정답과 풀이

중학수학 1·2

Ⅰ. 기본 도형

1. 기본 도형

최고 수준 입문하기

P 8- P 11

01 ③, ④	02 16	03 ②	04 ③, ⑤
05 (1) 10 (2) 20 (3) 10		06 14	07 ④
08 5 cm	09 20 cm	10 4 cm	11 75°
12 65°	13 60°	14 24°	15 108°
16 127.5°	17 90°	18 25°	19 125°
20 12쌍	21 28°	22 140°	23 4 cm
24 ③			

01 Action 교점과 교선의 뜻과 성질을 이해한다.

③ 교점은 선과 선 또는 선과 면이 만날 때 생긴다.

④ 면과 면이 만나서 생기는 교선은 직선 또는 곡선이다.

02 Action 각뿔에서 (교점의 개수)=(꼭짓점의 개수), (교선의 개수)=(모서리의 개수)임을 이용한다.

교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같으므로

$a=6$

교선의 개수는 모서리의 개수와 같으므로

$b=10$

$\therefore a+b=6+10=16$

03 Action 주어진 직선, 반직선, 선분이 서로 같은지 확인한다.

② $\overrightarrow{BD}$와 $\overrightarrow{DB}$는 시작점과 방향이 모두 다르므로
$\overrightarrow{BD}\neq\overrightarrow{DB}$

04 Action 직선, 반직선, 선분의 특징을 이해한다.

③ 서로 다른 세 점을 지나는 직선은 존재하지 않을 수도 있다.

⑤ 반직선과 직선의 길이는 생각할 수 없다.

05 Action 직선, 반직선, 선분의 개수를 각각 세어 본다.

(1) 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$의 10개

(2) 반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$의 20개

(3) 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$의 10개

Lecture

직선, 반직선, 선분의 개수

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 n개의 점에 대하여 두 점을 지나는 직선, 반직선, 선분의 개수는 각각 다음과 같다.

(1) 직선(또는 선분)의 개수 : $\dfrac{n(n-1)}{2}$

(2) 반직선의 개수 : $n(n-1)$

➡ (반직선의 개수)$=2\times$(직선의 개수)$=2\times$(선분의 개수)

06 Action 세 점 B, C, D는 모두 직선 l 위의 점이므로 세 점 B, C, D를 지나는 직선은 1개이다.

서로 다른 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BD}$의 4개이므로

$a=4$

서로 다른 반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DC}$의 10개이므로

$b=10$

$\therefore a+b=4+10=14$

07 Action 선분의 중점은 그 선분의 길이를 이등분하는 점임을 이용하여 각 선분의 길이의 비를 생각한다.

④ $\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\overline{MB}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{4}\overline{AB}$

⑤ $\overline{AN}=\overline{AM}+\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}+\dfrac{1}{4}\overline{AB}=\dfrac{3}{4}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB}=\dfrac{4}{3}\overline{AN}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

08 Action 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로 $\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{AN}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}$임을 이용한다.

$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times18=9\ (\text{cm})$

$\overline{AN}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times(18+10)=\dfrac{1}{2}\times28=14\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{MN}=\overline{AN}-\overline{AM}=14-9=5\ (\text{cm})$

09 Action 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점임을 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

두 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{MB}+2\overline{BN}$

$=2(\overline{MB}+\overline{BN})$

$=2\overline{MN}$

$=2\times15=30\ (\text{cm})$

한편 $\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$

$\therefore \overline{AB}=\dfrac{2}{3}\overline{AC}=\dfrac{2}{3}\times30=20\ (\text{cm})$

10 Action $\overline{AB}:\overline{BC}=3:1$임을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

점 M이 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3=6\,(\mathrm{cm})$, $\overline{MB}=3\,\mathrm{cm}$

$\overline{AB}:\overline{BC}=3:1$에서 $6:\overline{BC}=3:1$

$3\overline{BC}=6\qquad\therefore\ \overline{BC}=2\,(\mathrm{cm})$

점 N이 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BN}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times2=1\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=3+1=4\,(\mathrm{cm})$

11 Action 평각의 크기는 180°임을 이용한다.

$(\angle x-30^\circ)+55^\circ+(\angle x+5^\circ)=180^\circ$이므로

$2\angle x+30^\circ=180^\circ$, $2\angle x=150^\circ$

$\therefore\ \angle x=75^\circ$

12 Action $\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$, $\angle BOC+\angle COD=90^\circ$임을 이용한다.

$\angle AOB=90^\circ-\angle BOC=\angle COD$이고

$\angle AOB+\angle COD=50^\circ$이므로

$2\angle AOB=50^\circ\qquad\therefore\ \angle AOB=25^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=90^\circ-\angle AOB=90^\circ-25^\circ=65^\circ$

13 Action $\angle z=180^\circ\times\dfrac{4}{3+5+4}$임을 이용한다.

$\angle z=180^\circ\times\dfrac{4}{3+5+4}=180^\circ\times\dfrac{1}{3}=60^\circ$

Lecture

각의 크기의 비가 주어진 경우

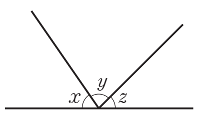
오른쪽 그림에서

$\angle x:\angle y:\angle z=a:b:c$이면

$\angle x=180^\circ\times\dfrac{a}{a+b+c}$

$\angle y=180^\circ\times\dfrac{b}{a+b+c}$

$\angle z=180^\circ\times\dfrac{c}{a+b+c}$



14 Action $\angle AOC+\angle COB=180^\circ$임을 이용하여 $\angle AOC$의 크기를 구한다.

$\angle AOC+\angle COB=180^\circ$에서

$\angle AOC+\dfrac{2}{3}\angle AOC=180^\circ$

$\dfrac{5}{3}\angle AOC=180^\circ\qquad\therefore\ \angle AOC=108^\circ$ …… 40 %

$\angle COB=180^\circ-108^\circ=72^\circ$이므로 …… 30 %

$\angle x+(3\angle x-24^\circ)=72^\circ$, $4\angle x=96^\circ$

$\therefore\ \angle x=24^\circ$ …… 30 %

15 Action 먼저 $\angle COD$의 크기는 $\angle AOD$의 크기의 몇 배인지 구한다.

$5\angle AOC=2\angle AOD$이므로 $\angle AOC=\dfrac{2}{5}\angle AOD$

$\therefore\ \angle COD=\dfrac{3}{5}\angle AOD$

$5\angle DOE=3\angle DOB$이므로 $\angle DOE=\dfrac{3}{5}\angle DOB$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle COE&=\angle COD+\angle DOE\\&=\frac{3}{5}\angle AOD+\frac{3}{5}\angle DOB\\&=\frac{3}{5}(\angle AOD+\angle DOB)\\&=\frac{3}{5}\times180^\circ=108^\circ\end{aligned}$$

16 Action 시침과 분침이 움직인 각도를 각각 구한다.

시침은 1시간에 30°, 1분에 0.5°씩 움직이고, 분침은 1분에 6°씩 움직인다.

시침이 12를 가리킬 때부터 4시간 45분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times4+0.5^\circ\times45=120^\circ+22.5^\circ=142.5^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 45분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times45=270^\circ$

따라서 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각의 크기는 $270^\circ-142.5^\circ=127.5^\circ$

Lecture

시계에서의 각의 크기

(1) 시침이 1시간 동안 움직이는 각의 크기는 $360^\circ\times\dfrac{1}{12}=30^\circ$

시침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는 $30^\circ\times\dfrac{1}{60}=0.5^\circ$

(2) 분침이 1분 동안 움직이는 각의 크기는 $360^\circ\times\dfrac{1}{60}=6^\circ$

17 Action 맞꼭지각의 크기가 서로 같음을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구하고, 평각의 크기가 180°임을 이용하여 $\angle y$의 크기를 구한다.

$3\angle x+10^\circ=2\angle x+50^\circ$에서 $\angle x=40^\circ$

$\angle y+(3\angle x+10^\circ)=180^\circ$에서

$\angle y+(120^\circ+10^\circ)=180^\circ\qquad\therefore\ \angle y=50^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=40^\circ+50^\circ=90^\circ$

18 Action 맞꼭지각의 크기가 서로 같음을 이용하여 $\angle x$와 크기와 같은 각을 찾는다.

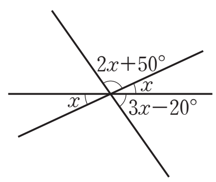
오른쪽 그림에서 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$(2\angle x+50^\circ)+\angle x$

$+(3\angle x-20^\circ)=180^\circ$

$6\angle x+30^\circ=180^\circ$, $6\angle x=150^\circ$

$\therefore\ \angle x=25^\circ$



19 Action 평각의 크기가 180°임을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구하고, 맞꼭지각의 크기가 서로 같음을 이용하여 $\angle y$의 크기를 구한다.

$90^\circ+(2\angle x+15^\circ)+(3\angle x-25^\circ)=180^\circ$에서

$5\angle x+80^\circ=180^\circ$, $5\angle x=100^\circ$

$\therefore \angle x=20^\circ$

$\therefore \angle y=90^\circ+(2\angle x+15^\circ)$

$=90^\circ+(40^\circ+15^\circ)$

$=145^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=145^\circ-20^\circ=125^\circ$

20 Action 서로 다른 2개의 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은 모두 2쌍이다.

직선 AB와 직선 CD, 직선 AB와 직선 EF, 직선 AB와 직선 GH, 직선 CD와 직선 EF, 직선 CD와 직선 GH, 직선 EF와 직선 GH로 만들어지는 맞꼭지각이 각각 2쌍이므로 $2\times6=12$(쌍)

21 Action $\angle BOE=90^\circ$이고 $\angle BOD=4\angle DOE$임을 이용하여 $\angle DOE$의 크기를 구한다.

$\angle BOE=\angle BOD+\angle DOE$에서

$90^\circ=4\angle DOE+\angle DOE$

즉 $5\angle DOE=90^\circ$이므로 $\angle DOE=18^\circ$ …… 40 %

이때 $5\angle DOE=9\angle COD$에서

$\angle COD=\frac{5}{9}\angle DOE=\frac{5}{9}\times18^\circ=10^\circ$ …… 40 %

$\therefore \angle AOF=\angle COE$

$=\angle COD+\angle DOE$

$=10^\circ+18^\circ=28^\circ$ …… 20 %

22 Action $\angle AOC+\angle COE=180^\circ$임을 이용한다.

$\angle AOB:\angle BOC=2:7$, $\angle DOE:\angle COD=2:7$이므로

$\angle AOB=2\angle x$, $\angle BOC=7\angle x$,

$\angle DOE=2\angle y$, $\angle COD=7\angle y$라 하자.

$\angle AOC+\angle COE=180^\circ$이므로

$(2\angle x+7\angle x)+(7\angle y+2\angle y)=180^\circ$

$9\angle x+9\angle y=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x+\angle y=20^\circ$

$\therefore \angle GOF=\angle BOD$

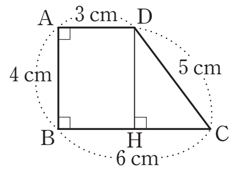
$=\angle BOC+\angle COD$

$=7\angle x+7\angle y$

$=7(\angle x+\angle y)$

$=7\times20^\circ=140^\circ$

23 Action 점 D와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발까지의 거리이다.



오른쪽 그림과 같이 점 D와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발 H까지의 거리이므로 $\overline{DH}$의 길이와 같다.

$\therefore \overline{DH}=\overline{AB}=4\text{ cm}$

24 Action 수직과 수선의 성질을 생각한다.

③ $\overleftrightarrow{CD}$는 $\overline{AB}$의 수직이등분선이다.

최고수준 완성하기

P 12~P 15

01 32	02 10	03 26	04 ③
05 7 cm	06 12 cm	07 9	08 15 m
09 48°	10 3시 $49\frac{1}{11}$분		11 30분
12 8°			

01 Action 주어진 입체도형에서 (교점의 개수)=(꼭짓점의 개수), (교선의 개수)=(모서리의 개수)임을 이용한다.

교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같으므로 $a=8$

교선의 개수는 모서리의 개수와 같으므로 $b=13$

면의 개수는 $c=7$

한 꼭짓점에서 만나는 교선의 개수는 3 또는 4이므로

$d=4$

$\therefore a+b+c+d=8+13+7+4=32$

02 Action 직선과 반직선의 개수를 각각 세어 본다.

직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$의 8개이므로 $a=8$ …… 40 %

반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{ED}$의 18개이므로 $b=18$ …… 40 %

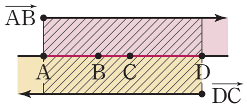
$\therefore b-a=18-8=10$ …… 20 %

03 Action 두 점을 지나는 서로 다른 반직선의 개수를 세어 본다.

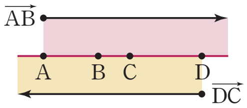
반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CF}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FB}$, $\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{FE}$의 26개이다.

04 Action 반직선을 직접 그려 본다.

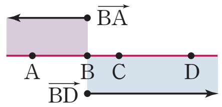
① 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{DC}$의 공통인 부분은 $\overline{AD}$이다.



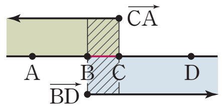
② 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{DC}$를 합하면 $\overleftrightarrow{BC}$이다.



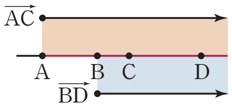
③ 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{BA}$는 $\overrightarrow{BD}$에 포함되지 않는다.



④ 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{CA}$와 $\overrightarrow{BD}$의 공통인 부분은 $\overline{BC}$이다.



⑤ 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{AC}$와 $\overrightarrow{BD}$를 합하면 $\overrightarrow{AB}$이다.



따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

05 Action $\overline{AM}=\overline{AF}-\overline{MF}$이므로 $\overline{AF}$, $\overline{MF}$의 길이를 먼저 구한다.

$\overline{PA}=\frac{1}{3}\overline{PF}=\frac{1}{3}\times15=5\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{AF}=\overline{PF}-\overline{PA}=15-5=10\ (\mathrm{cm})$

$\overline{CF}=\frac{3}{5}\overline{AF}=\frac{3}{5}\times10=6\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{MF}=\frac{1}{2}\overline{CF}=\frac{1}{2}\times6=3\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{AM}=\overline{AF}-\overline{MF}=10-3=7\ (\mathrm{cm})$

06 Action $3\overline{AB}=4\overline{BD}$, $2\overline{AC}=5\overline{CD}$이므로 $\overline{AB}:\overline{BD}=4:3$, $\overline{AC}:\overline{CD}=5:2$이다.

$3\overline{AB}=4\overline{BD}$에서 $\overline{AB}:\overline{BD}=4:3$이므로

$\overline{AB}=4x$, $\overline{BD}=3x$라 하면 $\overline{AD}=4x+3x=7x$이고

$2\overline{AC}=5\overline{CD}$에서 $\overline{AC}:\overline{CD}=5:2$이므로

$\overline{AC}=\frac{5}{7}\overline{AD}=5x$, $\overline{CD}=\frac{2}{7}\overline{AD}=2x$

이때 점 M이 $\overline{AC}$의 중점이므로 $\overline{AM}=\overline{MC}=\frac{5}{2}x$

점 N이 $\overline{BD}$의 중점이므로 $\overline{BN}=\overline{ND}=\frac{3}{2}x$

$\overline{MN}=\overline{AD}-\overline{AM}-\overline{ND}$

$\quad=7x-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}x=3x$

즉 $3x=24 \qquad \therefore\ x=8$

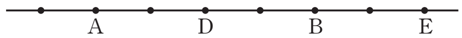
$\therefore\ \overline{MB}=\overline{AB}-\overline{AM}$

$\quad=4x-\frac{5}{2}x=\frac{3}{2}x$

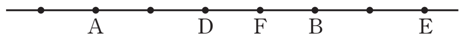
$\quad=\frac{3}{2}\times8=12\ (\mathrm{cm})$

07 Action 주어진 조건을 만족시키도록 직선 위에 점을 나타내어 본다.

(가)에서 두 점 D, E의 위치는 다음 그림과 같다.

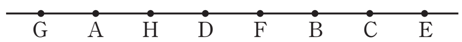


(나)에서 점 F의 위치는 다음 그림과 같다.



(다)에서 두 점 G, H의 위치는 다음 그림과 같다.

따라서 점 C의 위치는 다음 그림과 같다.



이때 $\overline{AD}=6$이므로 $\overline{CD}=\frac{3}{2}\overline{AD}=\frac{3}{2}\times6=9$

08 Action 주어진 조건을 만족시키도록 건물들을 직선 위에 점으로 나타내어 본다.

(가), (나)에서 편의점과 빵집, 빵집과 서점 사이의 거리는

$\frac{1}{2}\times36=18\ (\mathrm{m})$

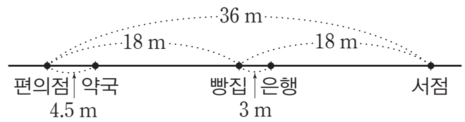
(다)에서 편의점과 약국 사이의 거리는

$\frac{1}{4}\times18=4.5\ (\mathrm{m})$

(라)에서 빵집과 은행 사이의 거리는

$7.5-4.5=3\ (\mathrm{m})$

즉 이 건물들의 위치를 직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 은행과 서점 사이의 거리는

$18-3=15\ (\mathrm{m})$

09 Action 주어진 그림에서 나타낼 수 있는 모든 각을 빠짐없이 구한다.

주어진 그림에서 나타낼 수 있는 모든 각은

$\angle A_1OA_2$, $\angle A_1OA_3$, $\angle A_1OA_4$, $\angle A_1OA_5$, $\angle A_2OA_3$, $\angle A_2OA_4$, $\angle A_2OA_5$, $\angle A_3OA_4$, $\angle A_3OA_5$, $\angle A_4OA_5$이므로 모든 각의 크기의 합은

$\angle a+(\angle a+\angle b)+(\angle a+\angle b+\angle c)$

$+(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)+\angle b+(\angle b+\angle c)$

$+(\angle b+\angle c+\angle d)+\angle c+(\angle c+\angle d)+\angle d$

$=4\angle a+6\angle b+6\angle c+4\angle d=600^\circ$

이때 $\angle a:\angle b:\angle c:\angle d=1:2:3:4$이므로

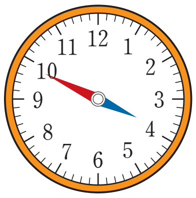
$\angle b=2\angle a$, $\angle c=3\angle a$, $\angle d=4\angle a$이다.

즉 $4\angle a+12\angle a+18\angle a+16\angle a=600^\circ$에서

$50\angle a=600^\circ \qquad \therefore\ \angle a=12^\circ$

$\therefore\ \angle d=4\angle a=4\times12^\circ=48^\circ$

10 Action 시침과 분침이 서로 반대 방향을 가리키며 평각을 이루는 시각을 3시 x분으로 놓고 시침과 분침이 움직인 각도를 각각 구한다.



시침과 분침이 서로 반대 방향을 가리키며 평각을 이루는 시각을 3시 x분이라 하자.

시침이 12를 가리킬 때부터 3시간 x분 동안 움직인 각도는

$30° \times 3 + 0.5° \times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6° \times x$ …… 40 %

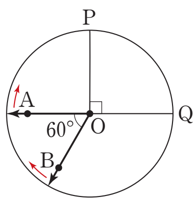
3시와 4시 사이에서 시계의 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180°이므로

$6° \times x - (30° \times 3 + 0.5° \times x) = 180°$ …… 30 %

$5.5° \times x = 270°$ $\quad \therefore x = \frac{270}{5.5} = \frac{540}{11} = 49\frac{1}{11}$

따라서 구하는 시각은 3시 $49\frac{1}{11}$분이다. …… 30 %

11 Action 두 반직선이 이루는 각의 크기가 첫 번째로 60°가 되는 것은 $\overrightarrow{OA}$가 $\overrightarrow{OB}$를 추월하기 전이고, 두 번째로 60°가 되는 것은 $\overrightarrow{OA}$가 $\overrightarrow{OB}$를 추월한 후이다.



$\overrightarrow{OA}$는 40분에 360°를 회전하므로 1분에 9°를 회전하고, $\overrightarrow{OB}$는 90분에 360°를 회전하므로 1분에 4°를 회전한다.

$\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$가 이루는 각의 크기가 두 번째로 60°가 될 때까지 걸리는 시간을 x분이라 하면 x분 동안 $\overrightarrow{OA}$가 회전한 각도는 $9x°$이므로 $\overrightarrow{OP}$를 기준으로 $\overrightarrow{OA}$의 위치까지의 각도는 $9x°$이다.

또 x분 동안 $\overrightarrow{OB}$가 회전한 각도는 $4x°$이므로 $\overrightarrow{OP}$를 기준으로 $\overrightarrow{OB}$의 위치까지의 각도는 $(90+4x)°$이다.

즉 $9x - (90+4x) = 60$에서

$5x = 150$ $\quad \therefore x = 30$

따라서 두 반직선이 이루는 각의 크기가 두 번째로 60°가 되는 것은 출발한 지 30분 후이다.

12 Action $\angle COH = 90°$, $\angle EOB = 90°$, $\angle HOB = 21°$임을 이용하여 $\angle COE$의 크기를 구한다.

$\angle COH = 90°$, $\angle EOB = 90°$이므로

$\angle COE = 90° - \angle EOH = \angle HOB = 21°$

$3\angle HOG = 20\angle COE$에서

$\angle HOG = \frac{20}{3}\angle COE = \frac{20}{3} \times 21° = 140°$

$\therefore \angle GOF = \angle HOG - (\angle HOB + \angle BOF)$

$= 140° - (21° + 90°)$

$= 29°$

한편 $\angle DOF = \angle COE = 21°$ (맞꼭지각)이므로

$\angle GOF - \angle DOF = 29° - 21° = 8°$

최고 수준 뛰어넘기

P 16–P 17

01 45	**02** ③	**03** ①, ④	**04** 3 : 4
05 (1) 18 (2) 48		**06** $\frac{360}{11}$분	

01 Action 어느 두 직선도 평행하지 않고 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않으므로 직선을 추가로 1개씩 그을 때마다 이전에 있던 직선들과 각각 한 점에서 만나게 된다.

직선을 2개 그렸을 때, 생기는 교점의 개수는 1

직선을 3개 그렸을 때, 생기는 교점의 개수는 $1+2=3$

직선을 4개 그렸을 때, 생기는 교점의 개수는 $1+2+3=6$

직선을 5개 그렸을 때, 생기는 교점의 개수는

$1+2+3+4=10$

$\vdots$

따라서 직선을 10개 그렸을 때, 생기는 교점의 개수는

$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$

02 Action 선분은 양 끝 점 중 한 끝 점을 정하여 개수를 세어 보고, 반직선은 시작점을 정하여 개수를 세어 본다.

(i) 왼쪽 끝 점이 A_1인 선분의 개수 : $n-1$

왼쪽 끝 점이 A_2인 선분의 개수 : $n-2$

왼쪽 끝 점이 A_3인 선분의 개수 : $n-3$

$\vdots$

왼쪽 끝 점이 A_{n-1}인 선분의 개수 : 1

$\therefore a = 1+2+3+\cdots+(n-1)$

(ii) 시작점이 A_1인 반직선의 개수 : 1

시작점이 A_2인 반직선의 개수 : 2

시작점이 A_3인 반직선의 개수 : 2

$\vdots$

시작점이 A_{n-1}인 반직선의 개수 : 2

시작점이 A_n인 반직선의 개수 : 1

$\therefore b = 1+2(n-2)+1 = 2n-2$

(i), (ii)에서 $a+b = \{1+2+3+\cdots+(n-1)\}+2n-2$

03 Action $\overline{AB}$를 6등분 하는 점들을 직선 위에 나타내어 확인해 본다.

다음 그림과 같이 $\overline{AB}$를 6등분 하는 점을 차례대로 C, D, E, F, G라 하자.

① $(\mathrm{A}\circ\mathrm{B})\triangle\mathrm{B}=\mathrm{E}\triangle\mathrm{B}=\mathrm{F}$, $\mathrm{A}\blacktriangle\mathrm{B}=\mathrm{F}$이므로
$(\mathrm{A}\circ\mathrm{B})\triangle\mathrm{B}=\mathrm{A}\blacktriangle\mathrm{B}$
② $(\mathrm{A}\blacktriangle\mathrm{B})\circ\mathrm{A}=\mathrm{F}\circ\mathrm{A}=\mathrm{D}$, $\mathrm{A}\circ\mathrm{B}=\mathrm{E}$이므로
$(\mathrm{A}\blacktriangle\mathrm{B})\circ\mathrm{A}\neq\mathrm{A}\circ\mathrm{B}$
③ $\mathrm{A}\triangle(\mathrm{A}\circ\mathrm{B})=\mathrm{A}\triangle\mathrm{E}=\mathrm{C}$, $\mathrm{A}\blacktriangle\mathrm{B}=\mathrm{F}$이므로
$\mathrm{A}\triangle(\mathrm{A}\circ\mathrm{B})\neq\mathrm{A}\blacktriangle\mathrm{B}$
④ $\mathrm{A}\blacktriangle(\mathrm{B}\circ\mathrm{A})=\mathrm{A}\blacktriangle\mathrm{E}=\mathrm{D}$, $\mathrm{A}\triangle\mathrm{B}=\mathrm{D}$이므로
$\mathrm{A}\blacktriangle(\mathrm{B}\circ\mathrm{A})=\mathrm{A}\triangle\mathrm{B}$
⑤ $(\mathrm{B}\circ\mathrm{A})\triangle\mathrm{B}=\mathrm{E}\triangle\mathrm{B}=\mathrm{F}$, $\mathrm{A}\triangle\mathrm{B}=\mathrm{D}$이므로
$(\mathrm{B}\circ\mathrm{A})\triangle\mathrm{B}\neq\mathrm{A}\triangle\mathrm{B}$
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

04 **Action** $\angle\mathrm{BOE}=\angle b+\angle c+\angle d$, $\angle\mathrm{AOD}=\angle a+\angle b+\angle c$임을 이용한다.

$\angle a:\angle b=4:3$에서 $\angle b=\frac{3}{4}\angle a$

$\angle b:\angle c=4:3$에서 $\angle c=\frac{3}{4}\angle b=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\angle a=\frac{9}{16}\angle a$

$\angle c:\angle d=4:3$에서 $\angle d=\frac{3}{4}\angle c=\frac{3}{4}\times\frac{9}{16}\angle a=\frac{27}{64}\angle a$

이때 $\angle\mathrm{BOE}=\angle b+\angle c+\angle d$
$=\frac{3}{4}\angle a+\frac{9}{16}\angle a+\frac{27}{64}\angle a=\frac{111}{64}\angle a$,

$\angle\mathrm{AOD}=\angle a+\angle b+\angle c$
$=\angle a+\frac{3}{4}\angle a+\frac{9}{16}\angle a=\frac{37}{16}\angle a$

이므로 $\angle\mathrm{BOE}:\angle\mathrm{AOD}=\frac{111}{64}\angle a:\frac{37}{16}\angle a=3:4$

다른 풀이

$\angle a:\angle b=\angle b:\angle c=\angle c:\angle d=4:3$이므로

$\angle a=\frac{4}{3}\angle b$, $\angle b=\frac{4}{3}\angle c$, $\angle c=\frac{4}{3}\angle d$

세 식을 변끼리 더하면

$\angle a+\angle b+\angle c=\frac{4}{3}(\angle b+\angle c+\angle d)$

$\therefore (\angle a+\angle b+\angle c):(\angle b+\angle c+\angle d)=4:3$

이때 $\angle\mathrm{BOE}=\angle b+\angle c+\angle d$, $\angle\mathrm{AOD}=\angle a+\angle b+\angle c$이므로

$\angle\mathrm{BOE}:\angle\mathrm{AOD}=(\angle b+\angle c+\angle d):(\angle a+\angle b+\angle c)$
$=3:4$

05 **Action** 회전시킨 직선이 원래 직선과 겹쳐졌을 때 회전시킨 각의 크기의 합으로 가능한 것은 $180°, 360°, 540°, 720°, 900°, \cdots$이다.

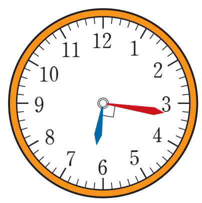
(1) 직선을 4번 회전시켰더니 처음으로 원래 직선과 겹쳐졌을 때 x의 값이 가장 작으려면 4번 회전시킨 각의 크기의 합이 $180°$이어야 한다.
이때 원래 직선을 4번 회전시킨 각의 크기의 합은
$x°+2x°+3x°+4x°=10x°$이므로
$10x°=180°$ $\quad\therefore x=18$

(2) 원래 직선을 5번 회전시킨 각의 크기의 합은
$x°+2x°+3x°+4x°+5x°=15x°$
회전시킨 직선이 원래 직선과 겹쳐졌을 때 회전시킨 각의 크기의 합으로 가능한 것은
$180°, 360°, 540°, 720°, 900°, \cdots$이다.
즉 $15x°=180°, 360°, 540°, 720°, 900°, \cdots$
$\therefore x°=12°, 24°, 36°, 48°, 60°, \cdots$
이때 $40<x<50$이므로 $x=48$

06 **Action** 두 번째로 직각을 이룬 시각에서 처음으로 직각을 이룬 시각을 뺀다.

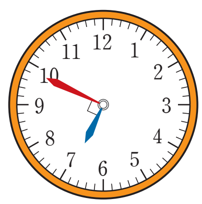
6시와 7시 사이에 시계의 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각의 크기가 $90°$ 이하인 시간은 6시와 7시 사이에 처음으로 시계의 시침과 분침이 직각을 이루는 시각부터 두 번째로 직각을 이루는 시각까지이다.
시계의 시침과 분침이 직각을 이루는 시각을 6시 x분이라 하자.
시침이 12를 가리킬 때부터 6시간 x분 동안 움직인 각도는
$30°\times 6+0.5°\times x$
분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는
$6°\times x$

(i) 처음으로 시침과 분침이 직각을 이룰 때는 오른쪽 그림과 같으므로



$(180°+0.5°\times x)-6°\times x=90°$
$5.5°\times x=90°$
$\therefore x=\frac{180}{11}$
즉 처음으로 시침과 분침이 직각을 이루는 시각은
6시 $\frac{180}{11}$분이다.

(ii) 두 번째로 시침과 분침이 직각을 이룰 때는 오른쪽 그림과 같으므로



$6°\times x-(180°+0.5°\times x)=90°$
$5.5°\times x=270°$
$\therefore x=\frac{540}{11}$
즉 두 번째로 시침과 분침이 직각을 이루는 시각은
6시 $\frac{540}{11}$분이다.

(i), (ii)에 의하여 시계의 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각의 크기가 $90°$ 이하인 것은
$\frac{540}{11}-\frac{180}{11}=\frac{360}{11}$(분) 동안이다.

2. 위치 관계

최고 수준 입문하기

P 20– P 23

01 ③, ⑤	02 ㉠, ㉢, ㉣	03 ②, ④	04 5
05 8	06 15	07 ①, ⑤	08 7
09 ②	10 3	11 ⑤	12 ④
13 ④	14 244°		
15 (1) $\angle x=75^\circ$, $\angle y=65^\circ$ (2) $\angle x=55^\circ$, $\angle y=45^\circ$			
16 35°	17 10°	18 ⑤	19 ①, ④
20 115°	21 40°	22 15°	23 60°
24 90°	25 64°	26 ④	

01 Action 점이 직선 위에 있다는 것은 직선이 그 점을 지난다는 뜻이다.

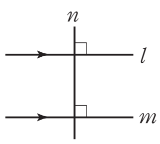
③ 직선 l은 점 B를 지나지 않는다.
⑤ 두 점 A, C를 지나는 직선은 l이다.

02 Action 점과 직선, 점과 평면의 위치 관계를 살펴본다.

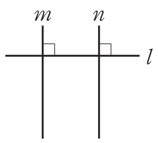
㉠ 직선 l 위에 있지 않은 점은 C, D, E의 3개이다.
㉡ 평면 P 위에 있는 점은 A, B, C, E의 4개이다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

03 Action 그림으로 나타내어 생각해 본다.

② 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$, $m \perp n$이면 $l \perp n$이다.



④ 오른쪽 그림에서 $l \perp m$, $l \perp n$이면 $m /\!/ n$이다.



04 Action 한 평면 위에 있는 두 직선이 서로 만나지 않을 때, 두 직선은 서로 평행하다.

$\overleftrightarrow{AB}$와 평행한 직선은 $\overleftrightarrow{EF}$의 1개이므로 $a=1$
$\overleftrightarrow{AB}$와 만나는 직선은 $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{GH}$, $\overleftrightarrow{HA}$의 6개이므로 $b=6$
$\therefore b-a=6-1=5$

05 Action 주어진 조건을 만족시키는 모서리의 개수를 각각 구해 본다.

$\overline{DF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{CG}$, $\overline{EH}$, $\overline{GH}$의 6개이므로 $a=6$ …… 40 %
$\overline{DG}$와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{FG}$의 2개이므로 $b=2$ …… 40 %
$\therefore a+b=6+2=8$ …… 20 %

> **Lecture**
> **꼬인 위치에 있는 모서리를 찾는 방법**
> 입체도형에서 한 모서리와 꼬인 위치에 있는 모서리를 찾을 때에는 '한 점에서 만나는 모서리'와 '평행한 모서리'를 찾아서 제외시키면 된다.

06 Action 점과 평면 사이의 거리는 점에서 평면에 내린 수선의 발까지의 거리와 같다.

꼭짓점 A와 면 DEF 사이의 거리는 $\overline{AD}$의 길이와 같고 $\overline{AD}=\overline{CF}=8\text{ cm}$이므로 $a=8$
꼭짓점 B와 면 ADFC 사이의 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같고 $\overline{AB}=12\text{ cm}$이므로 $b=12$
꼭짓점 C와 면 ABED 사이의 거리는 $\overline{AC}$의 길이와 같고 $\overline{AC}=5\text{ cm}$이므로 $c=5$
$\therefore a+b-c=8+12-5=15$

07 Action 각 경우의 모서리와 면을 그림에서 찾아 위치 관계를 확인한다.

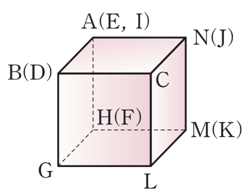
① 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DG}$, $\overline{EF}$의 4개이다.
② 모서리 BF와 평행한 모서리는 없다.
③ 면 CFG와 수직인 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{DG}$, $\overline{EF}$의 3개이다.
④ 면 ADGC와 평행한 모서리는 $\overline{BE}$, $\overline{EF}$, $\overline{BF}$의 3개이다.
⑤ 모서리 BC를 포함하는 면은 면 ABC, 면 BFC의 2개이다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

08 Action 주어진 조건을 만족시키는 면과 모서리의 개수를 각각 구해 본다.

면 ABE와 수직인 면은 면 AEFD, 면 ABCD, 면 EBCF의 3개이므로 $a=3$
면 ABCD와 평행한 모서리는 $\overline{EF}$의 1개이므로 $b=1$
모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CF}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$의 3개이므로 $c=3$
$\therefore a+b+c=3+1+3=7$

09 Action 주어진 전개도로 정육면체를 만들어 본다.

주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.

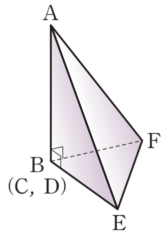


모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{EF}(=\overline{IH})$, $\overline{GH}(=\overline{GF})$, $\overline{LM}(=\overline{LK})$, $\overline{NM}(=\overline{JK})$이고, 면 ABCN과 평행한 모서리는 $\overline{GH}(=\overline{GF})$, $\overline{HK}$, $\overline{LM}(=\overline{LK})$, $\overline{GL}$이다.

따라서 모서리 BC와 꼬인 위치에 있고, 동시에 면 ABCN과 평행한 모서리는 $\overline{\mathrm{GH}}(=\overline{\mathrm{GF}})$, $\overline{\mathrm{LM}}(=\overline{\mathrm{LK}})$이다.

10 Action 주어진 전개도로 입체도형을 만들어 본다.

주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



면 CEF와 수직인 면은 면 ABE,
면 ADF의 2개이므로 $a=2$
모서리 AF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{\mathrm{BE}}(=\overline{\mathrm{CE}})$의 1개이므로
$b=1$
$\therefore a+b=2+1=3$

11 Action 공간에서 직선의 위치 관계를 생각해 본다.

①, ② 두 직선 l과 n은 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
③ 두 직선 l과 n은 수직으로 만나거나 꼬인 위치에 있다.
④ 두 직선 m과 n은 수직으로 만나거나 꼬인 위치에 있다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

Lecture

만나지 않는 두 직선의 위치 관계
(1) 평면에서 두 직선이 만나지 않으면 두 직선은 평행하다.
(2) 공간에서 두 직선이 만나지 않으면 두 직선은 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

12 Action 공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 생각해 본다.

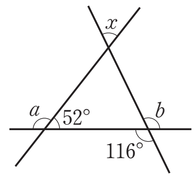
① 두 직선 l과 m은 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
② 두 직선 l과 m은 수직으로 만나거나 꼬인 위치에 있다.
③ 두 평면 P와 Q는 한 직선에서 만나거나 평행하다.
⑤ 두 평면 P와 R은 한 직선에서 만나거나 평행하다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

13 Action 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만나서 생기는 각 중에서 동위각은 같은 위치에 있는 각이고, 엇각은 엇갈린 위치에 있는 각이다.

① $\angle a$의 동위각은 $\angle e$, $\angle l$이다.
② $\angle b$와 $\angle h$는 엇각이다.
③ $\angle d$의 엇각은 $\angle i$이다.
⑤ $\angle h$의 엇각은 $\angle b$, $\angle j$이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

14 Action 먼저 주어진 그림에서 $\angle x$의 동위각을 모두 찾아본다.

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 동위각은 $\angle a$와 $\angle b$이다.



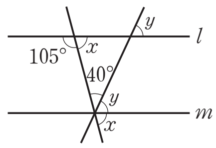
$\angle a+52^\circ=180^\circ$에서 $\angle a=128^\circ$
$\angle b=116^\circ$ (맞꼭지각)
$\therefore \angle a+\angle b=128^\circ+116^\circ=244^\circ$

Lecture

문제와 같이 세 직선이 세 점에서 만나는 경우에는 한 교점을 가린 후 동위각, 엇각을 찾는다.

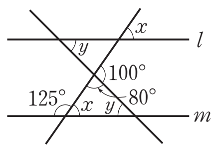
15 Action 서로 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각(또는 엇각)의 크기는 서로 같다.

(1) 오른쪽 그림에서



$105^\circ+\angle x=180^\circ$
$\therefore \angle x=75^\circ$
$40^\circ+\angle y=105^\circ$
$\therefore \angle y=65^\circ$

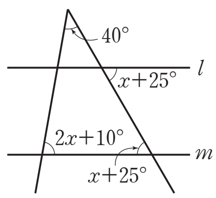
(2) 오른쪽 그림에서



$125^\circ+\angle x=180^\circ$
$\therefore \angle x=55^\circ$
$80^\circ+\angle x+\angle y=180^\circ$에서
$80^\circ+55^\circ+\angle y=180^\circ$ $\therefore \angle y=45^\circ$

16 Action 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

오른쪽 그림에서



$40^\circ+(2\angle x+10^\circ)+(\angle x+25^\circ)$
$=180^\circ$
$3\angle x=105^\circ$
$\therefore \angle x=35^\circ$

17 Action 정삼각형의 한 각의 크기는 60°임을 이용한다.

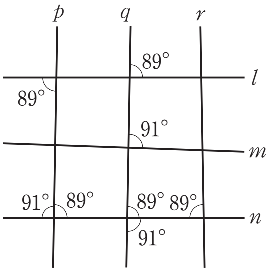
$\angle \mathrm{AEG}=\angle \mathrm{EGD}$ (엇각)이므로
$\angle x+60^\circ=7\angle x$
$6\angle x=60^\circ$ $\therefore \angle x=10^\circ$

18 Action 서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각(또는 엇각)의 크기가 같으면 두 직선은 서로 평행하다.

① $l /\!/ m$이면 $\angle c=\angle e$ (엇각)
② $\angle a=\angle c$ (맞꼭지각)이므로 $\angle a=\angle g$이면
$\angle c=\angle g$
따라서 동위각의 크기가 같으므로 $l /\!/ m$
③ $\angle b=\angle h$이면 엇각의 크기가 같으므로 $l /\!/ m$

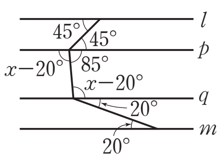
④ $l /\!/ m$이면 $\angle c = \angle e$ (엇각)
이때 $\angle e + \angle f = 180^\circ$이므로
$\angle c + \angle f = 180^\circ$
⑤ $l /\!/ m$이면 $\angle d = \angle h$ (동위각), $\angle h = \angle f$ (맞꼭지각)이므로 $\angle d = \angle f$
따라서 $\angle d \neq 90^\circ$이면
$\angle d + \angle f \neq 180^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19 **Action** 서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각과 엇각의 크기를 비교한다.



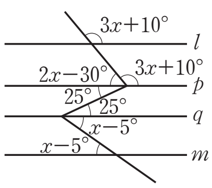
① 두 직선 p, q가 직선 n과 만날 때 동위각의 크기가 89°로 같으므로 $p /\!/ q$
② 두 직선 p, r이 직선 n과 만날 때 동위각의 크기가 91°, 89°로 같지 않으므로 두 직선 p와 r은 평행하지 않다.
③ 두 직선 l, m이 직선 q와 만날 때 동위각의 크기가 89°, 91°로 같지 않으므로 두 직선 l과 m은 평행하지 않다.
④ 두 직선 l, n이 직선 p와 만날 때 엇각의 크기가 89°로 같으므로 $l /\!/ n$
⑤ $l /\!/ n$이므로 두 직선 l, q가 이루는 각 중 작은 각의 크기는 89° (동위각)이다. 즉 두 직선 l과 q는 수직이 아니다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

20 **Action** 꺾인 점을 각각 지나고 주어진 직선에 평행한 두 직선을 그어 평각의 크기는 180°임을 이용한다.



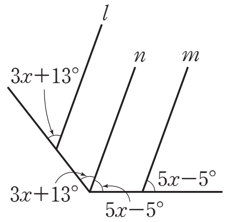
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 두 직선 p, q를 그으면
…… 30 %
$(\angle x - 20^\circ) + 85^\circ = 180^\circ$
…… 40 %
$\therefore \angle x = 115^\circ$ …… 30 %

21 **Action** 꺾인 점을 각각 지나고 주어진 직선에 평행한 두 직선을 그어 평행선에서 동위각과 엇각의 크기는 각각 같음을 이용한다.



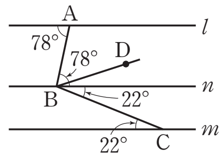
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 두 직선 p, q를 그으면
$(2\angle x - 30^\circ) + (3\angle x + 10^\circ) = 180^\circ$
$5\angle x = 200^\circ \qquad \therefore \angle x = 40^\circ$

22 **Action** 꺾인 점을 지나고 주어진 직선에 평행한 직선을 그어 평행선에서 동위각의 크기는 같음을 이용한다.



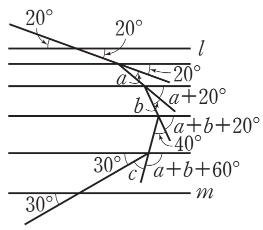
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면
$(3\angle x + 13^\circ) + (5\angle x - 5^\circ) = 128^\circ$
$8\angle x = 120^\circ \qquad \therefore \angle x = 15^\circ$

23 **Action** 먼저 $\angle ABC$의 크기를 구한다.



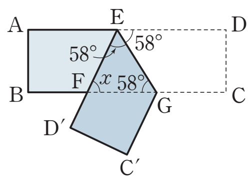
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면
$\angle ABC = 78^\circ + 22^\circ = 100^\circ$
$\angle ABD : \angle DBC = 3 : 2$이므로
$\angle ABD = \angle ABC \times \dfrac{3}{3+2}$
$= 100^\circ \times \dfrac{3}{5} = 60^\circ$

24 **Action** 꺾인 점을 각각 지나고 주어진 직선에 평행한 네 직선을 그어 평행선에서 동위각의 크기는 같음을 이용한다.



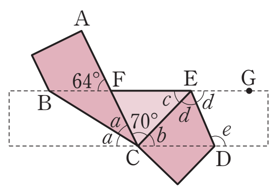
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 네 직선을 그으면
$30^\circ + \angle c + (\angle a + \angle b + 60^\circ) = 180^\circ$
$\therefore \angle a + \angle b + \angle c = 90^\circ$

25 **Action** 접은 각의 크기는 서로 같고 평행선에서 엇각의 크기는 같음을 이용한다.



오른쪽 그림에서
$\angle FEG = \angle DEG$
$= 58^\circ$ (접은 각)
$\angle EGF = \angle DEG = 58^\circ$ (엇각)
이때 삼각형 EFG에서
$58^\circ + \angle x + 58^\circ = 180^\circ \qquad \therefore \angle x = 64^\circ$

26 **Action** 접은 각의 크기는 서로 같고 평행선에서 동위각과 엇각의 크기는 각각 같음을 이용한다.



① $\angle BCF = \angle a$ (접은 각)
이므로
$2\angle a = \angle AFB$
$= 64^\circ$ (동위각)
$\therefore \angle a = 32^\circ$
② $\angle b = 180^\circ - (64^\circ + 70^\circ) = 46^\circ$
③ $\angle c = \angle b = 46^\circ$ (엇각)

④ $\angle \mathrm{GED}=\angle d$ (접은 각)이므로

$2\angle d=180^\circ-\angle c=180^\circ-46^\circ=134^\circ$

$\therefore \angle d=67^\circ$

⑤ $\angle e=\angle c+\angle d=46^\circ+67^\circ=113^\circ$ (엇각)

따라서 옳은 것은 ④이다.

최고 수준 완성하기

Ⓟ 24– Ⓟ 28

01 7　　02 13　　03 ⑤

04 ㉠, ㉡, ㉣, ㉥　　05 ㉡, ㉢

06 (1) 10 (2) $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{DH}}$ (3) 면 DKJMH　　07 12

08 ⑤　　09 ③, ④　　10 ㉠, ㉣　　11 48°

12 $\angle x=52^\circ$, $\angle y=59^\circ$　　13 135°　　14 115°

15 27°　　16 190°　　17 60°　　18 125°

01 Action 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점은 하나의 평면을 결정한다.

네 점 A, B, C, D 중 세 점으로 정해지는 평면은 모두 같은 평면이므로 1개

네 점 A, B, C, D 중 두 점과 점 O로 정해지는 평면은 평면 ABO, 평면 ACO, 평면 ADO, 평면 BCO, 평면 BDO, 평면 CDO의 6개

따라서 세 점으로 정해지는 서로 다른 평면의 개수는

$1+6=7$

02 Action 주어진 조건을 만족시키는 모서리의 개수를 각각 구해 본다.

모서리 BC와 평행한 모서리는 $\overline{\mathrm{ED}}$, $\overline{\mathrm{FG}}$, $\overline{\mathrm{IH}}$의 3개이므로 $a=3$ …… 30 %

모서리 DE와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CG}}$, $\overline{\mathrm{FI}}$, $\overline{\mathrm{GH}}$의 6개이므로 $b=6$ …… 30 %

모서리 DH와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{GH}}$, $\overline{\mathrm{HI}}$의 4개이므로 $c=4$ …… 30 %

$\therefore a+b+c=3+6+4=13$ …… 10 %

03 Action 각 경우의 직선과 평면을 그림에서 찾아 위치 관계를 확인한다.

① 평면 ABFE와 $\overleftrightarrow{\mathrm{MD}}$는 한 점에서 만나므로 평행하지 않다.

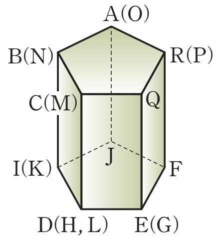
② $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$와 $\overleftrightarrow{\mathrm{NH}}$는 꼬인 위치에 있다.

③ 평면 BFNM과 $\overleftrightarrow{\mathrm{DH}}$는 평행하다.

④ $\overleftrightarrow{\mathrm{DH}}$와 평행한 평면은 평면 ABFE, 평면 BFNM의 2개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

04 Action 주어진 전개도로 정오각기둥을 만들어 본다.



주어진 전개도로 만든 정오각기둥은 오른쪽 그림과 같다.

$\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$와 꼬인 위치에 있는 직선은 $\overleftrightarrow{\mathrm{CD}}(=\overleftrightarrow{\mathrm{ML}})$, $\overleftrightarrow{\mathrm{QE}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{PF}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{KL}}(=\overleftrightarrow{\mathrm{IH}})$, $\overleftrightarrow{\mathrm{DE}}(=\overleftrightarrow{\mathrm{HG}})$, $\overleftrightarrow{\mathrm{EF}}(=\overleftrightarrow{\mathrm{GF}})$, $\overleftrightarrow{\mathrm{FJ}}$이다.

따라서 보기에서 $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$와 꼬인 위치에 있는 직선을 모두 고르면 ㉠, ㉡, ㉣, ㉥이다.

05 Action 직선 l과 평면 P의 교점을 지나는 평면 P 위의 두 직선이 직선 l과 수직이면 $l\perp P$임을 이용한다.

직선과 평면이 서로 수직임을 보이려면 주어진 직선과 평면은 한 점에서 만나고, 그 점을 지나는 평면 위의 2개 이상의 직선과 주어진 직선이 수직이어야 한다.

즉 $\overline{\mathrm{AB}}$가 평면 P와 점 B에서 만나므로 점 B를 지나는 평면 P 위의 두 선분 BD, BF가 $\overline{\mathrm{AB}}$와 수직이어야 한다.

따라서 필요한 조건은 ㉡, ㉢이다.

06 Action 주어진 조건을 만족시키는 면과 모서리를 각각 구해 본다.

(1) 모서리 AE와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{\mathrm{BI}}$, $\overline{\mathrm{IK}}$, $\overline{\mathrm{KD}}$, $\overline{\mathrm{IJ}}$, $\overline{\mathrm{KJ}}$, $\overline{\mathrm{LJ}}$, $\overline{\mathrm{MJ}}$, $\overline{\mathrm{FL}}$, $\overline{\mathrm{LM}}$, $\overline{\mathrm{MH}}$의 10개이다.

07 Action 주어진 조건을 만족시키는 평면과 직선의 개수를 각각 구해 본다.

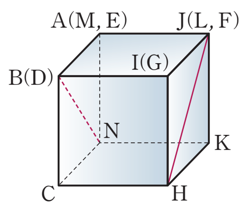
평면 EFPQH와 수직인 평면은 평면 ABFE, 평면 AEHD, 평면 BFP, 평면 DQH의 4개이므로 $a=4$

$\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$와 평행한 평면은 평면 EFPQH, 평면 DQH의 2개이므로 $b=2$

$\overleftrightarrow{\mathrm{BP}}$와 꼬인 위치에 있는 직선은 $\overleftrightarrow{\mathrm{AD}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{AE}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{EF}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{EH}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{DH}}$, $\overleftrightarrow{\mathrm{HQ}}$의 6개이므로 $c=6$

$\therefore a+b+c=4+2+6=12$

08 Action 밑면이 면 NCHK가 되도록 접은 정육면체의 겨냥도에서 생각한다.



주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.

① 모서리 DG와 평행한 모서리는 $\overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{NK}}$, $\overline{\mathrm{ML}}(=\overline{\mathrm{EF}})$의 3개이다.

⑤ 면 CDGH와 수직인 면은 면 DEFG, 면 ABCN, 면 NCHK, 면 KHIJ의 4개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

09 Action 공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 생각해 본다.

① 두 직선 m과 n은 수직으로 만나거나 꼬인 위치에 있다.
② 두 평면 P와 R은 한 직선에서 만나거나 평행하다.
⑤ 두 직선 l과 m은 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

Lecture

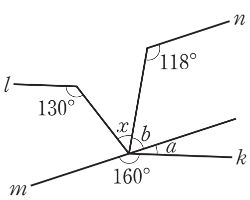
공간에서의 특수한 위치 관계

(1) 항상 평행한 위치 관계
① 한 직선에 평행한 서로 다른 두 직선
➡ $l /\!/ m$, $l /\!/ n$이면 $m /\!/ n$
② 한 평면에 평행한 서로 다른 두 평면
➡ $P /\!/ Q$, $P /\!/ R$이면 $Q /\!/ R$
③ 한 직선에 수직인 서로 다른 두 평면
➡ $l \perp P$, $l \perp Q$이면 $P /\!/ Q$
④ 한 평면에 수직인 서로 다른 두 직선
➡ $P \perp l$, $P \perp m$이면 $l /\!/ m$
(2) 항상 수직인 위치 관계
① 한 평면에 평행한 평면과 수직인 평면
➡ $P /\!/ Q$, $P \perp R$이면 $Q \perp R$
② 한 평면에 평행한 평면과 수직인 직선
➡ $P /\!/ Q$, $P \perp l$이면 $Q \perp l$

10 Action 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만나면 동위각과 엇각이 생긴다.

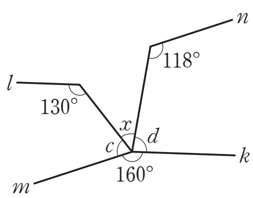
㉡ $\angle g$의 엇각은 $\angle i$, $\angle m$이다.
㉢ $\angle m$과 $\angle t$의 크기가 같은지는 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

11 Action 적당한 연장선을 긋고 평행선과 엇각의 성질을 이용한다.



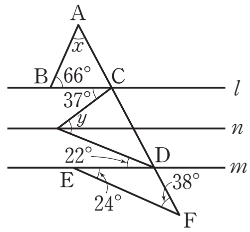
오른쪽 그림과 같이 직선 m을 연장하면
$\angle a=180^\circ-160^\circ=20^\circ$
$m /\!/ n$이므로
$118^\circ+\angle b=180^\circ$
$\therefore \angle b=62^\circ$
$l /\!/ k$이므로 $\angle x+\angle b+\angle a=130^\circ$ (엇각)
$\angle x+62^\circ+20^\circ=130^\circ \qquad \therefore \angle x=48^\circ$

다른 풀이



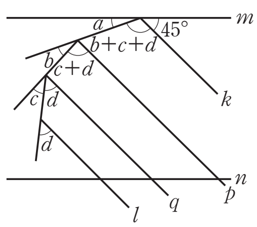
오른쪽 그림에서
$m /\!/ n$이므로
$\angle c+\angle x=118^\circ$ (엇각) ⋯ ㉠
$l /\!/ k$이므로
$\angle x+\angle d=130^\circ$ (엇각) ⋯ ㉡
㉠+㉡을 하면 $2\angle x+\angle c+\angle d=248^\circ$ ⋯⋯ ㉢
이때 $\angle x+\angle c+160^\circ+\angle d=360^\circ$이므로
$\angle x+\angle c+\angle d=200^\circ$ ⋯⋯ ㉣
㉣을 ㉢에 대입하면
$\angle x+200^\circ=248^\circ \qquad \therefore \angle x=48^\circ$

12 Action 꺾인 점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그어 평행선에서 엇각의 크기는 같음을 이용한다.



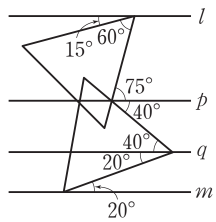
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면
$\angle y=37^\circ+22^\circ=59^\circ$
삼각형 DEF에서
$\angle \mathrm{FDE}=180^\circ-(24^\circ+38^\circ)$
$=118^\circ$
이므로 $\angle \mathrm{CDE}=180^\circ-118^\circ=62^\circ$
따라서 $\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{CDE}=62^\circ$ (동위각)이므로
삼각형 ABC에서
$\angle x=180^\circ-(66^\circ+62^\circ)=52^\circ$

13 Action 꺾인 점을 지나고 주어진 직선에 평행한 직선을 그어 평행선에서 동위각의 크기는 같음을 이용한다.



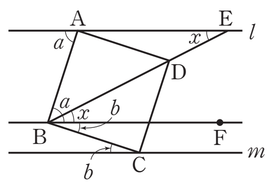
오른쪽 그림과 같이 두 직선 k, l에 평행한 두 직선 p, q를 그으면
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+45^\circ$
$=180^\circ$
$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d$
$=135^\circ$

14 Action 정삼각형의 한 각의 크기는 60°임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 두 직선 p, q를 그으면
정삼각형의 한 각의 크기는 60°이므로
$\angle x=75^\circ+40^\circ=115^\circ$

15 Action $l /\!/ m$이고 $\angle \mathrm{ABC}=90^\circ$이므로 $\angle a+\angle b=90^\circ$이다.



오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 BF를 그으면
$\angle \mathrm{ABF}=\angle a$ (엇각),
$\angle \mathrm{CBF}=\angle b$ (엇각)이므로
$\angle a+\angle b=90^\circ$ ⋯⋯ 40 %

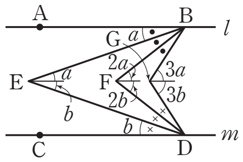
이때 $\angle a=4\angle b$이므로 $4\angle b+\angle b=90^\circ$

$5\angle b=90^\circ$ $\quad\therefore \angle b=18^\circ$ …… 30 %

또 $\angle EBF=\angle x$ (엇각)이므로 $\angle x+\angle b=45^\circ$

$\angle x+18^\circ=45^\circ$ $\quad\therefore \angle x=27^\circ$ …… 30 %

16 Action 세 점 E, F, G를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그어 평행선에서 엇각의 크기는 같음을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\angle ABE=\angle a$, $\angle EDC=\angle b$라 하고 세 점 E, F, G를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면

$\angle a+\angle b=38^\circ$

$\angle ABF=2\angle a$, $\angle FDC=2\angle b$이므로

$\angle x=2\angle a+2\angle b=2(\angle a+\angle b)$

$\quad=2\times38^\circ=76^\circ$

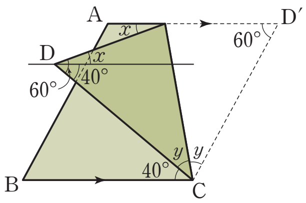
$\angle ABG=3\angle a$, $\angle GDC=3\angle b$이므로

$\angle y=3\angle a+3\angle b=3(\angle a+\angle b)$

$\quad=3\times38^\circ=114^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=76^\circ+114^\circ=190^\circ$

17 Action 평행사변형 모양의 종이의 접은 부분을 펼쳐서 생각한다.



오른쪽 그림과 같이 종이를 접기 전의 평행사변형 모양에서 점 D를 지나고 $\overline{AD'}$과 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그으면

$\angle x+40^\circ=60^\circ$

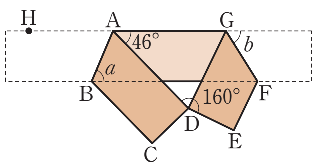
$\therefore \angle x=20^\circ$

또 $(40^\circ+2\angle y)+60^\circ=180^\circ$이므로

$2\angle y=80^\circ$ $\quad\therefore \angle y=40^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=20^\circ+40^\circ=60^\circ$

18 Action 접은 각의 크기는 서로 같음을 이용한다.



오른쪽 그림에서

$\angle BAH$

$=\angle DAB$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-46^\circ)$

$=67^\circ$

$\therefore \angle a=\angle BAH=67^\circ$ (엇각)

$\angle GDE=90^\circ$이므로

$\angle ADG=160^\circ-90^\circ=70^\circ$

따라서 삼각형 ADG에서

$\angle AGD=180^\circ-(46^\circ+70^\circ)=64^\circ$이므로

$\angle b=\angle FGD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=67^\circ+58^\circ=125^\circ$

최고 수준 뛰어넘기

P 29– P 30

01 (1) $\overline{CG}$ (2) 8 (3) 15°	02 8	03 48°
04 28° 05 8	06 95°	

01 Action 삼각형 AEB는 정삼각형이고 삼각형 ABC는 직각이등변삼각형이다.

(1) 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CG}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GD}$이다.

모서리 EF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CG}$이다.

따라서 모서리 AB, 모서리 EF와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CG}$이다.

(2) 면 ABC와 평행한 모서리는 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GD}$의 4개이므로

$a=4$

면 BEF와 수직인 면은 면 ABC, 면 AED, 면 BFGC, 면 DEFG의 4개이므로

$b=4$

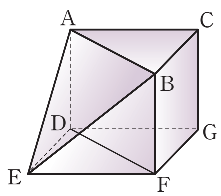
$\therefore a+b=4+4=8$

(3) $\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{EB}$이므로 삼각형 AEB는 정삼각형이다.

$\therefore \angle ABE=60^\circ$

삼각형 ABC는 $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ACB=90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면 사각형 ADFB는 직사각형이므로

$\angle BAD=90^\circ$

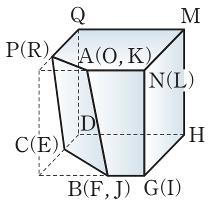
$\therefore \angle ABE+\angle ABC-\angle BAD$

$\quad=60^\circ+45^\circ-90^\circ$

$\quad=15^\circ$

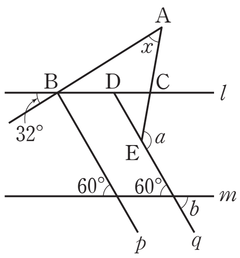
02 Action 주어진 전개도로 입체도형을 만들어 본다.

주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 직선 AB와 꼬인 위치에 있는 직선은 $\overleftrightarrow{PQ}(=\overleftrightarrow{RQ})$, $\overleftrightarrow{QM}$, $\overleftrightarrow{MN}(=\overleftrightarrow{ML})$, $\overleftrightarrow{QD}$, $\overleftrightarrow{MH}$, $\overleftrightarrow{CD}(=\overleftrightarrow{ED})$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{GH}(=\overleftrightarrow{IH})$의 8개이다.

03 Action 삼각형의 세 각의 크기의 합은 $180°$임을 이용한다.



오른쪽 그림에서 $p /\!/ q$이므로

$\angle b=60°$ (맞꼭지각)

$\angle a : \angle b=7 : 3$이므로

$\angle a : 60°=7 : 3$

$3\angle a=420° \qquad \therefore \angle a=140°$

$\therefore \angle \mathrm{DEC}=180°-140°=40°$

$l /\!/ m$이므로 $\angle \mathrm{CDE}=60°$ (엇각)

따라서 삼각형 DEC에서

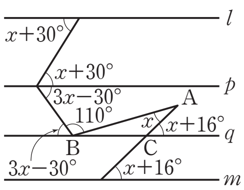
$\angle \mathrm{DCE}=180°-(60°+40°)=80°$

$\therefore \angle \mathrm{ACB}=180°-80°=100°$

이때 $\angle \mathrm{ABC}=32°$ (맞꼭지각)이므로 삼각형 ABC에서

$\angle x=180°-(32°+100°)=48°$

04 Action 꺾인 점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그어 삼각형의 세 각의 크기의 합이 $180°$임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 두 직선 p, q를 그으면

$\angle \mathrm{ABC}$

$=180°-\{(3\angle x-30°)+110°\}$

$=100°-3\angle x$

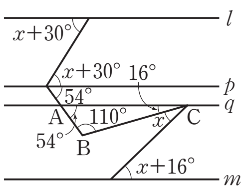
$\angle \mathrm{ACB}=180°-(\angle x+16°)=164°-\angle x$

삼각형 ABC에서

$\angle x+(100°-3\angle x)+(164°-\angle x)=180°$

$3\angle x=84° \qquad \therefore \angle x=28°$

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 두 직선 p, q를 그으면

$\angle \mathrm{BCA}=(\angle x+16°)-\angle x$

$=16°$

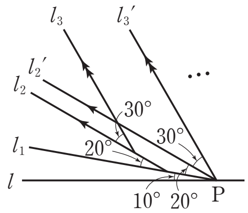
삼각형 ABC에서

$\angle \mathrm{CAB}=180°-(110°+16°)=54°$

$(\angle x+30°)+54°=4\angle x$이므로

$3\angle x=84° \qquad \therefore \angle x=28°$

05 Action 점 P를 지나고 반직선 l_2, l_3, $\cdots$과 평행한 반직선을 그어 본다.



오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 $l_2 /\!/ l_2'$, $l_3 /\!/ l_3'$, $\cdots$이 되도록 반직선 l_2', l_3', $\cdots$을 긋자.

직선 l에서 반직선 l'_n까지의 각의 크기의 합이 $180°$, $360°$, $540°$, $\cdots$이면 반직선 l_n은 직선 l과 평행하게 된다.

직선 l에서 반직선 l'_n까지의 각의 크기의 합을 구하면

$n=2$일 때, $10°+20°=30°$

$n=3$일 때, $10°+20°+30°=60°$

$n=4$일 때, $10°+20°+30°+40°=100°$

$n=5$일 때, $10°+20°+30°+40°+50°=150°$

$n=6$일 때, $10°+20°+30°+40°+50°+60°=210°$

$n=7$일 때, $10°+20°+30°+40°+50°+60°+70°=280°$

$n=8$일 때,

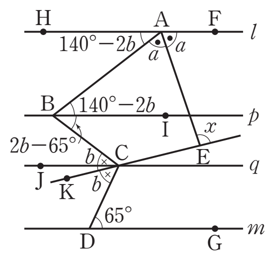
$10°+20°+30°+40°+50°+60°+70°+80°=360°$

$\vdots$

즉 직선 l에서 반직선 l_8'까지의 각의 크기의 합이 $360°$이므로 반직선 l_8이 직선 l과 처음으로 평행하게 된다.

따라서 구하는 n의 값은 8이다.

06 Action 사각형의 네 각의 크기의 합은 $360°$임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 두 점 B, C를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 긋자.

$\angle \mathrm{BAE}=\angle \mathrm{FAE}=\angle a$,

$\angle \mathrm{BCK}=\angle \mathrm{KCD}=\angle b$

라 하면

$\angle \mathrm{JCD}=\angle \mathrm{CDG}=65°$ (엇각)

이고 $\angle \mathrm{BCD}=2\angle b$이므로

$\angle \mathrm{BCJ}=2\angle b-65°$

이때 $\angle \mathrm{IBC}=\angle \mathrm{BCJ}=2\angle b-65°$ (엇각)이므로

$\angle \mathrm{ABI}=75°-(2\angle b-65°)$

$=140°-2\angle b$

즉 $\angle \mathrm{HAB}=\angle \mathrm{ABI}=140°-2\angle b$ (엇각)이므로

$(140°-2\angle b)+2\angle a=180°$

$2(\angle a-\angle b)=40°$

$\therefore \angle a-\angle b=20°$

사각형 ABCE에서

$\angle a+75°+(180°-\angle b)+(180°-\angle x)=360°$

$\therefore \angle x=75°+\angle a-\angle b$

$=75°+20°$

$=95°$

3. 작도와 합동

최고수준 입문하기

P 33– P 35

01 ㉡, ㉤　02 ③
03 ㉠ → ㉥ → ㉡ → ㉤ → ㉣ → ㉢　04 5개
05 15　06 7개　07 ㉠, ㉡, ㉣
08 $\overline{BC}$의 길이 또는 ∠A의 크기 또는 ∠C의 크기
09 (1) 2　(2) 1　(3) 0　(4) 무수히 많다.　10 ③
11 (가) $\overline{OC}$　(나) $\overline{AB}$　(다) $\overline{OB}$　(라) SAS　12 ④
13 ②　14 60°　15 15 cm　16 ⑤
17 16 cm^2　18 90°

01 Action 작도는 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것이다.

㉠ 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 작도라 한다.
㉢ 두 점을 지나는 직선을 그릴 때에는 눈금 없는 자를 사용한다.
㉣ 크기가 같은 각을 작도할 때에는 눈금 없는 자와 컴퍼스를 사용한다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

02 Action 크기가 같은 각의 작도 방법을 생각해 본다.

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle AOB=\angle CPD$
③ $\overline{PD}=\overline{CD}$인지는 알 수 없다.

03 Action 엇각의 크기가 같으면 두 직선이 평행함을 이용한다.

작도 순서는
㉠ → ㉥ → ㉡ → ㉤ → ㉣ → ㉢

Lecture
평행선의 작도
평행선의 작도는 서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각(또는 엇각)의 크기가 같으면 두 직선은 서로 평행하다는 성질을 이용한 것이다.

04 Action 세 변의 길이가 주어졌을 때 삼각형이 될 수 있는 조건은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

$7=3+4$, $7<3.5+4$, $7<4+4$, $7<4+6$
$7<4+7$, $10<4+7$, $11=4+7$, $12>4+7$
이므로 나머지 한 변의 길이가 될 수 있는 것은
3.5 cm, 4 cm, 6 cm, 7 cm, 10 cm의 5개이다.

05 Action 가장 긴 변의 길이가 a cm일 때와 5 cm일 때로 나누어 생각한다.

(i) 가장 긴 변의 길이가 a cm일 때
$a<5+2$　∴ $a<7$
(ii) 가장 긴 변의 길이가 5 cm일 때
$5<2+a$
(i), (ii)에서 a의 값이 될 수 있는 자연수는 4, 5, 6이므로 그 합은
$4+5+6=15$

06 Action 가장 긴 변의 길이를 정한 후 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 함을 이용한다.

(i) 가장 긴 변의 길이가 6일 때 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(2, 5, 6), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)의 4개 …… 30 %
(ii) 가장 긴 변의 길이가 5일 때 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(2, 4, 5), (3, 4, 5)의 2개 …… 30 %
(iii) 가장 긴 변의 길이가 4일 때 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
(2, 3, 4)의 1개 …… 30 %
(i)~(iii)에서 만들 수 있는 삼각형의 개수는
$4+2+1=7$ …… 10 %

Lecture
길이가 6인 막대를 포함하여 세 개의 막대를 뽑는 경우는
(1, 2, 6), (1, 3, 6), (1, 4, 6), (1, 5, 6), (2, 3, 6), (2, 4, 6), (2, 5, 6), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)
그런데 (가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)을 만족시키는 경우는 (2, 5, 6), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)뿐이다.

07 Action 삼각형이 하나로 정해지는 조건을 생각해 본다.

㉢ ∠B가 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.
㉣ $\angle B=180^{\circ}-(60^{\circ}+45^{\circ})=75^{\circ}$
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 삼각형이 하나로 정해진다.
㉤ 모양은 같지만 크기가 다른 삼각형이 무수히 많이 만들어진다.
㉥ $\angle B+\angle C=180^{\circ}$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
따라서 △ABC가 하나로 정해지는 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

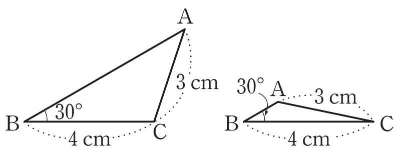
08 Action ∠B가 끼인각이 되는 경우와 양 끝 각 중의 하나가 되는 경우로 나누어 생각한다.

(i) ∠B가 끼인각이 되는 경우
$\overline{BC}$의 길이가 주어지면 삼각형이 하나로 정해진다.

(ⅱ) $\angle B$가 양 끝 각 중의 하나가 되는 경우
$\angle A$의 크기가 주어지면 삼각형이 하나로 정해지고, $\angle C$의 크기가 주어지면 $\angle A$의 크기를 구할 수 있으므로 삼각형이 하나로 정해진다.

09 Action 각 경우에 그릴 수 있는 삼각형을 생각해 본다.

(1) 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 주어졌으므로 다음 그림과 같이 그릴 수 있는 삼각형은 2개이다.



(2) $\angle B=180^\circ-(80^\circ+70^\circ)=30^\circ$, 즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 그릴 수 있는 삼각형은 1개이다.

(3) $\angle A+\angle B=185^\circ$이므로 삼각형을 그릴 수 없다.

(4) 세 각의 크기가 주어졌으므로 무수히 많은 삼각형이 그려진다.

10 Action 삼각형의 합동 조건을 알고 합동인 경우를 찾아본다.

① SSS 합동
② SAS 합동
④ ASA 합동
⑤ $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$이면 $\angle C=\angle F$이므로
ASA 합동
따라서 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$라 할 수 없는 것은 ③이다.

11 Action $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$가 합동임을 보인다.

$\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{OA}=\boxed{(가)\ \overline{OC}}$
$\overline{OD}=\overline{OC}+\overline{CD}=\overline{OA}+\boxed{(나)\ \overline{AB}}=\boxed{(다)\ \overline{OB}}$
$\angle O$는 공통
$\therefore\ \triangle OAD\equiv\triangle OCB$ ($\boxed{(라)\ \text{SAS}}$ 합동)

12 Action $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$임을 이용한다.

①, ②, ⑤ $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$
$\triangle BCD$와 $\triangle CBE$에서
$\overline{BC}$는 공통
$\angle DBC=\angle ECB$
$\angle DCB=90^\circ-\angle DBC=90^\circ-\angle ECB=\angle EBC$
$\therefore\ \triangle BCD\equiv\triangle CBE$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=\overline{AC}-\overline{EC}=\overline{AE}$
③ $\triangle PBC$에서 $\angle PBC=\angle PCB$이므로 $\overline{PB}=\overline{PC}$
④ $\overline{AE}=\overline{BE}$인지는 알 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 Action 먼저 합동인 두 삼각형을 찾는다.

①, ③, ⑤ $\triangle ACE$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AC}=\overline{DC}$
$\overline{CE}=\overline{CB}$
$\angle ACE=60^\circ+\angle DCE=\angle DCB$
$\therefore\ \triangle ACE\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{AE}=\overline{DB}$
② $\overline{AP}=\overline{PE}$인지는 알 수 없다.
④ $\angle DCB=180^\circ-\angle DCA=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

14 Action $\triangle ADF$, $\triangle BED$, $\triangle CFE$가 합동임을 이용한다.

$\triangle ADF$와 $\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서
$\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$
$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$
$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$
$\therefore\ \triangle ADF\equiv\triangle BED\equiv\triangle CFE$ (SAS 합동)
따라서 $\overline{DF}=\overline{ED}=\overline{FE}$이므로 $\triangle DEF$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \angle x=60^\circ$

Lecture
$\overline{AC}-\overline{FC}=\overline{BA}-\overline{DA}=\overline{CB}-\overline{EB}$이므로
$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$이다.

15 Action $\triangle BDA$와 $\triangle AEC$가 합동임을 이용한다.

$\triangle BDA$와 $\triangle AEC$에서
$\overline{BA}=\overline{AC}$
$\angle DBA=90^\circ-\angle DAB=\angle EAC$
$\angle DAB=90^\circ-\angle EAC=\angle ECA$
$\therefore\ \triangle BDA\equiv\triangle AEC$ (ASA 합동) …… 50 %
따라서 $\overline{BD}=\overline{AE}$, $\overline{DA}=\overline{EC}$이므로 …… 20 %
$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=\overline{EC}+\overline{BD}$에서
$20=5+\overline{BD}$ $\quad\therefore\ \overline{BD}=15\,(\text{cm})$ …… 30 %

16 Action $\triangle ADE$와 $\triangle BCE$가 합동임을 보인다.

① $\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{CD}$
②, ③, ⑤ $\triangle ADE$와 $\triangle BCE$에서
$\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AE}=\overline{BE}$
$\angle EAD=\angle DAB-\angle EAB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\angle EBC=\angle ABC-\angle EBA=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
즉 $\angle EAD=\angle EBC$
$\therefore$ $\triangle ADE\equiv\triangle BCE$ (SAS 합동)
따라서 $\overline{ED}=\overline{EC}$이므로 $\triangle ECD$는 이등변삼각형이다.
④ $\triangle AED$에서 $\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 이등변삼각형이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

17 Action $\triangle AFD$와 $\triangle EFC$가 합동임을 이용한다.

$\triangle AFD$와 $\triangle EFC$에서
$\overline{AF}=\overline{EF}$, $\angle AFD=\angle EFC$ (맞꼭지각),
$\angle DAF=\angle CEF$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle AFD\equiv\triangle EFC$ (ASA 합동)
$\therefore$ (사다리꼴 ABCD의 넓이)
$=$(사각형 ABCF의 넓이)$+\triangle AFD$
$=$(사각형 ABCF의 넓이)$+\triangle EFC$
$=\triangle ABE$
$=\frac{1}{2}\times8\times4=16\ (\mathrm{cm}^2)$

18 Action $\triangle ABE$와 $\triangle DAF$가 합동임을 이용한다.

$\triangle ABE$와 $\triangle DAF$에서
$\overline{AE}=\overline{DF}$
$\overline{AB}=\overline{DA}$
$\angle BAE=\angle ADF=90^\circ$
$\therefore$ $\triangle ABE\equiv\triangle DAF$ (SAS 합동)
따라서 $\angle ABE=\angle DAF$이므로
$\angle BGF=\angle AGE$ (맞꼭지각)
$=180^\circ-(\angle DAF+\angle BEA)$
$=180^\circ-(\angle ABE+\angle BEA)$
$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

최고 수준 완성하기

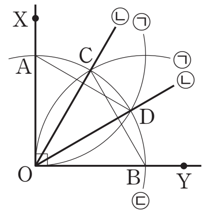
P 36~P 40

01 ④	02 7개	03 7	04 10 cm
05 88°	06 ③	07 60°	08 8 cm
09 8 cm	10 23 cm	11 34°	12 20 cm
13 47°	14 45°	15 16 cm²	16 65°
17 64 cm²	18 ②	19 42 cm²	

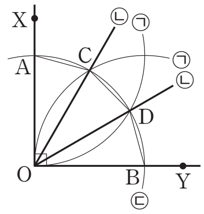
01 Action 직각의 삼등분선의 작도이므로 $\angle AOC=\angle COD=\angle DOB=30^\circ$이다.

① $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$가 $\angle XOY$의 삼등분선이므로
$\angle AOC=\angle COD=\angle DOB$
$=\frac{1}{3}\angle XOY=\frac{1}{3}\times90^\circ=30^\circ$

②, ⑤ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\triangle COB$에서



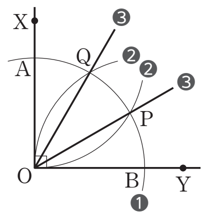
$\overline{OB}=\overline{OC}$
$\angle BOC=\angle COD+\angle DOB$
$=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
즉 $\triangle COB$는 정삼각형이므로
$\overline{BC}=\overline{OC}=\overline{OD}$
마찬가지 방법으로 $\overline{AD}$를 그으면 $\triangle AOD$에서
$\overline{OA}=\overline{OD}$, $\angle AOD=60^\circ$이므로 $\triangle AOD$는 정삼각형이다.
③ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$를 그으면 $\triangle AOC$와 $\triangle COD$와 $\triangle DOB$에서



$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{OD}$
$\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{OB}$
$\angle AOC=\angle COD=\angle DOB=30^\circ$
$\therefore$ $\triangle AOC\equiv\triangle COD\equiv\triangle DOB$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{AC}=\overline{CD}=\overline{DB}$
④ 작도 순서는 ㉢ → ㉠ → ㉡이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

Lecture

직각의 삼등분선의 작도
직각인 $\angle XOY$의 삼등분선은 다음과 같이 작도할 수 있다.
❶ 점 O를 중심으로 하여 임의의 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와 만나는 점을 각각 A, B라 한다.
❷ 두 점 A, B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 각각 그려 ❶에서 그린 원과의 교점을 각각 P, Q라 한다.
❸ 점 O와 점 P, 점 O와 점 Q를 각각 연결하면 $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$가 직각의 삼등분선이다.



02 Action 한 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으면서 이등변삼각형인 경우를 찾는다.

세 변의 길이를 각각 a, a, b라 하면 세 변의 길이의 합이 27이므로 $2a+b=27$ …… ㉠
이때 삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으므로 $2a>b$ …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡을 모두 만족시키는 순서쌍 (a, a, b)는
$(13, 13, 1)$, $(12, 12, 3)$, $(11, 11, 5)$, $(10, 10, 7)$, $(9, 9, 9)$, $(8, 8, 11)$, $(7, 7, 13)$의 7개이다.

03 Action 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 함을 이용한다.

빨대 3개를 선택할 수 있는 경우를 순서쌍으로 나타내면

$(6, 6, 6)$, $(6, 6, 8)$, $(6, 6, 12)$, $(6, 6, 16)$, $(6, 8, 8)$, $(6, 8, 12)$, $(6, 8, 16)$, $(6, 12, 16)$, $(8, 8, 12)$, $(8, 8, 16)$, $(8, 12, 16)$이다.

이때 $6<6+6$, $8<6+6$, $12=6+6$, $16>6+6$, $8<6+8$, $12<6+8$, $16>6+8$, $16<6+12$, $12<8+8$, $16=8+8$, $16<8+12$

이므로 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 세 변의 길이의 순서쌍은 $(6, 6, 6)$, $(6, 6, 8)$, $(6, 8, 8)$, $(6, 8, 12)$, $(6, 12, 16)$, $(8, 8, 12)$, $(8, 12, 16)$의 7개이다.

04 Action △APC와 △AQB가 합동임을 이용한다.

△APC와 △AQB에서

$\overline{AP}=\overline{AQ}$

$\overline{AC}=\overline{AB}$

$\angle PAC=\angle PAB+60^\circ=\angle QAB$

$\therefore$ △APC≡△AQB (SAS 합동)

$\therefore \overline{QB}=\overline{PC}=\overline{PB}+\overline{BC}=7+3=10\ (\text{cm})$

05 Action △AEC와 △BDC가 합동임을 이용한다.

△AEC와 △BDC에서

$\overline{AC}=\overline{BC}$

$\overline{EC}=\overline{DC}$

$\angle ACE=\angle BCD=60^\circ$

$\therefore$ △AEC≡△BDC (SAS 합동)

따라서 $\angle AEC=\angle BDC=32^\circ+60^\circ=92^\circ$이므로

$\angle BEA=180^\circ-92^\circ=88^\circ$

06 Action 먼저 합동인 두 삼각형을 찾는다.

①, ②, ⑤ △ABP와 △AER에서

$\overline{AB}=\overline{AE}$

$\angle ABP=\angle AER=60^\circ$

$\angle BAP=60^\circ-\angle PAR=\angle EAR$

$\therefore$ △ABP≡△AER (ASA 합동)

$\therefore \overline{AP}=\overline{AR}$

③ $\angle APB=\angle ARD$인지는 알 수 없다.

④ △ABC와 △ADE가 정삼각형이므로

$\angle ABC=\angle AED=60^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

07 Action △AEC와 △CDB가 합동임을 이용한다.

△AEC와 △CDB에서

$\overline{AC}=\overline{CB}$

$\overline{EC}=\overline{DB}$

$\angle ACE=\angle CBD=60^\circ$

$\therefore$ △AEC≡△CDB (SAS 합동) …… 40 %

$\angle BCD=\angle CAE=28^\circ$이므로

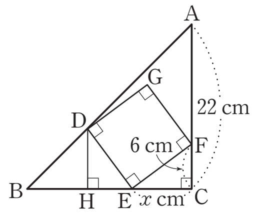
$\angle ACF=60^\circ-28^\circ=32^\circ$ …… 30 %

△AFC에서

$\angle AFC=180^\circ-(28^\circ+32^\circ)=120^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$ …… 30 %

08 Action 보조선을 그어 △ECF와 합동인 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △DHE와 △ECF에서

$\overline{DE}=\overline{EF}$,

$\angle EDH=90^\circ-\angle DEH$
$=\angle FEC$

$\angle DEH=90^\circ-\angle EDH$
$=90^\circ-\angle FEC=\angle EFC$

$\therefore$ △DHE≡△ECF (ASA 합동)

$\therefore \overline{DH}=\overline{EC}$, $\overline{HE}=\overline{CF}=6\text{ cm}$

한편 △ABC는 $\angle C=90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle A=\angle B=45^\circ$

△DBH에서 $\angle HDB=\angle B=45^\circ$이므로

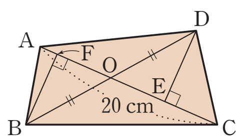
$\overline{BH}=\overline{DH}$

$\overline{EC}=x\text{ cm}$라 하면 $\overline{BH}=\overline{DH}=\overline{EC}=x\text{ cm}$이므로

$x+6+x=22$, $2x=16$ $\quad\therefore x=8$

따라서 $\overline{EC}$의 길이는 8 cm이다.

09 Action 꼭짓점 B에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 F로 놓고 합동인 두 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 F라 하자.

△BOF와 △DOE에서

$\overline{BO}=\overline{DO}$

$\angle BOF=\angle DOE$ (맞꼭지각)

$\angle FBO=90^\circ-\angle BOF$
$=90^\circ-\angle DOE=\angle EDO$

$\therefore$ △BOF≡△DOE (ASA 합동)

$\therefore \overline{BF}=\overline{DE}$

이때 △ABC와 △ACD의 밑변을 $\overline{AC}$라 하면 높이가 각각 $\overline{BF}$, $\overline{DE}$이다.

따라서 △ABC와 △ACD의 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로

$\triangle ABC=\triangle ACD=\frac{1}{2}\times160=80\ (\text{cm}^2)$

즉 $\frac{1}{2}\times20\times\overline{DE}=80$에서

$10\overline{DE}=80$ $\quad\therefore \overline{DE}=8\ (\text{cm})$

10 Action $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$와 $\triangle FEC$가 합동임을 이용한다.

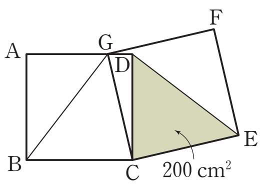
$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서
$\overline{AB}=\overline{DB}$
$\overline{BC}=\overline{BE}$
$\angle ABC=60^\circ-\angle EBA=\angle DBE$
$\therefore\ \triangle ABC\equiv\triangle DBE$ (SAS 합동) ...... ㉠
또 $\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서
$\overline{AC}=\overline{FC}$
$\overline{BC}=\overline{EC}$
$\angle ACB=60^\circ-\angle ECA=\angle FCE$
$\therefore\ \triangle ABC\equiv\triangle FEC$ (SAS 합동) ...... ㉡
㉠, ㉡에서
$\triangle ABC\equiv\triangle DBE\equiv\triangle FEC$ (SAS 합동)
$\therefore$ (오각형 EDBCF의 둘레의 길이)
$=\overline{ED}+\overline{DB}+\overline{BC}+\overline{CF}+\overline{FE}$
$=\overline{CA}+\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}+\overline{AB}$
$=3+5+7+3+5=23\ (\text{cm})$

11 Action $\triangle AED$와 $\triangle CED$가 합동임을 이용한다.

$\triangle AED$와 $\triangle CED$에서
$\overline{DE}$는 공통
$\overline{AD}=\overline{CD}$
$\angle ADE=\angle CDE=45^\circ$
$\therefore\ \triangle AED\equiv\triangle CED$ (SAS 합동) ...... 40 %
한편 $\overline{AD}/\!/\overline{BF}$이므로
$\angle DAF=\angle AFC=28^\circ$ (엇각) ...... 30 %
$\therefore\ \angle DCE=\angle DAE=28^\circ$ ...... 10 %
따라서 $\triangle ECF$에서
$\angle CEF=180^\circ-(28^\circ+90^\circ+28^\circ)$
$=34^\circ$ ...... 20 %

12 Action $\overline{BG}$를 그어 $\triangle BCG$와 $\triangle DCE$가 합동임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$를 그으면 $\triangle BCG$와 $\triangle DCE$에서



$\overline{BC}=\overline{DC}$
$\overline{CG}=\overline{CE}$
$\angle BCG=90^\circ-\angle GCD$
$=\angle DCE$
$\therefore\ \triangle BCG\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle BCG$의 넓이는 $\triangle DCE$의 넓이와 같으므로
$\overline{AB}=x$ cm라 하면
$\frac{1}{2}x^2=200,\ x^2=400$
$\therefore\ x=20\ (\because\ x>0)$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 20 cm이다.

13 Action $\triangle GBC$와 $\triangle EDC$가 합동임을 이용한다.

$\triangle GBC$와 $\triangle EDC$에서
$\overline{BC}=\overline{DC}$
$\overline{GC}=\overline{EC}$
$\angle BCG=90^\circ-\angle GCD=\angle DCE$
$\therefore\ \triangle GBC\equiv\triangle EDC$ (SAS 합동)
$\angle EDC=\angle GBC=90^\circ-72^\circ=18^\circ$
이때 $\angle DHE=180^\circ-65^\circ=115^\circ$이므로
$\triangle DHE$에서
$\angle DEH=180^\circ-(18^\circ+115^\circ)=47^\circ$

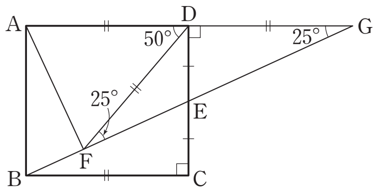
14 Action $\overline{EF}=\overline{BE}+\overline{DF}$임을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle CFE$의 둘레의 길이가 정사각형 ABCD의 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$이므로
$\overline{EF}+\overline{CE}+\overline{CF}=\overline{BC}+\overline{CD}$
$\therefore\ \overline{EF}=(\overline{BC}-\overline{CE})+(\overline{CD}-\overline{CF})$
$=\overline{BE}+\overline{DF}$
$\triangle AEF$와 $\triangle AGF$에서
$\overline{AF}$는 공통
$\overline{AE}=\overline{AG}$
$\overline{EF}=\overline{BE}+\overline{DF}=\overline{DG}+\overline{DF}=\overline{GF}$
$\therefore\ \triangle AEF\equiv\triangle AGF$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle EAF=\angle GAF$
이때
$\angle EAG=\angle EAD+\angle DAG$
$=\angle EAD+\angle BAE$
$=\angle BAD=90^\circ$
이므로
$\angle EAF=\frac{1}{2}\angle EAG=\frac{1}{2}\times90^\circ=45^\circ$

15 Action $\triangle OHB$와 $\triangle OIC$가 합동임을 이용한다.

$\triangle OHB$와 $\triangle OIC$에서
$\overline{OB}=\overline{OC}$
$\angle OBH=\angle OCI=45^\circ$
$\angle HOB=90^\circ-\angle BOI=\angle IOC$
$\therefore\ \triangle OHB\equiv\triangle OIC$ (ASA 합동)
$\therefore$ (겹쳐진 부분의 넓이)$=\triangle OHB+\triangle OBI$
$=\triangle OIC+\triangle OBI$
$=\triangle OBC$
$=\frac{1}{4}\times$(정사각형 ABCD의 넓이)
$=\frac{1}{4}\times8\times8=16\ (\text{cm}^2)$

16 Action $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{FE}$의 연장선의 교점을 G로 놓고 합동인 두 삼각형을 찾는다.



위 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{FE}$의 연장선의 교점을 G라 하자.
△GDE와 △BCE에서
$\overline{DE}=\overline{CE}$
$\angle GDE=\angle BCE=90°$
$\angle DEG=\angle CEB$ (맞꼭지각)
∴ △GDE≡△BCE (ASA 합동)
∴ $\overline{DG}=\overline{CB}$
즉 △DFG는 $\overline{DF}=\overline{DG}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DGE=\angle DFE=25°$
△DFG에서
$\angle FDG=180°-(25°+25°)=130°$
∴ $\angle ADF=180°-\angle FDG=180°-130°=50°$
이때 △DAF는 $\overline{DA}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DAF=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

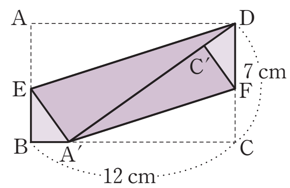
17 Action △ABF와 △CEF가 합동임을 이용한다.

△ABF와 △CEF에서
$\overline{AB}=\overline{CE}$
$\angle B=\angle E=90°$
$\angle AFB=\angle CFE$ (맞꼭지각)이므로
$\angle BAF=90°-\angle AFB=90°-\angle CFE=\angle ECF$
∴ △ABF≡△CEF (ASA 합동)
따라서 $\overline{AB}=\overline{CE}=8$ cm이고
$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=\overline{EF}+\overline{FC}=6+10=16$ (cm)이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times8=64$ (cm^2)

18 Action △QPR과 합동인 삼각형을 찾는다.

① $\overline{AD}$∥$\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=32°$ (엇각)
② $\angle BDC=90°-32°=58°$
∴ $\angle BDQ=\angle CDQ$ (접은 각)
$=\frac{1}{2}\angle BDC$
$=\frac{1}{2}\times58°=29°$
③ △DPC에서 $\overline{DP}=\overline{DC}$이므로
$\angle DPC=\frac{1}{2}\times(180°-58°)=61°$
$\angle DPQ=90°$이므로 $\angle QPC=90°-61°=29°$
④ △DPQ에서
$\angle PQD=180°-(29°+90°)=61°$
⑤ △QPR과 △QCR에서
$\overline{QP}=\overline{QC}$, $\overline{QR}$은 공통, $\angle PQR=\angle CQR$ (접은 각)
∴ △QPR≡△QCR (SAS 합동)
∴ $\overline{PR}=\overline{CR}$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

19 Action △A′ED는 △AED를 접은 것이므로 서로 합동이고, △A′FC′은 △A′FC를 접은 것이므로 서로 합동이다.



$\overline{AD}$∥$\overline{BC}$이므로
$\angle ADA'=\angle CA'D$ (엇각)
△C′DF와 △BA′E에서
$\angle C'DF=90°-\angle ADA'$
$=90°-\angle CA'D$
$=\angle BA'E$
$\angle DC'F=\angle A'BE=90°$
$\overline{DC'}=\overline{A'D}-\overline{A'C'}=\overline{BC}-\overline{A'C}=\overline{A'B}$
∴ △C′DF≡△BA′E (ASA 합동)
이때 △AED≡△A′ED, △A′FC≡△A′FC′이므로
(사각형 A′FDE의 넓이)
=△A′ED+△A′FC′+△C′DF
$=\frac{1}{2}\times$(사각형 ABCD의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times12\times7$
$=42$ (cm^2)

최고 수준 뛰어넘기

P 41 – P 42

01 7	02 45°	03 108°	04 22°
05 5	06 90 cm^2		

01 Action 삼각형에서 c가 가장 긴 변의 길이가 되려면 $c<a+b$이어야 한다.

$a\le b\le c$이므로 a, b, c가 삼각형의 세 변의 길이가 되려면 $c<a+b$이어야 한다.
c를 기준으로 조건을 만족시키는 a, b, c를 순서쌍 (a, b, c)로 나타내면 다음과 같다.
(i) $c\ge9$이면 $a+b+c=18$에서 $a+b\le9$
이때 $c<a+b$를 만족시키지 않는다.
(ii) $c=8$이면 $a+b+c=18$에서 $a+b=10$
이때 $a\le b\le c$를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)는
$(2, 8, 8)$, $(3, 7, 8)$, $(4, 6, 8)$, $(5, 5, 8)$의 4개

(ⅲ) $c=7$이면 $a+b+c=18$에서 $a+b=11$

이때 $a\le b\le c$를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)는

$(4, 7, 7)$, $(5, 6, 7)$의 2개

(ⅳ) $c=6$이면 $a+b+c=18$에서 $a+b=12$

이때 $a\le b\le c$를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)는

$(6, 6, 6)$의 1개

(ⅴ) $c\le 5$이면 $a+b+c=18$에서 $a+b\ge 13$

이때 $a\le b\le c$를 만족시키지 않는다.

(ⅰ)~(ⅴ)에 의하여 구하는 삼각형의 개수는

$4+2+1=7$

02 **Action** $\overline{AB}=4k\ (k>0)$로 놓고 주어진 선분의 길이를 k를 사용하여 나타내어 본다.

$\overline{AB}=4k\ (k>0)$라 하면 $\overline{BC}=7k$

$\overline{BE}:\overline{EC}=3:4$이므로 $\overline{BE}=3k$, $\overline{EC}=4k$

또 $\overline{CF}:\overline{FD}=3:1$이므로 $\overline{CF}=3k$, $\overline{FD}=k$

$\triangle ABE$와 $\triangle ECF$에서

$\overline{AB}=\overline{EC}$

$\overline{BE}=\overline{CF}$

$\angle B=\angle C=90^\circ$

$\therefore\ \triangle ABE\equiv\triangle ECF$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{AE}=\overline{EF}$이고

$\angle AEF=180^\circ-(\angle AEB+\angle FEC)$

$=180^\circ-(\angle EFC+\angle FEC)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

이므로 $\triangle AEF$는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle AFE=45^\circ$

03 **Action** $\triangle ABD$와 $\triangle EBC$가 합동임을 이용한다.

$\angle ABE=\angle EBC=\angle a$라 하면

$\angle ACB=\angle ABC=2\angle a$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이므로

$\angle BDC=\angle BCD=2\angle a$

$\angle a+2\angle a+2\angle a=180^\circ$이므로

$5\angle a=180^\circ\qquad\therefore\ \angle a=36^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180^\circ-(2\angle a+2\angle a)$

$=180^\circ-4\angle a$

$=180^\circ-4\times 36^\circ=36^\circ$

$\triangle ABD$와 $\triangle EBC$에서

$\overline{AB}=\overline{EB}$

$\overline{BD}=\overline{BC}$

$\angle ABD=\angle EBC$

$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle EBC$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle BEC=\angle BAD=36^\circ$

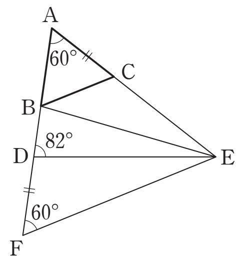
$\triangle ABE$에서 $\overline{BA}=\overline{BE}$이므로

$\angle AEB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\therefore\ \angle AEC=\angle AEB+\angle BEC$

$=72^\circ+36^\circ=108^\circ$

04 **Action** $\overline{AD}$의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{DF}$가 되도록 하는 점 F를 잡고 합동인 두 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{DF}$가 되도록 하는 점 F를 잡으면

$\overline{AE}=\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{DF}+\overline{AD}=\overline{AF}$

이므로 $\triangle AFE$에서

$\angle AFE=\angle AEF$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

즉 $\triangle AFE$는 정삼각형이므로 $\overline{AF}=\overline{FE}=\overline{AE}$

$\triangle ABE$와 $\triangle FDE$에서

$\overline{AB}=\overline{FD}$

$\overline{AE}=\overline{FE}$

$\angle EAB=\angle EFD=60^\circ$

$\therefore\ \triangle ABE\equiv\triangle FDE$ (SAS 합동)

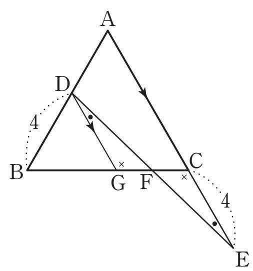
$\therefore\ \angle ABE=\angle FDE=180^\circ-82^\circ=98^\circ$

따라서 $\triangle ABE$에서

$\angle AEB=180^\circ-(60^\circ+98^\circ)=22^\circ$

05 **Action** 점 D에서 $\overline{AC}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 G라 하고 $\triangle GDF$와 합동인 삼각형을 찾는다.

$\triangle ABC$가 정삼각형이므로 $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 G라 하면

$\triangle DBG$에서 $\angle B=60^\circ$,

$\angle BDG=\angle A=60^\circ$ (동위각)

이므로 $\triangle DBG$는 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다.

즉 $\overline{DG}=4$

$\triangle GDF$와 $\triangle CEF$에서

$\overline{GD}=\overline{CE}$

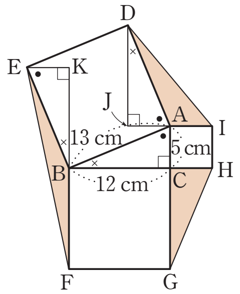
$\angle GDF=\angle CEF$ (엇각)

$\angle DGF=\angle ECF$ (엇각)

$\therefore\ \triangle GDF\equiv\triangle CEF$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{DF}=\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\times 10=5$

06 Action 두 점 D, E에서 $\overline{AI}$, $\overline{BF}$의 연장선에 각각 수선의 발을 내린 후 합동인 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AI}$의 연장선에 내린 수선의 발을 J라 하고, 점 E에서 $\overline{BF}$의 연장선에 내린 수선의 발을 K라 하면 $\angle JAC=90^\circ$, $\angle KBC=90^\circ$

$\triangle ADJ$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{AD}=\overline{AB}$

$\angle DAJ=90^\circ-\angle JAB=\angle BAC$

$\angle ADJ=90^\circ-\angle DAJ=90^\circ-\angle BAC=\angle ABC$

$\therefore$ $\triangle ADJ\equiv\triangle ABC$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{DJ}=\overline{BC}=12$ cm이므로

$\triangle AID=\frac{1}{2}\times\overline{AI}\times\overline{DJ}=\frac{1}{2}\times5\times12=30\ (\text{cm}^2)$

같은 방법으로

$\triangle EBK\equiv\triangle ABC$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{EK}=\overline{AC}=5$ cm

$\triangle BEF=\frac{1}{2}\times\overline{BF}\times\overline{EK}=\frac{1}{2}\times12\times5=30\ (\text{cm}^2)$

$\triangle CGH=\frac{1}{2}\times\overline{CG}\times\overline{CH}=\frac{1}{2}\times12\times5=30\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle AID+\triangle BEF+\triangle CGH$

$=30+30+30$

$=90\ (\text{cm}^2)$

교과서 속 창의사고력

P 43 – P 44

01 160° **02** $a /\!/ r$, $c /\!/ q$

03 (1) 104° (2) 20°

01 Action 50분 동안 분침이 움직인 각도에서 5시간 50분 동안 시침이 움직인 각도를 뺀다.

분침은 60분에 360°를 움직이므로 1분에 6°씩 움직인다.

시침은 15시간에 360°를 움직이므로 1시간에

$360^\circ\div15=24^\circ$씩 움직인다.

즉 1분에 $24^\circ\div60=0.4^\circ$씩 움직인다.

분침이 15를 가리킬 때부터 50분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times50=300^\circ$

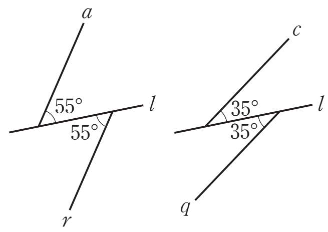
시침이 15를 가리킬 때부터 5시간 50분 동안 움직인 각도는

$24^\circ\times5+0.4^\circ\times50=120^\circ+20^\circ=140^\circ$

따라서 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각의 크기는

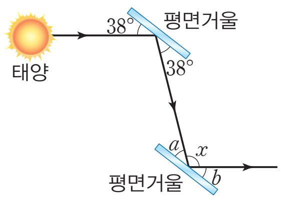
$300^\circ-140^\circ=160^\circ$

02 Action 서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 서로 평행함을 이용한다.



서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 서로 평행하므로 오른쪽 그림에서 $a /\!/ r$, $c /\!/ q$이다.

03 Action 입사각과 반사각의 크기는 서로 같음을 이용한다.



(1) 오른쪽 그림에서 두 평면거울이 서로 평행하므로

$\angle a=38^\circ$ (엇각)

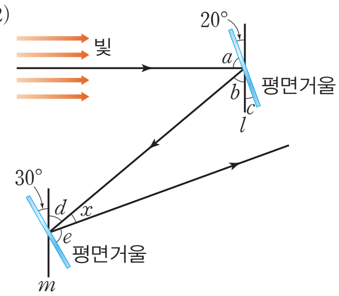
이때 입사각과 반사각의 크기는 서로 같으므로

$\angle b=\angle a=38^\circ$

따라서 $\angle a+\angle x+\angle b=180^\circ$이므로

$38^\circ+\angle x+38^\circ=180^\circ$ $\therefore$ $\angle x=104^\circ$

(2)



위 그림에서 빛이 직선 l에 수직이므로

$\angle a=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

또 $\angle c=20^\circ$ (맞꼭지각)이고 입사각의 크기와 반사각의 크기가 같으므로

$\angle b+\angle c=\angle a$에서

$\angle b+20^\circ=70^\circ$ $\therefore$ $\angle b=50^\circ$

$l /\!/ m$이므로 $\angle d=\angle b=50^\circ$ (엇각)

또 $30^\circ+\angle d=\angle e$에서

$\angle e=30^\circ+50^\circ=80^\circ$

$\therefore$ $\angle x=180^\circ-2\times80^\circ=20^\circ$

Ⅱ. 평면도형

1. 다각형

최고수준 입문하기

P 47– P 51

01 62°	02 ①, ⑤	03 41°	04 36°
05 120°	06 125°	07 163°	08 95°
09 12°	10 25°	11 27°	12 71°
13 11	14 ④	15 90	16 정십각형
17 104	18 12	19 25°	20 54
21 ②	22 60°	23 ②	24 310°
25 144°	26 45°	27 150°	28 ④
29 150°	30 (1) 72° (2) 30°		31 96°

01 Action 다각형의 한 꼭짓점에서의 내각과 외각의 크기의 합은 180°이다.

$\angle x=180^\circ-52^\circ=128^\circ$

$\angle y=180^\circ-114^\circ=66^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=128^\circ-66^\circ=62^\circ$

02 Action 다각형과 정다각형에 대하여 생각해 본다.

② 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같은 다각형이 정다각형이다.

③ 다각형의 한 꼭짓점에 대하여 외각은 2개가 있다.

④ 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°, 한 외각의 크기는 120°이므로 한 내각의 크기와 한 외각의 크기는 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

03 Action 점 C가 $\overline{AE}$와 $\overline{BD}$의 교점이므로 $\angle ACB=\angle DCE$ (맞꼭지각)임을 이용한다.

$\triangle$ABC에서

$\angle ACB=180^\circ-(50^\circ+46^\circ)=84^\circ$

$\angle DCE=\angle ACB=84^\circ$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle$DCE에서

$\angle x=180^\circ-(55^\circ+84^\circ)=41^\circ$

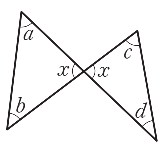
Lecture

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle a+\angle b=180^\circ-\angle x$

$\angle c+\angle d=180^\circ-\angle x$

$\therefore\ \angle a+\angle b=\angle c+\angle d$



04 Action 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 크기가 가장 작은 각의 크기는

$180^\circ\times\dfrac{2}{2+3+5}=180^\circ\times\dfrac{1}{5}=36^\circ$

Lecture

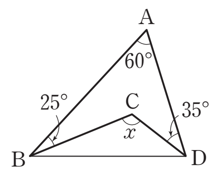
삼각형 ABC에서 $\angle A:\angle B:\angle C=x:y:z$일 때,

$\angle A=180^\circ\times\dfrac{x}{x+y+z}$

$\angle B=180^\circ\times\dfrac{y}{x+y+z}$

$\angle C=180^\circ\times\dfrac{z}{x+y+z}$

05 Action $\overline{BD}$를 긋고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle$ABD에서

$\angle CBD+\angle CDB$

$=180^\circ-(60^\circ+25^\circ+35^\circ)$

$=60^\circ$

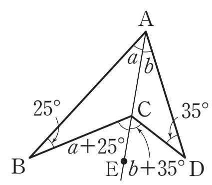
따라서 $\triangle$CBD에서

$\angle x=180^\circ-(\angle CBD+\angle CDB)$

$=180^\circ-60^\circ$

$=120^\circ$

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$의 연장선 위의 한 점을 E라 하면

$\triangle$ABC에서

$\angle BCE=\angle a+25^\circ$

$\triangle$ACD에서

$\angle DCE=\angle b+35^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle BCE+\angle DCE$

$=(\angle a+25^\circ)+(\angle b+35^\circ)$

$=\angle a+\angle b+60^\circ$

$=60^\circ+60^\circ$

$=120^\circ$

06 Action $\angle IBC+\angle ICB=\frac{1}{2}\times(\angle ABC+\angle ACB)$임을 이용한다.

$\triangle$ABC에서

$\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ …… 30 %

$\therefore\ \angle IBC+\angle ICB=\dfrac{1}{2}\times(\angle ABC+\angle ACB)$

$=\dfrac{1}{2}\times110^\circ=55^\circ$ …… 40 %

따라서 △IBC에서

$\angle x = 180^\circ - (\angle \mathrm{IBC} + \angle \mathrm{ICB})$

$= 180^\circ - 55^\circ$

$= 125^\circ$ ······ 30 %

07 Action 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

△ABD에서

$\angle x = 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$

△ADC에서

$\angle y = 33^\circ + 85^\circ = 118^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 45^\circ + 118^\circ = 163^\circ$

08 Action 먼저 ∠ACB의 크기를 구한다.

△ABC에서

$75^\circ + 65^\circ + \angle \mathrm{ACB} = 180^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{ACB} = 40^\circ$ ······ 40 %

$\angle \mathrm{ACD} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ACB} = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$ ······ 20 %

따라서 △ADC에서

$\angle x = 75^\circ + 20^\circ = 95^\circ$ ······ 40 %

09 Action △ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$이므로 ∠B=∠ACB이다.

△ABC는 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{B} = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$

△CDB는 $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CB}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{CDB} = \angle \mathrm{B} = 64^\circ$

따라서 △ADC에서

$\angle x = 64^\circ - 52^\circ = 12^\circ$

10 Action 이등변삼각형의 두 내각의 크기는 서로 같음을 이용한다.

△ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$이므로

$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{ABC} = \angle x$

$\therefore \angle \mathrm{CAD} = \angle x + \angle x = 2\angle x$

△ACD에서 $\overline{\mathrm{CA}} = \overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\angle \mathrm{CDA} = \angle \mathrm{CAD} = 2\angle x$

△DBC에서 $\angle \mathrm{DCE} = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$

△DCE에서 $\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{DE}}$이므로

$\angle \mathrm{DEC} = \angle \mathrm{DCE} = 3\angle x$

△DBE에서 $\angle \mathrm{EDF} = \angle x + 3\angle x = 4\angle x$

즉 $4\angle x = 100^\circ$이므로 $\angle x = 25^\circ$

11 Action 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

△ABC에서 $\angle \mathrm{ACE} = 54^\circ + \angle \mathrm{ABC}$

$\therefore \angle \mathrm{DCE} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ACE} = \frac{1}{2} \times (54^\circ + \angle \mathrm{ABC})$

$= 27^\circ + \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC}$ ······ ㉠

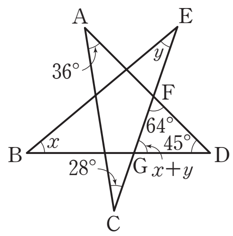
△DBC에서 $\angle \mathrm{DCE} = \angle x + \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC}$ ······ ㉡

이때 ㉠, ㉡에서

$27^\circ + \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC} = \angle x + \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC}$

$\therefore \angle x = 27^\circ$

12 Action 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.



오른쪽 그림의 △ACF에서

$\angle \mathrm{CFD} = 36^\circ + 28^\circ = 64^\circ$

△BGE에서

$\angle \mathrm{EGD} = \angle x + \angle y$

△DFG에서

$(\angle x + \angle y) + 45^\circ + 64^\circ = 180^\circ$

$(\angle x + \angle y) + 109^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 180^\circ - 109^\circ = 71^\circ$

13 Action n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$이고 이때 생기는 삼각형의 개수는 $n-2$이다.

팔각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$8-3=5$

$\therefore a=5$

이때 생기는 삼각형의 개수는 $8-2=6$

$\therefore b=6$

$\therefore a+b=5+6=11$

14 Action n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$이다.

주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n-3=8$ $\quad\therefore n=11$, 즉 십일각형

따라서 십일각형의 대각선의 개수는

$\frac{11 \times (11-3)}{2} = 44$

15 Action n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $n-2$이다.

주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n-2=13$ $\quad\therefore n=15$, 즉 십오각형

따라서 십오각형의 대각선의 개수는

$$\frac{15\times(15-3)}{2}=90$$

16 Action 모든 변의 길이가 같고, 모든 내각의 크기가 같은 다각형은 정다각형이다.

(가)에서 구하는 다각형은 정다각형이다.

구하는 다각형을 정n각형이라 하면 (나)에서

$$\frac{n(n-3)}{2}=35$$

$n(n-3)=70=10\times7$ $\quad\therefore n=10$

따라서 구하는 다각형은 정십각형이다.

17 Action 주어진 다각형이 어떤 다각형인지 구한다.

구하는 다각형을 n각형이라 하면

$a=n-3,\ b=n-2$ …… 40 %

$a+b=27$이므로

$(n-3)+(n-2)=27$

$2n=32$ $\quad\therefore n=16$, 즉 십육각형 …… 30 %

따라서 십육각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{16\times(16-3)}{2}=104$ …… 30 %

18 Action 버스 노선의 개수는 팔각형의 변의 개수와 같고, 철도 노선의 개수는 팔각형의 대각선의 개수와 같다.

버스 노선의 개수는 팔각형의 변의 개수와 같으므로

$a=8$

철도 노선의 개수는 팔각형의 대각선의 개수와 같으므로

$$b=\frac{8\times(8-3)}{2}=20$$

$\therefore b-a=20-8=12$

Lecture

원 위의 n개의 점에서

(1) 이웃하는 점을 연결한 선분의 개수 ➡ n각형의 변의 개수

(2) 이웃하지 않은 점을 연결한 선분의 개수

➡ n각형의 대각선의 개수

19 Action n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$임을 이용한다.

오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로

$(3\angle x-10^\circ)+130^\circ+110^\circ+(5\angle x+5^\circ)+105^\circ=540^\circ$

$8\angle x+340^\circ=540^\circ,\ 8\angle x=200^\circ$

$\therefore \angle x=25^\circ$

20 Action 주어진 다각형이 어떤 다각형인지 구한다.

주어진 다각형을 n각형이라 하면

$180^\circ\times(n-2)=1800^\circ$

$n-2=10$ $\quad\therefore n=12$, 즉 십이각형

따라서 십이각형의 대각선의 개수는

$$\frac{12\times(12-3)}{2}=54$$

21 Action 다각형의 외각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

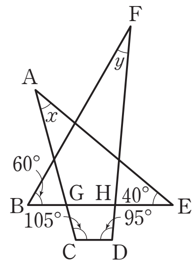
$\angle x+(180^\circ-115^\circ)+\angle y+(180^\circ-120^\circ)+(180^\circ-78^\circ)$

$=360^\circ$

$\angle x+\angle y+227^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=133^\circ$

22 Action 사각형의 내각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.



오른쪽 그림의 $\triangle$AGE에서

$\angle$EGC$=\angle x+40^\circ$ …… 30 %

$\triangle$BHF에서

$\angle$BHD$=60^\circ+\angle y$ …… 30 %

사각형 GCDH의 내각의 크기의 합은 360°이므로

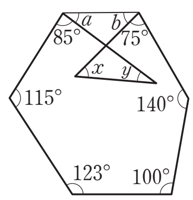
$(\angle x+40^\circ)+105^\circ+95^\circ$

$+(60^\circ+\angle y)=360^\circ$ …… 30 %

$\angle x+\angle y+300^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=60^\circ$ …… 10 %

23 Action 보조선을 그어 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$\angle a+\angle b=\angle x+\angle y$

육각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$이므로

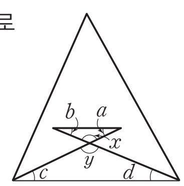
$(\angle a+85^\circ)+115^\circ+123^\circ+100^\circ$

$+140^\circ+(\angle b+75^\circ)=720^\circ$

$\angle a+\angle b+638^\circ=720^\circ$ $\quad\therefore \angle a+\angle b=82^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=\angle a+\angle b=82^\circ$

Lecture



오른쪽 그림에서 맞꼭지각의 크기가 같으므로

$\angle x=\angle y$

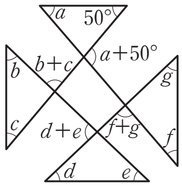
$\therefore \angle c+\angle d=180^\circ-\angle y$

$=180^\circ-\angle x$

$=\angle a+\angle b$

24 Action 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

오른쪽 그림에서 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로



$(\angle a+50^\circ)+(\angle b+\angle c)$
$+(\angle d+\angle e)+(\angle f+\angle g)$
$=360^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g=310^\circ$

25 Action 정n각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$임을 이용한다.

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$n-3=7 \qquad \therefore n=10$, 즉 정십각형

따라서 정십각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(10-2)}{10}=144^\circ$

26 Action 정n각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{n}$임을 이용한다.

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$180^\circ\times(n-2)=1080^\circ$

$n-2=6 \qquad \therefore n=8$, 즉 정팔각형

따라서 정팔각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$

27 Action n각형의 모든 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ\times n$임을 이용한다.

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면 모든 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ\times n$이므로

$180^\circ\times n=2160^\circ$

$\therefore n=12$, 즉 정십이각형

따라서 정십이각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(12-2)}{12}=150^\circ$

Lecture

n각형의 내각과 외각의 크기의 합

(n각형의 내각의 크기의 합)+(n각형의 외각의 크기의 합)
$=180^\circ\times(n-2)+360^\circ$
$=180^\circ\times n-360^\circ+360^\circ$
$=180^\circ\times n$

28 Action 주어진 정다각형이 어떤 정다각형인지 구한다.

한 내각과 그와 이웃하는 외각의 크기의 합은 180°이므로

(한 외각의 크기)$=180^\circ\times\dfrac{2}{7+2}=40^\circ$ (③)

구하는 정다각형을 정n각형이라 하면 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이므로

$\dfrac{360^\circ}{n}=40^\circ \qquad \therefore n=9$

따라서 구하는 정다각형은 정구각형이다. (①)

② 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(9-2)=1260^\circ$

④ 대각선의 개수는 $\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27$

⑤ 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$9-3=6$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

Lecture

정n각형에서

(한 내각의 크기) : (한 외각의 크기)$=\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n} : \dfrac{360^\circ}{n}$

이므로 (한 내각의 크기) : (한 외각의 크기)$=(n-2) : 2$

한편 문제에서 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $7:2$, 즉 $(9-2):2$이므로 구하는 정다각형은 정구각형이다.

29 Action $\triangle ABP$, $\triangle PCD$는 각각 이등변삼각형임을 이용하여 $\angle BPA$, $\angle CPD$의 크기를 각각 구한다.

$\triangle PBC$가 정삼각형이므로 $\overline{PB}=\overline{BC}=\overline{PC}$

$\angle PBC=\angle PCB=\angle CPB=60^\circ$ …… 30 %

$\overline{AB}=\overline{BP}$이므로 $\triangle ABP$는 이등변삼각형이다.

이때 $\angle ABP=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로

$\angle BPA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$ …… 30 %

같은 방법으로

$\angle CPD=75^\circ$ …… 20 %

$\therefore \angle x=360^\circ-(75^\circ+60^\circ+75^\circ)=150^\circ$ …… 20 %

30 Action 정오각형과 정육각형의 한 내각의 크기를 각각 구한다.

(1) 정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

$\triangle BCA$, $\triangle ABE$는 각각 $\overline{BC}=\overline{BA}$, $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\angle ABE=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

따라서 $\triangle ABF$에서

$\angle x=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

(2) 정육각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

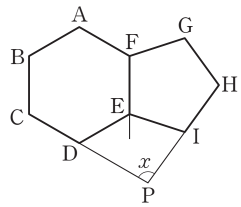
$\angle AFC=\dfrac{1}{2}\angle AFE=\dfrac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

$\triangle$ABF에서 $\overline{AB}=\overline{AF}$이므로

$\angle AFB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

$\therefore \angle x=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

31 Action 정육각형과 정오각형의 한 외각의 크기를 각각 구한다.



정육각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이고

정오각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$이므로

$\angle EDP=60^\circ$, $\angle EIP=72^\circ$,

$\angle DEI=60^\circ+72^\circ=132^\circ$

이때 사각형 EDPI의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$132^\circ+60^\circ+\angle x+72^\circ=360^\circ$

$\angle x+264^\circ=360^\circ \qquad \therefore \angle x=96^\circ$

최고 수준 완성하기

Ⓟ 52–Ⓟ 55

01 61°	02 40°	03 125°	04 210°
05 19°	06 13	07 48	08 20°
09 89°	10 540°		
11 A : 구각형, B : 십이각형, C : 십팔각형			12 정십이각형
13 14°	14 8장	15 96°	

01 Action $\angle BED=\angle a$, $\angle CEF=\angle b$로 놓고 $\angle a+\angle b$의 크기를 구한다.

$\angle BED=\angle a$, $\angle CEF=\angle b$라 하면

$\triangle$BED에서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

$\angle BDE=\angle BED=\angle a$

$\therefore \angle DBE=180^\circ-2\angle a$ …… 20 %

$\triangle$CFE에서 $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\angle CFE=\angle CEF=\angle b$

$\therefore \angle FCE=180^\circ-2\angle b$ …… 20 %

따라서 $\triangle$ABC에서

$58^\circ+(180^\circ-2\angle a)+(180^\circ-2\angle b)=180^\circ$

$2(\angle a+\angle b)=238^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=119^\circ$ …… 40 %

$\therefore \angle x=180^\circ-(\angle a+\angle b)$

$=180^\circ-119^\circ=61^\circ$ …… 20 %

02 Action $\angle BAC+\angle BCA$의 크기를 구한다.

$\triangle$ACD에서

$\angle DAC+\angle DCA=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이므로

$\angle EAC+\angle ACF=2(\angle DAC+\angle DCA)$

$=2\times110^\circ=220^\circ$

$\therefore \angle BAC+\angle BCA$

$=(180^\circ-\angle EAC)+(180^\circ-\angle ACF)$

$=360^\circ-220^\circ=140^\circ$

따라서 $\triangle$ABC에서

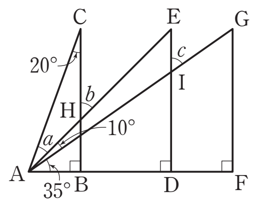
$\angle B=180^\circ-(\angle BAC+\angle BCA)$

$=180^\circ-140^\circ=40^\circ$

03 Action 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용한다.

❶ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

❷ 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같다.



오른쪽 그림의 $\triangle$ABC에서

$20^\circ+(\angle a+10^\circ+35^\circ)+90^\circ$

$=180^\circ$

$\angle a+155^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle a=25^\circ$

$\triangle$AHC에서

$\angle b=20^\circ+\angle a=20^\circ+25^\circ=45^\circ$

$\triangle$ADI에서

$\angle AID=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$

$\therefore \angle c=\angle AID=55^\circ$ (맞꼭지각)

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c=25^\circ+45^\circ+55^\circ$

$=125^\circ$

04 Action $\angle BAD=\angle DAC=\angle a$, $\angle ABE=\angle EBC=\angle b$로 놓고 $\angle a+\angle b$의 크기를 구한다.

$\angle BAD=\angle DAC=\angle a$, $\angle ABE=\angle EBC=\angle b$라 하면

$\triangle$ABC에서

$2\angle a+2\angle b+40^\circ=180^\circ$

$2(\angle a+\angle b)=140^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=70^\circ$ …… 40 %

$\triangle$ABD에서 $\angle x=\angle a+2\angle b$

$\triangle$ABE에서 $\angle y=2\angle a+\angle b$ …… 30 %

$\therefore \angle x+\angle y=(\angle a+2\angle b)+(2\angle a+\angle b)$

$=3\angle a+3\angle b$

$=3(\angle a+\angle b)$

$=3\times70^\circ=210^\circ$ …… 30 %

05 Action 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\angle ABD=\angle DBE=\angle EBC=\angle a$,

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECF=\angle b$라 하면

$\triangle$ABC에서

$57^\circ+3\angle a=3\angle b$

$3\angle b-3\angle a=57^\circ$ $\quad\therefore\ \angle b-\angle a=19^\circ$

$\triangle$DBC에서

$\angle x+2\angle a=2\angle b$

$\therefore\ \angle x=2\angle b-2\angle a$

$=2(\angle b-\angle a)$

$=2\times19^\circ=38^\circ$

$\triangle$EBC에서 $\angle y+\angle a=\angle b$

$\therefore\ \angle y=\angle b-\angle a=19^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=38^\circ-19^\circ=19^\circ$

06 Action 사각형, 오각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각 2개, 3개의 삼각형으로 나누어짐을 이용한다.

은수에게 주어진 다각형을 m각형이라 하면

$m-2=3$에서 $m=5$

즉 은수에게 주어진 다각형은 오각형이므로 변의 개수는 5이다.

영민이에게 주어진 다각형을 n각형이라 하면

사각형, 오각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각 2개, 3개의 삼각형으로 나누어지므로 n각형은

$1+2+3=6$(개)의 삼각형으로 나누어진다.

$n-2=6$에서 $n=8$

즉 영민이에게 주어진 다각형은 팔각형이므로 변의 개수는 8이다.

따라서 구하는 다각형의 변의 개수의 합은

$5+8=13$

07 Action 원의 둘레를 12등분 한 점을 연결하여 만든 다각형은 정십이각형이다.

12개의 점 $P_1, P_2, \cdots, P_{12}$의 이웃한 점들을 순서대로 연결하여 만든 다각형은 정십이각형이다.

정십이각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{12\times(12-3)}{2}=54$

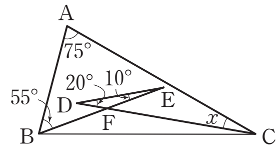
이때 $P_1, P_2, \cdots, P_{12}$가 지름의 길이가 10인 원 O 위의 점이므로 대각선 중에서 길이가 10인 것은 지름인 $\overline{P_1P_7}$, $\overline{P_2P_8}$, $\overline{P_3P_9}$, $\overline{P_4P_{10}}$, $\overline{P_5P_{11}}$, $\overline{P_6P_{12}}$의 6개이다. $\cdots\cdots$ ㉠

한편 원 내부의 선분의 최대 길이는 지름의 길이를 넘을 수 없으므로 ㉠의 6개를 제외한 나머지 대각선의 길이는 10보다 짧다.

따라서 길이가 10보다 짧은 대각선의 개수는

$54-6=48$

08 Action $\overline{BC}$를 긋고 $\angle FBC+\angle FCB=\angle FDE+\angle FED$임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\triangle$FED와 $\triangle$FBC에서

$\angle FBC+\angle FCB$

$=20^\circ+10^\circ=30^\circ$

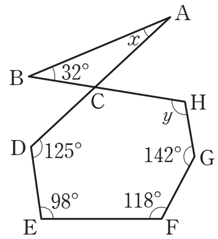
$\triangle$ABC에서

$75^\circ+(55^\circ+\angle FBC)+(\angle FCB+\angle x)=180^\circ$

$75^\circ+55^\circ+30^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=20^\circ$

09 Action 맞꼭지각의 크기는 서로 같음을 이용한다.



오른쪽 그림의 $\triangle$ABC에서

$\angle BCA=180^\circ-(32^\circ+\angle x)$

$=148^\circ-\angle x$

한편 육각형 CDEFGH의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$이고

$\angle DCH=\angle BCA$

$=148^\circ-\angle x$ (맞꼭지각)

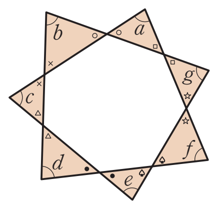
이므로

$(148^\circ-\angle x)+125^\circ+98^\circ+118^\circ+142^\circ+\angle y=720^\circ$

$631^\circ-\angle x+\angle y=720^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=89^\circ$

10 Action 주어진 평면도형을 칠각형 1개와 삼각형 7개로 이루어진 도형으로 생각한다.



주어진 평면도형을 오른쪽 그림과 같이 칠각형 1개와 삼각형 7개로 이루어진 도형으로 생각하면

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

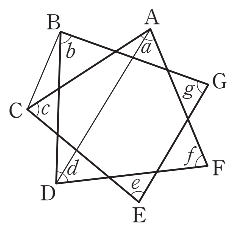
$=$(삼각형의 내각의 크기의 합)$\times7$

$-$(칠각형의 외각의 크기의 합)$\times2$

$=180^\circ\times7-360^\circ\times2$

$=540^\circ$

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$와 $\overline{AD}$를 그으면

$\angle CAD+\angle BDA$

$=\angle ACB+\angle DBC$

$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

$=$(사각형 BCEG의 내각의 크기의 합)

$+$(삼각형 ADF의 내각의 크기의 합)

$=360^\circ+180^\circ=540^\circ$

11 **Action** n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$, n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$임을 이용한다.

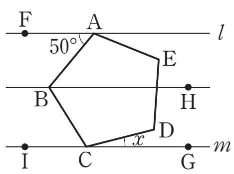
세 다각형 A, B, C를 각각 a각형, b각형, c각형$(a<b<c)$이라 하자.
내각의 크기의 합이 5940°이므로
$180^\circ\times(a-2)+180^\circ\times(b-2)+180^\circ\times(c-2)=5940^\circ$
에서 $180^\circ\times(a+b+c)=7020^\circ$
$\therefore\ a+b+c=39$ …… ㉠
a각형, b각형, c각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 각각 $a-3$, $b-3$, $c-3$이다.
이때 $(a-3):(b-3):(c-3)=2:3:5$이므로 a각형, b각형, c각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 각각 $2k$, $3k$, $5k$ (k는 자연수)라 하면
$a=2k+3$, $b=3k+3$, $c=5k+3$
이것을 ㉠에 대입하면
$(2k+3)+(3k+3)+(5k+3)=39$
$10k=30$ $\quad\therefore\ k=3$, 즉 $a=9$, $b=12$, $c=18$
따라서 구하는 다각형 A, B, C는 각각 구각형, 십이각형, 십팔각형이다.

12 **Action** 만들어지는 다각형은 한 외각의 크기가 30°인 정다각형이다.

만들어지는 다각형은 모든 변의 길이가 같고, 모든 외각의 크기가 30°로 같으므로 모든 내각의 크기도 같다. 즉 정다각형이다.
만들어지는 정다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=30^\circ$ $\quad\therefore\ n=12$
따라서 만들어지는 다각형은 정십이각형이다.

13 **Action** 정오각형의 한 내각의 크기를 구한 후 평행선의 성질을 이용한다.

정오각형의 한 내각의 크기는
$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ …… 30 %
오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 BH를 그으면
$\angle ABH=\angle FAB=50^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle HBC=108^\circ-50^\circ=58^\circ$



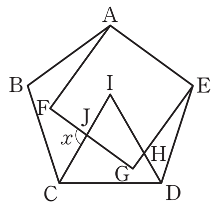
…… 40 %
따라서 $\angle BCI=\angle HBC=58^\circ$ (엇각)이므로
$\angle x=180^\circ-(58^\circ+108^\circ)=14^\circ$ …… 30 %

14 **Action** 원의 내부에 생기는 정다각형의 한 내각의 크기를 구해 본다.

정오각형의 한 내각의 크기는
$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$
원의 내부에 생기는 정n각형의 한 내각의 크기는
$360^\circ-2\times108^\circ=144^\circ$
이때 $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=144^\circ$에서
$180^\circ\times n-360^\circ=144^\circ\times n$
$36^\circ\times n=360^\circ$ $\quad\therefore\ n=10$
즉 원의 내부에 생기는 정다각형은 정십각형이다.
따라서 원주를 빈틈없이 채우려면 정오각형 모양의 색종이가 8장 더 필요하다.

15 **Action** 정삼각형, 정사각형, 정오각형의 한 내각의 크기를 각각 구한다.

정삼각형, 정사각형, 정오각형의 한 내각의 크기는 각각 60°, 90°, $\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이다.
오른쪽 그림의 △ICD에서
$\angle CID=60^\circ$
사각형 AFGE에서
$\angle FGE=90^\circ$
△HDE에서



$\angle HED=108^\circ-90^\circ=18^\circ$,
$\angle HDE=108^\circ-60^\circ=48^\circ$이므로
$\angle EHD=180^\circ-(18^\circ+48^\circ)=114^\circ$
$\therefore\ \angle IHG=\angle EHD=114^\circ$ (맞꼭지각)
따라서 사각형 IJGH의 내각의 크기의 합은 360°이므로
$60^\circ+\angle x+90^\circ+114^\circ=360^\circ$
$\angle x+264^\circ=360^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=96^\circ$

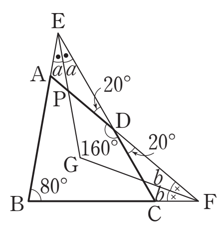
최고 수준 뛰어넘기

P 56– P 57

01 120°	02 24	03 360°	04 5
05 6	06 20		

01 **Action** $\angle BEG=\angle CEG=\angle a$, $\angle AFG=\angle BFG=\angle b$로 놓고 $\angle DAB$, $\angle BCD$의 크기를 각각 $\angle a$, $\angle b$를 사용하여 나타내어 본다.

오른쪽 그림에서
$\angle EDA=\angle FDC$
$\qquad=180^\circ-160^\circ=20^\circ$
$\angle BEG=\angle CEG=\angle a$,
$\angle AFG=\angle BFG=\angle b$라 하면
△EAD에서
$\angle DAB=2\angle a+20^\circ$
△FDC에서
$\angle BCD=20^\circ+2\angle b$



사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$(2\angle a+20^\circ)+80^\circ+(20^\circ+2\angle b)+160^\circ=360^\circ$

$2\angle a+2\angle b+280^\circ=360^\circ$

$2(\angle a+\angle b)=80^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b=40^\circ$

이때 $\overline{AD}$와 $\overline{EG}$의 교점을 P라 하면 △EPD에서

$\angle DPG=20^\circ+\angle a$

△PGF에서

$(20^\circ+\angle a)+\angle EGF+\angle b=180^\circ$

$20^\circ+(\angle a+\angle b)+\angle EGF=180^\circ$

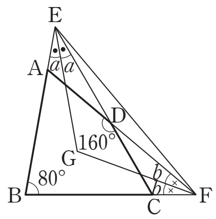
$20^\circ+40^\circ+\angle EGF=180^\circ$

$\therefore\ \angle EGF=120^\circ$

다른 풀이

$\angle EDF=\angle D=160^\circ$ (맞꼭지각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면



△EDF에서

$\angle DEF+\angle DFE=180^\circ-160^\circ$

$=20^\circ$

$\angle BEG=\angle DEG=\angle a$,

$\angle BFG=\angle DFG=\angle b$라 하면

△EBF에서

$2\angle a+80^\circ+2\angle b+\angle DEF+\angle DFE=180^\circ$

$2\angle a+80^\circ+2\angle b+20^\circ=180^\circ$

$2(\angle a+\angle b)=80^\circ \qquad \therefore\ \angle a+\angle b=40^\circ$

따라서 △EGF에서

$\angle EGF=180^\circ-(\angle GEF+\angle GFE)$

$=180^\circ-(\angle a+\angle b+\angle DEF+\angle DFE)$

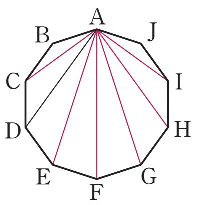
$=180^\circ-(40^\circ+20^\circ)$

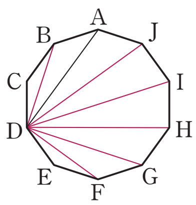
$=120^\circ$

02 Action 대각선 AD와 한 점에서 만나는 대각선을 그어 본다.

(i) 대각선 AD와 점 A 또는 점 D에서 만나는 경우

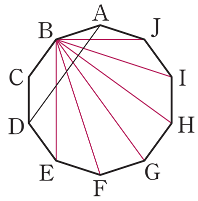
대각선 AD와 점 A 또는 점 D에서 만나는 대각선의 개수는 다음 그림과 같이 각각 6이다.

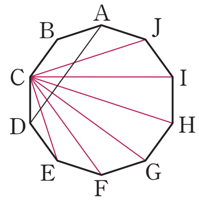




(ii) 대각선 AD와 정십각형의 내부에서 만나는 경우

대각선 AD와 정십각형의 내부에서 만나는 대각선의 개수는 점 B에서 점 D를 제외한 나머지 점에 그은 대각선의 개수와 점 C에서 점 A를 제외한 나머지 점에 그은 대각선의 개수의 합과 같다. 즉 그 개수는 다음 그림과 같이 각각 6이다.



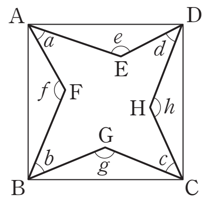


따라서 대각선 AD와 한 점에서 만나는 대각선의 개수는

$6+6+6+6=24$

03 Action $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$를 그어 사각형의 내각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$를 그으면



△FAB에서

$\angle FAB+\angle FBA=180^\circ-\angle f$

△GBC에서

$\angle GBC+\angle GCB=180^\circ-\angle g$

△HCD에서

$\angle HCD+\angle HDC=180^\circ-\angle h$

△EDA에서

$\angle EDA+\angle EAD=180^\circ-\angle e$

사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+(180^\circ-\angle f)+(180^\circ-\angle g)$

$+(180^\circ-\angle h)+(180^\circ-\angle e)=360^\circ$

$(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)-(\angle e+\angle f+\angle g+\angle h)+720^\circ$

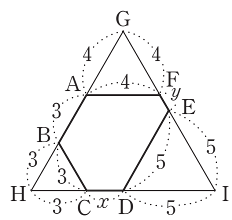
$=360^\circ$

$\therefore\ (\angle e+\angle f+\angle g+\angle h)-(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)$

$=360^\circ$

04 Action 길이가 3, x, y인 세 변의 연장선으로 삼각형을 만들어 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$의 연장선으로 삼각형 GHI를 만들면 육각형 ABCDEF의 내각의 크기가 모두 같으므로 한 외각의 크기도 $\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$로 모두 같다.



따라서 △GAF, △BHC, △EDI가 정삼각형이므로

$\overline{GA}=\overline{GF}=\overline{AF}=4$

$\overline{HB}=\overline{HC}=\overline{BC}=3$

$\overline{IE}=\overline{ID}=\overline{ED}=5$

이때 $\angle G=\angle H=\angle I=60^\circ$이므로 △GHI도 정삼각형이다.

즉 $\overline{GH}=\overline{HI}$에서 $4+3+3=3+x+5 \qquad \therefore\ x=2$

$\overline{GH}=\overline{GI}$에서 $4+3+3=4+y+5 \qquad \therefore\ y=1$

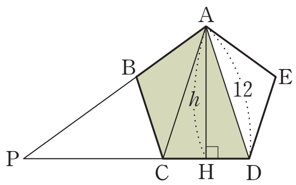
$\therefore\ 2x+y=2\times2+1=5$

05 Action ❶ 정n각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

❷ 정n각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{n}$

정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$



위 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\triangle BCA$는 $\overline{BC}=\overline{BA}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\therefore\ \angle ACD=108^\circ-36^\circ=72^\circ$

$\triangle EAD$는 $\overline{EA}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADE=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\therefore\ \angle ADC=108^\circ-36^\circ=72^\circ$

또 정오각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$이므로

$\angle PBC=\angle PCB=72^\circ$

$\triangle PBC$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{BC}=\overline{CD}$

$\angle PBC=\angle ACD$

$\angle PCB=\angle ADC$

$\therefore\ \triangle PBC\equiv\triangle ACD$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{PC}=\overline{AD}=12$이므로

$S=\triangle ABC+\triangle ACD$

$\quad=\triangle ABC+\triangle PBC$

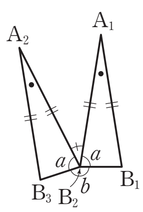
$\quad=\triangle APC$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times 12\times h=6h$

$\therefore\ \dfrac{S}{h}=\dfrac{6h}{h}=6$

06 Action 주어진 그림은 정n각형 $B_1B_2B_3\cdots B_n$의 한 변을 밑변으로 하는 합동인 n개의 이등변삼각형이다.

주어진 그림은 정n각형 $B_1B_2B_3\cdots B_n$의 한 변을 밑변으로 하는 합동인 n개의 이등변삼각형이고, 이 도형의 일부는 오른쪽 그림과 같다.



$\angle A_1B_2B_1=\angle a$, $\angle B_3B_2B_1=\angle b$라 하면

$\triangle A_1B_2B_1$은 이등변삼각형이므로

$\angle A_1B_1B_2=\angle A_1B_2B_1=\angle a$

$\triangle A_1B_2B_1$에서 $\angle A_1+2\angle a=180^\circ$

$\therefore\ \angle A_1=180^\circ-2\angle a$

이때 $\triangle A_2B_3B_2\equiv\triangle A_1B_2B_1$ (SAS 합동)이므로

$\angle A_2B_2B_3=\angle A_1B_1B_2=\angle a$

$\therefore\ \angle A_1B_2A_2=\angle A_1+18^\circ$

$\qquad=(180^\circ-2\angle a)+18^\circ$

$\qquad=198^\circ-2\angle a$

$\angle A_1B_2A_2+\angle A_2B_2B_3+\angle B_3B_2B_1+\angle A_1B_2B_1=360^\circ$

에서

$(198^\circ-2\angle a)+\angle a+\angle b+\angle a=360^\circ$

$\angle b+198^\circ=360^\circ \qquad \therefore\ \angle b=162^\circ$

따라서 정n각형의 한 내각의 크기가 162°이므로

$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=162^\circ$

$180^\circ\times n-360^\circ=162^\circ\times n$

$18^\circ\times n=360^\circ \qquad \therefore\ n=20$

Lecture

$\triangle A_2B_3B_2$와 $\triangle A_1B_2B_1$에서

$\overline{A_2B_3}=\overline{A_1B_2}$, $\overline{A_2B_2}=\overline{A_1B_1}$, $\angle B_3A_2B_2=\angle B_2A_1B_1$

$\therefore\ \triangle A_2B_3B_2\equiv\triangle A_1B_2B_1$ (SAS 합동)

2. 원과 부채꼴

최고수준 입문하기

P 59 – P 63

01 ②, ④ **02** 60° **03** $x=8, y=120$

04 80° **05** 30° **06** 75 cm **07** 24 cm

08 10 cm **09** 4 cm **10** 3 cm **11** 25°

12 45 cm^2 **13** 108° **14** 26 cm **15** ④

16 ③ **17** 22π cm **18** $\dfrac{41}{2}\pi\ \text{cm}^2$ **19** $30\pi\ \text{cm}^2$

20 $10\pi\ \text{cm}^2$ **21** 8π cm **22** 30°

23 둘레의 길이 : $(4\pi+8)$ cm, 넓이 : $8\pi\ \text{cm}^2$

24 $\left(\dfrac{9}{2}\pi+9\right)$ cm

25 둘레의 길이 : $(6\pi+24)$ cm, 넓이 : $(72-18\pi)\ \text{cm}^2$

26 18 cm^2 **27** $(25\pi-50)\ \text{cm}^2$

28 $\left(\dfrac{9}{2}\pi-9\right)\text{cm}^2$ **29** $\dfrac{16}{3}\pi\ \text{cm}^2$

30 30 cm^2 **31** 2π **32** $(6\pi+18)$ cm

33 (1) $(4\pi+30)\ \text{cm}^2$ (2) $(2\pi+15)$ cm

34 $(36\pi+324)\ \text{cm}^2$

01 Action 원과 부채꼴에 대하여 알아본다.

① 부채꼴은 두 반지름과 호로 이루어진 도형이다.

③ 합동인 두 원에서 중심각의 크기가 같으면 현의 길이도 같지만 반지름의 길이가 다른 두 원에서는 중심각의 크기가 같아도 현의 길이는 다르다.

⑤ 반원은 부채꼴이면서 활꼴이다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

02 Action $\triangle\mathrm{OAB}$는 정삼각형임을 이용한다.

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로 $\triangle\mathrm{OAB}$는 정삼각형이다.

$\therefore \angle x=60^\circ$

03 Action 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$20^\circ : 80^\circ = 2 : x$이므로

$1 : 4 = 2 : x \qquad \therefore x=8$

$20^\circ : y^\circ = 2 : 12$이므로

$20 : y = 1 : 6 \qquad \therefore y=120$

04 Action 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\angle\mathrm{AOB}=360^\circ\times\dfrac{2}{2+3+4}=360^\circ\times\dfrac{2}{9}=80^\circ$

Lecture

부채꼴의 호의 길이의 비에 대한 중심각의 크기

한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}} : \overset{\frown}{\mathrm{CA}} = a : b : c$일 때,

$\angle\mathrm{AOB}=360^\circ\times\dfrac{a}{a+b+c}$

$\angle\mathrm{BOC}=360^\circ\times\dfrac{b}{a+b+c}$

$\angle\mathrm{COA}=360^\circ\times\dfrac{c}{a+b+c}$

05 Action $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=5\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$에서 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}}=5:1$임을 이용한다.

$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=5\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$에서 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}}=5:1$이므로

$\angle\mathrm{AOC} : \angle\mathrm{BOC}=5:1$ …… 70 %

$\therefore \angle\mathrm{BOC}=180^\circ\times\dfrac{1}{5+1}=180^\circ\times\dfrac{1}{6}=30^\circ$ …… 30 %

06 Action 원의 둘레의 길이를 x cm로 놓고 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

원 O의 둘레의 길이를 x cm라 하면

$24^\circ : 360^\circ = 5 : x$

$1 : 15 = 5 : x \qquad \therefore x=75$

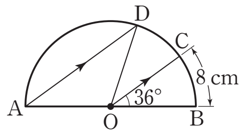
따라서 원 O의 둘레의 길이는 75 cm이다.

07 Action $\overline{\mathrm{OD}}$를 긋고 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\overline{\mathrm{AD}}/\!/\overline{\mathrm{OC}}$이므로

$\angle\mathrm{OAD}=\angle\mathrm{BOC}=36^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OD}}$를 그으면 $\triangle\mathrm{ODA}$에서



$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OD}}$이므로

$\angle\mathrm{ODA}=\angle\mathrm{OAD}=36^\circ$

$\therefore \angle\mathrm{AOD}=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{\mathrm{AD}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}}=108^\circ : 36^\circ$이므로

$\overset{\frown}{\mathrm{AD}} : 8 = 3 : 1 \qquad \therefore \overset{\frown}{\mathrm{AD}}=24\ (\mathrm{cm})$

Lecture

한 원에서 호의 길이 또는 중심각의 크기를 구할 때

(1) 이등변삼각형을 찾거나 보조선을 그어 이등변삼각형을 만든다.

➡ 두 밑각의 크기가 같음을 이용한다.

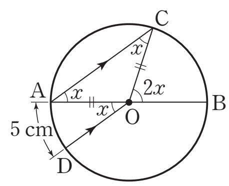
(2) 평행선을 긋는다.

➡ 동위각 또는 엇각의 크기가 같음을 이용한다.

08 Action $\angle\mathrm{AOD}=\angle x$로 놓고 $\overline{\mathrm{OC}}$를 그은 후 $\angle\mathrm{BOC}$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타낸다.

오른쪽 그림에서

$\angle\mathrm{AOD}=\angle x$라 하면



$\angle\mathrm{OAC}=\angle\mathrm{AOD}=\angle x$ (엇각)

$\overline{\mathrm{OC}}$를 그으면 $\triangle\mathrm{OCA}$에서

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$이므로

$\angle\mathrm{OCA}=\angle\mathrm{OAC}=\angle x$

$\therefore \angle\mathrm{BOC}=\angle x+\angle x=2\angle x$

따라서 $\overset{\frown}{\mathrm{AD}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\angle x : 2\angle x$이므로

$5 : \overset{\frown}{\mathrm{BC}}=1:2 \qquad \therefore \overset{\frown}{\mathrm{BC}}=10\ (\mathrm{cm})$

09 Action 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\triangle\mathrm{COE}$에서 $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CO}}$이므로

$\angle\mathrm{COE}=\angle\mathrm{CEO}=20^\circ$

$\therefore \angle\mathrm{OCD}=20^\circ+20^\circ=40^\circ$ …… 30 %

$\triangle\mathrm{OCD}$에서 $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$이므로

$\angle\mathrm{ODC}=\angle\mathrm{OCD}=40^\circ$

$\triangle\mathrm{OED}$에서

$\angle\mathrm{DOB}=20^\circ+40^\circ=60^\circ$ …… 30 %

따라서 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : \overset{\frown}{\mathrm{BD}}=20^\circ : 60^\circ$이므로

$\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : 12 = 1 : 3$

$3\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=12 \qquad \therefore \overset{\frown}{\mathrm{AC}}=4\ (\mathrm{cm})$ …… 40 %

10 Action $\angle\mathrm{AOC}=\angle x$로 놓고 $\angle\mathrm{BOD}$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타낸다.

$\angle AOC=\angle x$라 하면

$\triangle PCO$에서 $\overline{CP}=\overline{CO}$이므로

$\angle COP=\angle CPO=\angle x$

$\therefore\ \angle OCD=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODC=\angle OCD=2\angle x$

$\triangle OPD$에서

$\angle BOD=\angle x+2\angle x=3\angle x$

즉 $3\angle x=78^\circ$이므로 $\angle x=26^\circ$

따라서 $\widehat{AC}:\widehat{BD}=26^\circ:78^\circ$이므로

$\widehat{AC}:9=1:3$

$3\widehat{AC}=9 \qquad \therefore\ \widehat{AC}=3\ (\text{cm})$

11 **Action** 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$(\angle x+5^\circ):(5\angle x-5^\circ)=7:28$이므로

$(\angle x+5^\circ):(5\angle x-5^\circ)=1:4$

$4\angle x+20^\circ=5\angle x-5^\circ \qquad \therefore\ \angle x=25^\circ$

12 **Action** 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{OC}$이므로

$\angle OAB=\angle DOC=40^\circ$ (동위각)

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=40^\circ$

$\therefore\ \angle AOB=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$

따라서

(부채꼴 AOB의 넓이) : (부채꼴 COD의 넓이) $=100^\circ:40^\circ$ 이므로

(부채꼴 AOB의 넓이) $:18=5:2$

$2\times$(부채꼴 AOB의 넓이) $=90$

$\therefore$ (부채꼴 AOB의 넓이) $=45\ (\text{cm}^2)$

13 **Action** 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용하여 $\angle SOT$의 크기를 구한다.

$\angle SOT:360^\circ=3\pi:15\pi$이므로

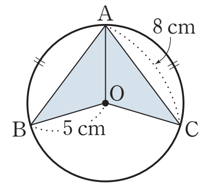
$\angle SOT:360^\circ=1:5$

$5\angle SOT=360^\circ \qquad \therefore\ \angle SOT=72^\circ$

$\triangle POQ$에서

$\angle a+72^\circ+\angle b=180^\circ \qquad \therefore\ \angle a+\angle b=108^\circ$

14 **Action** 한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 현의 길이는 같음을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\widehat{AB}=\widehat{AC}$이므로

$\angle AOB=\angle AOC$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AC}=8\ \text{cm}$

$\overline{OC}=\overline{OB}=5\ \text{cm}$이므로

(둘레의 길이) $=8+5+5+8=26\ (\text{cm})$

15 **Action** 한 원에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

④ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{CE}\neq2\overline{AB}$

16 **Action** $\angle AOC$, $\angle BOC$의 크기를 각각 구해 본다.

$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{CB}$이므로 $\triangle OBC$는 정삼각형이다.

$\therefore\ \angle COB=60^\circ,\ \angle AOC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

① $\widehat{AB}:\widehat{AC}=\angle AOB:\angle AOC$
$=180^\circ:120^\circ=3:2$

② $\angle COB=60^\circ,\ \angle AOC=120^\circ$이므로
$\angle COB=\frac{1}{2}\angle AOC$

③ $\angle AOB=180^\circ,\ \angle OBC=60^\circ$이므로
$\angle AOB=3\angle OBC$

④ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{AC}\neq2\overline{BC}$

⑤ $\angle AOC=2\angle BOC$이므로
(부채꼴 AOC의 넓이) $=2\times$(부채꼴 BOC의 넓이)

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

17 **Action** 색칠한 부분의 둘레의 길이는 지름의 길이가 6 cm인 원과 지름의 길이가 16 cm인 원의 둘레의 길이의 합과 같다.

(둘레의 길이)

$=$(지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이)
$+$(지름의 길이가 16 cm인 원의 둘레의 길이)

$=2\pi\times3+2\pi\times8$

$=6\pi+16\pi=22\pi\ (\text{cm})$

18 **Action** (반지름의 길이가 r인 반원의 넓이) $=\pi r^2\times\frac{1}{2}$임을 이용한다.

(넓이) $=\pi\times9^2\times\frac{1}{2}-\pi\times7^2\times\frac{1}{2}+\pi\times3^2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{81}{2}\pi-\frac{49}{2}\pi+\frac{9}{2}\pi=\frac{41}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$

19 **Action** 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는 정오각형의 한 내각의 크기와 같음을 이용한다.

$(\text{정오각형의 한 내각의 크기})=\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}$
$=108^\circ$

$\therefore (\text{넓이})=\pi\times10^2\times\dfrac{108}{360}=30\pi\ (\text{cm}^2)$

20 **Action** 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기의 합을 구한다.

색칠한 부채꼴의 중심각의 크기의 합은
$10^\circ+40^\circ+30^\circ+20^\circ=100^\circ$
따라서 구하는 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 6 cm이고 중심각의 크기가 100°인 부채꼴의 넓이와 같으므로
$\pi\times6^2\times\dfrac{100}{360}=10\pi\ (\text{cm}^2)$

21 **Action** 반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이를 S라 하면 $S=\dfrac{1}{2}rl$이다.

부채꼴의 호의 길이를 l cm라 하면
$\dfrac{1}{2}\times7\times l=28\pi \qquad \therefore l=8\pi$
따라서 부채꼴의 호의 길이는 8π cm이다.

22 **Action** 먼저 부채꼴의 반지름의 길이를 구한다.

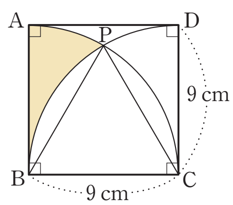
부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\dfrac{1}{2}\times r\times\pi=3\pi \qquad \therefore r=6$ …… 50 %
부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면
$2\pi\times6\times\dfrac{x}{360}=\pi \qquad \therefore x=30$
따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 30°이다. …… 50 %

23 **Action** 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구할 때, 직선 부분을 빠뜨리지 않도록 주의한다.

$(\text{둘레의 길이})=2\pi\times6\times\dfrac{45}{360}+2\pi\times10\times\dfrac{45}{360}+4+4$
$=\dfrac{3}{2}\pi+\dfrac{5}{2}\pi+8=4\pi+8\ (\text{cm})$

$(\text{넓이})=\pi\times10^2\times\dfrac{45}{360}-\pi\times6^2\times\dfrac{45}{360}$
$=\dfrac{25}{2}\pi-\dfrac{9}{2}\pi=8\pi\ (\text{cm}^2)$

24 **Action** 색칠한 부분에서 두 호의 길이의 합은 반지름의 길이가 9 cm이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 호의 길이와 같다.

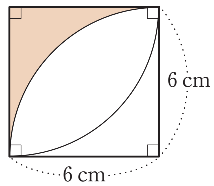


오른쪽 그림과 같이 $\overline{PB}$, $\overline{PC}$를 그으면 $\overline{PB}=\overline{BC}=\overline{PC}$이므로 $\triangle PBC$는 정삼각형이다.
즉 $\angle PBC=\angle PCB$이므로
$\widehat{PB}=\widehat{PC}$

$\therefore (\text{둘레의 길이})=\widehat{AP}+\widehat{PB}+\overline{AB}$
$=\widehat{AP}+\widehat{PC}+\overline{AB}$
$=\widehat{AC}+\overline{AB}$
$=2\pi\times9\times\dfrac{90}{360}+9$
$=\dfrac{9}{2}\pi+9\ (\text{cm})$

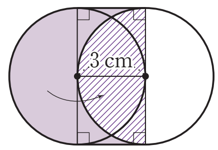
25 **Action** 색칠한 부분의 넓이를 구할 때, 같은 부분이 있으면 한 부분의 넓이를 구한 후 같은 부분의 개수를 곱한다.

$(\text{둘레의 길이})=\left(2\pi\times6\times\dfrac{90}{360}\right)\times2+6\times4$
$=6\pi+24\ (\text{cm})$ …… 50 %



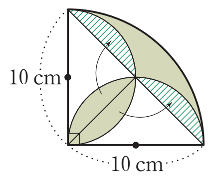
구하는 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이의 2배와 같으므로
(넓이)
$=\left(6\times6-\pi\times6^2\times\dfrac{90}{360}\right)\times2$
$=72-18\pi\ (\text{cm}^2)$ …… 50 %

26 **Action** 도형의 일부를 옮겨 간단한 도형이 되도록 만든다.



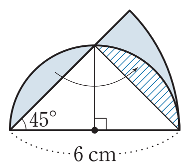
오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 빗금친 부분으로 이동하면
$(\text{넓이})=3\times6=18\ (\text{cm}^2)$

27 **Action** 도형의 일부를 옮겨 간단한 도형이 되도록 만든다.



오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 빗금친 부분으로 이동하면
(넓이)
$=\pi\times10^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times10\times10$
$=25\pi-50\ (\text{cm}^2)$

28 **Action** 도형의 일부를 옮겨 간단한 도형이 되도록 만든다.



오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 빗금친 부분으로 이동하면
$(\text{넓이})=\pi\times6^2\times\dfrac{45}{360}-\dfrac{1}{2}\times6\times3$
$=\dfrac{9}{2}\pi-9\ (\text{cm}^2)$

29 **Action** 반원의 넓이와 부채꼴의 넓이의 합과 차를 이용한다.

(넓이)=(부채꼴 B′AB의 넓이)+(반원 O′의 넓이)
−(반원 O의 넓이)
=(부채꼴 B′AB의 넓이)
$=\pi\times8^2\times\dfrac{30}{360}=\dfrac{16}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

30 Action 반원의 넓이와 삼각형의 넓이의 합과 차를 이용한다.

(넓이)$=$(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)

$+$(지름이 $\overline{AC}$인 반원의 넓이)$+\triangle ABC$

$-$(지름이 $\overline{BC}$인 반원의 넓이)

$=\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times5\times12$

$-\pi\times\left(\frac{13}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{25}{8}\pi+18\pi+30-\frac{169}{8}\pi$

$=30\ (\text{cm}^2)$

31 Action 색칠한 부분의 넓이가 서로 같음을 이용하여 넓이가 같은 두 도형을 찾아본다.

색칠한 두 부분의 넓이가 서로 같으므로 직사각형 ABCD의 넓이와 부채꼴 ABE의 넓이가 서로 같다.

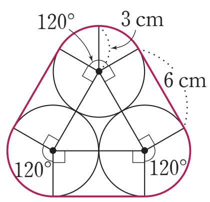
따라서 $x\times8=\pi\times8^2\times\frac{90}{360}$에서

$8x=16\pi$ $\quad\therefore x=2\pi$

Lecture

문제에서 색칠한 부분의 넓이만을 비교하는 것은 어려우므로 넓이를 구할 수 있는 도형, 즉 직사각형과 부채꼴의 넓이가 서로 같음을 이용해야 한다.

32 Action 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어서 각각의 길이를 구한다.



오른쪽 그림에서

(곡선 부분의 길이)

$=\left(2\pi\times3\times\frac{120}{360}\right)\times3=6\pi\ (\text{cm})$

(직선 부분의 길이)

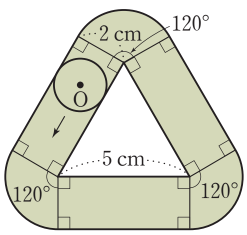
$=6\times3=18\ (\text{cm})$

$\therefore$ (최소 길이)$=6\pi+18\ (\text{cm})$

33 Action (1) 원 O가 지나간 부분을 그려 본다.

(2) 원 O의 중심이 움직인 부분을 그려 본다.

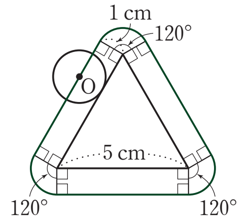
(1) 원 O가 지나간 부분은 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



$\therefore$ (넓이)$=\left(\pi\times2^2\times\frac{120}{360}\right)\times3+(5\times2)\times3$

$=4\pi+30\ (\text{cm}^2)$

(2) 원 O의 중심이 움직인 부분은 다음 그림과 같다.

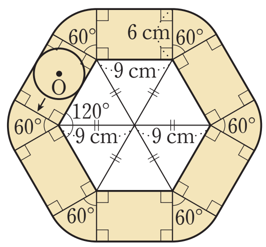


$\therefore$ (거리)$=\left(2\pi\times1\times\frac{120}{360}\right)\times3+5\times3$

$=2\pi+15\ (\text{cm})$

34 Action 원 O가 지나간 부분을 그려 본다.

원 O가 지나간 부분은 다음 그림의 색칠한 부분과 같고 정육각형의 대각선의 길이가 18 cm이므로 정육각형의 한 변의 길이는 9 cm이다.



$\therefore$ (넓이)$=\left(\pi\times6^2\times\frac{60}{360}\right)\times6+(9\times6)\times6$

$=36\pi+324\ (\text{cm}^2)$

최고 수준 완성하기

P 64~P 67

01 6 cm **02** 20 cm^2 **03** 36°

04 $(9\pi+24)$ cm **05** 24π cm **06** 44π cm^2

07 8π cm **08** $(48+12\pi)$ cm

09 $(100-25\pi)$ cm^2 **10** 16 **11** 25π cm^2

12 $\left(\frac{9}{4}\pi+\frac{15}{2}\right)$ cm^2 **13** $(256+16\pi)$ cm^2

14 6π cm^2 **15** $(46\pi+84)$ m^2 **16** 6π cm

01 Action 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각과 엇각의 크기가 서로 같음을 이용한다.

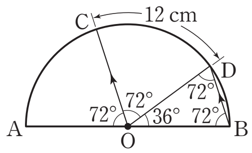
$\overset{\frown}{AC}$의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle AOC=360°\times\frac{1}{5}=72°$

$\overline{OC}\,/\!/\,\overline{BD}$이므로

$\angle OBD=\angle AOC=72°$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 $\triangle OBD$에서 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로



$\angle ODB=\angle OBD=72^\circ$

$\therefore\ \angle DOB=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$

$\overline{OC}/\!/\overline{BD}$이므로 $\angle COD=\angle ODB=72^\circ$ (엇각)

$\overset{\frown}{BD}:\overset{\frown}{CD}=\angle BOD:\angle COD$에서

$\overset{\frown}{BD}:12=36^\circ:72^\circ$이므로

$\overset{\frown}{BD}:12=1:2$

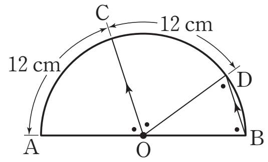
$2\overset{\frown}{BD}=12 \qquad \therefore\ \overset{\frown}{BD}=6\ (\mathrm{cm})$

다른 풀이

$\overline{OC}/\!/\overline{BD}$이므로

$\angle AOC=\angle OBD$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로



$\angle ODB=\angle OBD$

$\overline{OC}/\!/\overline{BD}$이므로

$\angle COD=\angle ODB$ (엇각)

즉 $\angle AOC=\angle COD$이므로

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}=12\ \mathrm{cm}$

이때 원 O의 둘레의 길이는

$5\overset{\frown}{AC}=5\times12=60\ (\mathrm{cm})$이므로

반원 O의 호의 길이는 $\frac{1}{2}\times60=30\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overset{\frown}{BD}=$(반원 O의 호의 길이)$-\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{CD}$

$=30-12-12=6\ (\mathrm{cm})$

02

Action 한 원에서

❶ 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.

❷ 길이가 같은 두 현에 대한 중심각의 크기는 같다.

$\overline{AF}=\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{CD}=\overline{DE}$이므로

$\overset{\frown}{AF}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{EF}$, $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$

즉 $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DF}$이므로

$\angle DOF=\angle BOD=105^\circ$

$\therefore\ \angle AOF=360^\circ-(90^\circ+105^\circ+105^\circ)=60^\circ$

이때 $\angle BOC=\angle AOF=60^\circ$이므로

$\angle COD=\angle BOD-\angle BOC$

$=105^\circ-60^\circ=45^\circ$

$\therefore\ \angle COF=\angle COD+\angle DOF$

$=45^\circ+105^\circ=150^\circ$

(부채꼴 AOB의 넓이) : (부채꼴 COF의 넓이)

$=\angle AOB:\angle COF$에서

12 : (부채꼴 COF의 넓이)$=90^\circ:150^\circ$이므로

12 : (부채꼴 COF의 넓이)$=3:5$

$3\times$(부채꼴 COF의 넓이)$=60$

$\therefore$ (부채꼴 COF의 넓이)$=20\ (\mathrm{cm}^2)$

03

Action 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=13:9$이고

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}=3:1=9:3$이므로

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}=13:9:3$

즉 $\angle AOB:\angle BOC:\angle COD=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}$

$=13:9:3$

$\therefore\ \angle BOC=100^\circ\times\frac{9}{13+9+3}=36^\circ$

04

Action 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 각각의 길이를 구한다.

(둘레의 길이)

$=$(반지름의 길이가 3 cm인 원의 둘레의 길이)$\times\frac{1}{2}$

$+$(반지름의 길이가 2 cm인 원의 둘레의 길이)

$+$(반지름의 길이가 1 cm인 원의 둘레의 길이)$+3\times8$

$=2\pi\times3\times\frac{1}{2}+2\pi\times2+2\pi\times1+3\times8$

$=3\pi+4\pi+2\pi+24$

$=9\pi+24\ (\mathrm{cm})$

05

Action 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 6 cm이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호 6개의 길이의 합이다.

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FA}=6\ \mathrm{cm}$이고

정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$이므로

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=\angle F=120^\circ$

$\therefore$ (둘레의 길이)$=\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{CE}+\overset{\frown}{DF}+\overset{\frown}{EA}+\overset{\frown}{FB}$

$=6\times\left(2\pi\times6\times\frac{120}{360}\right)$

$=24\pi\ (\mathrm{cm})$

06

Action 각 부채꼴의 중심각의 크기와 반지름의 길이를 각각 알아본다.

정오각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$이므로

$\angle ABF=\angle FCG=\angle GDH=\angle HEI=\angle IAJ=72^\circ$

$\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EA}=2\ \mathrm{cm}$이므로

$\overline{CG}=\overline{CF}=\overline{CB}+\overline{BF}=2+2=4\ (\mathrm{cm})$,

$\overline{DH}=\overline{DG}=\overline{DC}+\overline{CG}=2+4=6\ (\mathrm{cm})$,

$\overline{EI}=\overline{EH}=\overline{ED}+\overline{DH}=2+6=8\ (\mathrm{cm})$,

$\overline{AJ}=\overline{AI}=\overline{AE}+\overline{EI}=2+8=10\ (\mathrm{cm})$

$\therefore$ (넓이)$=\pi\times2^2\times\frac{72}{360}+\pi\times4^2\times\frac{72}{360}+\pi\times6^2\times\frac{72}{360}$

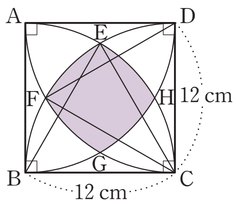
$+\pi\times8^2\times\frac{72}{360}+\pi\times10^2\times\frac{72}{360}$

$=\frac{4}{5}\pi+\frac{16}{5}\pi+\frac{36}{5}\pi+\frac{64}{5}\pi+20\pi$

$=44\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

07

Action 정사각형 ABCD의 내부에 그려져 있는 반지름의 길이가 12 cm인 사분원 4개를 이용하여 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EB}$, $\overline{EC}$를 그으면

$\overline{EB}=\overline{BC}=\overline{EC}=12$ cm이므로

△EBC는 정삼각형이다.

또 $\overline{FC}$, $\overline{FD}$를 그으면

$\overline{FC}=\overline{CD}=\overline{FD}=12$ cm이므로 △FCD는 정삼각형이다.

이때 $\angle ECD=\angle FCB=90°-60°=30°$이므로

$\angle ECF=90°-(30°+30°)=30°$ ...... 50 %

$\therefore\ \widehat{EF}=2\pi\times12\times\frac{30}{360}=2\pi$ (cm)

같은 방법으로

$\widehat{FG}=\widehat{GH}=\widehat{HE}=2\pi$ cm ...... 30 %

∴ (둘레의 길이)$=\widehat{EF}+\widehat{FG}+\widehat{GH}+\widehat{HE}$

$=4\times2\pi=8\pi$ (cm) ...... 20 %

08

Action 부채꼴 GCH, 부채꼴 EAF는 반지름의 길이가 12 cm이고 중심각의 크기는 90°이다.

색칠한 부분의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{BC}+\overline{BG}+\overline{CD}+\overline{DH}$

$+\widehat{AH}+\widehat{AG}+\widehat{CE}+\widehat{CF}$

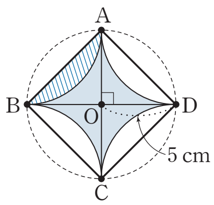
$=\overline{AE}+\overline{AF}+\overline{CG}+\overline{CH}+\widehat{GH}+\widehat{EF}$

$=4\times12+2\times\left(2\pi\times12\times\frac{90}{360}\right)$

$=48+12\pi$ (cm)

09

Action 접은 부분의 넓이를 먼저 구해 본다.



오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이는 현 AB와 호 AB로 이루어진 활꼴의 넓이와 같으므로

(빗금 친 부분의 넓이)

$=\pi\times5^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times5\times5$

$=\frac{25}{4}\pi-\frac{25}{2}$ (cm^2)

∴ (색칠한 부분의 넓이)

=(원 O의 넓이)−(빗금 친 부분의 넓이)×8

$=\pi\times5^2-\left(\frac{25}{4}\pi-\frac{25}{2}\right)\times8$

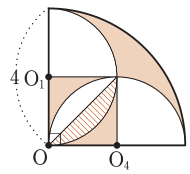
$=25\pi-(50\pi-100)$

$=100-25\pi$ (cm^2)

10

Action 색칠한 부분의 넓이를 구할 때, 같은 부분이 있으면 한 부분의 넓이를 구한 후 같은 부분의 개수만큼 곱하여 구한다.

원 O에서 두 원 O_1, O_3의 중심을 지나는 지름과 두 원 O_2, O_4의 중심을 지나는 지름을 각각 그으면 두 지름이 원 O를 4등분 한다.



이때 오른쪽 그림과 같은 하나의 사분원에서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면 구하는 넓이는 $4S$이다.

S=(반지름의 길이가 4인 사분원의 넓이)

−(반지름의 길이가 2인 사분원의 넓이)×2

−(빗금친 부분의 넓이)×2

$=\pi\times4^2\times\frac{90}{360}-\left(\pi\times2^2\times\frac{90}{360}\right)\times2$

$-\left(\pi\times2^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times2\times2\right)\times2$

$=4\pi-2\pi-2\pi+4=4$

따라서 구하는 넓이는

$4S=4\times4=16$

11

Action 부채꼴의 넓이와 삼각형의 넓이의 합과 차를 이용한다.

$\angle DBA=180°-60°=120°$ ...... 30 %

$\angle EBD=\angle CBA=60°$이므로

$\angle EBC=180°-60°=120°$ ...... 30 %

∴ (넓이)=(부채꼴 EBC의 넓이)+△EDB

−(부채꼴 DBA의 넓이)−△ABC

=(부채꼴 EBC의 넓이)−(부채꼴 DBA의 넓이)

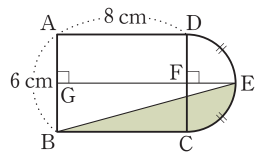
$=\pi\times10^2\times\frac{120}{360}-\pi\times5^2\times\frac{120}{360}$

$=\frac{100}{3}\pi-\frac{25}{3}\pi$

$=25\pi$ (cm^2) ...... 40 %

12

Action 보조선을 그어 주어진 도형을 나누고 넓이의 합과 차를 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 F라 하고, $\overline{EF}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 G라 하면

점 F는 반원의 중심이므로

$\overline{CF}=\overline{DF}=\overline{EF}=3$ cm

∴ (넓이)

=(사각형 BCFG의 넓이)+(부채꼴 EFC의 넓이)

−△GBE

$=8\times3+\pi\times3^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times3\times(8+3)$

$=24+\frac{9}{4}\pi-\frac{33}{2}$

$=\frac{9}{4}\pi+\frac{15}{2}$ (cm^2)

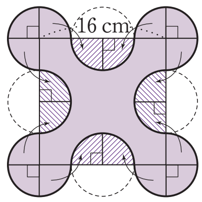
13 Action 도형의 일부분을 옮겨 간단한 도형이 되도록 만든다.

8개의 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r+2r+r=16$이므로 $4r=16$ $\quad \therefore r=4$

따라서 8개의 원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

이때 오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부를 이동하면



(넓이)

$=$(한 변의 길이가 16 cm인 정사각형의 넓이)

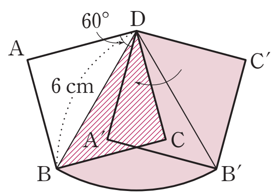
$+$(반지름의 길이가 4 cm인 사분원의 넓이)$\times 4$

$=16\times 16+\left(\pi \times 4^2\times \dfrac{90}{360}\right)\times 4$

$=256+16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

14 Action 도형의 일부분을 옮겨 간단한 도형이 되도록 만든다.

사각형 A′B′C′D는 정사각형 ABCD를 점 D를 중심으로 60°만큼 회전시킨 것이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{DB'}}$을 그으면 $\angle \mathrm{BDB'}=60°$

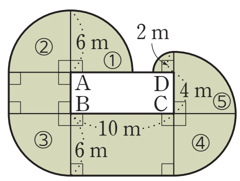


이때 △DB′C′을 △DBC로 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 6 cm이고 중심각의 크기가 60°인 부채꼴 BDB′의 넓이와 같다.

$\therefore$ (넓이)$=\pi\times 6^2\times \dfrac{60}{360}=6\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

15 Action 고리가 점 A에서 점 B를 거쳐 점 C까지 움직일 때, 염소가 움직일 수 있는 범위를 그려 본다.

염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같다.



①=②=③=④=⑤이므로

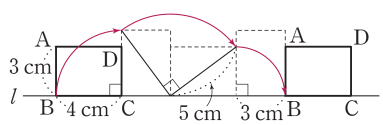
(염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이)

$=\left(\pi\times 6^2\times \dfrac{90}{360}\right)\times 5+\pi\times 2^2\times \dfrac{90}{360}+6\times 4+10\times 6$

$=45\pi+\pi+24+60$

$=46\pi+84\ (\mathrm{m}^2)$

16 Action 꼭짓점 B가 움직인 부분을 그려 본다.



위 그림에서

(꼭짓점 B가 움직인 거리)

$=2\pi\times 4\times \dfrac{90}{360}+2\pi\times 5\times \dfrac{90}{360}+2\pi\times 3\times \dfrac{90}{360}$

$=2\pi+\dfrac{5}{2}\pi+\dfrac{3}{2}\pi=6\pi\ (\mathrm{cm})$

최고 수준 뛰어넘기

P 68– P 70

01 $l_1=l_2=l_3$ 02 $(64-18\pi)\ \mathrm{cm}^2$ 03 $24+\dfrac{52}{3}\pi$

04 $\dfrac{8}{3}\pi\ \mathrm{cm}^2$ 05 $\left(\dfrac{313}{4}\pi+60\right)\ \mathrm{cm}^2$

06 $(24\pi+80)\ \mathrm{cm}^2$ 07 16π cm 08 10π cm

09 7π cm

01 Action l_1, l_2, l_3을 각각 x를 사용하여 나타낸 후 그 대소를 비교한다.

(i) [그림 1]에서 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 r_1, 중간 크기의 반원의 반지름의 길이를 r_2, 가장 큰 반원의 반지름의 길이를 r_3이라 하면

$r_1+r_2+r_3=\dfrac{x}{2}$

$\therefore l_1=2\pi\times r_1\times \dfrac{1}{2}+2\pi\times r_2\times \dfrac{1}{2}+2\pi\times r_3\times \dfrac{1}{2}+x$

$=\pi(r_1+r_2+r_3)+x$

$=\dfrac{1}{2}\pi x+x$

$=\left(\dfrac{1}{2}\pi+1\right)x$

(ii) [그림 2]에서 작은 반원의 반지름의 길이를 r_4, 큰 반원의 반지름의 길이를 r_5라 하면

$r_4+r_5=\dfrac{x}{2}$

$\therefore l_2=2\pi\times r_4\times \dfrac{1}{2}+2\pi\times r_5\times \dfrac{1}{2}+x$

$=\pi(r_4+r_5)+x$

$=\dfrac{1}{2}\pi x+x$

$=\left(\dfrac{1}{2}\pi+1\right)x$

(iii) [그림 3]에서 반원의 반지름의 길이는 $\dfrac{x}{2}$

$\therefore l_3=2\pi\times \dfrac{x}{2}\times \dfrac{1}{2}+x$

$=\dfrac{1}{2}\pi x+x$

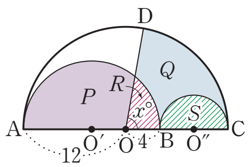
$=\left(\dfrac{1}{2}\pi+1\right)x$

(i)~(iii)에서 $l_1=l_2=l_3$

02 Action 정사각형 ABCD의 넓이를 두 부채꼴의 넓이와 S_1, S_2, S_3의 합과 차로 나타내어 본다.

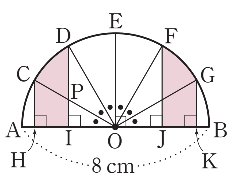
(정사각형 ABCD의 넓이)
$=$(반지름의 길이가 6 cm인 부채꼴의 넓이)$\times 2$
$+S_1+S_3-S_2$
이므로
$$8\times 8=\left(\pi\times 6^2\times\frac{90}{360}\right)\times 2+S_1+S_3-S_2$$
$\therefore\ S_1+S_3-S_2=64-18\pi\ (\text{cm}^2)$

03 Action $P=Q+8\pi$임을 이용하여 부채꼴 COD의 중심각의 크기를 구한다.



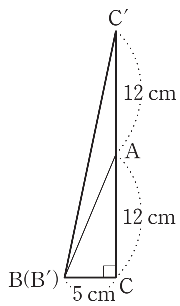
오른쪽 그림과 같이 빗금친 부분의 넓이를 각각 R, S라 하자.
$\overline{\text{AB}}=12+4=16$이므로
$\overline{\text{AO}'}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=8$
$\therefore\ P+R=\pi\times 8^2\times\frac{1}{2}=32\pi$
$\angle\text{DOC}=x^\circ$라 하면
$Q+R+S=\pi\times 12^2\times\frac{x}{360}=\frac{2}{5}\pi x$
$P=Q+8\pi$의 양변에 R을 더하면
$P+R=Q+R+8\pi$
이때 $\overline{\text{BC}}=12-4=8$이므로
$\overline{\text{BO}''}=\frac{1}{2}\overline{\text{BC}}=4$
따라서 $S=\pi\times 4^2\times\frac{1}{2}=8\pi$이므로
$P+R=Q+R+S$
즉 $32\pi=\frac{2}{5}\pi x$에서 $x=80$이므로 $\angle\text{DOC}=80^\circ$
따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는
$$12\times 2+2\pi\times 8\times\frac{1}{2}+2\pi\times 4\times\frac{1}{2}+2\pi\times 12\times\frac{80}{360}$$
$$=24+8\pi+4\pi+\frac{16}{3}\pi$$
$$=24+\frac{52}{3}\pi$$

04 Action $\overline{\text{OC}}$, $\overline{\text{OD}}$, $\overline{\text{OF}}$, $\overline{\text{OG}}$를 긋고 한 원에서 부채꼴의 호의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같음을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{OC}}$, $\overline{\text{OD}}$, $\overline{\text{OF}}$, $\overline{\text{OG}}$를 긋고, 네 점 C, D, F, G에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I, J, K라 하자.
$\widehat{\text{AC}}=\widehat{\text{CD}}=\widehat{\text{DE}}=\widehat{\text{EF}}$
$=\widehat{\text{FG}}=\widehat{\text{GB}}$
이므로
$\angle\text{AOC}=\angle\text{COD}=\angle\text{DOE}$
$=\angle\text{EOF}=\angle\text{FOG}=\angle\text{GOB}$
$=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$
$\triangle\text{OCH}$와 $\triangle\text{DOI}$에서
$\overline{\text{OC}}=\overline{\text{DO}}$
$\angle\text{COH}=\angle\text{ODI}=30^\circ$
$\angle\text{OCH}=\angle\text{DOI}=60^\circ$
$\therefore\ \triangle\text{OCH}\equiv\triangle\text{DOI}$ (ASA 합동)
이때 $\overline{\text{CO}}$와 $\overline{\text{DI}}$의 교점을 P라 하면
$\triangle\text{OCH}=\triangle\text{DOI}$이므로
(사각형 CHIP의 넓이)$=\triangle\text{OCH}-\triangle\text{OPI}$
$=\triangle\text{DOI}-\triangle\text{OPI}$
$=\triangle\text{POD}$
따라서 도형 CHID의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같다.
같은 방법으로 도형 FJKG의 넓이는 부채꼴 FOG의 넓이와 같다.
$\therefore$ (넓이)$=$(도형 CHID의 넓이)$+$(도형 FJKG의 넓이)
$=$(부채꼴 COD의 넓이)$+$(부채꼴 FOG의 넓이)
$$=\left(\pi\times 4^2\times\frac{30}{360}\right)\times 2=\frac{8}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$$

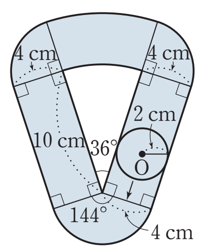
05 Action $\angle\text{BAC}+\angle\text{B}'\text{AC}'=180^\circ$이고 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AB}'}$이므로 $\triangle\text{AC}'\text{B}'$을 점 A를 중심으로 회전시켜 본다.



$\angle\text{BAC}+\angle\text{B}'\text{AC}'=180^\circ$이고
$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AB}'}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AB}'}$이 $\overline{\text{AB}}$에 오도록 $\triangle\text{AC}'\text{B}'$을 점 A를 중심으로 90° 회전시키면 $\overline{\text{C}'\text{C}}$는 일직선이 된다.
$\therefore$ (넓이)
$$=\pi\times 13^2\times\frac{90}{360}+\pi\times 12^2\times\frac{90}{360}$$
$$+\frac{1}{2}\times 5\times(12+12)$$
$$=\frac{169}{4}\pi+36\pi+60$$
$$=\frac{313}{4}\pi+60\ (\text{cm}^2)$$

06 Action 원 O가 지나간 부분을 그려 본다.

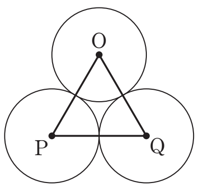
원 O가 지나간 부분은 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



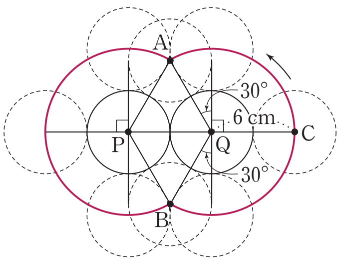
$$\therefore (\text{넓이})=\left(\pi\times14^2\times\frac{36}{360}-\pi\times10^2\times\frac{36}{360}\right)$$
$$+\left(\pi\times4^2\times\frac{90}{360}\right)\times2$$
$$+\pi\times4^2\times\frac{144}{360}+(10\times4)\times2$$
$$=\frac{48}{5}\pi+8\pi+\frac{32}{5}\pi+80$$
$$=24\pi+80\ (\text{cm}^2)$$

07 Action 원 O가 지나간 부분을 그려 원 O의 중심이 움직인 거리를 구한다.

원 O가 고정된 두 원 P, Q의 둘레를 따라 한 바퀴 돌 때, 원 O가 두 원 P, Q와 동시에 만나는 경우는 오른쪽 그림과 같다.



이때 △OPQ는 세 변의 길이가 세 원의 지름의 길이와 같은 정삼각형이므로 한 내각의 크기는 60°이다.
즉 원 O의 중심이 움직인 경로는 다음 그림과 같다.

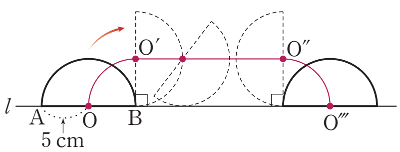


따라서 원 O의 중심이 움직인 거리는

$2\overset{\frown}{ACB}=2\times\left(2\pi\times6\times\frac{240}{360}\right)=16\pi\ (\text{cm})$

08 Action 반원 O의 중심이 움직인 부분을 그려 본다.

반원 O의 중심은 다음 그림과 같이 점 O′과 점 O″을 거쳐 점 O‴으로 움직인다.



∴ (반원 O의 중심이 움직인 거리)

$=\overset{\frown}{OO'}+\overline{O'O''}+\overset{\frown}{O''O'''}$

=(반지름의 길이가 5 cm인 사분원의 호의 길이)×2

+(반지름의 길이가 5 cm인 반원의 호의 길이)

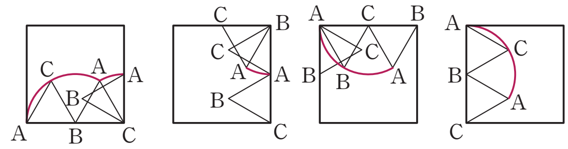
$=\left(2\pi\times5\times\frac{90}{360}\right)\times2+2\pi\times5\times\frac{1}{2}$

$=5\pi+5\pi=10\pi\ (\text{cm})$

참고 $\overline{O'O''}$의 길이는 반원 O의 호의 길이와 같다.

09 Action 꼭짓점 A가 움직인 부분을 그려 본다.

정삼각형 ABC가 [그림1]의 위치에서 [그림2]의 위치까지 시계 반대 방향으로 회전할 때, 꼭짓점 A는 다음 그림과 같이 (가)–(나)–(다)–(라)의 경로 순으로 움직였다.



(가) (나) (다) (라)

(가)에서 꼭짓점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 3 cm이고 중심각의 크기가 각각 120°, 30°인 부채꼴의 호의 길이와 같고, (나)에서 꼭짓점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 3 cm이고 중심각의 크기가 30°인 부채꼴의 호의 길이와 같다.
또 (다)와 (라)에서 꼭짓점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 3 cm이고 중심각의 크기가 각각 120°인 부채꼴의 호의 길이와 같다.

∴ (꼭짓점 A가 움직인 거리)

$=\left(2\pi\times3\times\frac{120}{360}\right)\times3+\left(2\pi\times3\times\frac{30}{360}\right)\times2$

$=6\pi+\pi=7\pi\ (\text{cm})$

교과서 속 창의사고력

P 71 – P 72

01 정삼각형, 정사각형, 정육각형, 이유는 풀이 참조
02 반복 8 {가자 5 ; 돌자 45} **03** 성훈, 8 cm **04** 20π cm

01 Action 정다각형의 한 내각의 크기를 구한 후 한 점에 모인 정다각형의 내각의 크기의 합이 360°가 되는지 알아본다.

평면을 틈이나 포개짐 없이 완전히 채우려면 한 점에 모인 정다각형의 내각의 크기의 합이 360°이어야 한다.
한 점에 모인 정다각형을 정n각형$(n\ge3)$이라 하자.

(ⅰ) $n=3$일 때,
정삼각형의 한 내각의 크기는 60°
이때 $360^\circ=60^\circ\times6$이므로 정삼각형 6개가 모이면 테셀레이션을 만들 수 있다.

(ⅱ) $n=4$일 때,
정사각형의 한 내각의 크기는 90°
이때 $360^\circ=90^\circ\times4$이므로 정사각형 4개가 모이면 테셀레이션을 만들 수 있다.

(iii) $n=5$일 때,

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$$

이때 $360^\circ=108^\circ\times3+36^\circ$이므로 정오각형 3개가 모이면 36°의 틈이 생긴다.

따라서 정오각형으로는 테셀레이션을 만들 수 없다.

(iv) $n=6$일 때,

정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$$

이때 $360^\circ=120^\circ\times3$이므로 정육각형 3개가 모이면 테셀레이션을 만들 수 있다.

(v) $n\geq7$일 때,

(정n각형의 한 내각의 크기) $>120^\circ$

이때 한 점에 3개의 정n각형이 모이면 360°를 초과하여 정n각형끼리 포개진다.

따라서 $n\geq7$인 정n각형으로는 테셀레이션을 만들 수 없다.

(i)~(v)에서 테셀레이션을 만들 수 있는 정다각형은 정삼각형, 정사각형, 정육각형이다.

02

Action '돌자 y'에서 y°만큼 시계 반대 방향으로 회전하는 것은 정다각형의 한 외각의 크기만큼 시계 반대 방향으로 회전하는 것이다.

한 변의 길이가 x인 정n각형을 그리기 위해서는 화살표가 x만큼 앞으로 나아가며 선을 그린 후 정n각형의 한 외각의 크기만큼 시계 반대 방향으로 회전하는 것을 n번 반복해야 한다.

즉 반복 n $\left\{가자\ x\ ;\ 돌자\ \frac{360}{n}\right\}$이라는 명령이 필요하다.

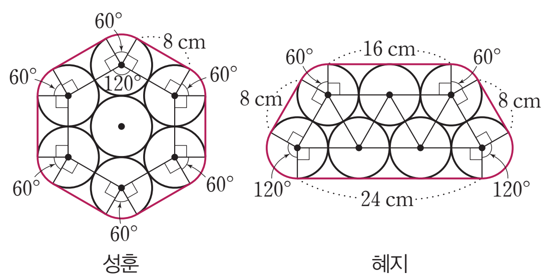
이때 정팔각형의 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$$

따라서 한 변의 길이가 5인 정팔각형을 그리기 위해 필요한 명령은 반복 8 {가자 5 ; 돌자 45}이다.

03

Action 성훈이와 혜지가 사용한 끈의 길이를 각각 구한다.



성훈이가 묶은 끈에서 곡선 부분의 길이의 합은 반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이와 같으므로 성훈이가 사용한 끈의 길이는

$2\pi\times4+8\times6=8\pi+48$ (cm)

혜지가 묶은 끈에서 곡선 부분의 길이의 합은 반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이와 같으므로 혜지가 사용한 끈의 길이는

$2\pi\times4+(16+8+24+8)=8\pi+56$ (cm)

따라서 성훈이가 끈을 $(8\pi+56)-(8\pi+48)=8$ (cm) 더 적게 사용하였다.

04

Action 뢸로 삼각형 ABC의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 10 cm이고 중심각의 크기가 60°인 호 3개의 길이의 합과 같다.

뢸로 삼각형 ABC를 한 바퀴 굴렸을 때 이동한 거리는

$$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{CA}=3\times\left(2\pi\times10\times\frac{60}{360}\right)=10\pi\ (\text{cm})$$

따라서 뢸로 삼각형 ABC를 2바퀴 굴렸을 때 이동한 거리는

$2\times10\pi=20\pi$ (cm)

III. 입체도형

1. 다면체와 회전체

최고 수준 입문하기

P 76–P 79

01 ㉢, ㉣, ㉥, ㉧, ㉨		02 ⑤	03 ②, ④
04 ①, ④	05 12	06 22	07 2
08 ⑤	09 정사면체	10 면 A : 4, 면 B : 5	
11 ⑤	12 (1) $\overline{FE}$ (2) $\overline{IA}$, $\overline{IJ}(=\overline{IH})$, $\overline{DG}$, $\overline{DH}$		
13 ①, ②	14 6	15 마름모	16 ④
17 ③	18 ①	19 180 cm^2	20 ③
21 ⑤	22 $150°$	23 ④	24 $\frac{144}{25}\pi\text{ cm}^2$

01 Action 다면체는 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형이다.

구, 원기둥, 원뿔, 원뿔대는 회전체이다.
따라서 보기의 입체도형 중 다면체는 ㉢, ㉣, ㉥, ㉧, ㉨이다.

02 Action 각기둥, 각뿔, 각뿔대의 옆면의 모양은 차례로 직사각형, 삼각형, 사다리꼴이다.

① 육각기둥 – 직사각형 ② 삼각뿔 – 삼각형
③ 오각뿔대 – 사다리꼴 ④ 사각뿔대 – 사다리꼴

03 Action 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형이 무엇인지 생각해 본다.

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 사각뿔대이다.
② 꼭짓점의 개수는 8이다.
④ 두 밑면은 서로 평행하지만 합동은 아니다.
⑤ 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 6이므로 차는
$12-6=6$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

04 Action 다면체의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수를 차례로 생각해 본다.

② n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$이다.
③ n각뿔의 면의 개수는 $n+1$, 모서리의 개수는 $2n$이므로 같지 않다.
⑤ n각기둥의 모서리의 개수는 $3n$, 밑면인 n각형의 꼭짓점의 개수는 n이므로 3배이다.

Lecture

다면체의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수

다면체	n각기둥	n각뿔	n각뿔대
면의 개수	$n+2$	$n+1$	$n+2$
모서리의 개수	$3n$	$2n$	$3n$
꼭짓점의 개수	$2n$	$n+1$	$2n$

05 Action n각뿔대의 면의 개수는 $n+2$, 모서리의 개수는 $3n$, 꼭짓점의 개수는 $2n$이다.

조건 (가), (나)를 만족시키는 다면체는 각뿔대이므로 구하는 다면체를 n각뿔대라 하면 조건 (다)에 의하여
$3n+(n+2)=26$, $4n=24$ $\therefore n=6$, 즉 육각뿔대
따라서 육각뿔대의 꼭짓점의 개수는
$2\times6=12$

06 Action 밑면의 대각선의 개수가 14임을 이용하여 밑면이 어떤 다각형인지 구한다.

주어진 각뿔의 밑면을 n각형이라 하면
$\frac{n(n-3)}{2}=14$, $n(n-3)=28$
$\therefore n=7$, 즉 칠각형 …… 40 %
따라서 주어진 각뿔은 칠각뿔이므로
$v=7+1=8$, $e=2\times7=14$ …… 40 %
$\therefore v+e=8+14=22$ …… 20 %

07 Action v, e, f의 값을 차례로 구한다.

주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수는 14, 모서리의 개수는 21, 면의 개수는 9이므로
$v=14$, $e=21$, $f=9$
$\therefore v-e+f=14-21+9=2$

08 Action 정다면체의 면의 모양과 한 꼭짓점에 모인 면의 개수를 생각해 본다.

⑤ 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3인 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체이다.

09 Action 조건 (가), (나)를 만족시키는 정다면체를 각각 생각해 본다.

조건 (가)에서 각 면의 모양이 정삼각형인 정다면체는 정사면체, 정팔면체, 정이십면체이다.
조건 (나)에서 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3인 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체이다.
따라서 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 정다면체는 정사면체이다.

Lecture

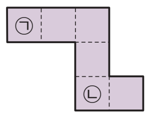
정다면체는 다음과 같이 나눌 수 있다.
(1) 면의 모양에 따라
① 정삼각형 : 정사면체, 정팔면체, 정이십면체
② 정사각형 : 정육면체
③ 정오각형 : 정십이면체
(2) 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수에 따라
① 3 : 정사면체, 정육면체, 정십이면체
② 4 : 정팔면체
③ 5 : 정이십면체

10 Action 주어진 전개도로 정육면체를 만들어 평행한 면을 찾는다.

주어진 전개도로 정육면체를 만들면 눈의 수가 1인 면과 눈의 수가 6인 면이 평행하므로 평행한 두 면의 눈의 수의 합은 7이다.
따라서 면 A는 눈의 수가 3인 면과 평행하므로 면 A의 눈의 수는 4, 면 B는 눈의 수가 2인 면과 평행하므로 면 B의 눈의 수는 5이다.

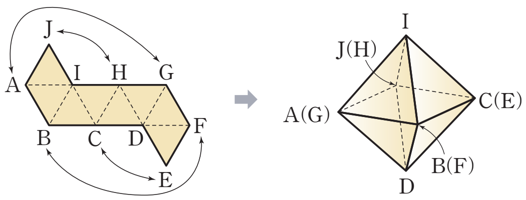
11 Action 주어진 전개도로 정육면체를 만들어 본다.

⑤ 오른쪽 그림의 두 면 ㉠, ㉡이 겹치므로 정육면체의 전개도가 아니다.



12 Action 겹치는 꼭짓점을 찾아 주어진 전개도로 만들어지는 정다면체를 그려 본다.

주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 다음 그림과 같은 정팔면체이다.



(1) $\overline{BC}$와 겹치는 모서리는 $\overline{FE}$이다.
(2) $\overline{BC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{IA}$, $\overline{IJ}(=\overline{IH})$, $\overline{DG}$, $\overline{DH}$이다.

13 Action 면이 12개이므로 주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 정십이면체이다.

① 정십이면체이다.
② 면 ㉣과 평행한 면은 면 ㉧이다.

14 Action 정사면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 정다면체가 무엇인지 생각해 본다.

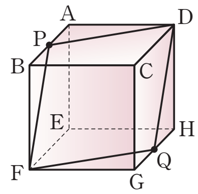
정사면체의 면의 개수는 4이므로 정사면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 정다면체의 꼭짓점의 개수는 4이다.
따라서 꼭짓점의 개수가 4인 정다면체는 정사면체이므로 모서리의 개수는 6이다.

Lecture

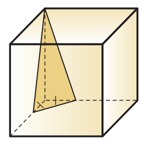
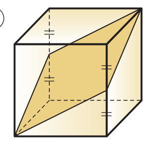
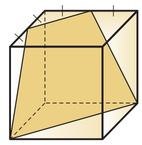
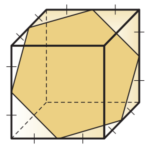
정다면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하는 다면체는 처음 정다면체의 면의 개수만큼 꼭짓점을 갖는다.
① 정사면체 ➡ 정사면체
② 정육면체 ➡ 정팔면체
③ 정팔면체 ➡ 정육면체
④ 정십이면체 ➡ 정이십면체
⑤ 정이십면체 ➡ 정십이면체

15 Action 세 점을 지나는 평면이 정육면체의 모서리와 만나는 다른 한 점을 찾아본다.

오른쪽 그림과 같이 세 점 D, P, F를 지나는 평면은 모서리 HG의 중점 Q를 지난다.
이때 $\overline{DP}=\overline{PF}=\overline{FQ}=\overline{QD}$이므로 단면의 모양은 마름모이다.



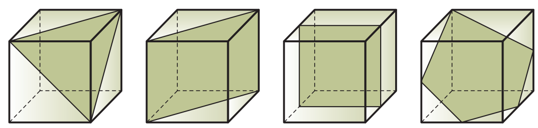
16 Action 정육면체를 평면으로 자른 단면의 모양을 생각해 본다.

①

②

③

⑤


따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ④이다.

Lecture

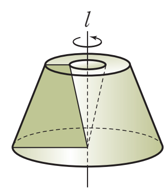
이 외에도 정육면체를 평면으로 자른 단면의 모양은 다음과 같다.



정삼각형 직사각형 정사각형 오각형

17 Action 주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

③ 주어진 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시키면 오른쪽 그림과 같은 회전체가 생긴다.

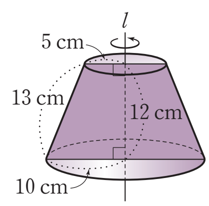


18 Action 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

① 원뿔 — 이등변삼각형

19 Action 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 그려 본다.

회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이므로 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 사다리꼴이다.
…… 50 %



∴ (단면의 넓이)
$=\left\{\frac{1}{2}\times(5+10)\times12\right\}\times2=180\ (\text{cm}^2)$ …… 50 %

Lecture

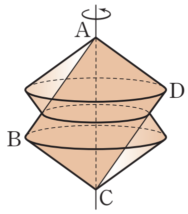
회전체의 겨냥도는 다음 순서대로 그린다.

❶ 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형을 그린다.

❷ 대칭인 점을 이은 선분을 지름으로 하는 원을 그린다.

20 Action 직사각형 ABCD를 대각선 AC를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

③ 직사각형 ABCD를 대각선 AC를 축으로 하여 1회전 시키면 오른쪽 그림과 같은 회전체가 생긴다.

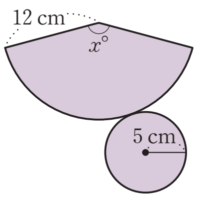


21 Action 최단 거리는 전개도에서 직선으로 나타난다.

점 A에서 점 B까지 끈으로 연결할 때 끈의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 주어진 원기둥의 전개도에서 옆면인 직사각형의 대각선과 같다.

22 Action 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같다.

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면



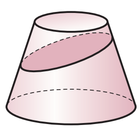
$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times5$ ······ 50 %

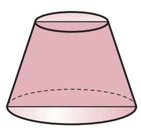
$\frac{x}{15}\pi=10\pi$ $\quad\therefore x=150$

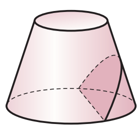
따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 150°이다. ······ 50 %

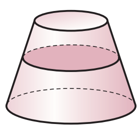
23 Action 주어진 전개도로 만들어지는 회전체는 원뿔대이다.

주어진 전개도로 만들어지는 회전체는 원뿔대이다.

①


②


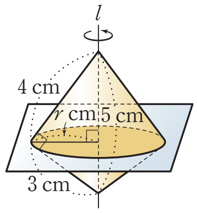
③


⑤


따라서 회전체를 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이 아닌 것은 ④이다.

24 Action 회전체를 그려 보고, 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 가장 큰 경우를 생각해 본다.

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때, 자른 단면의 넓이가 가장 큰 경우는 오른쪽 그림과 같이 자를 때이다.



이때 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{1}{2}\times5\times r$ $\quad\therefore r=\frac{12}{5}$

따라서 구하는 단면의 넓이는

$\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{144}{25}\pi\ (\text{cm}^2)$

최고 수준 완성하기

P 80–P 82

01 31	02 74	03 52	04 150
05 4	06 오각형	07 $(60\pi+24)$ cm	
08 ②	09 48π cm^2	10 $(16\pi-32)$ cm^2	

01 Action 직육면체의 꼭짓점의 개수는 8, 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 6임을 이용한다.

직육면체의 꼭짓점의 개수는 8, 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 6이고, 30개의 직육면체를 연결한 입체도형은 29개의 꼭짓점을 공유하므로

$v=8\times30-29=211$

$e=12\times30=360$

$f=6\times30=180$

$\therefore v-e+f=211-360+180=31$

02 Action 정육면체의 꼭짓점에서 삼각뿔을 잘라 내면 잘라 낸 부분에 삼각형인 면이 만들어짐을 이용한다.

정육면체의 8개의 꼭짓점에서 삼각뿔을 잘라 내면 잘라 낸 부분에 삼각형인 면이 8개가 생기므로

$a=6+8=14$

$b=3\times8=24$

$c=12+3\times8=36$

$\therefore a+b+c=14+24+36=74$

03 Action 새로 만들어진 두 입체도형의 면의 개수, 꼭짓점의 개수, 모서리의 개수를 각각 구해 본다.

직육면체를 평면 MSRN으로 잘라 내서 만들어진 두 입체도형 중 $\overline{AE}$를 포함하는 입체도형은 칠면체, $\overline{CG}$를 포함하는 입체도형은 오면체이므로

$a=7+5=12$

$b=10+6=16$

$c=15+9=24$

$\therefore a+b+c=12+16+24=52$

04 Action 정오각형의 꼭짓점의 개수와 변의 개수는 각각 5, 정육각형의 꼭짓점의 개수와 변의 개수는 각각 6임을 이용한다.

정오각형 12개의 꼭짓점의 개수는

$5\times12=60$

정육각형 20개의 꼭짓점의 개수는

$6\times20=120$

한 꼭짓점에 3개의 면이 모이므로 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수는 $\dfrac{60+120}{3}=60$ …… 40 %

정오각형 12개의 변의 개수는

$5\times12=60$

정육각형 20개의 변의 개수는

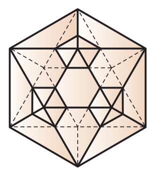
$6\times20=120$

한 모서리에 2개의 면이 모이므로 주어진 입체도형의 모서리의 개수는 $\dfrac{60+120}{2}=90$ …… 40 %

따라서 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수의 합은 $60+90=150$ …… 20 %

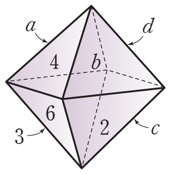
Lecture

축구공 모양의 다면체는 오른쪽 그림과 같이 정이십면체에서 각 모서리를 삼등분한 점들을 이어서 만든 오각뿔을 잘라 내고 남은 입체도형이다. 정이십면체의 각 꼭짓점에서 정오각형이 한 개씩 생기므로 정오각형의 개수는 12, 정이십면체의 각 면에서 정육각형이 한 개씩 생기므로 정육각형의 개수는 20이다.
따라서 축구공 모양의 다면체는 삼십이면체이다.



05 Action 주어진 전개도로 만들어지는 정팔면체를 그려 본다.

주어진 전개도로 정팔면체를 만들면 오른쪽 그림과 같다. 평행한 두 면에 적힌 수의 곱이 24로 일정하므로



$a\times2=24 \quad \therefore a=12$

$b\times3=24 \quad \therefore b=8$

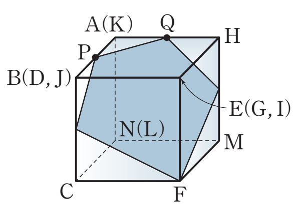
$c\times4=24 \quad \therefore c=6$

$d\times6=24 \quad \therefore d=4$

$\therefore \dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{d}=\dfrac{12}{6}+\dfrac{8}{4}=4$

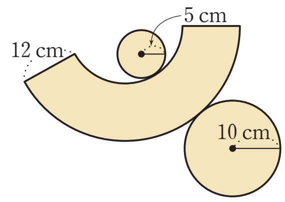
06 Action 세 점을 지나는 평면이 정육면체의 모서리와 만나는 다른 점을 찾아본다.

주어진 전개도를 접어서 정육면체를 만든 후 세 점 P, Q, F를 지나는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면은 오른쪽 그림과 같은 오각형이다.



07 Action 주어진 원뿔대의 전개도를 그려 본다.

주어진 원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.



(작은 원의 둘레의 길이)

$=2\pi\times5=10\pi\,(\text{cm})$

(큰 원의 둘레의 길이)

$=2\pi\times10=20\pi\,(\text{cm})$

(옆면의 둘레의 길이)$=2\pi\times5+2\pi\times10+12\times2$

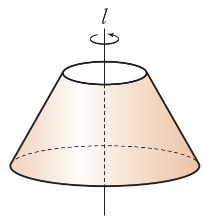
$=30\pi+24\,(\text{cm})$

따라서 전개도의 둘레의 길이는

$10\pi+20\pi+(30\pi+24)=60\pi+24\,(\text{cm})$

08 Action 주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 도형을 그려 본다.

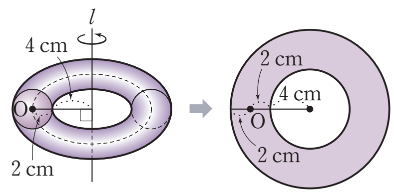
주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시키면 오른쪽 그림과 같은 도형이 생긴다.
이 도형에 일정한 속력으로 물을 채울 때, 도형의 폭이 점점 좁아지므로 물의 높이는 점점 빠르게 증가한다.



따라서 두 변수 x, y 사이의 관계를 나타낸 그래프로 가장 알맞은 것은 ②이다.

09 Action 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양을 그려 본다.

회전체는 [그림 1]과 같고 회전체를 원의 중심 O를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 [그림 2]와 같다.



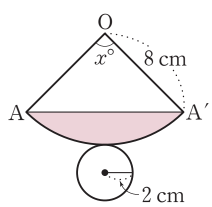
[그림 1] [그림 2]

이때 단면의 넓이는 반지름의 길이가 8 cm인 원의 넓이에서 반지름의 길이가 4 cm인 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\pi\times8^2-\pi\times4^2=48\pi\,(\text{cm}^2)$

10 Action 원뿔의 색칠한 부분을 전개도에 나타내어 본다.

주어진 원뿔의 색칠한 부분을 전개도에 나타내면 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다. …… 20 %



부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times8\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times2$

$\dfrac{2x}{45}\pi=4\pi \qquad \therefore x=90$ …… 40 %

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 OAA′의 넓이)$-\triangle$OAA′

$=\pi\times8^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times8\times8$

$=16\pi-32\ (\mathrm{cm}^2)$ …… 40 %

최고 수준 뛰어넘기

P 83– P 84

01 최댓값 : 18, 최솟값 : 15 02 8개 03 60

04 24 05 26 cm 06 24초

01 Action 다각형이 만들어지기 위해서는 3개 이상의 선분이 필요하므로 m, n은 3 이상의 자연수이어야 한다.

m각기둥의 모서리의 개수는 $3m$, n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$이므로 $3m+2n=40$ …… ㉠

$m\geq3$, $n\geq3$이므로 ㉠을 만족시키는 두 자연수 m, n을 순서쌍 (m, n)으로 나타내면 $(4, 14)$, $(6, 11)$, $(8, 8)$, $(10, 5)$

따라서 $m+n$의 최댓값은 $4+14=18$, 최솟값은 $10+5=15$이다.

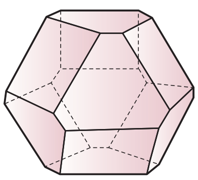
02 Action 주어진 정육면체의 각 꼭짓점마다 정삼각형을 3개씩 만들 수 있다.

주어진 정육면체의 꼭짓점 A에서는 정삼각형 AFC, AFH, ACH를 만들 수 있고, 꼭짓점 B에서는 정삼각형 BGD, BGE, BDE를 만들 수 있다.

이와 같이 정육면체의 각 꼭짓점마다 정삼각형을 3개씩 만들 수 있으므로 8개의 꼭짓점에서 만들 수 있는 정삼각형의 개수는 모두 $3\times8=24$이다. 그런데 정삼각형의 꼭짓점은 3개이므로 같은 정삼각형이 3번씩 중복된다.

따라서 정삼각형은 모두 $24\div3=8$(개)를 만들 수 있다.

03 Action 주어진 전개도로 만든 입체도형의 한 꼭짓점에는 3개의 면이 모이고, 한 모서리에는 2개의 면이 모인다.



주어진 전개도는 정사각형 6개와 육각형 8개로 이루어져 있고 이 전개도로 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같다.

한 꼭짓점에 3개의 면이 모이므로 입체도형의 꼭짓점의 개수는

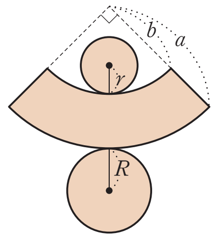
$\dfrac{4\times6+6\times8}{3}=\dfrac{72}{3}=24$

한 모서리에 2개의 면이 모이므로 입체도형의 모서리의 개수는

$\dfrac{4\times6+6\times8}{2}=\dfrac{72}{2}=36$

따라서 구하는 입체도형의 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수의 합은 $24+36=60$

04 Action 원뿔대의 전개도에서 옆면의 짧은 호의 길이는 작은 원의 둘레의 길이와 같고, 긴 호의 길이는 큰 원의 둘레의 길이와 같다.



오른쪽 그림에서

$2\pi b\times\dfrac{90}{360}=2\pi r$이므로 $b=4r$

$2\pi a\times\dfrac{90}{360}=2\pi R$이므로 $a=4R$

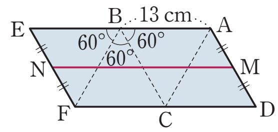
이때 모선의 길이는 $a-b$이므로

$a-b=4R-4r=4(R-r)$

$=4\times6=24$

따라서 원뿔대의 모선의 길이는 24이다.

05 Action 점 M에서 출발하여 점 N에 이르는 최단 거리는 직선으로 나타난다.



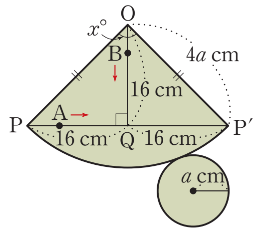
정팔면체의 전개도의 일부에 점 M에서 출발하여 면을 따라 세 모서리 AC, BC, BF 위의 점들을 지나 점 N에 이르는 최단 이동 경로를 나타내면 위 그림과 같은 $\overline{\mathrm{MN}}$이다.

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{\mathrm{MN}}=\overline{\mathrm{AE}}=2\overline{\mathrm{AB}}=2\times13=26\ (\mathrm{cm})$

참고 두 점 M, N은 각각 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{EF}}$의 중점이므로 사각형 AENM은 평행사변형이다.

06 Action 원뿔대의 전개도에서 부채꼴의 호의 양 끝 점을 P, P′이라 하고, 개미 A의 경로를 선분으로 나타내어 본다.



원뿔의 전개도에 개미 A, B의 경로를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times4a\times\dfrac{x}{360}=2\pi a$에서

$x=90$

$\triangle$OPQ는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{OQ}}=16$ cm

이때 두 개미 모두 1초에 2 cm씩 일정한 속력으로 움직이므로 개미 A와 개미 B는 $\dfrac{16}{2}=8$(초) 후 점 Q에서 처음으로 만난다.

이후 개미 A는 점 P′까지 갔다가 다시 점 Q까지 되돌아오는 거리, 즉 32 cm를 $\dfrac{32}{2}=16$(초) 동안 움직이고, 개미 B는 점 O로 되돌아갔다가 다시 점 Q로 돌아오는 거리, 즉 32 cm를 $\dfrac{32}{2}=16$(초) 동안 움직인다.

따라서 두 개미 A, B는 출발한 뒤 $8+16=24$(초) 후에 점 Q에서 두 번째로 만난다.

2. 입체도형의 겉넓이와 부피

최고 수준 입문하기

P 86– P 90

01 5 cm	02 $42\pi\ \text{cm}^2$	03 (1) $45\ \text{cm}^2$ (2) $360\ \text{cm}^3$	
04 $171\pi\ \text{cm}^3$	05 겉넓이 : $(52\pi+60)\ \text{cm}^2$, 부피 : $60\pi\ \text{cm}^3$		
06 $292\ \text{cm}^2$	07 $192\pi\ \text{cm}^2$	08 (1) $264\ \text{cm}^2$ (2) $248\ \text{cm}^3$	
09 $520\pi\ \text{cm}^3$	10 $\frac{54}{49}$ cm	11 $126\ \text{cm}^2$	12 5
13 10 cm	14 $85\pi\ \text{cm}^2$	15 $72\ \text{cm}^3$	16 8 cm
17 $\frac{32}{3}\ \text{cm}^3$	18 $72\ \text{cm}^3$	19 $\frac{8}{3}$	20 27분
21 (1) $90\pi\ \text{cm}^2$ (2) $84\pi\ \text{cm}^3$	22 $448\pi\ \text{cm}^3$	23 $500\pi\ \text{cm}^2$	
24 $32\pi\ \text{cm}^2$	25 $30\pi\ \text{cm}^3$	26 $16\pi\ \text{cm}^2$	27 64개
28 겉넓이 : $119\pi\ \text{cm}^2$, 부피 : $168\pi\ \text{cm}^3$			29 15 cm
30 원뿔 : $9\pi\ \text{cm}^3$, 원기둥 : $27\pi\ \text{cm}^3$			31 $288\pi\ \text{cm}^3$
32 $64\pi\ \text{cm}^2$			

01 Action (정육면체의 겉넓이)=(한 면의 넓이)×6임을 이용한다.

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$(x\times x)\times 6=150,\ x^2=25 \qquad \therefore x=5\ (\because x>0)$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 5 cm이다.

02 Action 원기둥의 밑면의 둘레의 길이는 전개도에서 직사각형의 가로의 길이와 같다.

밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=6\pi \qquad \therefore r=3$

$\therefore$ (겉넓이)$=(\pi\times 3^2)\times 2+6\pi\times 4$

$=18\pi+24\pi=42\pi\ (\text{cm}^2)$

03 Action 밑면인 사각형의 넓이는 두 삼각형의 넓이의 합과 같다.

(1) (밑넓이)$=\frac{1}{2}\times 10\times 6+\frac{1}{2}\times 10\times 3$

$=45\ (\text{cm}^2)$ …… 50 %

(2) (부피)$=45\times 8=360\ (\text{cm}^3)$ …… 50 %

04 Action 입체도형의 부피는 두 원기둥의 부피의 합과 같다.

(부피)$=(\pi\times 6^2)\times 4+(\pi\times 3^2)\times 3$

$=144\pi+27\pi=171\pi\ (\text{cm}^3)$

05 Action 주어진 입체도형은 밑면이 부채꼴인 기둥이다.

(겉넓이)

$=\left(\pi\times 3^2\times\frac{240}{360}\right)\times 2+\left(2\pi\times 3\times\frac{240}{360}+3+3\right)\times 10$

$=12\pi+40\pi+60=52\pi+60\ (\text{cm}^2)$

(부피)$=\left(\pi\times 3^2\times\frac{240}{360}\right)\times 10=60\pi\ (\text{cm}^3)$

06 Action 주어진 입체도형은 큰 사각기둥의 가운데에 작은 사각기둥 모양으로 구멍이 뚫려 있는 것이다.

(겉넓이)$=(5\times 6-2\times 2)\times 2+(5+6+5+6)\times 8$
$+(2+2+2+2)\times 8$

$=52+176+64$

$=292\ (\text{cm}^2)$

Lecture

(구멍이 뚫린 기둥의 겉넓이)
=(밑넓이)×2+(옆넓이)
={(큰 기둥의 밑넓이)−(작은 기둥의 밑넓이)}×2
+(큰 기둥의 옆넓이)+(작은 기둥의 옆넓이)

07 Action 롤러를 한 바퀴 굴렸을 때 페인트가 칠해진 부분의 넓이는 원기둥 모양의 롤러의 옆넓이와 같다.

원기둥 모양의 롤러의 옆넓이는

$(2\pi\times 3)\times 16=96\pi\ (\text{cm}^2)$

따라서 2바퀴 굴릴 때 페인트가 칠해진 부분의 넓이는

$96\pi\times 2=192\pi\ (\text{cm}^2)$

08 Action 잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이는 잘라 내기 전의 직육면체의 겉넓이와 같다.

(1) 주어진 입체도형의 겉넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 6 cm, 높이가 8 cm인 직육면체의 겉넓이와 같으므로

(겉넓이)$=(6\times 6)\times 2+(6+6+6+6)\times 8$

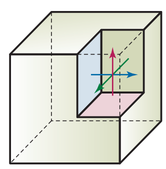
$=72+192=264\ (\text{cm}^2)$ …… 50 %

(2) (부피)=(큰 직육면체의 부피)−(작은 직육면체의 부피)

$=(6\times 6)\times 8-(4\times 2)\times 5$

$=288-40=248\ (\text{cm}^3)$ …… 50 %

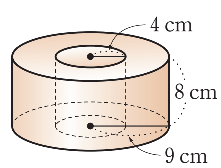
Lecture



오른쪽 그림과 같이 직육면체에서 작은 직육면체를 잘라 낸 입체도형의 겉넓이는 잘린 단면을 이동하여 생각한다.
➡ (잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이)
=(잘라 내기 전의 직육면체의 겉넓이)
참고 (잘라 내고 남은 입체도형의 부피)
=(잘라 내기 전의 직육면체의 부피)
−(잘라 낸 직육면체의 부피)

09 Action 주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

회전체는 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (부피)

$=(\pi\times 9^2)\times 8-(\pi\times 4^2)\times 8$

$=648\pi-128\pi$

$=520\pi\ (\text{cm}^3)$

Lecture

(구멍이 뚫린 기둥의 부피)
=(큰 기둥의 부피)−(작은 기둥의 부피)

10 **Action** 줄어든 물의 부피는 정육면체의 부피와 같음을 이용한다.

물의 높이가 x cm 낮아진다고 하면

$\left(\frac{1}{2}\times7\times7\right)\times x=(3\times3)\times3$

$\frac{49}{2}x=27 \qquad \therefore x=\frac{54}{49}$

따라서 물의 높이는 $\frac{54}{49}$ cm 낮아진다.

11 **Action** 주어진 입체도형의 겉넓이는 정육면체 3개의 겉넓이의 합에서 맞닿아 있는 면의 넓이를 빼어서 구한다.

한 모서리의 길이가 3 cm인 정육면체 1개의 겉넓이는

$(3\times3)\times6=54\ (\text{cm}^2)$

주어진 입체도형에서 맞닿아 있는 면의 넓이는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형 4개의 넓이의 합과 같으므로 주어진 입체도형의 겉넓이는

$54\times3-(3\times3)\times4=162-36=126\ (\text{cm}^2)$

12 **Action** 주어진 사각뿔의 옆넓이는 합동인 이등변삼각형 4개의 넓이의 합과 같다.

사각뿔의 겉넓이가 144 cm^{2}이므로

$8\times8+\left(\frac{1}{2}\times8\times h\right)\times4=144$

$64+16h=144,\ 16h=80 \qquad \therefore h=5$

13 **Action** 모선의 길이를 l cm라 하고, 원뿔의 겉넓이를 l을 사용한 식으로 나타낸다.

모선의 길이를 l cm라 하면

$\pi\times4^2+\pi\times4\times l=56\pi,\ 16\pi+4\pi l=56\pi$

$4\pi l=40\pi \qquad \therefore l=10$

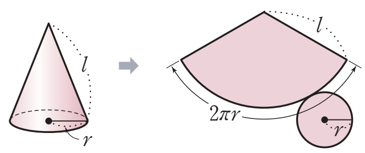
따라서 모선의 길이는 10 cm이다.

Lecture

원뿔의 옆넓이는 전개도에서 부채꼴의 넓이와 같으므로
(원뿔의 옆넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(부채꼴의 반지름의 길이)$\times$(부채꼴의 호의 길이)

$=\frac{1}{2}\times l\times2\pi r=\pi rl$



14 **Action** 원뿔의 전개도에서 밑면의 둘레의 길이는 부채꼴의 호의 길이와 같다.

밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times12\times\frac{150}{360}=2\pi r,\ 10\pi=2\pi r \qquad \therefore r=5$

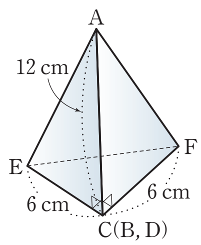
$\therefore$ (겉넓이)$=\pi\times5^2+\pi\times5\times12$

$=25\pi+60\pi$

$=85\pi\ (\text{cm}^2)$

15 **Action** 주어진 정사각형 ABCD로 만든 입체도형을 그려 본다.

주어진 정사각형 ABCD로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 밑면이 △ECF이고 높이가 $\overline{AB}$인 삼각뿔이다.



$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times12$

$=72\ (\text{cm}^3)$

16 **Action** 두 그릇에 담긴 물의 부피가 서로 같음을 이용한다.

원기둥 모양의 그릇에 채워진 물의 높이를 h cm라 하면

$\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6=(\pi\times2^2)\times h,\ 32\pi=4\pi h \qquad \therefore h=8$

따라서 원기둥 모양의 그릇에 채워진 물의 높이는 8 cm이다.

17 **Action** 사각뿔의 밑면의 넓이는 정육면체의 한 면의 넓이의 $\frac{1}{2}$이다.

사각뿔의 밑면의 넓이는 정육면체의 한 면의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

(밑넓이)$=(4\times4)\times\frac{1}{2}=8\ (\text{cm}^2)$

이때 사각뿔의 높이는 정육면체의 한 모서리의 길이와 같으므로 4 cm이다.

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times8\times4=\frac{32}{3}\ (\text{cm}^3)$

18 **Action** 삼각뿔 C−AFH의 부피는 정육면체의 부피에서 네 삼각뿔 A−EFH, C−ABF, C−FGH, C−AHD의 부피를 뺀 것과 같다.

(부피)=(정육면체의 부피)−(삼각뿔 C−FGH의 부피)×4

$=(6\times6)\times6-\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6\right\}\times4$

$=216-144$

$=72\ (\text{cm}^3)$

19 **Action** 두 그릇에 담긴 물의 부피가 서로 같음을 이용한다.

A 그릇에 들어 있는 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times5\right)\times8=20\ (\text{cm}^3)$ …… 30 %

B 그릇에 들어 있는 물의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times5\times x\right)\times3=\frac{15}{2}x\ (\mathrm{cm}^3)$ …… 40 %

이때 두 그릇에 같은 양의 물이 들어 있으므로

$\frac{15}{2}x=20 \qquad \therefore x=\frac{8}{3}$ …… 30 %

20 Action 빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{(\text{그릇의 부피})}{4\pi}$분임을 이용한다.

그릇의 부피는 $\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times9=108\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

1분에 $4\pi\ \mathrm{cm}^3$씩 물을 넣으므로 빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{108\pi}{4\pi}=27$(분)

21 Action (원뿔대의 옆넓이)=(큰 원뿔의 옆넓이)−(작은 원뿔의 옆넓이)임을 이용한다.

(1) (겉넓이)$=\pi\times3^2+\pi\times6^2+(\pi\times6\times10-\pi\times3\times5)$

$=9\pi+36\pi+45\pi$

$=90\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ …… 50 %

(2) (부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times8-\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4$

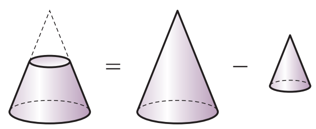
$=96\pi-12\pi$

$=84\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ …… 50 %

Lecture

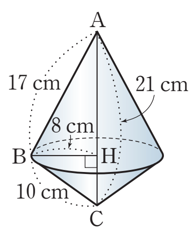
① (원뿔대의 겉넓이)=(두 밑넓이의 합)+(옆넓이)
이때 (옆넓이)=(큰 원뿔의 옆넓이)−(작은 원뿔의 옆넓이)

② (원뿔대의 부피)=(큰 원뿔의 부피)−(작은 원뿔의 부피)



22 Action 주어진 도형을 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원뿔 2개를 붙인 것과 같다.

회전체는 오른쪽 그림과 같다.
점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



(부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times8^2)\times\overline{AH}$

$+\frac{1}{3}\times(\pi\times8^2)\times\overline{CH}$

$=\frac{1}{3}\times(\pi\times8^2)\times(\overline{AH}+\overline{CH})=\frac{64}{3}\pi\times\overline{AC}$

$=\frac{64}{3}\pi\times21=448\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

23 Action 원뿔의 밑면이 움직인 자리는 원이 된다. 이 원의 중심은 점 O이고 반지름의 길이가 원뿔의 모선의 길이와 같다. 이때 원 O의 둘레의 길이는 원뿔의 밑면의 둘레의 길이의 4배이다.

원뿔의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times10=20\pi\ (\mathrm{cm})$

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면

$20\pi\times4=2\pi l,\ 80\pi=2\pi l \qquad \therefore l=40$

$\therefore$ (원뿔의 겉넓이)$=\pi\times10^2+\pi\times10\times40$

$=100\pi+400\pi$

$=500\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

24 Action 가죽 조각 1개의 넓이는 야구공의 겉넓이의 $\frac{1}{2}$이다.

(야구공의 겉넓이)$=4\pi\times4^2=64\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (가죽 조각 1개의 넓이)$=64\pi\times\frac{1}{2}=32\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

25 Action (반구의 부피)=(구의 부피)$\times\frac{1}{2}$임을 이용한다.

(부피)=(원뿔의 부피)+(반구의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4+\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}$

$=12\pi+18\pi$

$=30\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

26 Action (겉넓이)=(구의 겉넓이)$\times\frac{3}{4}$+(잘라 낸 단면의 넓이)

(겉넓이)$=4\pi\times2^2\times\frac{3}{4}+\left(\pi\times2^2\times\frac{1}{2}\right)\times2$

$=12\pi+4\pi$

$=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

27 Action 반지름의 길이가 12 cm, 3 cm인 쇠공의 부피를 각각 구해 본다.

반지름의 길이가 12 cm인 쇠공의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times12^3=2304\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

반지름의 길이가 3 cm인 쇠공의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

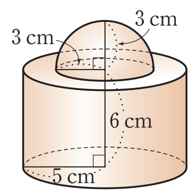
따라서 반지름의 길이가 3 cm인 쇠공을 최대

$\frac{2304\pi}{36\pi}=64$(개) 만들 수 있다.

28 Action 주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 반구와 원기둥을 붙인 것과 같다.

회전체는 오른쪽 그림과 같다.

$\therefore$ (겉넓이)



$=4\pi\times3^2\times\frac{1}{2}+(\pi\times5^2-\pi\times3^2)$

$+(2\pi\times5)\times6+\pi\times5^2$

$=18\pi+16\pi+60\pi+25\pi$

$=119\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

$(\text{부피})=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}+(\pi\times5^2)\times6$
$=18\pi+150\pi$
$=168\pi\ (\text{cm}^3)$

29 Action 쇠구슬을 원기둥 모양의 그릇에 넣으면 쇠구슬의 부피만큼 물의 높이가 높아진다.

쇠구슬 3개의 부피는
$\frac{4}{3}\pi\times2^3\times3=32\pi\ (\text{cm}^3)$
원기둥 모양의 그릇에 쇠구슬을 넣었을 때 물의 높이가 x cm 높아진다고 하면
$(\pi\times4^2)\times x=32\pi$
$16\pi x=32\pi \qquad \therefore x=2$
따라서 쇠구슬을 넣었을 때 물의 높이는 $13+2=15\ (\text{cm})$이다.

30 Action 구의 반지름의 길이를 r cm라 하고, 구, 원뿔, 원기둥의 부피를 각각 r을 사용한 식으로 나타낸다.

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\frac{4}{3}\pi r^3=18\pi \qquad \therefore r^3=\frac{27}{2}$ …… 40 %
$(\text{원뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times2r=\frac{2}{3}\pi r^3$
$=\frac{2}{3}\pi\times\frac{27}{2}=9\pi\ (\text{cm}^3)$ …… 30 %
$(\text{원기둥의 부피})=\pi r^2\times2r=2\pi r^3$
$=2\pi\times\frac{27}{2}=27\pi\ (\text{cm}^3)$ …… 30 %

다른 풀이
(원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)$=1:2:3$이고, 구의 부피가 18π cm^3이므로
$(\text{원뿔의 부피})=(\text{구의 부피})\times\frac{1}{2}$
$=18\pi\times\frac{1}{2}=9\pi\ (\text{cm}^3)$
$(\text{원기둥의 부피})=(\text{구의 부피})\times\frac{3}{2}$
$=18\pi\times\frac{3}{2}=27\pi\ (\text{cm}^3)$

31 Action 구의 반지름의 길이를 r cm로 놓고, 원기둥의 부피를 r을 사용한 식으로 나타낸다.

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 r cm, 높이는 $6r$ cm이므로
$\pi r^2\times6r=1296\pi,\ 6\pi r^3=1296\pi$
$r^3=216 \qquad \therefore r=6$
따라서 구의 반지름의 길이는 6 cm이므로 구 1개의 부피는
$\frac{4}{3}\pi\times6^3=288\pi\ (\text{cm}^3)$

32 Action 정육면체에 구가 꼭 맞게 들어 있으므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 구의 지름의 길이와 같다.

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면
$(x\times x)\times x=512,\ x^3=512$
$\therefore x=8$
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 8 cm이므로 구의 반지름의 길이는 4 cm이다.
$\therefore$ (구의 겉넓이)$=4\pi\times4^2=64\pi\ (\text{cm}^2)$

최고수준 완성하기

P 91 – P 95

01 $\frac{16}{\pi}\left(1-\frac{2}{\pi}\right)$ cm^3	02 432 cm^2	03 270 cm^2
04 768 cm^2	05 $(56\pi-32)$ cm^2	06 400 cm^3
07 12 cm	08 $\left(\frac{125}{2}\pi-125\right)$ cm^3	09 385 cm^3
10 3 cm	11 $(75\pi+50)$ cm^3	12 144π cm^2
13 2 cm	14 A : 3번, B : 6번	15 9
16 $\frac{31}{3}\pi$	17 2016π cm^3	18 7 : 8 : 12

01 Action 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 높이는 $(4-4r)$ cm이다.

원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$2\pi r=4 \qquad \therefore r=\frac{2}{\pi}$
이때 원기둥의 높이는
$4-4r=4-4\times\frac{2}{\pi}=4-\frac{8}{\pi}\ (\text{cm})$
따라서 구하는 원기둥의 부피는
$\pi\times\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\times\left(4-\frac{8}{\pi}\right)=\frac{16}{\pi}\left(1-\frac{2}{\pi}\right)\ (\text{cm}^3)$

02 Action 27개의 작은 정육면체의 겉넓이의 합에서 색이 칠해진 면의 넓이의 합을 뺀다.

정육면체의 겉넓이는 $(6\times6)\times6=216\ (\text{cm}^2)$이므로 색이 칠해진 면의 넓이의 합은 216 cm^2이다.
한편 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 2 cm이므로 27개의 작은 정육면체의 겉넓이의 합은
$\{(2\times2)\times6\}\times27=648\ (\text{cm}^2)$
따라서 색이 칠해져 있지 않은 면의 넓이의 합은
$648-216=432\ (\text{cm}^2)$

03 Action 13개의 직육면체의 겉넓이의 합은 정육면체의 겉넓이와 새로 생긴 면의 넓이의 합을 더한 것과 같다.

정육면체의 겉넓이는

$(3\times3)\times6=54\,(\text{cm}^2)$ …… 30 %

새로 생긴 면의 넓이의 합은

$(3\times3)\times12\times2=216\,(\text{cm}^2)$ …… 50 %

따라서 13개의 직육면체의 겉넓이의 합은

$54+216=270\,(\text{cm}^2)$ …… 20 %

04

Action (입체도형의 겉넓이)

=(바깥쪽 6개의 면의 넓이)+(안쪽 6개의 구멍의 겉넓이)

(바깥쪽 6개의 면의 넓이)$=(10\times10-2\times2)\times6$

$=96\times6$

$=576\,(\text{cm}^2)$

(안쪽 6개의 구멍의 겉넓이)$=\{(2+2+2+2)\times4\}\times6$

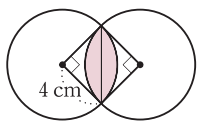
$=192\,(\text{cm}^2)$

∴ (겉넓이)$=576+192=768\,(\text{cm}^2)$

05

Action 색칠한 입체도형의 밑넓이를 먼저 구한다.

색칠한 입체도형의 밑넓이는 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 4 cm, 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 넓이에서 직각삼각형의 넓이를 뺀 것의 2배이므로



(밑넓이)$=\left(\pi\times4^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times4\times4\right)\times2$

$=(4\pi-8)\times2$

$=8\pi-16\,(\text{cm}^2)$

∴ (색칠한 입체도형의 겉넓이)

$=(8\pi-16)\times2+\left\{\left(2\pi\times4\times\dfrac{90}{360}\right)\times2\right\}\times10$

$=16\pi-32+40\pi$

$=56\pi-32\,(\text{cm}^2)$

06

Action 주어진 입체도형의 겉넓이는 잘라 내기 전의 직육면체의 겉넓이와 같다.

주어진 입체도형의 겉넓이는 잘라 내기 전의 직육면체의 겉넓이와 같으므로 잘라 내기 전의 직육면체의 가로, 세로의 길이와 높이를 각각 $5a$ cm, $3a$ cm, $4a$ cm $(a>0)$라 하면

$(5a\times3a)\times2+(5a+3a+5a+3a)\times4a=376$

$30a^2+64a^2=376,\ 94a^2=376$

$a^2=4\qquad\therefore a=2\ (\because a>0)$

따라서 잘라 내기 전의 직육면체의 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 10 cm, 6 cm, 8 cm이므로 주어진 입체도형의 부피는

$10\times6\times8-80=480-80=400\,(\text{cm}^3)$

07

Action 칸막이가 없을 때의 어항의 밑면의 가로의 길이는 $20+15=35$ (cm)이다.

물의 부피는

$(20\times10)\times9+(15\times10)\times16=4200\,(\text{cm}^3)$

칸막이를 없앨 때의 물의 높이를 h cm라 하면

$\{(20+15)\times10\}\times h=4200$이므로

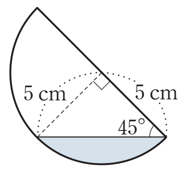
$350h=4200\qquad\therefore h=12$

따라서 구하는 물의 높이는 12 cm이다.

08

Action 통에 남아 있는 물의 밑면의 모양을 그려 본다.

통에 남아 있는 물의 밑면은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 남아 있는 물의 양은



$\left(\pi\times5^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times5\times5\right)\times10$

$=\left(\dfrac{25}{4}\pi-\dfrac{25}{2}\right)\times10$

$=\dfrac{125}{2}\pi-125\,(\text{cm}^3)$

09

Action 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하고, 직육면체의 부피와 잘라 낸 삼각뿔 1개의 부피를 각각 a, b, c를 사용한 식으로 나타낸다.

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면 직육면체의 부피는

$abc=405\,(\text{cm}^3)$

이때 잘라 낸 삼각뿔 1개의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}a\times\dfrac{1}{3}b\right)\times\dfrac{1}{3}c=\dfrac{1}{162}abc$

$=\dfrac{1}{162}\times405$

$=\dfrac{5}{2}\,(\text{cm}^3)$

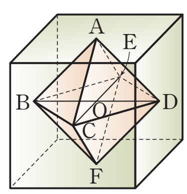
따라서 삼각뿔을 8개 잘라 내었으므로 구하는 입체도형의 부피는

$405-\dfrac{5}{2}\times8=385\,(\text{cm}^3)$

10

Action 정팔면체의 부피는 정사각뿔의 부피의 2배와 같다. 이때 정사각뿔의 밑면의 넓이는 정육면체의 한 면의 넓이의 $\frac{1}{2}$이다.

주어진 정팔면체는 오른쪽 그림과 같이 사각형 BCDE를 밑면으로 하는 두 정사각뿔 A−BCDE, F−BCDE를 붙여 놓은 것이다.



정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm,

사각형 BCDE의 두 대각선의 교점을 O라 하면

$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}=a$ cm, $\overline{OA}=\overline{OF}=\dfrac{1}{2}\overline{AF}=\dfrac{1}{2}a$ (cm)

즉 정팔면체의 부피는 밑면이 대각선의 길이가 a cm인 정사각형이고, 높이가 $\dfrac{1}{2}a$ cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같다.

…… 30 %

$\therefore$ (정팔면체의 부피)$=$(사각뿔의 부피)$\times 2$

$$=\left\{\frac{1}{3}\times\left(a\times a\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}a\right\}\times 2$$

$$=\frac{1}{6}a^3\,(\text{cm}^3)$$ …… 30 %

이때 정팔면체의 부피가 $\frac{9}{2}$ cm^3이므로

$\frac{1}{6}a^3=\frac{9}{2}$, $a^3=27$ $\quad\therefore a=3$ …… 30 %

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 3 cm이다. …… 10 %

11 Action 주어진 입체도형은 원뿔의 일부와 삼각뿔을 붙인 모양과 같다.

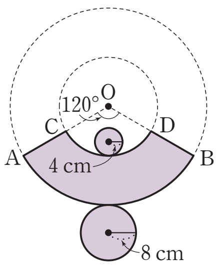
(부피)$=$(원뿔의 부피)$\times\frac{3}{4}+$(삼각뿔의 부피)

$$=\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times 5^2)\times 12\right\}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 5\right)\times 12$$

$$=75\pi+50\,(\text{cm}^3)$$

12 Action 원뿔대가 3바퀴를 돌고 원래 자리로 돌아오기 위한 조건을 원뿔대의 전개도를 그려서 생각한다.

옆면을 바닥에 놓고 굴려서 3바퀴를 돌고 다시 원래 자리로 돌아오려면 오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 전개도에서 $\angle$AOB의 크기가 $\frac{360^\circ}{3}=120^\circ$이어야 한다.



이때 $\overline{\text{OA}}=x$ cm라 하면

$2\pi\times x\times\frac{120}{360}=2\pi\times 8$에서 $x=24$

$\overline{\text{OC}}=y$ cm라 하면

$2\pi\times y\times\frac{120}{360}=2\pi\times 4$에서 $y=12$

따라서 원뿔대의 옆면의 넓이는

(부채꼴 AOB의 넓이)$-$(부채꼴 COD의 넓이)

$=\pi\times 8\times 24-\pi\times 4\times 12$

$=192\pi-48\pi=144\pi\,(\text{cm}^2)$

13 Action $\overline{\text{PE}}$의 길이를 x cm라 하고, V_2를 x를 사용한 식으로 나타낸다.

(삼각기둥의 부피)$=\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\right)\times 5=40\,(\text{cm}^3)$

$V_1=4V_2$에서 $V_1:V_2=4:1$이므로

$V_2=$(삼각기둥의 부피)$\times\frac{1}{5}=40\times\frac{1}{5}=8\,(\text{cm}^3)$

이때 꼭짓점 B를 포함하는 입체도형은 밑면이 $\triangle$ABC이고 높이가 $\overline{\text{BP}}$인 삼각뿔이다.

$\overline{\text{PE}}=x$ cm라 하면 $\overline{\text{BP}}=(5-x)$ cm이므로

$V_2=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\right)\times(5-x)=\frac{40}{3}-\frac{8}{3}x\,(\text{cm}^3)$

즉 $\frac{40}{3}-\frac{8}{3}x=8$이므로

$-\frac{8}{3}x=-\frac{16}{3}$ $\quad\therefore x=2$

따라서 $\overline{\text{PE}}$의 길이는 2 cm이다.

14 Action 컵 A로 물을 x번 옮겨 담았다고 하면 컵 B로 물을 $(9-x)$번 옮겨 담았다.

컵 A의 부피는

$(\pi\times 2^2)\times 11=44\pi\,(\text{cm}^3)$

컵 B의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times 5^2)\times(6+9)-\frac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times 9$

$=125\pi-27\pi=98\pi\,(\text{cm}^3)$

그릇 C의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times 12^2)\times 15=720\pi\,(\text{cm}^3)$ …… 30 %

컵 A로 물을 x번 옮겨 담았다고 하면 컵 B로 물을 $(9-x)$번 옮겨 담았으므로

$44\pi\times x+98\pi\times(9-x)=720\pi$

$44\pi x+882\pi-98\pi x=720\pi$, $-54\pi x=-162\pi$

$\therefore x=3$ …… 50 %

따라서 물을 컵 A로 3번, 컵 B로 $9-3=6$(번) 옮겨 담아야 한다. …… 20 %

15 Action (가), (나)를 이용하여 (다)의 밑면의 넓이를 구한다.

(가)에서 물의 부피는

$(12\times 10)\times 15=1800\,(\text{cm}^3)$

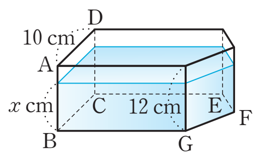
(나)에서 빈 공간의 부피는

$(12\times 10)\times 5=600\,(\text{cm}^3)$

즉 종이팩의 부피는

$1800+600=2400\,(\text{cm}^3)$

오른쪽 그림에서 면 CBGFE를 밑면이라 하면 종이팩의 부피가 2400 cm^3이므로



(밑넓이)$\times 12=2400$

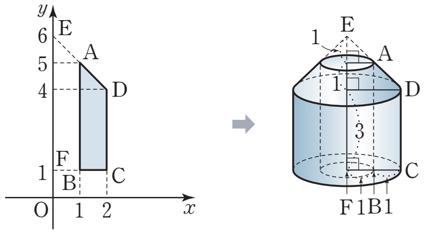
$\therefore$ (밑넓이)$=200\,(\text{cm}^2)$

따라서 물의 부피가 1800 cm^3이므로

$1800=200\times x$ $\quad\therefore x=9$

16 Action 주어진 사각형 ABCD를 회전시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

회전체는 다음 그림과 같으므로 구하는 회전체의 부피는 사각형 EFCD를 y축을 축으로 하여 1회전 시킨 회전체의 부피에서 사각형 EFBA를 y축을 축으로 하여 1회전 시킨 회전체의 부피를 뺀 것과 같다.



(사각형 EFCD를 1회전 시킨 회전체의 부피)

$=(\pi\times2^2)\times3+\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times2$

$=12\pi+\frac{8}{3}\pi=\frac{44}{3}\pi$

(사각형 EFBA를 1회전 시킨 회전체의 부피)

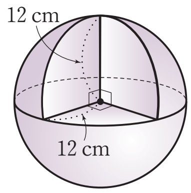
$=(\pi\times1^2)\times4+\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times1$

$=4\pi+\frac{1}{3}\pi=\frac{13}{3}\pi$

$\therefore$ (부피)$=\frac{44}{3}\pi-\frac{13}{3}\pi=\frac{31}{3}\pi$

17 Action 공이 움직일 수 있는 공간을 그려 본다.

공이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 12 cm인 구의 부피의 $\frac{7}{8}$이다.



$\therefore$ (부피)$=\frac{4}{3}\pi\times12^3\times\frac{7}{8}$

$=2016\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

18 Action 원뿔대, 반구, 원기둥의 부피를 각각 r에 대한 식으로 나타낸다.

원뿔대의 부피를 V_1, 반구의 부피를 V_2, 원기둥의 부피를 V_3이라 하면

$V_1=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times2r-\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}r\right)^2\times r$

$=\frac{2}{3}\pi r^3-\frac{1}{12}\pi r^3=\frac{7}{12}\pi r^3$

$V_2=\frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\pi r^3$

$V_3=\pi r^2\times r=\pi r^3$

$\therefore V_1 : V_2 : V_3=\frac{7}{12}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^3$

$=7 : 8 : 12$

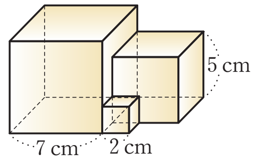
최고 수준 뛰어넘기

P 96– P 97

01 $402\ \mathrm{cm}^2$	02 $\left(\frac{15}{4}\pi+102\right)\mathrm{cm}^2$	03 32분
04 $\frac{27}{16}a$	05 $234\pi\ \mathrm{cm}^3$	06 $\left(\frac{2S^2}{3a}-\frac{ab^2}{3}\right)\pi$

01 Action 겉넓이가 최소가 되는 입체도형을 그려 본다.

세 정육면체의 모서리의 길이는 각각 2 cm, 5 cm, 7 cm이고, 입체도형이 오른쪽 그림과 같을 때 겉넓이가 최소가 된다.



$\therefore$ (겉넓이의 최솟값)

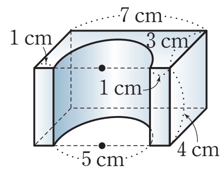
$=(2\times2+5\times5+7\times7)\times6-(2\times2)\times4$

$-(5\times5)\times2$

$=468-16-50=402\ (\mathrm{cm}^2)$

02 Action 입체도형을 그려 본다.

입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



(밑넓이)

$=7\times3-\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}$

$=21-\frac{25}{8}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left\{1+3+7+3+1+\left(2\pi\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\right)\right\}\times4$

$=\left(15+\frac{5}{2}\pi\right)\times4$

$=60+10\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=\left(21-\frac{25}{8}\pi\right)\times2+(60+10\pi)$

$=42-\frac{25}{4}\pi+60+10\pi$

$=\frac{15}{4}\pi+102\ (\mathrm{cm}^2)$

03 Action 물의 높이가 $\overline{AB}$보다 높을 때는 7개의 구멍에서 물이 빠지고 $\overline{AB}$보다 낮을 때는 B 지점의 구멍 1개에서만 물이 빠진다.

원뿔 모양의 그릇에 물을 가득 채웠을 때 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times8^2)\times12=256\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

물의 높이가 $\overline{AB}$가 될 때까지 물은 7개의 구멍에서 동시에 빠지므로 1분에 $2\pi\times7=14\pi\ (\mathrm{cm}^3)$씩 빠진다.

이때 빠져나간 물의 부피는

$256\pi-\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6=224\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

이 물이 빠질 때까지 걸리는 시간은 $\frac{224\pi}{14\pi}=16$(분)

물의 높이가 $\overline{AB}$일 때 남은 물의 부피는

$256\pi-224\pi=32\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

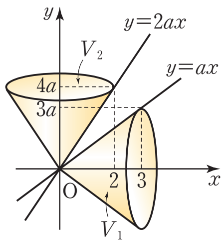
남은 물은 꼭짓점 B의 구멍 1개에서만 빠지므로 1분에 $2\pi\ \mathrm{cm}^3$씩 빠진다.

즉 남은 물이 완전히 빠질 때까지 걸리는 시간은

$\frac{32\pi}{2\pi}=16$(분)

따라서 그릇에 가득 채운 물이 완전히 빠질 때까지 걸리는 시간은 $16+16=32$(분)

04 Action 주어진 그래프를 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 각각 그려 본다.



회전체는 오른쪽 그림과 같다.
$y=ax\ (0\le x\le 3)$의 그래프를 x축을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 $3a$이고 높이가 3인 원뿔 모양이므로

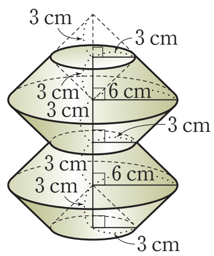
$V_1=\frac{1}{3}\times\{\pi\times(3a)^2\}\times 3=9a^2\pi$

$y=2ax\ (0\le x\le 2)$의 그래프를 y축을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 2이고 높이가 $4a$인 원뿔 모양이므로

$V_2=\frac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 4a=\frac{16a}{3}\pi$

$\therefore \frac{V_1}{V_2}=9a^2\pi\div\frac{16a}{3}\pi=9a^2\pi\times\frac{3}{16a\pi}=\frac{27}{16}a$

05 Action 주어진 도형을 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.



회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 부피는 두 밑면의 반지름의 길이가 각각 3 cm, 6 cm이고 높이가 3 cm인 원뿔대 4개의 부피의 합에서 밑면의 반지름의 길이가 3 cm이고 높이가 3 cm인 원뿔 2개의 부피의 합을 뺀 것과 같다.

(원뿔대 1개의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 6-\frac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times 3$

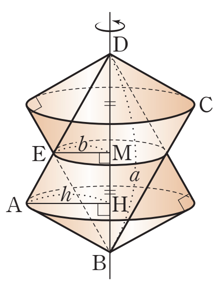
$=72\pi-9\pi=63\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(원뿔 1개의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times 3=9\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$63\pi\times 4-9\pi\times 2=252\pi-18\pi=234\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

06 Action 대각선 BD를 축으로 하여 직사각형 ABCD를 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.



대각선 BD를 축으로 하여 직사각형 ABCD를 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.
점 A에서 $\overline{\mathrm{BD}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{\mathrm{AH}}=h$라 하면 이 회전체는 두 밑면의 반지름의 길이가 각각 h, b인 원뿔대 2개와 밑면의 반지름의 길이가 h인 원뿔 2개로 이루어져 있다.

한편 $S=\frac{1}{2}ah\times 2=ah$이므로 $h=\frac{S}{a}$ ...... ㉠

원뿔대 1개와 원뿔 1개를 합한 입체도형의 부피를 V라 하면

$V=\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times h^2)\times\overline{\mathrm{DH}}-\frac{1}{3}\times(\pi\times b^2)\times\overline{\mathrm{DM}}\right\}$

$\quad+\frac{1}{3}\times(\pi\times h^2)\times\overline{\mathrm{BH}}$

$=\frac{1}{3}\pi\times h^2\times(\overline{\mathrm{DH}}+\overline{\mathrm{BH}})-\frac{1}{3}\pi\times b^2\times\overline{\mathrm{DM}}$

$=\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{S}{a}\right)^2\times a-\frac{1}{3}\pi\times b^2\times\frac{a}{2}$ ($\because$ ㉠)

$=\left(\frac{S^2}{3a}-\frac{ab^2}{6}\right)\pi$

따라서 구하는 회전체의 부피는

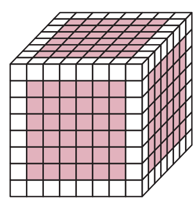
$2V=2\times\left(\frac{S^2}{3a}-\frac{ab^2}{6}\right)\pi=\left(\frac{2S^2}{3a}-\frac{ab^2}{3}\right)\pi$

교과서 속 창의사고력

P 98 – P 100

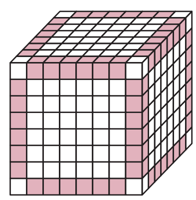
01 152	**02** 6개	**03** $42\ \mathrm{cm}^2$	**04** $\frac{11}{200}\pi$ cm
05 13 cm	**06** (다)		

01 Action 색이 칠해진 면의 개수에 따른 작은 정육면체의 위치를 파악한다.



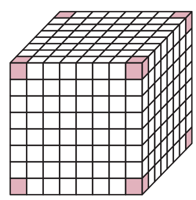
한 면만 색이 칠해진 작은 정육면체의 개수는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 꼭짓점과 모서리를 포함하지 않은 곳에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로

$a=(6\times 6)\times 6=216$



두 면에 색이 칠해진 작은 정육면체의 개수는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 꼭짓점을 포함하지 않고 모서리에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로

$b=6\times 12=72$



세 면에 색이 칠해진 작은 정육면체의 개수는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 꼭짓점에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로

$c=8$

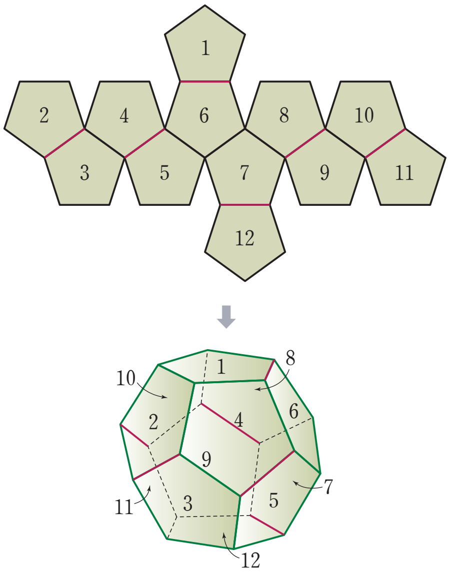
$\therefore a-b+c=216-72+8=152$

02

Action 이웃한 면끼리는 한 모서리를 공유하므로 한 모서리에 빨간색을 칠하면 두 면이 빨간색 모서리를 갖게 됨을 이용한다.

한 모서리에 빨간색을 칠하면 두 면이 빨간색 모서리를 갖게 되고, 정십이면체의 면의 개수는 12이므로 최소한 $\frac{12}{2}=6$(개)의 모서리에 빨간색을 칠해야 한다.

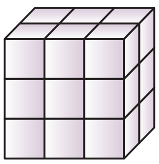
예를 들어 다음 그림과 같이 각 면에 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적힌 정십이면체의 전개도에 이웃한 두 면 (1과 6), (2와 3), (4와 5), (7과 12), (8과 9), (10과 11) 사이의 모서리 6개를 빨간색으로 칠하면 모든 면이 적어도 하나의 빨간색 모서리를 갖게 된다.



03

Action 겉넓이가 최소가 되도록 18개의 정육면체를 붙인다.

겉넓이가 최소가 되려면 겹치는 면이 최대한 많아야 하므로 오른쪽 그림과 같이 붙여야 한다.



∴ (겉넓이)

$=(3\times2)\times2+(2+3+2+3)\times3$

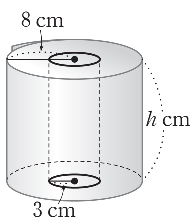
$=12+30$

$=42\ (\text{cm}^2)$

04

Action 휴지를 통에 감았을 때와 통에서 풀었을 때의 부피는 같다.

통에 감긴 휴지의 부피와 통에서 풀었을 때의 휴지의 부피는 같으므로 휴지 한 겹의 두께를 x cm, 휴지의 폭을 h cm라 하면



$(\pi\times8^2-\pi\times3^2)\times h=1000xh$

$55\pi=1000x \qquad \therefore\ x=\frac{11}{200}\pi$

따라서 휴지 한 겹의 두께는 $\frac{11}{200}\pi$ cm이다.

05

Action (처음 통에 담겨 있던 주스의 부피)
=(컵 1개에 담겨 있는 주스의 부피)×6
+(통에 남아 있는 주스의 부피)

처음 통에 담겨 있던 주스의 높이를 h cm라 하면
처음 통에 담겨 있던 주스의 부피는
$(\pi\times8^2)\times h=64\pi h\ (\text{cm}^3)$
원뿔 모양의 컵 1개에 담겨 있는 주스의 부피는
$\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times15\right\}\times\frac{4}{5}=64\pi\ (\text{cm}^3)$
통에 남아 있는 주스의 부피는
$(\pi\times8^2)\times7=448\pi\ (\text{cm}^3)$
즉 $64\pi h=64\pi\times6+448\pi$이므로
$64\pi h=832\pi \qquad \therefore\ h=13$
따라서 처음 통에 담겨 있던 주스의 높이는 13 cm이다.

06

Action 세 탱크의 겉넓이가 같음을 이용하여 사각기둥 모양의 탱크와 원기둥 모양의 탱크의 높이를 각각 구한다.

(다)에서 구 모양의 탱크의 겉넓이는 $4\pi r^2$이다.
(가)에서 사각기둥 모양의 탱크의 높이를 h_1이라 하면
사각기둥 모양의 탱크와 구 모양의 탱크의 겉넓이가 같으므로
$(r\times r)\times2+(r+r+r+r)\times h_1=4\pi r^2$
$2r^2+4rh_1=4\pi r^2,\ 4rh_1=4\pi r^2-2r^2$
$\therefore\ h_1=\pi r-\frac{1}{2}r$ …… ㉠
(나)에서 원기둥 모양의 탱크의 높이를 h_2라 하면
원기둥 모양의 탱크와 구 모양의 탱크의 겉넓이가 같으므로
$\pi r^2\times2+2\pi r\times h_2=4\pi r^2$
$2\pi r^2+2\pi rh_2=4\pi r^2,\ 2\pi rh_2=2\pi r^2$
$\therefore\ h_2=r$ …… ㉡
사각기둥 모양의 탱크의 부피는
$(r\times r)\times h_1=r^2\times\left(\pi r-\frac{1}{2}r\right)=\pi r^3-\frac{1}{2}r^3$ (∵ ㉠)
원기둥 모양의 탱크의 부피는
$\pi r^2\times h_2=\pi r^2\times r=\pi r^3$ (∵ ㉡)
구 모양의 탱크의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$
이때 $r>0$이므로 $\pi r^3-\frac{1}{2}r^3<\pi r^3<\frac{4}{3}\pi r^3$
따라서 원유가 가장 많이 들어가는 탱크는 (다)이다.

Ⅳ. 자료의 정리와 해석

1. 대푯값, 도수분포표와 그래프

최고 수준 입문하기

P 104 – P 109

01 22	02 5	03 175 cm	04 2
05 ㉤, ㉥	06 6	07 19	08 88점
09 11	10 68	11 ⑤	
12 (1) 37분 (2) 20 %		13 ⑤	14 ②, ⑤
15 (1) 5 (2) 4회 이상 6회 미만 (3) 6회 이상 8회 미만			
16 ②	17 (1) 2명 (2) 13명		18 44 %
19 13명	20 56 %	21 ①, ④	22 250타
23 12명	24 7일	25 20 %	26 ⑤
27 11명	28 18.75 %	29 ㉠, ㉢	

01 Action (평균)$=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$임을 이용한다.

(평균)$=\dfrac{14+11+x+16+8+19}{6}=15$이므로

$68+x=90$ $\quad\therefore x=22$

02 Action 네 수 $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$의 평균이 13임을 이용하여 $a+b+c+d$의 값을 구한다.

$\dfrac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)}{4}=13$에서

$\dfrac{2(a+b+c+d)+12}{4}=13$, $2(a+b+c+d)+12=52$

$2(a+b+c+d)=40$

$\therefore a+b+c+d=20$

따라서 네 수 a, b, c, d의 평균은

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{20}{4}=5$

03 Action 육상부에 새로 입단한 학생 5명의 키의 평균을 x cm로 놓고 식을 세운다.

육상부에 새로 입단한 학생 5명의 키의 평균을 x cm라 하면

$\dfrac{165\times20+x\times5}{20+5}=167$

$3300+5x=4175$, $5x=875$ $\quad\therefore x=175$

따라서 육상부에 새로 입단한 학생 5명의 키의 평균은 175 cm이다.

04 Action 중앙값은 주어진 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 가운데 위치한 값이고, 최빈값은 가장 많이 나타나는 값이다.

(평균)$=\dfrac{5+4+5+9+6+8+6+5}{8}=\dfrac{48}{8}=6$

$\therefore A=6$

주어진 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 5, 5, 5, 6, 6, 8, 9이므로

(중앙값)$=\dfrac{5+6}{2}=5.5$ $\quad\therefore B=5.5$

최빈값은 5이므로 $C=5$

$\therefore A+2B-3C=6+2\times5.5-3\times5=2$

05 Action A 모둠과 B 모둠의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구한다.

A 모둠에서

(평균)$=\dfrac{74+86+80+78+82+80+80+76+84}{9}$

$=\dfrac{720}{9}=80$(점)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

74, 76, 78, 80, 80, 80, 82, 84, 86이므로

중앙값은 80점이고, 최빈값은 80점이다.

B 모둠에서

(평균)$=\dfrac{90+27+90+80+92+78+86+90+78}{9}$

$=\dfrac{711}{9}=79$(점)

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

27, 78, 78, 80, 86, 90, 90, 90, 92이므로

중앙값은 86점이고, 최빈값은 90점이다.

따라서 옳은 것은 ㉤, ㉥이다.

06 Action 변량의 개수가 홀수인 경우와 짝수인 경우에 중앙값을 구하는 방법이 다름에 주의하여 a의 값의 범위를 구한다.

㈎에서 중앙값이 15이므로

$a\ge15$ …… ㉠

㈏에서 중앙값이 25이고 20과 30의 평균이 25이므로

$a\le20$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $15\le a\le20$이므로 이를 만족시키는 정수 a의 값은 15, 16, 17, 18, 19, 20의 6개이다.

07 Action 작은 값부터 크기순으로 나열한 5개의 변량에서 중앙값은 3번째 값이고 6개의 변량에서 중앙값은 3번째 값과 4번째 값의 평균임을 이용한다.

5개의 변량 3, 5, a, b, 8에서 중앙값은 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째 값이므로 $a=7$ ($\because a<b$)

6개의 변량 4, 7, b, 10, 13, 14에서 중앙값은 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째 값과 4번째 값의 평균이고 그 값이 11이므로 $10<b<13$

즉 $\dfrac{10+b}{2}=11$, $10+b=22$ $\quad\therefore b=12$

$\therefore a+b=7+12=19$

08 Action 처음 학생 6명의 수학 성적을 낮은 점수부터 크기순으로 나열할 때, 중앙값은 3번째 값과 4번째 값의 평균이다.

처음 학생 6명의 수학 성적을 낮은 점수부터 크기순으로 나열할 때, 4번째 학생의 수학 성적을 x점이라 하면 중앙값이 84점이므로

$\dfrac{80+x}{2}=84$, $80+x=168$ $\therefore x=88$ …… 50 %

이때 수학 성적이 92점인 학생이 들어오면 수학 성적을 낮은 점수부터 크기순으로 나열할 때, 4번째 학생의 수학 성적이 88점이므로 학생 7명의 수학 성적의 중앙값은 88점이다.

…… 50 %

09 Action 자료에 나타난 변량이 모두 다르고 최빈값이 2이므로 $a=2$ 또는 $b=2$이다.

평균이 2이므로

$\dfrac{-3+5+2+1+(-6)+a+b}{7}=2$

$-1+a+b=14$ $\therefore a+b=15$

최빈값이 2이므로 $a=2$ 또는 $b=2$

이때 $a>b$이므로 $a=13$, $b=2$

$\therefore a-b=13-2=11$

10 Action 자료에서 가장 많이 나타나는 변량이 최빈값임을 이용한다.

x g을 제외한 사과 4개의 무게가 모두 다르므로 x g이 이 자료의 최빈값이다.

이때 평균과 최빈값이 서로 같으므로

$\dfrac{65+68+x+70+69}{5}=x$

$272+x=5x$, $4x=272$ $\therefore x=68$

11 Action 전체 학생 수는 잎의 개수와 같다.

① 줄기가 3인 잎이 4개, 줄기가 4인 잎이 7개, 줄기가 5인 잎이 5개, 줄기가 6인 잎이 6개, 줄기가 7인 잎이 3개이므로 잎이 가장 많은 줄기는 4이다.

② 전체 학생 수는
$4+7+5+6+3=25$(명)

③ 줄넘기 횟수가 40회 미만인 학생은 32회, 35회, 38회, 39회의 4명이다.

④ 줄넘기를 가장 많이 한 학생은 77회, 가장 적게 한 학생은 32회 하였으므로 그 차는 $77-32=45$(회)

12 Action (백분율)$=\dfrac{\text{(사용 시간이 40분대인 학생 수)}}{\text{(전체 학생 수)}}\times 100\ (\%)$

(1) 줄기와 잎 그림에서 8번째로 큰 수는 37이므로 컴퓨터 사용 시간이 8번째로 많은 학생의 컴퓨터 사용 시간은 37분이다.

(2) 전체 학생 수는 $3+5+6+4+2=20$(명)이고, 컴퓨터 사용 시간이 40분대인 학생은 43분, 46분, 47분, 48분의 4명이므로 $\dfrac{4}{20}\times 100=20\ (\%)$

13 Action 줄기와 잎 그림에서 줄기는 십의 자리의 숫자를, 잎은 일의 자리의 숫자를 나타낸다.

(평균)

$=\dfrac{3+6+7+9+10+14+14+16+18+21+21+21+24+26+27+27}{16}$

$=\dfrac{264}{16}=16.5$(회)

$\therefore a=16.5$

(중앙값)$=\dfrac{16+18}{2}=17$(회)이므로 $b=17$

최빈값은 21회이므로 $c=21$

$\therefore c>b>a$

14 Action 가운데 줄기를 기준으로 왼쪽은 남학생의 줄기와 잎 그림이고, 오른쪽은 여학생의 줄기와 잎 그림이다.

① 전체 학생 수는
$3+3+6+6+4+4=26$(명)

② 여학생에서 잎이 가장 많은 줄기는 3이다.

④ 전체 26명 중 윗몸일으키기 기록이 54회인 학생은 기록이 좋은 쪽에서 6번째이므로 기록이 좋은 편이다.

⑤ 남학생의 잎이 여학생의 잎보다 대체로 줄기의 값이 큰 쪽으로 치우쳐 있으므로 남학생의 기록이 여학생의 기록보다 더 좋은 편이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

15 Action 통화 횟수가 10번째로 많은 학생이 속하는 계급은 통화 횟수가 8회 이상인 학생 수, 6회 이상인 학생 수, …를 차례로 구하여 10명 이상인 학생 수가 처음으로 나왔을 때의 계급이다.

(3) 통화 횟수가 8회 이상인 학생 수는 4명, 6회 이상인 학생 수는 $13+4=17$(명)이므로 통화 횟수가 10번째로 많은 학생이 속하는 계급은 6회 이상 8회 미만이다.

16 Action 도수의 총합을 이용하여 A의 값을 구한다.

① (계급의 크기)$=40-35=45-40=\cdots$
$=60-55=5\ (\text{kg})$

② $4+7+16+A+6=36$에서 $A=3$
도수가 가장 작은 계급은 50 kg 이상 55 kg 미만이고
그 계급값은 $\dfrac{50+55}{2}=52.5\ (\text{kg})$

③ 몸무게가 50 kg 이상인 학생 수는 $3+6=9$(명)이므로
$\dfrac{9}{36}\times 100=25\ (\%)$

④ 몸무게가 40 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수는
$7+16=23$(명)

⑤ 몸무게가 55 kg 이상인 학생 수는 6명, 50 kg 이상인 학생 수는 $3+6=9$(명), 45 kg 이상인 학생 수는 $16+3+6=25$(명)이므로 몸무게가 무거운 쪽에서 19번째인 학생이 속하는 계급은 45 kg 이상 50 kg 미만이고 그 계급의 도수는 16명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

17 Action 145 cm 이상 150 cm 미만인 계급의 도수를 A명이라 하면 160 cm 이상 165 cm 미만인 계급의 도수는 $5A$명이다.

(1) 145 cm 이상 150 cm 미만인 계급의 도수를 A명이라 하면 160 cm 이상 165 cm 미만인 계급의 도수는 $5A$명이므로 …… 40 %

$A+7+8+5A+3=30$

$6A=12$ $\quad\therefore A=2$

따라서 키가 145 cm 이상 150 cm 미만인 학생 수는 2명이다. …… 20 %

(2) 160 cm 이상 165 cm 미만인 계급의 도수는 $5A=5\times2=10$(명)이므로 키가 160 cm 이상인 학생 수는 $10+3=13$(명) …… 40 %

18 Action 무게가 50 g 미만인 빵의 개수를 구한 후 무게가 50 g 이상 55 g 미만인 빵의 개수를 구한다.

무게가 50 g 미만인 빵은

$50\times\frac{40}{100}=20$(개)

따라서 무게가 50 g 이상 55 g 미만인 빵은

$50-(20+5+3)=22$(개)이므로

$\frac{22}{50}\times100=44\ (\%)$

19 Action 주어진 조건으로 전체 학생 수를 구한다.

기록이 10 m 미만인 학생 수는 $7+11=18$(명)이고 전체의 45 %이므로

(전체 학생 수)$\times\frac{45}{100}=18$

$\therefore$ (전체 학생 수)$=40$(명)

따라서 기록이 10 m 이상 15 m 미만인 학생 수는

$40-(18+6+3)=13$(명)

Lecture

(백분율)$=\frac{\text{(어떤 계급의 도수)}}{\text{(도수의 총합)}}\times100\ (\%)$이므로

(도수의 총합)$\times\frac{\text{(백분율)}}{100}=$(어떤 계급의 도수)

20 Action 히스토그램에서 전체 학생 수와 통학 시간이 20분 이상 40분 미만인 학생 수를 구한다.

전체 학생 수는

$4+6+8+5+2=25$(명)

통학 시간이 20분 이상 40분 미만인 학생 수는

$6+8=14$(명)이므로

$\frac{14}{25}\times100=56\ (\%)$

21 Action 히스토그램에서 세로의 길이는 도수를 나타낸다.

① 전체 학생 수는
$8+10+13+6+3=40$(명)

② 90점 이상 100점 미만인 계급의 도수가 가장 작다.

③ 점수가 70점 미만인 학생 수는 $8+10=18$(명)이다.

④ 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로 두 직사각형 A, B의 넓이의 비는
$10:6=5:3$

⑤ 점수가 90점 이상인 학생 수는 3명, 80점 이상인 학생 수는 $6+3=9$(명)이므로 점수가 6번째로 좋은 학생이 속하는 계급은 80점 이상 90점 미만이다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

Lecture

히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는
(계급의 크기)×(그 계급의 도수)이고, 계급의 크기는 모두 일정하다. 따라서 직사각형의 넓이는 계급의 도수에 정비례한다.

22 Action 전체 학생 수와 상위 20 % 이내인 학생 수를 각각 구한다.

전체 학생 수는 $4+6+10+8+5+2=35$(명)이므로 상위 20 % 이내인 학생 수는

$35\times\frac{20}{100}=7$(명)

분당 자판 입력 타수가 300타 이상인 학생 수는 2명, 250타 이상인 학생 수는 $5+2=7$(명)이므로 상위 20 % 이내인 학생의 분당 자판 입력 타수는 최소한 250타 이상이다.

23 Action 주어진 조건으로 타율이 2.5할 이상인 선수의 수를 구한다.

타율이 2.5할 이상인 선수가 전체의 40 %이므로 타율이 2.5할 이상인 선수의 수는

$40\times\frac{40}{100}=16$(명)

따라서 타율이 2.0할 이상 2.5할 미만인 선수의 수는

$40-(3+9+16)=12$(명)

24 **Action** 주어진 조건으로 전체 날 수를 구한다.

기온이 26 ℃ 이상 30 ℃ 미만인 날은 $12+10=22$(일)이고 전체의 55 %이므로

(전체 날 수)$\times\dfrac{55}{100}=22$

∴ (전체 날 수)$=40$(일)

따라서 기온이 30 ℃ 이상 32 ℃ 미만인 날의 수는

$40-(5+12+10+6)=7$(일)

25 **Action** 과학 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 70점 이상 80점 미만인 학생 수는 $(2x-1)$명이다.

과학 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 70점 이상 80점 미만인 학생 수는 $(2x-1)$명이므로

$6+x+(2x-1)+9+4=45$

$3x+18=45$

$3x=27$ ∴ $x=9$

따라서 과학 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 9명이므로

$\dfrac{9}{45}\times100=20\ (\%)$

26 **Action** 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같다.

① 전체 학생 수는
$4+8+11+13+7+5=48$(명)

② 도수가 가장 큰 계급은 8자루 이상 10자루 미만이고
그 계급값은 $\dfrac{8+10}{2}=9$(자루)

③ 필기구의 수가 10자루 이상인 학생 수는 $7+5=12$(명), 8자루 이상인 학생 수는 $13+7+5=25$(명)이므로 필기구의 수가 많은 쪽에서 13번째인 학생이 속하는 계급은 8자루 이상 10자루 미만이고 그 계급의 도수는 13명이다.

④ 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
(계급의 크기)$\times$(도수의 총합)$=2\times48=96$

⑤ 필기구의 수가 6자루 미만인 학생 수는 $4+8=12$(명)이므로 $\dfrac{12}{48}\times100=25\ (\%)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

27 **Action** 주어진 조건으로 전체 학생 수를 구한다.

수학 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 10명이고 전체의 25 %이므로

(전체 학생 수)$\times\dfrac{25}{100}=10$

∴ (전체 학생 수)$=40$(명) …… 60 %

따라서 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수는

$40-(2+7+10+7+3)=11$(명) …… 40 %

28 **Action** 주어진 조건으로 운동 시간이 40분 이상인 학생 수를 구한다.

운동 시간이 40분 이상인 학생 수는

$32\times\dfrac{50}{100}=16$(명)

따라서 운동 시간이 30분 이상 40분 미만인 학생 수는

$32-(4+6+16)=6$(명)이므로

$\dfrac{6}{32}\times100=18.75\ (\%)$

29 **Action** 그래프가 왼쪽에 치우쳐 있을수록 달리기 기록이 더 좋다.

㉠ 남학생 수는
$1+3+7+9+3+2=25$(명)
여학생 수는
$1+2+5+8+6+3=25$(명)
따라서 남학생 수와 여학생 수는 같다.

㉡ 전체적으로 남학생의 그래프가 여학생의 그래프보다 왼쪽에 치우쳐 있으므로 남학생의 기록이 여학생의 기록보다 더 좋은 편이다.

㉢ 계급의 크기가 1초이고, 남학생 수와 여학생 수가 같으므로 각각의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

㉣ 계급값이 16.5초인 계급은 16초 이상 17초 미만이고 이 계급에 속하는 여학생 수는 8명, 남학생 수는 3명이다.
따라서 여학생이 남학생보다 5명 더 많다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

최고수준 완성하기

P 110–P 114

01 2 : 3	**02** 65점		
03 $a=18$, $b=21$ 또는 $a=20$, $b=18$			**04** 3
05 ③	**06** ㉡, ㉢	**07** 5	**08** 30 %
09 10개	**10** 13	**11** 43	
12 150 cm 이상 155 cm 미만	**13** 12명		**14** 16
15 30명	**16** 30 %	**17** 8명	**18** $S_1=S_2$
19 10 %			

01 **Action** 남자의 수를 x명, 여자의 수를 y명으로 놓고 마을의 남녀 전체의 평균에 대한 식을 세운다.

남자의 수를 x명, 여자의 수를 y명이라 하면

$\dfrac{65x+60y}{x+y}=62$, $65x+60y=62x+62y$

$3x=2y$ ∴ $x:y=2:3$

따라서 남자의 수와 여자의 수의 비는 2 : 3이다.

02 Action 85점을 x점으로 잘못 보았다고 놓고 평균에 대한 식을 세운다.

85점을 받은 학생을 제외한 19명의 점수의 총합을 A점이라 하고, 85점을 x점으로 잘못 보았다고 하면

$$\frac{A+x}{20}=\frac{A+85}{20}-1$$

$A+x=A+85-20$ $\therefore x=65$

따라서 85점인 학생의 점수를 65점으로 잘못 보았다.

03 Action n개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, n이 짝수이면 중앙값은 $\frac{n}{2}$번째 변량과 $\left(\frac{n}{2}+1\right)$번째 변량의 평균임을 이용한다.

자료 A의 중앙값이 18이므로

$a=18$ 또는 $b=18$

(ⅰ) $a=18$일 때, $b-1$, b를 제외한 두 자료 A, B를 섞어서 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 13, 16, 18, 18, 21, 21, 22

중앙값이 19이려면 $b-1$은 18과 21 사이에 있어야 하므로 전체 자료의 중앙값은

$\frac{18+(b-1)}{2}=19$ $\therefore b=21$

(ⅱ) $b=18$일 때, a, a를 제외한 두 자료 A, B를 섞어서 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 13, 16, 17, 18, 21, 21, 22

중앙값이 19이려면 a는 18과 21 사이에 있어야 하므로 전체 자료의 중앙값은

$\frac{18+a}{2}=19$ $\therefore a=20$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $a=18$, $b=21$ 또는 $a=20$, $b=18$

04 Action 주어진 자료의 중앙값은 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 3번째 변량이다.

x를 제외한 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

-2, 0, 2, 4

(ⅰ) $x\le 0$일 때, 중앙값은 0이다.

이때 평균과 중앙값이 일치하므로

$\frac{x+(-2)+0+2+4}{5}=0$에서

$x+4=0$ $\therefore x=-4$ …… 30 %

(ⅱ) $0<x<2$일 때, 중앙값은 x이다.

이때 평균과 중앙값이 일치하므로

$\frac{-2+0+x+2+4}{5}=x$에서

$x+4=5x$, $-4x=-4$

$\therefore x=1$ …… 30 %

(ⅲ) $x\ge 2$일 때, 중앙값은 2이다.

이때 평균과 중앙값이 일치하므로

$\frac{-2+0+2+4+x}{5}=2$에서

$4+x=10$ $\therefore x=6$ …… 30 %

(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 가능한 x의 값은 -4, 1, 6이므로 그 합은 $-4+1+6=3$이다. …… 10 %

05 Action 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 변량이 23개인 자료의 중앙값은 $\frac{23+1}{2}=12$(번)째 변량이고 변량이 25개인 자료의 중앙값은 $\frac{25+1}{2}=13$(번)째 변량이다.

23명의 수학 성적의 중앙값이 65점이므로 23개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 12번째 변량이 65점이다.

$$\underbrace{\cdots}_{11개},\ \underset{\substack{\uparrow\\ 12번째}}{65점},\ \underbrace{\cdots}_{11개}$$

한편 60점, 90점을 추가한 25개의 변량에서 중앙값은 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 13번째 변량이므로 65점이다.

$$\underbrace{\cdots,\ 60점,\ \cdots}_{12개},\ \underset{\substack{\uparrow\\ 13번째}}{65점},\ \underbrace{\cdots,\ 90점,\ \cdots}_{12개}$$

누락된 2명의 성적을 제외한 23명의 수학 성적의 총합은

$70\times 23=1610$(점)

25명의 수학 성적의 총합은

$1610+60+90=1760$(점)이므로 반 전체 학생의 평균은

$\frac{1760}{25}=70.4$(점)

따라서 반 전체 학생의 평균은 70점보다 높고 중앙값은 65점이다.

06 Action 한 개의 변량을 추가할 때 평균이 변하지 않으려면 추가되는 변량이 평균과 같은 값이어야 한다.

㉠ 8개의 변량의 평균은

$\frac{5+2+5+4+9+5+8+10}{8}=\frac{48}{8}=6$

이때 추가되는 한 개의 변량이 6이면 평균은 변하지 않지만 6이 아니면 평균은 변한다.

㉡ 주어진 변량 중에서 5가 3개이고 나머지는 모두 1개씩이므로 최빈값은 5이다. 이때 추가된 한 개의 변량에 관계없이 5가 가장 많으므로 최빈값은 변하지 않는다.

㉢ 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 4, 5, 5, 5, 8, 9, 10이므로 중앙값은 $\frac{5+5}{2}=5$이다.

이때 한 개의 변량이 추가되면 변량은 9개가 되고 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째에 위치한 값은 추가된 한 개의 변량에 관계없이 항상 5이므로 중앙값은 변하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

07

Action 현준이가 전학 가기 전과 후의 농구부 선수 5명의 몸무게의 평균을 이용하여 현준이의 몸무게를 구한다.

현준이가 전학 가기 전 농구부 선수 5명의 몸무게의 합은
$75\times5=375$ (kg)
이때 최빈값이 73 kg이므로 적어도 선수 2명의 몸무게가 73 kg이었다.
세윤이가 농구부에 새로 들어온 후 농구부 선수 5명의 몸무게의 합은 $74\times5=370$ (kg)
세윤이의 몸무게를 y를 사용하여 나타내면
$370-(375-y)=y-5$ (kg)
$y-5=73$이므로 $y=78$, 즉 현준이의 몸무게는 78 kg이다.
한편 세윤이가 농구부에 새로 들어온 후 적어도 선수 3명의 몸무게가 73 kg이므로 나머지 2명의 몸무게를 각각 a kg, b kg$(a\le b)$이라 하면 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 a, 73, 73, 73, b 또는 73, 73, 73, a, b이다.
이때 중앙값은 3번째 값인 73 kg이다.
따라서 $x=73$이므로 $y-x=78-73=5$

08

Action 반 전체 학생 수와 수학 성적이 85점 이상인 학생 수를 각각 구한다.

전체 학생 수는
$4+4+8+8+6=30$(명)
수학 성적이 85점 이상인 학생 수는 9명이므로
$\frac{9}{30}\times100=30$ (%)

09

Action 전체 학생의 20 %에 해당하는 학생 수를 먼저 구한다.

전체 학생 수는 $4+6+6+7+2=25$(명)이므로
전체 학생의 20 %는 $25\times\frac{20}{100}=5$(명)
이때 SNS 게시글 수가 많은 쪽부터 크기순으로 나열하면 56개, 51개, 48개, 47개, 46개, …이므로 주아네 학교 SNS 홍보 대사의 자격이 되는 학생 5명 중에서 SNS 게시글 수가 가장 많은 학생의 게시글 수는 56개, 가장 적은 학생의 게시글 수는 46개이다.
따라서 구하는 차는
$56-46=10$(개)

10

Action (평균)$=\frac{\text{(변량의 총합)}}{\text{(변량의 개수)}}$임을 이용한다.

전체 선수의 수는
$8+9+2+1=20$(명)
총홈런 수는
$2+3+4+4+5+5+5+x+8+10+11+12+13+13+15$
$+15+16+19+22+(20+y)+30$
$=x+y+227$(개)
이때 홈런 수의 평균이 12개이므로
$\frac{x+y+227}{20}=12$, $x+y+227=240$
$\therefore x+y=13$

11

Action TV 시청 시간이 60분 미만인 학생이 전체의 10 %임을 이용하여 TV 시청 시간이 60분 미만인 학생 수를 구한 후 120분 이상 150분 미만인 학생 수를 구한다.

TV 시청 시간이 60분 미만인 학생 수는
$40\times\frac{10}{100}=4$(명)
이때 TV 시청 시간이 120분 이상 150분 미만인 학생 수는 $40-(4+8+13+5)=10$(명)이므로 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는 $13+10+5=28$이고 가장 작은 수는 $10+5=15$이다.
따라서 구하는 합은
$28+15=43$

Lecture

90분 이상 120분 미만인 계급에 속하는 13명의 학생의 TV 시청 시간이 모두 100분 이상이면 A의 값은 가장 크고, 13명의 학생의 TV 시청 시간이 모두 90분 이상 100분 미만이면 A의 값은 가장 작다.

12

Action 키가 150 cm 미만인 학생이 전체의 26 %임을 이용하여 전체 학생 수를 구한다.

키가 150 cm 미만인 학생 수는 $6+7=13$(명)이므로
(전체 학생 수)$\times\frac{26}{100}=13$
$\therefore$ (전체 학생 수)$=50$(명)
이때 키가 155 cm 이상인 학생 수는
$50-(13+15)=22$(명), 150 cm 이상인 학생 수는 $15+22=37$(명)이므로 키가 큰 쪽에서 24번째인 학생이 속하는 계급은 150 cm 이상 155 cm 미만이다.

13

Action 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수를 x명, 60 kg 이상 65 kg 미만인 학생 수를 y명이라 하고 문제의 뜻에 알맞은 식을 세운다.

몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수를 x명, 60 kg 이상 65 kg 미만인 학생 수를 y명이라 하면
$2+10+x+11+y+3=40$이므로
$x+y=14$
이때 x, y의 최소공배수가 12이므로 x와 y는 12의 약수이고, 이 중 $x>y$, $x+y=14$를 만족시키는 x, y의 값을 구하면
$x=12$, $y=2$

따라서 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수는 12명이다.

14 Action 상위 30 % 이내에 드는 회원 수와 상위 75 % 이내에 드는 회원 수를 각각 구한다.

전체 회원 수는

$3+7+10+8+7+5=40$(명)

상위 30 % 이내에 드는 회원 수는

$40\times\frac{30}{100}=12$(명)

영화를 12편 이상 본 회원 수는 5명, 10편 이상 본 회원 수는 $7+5=12$(명)이므로 상위 30 % 이내에 드는 회원은 영화를 적어도 10편 이상 보았다.

$\therefore a=10$

또 상위 75 % 이내에 드는 회원 수는

$40\times\frac{75}{100}=30$(명)

영화를 8편 이상 본 회원 수는 $8+12=20$(명), 6편 이상 본 회원 수는 $10+20=30$(명)이므로 상위 75 % 이내에 드는 회원은 영화를 적어도 6편 이상 보았다.

$\therefore b=6$

$\therefore a+b=10+6=16$

15 Action 세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 학생 수를 x명이라 하고 문제의 뜻에 알맞은 식을 세운다.

세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 학생 수를 x명이라 하면 …… 30 %

전체 학생 수가 80명이므로

$2x+5x+6x+2x+x=80$

$16x=80 \qquad \therefore x=5$ …… 40 %

따라서 한 뼘의 길이가 19 cm인 학생이 속하는 계급은 18 cm 이상 20 cm 미만이고 이 계급의 도수는

$6x=6\times5=30$(명) …… 30 %

Lecture

세로축의 눈금 한 칸은 문제에 따라 1명인 경우도 있고, 2명인 경우도 있고, 그보다 더 많은 경우도 있다. 따라서 세로축이 찢어져 보이지 않을 때는 세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 도수를 x명으로 놓고 문제를 풀어야 한다.

16 Action 수학 성적이 75점 이상 80점 미만, 80점 이상 85점 미만, 85점 이상 90점 미만인 학생 수의 비를 한꺼번에 나타낸다.

수학 성적이 75점 이상 80점 미만, 80점 이상 85점 미만, 85점 이상 90점 미만인 학생 수의 비는 8 : 14 : 7이다.

세 계급의 도수를 각각 $8k$명, $14k$명, $7k$명이라 하면

$2+4+7+8k+14k+7k+5+3=50$

$29k=29 \qquad \therefore k=1$

따라서 수학 성적이 85점 이상 90점 미만인 학생 수는 7명이므로 수학 성적이 85점 이상인 학생 수는

$7+5+3=15$(명)

$\therefore \frac{15}{50}\times100=30\ (\%)$

17 Action 영어 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 $(x+7)$명이다.

영어 성적이 80점 이상인 학생 수는 3명이고 전체의 5 %이므로

(전체 학생 수)$\times\frac{5}{100}=3$

$\therefore$ (전체 학생 수)$=60$(명) …… 40 %

이때 영어 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 $(x+7)$명이므로

$5+8+11+10+(x+7)+x+3=60$

$2x=16 \qquad \therefore x=8$ …… 40 %

따라서 영어 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수는 8명이다. …… 20 %

18 Action 두 집단의 도수의 총합과 계급의 크기가 같으면 각 집단의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같음을 이용한다.

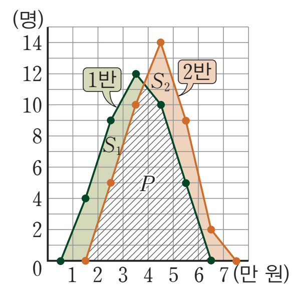
1반의 학생 수는

$4+9+12+10+5=40$(명)

2반의 학생 수는

$5+10+14+9+2=40$(명)

즉 1반과 2반의 학생 수가 같으므로 각 반의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.



오른쪽 도수분포다각형에서 빗금친 부분의 넓이를 P라 하면

(1반의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)

$=S_1+P$

(2반의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)

$=P+S_2$

따라서 $S_1+P=P+S_2$이므로

$S_1=S_2$

19 Action A반에서 성적이 상위 22.5 % 이내에 드는 학생의 성적은 몇 점 이상인지 구한다.

A반의 전체 학생 수는 $1+6+9+15+7+2=40$(명)이므로 A반에서 상위 22.5 % 이내에 드는 학생 수는

$40\times\frac{22.5}{100}=9$(명)

A반에서 성적이 80점 이상인 학생 수가 $7+2=9$(명)이므로 상위 22.5 % 이내에 드는 학생의 성적은 80점 이상이다.

한편 B반의 전체 학생 수는 $4+4+7+12+2+1=30$(명)이고 B반에서 성적이 80점 이상인 학생 수는 $2+1=3$(명)이므로

$\frac{3}{30}\times100=10\ (\%)$

따라서 A반에서 성적이 상위 22.5 % 이내에 드는 학생의 성적과 같은 성적을 받은 B반의 학생은 B반에서 최소 상위 10 % 이내에 든다.

최고 수준 뛰어넘기

P 115– P 117

01 137　02 11　03 25명
04 $A=80$, $B=65$　05 8　06 3년
07 (1) $x=2z$, $y=26-3z$
(2) $(8, 14, 4)$, $(10, 11, 5)$, $(12, 8, 6)$, $(14, 5, 7)$
(3) 풀이 참조
08 (1) 7명 (2) 37 : 63　09 20 %

01 **Action** 7개의 변량 중 최댓값이 84인 경우와 84가 아닌 경우로 나누어 생각한다.

7개의 변량을 $a, b, c, d, e, f, g\,(a\le b\le c\le d\le e\le f\le g)$라 하면

(가)에 의하여 $d=78$

(다)에 의하여 $a=58$

(라)에 의하여 $\frac{a+b+c+d+e+f+g}{7}=80$

$\therefore a+b+c+d+e+f+g=560$ ······ ㉠

(i) $g=84$인 경우

(나)를 만족시키면서 7개의 변량의 합이 최대인 경우는 $a=58$, $b=77$, $c=78$, $d=78$, $e=84$, $f=84$, $g=84$일 때이므로

$a+b+c+d+e+f+g$

$=58+77+78+78+84+84+84$

$=543<560$

즉 $g=84$인 경우에는 ㉠을 만족시키지 않는다.

(ii) $g\ne84$인 경우

(나)에서 최빈값이 84이고 $d=78$이므로 $e=84$, $f=84$

$a+b+c+d+e+f+g$

$=58+b+c+78+84+84+g$

$=560$

$\therefore b+c+g=256$

이때 g의 값이 최대가 되려면 b, c의 값이 최소이어야 하므로 $b=59$, $c=60$이어야 한다.

즉 $59+60+g=256$이므로 $g=137$

(i), (ii)에 의하여 7개의 변량 중 가장 큰 변량의 최댓값은 137이다.

02 **Action** 최빈값이 5이다. ➡ 최빈값이 2개 이상이거나 5 이외의 수이면 조건을 만족시키지 않는다.

(다)에서 최빈값이 5이므로 변량 5는 최소 2개이다.

(가)에서 가장 큰 변량이 13이므로 6개의 변량을 $a, b, c, 5, 5, 13\,(a\le b\le c\le 13)$이라 하자.

(i) 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 $5, 5, a, b, c, 13$인 경우

(나)에서 중앙값이 9이므로 $\frac{a+b}{2}=9$　$\therefore a+b=18$

가능한 a, b, c의 값을 순서쌍 (a, b, c)로 나타내면 $(5, 13, 13)$, $(6, 12, 12)$, $(6, 12, 13)$, $(7, 11, 11)$, $(7, 11, 12)$, $(7, 11, 13)$, $(8, 10, 10)$, $(8, 10, 11)$, $(8, 10, 12)$, $(8, 10, 13)$, $(9, 9, 9)$, $(9, 9, 10)$, $(9, 9, 11)$, $(9, 9, 12)$, $(9, 9, 13)$이다.

이때 (다)를 만족시키는 순서쌍은 $(7, 11, 12)$, $(8, 10, 11)$, $(8, 10, 12)$의 3개이다.

(ii) 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 $a, 5, 5, b, c, 13$인 경우

(나)에서 중앙값이 9이므로 $\frac{5+b}{2}=9$

$5+b=18$　$\therefore b=13$

이때 $c=13$이므로 (다)를 만족시키지 않는다.

(iii) 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 $a, b, 5, 5, c, 13$인 경우

중앙값이 $\frac{5+5}{2}=5$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(iv) 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 $a, b, c, 5, 5, 13$인 경우

중앙값이 $\frac{c+5}{2}\le5$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(i)~(iv)에 의하여 두 번째로 큰 수가 될 수 있는 수는 11, 12이고 최솟값은 11이다.

참고 조건을 모두 만족시키는 6개의 변량으로 가능한 것은 $(5, 5, 7, 11, 12, 13)$, $(5, 5, 8, 10, 11, 13)$, $(5, 5, 8, 10, 12, 13)$이다.

03 Action 10점대인 학생 수와 40점대인 학생 수의 비가 $3:2$이므로 학생 수를 각각 $3a$명, $2a$명으로 놓는다.

10점대인 학생 수와 40점대인 학생 수를 각각 $3a$명, $2a$명이라 하자.
10점대인 학생들의 점수의 평균이 17점이므로 이 학생들의 점수의 총합은
$17\times3a=51a$(점)
20점대인 학생들의 점수의 총합은
$20+21+21+23+25+26+28=164$(점)
30점대인 학생들의 점수의 총합은
$32+32+34+35+36+37+38+39=283$(점)
40점대인 학생들의 점수의 평균이 44점이므로 이 학생들의 점수의 총합은
$44\times2a=88a$(점)
전체 학생 수는 $3a+7+8+2a=5a+15$(명)이고 반 전체 학생들의 점수의 평균이 29점이므로
$\dfrac{51a+164+283+88a}{5a+15}=29$
$139a+447=29\times(5a+15)$
$139a+447=145a+435$
$6a=12\qquad\therefore a=2$
따라서 전체 학생 수는
$5a+15=5\times2+15=25$(명)

04 Action 주어진 자료에서 A, B를 제외한 변량으로 따로 도수분포표를 만들고 주어진 도수분포표와 비교하여 도수가 다른 계급을 찾는다.

주어진 자료에서 A, B를 제외한 18개의 변량으로 도수분포표를 만들면 오른쪽과 같다. 이를 주어진 도수분포표와 비교하면 A, B는 60점 이상 70점 미만, 80점 이상 90점 미만인 계급에 각각 하나씩 들어감을 알 수 있다.

국어 성적(점)	도수(명)
50이상 ~ 60미만	3
60 ~ 70	3
70 ~ 80	5
80 ~ 90	4
90 ~ 100	3
합계	18

이때 $A-B=15$에서 $A>B$이므로
$80\le A<90$, $60\le B<70$
또 한 문제당 점수가 5점씩이므로
$A=80$ 또는 $A=85$, $B=60$ 또는 $B=65$
따라서 $A-B=15$이므로
$A=80$, $B=65$

05 Action 기록이 24회 이상 32회 미만인 학생 수를 B명이라 하고, 주어진 조건을 이용하여 A, B에 대한 식을 세운다.

기록이 24회 이상 32회 미만인 학생 수를 B명이라 하면
$3+A+12+B+5=40$
$\therefore A+B=20$ ······ ㉠
기록이 10회 이하인 학생 수는 $40\times\dfrac{20}{100}=8$(명)이므로
$3+A\ge8\qquad\therefore A\ge5$ ······ ㉡
기록이 25회 이상인 학생 수는 $40\times\dfrac{30}{100}=12$(명)이므로
$B+5\ge12\qquad\therefore B\ge7$ ······ ㉢
㉠~㉢을 모두 만족시키는 자연수 A, B의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

A	5	6	7	8	9	10	11	12	13
B	15	14	13	12	11	10	9	8	7

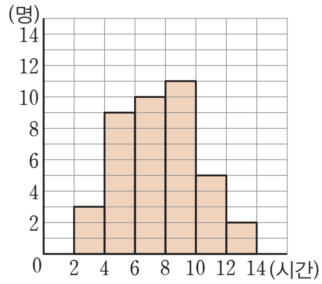
따라서 A의 최댓값은 13, 최솟값은 5이므로 그 차는
$13-5=8$

06 Action 12일 이상 15일 미만인 계급의 도수를 k년이라 하면 3일 이상 6일 미만인 계급의 도수는 $2.5k$년이다.

12일 이상 15일 미만인 계급의 도수를 k년이라 하면 3일 이상 6일 미만인 계급의 도수는 $2.5k$년이다.
연간 황사 발생일 수가 9일 미만인 해가 전체 조사한 해의 70 %이므로
$6+2.5k+3=\dfrac{70}{100}\times(6+2.5k+3+1+k+2+1)$
$9+2.5k=9.1+2.45k$
$0.05k=0.1\qquad\therefore k=2$
따라서 3일 이상 6일 미만인 계급의 도수는
$2.5k=2.5\times2=5$(년), 12일 이상 15일 미만인 계급의 도수는 2년이므로 구하는 도수의 차는
$5-2=3$(년)

07 Action 주어진 조건을 이용하여 x, y를 z에 대한 식으로 나타내어 본다.

(1) 6시간 이상 8시간 미만인 계급과 10시간 이상 12시간 미만인 계급의 도수의 비가 $2:1$이므로
$x:z=2:1\qquad\therefore x=2z$
8시간 이상 10시간 미만인 계급의 도수는
$40-(3+9+2z+z+2)=26-3z$(명)이므로
$y=26-3z$
(2) 모든 계급의 도수가 15명을 넘지 않으므로 각 계급에서 가능한 도수를 순서쌍 (x, y, z)로 나타내면
$(8, 14, 4)$, $(10, 11, 5)$, $(12, 8, 6)$, $(14, 5, 7)$이다.
(3) 도수가 세 번째로 큰 계급이 4시간 이상 6시간 미만이려면 $x=10$, $y=11$, $z=5$이어야 한다.
따라서 히스토그램을 완성하면 다음과 같다.



08 Action 기록이 38 m 이상인 학생 수를 x명이라 하면 기록이 38 m 미만인 학생 수는 $(5x-4)$명이다.

(1) 기록이 38 m 이상인 학생 수를 x명이라 하면 기록이 38 m 미만인 학생 수는 $(5x-4)$명이므로
$(5x-4)+x=50$
$6x=54 \qquad \therefore x=9$
따라서 기록이 38 m 미만인 학생 수는
$5x-4=5\times9-4=41$(명)이므로 기록이 34 m 이상 38 m 미만인 학생 수는
$41-(5+8+11+10)=7$(명)

(2) 기록이 38 m 이상 42 m 미만인 계급의 도수는 $9-3=6$(명)이므로 도수분포다각형에서 가장 높은 꼭짓점이 위치한 계급은 도수가 가장 큰 계급인 26 m 이상 30 m 미만이다.
이때 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같으므로 A, B의 값을 각각 구하면
$A=4\times5+4\times8+2\times11=74$
$B=2\times11+4\times10+4\times7+4\times6+4\times3$
$=126$
$\therefore A:B=74:126=37:63$

09 Action 1반 학생이 2반으로 반을 옮기면 2반의 전체 학생 수는 1명이 늘어난다.

1반의 전체 학생 수는 $3+5+10+9+2+1=30$(명)이므로 1반에서 상위 10 % 이내에 드는 학생 수는
$30\times\frac{10}{100}=3$(명)
이때 1반에서 80점 이상인 학생 수가 $2+1=3$(명)이므로 선미의 과학 성적은 80점 이상이다.
한편 2반의 전체 학생 수는 $2+4+8+10+3+2=29$(명)이고 2반에서 80점 이상인 학생 수는 $3+2=5$(명)이므로 선미가 1반에서 2반으로 반을 옮기면 2반의 전체 학생 수는 $29+1=30$(명), 2반에서 80점 이상인 학생 수는 $5+1=6$(명)이 된다.
따라서 선미가 2반으로 반을 옮기면 2반에서 최소 상위
$\frac{6}{30}\times100=20$ (%) 이내에 든다.

2. 상대도수와 그 그래프

최고 수준 입문하기

P 119– P 121

01 ⑤ 02 0.35 03 250
04 $a=0.16$, $b=13$
05 (1) 80명 (2) $A=0.05$, $B=28$, $C=0.3$, $D=8$, $E=1$ (3) 55 %
06 0.24 07 3명 08 ④
09 7권 이상 9권 미만 10 18명 11 22 %
12 4 13 9 : 10 14 150 15 ③

01 Action (어떤 계급의 상대도수)$=\frac{\text{(그 계급의 도수)}}{\text{(도수의 총합)}}$임을 이용한다.

⑤ 상대도수의 총합은 항상 1이다.

02 Action 수학 성적이 70점 미만인 학생 수를 구하여 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 구한다.

수학 성적이 70점 미만인 학생 수는
$40\times\frac{40}{100}=16$(명) …… 30 %
수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수는
$40-(16+6+4)=14$(명) …… 30 %
따라서 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는
$\frac{14}{40}=0.35$ …… 40 %

03 Action (도수의 총합)$=\frac{\text{(그 계급의 도수)}}{\text{(어떤 계급의 상대도수)}}$임을 이용한다.

(도수의 총합)$=\frac{60}{0.24}=250$

04 Action 도수의 총합을 구하여 a, b의 값을 각각 구한다.

(도수의 총합)$=\frac{17}{0.34}=50$이므로
$a=\frac{8}{50}=0.16$
$b=50\times0.26=13$

05 Action 전체 학생 수를 구하고, $A\sim E$의 값을 차례로 구한다.

(1) (전체 학생 수)$=\frac{16}{0.2}=80$(명)
(2) $A=\frac{4}{80}=0.05$, $B=80\times0.35=28$,
$C=\frac{24}{80}=0.3$, $D=80\times0.1=8$, $E=1$
(3) 10회 이상 30회 미만인 계급의 상대도수의 합은
$0.2+0.35=0.55$이므로
$0.55\times100=55$ (%)

06 Action 주어진 조건으로 전체 학생 수를 먼저 구한다.

전체 학생 수는 $\frac{4}{0.08}=50$(명)이므로 구하는 상대도수는

$\frac{12}{50}=0.24$

07 Action 책을 10권 이상 읽은 학생이 전체의 65 %이므로 읽은 책의 수가 10권 이상인 계급의 상대도수의 합은 0.65이다.

(전체 학생 수)$=\frac{4}{0.2}=20$(명)

책을 10권 이상 읽은 학생이 전체의 65 %이므로 5권 이상 10권 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.2+0.65)=0.15$

따라서 책을 5권 이상 10권 미만 읽은 학생 수는

$20\times0.15=3$(명)

08 Action 주어진 조건으로 기온을 측정한 전체 일수를 먼저 구한다.

① 상대도수가 가장 작은 계급은 15 ℃ 이상 16 ℃ 미만이고 그 계급의 도수는 1일이므로 기온을 측정한 전체 일수는 $\frac{1}{0.04}=25$(일)

② 도수가 가장 큰 계급은 18 ℃ 이상 19 ℃ 미만이고 그 계급값은 $\frac{18+19}{2}=18.5$ (℃)

③ 기온이 17 ℃ 미만인 계급의 상대도수의 합은 $0.04+0.12=0.16$이므로 $0.16\times100=16$ (%)

④ 기온이 18 ℃ 이상인 계급의 상대도수의 합은 $0.44+0.08=0.52$이므로 $0.52\times100=52$ (%)

⑤ 계급값이 17.5 ℃인 계급은 17 ℃ 이상 18 ℃ 미만이고 그 도수는 $25\times0.32=8$(일)

따라서 옳은 것은 ④이다.

09 Action 주어진 조건으로 전체 학생 수를 먼저 구한 후 한 학기 동안 읽은 책이 많은 쪽에서 24번째인 학생이 속하는 계급을 구한다.

5권 이상 7권 미만인 계급의 상대도수가 0.25이므로

(전체 학생 수)$=\frac{35}{0.25}=140$(명)

한 학기 동안 읽은 책의 수가 11권 이상인 학생 수는

$140\times0.05=7$(명),

9권 이상인 학생 수는 $140\times(0.1+0.05)=21$(명),

7권 이상인 학생 수는 $140\times(0.35+0.1+0.05)=70$(명)

이므로 한 학기 동안 읽은 책이 많은 쪽에서 24번째인 학생이 속하는 계급은 7권 이상 9권 미만이다.

10 Action 상대도수의 총합은 항상 1임을 이용하여 10회 이상 12회 미만인 계급의 상대도수를 구한다.

(전체 학생 수)$=\frac{11}{0.22}=50$(명) …… 30 %

10회 이상 12회 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.06+0.12+0.16+0.22+0.12+0.08)=0.24$ …… 30 %

따라서 턱걸이 기록이 10회 이상 14회 미만인 학생 수는

$50\times(0.24+0.12)=18$(명) …… 40 %

11 Action 80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는 나머지 계급의 상대도수를 이용하여 구한다.

전체 학생 수가 50명이므로 60점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수의 합은 $\frac{28}{50}=0.56$

80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.02+0.18+0.56+0.02)=0.22$

따라서 80점 이상 90점 미만인 학생은 전체의

$0.22\times100=22$ (%)이다.

12 Action 50점 이상 60점 미만인 계급의 1반과 2반의 상대도수의 비가 2 : 3임을 이용하여 2반에서 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수를 구한다.

1반에서 50점 이상 60점 미만인 계급의 상대도수는

$\frac{5}{50}=0.1$

2반에서 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 이 계급의 상대도수는 $\frac{x}{40}$이므로

$0.1:\frac{x}{40}=2:3$에서 $4:x=2:3$, $2x=12$ $\therefore x=6$

$\therefore A=40-(1+6+10+14+5)=4$

13 Action A, B 두 집단의 전체 도수를 각각 $2x$, $3x$, 어떤 계급의 도수를 각각 $3y$, $5y$로 놓고 상대도수의 비를 구해 본다.

A, B 두 집단의 전체 도수를 각각 $2x$, $3x$라 하고, 어떤 계급의 도수를 각각 $3y$, $5y$라 하면 이 계급의 상대도수의 비는

$\frac{3y}{2x}:\frac{5y}{3x}=\frac{3}{2}:\frac{5}{3}=9:10$

14 Action 상위 30 %는 상대도수의 분포를 나타낸 그래프에서 점수가 높은 쪽에서 상대도수의 합이 0.3이 되는 것을 말한다.

A 학교에서 80점 이상인 계급의 상대도수의 합은

$0.1+0.05=0.15$, 70점 이상인 계급의 상대도수의 합은

$0.15+0.1+0.05=0.3$

즉 A 학교에서 상위 30 % 이내에 들려면 적어도 70점 이상 받아야 하므로 $x=70$

B 학교에서 90점 이상인 계급의 상대도수는 0.05, 80점 이상인 계급의 상대도수의 합은 $0.25+0.05=0.3$

즉 B 학교에서 상위 30 % 이내에 들려면 적어도 80점 이상 받아야 하므로 $y=80$

$\therefore x+y=70+80=150$

15 Action 그래프가 오른쪽에 치우쳐 있을수록 등교 시각이 늦은 편이고, 왼쪽에 치우쳐 있을수록 등교 시각이 빠른 편이다.

① A 중학교의 그래프가 B 중학교의 그래프보다 왼쪽에 치우쳐 있으므로 A 중학교 학생들이 B 중학교 학생들보다 일찍 등교하는 편이다.

② A 중학교 학생들 중 8시 전에 학교에 도착하는 학생들이 속하는 계급의 상대도수의 합은
$0.1+0.2+0.4=0.7$
$\therefore 0.7\times100=70\ (\%)$

③ B 중학교 학생들 중 8시부터 학교에 도착하는 학생들이 속하는 계급의 상대도수의 합은 $0.35+0.2=0.55$
$\therefore 0.55\times100=55\ (\%)$

④ 8시부터 8시 20분 전에 등교하는 학생들이 속하는 계급의 상대도수는 A 중학교는 0.25, B 중학교는 0.35이므로 비율은 B 중학교 학생들이 A 중학교 학생들보다 높다.

⑤ 계급의 크기가 같고, 상대도수의 총합이 1로 같으므로 각각의 상대도수의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

최고수준 완성하기

P 122– P 123

01 $\frac{5}{24}$	**02** 250 kWh	**03** 0.075	**04** 420명
05 0.15	**06** 140명	**07** 3 : 8	**08** 48등

01 Action (양손잡이인 학생의 상대도수)$=\dfrac{(\text{양손잡이인 학생 수})}{(\text{반 전체 학생 수})}$임을 이용한다.

(A반 전체 학생 수)$=3\div\dfrac{1}{10}=30$(명)

(B반 전체 학생 수)$=8\div\dfrac{4}{15}=30$(명)

(C반 전체 학생 수)$=\dfrac{5}{a}$(명)

이때 세 반 전체 학생에 대하여 양손잡이인 학생의 상대도수가 $\dfrac{4}{21}$이므로

$(3+8+5)\div\left(30+30+\dfrac{5}{a}\right)=\dfrac{4}{21}$에서

$16\div\dfrac{60a+5}{a}=\dfrac{4}{21},\ \dfrac{16a}{60a+5}=\dfrac{4}{21}$

$336a=240a+20,\ 96a=20$

$\therefore a=\dfrac{5}{24}$

02 Action 전력 소비량이 높은 계급부터 상대도수의 합을 구하여 그 합이 0.24가 되는 계급을 찾는다.

300 kWh 이상 350 kWh 미만인 계급의 상대도수는
$\dfrac{9}{150}=0.06$
이때 250 kWh 이상인 계급의 상대도수의 합은
$0.18+0.06=0.24$이므로 전체의 $0.24\times100=24\ (\%)$
따라서 전력 소비량이 많은 쪽에서 24% 이내에 드는 가구는 최소 250 kWh의 전력을 소비하였다.

03 Action 전체 고객 수와 1만 원 이상 1만 5천 원 미만인 계급의 도수를 구한다.

전체 고객 수는 $\dfrac{6}{0.05}=120$(명) …… 20 %
5천 원 이상 1만 원 미만인 계급의 도수는
$120\times0.1=12$(명), 1만 5천 원 이상 2만 원 미만인 계급의 도수는 $120\times0.3=36$(명)이므로 1만 원 이상 1만 5천 원 미만인 계급의 도수는
$63-(6+12+36)=9$(명) …… 30 %
이때 구입한 물품의 금액이 1만 원 미만인 고객 수는
$6+12=18$(명), 1만 5천 원 미만인 고객 수는
$6+12+9=27$(명) …… 30 %
따라서 구입한 물품의 금액이 25번째로 적은 고객이 속하는 계급은 1만 원 이상 1만 5천 원 미만이고 이 계급의 상대도수는 $\dfrac{9}{120}=0.075$이다. …… 20 %

04 Action 전체 학생 수를 x명으로 놓고 주어진 조건을 이용하여 문제의 뜻에 알맞은 식을 세운다.

전체 학생 수를 x명이라 하면
$0.4x=(0.25+0.1)x+21$
$0.05x=21 \qquad \therefore x=420$
따라서 전체 학생 수는 420명이다.

05 Action 70분 이상 90분 미만인 계급의 도수를 x명으로 놓고 주어진 조건을 이용하여 문제의 뜻에 알맞은 식을 세운다.

70분 이상 90분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 이 계급의 상대도수가 0.4이므로

$\dfrac{x}{1+6+10+x+5+2}=\dfrac{2}{5}$

$\dfrac{x}{24+x}=\dfrac{2}{5},\ 5x=48+2x$

$3x=48 \qquad \therefore x=16$

따라서 전체 학생 수는 $24+16=40$(명)이므로 30분 이상 50분 미만인 계급의 상대도수는 $\dfrac{6}{40}=0.15$

06 Action 대기 시간이 20분 이상 25분 미만인 학생 수를 $2x$명, 25분 이상 30분 미만인 학생 수를 $3x$명으로 놓고 상대도수의 총합은 항상 1임을 이용한다.

대기 시간이 30분 이상인 학생 수가 50명이고 그 상대도수의 합이 $0.16+0.04=0.2$이므로 전체 학생 수는

$\frac{50}{0.2}=250$(명)

대기 시간이 20분 이상 25분 미만인 학생 수와 25분 이상 30분 미만인 학생 수를 각각 $2x$명, $3x$명이라 하면

$\frac{2x}{250}+\frac{3x}{250}=1-(0.08+0.12+0.16+0.04)$

$\frac{x}{50}=0.6 \qquad \therefore x=30$

따라서 대기 시간이 25분 이상인 학생 수는

$3x+50=3\times30+50=140$(명)

07 Action 1반의 전체 학생 수를 x명, 2반의 전체 학생 수를 y명으로 놓고 주어진 조건을 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구한다.

1반의 전체 학생 수를 x명, 2반의 전체 학생 수를 y명이라 하면 읽은 책의 수가 24권 이상 28권 미만인 1반과 2반의 학생 수의 비가 9 : 2이므로

$0.45x : 0.09y=9 : 2$에서

$5x : y=9 : 2,\ 10x=9y \qquad \therefore x=\frac{9}{10}y$

따라서 읽은 책의 수가 20권 미만인 1반의 학생 수와 2반의 학생 수의 비는

$$\begin{aligned}(0.05x+0.15x) : (0.2y+0.28y)&=0.2x : 0.48y\\&=5x : 12y\\&=\frac{9}{2}y : 12y\\&=3 : 8\end{aligned}$$

08 Action 1학년 1반의 전체 학생 수를 구한 후 1반에서 5등인 학생이 속하는 계급을 찾는다.

1학년 1반의 전체 학생 수는

$\frac{5}{0.2}=25$(명)

1학년 1반에서 수학 성적이 90점 이상인 학생 수는

$25\times0.04=1$(명), 80점 이상인 학생 수는

$25\times(0.16+0.04)=5$(명)이므로 1학년 1반에서 5등인 학생의 수학 성적은 80점 이상이다.

한편 1학년 전체 학생 수는

$\frac{32}{0.16}=200$(명)

이때 1학년 전체에서 수학 성적이 80점 이상인 학생 수는 $200\times(0.14+0.1)=48$(명)이므로 1학년 1반에서 5등인 학생은 1학년 전체에서 적어도 48등 안에 든다고 할 수 있다.

최고 수준 뛰어넘기

P 124– P 125

01 29번째	02 $A=0.52$, $B=0.16$	03 160명
04 66 %	05 2학년이 22명 더 많다.	06 24명

01 Action (도수의 총합)$=\frac{\text{(그 계급의 도수)}}{\text{(어떤 계급의 상대도수)}}$임을 이용한다.

(A 동아리의 전체 학생 수)$=\frac{6}{0.15}=40$(명)

(B 동아리의 전체 학생 수)$=\frac{6}{0.12}=50$(명)

A 동아리에서 키가 165 cm 이상인 학생 수는

$40\times(0.125+0.05)=7$(명),

160 cm 이상인 학생 수는

$40\times(0.35+0.125+0.05)=21$(명)이므로

A 동아리에서 8번째로 키가 큰 학생이 속하는 계급은

160 cm 이상 165 cm 미만이다.

한편 B 동아리에서 키가 160 cm 이상인 학생 수는

$50\times(0.34+0.18+0.04)=28$(명)이므로 A 동아리에서 8번째로 키가 큰 학생이 B 동아리로 바꿀 경우 B 동아리에서 적어도 29번째로 키가 크다.

02 Action 지난 학기와 이번 학기의 도수의 변화를 살펴본다.

진희네 반 학생들은 변함이 없으므로 이번 학기의 각 계급의 도수를 구하면 다음 표와 같다.

과학 성적(점)	지난 학기 도수(명)	이번 학기 도수(명)
40이상 ~ 50미만	3	$25\times0.04=1$
50 ~ 60	4	$25\times0.2=5$
60 ~ 70	12	$25\times A$
70 ~ 80	1	0
80 ~ 90	3	$25\times B$
90 ~ 100	2	$25\times0.08=2$
합계	25	25

지난 학기에 40점 이상 50점 미만인 학생들 중 2명이 한 계급 올라갔고, 이번 학기에 50점 이상 60점 미만인 학생은 1명이 증가했으므로 지난 학기에 50점 이상 60점 미만인 학생들 중 1명이 한 계급 올라갔다.

즉 이번 학기에 60점 이상 70점 미만인 학생 수는

$12+1=13$(명) $\qquad \therefore A=\frac{13}{25}=0.52$

또 지난 학기에 70점 이상 80점 미만인 학생들 중 1명이 한 계급 올라갔고, 90점 이상 100점 미만인 계급의 지난 학기와 이번 학기의 도수가 같으므로 지난 학기에 80점 이상 90점 미만인 학생들 중 계급이 올라간 학생은 없다.

즉 이번 학기에 80점 이상 90점 미만인 학생 수는

$3+1=4$(명) $\qquad \therefore B=\frac{4}{25}=0.16$

03 Action a, b의 최대공약수가 8이므로 a, b는 각각 8의 배수이다.

$a=8k$, $b=8k'$(k, k'은 서로소)라 하면
5시간 이상 10시간 미만인 계급에서 전체 학생 수는
$\frac{8k}{0.25}=32k$(명)
20시간 이상 25시간 미만인 계급에서 전체 학생 수는
$\frac{8k'}{0.2}=40k'$(명)
이때 $32k=40k'$이고 k, k'은 서로소이므로
$8\times4\times k=8\times5\times k'$에서 $k=5$, $k'=4$
따라서 조사에 참여한 학생 수는
$40k'=40\times4=160$(명)

다른 풀이

주어진 상대도수를 기약분수로 나타내면 오른쪽 표와 같다.

봉사 활동 시간(시간)	상대도수
0이상 ~ 5미만	$\frac{1}{5}$
5 ~ 10	$\frac{1}{4}$
10 ~ 15	$\frac{1}{10}$
15 ~ 20	$\frac{1}{8}$
20 ~ 25	$\frac{1}{5}$
25 ~ 30	$\frac{1}{8}$
합계	1

각 계급의 도수가 자연수가 되어야 하므로 도수의 총합은 각 계급의 상대도수의 분모 4, 5, 8, 10의 최소공배수의 배수이다. 즉 도수의 총합은 40의 배수이므로 도수의 총합을 $40n$명이라 하면
$a=40n\times\frac{1}{4}=10n$, $b=40n\times\frac{1}{5}=8n$
이때 $10n$, $8n$의 최대공약수는 $2n$이고 a, b의 최대공약수가 8이므로 $2n=8$ $\therefore n=4$
따라서 조사에 참여한 학생은 $40n=40\times4=160$(명)

04 Action 상대도수의 총합은 항상 1임을 이용하여 a, b를 사용한 식을 만든다.

상대도수의 총합은 항상 1이므로
$0.04+0.26+a+b+0.16+0.06=1$
$a+b=0.48$ $\therefore 25a+25b=12$
이때 $25a$, $25b$가 모두 3의 배수이고 $a>b$이므로
$25a=9$, $25b=3$ $\therefore a=0.36$, $b=0.12$
따라서 70점 미만인 계급의 상대도수의 합은
$0.04+0.26+0.36=0.66$이므로
$0.66\times100=66$ (%)

05 Action 각 그래프에서 기록이 25초 이상인 학생 수를 각각 구하여 비교한다.

1학년의 그래프에서 15초 미만인 계급의 상대도수의 합은
$0.12+0.2=0.32$이므로 1학년 전체 학생 수는
$\frac{80}{0.32}=250$(명)
이때 25초 이상 30초 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.12+0.2+0.4+0.24)=0.04$이므로
기록이 25초 이상인 학생 수는
$250\times0.04=10$(명)
2학년의 그래프에서 15초 미만인 계급의 상대도수의 합은
$0.04+0.1=0.14$이므로 2학년 전체 학생 수는
$\frac{28}{0.14}=200$(명)
이때 25초 이상 30초 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.04+0.1+0.34+0.36)=0.16$이므로
기록이 25초 이상인 학생 수는
$200\times0.16=32$(명)
따라서 기록이 25초 이상인 학생 수는 2학년이
$32-10=22$(명) 더 많다.

06 Action B 헬스클럽의 그래프에서 상대도수의 총합은 항상 1임을 이용하여 세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 상대도수를 구한다.

세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 상대도수를 x라 하면
B 헬스클럽의 그래프에서 상대도수의 총합은 항상 1이므로
$x+8x+6x+4x+x=1$
$20x=1$ $\therefore x=0.05$
이때 A 헬스클럽의 그래프에서 50세 이상 60세 미만인 계급의 상대도수는
$1-(3x+7x+6x+x)=1-(0.15+0.35+0.3+0.05)$
$=0.15$
이므로 나이가 50세 이상인 회원 수는
$120\times(0.15+0.05)=24$(명)

교과서 속 창의사고력

P 126 – P 127

01 $x\ge9$ **02** 47 **03** 180명 **04** ⑤

01 Action x의 값의 범위를 나누어 a, b, c의 값을 각각 구하고, $a<b<c$가 성립하는지 확인한다.

(i) $1\le x\le5$이면 $a=6$, $b=6$, $c=5$이므로
$a<b<c$가 성립하지 않는다.
(ii) $x=6$이면 $a=6$, $b=6$, $c=6$이므로
$a<b<c$가 성립하지 않는다.
(iii) $x=7$이면 $a=7$, $b=7$, $c=7$이므로
$a<b<c$가 성립하지 않는다.

(iv) $x=8$이면 $a=7$, $b=8$, $c=8$이므로
$a<b<c$가 성립하지 않는다.
(v) $x\geq9$이면 $a=7$, $b=8$, $c=9$이므로
$a<b<c$가 성립한다.
따라서 (i)~(v)에 의하여 구하는 자연수 x의 값의 범위는
$x\geq9$이다.

02 Action 4점을 받은 학생은 A 지역에서만 또는 C 지역에서만 봉사 활동을 하였고, 9점을 받은 학생은 A 지역과 B 지역에서 또는 B 지역과 C 지역에서 봉사 활동을 하였다.

주어진 표를 이용하여 각 지역에서 봉사 활동을 한 경우를 ○, 하지 않은 경우를 ×로 나타내어 표로 만들면 다음과 같다.

봉사 점수(점)	A	B	C	학생 수(명)
4	○	×	×	a_1
4	×	×	○	a_2
5	×	○	×	7
8	○	×	○	10
9	○	○	×	b_1
9	×	○	○	b_2
13	○	○	○	7

4점을 받은 학생은 A 지역에서만 또는 C 지역에서만 봉사 활동을 하였으므로 $a_1+a_2=5$
9점을 받은 학생은 A 지역과 B 지역에서 또는 B 지역과 C 지역에서 봉사 활동을 하였으므로 $b_1+b_2=8$
$x=a_1+10+b_1+7=a_1+b_1+17$
$y=a_2+10+b_2+7=a_2+b_2+17$
$\therefore x+y=(a_1+b_1+17)+(a_2+b_2+17)$
$=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)+34$
$=5+8+34=47$

03 Action 주어진 도수분포다각형에서 $S_1=S_2$임을 이용한다.

$S_1=S_2$이고 $S_1+S_2=45$이므로 $S_1=S_2=\frac{45}{2}$
세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 학생 수를 x명이라 하면
$S_1=S_2=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}x=\frac{45}{2}$
$\frac{15}{8}x=\frac{45}{2}\qquad\therefore x=12$
따라서 키가 160 cm 이상 170 cm 미만인 학생 수는
$10x+5x=10\times12+5\times12=180$(명)

04 Action 남학생 수를 x명이라 하면 여학생 수는 $(500-x)$명이다.

조사한 학생 수가 500명이므로 남학생 수를 x명이라 하면 여학생 수는 $(500-x)$명이다.
취미가 E인 학생 수에서
$\frac{5}{100}\times x+\frac{0}{100}\times(500-x)=\frac{4}{100}\times500$
$\frac{1}{20}x=20\qquad\therefore x=400$
즉 남학생 수는 400명, 여학생 수는 100명이므로 조사한 학생 수는 다음 표와 같다.

취미 / 학생 수	A	B	C	D	E	합계
남학생(명)	60	144	120	56	20	400
여학생(명)	6	20	60	14	0	100
전교생(명)	66	164	180	70	20	500

① 취미가 A인 남학생 수는 취미가 A인 여학생 수의 10배이다.
② 취미가 A인 남학생 수와 취미가 D인 여학생 수는 46명 차이가 난다.
③ 취미가 C인 여학생 수는 취미가 C인 남학생 수의 $\frac{1}{2}$배이다.
④ 취미가 D인 남학생 수와 취미가 D인 여학생 수는 같지 않다.
⑤ 취미가 E인 남학생 수와 취미가 B인 여학생 수는 20명으로 같다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

Memo

Memo