, 친구와 만나서 함께 학교로 걸어갈 때에는 학교로부터 떨어진 거리가 감소한다. 또 문구점에서 준비물을 사는 동안에는 학교로부터 떨어진 거리의 변화가 없다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ㈏이다.

Lecture

그래프가 주어질 때 그래프를 바르게 해석함으로써 다양한 상황을 이해할 수 있다.

그래프의 모양	오른쪽 위로 향하는 직선이다. (↗)	수평이다. (→)	오른쪽 아래로 향하는 직선이다. (↘)
상황	일정하게 증가한다.	변화가 없다.	일정하게 감소한다.

14 Action 세 물통에 일정한 속력으로 물을 채울 때, 물의 높이를 생각해 본다.

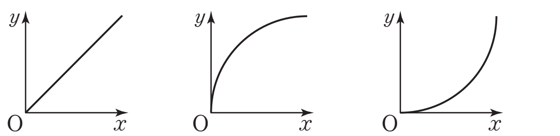
원기둥 모양 물통의 밑면의 반지름의 길이가 길수록 같은 시간 동안 물을 채울 때 물의 높이가 느리게 증가한다.
이때 세 물통 A, B, C의 밑면의 반지름의 길이는 A>B>C이므로 세 물통 A, B, C에 해당하는 그래프는 A - ㉡, B - ㉠, C - ㉢이다.

15 Action 그릇의 폭이 점점 좁아지는 경우와 일정한 경우, 점점 넓어지는 경우의 그래프의 모양을 각각 생각해 본다.

시간당 일정한 양의 물을 넣을 때 그릇의 폭이 점점 좁아지면 물의 높이가 처음에는 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가하고, 그릇의 폭이 일정하면 물의 높이가 일정하게 증가하고, 그릇의 폭이 점점 넓어지면 물의 높이가 처음에는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가한다.
A : 그릇의 폭이 좁아지다가 어느 한 지점에서 다시 넓어지므로 그래프로 알맞은 것은 ㉢이다.
B : 그릇의 폭이 점점 넓어지다가 어느 한 지점에서 다시 좁아지므로 그래프로 알맞은 것은 ㉥이다.
C : 그릇의 폭이 점점 좁아지다가 어느 한 지점에서 폭이 일정해지므로 그래프로 알맞은 것은 ㉤이다.

Lecture

각 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y의 값의 변화는 다음과 같다.



➡ 일정하게 증가	➡ 처음에는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가	➡ 처음에는 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가

16 Action 해수면의 높이는 일정한 시간마다 같은 모양이 반복되는 주기적 변화를 보인다.

③ 해수면의 높이가 가장 높을 때는 오전 8시와 오후 8시에 150 cm일 때이고, 가장 낮을 때는 오전 2시와 오후 2시의 75 cm일 때이므로 그 차는
$150-75=75\ (\text{cm})$
⑤ 그래프는 12시간마다 같은 모양이 반복된다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

17 Action 그래프를 해석하여 걸린 시간과 이동한 거리를 구한다.

(2) (도착할 때까지 이동한 거리)
$=80+(120-80)+(120-80)+(160-80)+(200-160)$
$=80+40+40+80+40$
$=280\ (\text{m})$

(3) $(\text{평균 속력})=\dfrac{(\text{전체 이동 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}$이므로
도윤이의 평균 속력은 초속 $\dfrac{280}{100}=2.8\ (\text{m})$

18 Action 그래프에서 x의 값에 따른 y의 값을 읽고 그래프를 해석한다.

① $x=20$일 때 두 그래프가 처음으로 만나므로 유미와 세진이는 출발한 지 20분 후에 처음으로 만났다.
② 유미는 출발한 지 30분 후에 3 km 지점을 통과하였고, 세진이는 출발한 지 40분 후에 3 km 지점을 통과하였다. 따라서 3 km 지점을 먼저 통과한 사람은 유미이다.
③ $(\text{속력})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이고 7 km=7000 m이므로 유미의 속력은 분속 $\dfrac{7000}{70}=100\ (\text{m})$이다.
④ 출발한 지 10분 후부터 30분 후까지 세진이의 그래프의 거리의 변화가 없으므로 세진이가 중간에 휴식을 취한 시간은 $30-10=20$(분)이다.
⑤ 유미가 공원에 도착하는 데 걸린 시간은 70분, 세진이가 공원에 도착하는 데 걸린 시간은 60분이므로 세진이가 공원에 도착한 후 $70-60=10$(분)을 기다려야 유미가 도착한다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

최고 수준 완성하기

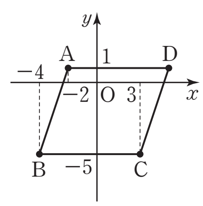
P 95~ P 97

01 D(5, 1)	02 9	03 1, −5	04 $\dfrac{35}{2}$
05 8	06 ④	07 16	08 제4 사분면
09 40	10 A − ㉡, B − ㉢, C − ㉠		

11 (1) 35 km, 2900 km, 5100 km (2) 4개
(3) 2900 km, 세 번째 층부터 구성 물질이 고체가 아니기 때문이다.

01 Action 좌표평면 위에 세 점 A, B, C를 나타내어 본다.

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내고 두 선분 AB, BC를 두 변으로 하는 평행사변형 ABCD를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



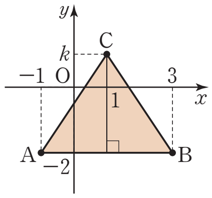
이때 사각형 ABCD는 평행사변형이므로 변 AD와 변 BC는 서로 평행하고 그 길이가 같다. 즉
(변 AD의 길이)=(변 BC의 길이)$=3-(-4)=7$
따라서 꼭짓점 D의 x좌표는 $-2+7=5$, y좌표는 1이므로 점 D의 좌표는 D(5, 1)

02 Action a의 값이 가장 작고 b의 값이 가장 클 때, $a-b$의 값이 최소가 됨을 이용한다.

$a-b$의 값이 최소가 될 때는 a의 값이 가장 작고 b의 값이 가장 클 때이므로 점 $\mathrm{P}(a, b)$가 점 A에 있을 때이다.
이때 점 A의 좌표는 $(-2, 5)$이므로
$a=-2, b=5$
$\therefore b-2a=5-2\times(-2)=9$

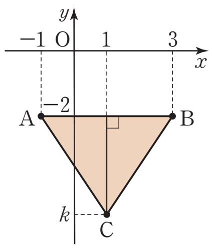
03 Action $k>-2$일 때와 $k<-2$일 때로 나누어 생각해 본다.

(i) $k>-2$일 때
세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같고, 삼각형 ABC에서 변 AB를 밑변으로 할 때, 삼각형 ABC의 넓이가 6이므로



$\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times\{k-(-2)\}=6$
$2k+4=6, 2k=2$
$\therefore k=1$

(ii) $k<-2$일 때
세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같고, 삼각형 ABC에서 변 AB를 밑변으로 할 때, 삼각형 ABC의 넓이가 6이므로



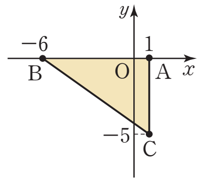
$\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times(-2-k)=6$
$-4-2k=6, -2k=10$
$\therefore k=-5$

(i), (ii)에 의하여 구하는 k의 값은 $1, -5$이다.

다른 풀이
삼각형 ABC에서 변 AB를 밑변으로 할 때, 높이를 h라 하면 삼각형 ABC의 넓이가 6이므로
$\frac{1}{2}\times4\times h=6 \qquad \therefore h=3$
즉 점 C의 y좌표는 두 점 A, B의 y좌표로부터 3만큼 떨어져 있어야 하므로
$k=-2+3=1$ 또는 $k=-2-3=-5$

04 Action 세 점 A, B, C의 좌표를 구하여 세 점을 좌표평면 위에 나타내어 본다.

두 점 $\mathrm{A}(a, b+4)$, $\mathrm{B}(b-2, a-1)$이 x축 위에 있으므로 두 점 A, B의 y좌표는 0이다.
$b+4=0$에서 $b=-4$
$a-1=0$에서 $a=1$ …… 20 %
$\therefore \mathrm{A}(1, 0), \mathrm{B}(-6, 0), \mathrm{C}(1, -5)$ …… 30 %
따라서 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



(삼각형 ABC의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{1-(-6)\}\times5$
$=\frac{35}{2}$ …… 50%

05 Action 먼저 a, b의 값을 구한다.

점 $\mathrm{A}(a+3, b-7)$이 x축 위에 있으므로
$b-7=0 \qquad \therefore b=7$
점 $\mathrm{B}(a+5, b-8)$이 y축 위에 있으므로
$a+5=0 \qquad \therefore a=-5$
따라서 점 C의 좌표는 $\mathrm{C}(c-7, 6-c)$이고, 점 C는 어느 사분면에도 속하지 않으므로
$c-7=0$ 또는 $6-c=0$
$\therefore c=7$ 또는 $c=6$
이때 $a+b+c$의 값이 최소가 될 때는 c의 값이 최소일 때이므로 구하는 최솟값은
$-5+7+6=8$

06 Action a, b의 부호를 알아본다.

$\frac{b}{a}>0$이므로 a와 b의 부호는 서로 같다.
이때 $a+b>0$이므로 $a>0, b>0$이고, $|a|>|b|$이므로
$a>b>0$
즉 $-b<0, b-a<0$이므로 점 $(-b, b-a)$는 제3사분면 위의 점이다.
① $-a<0, b>0$이므로 점 $(-a, b)$는 제2사분면 위의 점이다.
② $-b<0, a>0$이므로 점 $(-b, a)$는 제2사분면 위의 점이다.
③ $a-b>0, b-a<0$이므로 점 $(a-b, b-a)$는 제4사분면 위의 점이다.
④ $-a<0, -a-b<0$이므로 점 $(-a, -a-b)$는 제3사분면 위의 점이다.
⑤ $a+b>0, a-b>0$이므로 점 $(a+b, a-b)$는 제1사분면 위의 점이다.
따라서 점 $(-b, b-a)$와 같은 사분면 위에 있는 점은 ④이다.

Lecture

(1) $\frac{b}{a}>0$이면 a와 b의 부호는 서로 같다.

➡ $a>0, b>0$일 때, $a+b>0$
$a<0, b<0$일 때, $a+b<0$

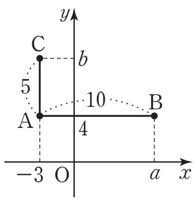
(2) $\frac{b}{a}<0$이면 a와 b의 부호는 서로 다르다.

➡ $a>0, b<0$일 때, $a-b>0$
$a<0, b>0$일 때, $a-b<0$

07

Action 조건을 만족시키도록 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내 어 본다.

주어진 조건을 모두 만족시키는 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



두 점 A, B의 y좌표가 같으므로

$a-(-3)=10$ $\quad\therefore a=7$

또 두 점 A, C의 x좌표가 같으므로

$b-4=5$ $\quad\therefore b=9$

$\therefore a+b=7+9=16$

08

Action a, b, c, d의 부호를 알아본다.

점 (a, b)와 y축에 대칭인 점이 제1사분면 위에 있으므로 점 (a, b)는 제2사분면 위의 점이다.

$\therefore a<0, b>0$ …… 40 %

또 점 (c, d)와 원점에 대칭인 점이 제2사분면 위에 있으므로 점 (c, d)는 제4사분면 위의 점이다.

$\therefore c>0, d<0$ …… 40 %

따라서 $c-a>0$, $bd<0$이므로 점 $(c-a, bd)$는 제4사분면 위의 점이다. …… 20 %

09

Action 두 점 P, Q가 x축에 대칭이므로 x좌표는 같고 y좌표는 부호가 서로 반대임을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

두 점 $P(-3a+1, 5b)$와 $Q(2a+6, 4-3b)$가 x축에 대칭이므로

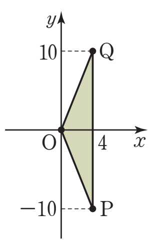
$-3a+1=2a+6$에서

$-5a=5$ $\quad\therefore a=-1$

$5b=-(4-3b)$에서 $5b=-4+3b$

$2b=-4$ $\quad\therefore b=-2$

따라서 $P(4, -10)$, $Q(4, 10)$이므로 오른쪽 그림에서



(삼각형 OPQ의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{10-(-10)\}\times 4$

$=40$

10

Action 세 물통 A, B, C를 이루고 있는 원기둥 모양 밑면의 반지름의 길이를 살펴본다.

세 물통 A, B, C를 이루고 있는 원기둥 모양 밑면의 반지름의 길이를 아랫부분부터 차례로 살펴보면 다음과 같다.

물통 A : 긴 원기둥 − 중간 원기둥 − 짧은 원기둥
물통 B : 긴 원기둥 − 짧은 원기둥 − 중간 원기둥
물통 C : 짧은 원기둥 − 긴 원기둥 − 중간 원기둥

이때 밑면의 반지름의 길이가 긴 원기둥에 물을 넣을 때에는 물의 높이가 느리고 일정하게 증가하고, 반지름의 길이가 짧은 원기둥에 물을 넣을 때에는 물의 높이가 빠르고 일정하게 증가한다.

즉 물통 A는 물의 높이가 천천히 증가하다가 중간 빠르기로 증가하고 빠르게 증가하면서 물이 채워진다.

물통 B는 물의 높이가 천천히 증가하다가 빠르게 증가하고 중간 빠르기로 증가하면서 물이 채워진다.

물통 C는 물의 높이가 빠르게 증가하다가 천천히 증가하고 중간 빠르기로 증가하면서 물이 채워진다.

따라서 세 물통 A, B, C에 해당하는 그래프는 A − ㉡, B − ㉢, C − ㉠이다.

11

Action P파의 그래프의 모양이 갑자기 바뀌는 지점에서 지구 내부 구성 물질이 바뀐다.

(1) 그래프의 모양이 갑자기 바뀌는 지점의 x의 값은 35, 2900, 5100이므로 P파의 속도가 갑자기 변하는 곳의 깊이는 35 km, 2900 km, 5100 km이다.

(2) P파의 그래프의 모양이 갑자기 바뀌는 지점 $x=35$, 2900, 5100을 기준으로 0 km부터 35 km까지 첫 번째 층, 35 km부터 2900 km까지 두 번째 층, 2900 km부터 5100 km까지 세 번째 층, 5100 km부터 6400 km까지 네 번째 층, 총 4개의 층으로 이루어져 있다.

(3) S파의 그래프는 $x=2900$까지만 그려져 있으므로 깊이 2900 km 지점, 즉 세 번째 층부터 구성 물질이 고체가 아니기 때문에 S파가 통과하지 못하는 것을 알 수 있다.

최고 수준 뛰어넘기

P 98− P 99

01 제3사분면 02 $a+\frac{3}{2}b+\frac{15}{2}$ 03 24개
04 $P_{50}(-2, -3)$ 05 60분
06 ㉮ : 40 cm^2, ㉯ : 60 cm^2, ㉰ : 80 cm^2

01

Action a의 부호와 $2a-b$의 부호를 이용하여 $2b-3a$의 부호를 알아본다.

점 $(a^3b^2, 2a-b)$가 제2사분면 위의 점이므로

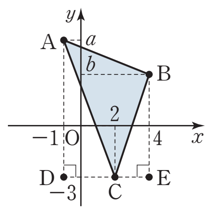
$a^3b^2<0$, $2a-b>0$

$a^3b^2<0$에서 $b^2>0$이므로 $a^3<0$ $\therefore a<0$
따라서 $ab^2<0$, $2b-3a=-2(2a-b)+a<0$이므로
점 $(ab^2, 2b-3a)$는 제3사분면 위의 점이다.

02 Action $a>b$인 경우와 $a<b$인 경우로 나누어 생각한다.

(i) $a>b$일 때

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 두 점 $\mathrm{D}(-1, -3)$, $\mathrm{E}(4, -3)$을 잡으면

(삼각형 ABC의 넓이)

=(사다리꼴 ADEB의 넓이)

−(삼각형 ADC의 넓이)−(삼각형 BCE의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times[\{a-(-3)\}+\{b-(-3)\}]\times\{4-(-1)\}$

$-\frac{1}{2}\times\{2-(-1)\}\times\{a-(-3)\}$

$-\frac{1}{2}\times(4-2)\times\{b-(-3)\}$

$=\frac{1}{2}\times(a+b+6)\times5-\frac{1}{2}\times3\times(a+3)$

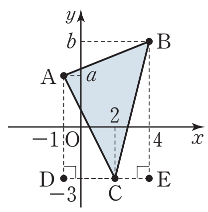
$-\frac{1}{2}\times2\times(b+3)$

$=\frac{5}{2}a+\frac{5}{2}b+15-\frac{3}{2}a-\frac{9}{2}-b-3$

$=a+\frac{3}{2}b+\frac{15}{2}$

(ii) $a<b$일 때

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 두 점 $\mathrm{D}(-1, -3)$, $\mathrm{E}(4, -3)$을 잡으면

(삼각형 ABC의 넓이)

=(사다리꼴 ADEB의 넓이)

−(삼각형 ADC의 넓이)−(삼각형 BCE의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times[\{a-(-3)\}+\{b-(-3)\}]\times\{4-(-1)\}$

$-\frac{1}{2}\times\{2-(-1)\}\times\{a-(-3)\}$

$-\frac{1}{2}\times(4-2)\times\{b-(-3)\}$

$=\frac{1}{2}\times(a+b+6)\times5-\frac{1}{2}\times3\times(a+3)$

$-\frac{1}{2}\times2\times(b+3)$

$=\frac{5}{2}a+\frac{5}{2}b+15-\frac{3}{2}a-\frac{9}{2}-b-3$

$=a+\frac{3}{2}b+\frac{15}{2}$

(i), (ii)에 의하여 삼각형 ABC의 넓이는

$a+\frac{3}{2}b+\frac{15}{2}$

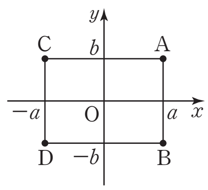
03 Action 세 점 B, C, D의 좌표를 a, b를 사용하여 나타낸다.

점 B는 점 $\mathrm{A}(a, b)$와 x축에 대칭이므로 점 B의 좌표는
$\mathrm{B}(a, -b)$
점 C는 점 $\mathrm{A}(a, b)$와 y축에 대칭이므로 점 C의 좌표는
$\mathrm{C}(-a, b)$
점 D는 점 $\mathrm{A}(a, b)$와 원점에 대칭이므로 점 D의 좌표는
$\mathrm{D}(-a, -b)$
이때 사각형 ABCD의 둘레의 길이가 28이므로
$4(|a|+|b|)=28$
$\therefore |a|+|b|=7$
따라서 구하는 두 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(1, 6)$, $(1, -6)$, $(2, 5)$, $(2, -5)$, $(3, 4)$, $(3, -4)$,
$(4, 3)$, $(4, -3)$, $(5, 2)$, $(5, -2)$, $(6, 1)$, $(6, -1)$,
$(-1, 6)$, $(-1, -6)$, $(-2, 5)$, $(-2, -5)$, $(-3, 4)$,
$(-3, -4)$, $(-4, 3)$, $(-4, -3)$, $(-5, 2)$, $(-5, -2)$,
$(-6, 1)$, $(-6, -1)$의 24개이다.

Lecture

$a\neq0$, $b\neq0$인 이유

$a=0$이면 점 $\mathrm{A}(0, b)$가 y축 위에 있으므로 점 A와 y축에 대칭인 점 C의 좌표는 $\mathrm{C}(0, b)$가 되어 점 A와 점 C가 같은 점이 된다. 즉 사각형 ABCD가 만들어지지 않으므로 $a\neq0$이다.
마찬가지로 $b\neq0$이다.
한편 점 A가 제1사분면 위의 점일 때, 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형은 오른쪽 그림과 같다.



04 Action 주어진 과정을 순서대로 적용하여 반복되는 규칙을 찾는다.

점 $\mathrm{P}_0(2, 3)$과 x축에 대칭인 점 P_1의 좌표는
$\mathrm{P}_1(2, -3)$
점 $\mathrm{P}_1(2, -3)$과 y축에 대칭인 점 P_2의 좌표는
$\mathrm{P}_2(-2, -3)$
점 $\mathrm{P}_2(-2, -3)$과 원점에 대칭인 점 P_3의 좌표는
$\mathrm{P}_3(2, 3)$
점 $\mathrm{P}_3(2, 3)$과 x축에 대칭인 점 P_4의 좌표는
$\mathrm{P}_4(2, -3)$
⋮
계속 반복하면
점 P_0, P_3, P_6, …의 좌표는 $(2, 3)$
점 P_1, P_4, P_7, …의 좌표는 $(2, -3)$
점 P_2, P_5, P_8, …의 좌표는 $(-2, -3)$
따라서 점 P_{50}의 좌표는 점 P_2의 좌표와 같으므로
$\mathrm{P}_{50}(-2, -3)$

05 Action 주어진 그래프를 보고 A 관, B 관을 이용하여 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양을 각각 구한다.

A 관만을 이용하여 처음 10분 동안 넣은 물의 양이 $3\ m^3$이므로 1분 동안 $\frac{3}{10}\ m^3$씩 물을 넣을 수 있다.
또 A 관과 B 관을 모두 이용하여 물을 넣을 때, 물을 넣기 시작한 지 10분 후부터 25분 후까지, 즉 15분 동안 넣은 물의 양이 $15-3=12\ (m^3)$이므로 1분 동안 $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}\ (m^3)$씩 물을 넣을 수 있다.
이때 B 관만을 이용하여 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양은
$\frac{4}{5}-\frac{3}{10}=\frac{8}{10}-\frac{3}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}\ (m^3)$
따라서 B 관만을 이용하여 부피가 $30\ m^3$인 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은
$30\div\frac{1}{2}=60$(분)

06 Action 주어진 그래프를 보고 각 칸에서 칸막이의 높이까지 물을 채우는 데 걸리는 시간을 구한다.

㉮ 칸에서 높이가 10 cm인 칸막이까지 물을 채우는 데 2초가 걸리므로 높이가 10 cm인 칸막이까지 ㉮ 칸에 채워진 물의 양은
$2\times200=400\ (cm^3)$
∴ (㉮ 칸의 바닥의 넓이)$=\frac{400}{10}=40\ (cm^2)$
㉯ 칸에서 높이가 10 cm인 칸막이까지 물을 채우는 데 $5-2=3$(초)가 걸리므로 높이가 10 cm인 칸막이까지 ㉯ 칸에 채워진 물의 양은
$3\times200=600\ (cm^3)$
∴ (㉯ 칸의 바닥의 넓이)$=\frac{600}{10}=60\ (cm^2)$
㉰ 칸에서 높이가 20 cm인 칸막이까지 물을 채우는 데 $18-10=8$(초)가 걸리므로 높이가 20 cm인 칸막이까지 ㉰ 칸에 채워진 물의 양은
$8\times200=1600\ (cm^3)$
∴ (㉰ 칸의 바닥의 넓이)$=\frac{1600}{20}=80\ (cm^2)$

Lecture
[그림 2]에서 2초부터 5초까지 물의 최대 높이가 10 cm로 일정하다가 5초 후부터 물의 높이가 다시 증가하므로 $5-2=3$(초) 동안에는 높이가 10 cm인 칸막이까지 ㉯ 칸에만 물이 채워진다.
또 10초부터 18초까지 물의 최대 높이가 20 cm로 일정하다가 18초 후부터 물의 높이가 다시 증가하므로 $18-10=8$(초) 동안에는 높이가 20 cm인 칸막이까지 ㉰ 칸에만 물이 채워진다.

2. 정비례와 반비례

최고수준 입문하기

P 101 – P 104

01 ①, ④	02 7	03 ㉡, ㉣	04 ②
05 5	06 1	07 4	08 ⑤
09 12	10 (1) $y=9x$ (2) 5 L		
11 (1) $y=4x$ (2) 10 cm		12 ㉠, ㉡	13 -5
14 ④, ⑤	15 $a<c<b$	16 20	17 -6
18 8개	19 5	20 4	21 4
22 14	23 -18	24 (1) $y=\frac{180}{x}$ (2) 45명	
25 $64\ cm^3$			

01 Action x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내었을 때 $y=ax(a\neq0)$의 꼴인 것을 찾는다.

① $y=4x$
② (시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 $y=\frac{80}{x}$
③ $y=700x+500$
④ $y=100x$
⑤ $y=60-3x$
따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ①, ④이다.

02 Action $y=ax(a\neq0)$로 놓고 a의 값을 구한다.

y가 x에 정비례하므로 $y=ax(a\neq0)$로 놓고
$x=-6$, $y=2$를 대입하면
$2=-6a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$
$y=-\frac{1}{3}x$에 $x=-3$, $y=A$를 대입하면
$A=-\frac{1}{3}\times(-3)=1$
$y=-\frac{1}{3}x$에 $x=B$, $y=\frac{1}{3}$을 대입하면
$\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}\times B \quad \therefore B=-1$
$y=-\frac{1}{3}x$에 $x=C$, $y=-\frac{5}{3}$를 대입하면
$-\frac{5}{3}=-\frac{1}{3}\times C \quad \therefore C=5$
$\therefore A-B+C=1-(-1)+5=7$

Lecture
y가 x에 정비례하면
❶ $y=ax(a\neq0)$로 놓는다.
❷ 주어진 x, y의 값을 대입하여 a의 값을 구한다.
❸ x와 y 사이의 관계식을 구한다.

03 Action 정비례 관계의 그래프의 성질을 생각해 본다.

㉡ 점 $(5, -4)$를 지난다.
㉣ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉣이다.

04 Action 정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 $a>0$이면 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a<0$이면 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

$y=ax$의 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나므로
$a<0$
또 $y=ax$의 그래프가 $y=-3x$, $y=-\frac{1}{2}x$의 그래프 사이에 있으므로 $-3<a<-\frac{1}{2}$
따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ②이다.

05 Action $y=2x$에 점 $(a-4, 7-a)$의 좌표를 대입한다.

$y=2x$에 $x=a-4$, $y=7-a$를 대입하면
$7-a=2(a-4)$
$7-a=2a-8$, $-3a=-15$
$\therefore a=5$

Lecture

점 (p, q)가 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이다.
➡ 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 (p, q)를 지난다.
➡ $y=ax$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.
즉 $q=ap$이다.

06 Action $y=ax$에 점 A의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

$y=ax$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면
$1=3a$ $\therefore a=\frac{1}{3}$ …… 40 %
$y=\frac{1}{3}x$에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면
$b=\frac{1}{3}\times(-2)=-\frac{2}{3}$ …… 40 %
$\therefore a-b=\frac{1}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)=1$ …… 20 %

07 Action 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 (p, q)를 지난다.
➡ $y=ax$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

$y=ax$에 $x=3$, $y=-12$를 대입하면
$-12=3a$ $\therefore a=-4$
$y=-4x$에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면
$b=-4\times(-2)=8$
$y=-4x$에 $x=c$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면
$\frac{1}{2}=-4c$ $\therefore c=-\frac{1}{8}$
$\therefore abc=-4\times8\times\left(-\frac{1}{8}\right)=4$

08 Action 먼저 그래프가 나타내는 식을 구한다.

그래프가 원점과 점 $(-4, 3)$을 지나는 직선이므로
$y=ax(a\neq0)$로 놓고 $x=-4$, $y=3$을 대입하면
$3=-4a$ $\therefore a=-\frac{3}{4}$, 즉 $y=-\frac{3}{4}x$
① $y=-\frac{3}{4}x$에 $x=-6$, $y=\frac{9}{2}$를 대입하면
$\frac{9}{2}=-\frac{3}{4}\times(-6)$
② $y=-\frac{3}{4}x$에 $x=-3$, $y=\frac{9}{4}$를 대입하면
$\frac{9}{4}=-\frac{3}{4}\times(-3)$
③ $y=-\frac{3}{4}x$에 $x=-1$, $y=\frac{3}{4}$을 대입하면
$\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}\times(-1)$
④ $y=-\frac{3}{4}x$에 $x=2$, $y=-\frac{3}{2}$을 대입하면
$-\frac{3}{2}=-\frac{3}{4}\times2$
⑤ $y=-\frac{3}{4}x$에 $x=8$, $y=-9$를 대입하면
$-9\neq-\frac{3}{4}\times8$
따라서 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.

09 Action 두 점 A, B의 x좌표는 모두 4임을 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

$y=\frac{1}{2}x$에 $x=4$를 대입하면
$y=\frac{1}{2}\times4=2$ $\therefore$ A$(4, 2)$
$y=-x$에 $x=4$를 대입하면
$y=-4$ $\therefore$ B$(4, -4)$
$\therefore$ (삼각형 AOB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{2-(-4)\}\times4$
$=\frac{1}{2}\times6\times4=12$

10 Action 1 L의 휘발유로 달릴 수 있는 거리를 생각해 본다.

(1) 1 L의 휘발유로 9 km를 달릴 수 있으므로 휘발유 x L로 달릴 수 있는 거리는 $9x$ km이다.
$\therefore y=9x$
(2) $y=9x$에 $y=45$를 대입하면
$45=9x$ $\therefore x=5$
따라서 45 km를 가려면 5 L의 휘발유가 필요하다.

11 Action (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)임을 이용하여 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

(1) $y=\frac{1}{2}\times x\times8$, 즉 $y=4x$

(2) $y=4x$에 $y=40$을 대입하면

$40=4x \qquad \therefore x=10$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 40 cm^2일 때, 선분 BP의 길이는 10 cm이다.

12

Action x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내었을 때 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 꼴인 것을 찾는다.

㉠ (거리)=(속력)×(시간)이므로

$300=xy \qquad \therefore y=\frac{300}{x}$

㉡ (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)이므로

$20=xy \qquad \therefore y=\frac{20}{x}$

㉢ $y=\frac{x}{5}$

㉣ $x+y=24$이므로 $y=24-x$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ㉠, ㉡이다.

13

Action $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$로 놓고 a의 값을 구한다.

y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$로 놓고

$x=2$, $y=10$을 대입하면

$10=\frac{a}{2} \qquad \therefore a=20$

$y=\frac{20}{x}$에 $x=-4$를 대입하면

$y=\frac{20}{-4}=-5$

Lecture

y가 x에 반비례하면

❶ $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$로 놓는다.

❷ 주어진 x, y의 값을 대입하여 a의 값을 구한다.

❸ x와 y 사이의 관계식을 구한다.

14

Action 반비례 관계의 그래프의 성질을 생각해 본다.

④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ 점 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$를 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

15

Action 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 원점에 가깝다.

$y=\frac{a}{x}$, $y=\frac{c}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고, $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a<0$, $c<0$, $b>0$

또 $y=\frac{c}{x}$의 그래프가 $y=\frac{a}{x}$의 그래프보다 원점에 가까우므로 $|c|<|a| \qquad \therefore c>a$

$\therefore a<c<b$

Lecture

$a<0$, $c<0$이고 $|c|<|a|$이므로 $c>a$

16

Action $y=\frac{12}{x}$에 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구한다.

$y=\frac{12}{x}$에 $x=-3$, $y=a$를 대입하면

$a=\frac{12}{-3}=-4$ …… 40 %

$y=\frac{12}{x}$에 $x=b$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{2}=\frac{12}{b} \qquad \therefore b=24$ …… 40 %

$\therefore a+b=-4+24=20$ …… 20 %

Lecture

점 (p, q)가 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이다.

➡ 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 (p, q)를 지난다.

➡ $y=\frac{a}{x}$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

즉 $q=\frac{a}{p}$이다.

17

Action $y=\frac{a}{x}$에 주어진 점의 좌표를 대입한다.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=a+3$을 대입하면

$a+3=\frac{a}{2}$, $\frac{a}{2}=-3$

$\therefore a=-6$

18

Action y의 값이 정수가 되도록 하는 x의 값을 구한다.

$y=-\frac{10}{x}$에서 y가 정수이려면 x는 $\pm$(10의 약수)이어야 한다.

$\therefore x=1, 2, 5, 10, -1, -2, -5, -10$

따라서 구하는 점은 $(1, -10)$, $(2, -5)$, $(5, -2)$, $(10, -1)$, $(-1, 10)$, $(-2, 5)$, $(-5, 2)$, $(-10, 1)$의 8개이다.

Lecture

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점 중 x좌표가 $\pm$($|a|$의 약수)일 때, x좌표와 y좌표가 모두 정수이다.

19 Action 먼저 a의 값을 구한다.

$y=ax$에 $x=3$, $y=12$를 대입하면

$12=3a \qquad \therefore a=4$

$y=\frac{4}{x}$에 $x=b$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{4}{b} \qquad \therefore b=1$

$\therefore a+b=4+1=5$

20 Action 먼저 그래프가 나타내는 식을 구한다.

그래프가 좌표축에 점점 가까워지면서 한 없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$로 놓고

$x=2$, $y=-8$을 대입하면

$-8=\frac{a}{2} \qquad \therefore a=-16$, 즉 $y=-\frac{16}{x}$

$y=-\frac{16}{x}$에 $x=-4$, $y=k$를 대입하면

$k=-\frac{16}{-4}=4$

21 Action 두 점 P, Q의 y좌표를 각각 a를 사용하여 나타내어 본다.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$를 대입하면

$y=\frac{a}{2} \qquad \therefore \mathrm{P}\left(2, \frac{a}{2}\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=8$을 대입하면

$y=\frac{a}{8} \qquad \therefore \mathrm{Q}\left(8, \frac{a}{8}\right)$

이때 두 점 P, Q의 y좌표의 차가 $\frac{3}{2}$이므로

$\frac{a}{2}-\frac{a}{8}=\frac{3}{2}$에서

$4a-a=12$, $3a=12 \qquad \therefore a=4$

22 Action 먼저 a의 값을 구한 후 점 A의 좌표를 $(-t, 0)(t>0)$으로 놓고 점 B의 좌표를 t를 사용하여 나타내어 본다.

D$(7, 2)$이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=7$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{a}{7} \qquad \therefore a=14$, 즉 $y=\frac{14}{x}$ …… 40 %

점 A의 좌표를 $(-t, 0)$ $(t>0)$이라 하면

점 B의 좌표는 $\left(-t, -\frac{14}{t}\right)$이므로 …… 30 %

(직사각형 ABCO의 넓이)$=t\times\frac{14}{t}=14$ …… 30 %

Lecture

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점에 대하여 주어진 문제에서와 같이 직사각형을 만들면 그 넓이는 항상 a의 절댓값이 된다.

23 Action 점 A가 $y=-2x$의 그래프 위의 점임을 이용하여 점 A의 y좌표를 구한다.

$y=-2x$에 $x=3$을 대입하면

$y=-2\times3=-6$

$\therefore \mathrm{A}(3, -6)$

따라서 $y=\frac{a}{x}$에 $x=3$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{3} \qquad \therefore a=-18$

Lecture

정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 반비례 관계 $y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 (p, q)에서 만난다.

➡ 점 (p, q)는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점인 동시에 반비례 관계 $y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점이다.

➡ $y=ax$, $y=\frac{b}{x}$에 각각 $x=p$, $y=q$를 대입하면 a, b의 값을 구할 수 있다.

24 Action 전체 일의 양은 같음을 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구한다.

(1) $xy=30\times6=180 \qquad \therefore y=\frac{180}{x}$

(2) $y=\frac{180}{x}$에 $y=4$를 대입하면

$4=\frac{180}{x} \qquad \therefore x=45$

따라서 일을 4일 만에 끝내려면 45명이 함께 해야 한다.

25 Action 부피는 압력에 반비례함을 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구한다.

부피는 압력에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$ $(a>0)$로 놓고

$x=2$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{2} \qquad \therefore a=16$, 즉 $y=\frac{16}{x}$

$y=\frac{16}{x}$에 $x=0.25$를 대입하면

$y=16\div0.25=16\times4=64$

따라서 압력이 0.25기압일 때, 이 기체의 부피는 64 cm^3이다.

최고 수준 완성하기

P 105– P 108

01 -6 02 $\frac{1}{2} \le a \le 3$ 03 $\mathrm{P}(6, -3)$ 04 $\frac{14}{25}$

05 $\mathrm{C}(10, 8)$ 06 20분 07 6

08 (1) -12 (2) 2 09 9 10 16

11 16개 12 $\frac{25}{2}$ 13 25

14 (1) $y=\frac{1200}{x}$ (2) 10 cm

01 Action $4y$가 x에 정비례하므로 $4y=ax(a \ne 0)$로 놓고 a의 값을 구한다.

(가)에 의하여 $4y$가 x에 정비례하므로

$4y=ax(a \ne 0)$로 놓으면 $y=\frac{a}{4}x$

(나)에 의하여 $y=\frac{a}{4}x$에 $x=-3$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{a}{4}\times(-3)$ $\therefore a=-\frac{8}{3}$

즉 x, y 사이의 관계식은 $y=\frac{1}{4}\times\left(-\frac{8}{3}\right)x$

$\therefore y=-\frac{2}{3}x$

따라서 $y=-\frac{2}{3}x$에 $x=9$를 대입하면

$y=-\frac{2}{3}\times 9=-6$

02 Action a의 값은 점 A를 지날 때 가장 크고, 점 B를 지날 때 가장 작다.

(i) $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(2, 6)$을 지날 때

$6=2a$ $\therefore a=3$ …… 40 %

(ii) $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{B}(6, 3)$을 지날 때

$3=6a$ $\therefore a=\frac{1}{2}$ …… 40 %

(i), (ii)에 의하여 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나기 위한 a의 값의 범위는

$\frac{1}{2} \le a \le 3$ …… 20 %

03 Action 점 P의 x좌표를 $a(a>0)$로 놓고 삼각형 OPQ의 넓이를 a를 사용하여 나타낸다.

점 P의 x좌표를 $a(a>0)$라 하면 $\mathrm{P}\left(a, -\frac{1}{2}a\right)$

(삼각형 OPQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times a\times\frac{1}{2}a=\frac{1}{4}a^2$

이때 $\frac{1}{4}a^2=9$에서 $a^2=36$

$\therefore a=6$ ($\because a>0$)

따라서 점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(6, -3)$이다.

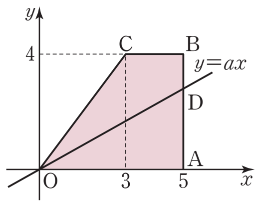
04 Action 먼저 $y=ax$의 그래프가 사다리꼴 OABC의 넓이를 이등분하려면 어느 변과 만나야 하는지 알아본다.

(사다리꼴 OABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(5-3)+5\}\times 4=14$

(삼각형 OAB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$

$\therefore$ (삼각형 OAB의 넓이)$>\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 OABC의 넓이)

즉 $y=ax$의 그래프가 사다리꼴 OABC의 넓이를 이등분하려면 $y=ax$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 변 AB와 만나야 한다.



이때 $y=ax$의 그래프와 변 AB가 만나는 점을 D라 하면 $\mathrm{D}(5, 5a)$이고,

(삼각형 OAD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 OABC의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times 5\times 5a=\frac{1}{2}\times 14$ $\therefore a=\frac{14}{25}$

05 Action 점 A의 x좌표를 a로 놓고 네 점 A, B, C, D의 좌표를 a를 사용하여 나타낸다.

점 A의 x좌표를 a라 하면 $\mathrm{A}(a, 2a)$이므로

$\mathrm{B}(a, 2a-4)$, $\mathrm{C}(a+4, 2a-4)$, $\mathrm{D}(a+4, 2a)$

이때 점 C는 $y=\frac{4}{5}x$의 그래프 위의 점이므로

$2a-4=\frac{4}{5}(a+4)$

$5(2a-4)=4(a+4)$, $10a-20=4a+16$

$6a=36$ $\therefore a=6$

따라서 점 C의 좌표는 $\mathrm{C}(10, 8)$이다.

Lecture

$\mathrm{A}(a, 2a)$이고 (선분 AB의 길이)$=4$이므로 점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표와 같은 a이고, 점 B의 y좌표는 점 A의 y좌표보다 4만큼 작으므로 $2a-4$이다.

06 Action A, B의 그래프가 나타내는 식을 각각 구한다.

두 그래프 모두 원점을 지나는 직선이므로

(i) A : $y=ax$로 놓고 $x=1$, $y=200$을 대입하면

$a=200$ $\therefore y=200x$

(ii) B : $y=bx$로 놓고 $x=4$, $y=200$을 대입하면

$200=4b$ $\therefore b=50$, 즉 $y=50x$

이때 구멍이 난 빈 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 k분이라 하면 물통의 부피는 3 L, 즉 3000 mL이므로

$200k-50k=3000$

$150k=3000$ $\therefore k=20$

따라서 구멍이 난 빈 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 20분이다.

07 Action 상자 A에 3을 넣어서 나오는 수를 상자 B에 넣었을 때, 나오는 수를 a, b를 사용하여 나타내어 본다.

상자 A에 3을 넣어서 나오는 수는 $3a$이고, 이를 상자 B에 넣어서 나오는 수는 $\frac{b}{3a}$이므로

$\frac{b}{3a}=-4 \qquad \therefore \frac{b}{a}=-12$

이때 상자 A에 -2를 넣어서 나오는 수는 $-2a$이고, 이를 상자 B에 넣어서 나오는 수는

$\frac{b}{-2a}=-\frac{1}{2}\times\frac{b}{a}=-\frac{1}{2}\times(-12)=6$

08 Action 두 점 P, Q의 x좌표를 각각 a를 사용하여 나타낸 후 x좌표의 차가 2임을 이용한다.

(1) $y=\frac{a}{x}$에 $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{x} \qquad \therefore x=-\frac{a}{6}$, 즉 $\mathrm{P}\left(-\frac{a}{6}, -6\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{a}{x} \qquad \therefore x=-\frac{a}{3}$, 즉 $\mathrm{Q}\left(-\frac{a}{3}, -3\right)$

이때 두 점 P, Q의 x좌표의 차가 2이므로

$-\frac{a}{3}-\left(-\frac{a}{6}\right)=2$

$-\frac{a}{3}+\frac{a}{6}=2$, $2a-a=-12$

$\therefore a=-12$

(2) 점 P의 x좌표는 $-\frac{a}{6}=-\frac{-12}{6}=2$

09 Action 직사각형 BOAP의 넓이가 18임을 이용하여 a의 값을 구한다.

점 P의 x좌표를 $k(k>0)$라 하면 $\mathrm{P}\left(k, \frac{a}{k}\right)$

이때 (선분 OA의 길이)$=k$, (선분 AP의 길이)$=\frac{a}{k}$이고

직사각형 BOAP의 넓이는 18이므로

$k\times\frac{a}{k}=18 \qquad \therefore a=18$, 즉 $y=\frac{18}{x}$

점 Q의 x좌표를 $t(t<0)$라 하면 $\mathrm{Q}\left(t, \frac{18}{t}\right)$

(선분 OC의 길이)$=-t$

(선분 CQ의 길이)$=-\frac{18}{t}$

$\therefore$ (삼각형 OCQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(-t)\times\left(-\frac{18}{t}\right)$

$=9$

10 Action 삼각형 ABD와 삼각형 BCD는 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 삼각형이다.

두 점 A, B의 x좌표가 같으므로

$y=-\frac{8}{x}$에 $x=-k$를 대입하면

$y=-\frac{8}{-k}=\frac{8}{k} \qquad \therefore \mathrm{A}\left(-k, \frac{8}{k}\right)$

두 점 C, D의 x좌표가 같으므로

$y=-\frac{8}{x}$에 $x=k$를 대입하면

$y=-\frac{8}{k} \qquad \therefore \mathrm{C}\left(k, -\frac{8}{k}\right)$

(선분 AB의 길이)$=\frac{8}{k}$, (선분 BD의 길이)$=k-(-k)=2k$,

(선분 CD의 길이)$=\frac{8}{k}$이므로 삼각형 ABD와 삼각형 BCD는 모두 밑변의 길이가 $2k$이고 높이가 $\frac{8}{k}$이다.

$\therefore$ (사각형 ABCD의 넓이)$=2\times$(삼각형 ABD의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 2k\times\frac{8}{k}\right)$

$=16$

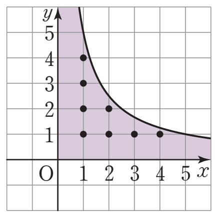
11 Action 주어진 그래프가 점 $(-5, -1)$을 지남을 이용하여 먼저 그래프가 나타내는 식을 구한다.

그래프가 좌표축에 점점 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$로 놓고

$x=-5$, $y=-1$을 대입하면

$-1=\frac{a}{-5} \qquad \therefore a=5$, 즉 $y=\frac{5}{x}$ ······ 40 %

이때 제1사분면에서 $y=\frac{5}{x}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은



$x=1$일 때, $y=1, 2, 3, 4$의 4개

$x=2$일 때, $y=1, 2$의 2개

$x=3$일 때, $y=1$의 1개

$x=4$일 때, $y=1$의 1개

따라서 제1사분면에서 구하는 점은

$4+2+1+1=8$(개) ······ 40 %

같은 방법으로 제3사분면에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점도 8개이므로 구하는 점의 개수는

$8\times2=16$ ······ 20 %

12 Action 점 A의 x좌표를 $a(a>0)$로 놓고 세 점 A, B, C의 좌표를 a를 사용하여 나타낸다.

점 A의 x좌표를 $a(a>0)$라 하면 $\mathrm{A}\left(a, \frac{6}{a}\right)$

이때 점 B의 y좌표는 $\frac{6}{a}$이므로

$y=-\frac{4}{x}$에 $y=\frac{6}{a}$을 대입하면

$\frac{6}{a}=-\frac{4}{x}$ $\quad\therefore x=-\frac{2}{3}a$, 즉 $B\left(-\frac{2}{3}a, \frac{6}{a}\right)$

점 C의 x좌표는 $-\frac{2}{3}a$이므로

$y=\frac{6}{x}$에 $x=-\frac{2}{3}a$를 대입하면

$y=6\div\left(-\frac{2}{3}a\right)=6\times\left(-\frac{3}{2a}\right)=-\frac{9}{a}$

$\therefore C\left(-\frac{2}{3}a, -\frac{9}{a}\right)$

(선분 AB의 길이)$=a-\left(-\frac{2}{3}a\right)=a+\frac{2}{3}a=\frac{5}{3}a$

(선분 BC의 길이)$=\frac{6}{a}-\left(-\frac{9}{a}\right)=\frac{6}{a}+\frac{9}{a}=\frac{15}{a}$

$\therefore$ (삼각형 ABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}a\times\frac{15}{a}=\frac{25}{2}$

13 **Action** $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 원점에 대칭인 한 쌍의 매끄러운 곡선임을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

점 A의 x좌표가 4이므로 $A(4, 4a)$

$y=\frac{b}{x}$의 그래프는 원점에 대칭인 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로

$B(-4, -4a)$, $C(-4, 4a)$, $D(4, -4a)$

이때 직사각형 ACBD의 넓이가 80이므로

$\{4-(-4)\}\times\{4a-(-4a)\}=80$

$64a=80$ $\quad\therefore a=\frac{5}{4}$

따라서 $A(4, 5)$이므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=4$, $y=5$를 대입하면

$5=\frac{b}{4}$ $\quad\therefore b=20$

$\therefore ab=\frac{5}{4}\times 20=25$

Lecture

두 점 A, B는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점인 동시에 반비례 관계 $y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점이다.
이때 반비례 관계의 그래프는 원점에 대칭인 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 점 B는 점 A와 원점에 대칭인 점이다.
따라서 점 B의 좌표는 $B(-4, -4a)$이다.

14 **Action** 물체의 무게와 중심 G로부터의 거리는 반비례한다.

(1) $xy=15\times 80=1200$ $\quad\therefore y=\frac{1200}{x}$

(2) $y=\frac{1200}{x}$에 $x=120$을 대입하면

$y=\frac{1200}{120}=10$

따라서 물체 A는 중심 G로부터 10 cm 떨어져 있다.

최고 수준 뛰어넘기

P 109– P 110

01 300	**02** 10	**03** 16	**04** $1\le m\le 4$
05 $\frac{3}{2}$	**06** $y=\frac{1}{2}x$, 3바퀴		

01 **Action** 주어진 좌표평면 위에 $y=2x$의 그래프를 그려 본다.

$y=2x$의 그래프가 지나가는 정사각형에 적혀 있는 수는

$0<x\le 1$에서 1, 2

$1<x\le 2$에서 4, 5

$2<x\le 3$에서 7, 8

$3<x\le 4$에서 10, 11

$\vdots$

$9<x<10$에서 28, 29

이것은 1부터 30 이하의 자연수 중 3의 배수를 제외한 수이므로 구하는 수들의 합은 1부터 30 이하의 자연수의 합에서 3의 배수의 합을 뺀 값과 같다.

(1부터 30 이하의 자연수의 합)

$=1+2+3+\cdots+28+29+30$

$=(1+30)+(2+29)+\cdots+(15+16)$

$=31\times 15=465$

(1부터 30 이하의 3의 배수의 합)

$=3+6+9+\cdots+27+30$

$=(3+30)+(6+27)+\cdots+(15+18)$

$=33\times 5=165$

따라서 구하는 수들의 합은

$465-165=300$

02 **Action** 직사각형 $OA_nB_nC_n$의 넓이는 $xy=a^2$으로 항상 일정함을 이용한다.

직사각형 $OA_nB_nC_n$의 넓이 S_n은 $xy=a^2$으로 항상 일정하다.

$$\therefore \frac{S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{100}}{10a^2}=\frac{a^2+a^2+a^2+\cdots+a^2}{10a^2}=\frac{100a^2}{10a^2}=10$$

03 **Action** 점 A의 좌표를 이용하여 a의 값을 구한다.

$y=3x$에 $y=6$을 대입하면

$6=3x$ $\quad\therefore x=2$

즉 $A(2, 6)$이므로 $B(2, 0)$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=12$, 즉 $y=\frac{12}{x}$

점 B의 x좌표는 2이므로 점 P가 출발한 지 16초 후의 점 P의 x좌표는

$2+\frac{1}{4}\times16=6$ $\qquad\therefore$ P$(6, 0)$

$y=\frac{12}{x}$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{12}{6}=2$ $\qquad\therefore$ Q$(6, 2)$

$\therefore$ (사다리꼴 ABPQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(2+6)\times(6-2)$

$=16$

04 Action 삼각형의 넓이를 이용하여 a의 값을 구한다.

두 점 A, B의 좌표를 각각 A$\left(\frac{a}{12}, 12\right)$, B$\left(\frac{a}{6}, 6\right)$이라 하면

삼각형 ABC의 넓이가 9이므로

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{a}{6}-\frac{a}{12}\right)\times(12-6)=9$

$\frac{1}{2}\times\frac{a}{12}\times6=9$ $\qquad\therefore a=36$

즉 A$(3, 12)$, B$(6, 6)$이므로

$y=mx$의 그래프가 점 A를 지날 때 m의 값은 최대이고, 점 B를 지날 때 m의 값은 최소이다.

(i) $y=mx$의 그래프가 점 A$(3, 12)$를 지날 때

$12=3m$ $\qquad\therefore m=4$

(ii) $y=mx$의 그래프가 점 B$(6, 6)$을 지날 때

$6=6m$ $\qquad\therefore m=1$

(i), (ii)에서 구하는 상수 m의 값의 범위는

$1\le m\le4$

05 Action 점 P의 좌표를 이용하여 a, b의 값을 구한다.

$y=ax$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면 $a=2$

이때 $y=\frac{2ab}{x}$, 즉 $y=\frac{4b}{x}$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면

$2=4b$ $\qquad\therefore b=\frac{1}{2}$

점 Q의 x좌표를 $t(t>0)$라 하면 Q$\left(t, \frac{1}{2}t\right)$

$y=\frac{2ab}{x}$, 즉 $y=\frac{2}{x}$에 $x=t$, $y=\frac{1}{2}t$를 대입하면

$\frac{1}{2}t=\frac{2}{t}$, $t^2=4$

$\therefore t=2$ ($\because t>0$), 즉 Q$(2, 1)$

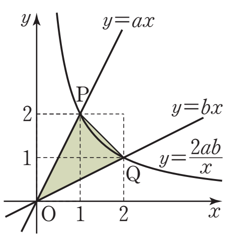
따라서 오른쪽 그림에서

(삼각형 POQ의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(1+2)\times2-\frac{1}{2}\times1\times1$

$-\frac{1}{2}\times2\times1$

$=3-\frac{1}{2}-1=\frac{3}{2}$



Lecture

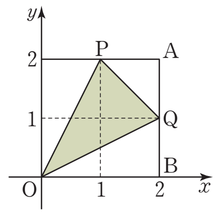
오른쪽 그림에서

(삼각형 POQ의 넓이)

=(사다리꼴 POBA의 넓이)

−(삼각형 APQ의 넓이)

−(삼각형 QOB의 넓이)



06 Action 톱니 수와 회전수는 반비례함을 이용한다.

톱니 수와 회전수는 반비례하므로 톱니바퀴 A가 x바퀴 회전하는 동안 톱니바퀴 B가 a바퀴 회전한다고 하면

$18\times x=24\times a$ $\qquad\therefore a=\frac{3}{4}x$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉠

톱니바퀴 B가 a바퀴 회전할 때, 톱니바퀴 C도 a바퀴 회전하고, 톱니바퀴 D는 y바퀴 회전하므로

$14\times a=21\times y$ $\qquad\therefore a=\frac{3}{2}y$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{3}{4}x=\frac{3}{2}y$이므로 $y=\frac{1}{2}x$

이때 톱니바퀴 A가 6바퀴 회전하므로

$y=\frac{1}{2}x$에 $x=6$을 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times6=3$

따라서 톱니바퀴 A가 6바퀴 회전하는 동안 톱니바퀴 D는 3바퀴 회전한다.

교과서 속 창의사고력

P 111–P 112

01 (1) 점 P : $(6, 3)$, 점 Q : $(6, -3)$ (2) 30초 후

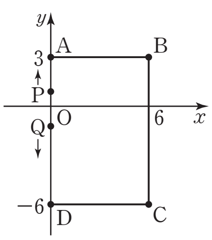
02 865 kcal **03** 분속 150 m

04 $A=16$, $y=\frac{16}{x}$

01 Action 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내고 두 점 P, Q를 움직여 본다.

(1) 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

점 P는 원점 O에서 출발하여 시계 방향으로 매초 3의 속력으로 움직이므로



1초 후 점 P가 도착하는 점의 좌표는 $(0, 3)$,

2초 후 점 P가 도착하는 점의 좌표는 $(3, 3)$,

3초 후 점 P가 도착하는 점의 좌표는 $(6, 3)$이다.

또 점 Q는 원점 O에서 출발하여 시계 반대 방향으로 매초 5의 속력으로 움직이므로
1초 후 점 Q가 도착하는 점의 좌표는 $(0,\ -5)$,
2초 후 점 Q가 도착하는 점의 좌표는 $(4,\ -6)$,
3초 후 점 Q가 도착하는 점의 좌표는 $(6,\ -3)$이다.

(2) 직사각형 ABCD의 네 변의 길이의 합은
$6+9+6+9=30$이므로
점 P는 $30\div3=10$(초)마다 원점 O로 되돌아오고,
점 Q는 $30\div5=6$(초)마다 원점 O로 되돌아온다.
이때 10과 6의 최소공배수는 30이므로 두 점 P, Q가 원점 O에서 처음으로 다시 만나는 것은 원점 O를 출발한 지 30초 후이다.

Lecture

점 P가 매초마다 도착하는 점의 좌표는
$(0, 0) \to (0, 3) \to (3, 3) \to (6, 3) \to (6, 0) \to (6, -3) \to (6, -6) \to (3, -6) \to (0, -6) \to (0, -3) \to (0, 0) \to \cdots$
즉 점 P는 10초마다 원점 O로 되돌아온다.
점 Q가 매초마다 도착하는 점의 좌표는
$(0, 0) \to (0, -5) \to (4, -6) \to (6, -3) \to (6, 2) \to (2, 3) \to (0, 0) \to \cdots$
즉 점 Q는 6초마다 원점 O로 되돌아온다.

02

Action 음식 A를 250 g 섭취하였을 때, 세 영양소의 양을 각각 구한다.

세 영양소 탄수화물, 단백질, 지방이 1 g당 내는 열량은 각각 4 kcal, 4 kcal, 9 kcal이다.
음식 A를 250 g 섭취하였을 때, 탄수화물, 단백질, 지방의 양을 각각 a g, b g, c g이라 하자.
음식 A의 1 g당 탄수화물의 양은 $\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$ (g)이므로
$a=250\times\frac{1}{2}=125$
음식 A의 1 g당 단백질의 양은 $\frac{14}{100}=\frac{7}{50}$ (g)이므로
$b=250\times\frac{7}{50}=35$
음식 A의 1 g당 지방의 양은 $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$ (g)이므로
$c=250\times\frac{1}{10}=25$
따라서 음식 A를 250 g 섭취하였을 때, 탄수화물의 양은 125 g, 단백질의 양은 35 g, 지방의 양은 25 g이므로 구하는 열량의 총합은
$$\begin{aligned}125\times4+35\times4+25\times9&=500+140+225\\&=865\ (\text{kcal})\end{aligned}$$

03

Action 거북이 80분 동안 6000 m를 달렸음을 이용하여 먼저 거북의 속력을 구한다.

거북은 80분 동안 6000 m를 달렸으므로 1분 동안 달린 거리는 $\frac{6000}{80}=75$ (m)이다. 즉 거북의 속력은 분속 75 m이다.
이때 거북은 2시간 만에 결승점에 도착하였으므로 2시간, 즉 120분 동안 달린 거리는
$75\times120=9000$ (m)
따라서 출발점에서 결승점까지의 거리는 9000 m이다.
토끼는 거북보다 10분 늦게 도착하였으므로 130분이 걸렸고, 토끼가 잠을 자고 일어난 이후에 $130-110=20$(분) 동안 $9000-6000=3000$ (m)를 달렸으므로 잠을 자고 일어난 이후의 토끼의 속력은 분속 $\frac{3000}{20}=150$ (m)

04

Action 넓이가 1 m^2인 직사각형 모양의 그늘막을 설치하는 데 드는 비용을 구한 후 128000원의 비용으로 설치할 수 있는 그늘막의 넓이를 구한다.

넓이가 6 m^2인 직사각형 모양의 그늘막을 설치하는 데 드는 비용이 48000원이므로 넓이가 1 m^2인 직사각형 모양의 그늘막을 설치하는 데 드는 비용은
$\frac{48000}{6}=8000$(원)
따라서 128000원의 비용으로 설치할 수 있는 그늘막의 넓이는 $\frac{128000}{8000}=16$ (m^2)
$\therefore A=16$
이때 그늘막은 가로, 세로의 길이가 각각 x m, y m인 직사각형 모양이므로
$xy=16 \qquad \therefore y=\frac{16}{x}$