



**정답과
풀이**

바른 정답

I. 도형의 방정식

1 평면좌표

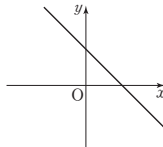
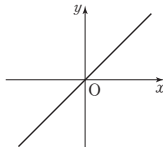
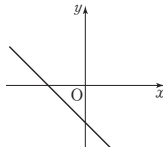
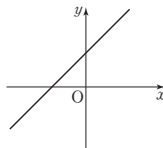
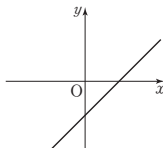
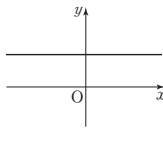
6쪽 ~ 15쪽

- 001 $\square: 2, 5$ 002 3 003 $5\sqrt{2}$
 004 $3\sqrt{2}-1$ 005 $\square: 3, \pm 2, 1, 1$ 006 7 또는 -3
 007 1 또는 -13 008 $\square: x_2, y_1, y_2-y_1, y_2-y_1, y_2-y_1, y_2-y_1$
 009 $\sqrt{10}$ 010 10 011 11
 012 8 013 5 014 $4\sqrt{2}$
 015 $5\sqrt{2}$ 016 $\sqrt{10}$ 017 $\sqrt{13}$
 018 $6\sqrt{2}$ 019 $\square: 12, 6, 6$ 020 3
 021 4 022 8
 023 $\square: 0, -1, -5, 2, 34, 8, 8, 0$ 024 (5, 0)
 025 (-1, 0) 026 (0, 3) 027 (0, 2)
 028 (0, 2) 029 $\square: a+1, a+1, a+1, 2, 6, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
 030 (-3, 5) 031 (6, 12)
 032 (1) $\square: 1, 1, 5$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) 5 (4) $\overline{AB}=\overline{CA}$ 인 이등변삼각형
 033 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $5\sqrt{2}$ (3) $4\sqrt{2}$ (4) $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형
 034 (1) 5 (2) $5\sqrt{2}$ (3) 5 (4) $\angle A=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
 035 $\square: \overline{AC}, 3, k, 5, 5$ 036 9 037 -5
 038 1 039 $\square: \overline{AB}, 4, 2\sqrt{13}, 2\sqrt{13}$
 040 $4\sqrt{5}$ 041 $5\sqrt{2}$ 042 $4\sqrt{2}$
 043 $6\sqrt{2}$ 044 5 045 $\square: 3, 3, 3, 3, 3, 3, 10$
 046 최솟값: 16, 점 P의 좌표: (2, 1) 047 최솟값: 10, 점 P의 좌표: (1, 3)
 048 3 049 3 050 1
 051 $\square: 8, 2, 4$ 052 3 053 2
 054 $\square: 4, 1, 3, 9, 3, 7, 3, 7$ 055 (4, 0) 056 (1, 0)
 057 $(-\frac{7}{2}, -2)$ 058 (8, 0) 059 (1, 2)
 060 $\square: 2, 5$ 061 $\frac{1}{2}$ 062 $-\frac{5}{2}$
 063 $(\frac{3}{2}, \frac{13}{2})$ 064 $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ 065 $(\frac{5}{2}, -\frac{9}{2})$
 066 $\square: 1, -2, \frac{2}{3}, -1, 4, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ 067 $\frac{4}{9} < t < \frac{3}{4}$
 068 $\frac{3}{10} < t < \frac{1}{3}$ 069 $\square: 3, -2, -2, 5, \frac{5}{7}$ 070 $\frac{2}{5}$
 071 $\frac{1}{2}$ 072 $\frac{5}{8}$ 073 $\frac{1}{3}$
 074 $\frac{4}{7}$ 075 $\square: 3, -1, 1, 4$ 076 $a=1, b=0$
 077 $a=1, b=-2$ 078 $a=3, b=6$ 079 $\square: \text{내분}, 6, -2, 8, 4$
 080 $(\frac{13}{2}, \frac{7}{2})$ 081 $(\frac{17}{5}, 5)$ 082 $(0, \frac{5}{3})$
 083 $(3, \frac{2}{3})$
 084 $\square: \frac{x_2+x_3}{2}, x_1, x_1+x_2+x_3, \frac{y_2+y_3}{2}, y_1, y_1+y_2+y_3, x_1+x_2+x_3, y_1+y_2+y_3$
 085 (1, 3) 086 (2, -2) 087 (2, -2)
 088 (1, 2) 089 (-1, 3) 090 $\square: 2, 4, 3, -2, 3, -2$
 091 (2, -7) 092 (6, -8)

- 096 6 097 5 098 (-2, 0)
 099 $(0, -\frac{3}{2})$ 100 $(\frac{2}{3}, 0)$
 101 $\angle A=90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
 102 $\overline{AB}=\overline{CA}$ 인 이등변삼각형 103 (1, 4)
 104 $(\frac{5}{4}, \frac{15}{4})$ 105 $(1, -\frac{7}{4})$ 106 $\frac{1}{4} < t < \frac{1}{2}$
 107 $\frac{1}{4}$ 108 $\frac{1}{2}$ 109 $\frac{1}{3}$
 110 $(-\frac{7}{3}, \frac{8}{3})$ 111 $(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$ 112 $a=2, b=1$
 113 $a=\frac{7}{3}, b=5$ 114 $(-\frac{2}{3}, 3)$

2 직선의 방정식

18쪽 ~ 31쪽

- 115 $\square: 3$ 116 $y=\frac{1}{2}x-1$ 117 $y=2x-4$
 118 $y=-2x-7$ 119 $y=x-3$ 120 $\square: 4, 2, \frac{1}{3}, \frac{7}{3}$
 121 $y=2x-7$ 122 $y=\frac{1}{4}x-\frac{9}{2}$ 123 $y=\frac{3}{2}x$
 124 $y=-\frac{1}{2}x-1$ 125 $\square: 4$ 126 $x=3$
 127 $x=-2$ 128 $y=1$ 129 $y=3$
 130 $y=-4$ 131 b, a, b 132 $\square: 2, 4$
 133 $\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1$ 134 $\frac{x}{3}-\frac{y}{6}=-1$
 135 $\square: -2, \frac{2}{3}, k, \frac{k-4}{k-3}, 6$ 136 8
 137 4 138 $\square: 5, 3, -2, 5$ 139 $y=x+2$
 140 $y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ 141 $y=\frac{7}{3}x-4$ 142 $\square: <, <$
 143  144  145 
 146  147  148 
 149 $\square: 3, 2$ 150 $\frac{4}{3}$ 151 6
 152 -2 153 $\square: 2, 3, 2, 2$ 154 $y=-3x-5$
 155 $y=\frac{2}{3}x-\frac{13}{3}$ 156 $y=2x+5$ 157 $\square: -1, -1, -2$
 158 -3 159 $\frac{1}{4}$ 160 6
 161 1 162 $\square: -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$
 163 $y=2x+3$ 164 $y=\frac{1}{3}x+1$ 165 $y=-2x$
 166 $y=-3x+5$ 167 (1) $\square: 1, a, 3, -1$ (2) 3 (3) 0 또는 -2
 168 (1) -1 (2) 2 (3) 0 또는 -3 169 (1) 3 (2) -5 (3) $\frac{5}{4}$
 170 $a=-2, b=-2$ 171 $a=\frac{1}{3}, b=-1$ 172 $a=4, b=-2$
 173 $\square: -1, 3, 4, 7$ 174 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 175 $y=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$
 176 $\square: 1, -1, 1, -1$ 177 (-5, 2) 178 (1, -2)

연산문제로 실전 능력 다지기

16쪽 ~ 17쪽

- 093 4 094 $5\sqrt{2}$ 095 13

- 179 $(-7, 12)$ 180 $\square: \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 3$ 181 $x-y+1=0$
 182 $4x+y-7=0$ 183 $\square: 1, 1, 3, 1$ 184 $13x-26y-12=0$
 185 $2x+y=0$ 186 $3x+4y-14=0$ 187 $\square: 4, 5, 1$
 188 4 189 $3\sqrt{5}$ 190 2
 191 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 192 $2\sqrt{10}$ 193 $\square: 2, 2, 2, \frac{9}{5}$
 194 $\sqrt{13}$ 195 -7 또는 5 196 -9 또는 4
 197 $\square: -1, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}$
 198 $y = -\frac{3}{4}x - 4$ 또는 $y = -\frac{3}{4}x + 1$
 199 $y = -x + \sqrt{2}$ 또는 $y = -x - \sqrt{2}$
 200 $y = \frac{3}{4}x - 3$ 또는 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ 201 $\square: -2, 2, \text{최소}, 0, \sqrt{2}$
 202 $2\sqrt{2}$ 203 $\sqrt{5}$ 204 $\square: 1, 1, 2$
 205 $\sqrt{5}$ 206 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 207 1
 208 $\square: -8, -8, 4, 4, 1, \frac{2}{5}$ 209 $k=2, d=\sqrt{5}$
 210 $k=-2, d=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 211 $\square: 10, -10, 10, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 15$
 212 $\frac{13}{2}$ 213 18 214 $\square: 8, 16, 2$
 215 $x+y-1=0$ 216 $2x-y+5=0$ 217 $\square: 2x-y+1, 2, y$
 218 $x = \frac{1}{2}$ 또는 $y = \frac{3}{2}$ 219 $x-y+4=0$ 또는 $x+y=0$
 220 $\square: 2x-y, 2x-y, 2x-y, x-y=0$ 221 $x+3y-1=0$ 또는 $3x-y+3=0$
 222 $x-2y+1=0$ 또는 $2x+y+2=0$

연산문제로 실전 능력 다지기

32쪽 ~ 34쪽

- 223 $y=2x+4$ 224 $y=\sqrt{3}x+2$ 225 $y=-2x+8$
 226 $x=-3$ 227 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 228 $\frac{5}{2}$
 229 2 230 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 231 $y = x - 1$
 232 $y = -2x + 2$ 233 $y = -\frac{3}{2}x + 8$ 234 $a=3, b=-6$
 235 17 236 12 237 $y = -2x - 3$
 238 $y = -x + 4$ 239 $(-2, -6)$ 240 $5x - y = 0$
 241 $2x + y - 3 = 0$ 242 $\sqrt{10}$ 243 $\frac{5}{3}$ 또는 3
 244 $y = -2x - 3$ 또는 $y = -2x + 7$ 246 $\sqrt{17}$
 245 $y = 3x - 14$ 또는 $y = 3x + 6$ 249 8
 247 -9 또는 17 248 $\frac{3}{2}$
 250 $3x - y + 2 = 0$ 251 $x - y + 7 = 0$ 또는 $x + y - 1 = 0$
 252 $x + y + 1 = 0$ 또는 $2x - 2y + 3 = 0$

3 원의 방정식

35쪽 ~ 50쪽

- 253 $C(0, 0), r=4$ 254 $C(-1, 0), r=1$ 255 $C(0, -2), r=2$
 256 $C(-1, 2), r=3$ 257 $C(3, 4), r=5$ 258 $C(1, -1), r=\sqrt{5}$
 259 $x^2+y^2=25$ 260 $(x-1)^2+y^2=4$ 261 $(x+2)^2+y^2=3$
 262 $x^2+(y+1)^2=2$ 263 $(x-1)^2+(y-2)^2=9$
 264 $(x+2)^2+(y-3)^2=16$ 265 $(x+1)^2+(y+2)^2=25$
 266 $\square: 1, -1, 2, 1, 2$ 267 $x^2+(y+3)^2=5$ 268 $(x-1)^2+(y-3)^2=5$
 269 $(x+1)^2+(y-3)^2=10$ 270 $(x-2)^2+(y+4)^2=10$
 271 $\square: 3, 2, \sqrt{2}, 2, 2$ 272 $(x-2)^2+(y+1)^2=10$
 273 $(x-2)^2+(y-4)^2=9$ 274 $(x+1)^2+y^2=20$ 275 $\square: 3, 16, -3, 4$
 276 $C(0, -2), r=2$ 277 $C(-2, 1), r=1$ 278 $C(-2, 3), r=4$
 279 $\square: >, <$ 280 $a > -3$ 281 $a < 5$

- 282 $a < 6$ 283 $\square: 0, -5, 4, 5, 4$ 284 $x^2+y^2-3x-y=0$
 285 $x^2+y^2-x-y-2=0$ 286 $x^2+y^2-8x-8y+7=0$
 287 $\square: 3, 2, 3, 9$ 288 $(x+3)^2+(y-2)^2=4$ 289 $(x+4)^2+(y+2)^2=4$
 290 $\sqrt{3}$ 291 $\sqrt{2}$ 292 6
 293 $\square: 1, 1, 1, 1$ 294 $(x-3)^2+(y+2)^2=9$ 295 $(x+2)^2+(y-1)^2=4$
 296 $\sqrt{5}$ 297 1 298 $\sqrt{2}$
 299 $(x+3)^2+(y-3)^2=9$ 300 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 301 $\square: 4a^2+b-8, 1, 8$
 302 $a=3, b=1$ 303 $a=2, b=7$ 304 $\square: 5, 5, 1, 5, 1, 5, 4\sqrt{2}$
 305 $8\sqrt{2}$ 306 $12\sqrt{2}$ 307 $\square: -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, 3, 4$
 308 $x^2+y^2-9x-12y-10=0$
 309 $x^2+y^2-6x-12y+32=0$ 310 $x^2+y^2-y-20=0$
 311 $\square: 2, 1$ 312 $4x-4y-1=0$ 313 $8x-y=0$
 314 $y = -4x + 2$ 315 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$
 316 $\square: -10, 2, \sqrt{10}, 2, 2\sqrt{6}$ 317 $2\sqrt{3}$
 318 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 319 -6 또는 -14 320 -4 또는 4
 321 -11 또는 5 322 $\square: >, \text{서로 다른 두 점}$
 323 만나지 않는다. 324 한 점에서 만난다. (접한다.)
 325 서로 다른 두 점에서 만난다. 326 $\square: >, >, -5, 5$
 327 $-3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$ 328 $0 < k < 10$ 329 $\square: =, \pm\sqrt{2}$
 330 $\pm 2\sqrt{10}$ 331 1 또는 5 332 $k < -2$ 또는 $k > 2$
 333 $k < -2\sqrt{5}$ 또는 $k > 2\sqrt{5}$ 334 $k < 0$ 또는 $k > 4$
 335 $\square: <, <, -10, 10$ 336 $0 < k < 4$ 337 $-9 < k < 1$
 338 $\square: 2, 2\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{2}$ 339 ± 10 340 -8 또는 2
 341 $k < -2$ 또는 $k > 2$ 342 $k < -15$ 또는 $k > 15$ 343 $k < -3$ 또는 $k > 1$
 344 $\square: 5, 5, 2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}$ 345 $\frac{2\sqrt{55}}{5}$ 346 $2\sqrt{15}$
 347 $\square: 2, \sqrt{2}, \sqrt{2}, 2, 2$ 348 $\frac{3}{4}$ 349 1
 350 $\square: 3, 3, 4$ 351 5 352 $\sqrt{13}$
 353 $\square: 1, 1, 1$ 354 최댓값: $\sqrt{2}+1$, 최솟값: $\sqrt{2}-1$
 355 최댓값: $\frac{11}{5}$, 최솟값: $\frac{1}{5}$
 356 $\square: r, r, \pm r\sqrt{m^2+1}, m \pm r\sqrt{m^2+1}$ 357 $\square: \sqrt{5}, 5$
 358 $y = 3x \pm 2\sqrt{10}$ 359 $y = -x \pm 3\sqrt{2}$ 360 $y = \sqrt{3}x \pm 2$
 361 $\square: \sqrt{2}, 2, -1, -x-1$ 362 $y = x-5$ 또는 $y = x+3$
 363 $y = -2x-1$ 또는 $y = -2x+9$ 364 $\square: 1, 3, 3$
 365 $x-y-4=0$ 366 $x=-2$ 367 $x+y-2=0$
 368 $2x+y-5=0$ 369 $\square: \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1$
 370 $y=3x+8$ 371 $y=-2x+5$
 372 $\square: 3m-1, 3m-1, 7, 7, -\frac{1}{7}, 10$ 373 $y=-1$ 또는 $3x+4y-5=0$
 374 $\sqrt{3}x-y+4=0$ 또는 $\sqrt{3}x+y-4=0$ 375 $y=-2$ 또는 $4x-3y-10=0$
 376 $y=5$ 또는 $12x-5y+1=0$ 377 $x-2y-2=0$ 또는 $2x+y+1=0$
 378 $\square: 2, 4, 2, 4, 1, 2, 2$ 379 $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=3$
 380 $(x-3)^2+y^2=\frac{9}{4}$ 381 $\square: 2, 4, 4, 6, 27$
 382 $x^2+y^2-8y=0$ 383 $x^2+y^2-10x-10y+30=0$

연산문제로 실전 능력 다지기

51쪽 ~ 53쪽

- 384 $C(2, -3), r=3$ 385 $C(1, 0), r=2$ 386 $C(-3, 1), r=4$
 387 $a < -2$ 또는 $a > 2$ 388 $-3 < a < 3$ 390 $(x-3)^2+(y-2)^2=8$
 389 $(x-1)^2+(y+1)^2=29$ 392 $(x-3)^2+(y-2)^2=4$
 391 $x^2+y^2+3x-y=0$ 393 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=25$
 394 3 395 2 396 $a=3, b=4$

397 $x^2 + y^2 - 8x + 26y - 44 = 0$

399 $-9 \pm 2\sqrt{3}$

402 $\pm 5\sqrt{5}$

405 $3\sqrt{2}$

408 최댓값: $6\sqrt{2}+6$, 최솟값: $6\sqrt{2}-6$

409 최댓값: $\frac{18}{5}$, 최솟값: $\frac{8}{5}$

411 $y=2x-4 \pm 3\sqrt{5}$ 412 $x-\sqrt{2}y-3=0$

414 $2x-11y+25=0$ 또는 $2x-y-5=0$

415 $y=2$ 또는 $4x-3y+6=0$

417 $x^2+y^2-10x+21=0$

398 $\frac{\sqrt{14}}{2}$

401 $k < 0$

404 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

407 5

410 $y=\sqrt{2}x+2\sqrt{3}$

413 $y=-\frac{1}{3}x+3$

416 $x^2+(y+1)^2=1$

4 도형의 이동

54쪽 ~ 65쪽

418 □: 2, 3, 6, 0

421 (-1, -4)

424 (5, 1)

426 □: 3, 0, -4, -2, 4, -3

428 (5, 0)

431 $x+y-5=0$

434 □: -2, 3, 2, 3, 7

437 $y=3x+10$

440 $3x-y+7=0$

443 $x^2+y^2=4$

446 □: $x-2, y+3, x-2, y+3, 5, 3$

448 $(x-3)^2+(y+8)^2=4$ 449 $y=2x^2-10$

451 $a=1, b=1$

453 x축: (4, -1), y축: (-4, 1), 원점: (-4, -1), 직선 $y=x$: (1, 4), 직선 $y=-x$: (-1, -4)

454 x축: (2, 5), y축: (-2, -5), 원점: (-2, 5), 직선 $y=x$: (-5, 2), 직선 $y=-x$: (5, -2)

455 (-2, 3)

458 □: -3, -2, -2, 3, $2\sqrt{13}$

460 4

462 (1) $x+2y+1=0$ (2) $x+2y-1=0$ (3) $x-2y-1=0$

(4) $2x-y-1=0$ (5) $2x-y+1=0$

463 (1) $2x-y-5=0$ (2) $2x-y+5=0$ (3) $2x+y+5=0$

(4) $x+2y-5=0$ (5) $x+2y+5=0$

464 (1) $(x+3)^2+(y-1)^2=9$ (2) $(x-3)^2+(y+1)^2=9$ (3) $(x-3)^2+(y-1)^2=9$

(4) $(x+1)^2+(y+3)^2=9$ (5) $(x-1)^2+(y-3)^2=9$

465 (1) $(x+2)^2+(y+1)^2=1$ (2) $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ (3) $(x-2)^2+(y+1)^2=1$

(4) $(x-1)^2+(y+2)^2=1$ (5) $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

466 (1) $y=-(x-2)^2+2$ (2) $y=(x+2)^2-2$ (3) $y=-(x+2)^2+2$

(4) $x=(y-2)^2-2$ (5) $x=-(y+2)^2+2$

467 □: -y, 2, 2, 2

470 $(x-3)^2+(y-2)^2=4$ 471 □: 3, 9, -x, 9

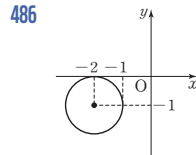
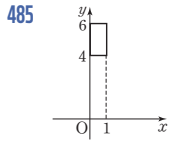
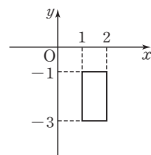
473 다르다.

476 □: -6, -6, -6

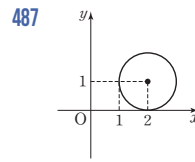
479 $a=3, b=2$

482 $y=x-5$

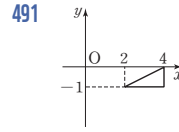
484



486



490 □: -y, -1, -y



494 □: 2, 8, 6

497 -3 또는 1

500 □: 3, -2, 4, -9, 4, -9

502 (2, -5)

504 (0, -1)

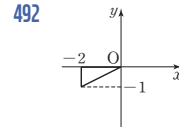
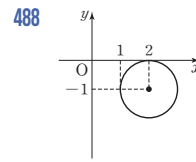
507 $(x+\frac{1}{5})^2+(y+\frac{2}{5})^2=4$

509 □: -2, 2, $2\sqrt{10}$

512 $4\sqrt{2}$

515 □: -2, -1, -1, 2, $2\sqrt{13}$

517 10



495 3

498 -7 또는 3

503 □: -1, 3, -1, 2, -1, 2

505 (2, -5)

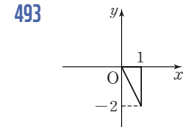
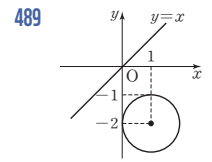
509 □: -2, 2, $2\sqrt{10}$

510 $2\sqrt{5}$

513 $2\sqrt{10}$

515 □: -2, -1, -1, 2, $2\sqrt{13}$

517 10



496 2

499 $-\frac{1}{4}$ 또는 $\frac{25}{4}$

501 (5, 2)

506 $(x+1)^2+y^2=4$

508 $(x-5)^2+(y+3)^2=6$

509 □: -2, 2, $2\sqrt{10}$

510 $2\sqrt{5}$

513 $2\sqrt{10}$

515 □: -2, -1, -1, 2, $2\sqrt{13}$

517 10

연산문제로 실전 능력 다지기

66쪽 ~ 67쪽

518 $a=-3, b=-2$

521 $a=-3, b=-2$

524 11

527 $y=2x+6$

530 -1 또는 3

533 $a=2, b=5$

519 $a=5, b=-5$

522 (-3, -2)

525 1

528 8

531 $a=2, b=-1$

534 $\sqrt{26}$

520 $a=3, b=-2$

523 $4\sqrt{5}$

526 $(x+3)^2+(y-3)^2=1$

529 4

532 $a=2, b=0$

535 $\sqrt{58}$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

68쪽 ~ 74쪽

536 -1

539 7

542 -3

545 $\frac{3}{2}$

548 $-\frac{1}{6}$

551 9

554 0

557 $-6\sqrt{2}$

560 10

563 $\sqrt{5}$

566 8

569 $m < \frac{3}{4}$

572 $2\sqrt{14}$

575 7

578 8π

581 -1

584 $\frac{1}{8}$

587 1

590 $(-\frac{1}{4}, 0)$

537 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

540 $-\frac{3}{2}$

543 $a=3, b=2$

546 3

549 ②

552 (2, 1)

555 $-\frac{7}{2}$

558 4

561 -4

564 4

567 10π

570 5

573 1

576 25

579 (1, 6)

582 4

585 2

588 $\frac{8}{5}$

591 20

538 $a=\sqrt{3}, b=\sqrt{3}$

541 3

544 $y=-2x-1$

547 3

550 0

553 10

556 7

559 $x+y=0$

562 17

565 6

568 4

571 11

574 $y=2x \pm 2\sqrt{5}$

577 4

580 25

583 10

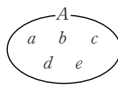
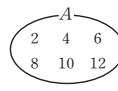
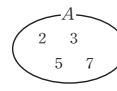
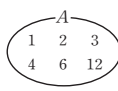
586 -4

589 $(x-3)^2+(y+8)^2=4$

II. 집합과 명제

1 집합의 뜻과 포함 관계

76쪽 ~ 86쪽

- 001 ○ 002 × 003 ×
 004 ○ 005 ○ 006 ×
 007 2, 3, 5, 7 008 1, 2, 4, 8, 16, 32 009 3, 6, 9, 12, ...
 010 ∈ 011 ∉ 012 ∈
 013 ∉ 014 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 015 $A = \{5, 6, 7, 8\}$
 016 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 017 $A = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 019 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$
 018 $A = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 양의 약수}\}$
 020 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$
 021 $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{보다 작은 자연수}\}$
 022  023  024 
 025  026 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}$
 027 $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
 028 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
 029 $A = \{x | x \text{는 } 16 \text{의 양의 약수}\}$
 030 □: 3, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 4
 031 $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $C = \{0, 1, 2, 4\}$
 032 $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 9\}$
 033 $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16\}$
 034 유 035 유 036 무 037 유
 038 무 039 × 040 × 041 ○
 042 $n(A) = 5$ 043 $n(B) = 3$ 044 $n(C) = 0$ 045 $n(D) = 1$
 046 4 047 2 048 0 049 2
 050 $A \subset B$, $B \not\subset A$ 051 $A \subset B$, $B \not\subset A$ 052 $A \not\subset B$, $B \not\subset A$ 053 $A \not\subset B$, $B \not\subset A$
 054 ⊂ 055 ⊂ 056 ⊄ 057 ⊄
 058 ⊂ 059 □: $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$,
 $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$
 060 $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$
 061 $\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$
 062 $\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{3, 4\}$,
 $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$
 063 $\emptyset$, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{9\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 9\}$, $\{3, 9\}$, $\{1, 3, 9\}$
 064 ∉ 065 ⊂ 066 ∈ 067 ⊂
 068 ∉ 069 ○ 070 ○ 071 ○
 072 ○ 073 × 074 ○ 075 ○
 076 ○ 077 × 078 ○ 079 ×
 080 ○ 081 ○ 082 × 083 ○
 084 ○ 085 □: 4, 0, 2 086 -1 087 0
 088 -2 089 1 090 □: ≤, ≥ 091 $a \leq -3$, $b \geq -3$
 092 $a \leq -3$, $b \geq 2$ 093 $a \leq 1$, $b \geq 7$ 094 □: 1, 4, 0, 4
 095 a 의 최댓값: -1, b 의 최솟값: 3 096 a 의 최댓값: -2, b 의 최솟값: 6
 097 a 의 최댓값: -2, b 의 최솟값: 3 098 ≠ 099 =
 100 = 101 ≠ 102 = 103 ≠
 104 ≠ 105 $a = 2$, $b = 1$ 106 $a = -1$, $b = 4$ 107 $a = -1$, $b = 2$
 108 $a = 1$, $b = 2$ 109 $a = -2$, $b = 3$ 110 $a = 3$, $b = 5$ 111 $a = 1$, $b = 2$
 112 $a = 2$, $b = -3$ 113 $a = 4$, $b = -2$ 114 $a = 5$, $b = 6$
 115 □: 3, 8, 3, 4, 16, 4 116 2 117 4
 118 8 119 32 120 32 121 16
 122 $\emptyset$, $\{a\}$, $\{\{a, b\}\}$ 123 $\emptyset$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 5\}$, $\{3, 5\}$
 124 □: 3, 1, 7 125 3 126 63 127 63
 128 □: 3, 2, 1, 2, 4, 3, 1, 2 129 4 130 8
 131 4 132 8 133 16 134 □: 3, 1, 2, 4, 4, 2, 2, 4
 135 4 136 8

- 137 8 138 8 139 16 140 □: 1, 4, 1, 3, 8
 141 4 142 2 143 4 144 16
 145 8 146 □: 6, 2, 2, 2, 4 147 8 148 2
 149 16 150 8 151 4

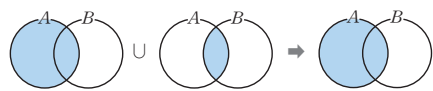
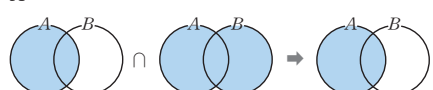
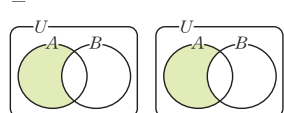
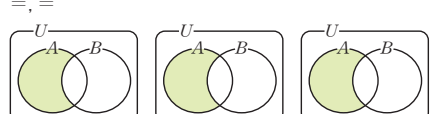
연산문제로 실전 능력 다지기

87쪽 ~ 88쪽

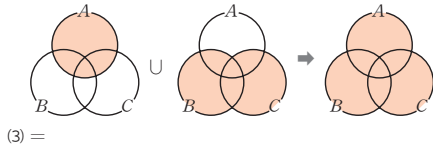
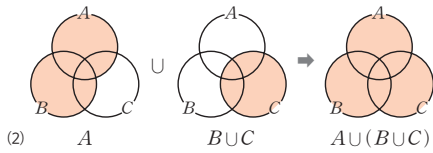
- 152 ○ 153 × 154 ○
 155 ○ 156 × 157 ×
 158 $\{x | x \text{는 짝수}\}$ 159 $\{x | x \text{는 } 20 \text{의 양의 약수}\}$
 160 $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 161 $\{31, 32, 33, 34, \dots\}$ 162 $A \subset B$
 163 $A = B$ 164 $B \subset A$ 165 $\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$
 166 $\emptyset$, $\{\emptyset\}$, $\{0\}$, $\{\emptyset, 0\}$ 167 $\emptyset$, $\{2\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{4, 6\}$, $\{2, 4, 6\}$
 168 $a = 1$, $b = 2$ 169 $a = 4$, $b = 3$ 170 $a \leq 1$, $b \geq 2$
 171 32 172 31 173 8
 174 4 175 8

2 집합의 연산

89쪽 ~ 102쪽

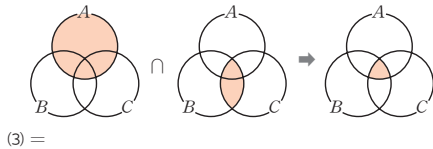
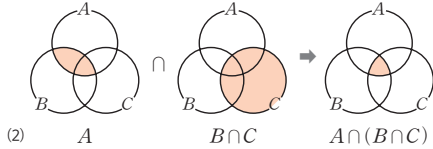
- 176 $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 177 $A \cap B = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
 178 $A \cap B = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
 179 $A \cap B = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$, $A \cup B = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 180 □: 3, 3, 1 181 $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$ 182 $a = 2$, $b = 2$
 183 $A \cap B = \{2\}$ 184 ○ 185 ×
 186 × 187 × 188 □: 1, 3, 2, 2, 4
 189 8 190 $A^c = \{6, 9\}$, $B^c = \{2, 5, 7\}$
 191 $A^c = \{3, 4, 5, 6\}$, $B^c = \{1, 3, 5\}$
 192 $A^c = \{2, 4, 6, 8\}$, $B^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 193 $A^c = \{1, 4, 6, 8, 9\}$, $B^c = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 194 $A - B = \{1, 2\}$, $B - A = \{4, 5\}$
 195 $A - B = \{1, 3\}$, $B - A = \{6, 8\}$
 196 $A - B = \{3, 5\}$, $B - A = \{8\}$
 197 $A - B = \{3, 6, 12\}$, $B - A = \{8, 16\}$
 198 A

 199 A

 200 ○ 201 × 202 ○
 203 A 204 U 205 ∅
 206 =

 207 =, =

 208 ○ 209 × 210 ×
 211 × 212 B^c 213 A^c
 214 B^c, B 215 A^c, A 216 A
 217 B 218 ∅ 219 ∅

- 220 $\emptyset$ 221 $\emptyset$ 222 $\emptyset$
 223 $\square: 3, 6, 2, 3, 8$ 224 2 225 2
 226 8 227 16 228 $\square: 3, 4, 1, 2, =$
 229 $A \cup B = B \cup A$ 230 $A \cup B = B \cup A$ 231 $A \cap B = B \cap A$
 232 $A \cap B = B \cap A$ 233 $A \cap B = B \cap A$
 234 (1) $A \cup B$ C $(A \cup B) \cup C$



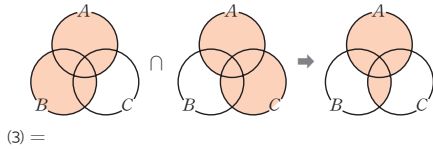
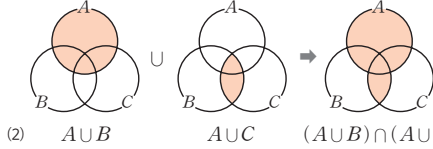
- (3) =
 235 (1) $(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ (2) $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 (3) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

- 236 (1) $A \cap B$ C $(A \cap B) \cap C$



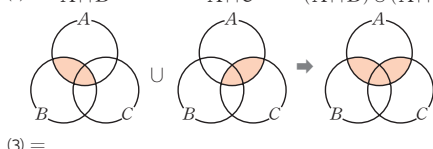
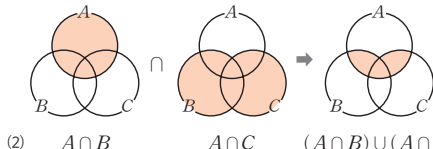
- (3) =
 237 (1) $(A \cap B) \cap C = \{3\}$ (2) $A \cap (B \cap C) = \{3\}$ (3) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

- 238 (1) A $B \cap C$ $A \cup (B \cap C)$



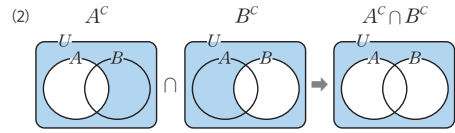
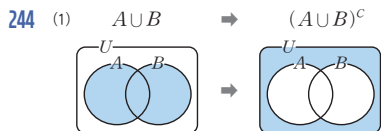
- (3) =
 239 (1) $A \cup (B \cap C) = \{1, 5, 6, 7, 9\}$
 (2) $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 5, 6, 7, 9\}$
 (3) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

- 240 (1) A $B \cup C$ $A \cap (B \cup C)$



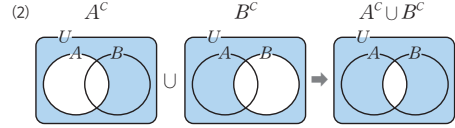
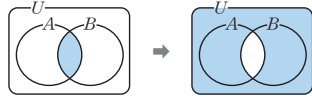
- (3) =
 241 (1) $A \cap (B \cup C) = \{1, 3, 4\}$ (2) $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{1, 3, 4\}$
 (3) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

- 242 $\cap, \cup, \cap$ 243 $\cup, \cap, \cup$



- (3) =
 245 (1) $(A \cup B)^c = \{5, 7\}$ (2) $A^c \cap B^c = \{5, 7\}$ (3) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

- 246 (1) $A \cap B$ $(A \cap B)^c$



- (3) =
 247 (1) $(A \cap B)^c = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ (2) $A^c \cup B^c = \{1, 3, 4, 5, 7\}$
 (3) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

- | | | |
|---|---|--|
| 248 $A^c \cap B$ | 249 $A^c \cup B$ | 250 $A \cap B^c$ |
| 251 $A \cup B^c$ | 252 $A \cap B$ | 253 $A \cup B$ |
| 254 $\{2, 4\}$ | 255 $\{2, 3, 4, 6\}$ | 256 $\{1, 5\}$ |
| 257 $\{1, 3, 5, 6\}$ | 258 $\square, \equiv, \cap$ | 259 $\equiv, \wedge, \neg, \square, \circ$ |
| 260 $\equiv, \equiv, \square, \square$ | 261 $\equiv, \wedge, \square, \square, \equiv$ | 262 $\emptyset, -$ |
| 263 $B \cup B^c, A \cap U$ | 264 $\emptyset$ | 265 $A \cup B^c$ |
| 266 A | 267 A | 268 $A \cup B^c$ |
| 269 $\emptyset$ | 270 B | 271 A |
| 272 $A - (B \cap C)$ | 273 $B \cap (A \cup C)$ | 274 $\square: \cup, \emptyset, \subset$ |
| 275 $A \subset B$ | 276 $B \subset A$ | 277 $B \subset A$ |
| 278 $\square: A \cap B, 3, 6$ | 279 8 | 280 1 |
| 281 0 | 282 4 | 283 $\square: U, 10, 3$ |
| 284 4 | 285 6 | 286 1 |
| 287 7 | 288 5 | 289 2 |
| 290 10 | 291 $\square: A \cap B, 3, 5$ | 292 5 |
| 293 4 | 294 4 | 295 6 |
| 296 6 | 297 4 | 298 4 |
| 299 $\square: 8, 7, 9, 5, 3, 4, 2, 14$ | | 300 20 |
| 301 5 | 302 1 | |
| 303 $\square: 17, A \cap B, 17, 21, 21$ | | 304 15명 |
| 305 13명 | 306 (1) $\square: 9, 2, 9, 2, 23, 23$ (2) $\square: 30, 23, 7, 7$ | |
| 307 (1) 19명 (2) 9명 | | |

연산문제로 실전 능력 다지기

103쪽 ~ 104쪽

- | | | |
|----------------------------|-------------------|----------------------|
| 308 $\{2, 3, 4, 5, 6, 9\}$ | 309 $\{3, 6\}$ | 310 $\{1, 7, 8, 9\}$ |
| 311 $\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$ | 312 $\{2, 4, 5\}$ | 313 $\{9\}$ |
| 314 $\{9\}$ | 315 $\{2, 4, 5\}$ | 316 $\circ$ |
| 317 $\times$ | 318 $\circ$ | 319 $\times$ |
| 320 $\times$ | 321 $\circ$ | 322 4 |
| 323 16 | 324 U | 325 $A \cap B$ |
| 326 A | 327 B | 328 21 |
| 329 14 | 330 27 | 331 13 |
| 332 23명 | 333 5명 | |

3 명제

105쪽 ~ 119쪽

- | | | |
|--------------|--------------|-------------|
| 334 $\circ$ | 335 $\circ$ | 336 $\circ$ |
| 337 $\times$ | 338 $\times$ | 339 $\circ$ |

- 340 ○ 341 × 342 명제, 참
343 명제, 거짓 344 조건 345 조건
346 명제, 거짓 347 조건 348 명제, 참
349 조건 350 (1) □: 거짓, 참, 참 (2) 3, 4 (3) {3, 4}
351 (1) 참, 거짓, 참, 거짓 (2) 2, 6 (3) {2, 6} 352 $P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
353 $P = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ 354 $P = \{1, 2, 3\}$
355 $P = \{-3, 3\}$ 356 $P = \{-2\}$ 357 $P = \{-2, -1\}$
358 $P = \{1\}$ 359 □: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
360 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 361 $P \cup Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
362 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 363 □: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
364 $P \cap Q = \{4\}$ 365 $P \cap Q = \{7\}$ 366 $P \cap Q = \{6\}$
367 정사각형은 직사각형이 아니다.
368 3의 배수는 6의 배수가 아니다. 369 사자는 동물이 아니다.
370 $1 \notin \{1, 2\}$ 371 $0 \notin \{1, 2\}$ 372 6은 무리수이다.
373 3과 4는 서로소가 아니다. 374 x 는 홀수가 아니다. 375 $x \leq 1$
376 $x > 0$ 377 $x \neq -2$ 이고 $x \neq 2$ 378 $-1 \leq x < 2$
379 $x = 0$ 또는 $x = 3$ 380 $x \leq 1$ 또는 $x \geq 6$ 381 $x \leq -2$ 또는 $x > 1$
382 참, 부정: 2는 소수가 아니다. (거짓)
383 거짓, 부정: 6과 8은 서로소가 아니다. (참)
384 거짓, 부정: $\sqrt{3}$ 은 유리수가 아니다. (참)
385 참, 부정: $\emptyset$ 는 집합 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 의 부분집합이 아니다. (거짓)
386 참, 부정: $5+7 \neq 12$ (거짓)
387 거짓, 부정: $6+12 \leq 18$ (참) 388 □: P^C , 4, 5
389 $P^C = \{2, 3, 5\}$ 390 $P^C = \{1, 2\}$ 391 $P^C = \{1, 5\}$
392 (1) □: 참, 참, 거짓, 참, 거짓, 거짓, 거짓 (2) ① 참 ② 거짓 ③ 거짓
(3) ① 참 ② 참 ③ 거짓
393 거짓 394 참 395 참
396 참 397 참 398 참
399 거짓 400 거짓
401 부정: 어떤 자연수 x 에 대하여 $x-1 < 0$ 이다. (거짓)
402 부정: 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+x+1 \geq 0$ 이다. (참)
403 부정: 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2-2x-1 \leq 0$ 이다. (참)
404 부정: 모든 정수 x 에 대하여 $x \leq |x|$ 이다. (참)
405 부정: 어떤 직각삼각형은 이등변삼각형이다. (참)
406 가정: x 는 소수이다., 결론: x 는 홀수이다.
407 가정: x 는 실수이다., 결론: $x^2 \geq 0$ 이다.
408 가정: $x=3$ 이다., 결론: $x^2=9$ 이다.
409 가정: $x-2 \leq 0$ 이다., 결론: $x^2 \leq 4$ 이다.
410 가정: $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이다., 결론: $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
411 □: 1, 1, 1, $\angle$, 거짓 412 참 413 거짓
414 참 415 참 416 참
417 참 418 참 419 거짓
420 거짓 421 참 422 거짓
423 거짓 424 □: -, -, 5, 5 425 2
426 1 427 1 428 $\perp$
429 $\geq$ 430 $\subset$ 431 $\neg$
432 □: $\subset$, 참 433 거짓 434 참
435 거짓 436 거짓 437 참
438 역: $q \rightarrow p$, 대우: $\sim q \rightarrow \sim p$ 439 역: $\sim q \rightarrow p$, 대우: $q \rightarrow \sim p$
440 역: $p \rightarrow q$, 대우: $\sim p \rightarrow \sim q$ 441 역: $\sim p \rightarrow q$, 대우: $p \rightarrow \sim q$
442 역: $q \rightarrow \sim p$, 대우: $\sim q \rightarrow p$ 443 역: $\sim q \rightarrow \sim p$, 대우: $q \rightarrow p$
444 역: $p \rightarrow \sim q$, 대우: $\sim p \rightarrow q$ 445 역: $\sim p \rightarrow \sim q$, 대우: $p \rightarrow q$
446 참, 역: $x^2 > 4$ 이면 $x > 2$ 이다. (거짓), 대우: $x^2 \leq 4$ 이면 $x \leq 2$ 이다. (참)
447 거짓, 역: $x=4$ 이면 $x^2=16$ 이다. (참), 대우: $x \neq 4$ 이면 $x^2 \neq 16$ 이다. (거짓)
448 참, 역: $xy=0$ 이면 $x=0$ 이다. (거짓), 대우: $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이다. (참)
449 참, 역: x 가 16의 약수이면 x 는 8의 약수이다. (거짓)
대우: x 가 16의 약수가 아니면 x 는 8의 약수가 아니다. (참)
450 거짓, 역: 정사각형은 네 변의 길이가 같다. (참)
대우: 정사각형이 아니면 네 변의 길이가 모두 같은 것은 아니다. (거짓)
451 참, 역: $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이다. (참), 대우: $A \cup B \neq B$ 이면 $A \not\subset B$ 이다. (참)

- 452 □: $\sim p$, 참, ○ 453 $\wedge$ 454 $\supset$
455 $\neg$ 456 (1) ○ (2) × (3) ○ 457 (1) × (2) ○ (3) ○
458 (1) ○ (2) × (3) ○ 459 (1) ○ (2) ○ (3) × 460 (1) ○ (2) × (3) ○
461 □: 참, -1, 충분 462 거짓, 참, 필요 463 거짓, 참, 필요
464 참, 참, 필요충분 465 참, 거짓, 충분 466 참, 거짓, 충분
467 참, 참, 필요충분 468 참, 참, 필요충분
469 □: {3}, {-3, 3}, $\subset$, 충분 470 {-3, 1}, {1}, $Q \subset P$, 필요
471 {-1}, {-1}, $P=Q$, 필요충분 472 $\{x|x>1\}$, $\{x|1<x\leq 2\}$, $Q \subset P$, 필요
473 $\{x|x<1\}$, $\{x|x<2\}$, $P \subset Q$, 충분
474 $\{x|-1<x<1\}$, $\{x|-1<x<1\}$, $P=Q$, 필요충분
475 {3, 6, 9, 12, ...}, {6, 12, 18, 24, ...}, $Q \subset P$, 필요
476 {1, 2, 3, 6}, {1, 2, 3, 4, 6, 12}, $P \subset Q$, 충분 477 □: 3, 4
478 5 479 -3 480 -4
481 -2 482 2 483 2
484 3 485 □: 5, 5 486 4
487 1 488 -1 489 0
490 -2 491 4 492 1

연산문제로 실전 능력 다지기

120쪽 ~ 121쪽

- 493 거짓, 부정: $3+5 \geq 6$ (참)
494 거짓, 부정: {2}는 집합 {1, {2}, 3}의 부분집합이 아니다. (참)
495 참, 부정: 어떤 자연수 x 에 대하여 $|x| \neq x$ 이다. (거짓)
496 거짓, 부정: 모든 정수 x 에 대하여 $3x+1 \neq 0$ 이다. (참)
497 참, 부정: 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 > 0$ 이다. (거짓)
498 {2, 3, 5, 7}, 부정: x 는 소수가 아니다., {1, 4, 6, 8, 9}
499 {1, 2, 7, 8, 9}, 부정: $3 \leq x \leq 6$, {3, 4, 5, 6}
500 {6}, 부정: x 는 2의 배수가 아니거나 3의 배수가 아니다.
{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9}
501 거짓 502 거짓 503 참
504 역: $3x-2 > 30$ 이면 $x > 10$ 이다., 대우: $3x-2 \leq 30$ 이면 $x \leq 10$ 이다.
505 역: x 가 6의 약수이면 x 는 12의 약수이다.
대우: x 가 6의 약수가 아니면 x 는 12의 약수가 아니다.
506 역: x, y 가 모두 유리수이면 $x+y$ 는 유리수이다.
대우: x 또는 y 가 유리수가 아니면 $x+y$ 는 유리수가 아니다.
507 충분조건 508 필요조건 509 필요충분조건
510 3 511 3 512 -4
513 -1

4 절대부등식

122쪽 ~ 128쪽

- 514 □: $\geq, \geq$ 515 $A \leq B$ 516 $A \geq B$
517 $A \geq B$ 518 □: $>, >$ 519 $A > B$
520 $A < B$ 521 $A < B$ 522 $A < B$
523 ○ 524 ○ 525 ×
526 ○ 527 ○ 528 ×
529 ○ 530 ○ 531 ×
532 □: $\geq, >$
533 $a^2 - 2ab + 2b^2 = a^2 - 2ab + b^2 + b^2 = (a-b)^2 + b^2$
이때 $(a-b)^2 \geq 0, b^2 \geq 0$ 이므로 $(a-b)^2 + b^2 \geq 0$
 $\therefore a^2 - 2ab + 2b^2 \geq 0$ (단, 등호는 $a=b=0$ 일 때 성립)

- 534 $(a+b)^2-4ab=a^2+2ab+b^2-4ab=a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
 이때 $(a-b)^2 \geq 0$ 이므로 $(a+b)^2-4ab \geq 0$
 $\therefore (a+b)^2 \geq 4ab$ (단, 등호는 $a-b=0$, 즉 $a=b$ 일 때 성립)
- 535 $4a^2-4ab+2b^2=4a^2-4ab+b^2+b^2=(2a-b)^2+b^2$
 이때 $(2a-b)^2 \geq 0, b^2 \geq 0$ 이므로 $(2a-b)^2+b^2 \geq 0$
 $\therefore 4a^2-4ab+2b^2 \geq 0$ (단, 등호는 $a=b=0$ 일 때 성립)
- 536 $a^2+b^2-ab=a^2-ab+\frac{1}{4}b^2+\frac{3}{4}b^2=\left(a-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3}{4}b^2$
 이때 $\left(a-\frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0$ 이므로 $\left(a-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3}{4}b^2 \geq 0$
 따라서 $a^2+b^2-ab \geq 0$ 이므로 $a^2+b^2 \geq ab$ (단, 등호는 $a=b=0$ 일 때 성립)
- 537 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{a+b})^2=(a+2\sqrt{ab}+b)-(a+b)=2\sqrt{ab}$
 이때 $a \geq 0, b \geq 0$ 이므로 $\sqrt{ab} \geq 0$
 따라서 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 \geq (\sqrt{a+b})^2$ 이고 $\sqrt{a}+\sqrt{b} \geq 0, \sqrt{a+b} \geq 0$ 이므로
 $\sqrt{a}+\sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$ (단, 등호는 $ab=0$ 일 때 성립)
- 538 $(|a|+|b|)^2-|a+b|^2=|a|^2+2|a||b|+|b|^2-(a+b)^2$
 $=a^2+2|ab|+b^2-(a^2+2ab+b^2)$
 $=2(|ab|-ab)$
 이때 $|ab| \geq ab$ 이므로 $2(|ab|-ab) \geq 0$
 따라서 $(|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2$ 이고 $|a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0$ 이므로
 $|a|+|b| \geq |a+b|$ (단, 등호는 $|ab|=ab$, 즉 $ab \geq 0$ 일 때 성립)
- 539 □: $\geq, \geq$ 540 4 541 6
 542 2 543 8 544 □: 2, 4, 4
 545 18 546 9 547 $\frac{9}{2}$
 548 16 549 □: 2, 1, 1, 1 550 2
 551 4 552 □: 4, 4, 4 553 $4\sqrt{2}$
 554 $6\sqrt{2}$ 555 □: 2, 3, 2, 1, 3, 2 556 최솟값: 9, $a=-2$
 557 최솟값: 6, $a=1$ 558 □: $abxy, ay-bx, ax+by$
 559 최댓값: $2\sqrt{2}$, 최솟값: $-2\sqrt{2}$
 560 최댓값: $2\sqrt{5}$, 최솟값: $-2\sqrt{5}$
 561 최댓값: $2\sqrt{13}$, 최솟값: $-2\sqrt{13}$
 562 홀수, 참, 참 563 대우, $3k+2, 1, 3k+2, 3k+2, 1$, 대우, 참, 참
 564 홀수, 홀수, 홀수, $2kl-k-l$, 참, 참
 565 짝수, 짝수, 짝수, 서로소, 참, 참 566 짝수, 짝수
 567 유리수, 서로소, 배수, 배수, 배수, 배수, 서로소

연산문제로 실전 능력 다지기

129쪽

- 568 $A < B$ 569 $A < B$ 570 12
 571 $\frac{25}{6}$ 572 $2\sqrt{6}-2$ 573 $\frac{9}{2}$
 574 12 575 ②

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

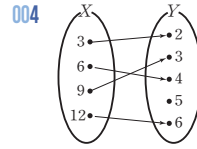
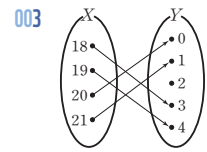
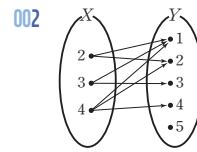
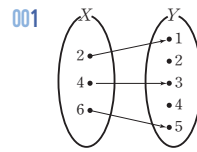
130쪽 ~ 132쪽

- 576 ④ 577 $\{b, c\}, \{a, b, c\}$ 578 ③
 579 16 580 255 581 12
 582 16 583 $\{3, 5\}$ 584 ②
 585 $\perp, \subset, \supset$ 586 $P = \{3, 4, 5\}$ 587 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4\}$
 588 $P \cap Q = \{4\}$ 589 $P^C = \{2, 3, 4\}$ 590 ①
 591 ⑤ 592 ③ 593 ④
 594 ② 595 ② 596 4
 597 7 598 $A > B$ 599 최댓값: 4, $x=3, y=\frac{4}{3}$
 600 최솟값: $2\sqrt{6}, x=\frac{\sqrt{6}}{2}, y=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 601 6

III. 함수

1 함수

134쪽 ~ 143쪽



- 005 ○ 006 × 007 ×
 008 ○ 009 함수이다., 정의역: $\{a, b, c\}$, 공역: $\{0, 1\}$, 치역: $\{0, 1\}$
 010 함수가 아니다. 011 함수가 아니다.
 012 함수이다., 정의역: $\{1, 2, 3\}$, 공역: $\{a, b, c, d\}$, 치역: $\{a, c\}$
 013 □: 유리수, 2, 2 014 $\sqrt{3}$ 015 $2-\sqrt{2}$
 016 $-1-\sqrt{3}$ 017 4 018 2
 019 8 020 □: 1, 3, $2x+3$ 021 $f(x)=4x-13$
 022 $f(x)=x^2+6x+4$ 023 $f(x)=2x-3$ 024 $f(x)=4x^2-6x+2$
 025 □: 2, 7 026 7 027 31
 028 31 029 □: 2, 2, 5 030 2
 031 4 032 81 033 □: 0, 1
 034 4 035 16 036 0
 037 2 038 20 039 -6
 040 □: 0, 2, ≠ 041 서로 같은 함수이다. 042 서로 같은 함수가 아니다.
 043 서로 같은 함수이다. 044 서로 같은 함수이다. 045 □: 0, 3, 3, -3
 046 $a=1, b=-3$ 047 $a=-2, b=4$ 048 $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$
 049 함수의 그래프 판별 여부: 함수의 그래프이다.
 그 이유: 정의역의 각 원소에 공역의 원소가 오직 하나씩만 대응하므로 함수의 그래프이다.
 050 함수의 그래프 판별 여부: 함수의 그래프가 아니다.
 그 이유: 정의역의 원소 2에 대응하는 공역의 원소가 없으므로 함수의 그래프가 아니다.
 051 함수의 그래프 판별 여부: 함수의 그래프가 아니다.
 그 이유: 정의역의 원소 1에 대응하는 공역의 원소가 두 개이므로 함수의 그래프가 아니다.
 052 ○ 053 × 054 ○
 055 ○ 056 × 057 ×
 058 □: $f(x_2), x_2$, 일대일대응
 059 일대일대응이 아니다.
 그 이유: $x_1=-1, x_2=1$ 일 때, $f(x_1)=f(-1)=2, f(x_2)=f(1)=2$
 즉 $x_1 \neq x_2$ 이지만 $f(x_1)=f(x_2)$ 인 두 실수 x_1, x_2 가 존재한다.
 060 일대일대응이 아니다.
 그 이유: $x_1=0, x_2=1$ 일 때, $f(x_1)=f(0)=2, f(x_2)=f(1)=2$
 즉 $x_1 \neq x_2$ 이지만 $f(x_1)=f(x_2)$ 인 두 실수 x_1, x_2 가 존재한다.
 061 일대일대응이다. 062 ○ 063 ×
 064 × 065 □: 감소, 0 066 $a < 1$
 067 $a > 0$ 068 $a > -2$ 069 □: 2, 2, -6
 070 -6 071 □: 2, 2, 5 072 2
 073 (1) □: 5, 5, 2, 3 (2) $a=-2, b=3$
 074 (1) $a=4, b=-9$ (2) $a=-4, b=11$
 075 항등 076 상수 077 항등
 078 □: 2, 2, 1, 1, 4 079 11 080 □: 4, 4
 081 16 082 81 083 □: 3, 2, 3, 2
 084 12 085 6 086 24

087 $f(x) = -2x + 3, f(3) = -3$

088 $f(x) = \frac{x+7}{2}, f(5) = 6$

089 $f(x) = -3x + 4, f(2) = -2$

091 $a=2, b=1$

092 $a=\frac{4}{3}, b=\frac{1}{3}$

094 $\neg, \sqsubset$

095 $\neg$

097 $a > 0$

098 $a < -1$

100 $a=2, b=-1$

101 9

090 $a=2, b=1$

093 $\neg, \sqsubset, \sqsupset$

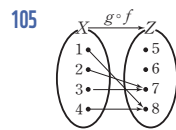
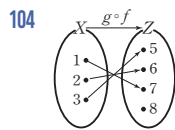
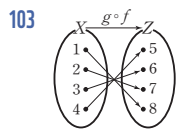
096 $\sqsubset$

099 $a=\frac{1}{2}, b=3$

102 2

2 합성함수와 역함수

146쪽 ~ 158쪽



106 $\square: 3x, 6x$

107 $6x+1$

108 $12x^2+12x+3$

109 $2x^2-12x+19$

110 $6x^2+3$

111 x^2-6x+5

112 $\square: -5, -5, -13$

113 -11

114 -10

115 3

116 2

117 0

118 8

119 $\square: \text{무리수}, 4, 4, 2, 4$

120 4

121 2

122 3

123 5

124 -1

125 -1

126 $\square: x^2-1, 3x^2-1$

127 $9x^2+12x+3$

128 $f \circ g \neq g \circ f$

129 x^2+6x+8

130 x^2+6x+8

131 $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

132 $\square: 3x+k, 2x, 0$

133 -1

134 $-\frac{3}{2}$

135 2

136 $\square: h(x), 2x-5$

137 $h(x) = -\frac{1}{2}x+2$

138 $h(x) = -3x+4$

139 $h(x) = 4x+4$

140 $h(x) = -2x+8$

141 $h(x) = \frac{1}{3}x^2-x$

142 $\square: t, 2$

143 $h(x) = -3x-8$

144 $h(x) = 2x-11$

145 $h(x) = 2x-7$

146 $h(x) = 4x-1$

147 $\square: 3, 3, 1$

148 1

149 3

150 $f^2(2) = 3, f^4(2) = 2$

151 2

152 1

153 $\square: x+4, x+6$

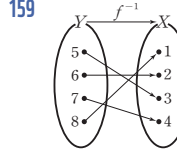
154 $x+2n$

155 203

156 $f^2(x) = 3^2x, f^3(x) = 3^3x$

157 $3^n x$

158 3^{10}



160 3

161 2

162 4

163 1

164 $\square: 1, 1, 2$

165 3

166 -1

167 3

168 5

169 2

171 0

172 -1

174 -1

175 $\frac{1}{2}$

170 4

173 $\square: 2, 2, 2$

176 $\square: 2, 4, 4, 1, 1$

177 $a=-3, b=5$

178 $a=\frac{1}{2}, b=3$

179 $\square: k, 1, 1$

180 3

181 1

182 9

183 $\square: a, a+1, 3, 2$

184 3

185 -7

186 $\square: -a+2, 4, 1$

187 2

188 13

189 $\square: -x+b, -3x+5, 3, 2$

191 $\frac{4}{3}$

192 $\square: -x+5, 1, -3, -1, 2$

193 -1

194 1

195 -3

196 -3

197 -4

198 $a < \frac{1}{2}$

199 $-1 < a < 1$

200 $\square: -1, -1, 1, 1, 3$

201 $a=2, b=11$

202 $a=0, b=4$

203 $a=-5, b=-1$

204 $\square: 1, \frac{5}{2}$

205 5

206 $\frac{1}{2}$

207 $\square: 1, 1, 2, 2, 3$

208 10

209 6

210 2

211 $\square: g, 3$

212 -3

213 $\frac{3}{2}$

214 0

215 1

216 $\square: 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$

217 $y = -\frac{1}{2}x-3$

218 $y=2x+6$

219 $y = \frac{1}{5}x+2$

220 c

221 a

222 a

223 b

224 c

225 a

226 b

227 c

228 a

229 b

230 c

231 d

232 $\square: x, 6, 6, 6$

233 $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

234 $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

235 (5, 5)

236 (3, 3)

237 $\square: 1, 3, 3, 1, 2$

238 $a=2, b=-6$

239 $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{5}{2}$

240 $a = -2, b = 1$

연산문제로 실전 능력 다지기

159쪽 ~ 160쪽

241 $x+5$

242 $6x^2-5$

243 14

244 11

245 $\frac{1}{2}$

246 $h(x) = 6x-15$

247 $h(x) = x-4$

248 $a=3, b=-5$

249 9

250 $\frac{5}{4}$

251 9

252 $a=2, b=5$

253 1

254 $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$

255 $y = 6x-4$

256 3

257 1

258 b

3 유리식과 유리함수

161쪽 ~ 175쪽

259 분수

260 다항

261 분수

262 다항

263 $\frac{3a^2}{2b}$

264 $x-1$

265 $\frac{x+3}{2x+1}$

266 $\frac{4b}{12a^3b^2}, \frac{3a^2}{12a^3b^2}$

267 $\frac{x-1}{x(x-2)}, \frac{2x}{x(x-2)}$

268 $\frac{(2x+3y)^2}{(x-y)(x+2y)(2x+3y)}, \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+2y)(2x+3y)}$

269 $\square: x-1, 1$

270 $\frac{-2x+1}{x+1}$

271 $\frac{3x-2}{(x+2)(x-2)}$

272 $\frac{6x+3}{(x-1)(x+2)}$

273 $\frac{4x-5}{(x+2)(x-2)}$

274 $\frac{6x-3}{(x+1)(x+2)(x-3)}$

275 $\square: x-1, \frac{1}{2(x+1)}$

276 $\frac{x}{(x-2)^2}$

277 $\frac{2(x+3)}{x(x-2)}$

278 $\frac{x+3}{x+1}$

279 $x-2$

280 $\frac{x-1}{x+2}$

281 $\square: x-1, -x+3, -1, 3$

283 $a=-1, b=1$

284 $a=2, b=-2$

282 $a=1, b=2$

285 $\square: x, x+1, x+1, 1, -1$

287 $a=3, b=2$

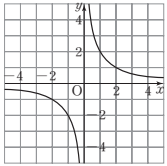
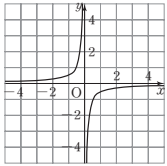
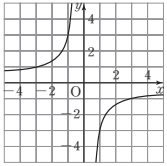
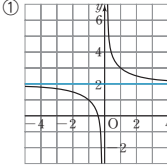
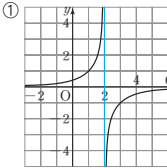
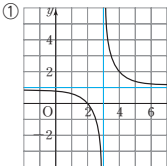
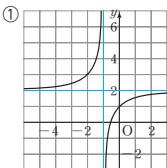
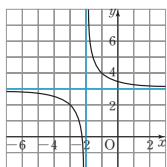
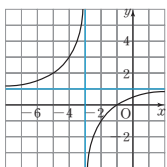
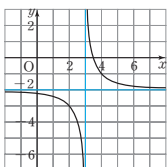
288 $a=0, b=2$

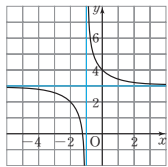
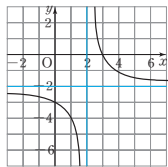
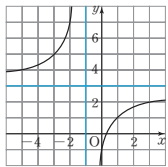
286 $a = -\frac{1}{3}, b = \frac{1}{3}$

290 $\square: 2k, 2k, 2k, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}$

289 $a=3, b=3$

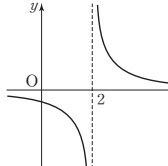
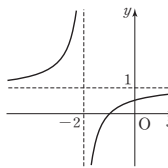
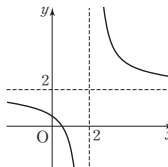
291 $\frac{2}{3}$

- 292 $\frac{2}{5}$ 293 $\frac{23}{6}$ 294 -3
- 295 $\frac{11}{14}$ 296 $\square: 2k, 2k, 2k, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, -\frac{5}{6}$
- 297 $\frac{1}{5}$ 298 $\frac{12}{13}$ 299 $\frac{7}{3}$
- 300 $-\frac{5}{9}$ 301 $\frac{11}{50}$ 302 분수
- 303 다항 304 분수 305 다항
- 306 $\{x|x \text{는 } x \neq 5 \text{인 실수}\}$ 307 $\{x|x \text{는 } x \neq \frac{4}{3} \text{인 실수}\}$
- 308 $\{x|x \text{는 } x \neq -1, x \neq 3 \text{인 실수}\}$ 309 $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$
- 310  311  312 
- 313 $\square: 1, 2, 2, 1$ 314 $y = \frac{3}{x-2} - 1$ 315 $y = -\frac{2}{x+2} - 3$
- 316 $\square: -4, 0, -4$ 317 $p=0, q=3$ 318 $p=-2, q=0$
- 319 $p=3, q=0$ 320 $p=1, q=3$ 321 $p=-5, q=3$
- 322 ①  ② $x=0, y=2$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq 0 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 2 \text{인 실수}\}$
- 323 ①  ② $x=2, y=0$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq 2 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 0 \text{인 실수}\}$
- 324 ①  ② $x=3, y=1$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq 3 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 1 \text{인 실수}\}$
- 325 ①  ② $x=-1, y=2$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq -1 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 2 \text{인 실수}\}$
- 326 $\square: 2, 2, 2$ 327 $a=-2, b=1$ 328 $a=2, b=-3$
- 329 $\square: 0, 0, 0, 2$ 330 5 331 $-\frac{1}{2}$
- 332 $\times$ 333 $\circ$ 334 $\times$
- 335 $\circ$ 336 $\circ$ 337 $\times$
- 338 $\circ$ 339 $\times$ 340 $\circ$
- 341 $\times$ 342 $\square: 2, -3$ 343 $y = \frac{1}{x+2} + 3$
- 344 $y = \frac{2}{x+2} - 5$ 345 $y = \frac{1}{x-1} - 2$ 346 $y = \frac{4}{x+3} - 3$
- 347 $y = \frac{4}{x-2} + \frac{3}{2}$ 348 $y = -\frac{1}{2x-3} - 2$
- 349  350  351 

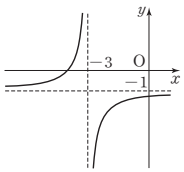
- 352  353  354 
- 355 $\circ, \square: 1, 2, -2$, 있다 356 $\times$ 357 $\times$
- 358 $\circ$ 359 $\circ$
- 360 $\circ, \square: y = -\frac{3}{x}, 3, -\frac{1}{2}$, 있다 361 $\times$
- 362 $\circ$ 363 $\square: 0, -1, 2, 2$ 364 $k=1, p=2, q=1$
- 365 $k=4, p=-2, q=2$ 366 $k=-2, p=-1, q=3$
- 367 $k=-1, p=-3, q=-2$ 368 $k=-3, p=1, q=-3$
- 369 $\square: 3, 3, 2, 2, 4, -4$ 370 $a=1, b=2, c=-1$ 371 $a=1, b=-1, c=2$
- 372 $a=2, b=1, c=-1$ 373 $a=1, b=4, c=2$ 374 $a=-2, b=1, c=-3$
- 375 $\square: 1, 1, 4, 4$ 376 최댓값: 3, 최솟값: $\frac{5}{3}$
- 377 최댓값: 0, 최솟값: $-\frac{3}{2}$ 378 최댓값: $\frac{11}{5}$, 최솟값: 2
- 379 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{5}{2}$ 380 최댓값: $\frac{3}{2}$, 최솟값: 0 381 $\square: 1, 1$
- 382 $y = \frac{-x+5}{x-2}$ 383 $y = \frac{-2x+5}{x-3}$ 384 $y = \frac{3x+2}{x+1}$
- 385 $\square: 5, 1, -1$ 386 $a=1, b=2, c=6$ 387 $a=3, b=-2, c=4$
- 388 $\square: f^{-1}, 5, 1, 1$ 389 1 390 5
- 391 $\square: 1, 1, 1, x, \frac{1}{2}$ 392 -1 393 3
- 394 $-\frac{1}{2}$

연산문제로 실전 능력 다지기

176쪽 ~ 178쪽

- 395 $\frac{x+4}{x+3}$ 396 $-\frac{2}{(x-1)(x-2)}$ 397 $\frac{3}{x-1}$
- 398 $\frac{3(x+2)}{(x-1)(x+1)}$ 399 $x-1$ 400 $a=4, b=-7$
- 401 $a=1, b=2$ 402 $a=-2, b=2$ 403 $a=1, b=-1$
- 404 $a=1, b=4$ 405 $a=7, b=8$ 406 $a=-1, b=3$
- 407 $\frac{7}{3}$ 408 $\frac{30}{13}$ 409 $-\frac{7}{4}$
- 410 $-\frac{1}{8}$ 411 $y = \frac{2}{x+4} + 3$ 412 $y = -\frac{3}{x-2} - 4$
- 413  점근선의 방정식: $x=2, y=0$
정의역: $\{x|x \text{는 } x \neq 2 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \text{는 } y \neq 0 \text{인 실수}\}$
- 414  점근선의 방정식: $x=-2, y=1$
정의역: $\{x|x \text{는 } x \neq -2 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \text{는 } y \neq 1 \text{인 실수}\}$
- 415  점근선의 방정식: $x=2, y=2$
정의역: $\{x|x \text{는 } x \neq 2 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \text{는 } y \neq 2 \text{인 실수}\}$

416

점근선의 방정식: $x = -3, y = -1$ 정의역: $\{x | x \neq -3 \text{인 실수}\}$ 치역: $\{y | y \neq -1 \text{인 실수}\}$ 417 $k=3, p=0, q=-1$ 418 $k=-2, p=1, q=3$ 419 $a=1, b=-6, c=-3$ 420 $a=3, b=-2, c=-2$ 421 최댓값: 6, 최솟값: 3422 최댓값: 1, 최솟값: $-\frac{1}{2}$ 423 $a=7, b=1, c=-3$ 424 2 425 $a=1, b=2$

4 무리식과 무리함수

179쪽 ~ 191쪽

426 무

427 유

428 무

429 유

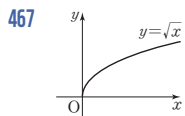
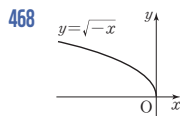
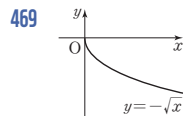
430 $\square: 0, \frac{3}{2}$ 431 $x > -1$ 432 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ 433 $-3 \leq x \leq 2$ 434 $\square: -b, a+b$ 435 a 436 $a+b-ab$ 437 $-a+b$ 438 $-b$ 439 $-a+2b$ 440 $\square: 0, 0, 0$ 441 $x \leq -1$ 442 $2 \leq x \leq 3$ 443 $-1 \leq x < 0$ 444 $-2 \leq x < 1$ 445 $\square: \sqrt{x+2}, x+2, 2$ 446 $-\sqrt{x-1}-\sqrt{x}$ 447 $\sqrt{x+1}-1$ 448 $-1-\sqrt{x-1}$ 449 $x-\sqrt{x^2-x}$ 450 $\square: \sqrt{x-1}, x-1, 2$ 451 x^2+x-2 452 $\frac{2x+2}{-x+1}$ 453 -4 454 -6 455 x 456 $\square: \frac{2}{x-1}, 2\sqrt{2}+2$ 457 $-2\sqrt{3}$ 458 $2-2\sqrt{2}$ 459 $-6-4\sqrt{3}$

460 무

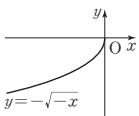
461 유

462 무

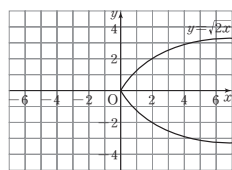
463 유

464 $\{x | x \geq \frac{1}{2}\}$ 465 $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$ 466 $\{x | x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 3\}$ 정의역: $\{x | x \geq 0\}$
치역: $\{y | y \geq 0\}$ 정의역: $\{x | x \leq 0\}$
치역: $\{y | y \geq 0\}$ 정의역: $\{x | x \geq 0\}$
치역: $\{y | y \leq 0\}$

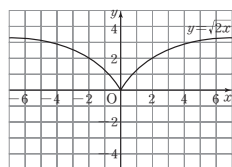
470

정의역: $\{x | x \leq 0\}$
치역: $\{y | y \leq 0\}$

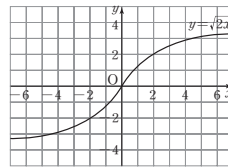
471

 $y = -\sqrt{2x}$

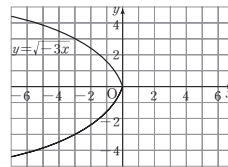
472

 $y = \sqrt{-2x}$

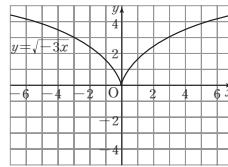
473

 $y = -\sqrt{-2x}$

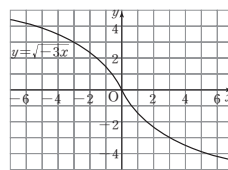
474

 $y = -\sqrt{-3x}$

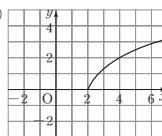
475

 $y = \sqrt{3x}$

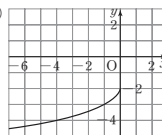
476

 $y = -\sqrt{3x}$ 477 $\square: 2, 1, 2$ 478 $y = \sqrt{-3x-3}-3$ 479 $y = -\sqrt{x+2}+1$ 480 $y = -\sqrt{-2x+4}+3$ 481 $\square: -5, 0, -5$ 482 $p=3, q=0$ 483 $p=-2, q=0$ 484 $p=3, q=-1$ 485 $p=-2, q=1$ 486 $p=-2, q=-2$ 487 $p=-\frac{1}{3}, q=4$

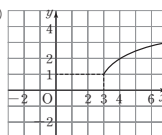
488 ①

② $\{x | x \geq 2\}$ ③ $\{y | y \geq 0\}$

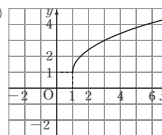
489 ①

② $\{x | x \leq 0\}$ ③ $\{y | y \leq -2\}$

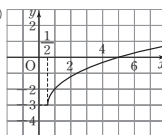
490 ①

② $\{x | x \geq 3\}$ ③ $\{y | y \geq 1\}$

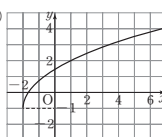
491 ①

② $\{x | x \geq 1\}$ ③ $\{y | y \geq 1\}$

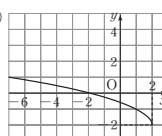
492 ①

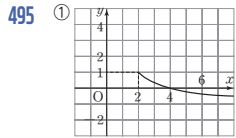
② $\{x | x \geq \frac{1}{2}\}$ ③ $\{y | y \geq -3\}$

493 ①

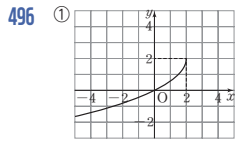
② $\{x | x \geq -2\}$ ③ $\{y | y \geq -1\}$

494 ①

② $\{x | x \leq 2\}$ ③ $\{y | y \geq -2\}$



- ② $\{x|x \geq 2\}$
③ $\{y|y \leq 1\}$



- ② $\{x|x \leq 2\}$
③ $\{y|y \leq 2\}$

- 497 × 498 ○ 499 ×
500 ○ 501 ○ 502 ×
503 ○ 504 ○ 505 □: -2, 2, 2, 4, 4
506 $a=-1, b=1, c=3$ 507 $a=4, b=4, c=-2$ 508 $a=-8, b=16, c=-1$
509 $a=-2, b=4, c=2$ 510 $a=3, b=9, c=-1$ 511 □: $\frac{1}{2}, 5, 1$
512 최댓값: 0, 최솟값: -1 513 최댓값: 0, 최솟값: -2
514 □: k , 감소, -6, -6, -6, 6, 3 515 2
516 3 517 □: $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0, 0$
518 ① $k > -\frac{3}{4}$ ② $k = -\frac{3}{4}$ 또는 $k < -1$ ③ $-1 \leq k < -\frac{3}{4}$
519 ① $k > -1$ ② $k = -1$ 또는 $k < -\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{3}{2} \leq k < -1$
520 ① $k > \frac{1}{4}$ ② $k = \frac{1}{4}$ 또는 $k < 0$ ③ $0 \leq k < \frac{1}{4}$
521 ① $k > \frac{3}{2}$ ② $k = \frac{3}{2}$ 또는 $k < 1$ ③ $1 \leq k < \frac{3}{2}$
522 ① $k > \frac{13}{12}$ ② $k = \frac{13}{12}$ 또는 $k < \frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3} \leq k < \frac{13}{12}$
523 □: $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, 2$ 524 $y = -(x+3)^2 + 2$, 정의역: $\{x|x \geq -3\}$
525 $y = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 1$, 정의역: $\{x|x \leq 1\}$ 526 □: $x, x, 3, 3, 3, 2\sqrt{2}$
527 $2\sqrt{2}$ 528 $4\sqrt{2}$ 529 □: 2, 2, 2, 2, 2, 3
530 $\frac{5}{2}$ 531 17 532 $\frac{2}{3}$
533 13 534 7 535 10

연산문제로 실전 능력 다지기

192쪽 ~ 194쪽

- 536 $a+b$ 537 $-a+b$ 538 $b-a-ab$
539 9 540 2 541 -2

- 542 $-2x$ 543 -4 544 $4+2\sqrt{2}$
545 $\sqrt{2}+1$ 546 $2\sqrt{2}+2$ 547 ×
548 × 549 ○ 550 ×
551 $a=3, b=-6, c=-3$ 552 $a=-3, b=9, c=1$ 553 최댓값: 4, 최솟값: 3
554 최댓값: 1, 최솟값: -1 555 $k > \frac{1}{4}$
556 $k = \frac{1}{4}$ 또는 $k < 0$ 557 $0 \leq k < \frac{1}{4}$ 558 $4\sqrt{2}$
559 $\sqrt{2}$ 560 21 561 4
562 -7 563 $\frac{2}{3}$ 564 -3
565 $\frac{5}{2}$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

195쪽 ~ 200쪽

- 566 $\neg, \geq$ 567 1 568 16
569 $\geq$ 570 $a < -1$ 또는 $a > 1$ 571 5
572 342 573 $2x^2+6x-\frac{1}{2}$ 574 -2
575 0 576 7 577 -48
578 $\frac{2}{3}$ 579 4 580 9
581 6 582 9 583 25
584 $\frac{1}{3}$ 585 $a = -\frac{1}{2}, b=6$ 586 2
587 $\sqrt{2}$ 588 $a=3, b=2$ 589 -4
590 12 591 2 592 $\frac{49}{60}$
593 $-\frac{1}{2}$ 594 $y = -\frac{2}{x+3} + 2$ 595 $a=2, b=-3$
596 $x = \frac{1}{2}, y = -2$ 597 $a=-3, b=2$ 598 -3
599 $a=2, b=-10, c=-3$ 600 4
601 -9 602 5 603 $a=3, b=1$
604 3 605 6 606 1
607 $2x$ 608 ① 609 $a=2, b=6, c=2$
610 5 611 $1 \leq k < \frac{5}{4}$ 612 $-\frac{3}{2}$
613 11

I

도형의 방정식

1

평면좌표

6쪽 ~ 15쪽

001 □: 2, 5

002 $\overline{AB} = |-2 - (-5)| = 3$

003 $\overline{AB} = |2\sqrt{2} - (-3\sqrt{2})| = 5\sqrt{2}$

004 $\overline{AB} = |(2 + \sqrt{2}) - (3 - 2\sqrt{2})| = 3\sqrt{2} - 1$

005 □: 3, ± 2 , 1, 1

006 점 Q의 좌표를 x 라 하면

$$|x - 2| = 5 \text{에서 } x - 2 = \pm 5$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 점 Q의 좌표는 7 또는 -3이다.

007 점 Q의 좌표를 x 라 하면

$$|x - (-6)| = 7 \text{에서 } x + 6 = \pm 7$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -13$$

따라서 점 Q의 좌표는 1 또는 -13이다.

008 □: $x_2, y_1, y_2 - y_1, y_2 - y_1, y_2 - y_1, y_2 - y_1$

009 $\overline{OA} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$

010 $\overline{OA} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$

011 $\overline{AB} = \sqrt{(-5-6)^2 + \{-3-(-3)\}^2} = 11$

012 $\overline{AB} = \sqrt{\{-2-(-2)\}^2 + \{-3-5\}^2} = 8$

013 $\overline{AB} = \sqrt{(3-0)^2 + \{0-(-4)\}^2} = 5$

014 $\overline{AB} = \sqrt{(-4-0)^2 + (-2-2)^2} = 4\sqrt{2}$

015 $\overline{AB} = \sqrt{(-3-4)^2 + \{0-(-1)\}^2} = 5\sqrt{2}$

016 $\overline{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}$

017 $\overline{AB} = \sqrt{(5-3)^2 + \{-4-(-1)\}^2} = \sqrt{13}$

018 $\overline{AB} = \sqrt{(-4-2)^2 + \{3-(-3)\}^2} = 6\sqrt{2}$

019 □: 12, 6, 6

020 $\overline{AB} = 2\sqrt{13}$ 에서 $\overline{AB}^2 = 52$ 이므로

$$(a+1)^2 + (-4-2)^2 = 52$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0, (a+5)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = 3 (\because a > 0)$$

021 $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 에서 $\overline{AB}^2 = 20$ 이므로

$$(-3-1)^2 + (2-a)^2 = 20$$

$$a^2 - 4a = 0, a(a-4) = 0$$

$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

022 $\overline{AB} = 5\sqrt{2}$ 에서 $\overline{AB}^2 = 50$ 이므로

$$(-2+3)^2 + (a-1)^2 = 50$$

$$a^2 - 2a - 48 = 0, (a+6)(a-8) = 0$$

$$\therefore a = 8 (\because a > 0)$$

023 □: 0, -1, -5, 2, 34, 8, 8, 0

024 점 P의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a+1)^2 + (-3)^2 = (a-2)^2 + (-6)^2$$

$$a^2 + 2a + 10 = a^2 - 4a + 40$$

$$6a = 30 \quad \therefore a = 5$$

따라서 점 P의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

025 점 P의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a-1)^2 + (-1)^2 = (a+2)^2 + (-2)^2$$

$$a^2 - 2a + 2 = a^2 + 4a + 8$$

$$-6a = 6 \quad \therefore a = -1$$

따라서 점 P의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.

026 점 P의 좌표를 $(0, a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(-2)^2 + a^2 = (-3)^2 + (a-5)^2$$

$$a^2 + 4 = a^2 - 10a + 34$$

$$10a = 30 \quad \therefore a = 3$$

따라서 점 P의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

027 점 P의 좌표를 $(0, a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(-2)^2 + (a-1)^2 = 1^2 + (a-4)^2$$

$$a^2 - 2a + 5 = a^2 - 8a + 17$$

$$6a = 12 \quad \therefore a = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

028 점 P의 좌표를 $(0, a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$3^2 + (a-1)^2 = (-1)^2 + (a+1)^2$$

$$a^2 - 2a + 10 = a^2 + 2a + 2$$

$$-4a = -8 \quad \therefore a = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

029 □: $a+1, a+1, a+1, 2, 6, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$

030 점 P의 좌표를 $(a, -a+2)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a-2)^2 + (-a+2)^2 = (a-4)^2 + \{(-a+2)-6\}^2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 2a^2 + 32$$

$$-8a = 24 \quad \therefore a = -3$$

따라서 점 P의 좌표는 $(-3, 5)$ 이다.

031 점 P의 좌표를 $(a, 2a)$ 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로}$$

$$(a+1)^2 + (2a-1)^2 = (a-5)^2 + (2a+1)^2$$

$$5a^2 - 2a + 2 = 5a^2 - 6a + 26$$

$$4a = 24 \quad \therefore a = 6$$

따라서 점 P의 좌표는 $(6, 12)$ 이다.

032 (1) □: 1, 1, 5

$$(2) \overline{BC} = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$(3) \overline{CA} = \sqrt{(-2-3)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

(4) $\overline{AB} = \overline{CA}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형이다.

033 (1) $\overline{AB} = \sqrt{(-3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$$(2) \overline{BC} = \sqrt{7^2 + (1-2)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$(3) \overline{CA} = \sqrt{(3-7)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

(4) $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

034 (1) $\overline{AB} = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{25} = 5$

$$(2) \overline{BC} = \sqrt{(6+1)^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$(3) \overline{CA} = \sqrt{(2-6)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(4) $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.

035 □: $\overline{AC}, 3, k, 5, 5$

036 $\triangle ABC$ 가 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 \text{이므로}$$

$$(k-4)^2 + (1-2)^2 = (3-4)^2 + (7-2)^2$$

$$k^2 - 8k + 17 = 26, k^2 - 8k - 9 = 0$$

$$(k+1)(k-9) = 0 \quad \therefore k = 9 (\because k > 0)$$

037 $\triangle ABC$ 가 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$$

$$\overline{AB}^2 = 3^2 + (2+2)^2 = 25$$

$$\overline{CA}^2 = (-3-1)^2 + (-2-k)^2 = k^2 + 4k + 20$$

$$\overline{BC}^2 = 1^2 + (k-2)^2 = k^2 - 4k + 5$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$25 + k^2 + 4k + 20 = k^2 - 4k + 5$$

$$8k = -40 \quad \therefore k = -5$$

038 $\triangle ABC$ 가 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$$

$$\overline{AB}^2 = (3+1)^2 + (3-1)^2 = 20$$

$$\overline{CA}^2 = (-1-k)^2 + (1+3)^2 = k^2 + 2k + 17$$

$$\overline{BC}^2 = (k-3)^2 + (-3-3)^2 = k^2 - 6k + 45$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$20 + k^2 + 2k + 17 = k^2 - 6k + 45$$

$$8k = 8 \quad \therefore k = 1$$

039 □: $\overline{AB}, 4, 2\sqrt{13}, 2\sqrt{13}$

040 $\overline{AP} + \overline{PB} \geq \overline{AB}$

$$= \sqrt{(-3-5)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $4\sqrt{5}$ 이다.

041 $\overline{AP} + \overline{PB} \geq \overline{AB}$

$$= \sqrt{(-2-3)^2 + (1+4)^2}$$

$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $5\sqrt{2}$ 이다.

042 $\overline{AP} + \overline{PB} \geq \overline{AB}$

$$= \sqrt{(1+3)^2 + (5-1)^2}$$

$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $4\sqrt{2}$ 이다.

043 $\overline{AP} + \overline{PB} \geq \overline{AB}$

$$= \sqrt{(3+3)^2 + (-4-2)^2}$$

$$= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $6\sqrt{2}$ 이다.

044 $\overline{AP} + \overline{PB} \geq \overline{AB}$

$$= \sqrt{(-1-3)^2 + (-4+1)^2}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 5이다.

045 □: 3, 3, 3, 3, 3, 3, 10

046 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{a^2 + (b-3)^2\} + \{(a-4)^2 + (b+1)^2\} \\ &= 2a^2 - 8a + 2b^2 - 4b + 26 \\ &= 2(a^2 - 4a) + 2(b^2 - 2b) + 26 \\ &= 2(a-2)^2 + 2(b-1)^2 + 16\end{aligned}$$

따라서 $a=2, b=1$, 즉 점 P의 좌표가 $(2, 1)$ 일 때 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 은 최솟값 16을 갖는다.

047 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(a+1)^2 + (b-2)^2\} + \{(a-3)^2 + (b-4)^2\} \\ &= 2a^2 - 4a + 2b^2 - 12b + 30 \\ &= 2(a^2 - 2a) + 2(b^2 - 6b) + 30 \\ &= 2(a-1)^2 + 2(b-3)^2 + 10\end{aligned}$$

따라서 $a=1, b=3$, 즉 점 P의 좌표가 $(1, 3)$ 일 때 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 은 최솟값 10을 갖는다.

048 3

049 3

050 1

051 □: 8, 2, 4

052 $\overline{AB}$ 를 3 : 1로 내분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{3 \times 5 + 1 \times (-3)}{3+1}\right) \quad \therefore P(3)$$

053 $\overline{AB}$ 를 3 : 2로 내분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{3 \times (-2) + 2 \times 8}{3+2}\right) \quad \therefore P(2)$$

054 □: 4, 1, 3, 9, 3, 7, 3, 7

055 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{aligned}x &= \frac{3 \times 6 + 1 \times (-2)}{3+1} = 4 \\ y &= \frac{3 \times 1 + 1 \times (-3)}{3+1} = 0\end{aligned}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(4, 0)$ 이다.

056 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{aligned}x &= \frac{1 \times 5 + 2 \times (-1)}{1+2} = 1 \\ y &= \frac{1 \times 8 + 2 \times (-4)}{1+2} = 0\end{aligned}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.

057 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{aligned}x &= \frac{1 \times 1 + 3 \times (-5)}{1+3} = -\frac{7}{2} \\ y &= \frac{1 \times 4 + 3 \times (-4)}{1+3} = -2\end{aligned}$$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(-\frac{7}{2}, -2\right)$ 이다.

058 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{aligned}x &= \frac{3 \times 12 + 2 \times 2}{3+2} = 8 \\ y &= \frac{3 \times 4 + 2 \times (-6)}{3+2} = 0\end{aligned}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(8, 0)$ 이다.

059 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\begin{aligned}x &= \frac{2 \times (-2) + 3 \times 3}{2+3} = 1 \\ y &= \frac{2 \times 11 + 3 \times (-4)}{2+3} = 2\end{aligned}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(1, 2)$ 이다.

060 □: 2, 5

$$061 M\left(\frac{-4+5}{2}\right) \quad \therefore M\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$062 M\left(\frac{-3-2}{2}\right) \quad \therefore M\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$063 M\left(\frac{2+1}{2}, \frac{5+8}{2}\right) \quad \therefore M\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{2}\right)$$

$$064 M\left(\frac{2-7}{2}, \frac{-3+4}{2}\right) \quad \therefore M\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$065 M\left(\frac{-4+9}{2}, \frac{-7-2}{2}\right) \quad \therefore M\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{2}\right)$$

$$066 \square: 1, -2, \frac{2}{3}, -1, 4, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$$

067 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times (-5) + (1-t) \times 4}{t + (1-t)} = 4 - 9t < 0 \quad \therefore t > \frac{4}{9}$$

$$b = \frac{t \times 1 + (1-t) \times (-3)}{t + (1-t)} = 4t - 3 < 0 \quad \therefore t < \frac{3}{4}$$

따라서 t 의 값의 범위는 $\frac{4}{9} < t < \frac{3}{4}$

068 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-1)}{t + (1-t)} = 3t - 1 < 0 \quad \therefore t < \frac{1}{3}$$

$$b = \frac{t \times 7 + (1-t) \times (-3)}{t + (1-t)} = 10t - 3 > 0 \quad \therefore t > \frac{3}{10}$$

따라서 t 의 값의 범위는 $\frac{3}{10} < t < \frac{1}{3}$

069 □: 3, -2, -2, 5, $\frac{5}{7}$

070 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 3 + (1-t) \times (-2)}{t + (1-t)} = 5t - 2$$

$$b = \frac{t \times (-2) + (1-t) \times 5}{t + (1-t)} = 5 - 7t$$

$$\therefore P(5t - 2, 5 - 7t)$$

점 P가 y 축 위에 있으므로

$$5t - 2 = 0 \quad \therefore t = \frac{2}{5}$$

071 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 3 + (1-t) \times (-2)}{t + (1-t)} = 5t - 2$$

$$b = \frac{t \times (-2) + (1-t) \times 5}{t + (1-t)} = 5 - 7t$$

$$\therefore P(5t - 2, 5 - 7t)$$

점 P가 직선 $y = x + 1$ 위에 있으므로

$$5 - 7t = (5t - 2) + 1, 6 = 12t \quad \therefore t = \frac{1}{2}$$

072 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-1)}{t + (1-t)} = 3t - 1$$

$$b = \frac{t \times (-3) + (1-t) \times 5}{t + (1-t)} = 5 - 8t$$

$$\therefore P(3t - 1, 5 - 8t)$$

점 P가 x 축 위에 있으므로

$$5 - 8t = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{8}$$

073 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-1)}{t + (1-t)} = 3t - 1$$

$$b = \frac{t \times (-3) + (1-t) \times 5}{t + (1-t)} = 5 - 8t$$

$$\therefore P(3t - 1, 5 - 8t)$$

점 P가 y 축 위에 있으므로

$$3t - 1 = 0 \quad \therefore t = \frac{1}{3}$$

074 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-1)}{t + (1-t)} = 3t - 1$$

$$b = \frac{t \times (-3) + (1-t) \times 5}{t + (1-t)} = 5 - 8t$$

$$\therefore P(3t - 1, 5 - 8t)$$

점 P가 직선 $y = 2x - 1$ 위에 있으므로

$$5 - 8t = 2(3t - 1) - 1, 8 = 14t \quad \therefore t = \frac{4}{7}$$

075 □: 3, -1, 1, 4

076 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$$\frac{4+2}{2} = \frac{a+5}{2}, \frac{2+b}{2} = \frac{5-3}{2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

077 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$$\frac{3+3}{2} = \frac{a+5}{2}, \frac{-1-3}{2} = \frac{b-2}{2}$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

078 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$$\frac{-6+a}{2} = \frac{-1-2}{2}, \frac{1+2}{2} = \frac{-3+b}{2}$$

$$\therefore a = 3, b = 6$$

079 □: 내분, 6, -2, 8, 4

080 세 점 A(2, 5), B(5, 2), C(9, 6)에 대하여

$$\overline{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(9-2)^2 + (6-5)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

이때 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$ 를 3 : 5로 내분하는 점이므로

$$D\left(\frac{3 \times 9 + 5 \times 5}{3+5}, \frac{3 \times 6 + 5 \times 2}{3+5}\right) \quad \therefore D\left(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

081 $\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (7-5)^2}$

$$= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4-1)^2 + (2-5)^2}$$

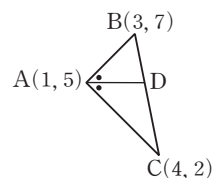
$$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

이때 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 3$$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점이므로

$$D\left(\frac{2 \times 4 + 3 \times 3}{2+3}, \frac{2 \times 2 + 3 \times 7}{2+3}\right) \quad \therefore D\left(\frac{17}{5}, 5\right)$$



082 $\overline{AB} = \sqrt{(1-2)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1-1)^2}$$

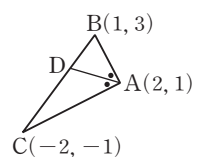
$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

이때 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이

$$\text{므로 } \overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 1 : 2$$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$ 를 1 : 2로 내분하는 점이므로

$$D\left(\frac{1 \times (-2) + 2 \times 1}{1+2}, \frac{1 \times (-1) + 2 \times 3}{1+2}\right) \quad \therefore D\left(0, \frac{5}{3}\right)$$



$$083 \overline{AB} = \sqrt{(-3-3)^2 + (-2-6)^2} \\ = \sqrt{100} = 10$$

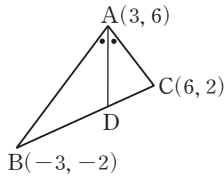
$$\overline{AC} = \sqrt{(6-3)^2 + (2-6)^2} \\ = \sqrt{25} = 5$$

이때 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1$$

따라서 점 D는 $\overline{BC}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이므로

$$D\left(\frac{2 \times 6 + 1 \times (-3)}{2+1}, \frac{2 \times 2 + 1 \times (-2)}{2+1}\right) \quad \therefore D\left(3, \frac{2}{3}\right)$$



$$084 \square: \frac{x_2 + x_3}{2}, x_1, x_1 + x_2 + x_3, \frac{y_2 + y_3}{2}, y_1, y_1 + y_2 + y_3, \\ x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3$$

$$085 G\left(\frac{-2+2+3}{3}, \frac{1+3+5}{3}\right) \quad \therefore G(1, 3)$$

$$086 G\left(\frac{1+2+3}{3}, \frac{-1-4-1}{3}\right) \quad \therefore G(2, -2)$$

$$087 G\left(\frac{2+5-1}{3}, \frac{-1-6+1}{3}\right) \quad \therefore G(2, -2)$$

$$088 G\left(\frac{-1-2+6}{3}, \frac{5+2-1}{3}\right) \quad \therefore G(1, 2)$$

$$089 G\left(\frac{3-1-5}{3}, \frac{2-1+8}{3}\right) \quad \therefore G(-1, 3)$$

$$090 \square: 2, 4, 3, -2, 3, -2$$

$$091 \text{ 점 C의 좌표를 } (a, b) \text{ 라 하면 } \triangle ABC \text{의 무게중심의 좌표가 } (0, 0) \\ \text{이므로 } \frac{1-3+a}{3} = 0, \frac{2+5+b}{3} = 0 \quad \therefore a = 2, b = -7 \\ \text{따라서 점 C의 좌표는 } (2, -7) \text{이다.}$$

$$092 \text{ 점 C의 좌표를 } (a, b) \text{ 라 하면 } \triangle ABC \text{의 무게중심의 좌표가 } (0, 0) \\ \text{이므로 } \frac{-2-4+a}{3} = 0, \frac{1+7+b}{3} = 0 \quad \therefore a = 6, b = -8 \\ \text{따라서 점 C의 좌표는 } (6, -8) \text{이다.}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

16쪽 ~ 17쪽

$$093 \overline{AB} = \sqrt{(-5+5)^2 + (-3-1)^2} = 4$$

$$094 \overline{AB} = \sqrt{(-5-2)^2 + (-4+3)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$095 \overline{AB} = \sqrt{(-8+3)^2 + (-5-7)^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$096 \overline{AB} = 5\sqrt{2} \text{에서 } \overline{AB}^2 = 50 \text{이므로} \\ (-3-2)^2 + (1-a)^2 = 50 \\ a^2 - 2a - 24 = 0, (a+4)(a-6) = 0 \\ \therefore a = 6 (\because a > 0)$$

$$097 \overline{AB} = 2\sqrt{13} \text{에서 } \overline{AB}^2 = 52 \text{이므로} \\ (a+1)^2 + (7-3)^2 = 52 \\ a^2 + 2a - 35 = 0, (a+7)(a-5) = 0 \\ \therefore a = 5 (\because a > 0)$$

$$098 \text{ 점 P의 좌표를 } (a, 0) \text{이라 하면} \\ \overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{이므로} \\ (a-2)^2 + 1^2 = (a+1)^2 + 4^2 \\ a^2 - 4a + 5 = a^2 + 2a + 17 \\ -6a = 12 \quad \therefore a = -2 \\ \text{따라서 점 P의 좌표는 } (-2, 0) \text{이다.}$$

$$099 \text{ 점 Q의 좌표를 } (0, a) \text{라 하면} \\ \overline{AQ} = \overline{BQ} \text{에서 } \overline{AQ}^2 = \overline{BQ}^2 \text{이므로} \\ 1^2 + (a-3)^2 = (-3)^2 + (a+5)^2 \\ a^2 - 6a + 10 = a^2 + 10a + 34 \\ -16a = 24 \quad \therefore a = -\frac{3}{2} \\ \text{따라서 점 Q의 좌표는 } \left(0, -\frac{3}{2}\right) \text{이다.}$$

$$100 \text{ 점 R의 좌표를 } (a, -3a+2) \text{라 하면} \\ \overline{AR} = \overline{BR} \text{에서 } \overline{AR}^2 = \overline{BR}^2 \text{이므로} \\ (a-1)^2 + (-3a+2-4)^2 = (a+2)^2 + (-3a+2+3)^2 \\ 10a^2 + 10a + 5 = 10a^2 - 26a + 29 \\ 36a = 24 \quad \therefore a = \frac{2}{3} \\ \text{따라서 점 R의 좌표는 } \left(\frac{2}{3}, 0\right) \text{이다.}$$

$$101 \overline{AB} = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ \overline{BC} = \sqrt{(5+1)^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \\ \overline{CA} = \sqrt{(1-5)^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \text{이고 } \overline{AB} = \overline{CA} \text{이므로 } \triangle ABC \text{는} \\ \angle A = 90^\circ \text{인 직각이등변삼각형이다.}$$

$$102 \overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{13} \\ \overline{BC} = \sqrt{(1-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{16} = 4 \\ \overline{CA} = \sqrt{(4-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{13} \\ \overline{AB} = \overline{CA} \text{이므로 } \triangle ABC \text{는 } \overline{AB} = \overline{CA} \text{인 이등변삼각형이다.}$$

$$103 \text{ 선분 AB를 } 2 : 1 \text{로 내분하는 점은} \\ P\left(\frac{2 \times 2 + 1 \times (-1)}{2+1}, \frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{2+1}\right) \\ \therefore P(1, 4)$$

104 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{1 \times (-1) + 3 \times 2}{1+3}, \frac{1 \times 6 + 3 \times 3}{1+3}\right)$$

$$\therefore P\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{4}\right)$$

105 선분 AB를 3 : 5로 내분하는 점은

$$P\left(\frac{3 \times 6 + 5 \times (-2)}{3+5}, \frac{3 \times 2 + 5 \times (-4)}{3+5}\right)$$

$$\therefore P\left(1, -\frac{7}{4}\right)$$

106 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-2)}{t + (1-t)} = 4t - 2$$

$$b = \frac{t \times (-3) + (1-t) \times 1}{t + (1-t)} = 1 - 4t$$

$$\therefore P(4t - 2, 1 - 4t)$$

점 P가 제3사분면 위에 있으므로

$$4t - 2 < 0 \text{에서 } t < \frac{1}{2}$$

$$1 - 4t < 0 \text{에서 } t > \frac{1}{4}$$

따라서 t 의 값의 범위는 $\frac{1}{4} < t < \frac{1}{2}$

107 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-2)}{t + (1-t)} = 4t - 2$$

$$b = \frac{t \times (-3) + (1-t) \times 1}{t + (1-t)} = 1 - 4t$$

$$\therefore P(4t - 2, 1 - 4t)$$

점 P가 x 축 위에 있으므로

$$1 - 4t = 0 \quad \therefore t = \frac{1}{4}$$

108 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-2)}{t + (1-t)} = 4t - 2$$

$$b = \frac{t \times (-3) + (1-t) \times 1}{t + (1-t)} = 1 - 4t$$

$$\therefore P(4t - 2, 1 - 4t)$$

점 P가 y 축 위에 있으므로

$$4t - 2 = 0 \quad \therefore t = \frac{1}{2}$$

109 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a = \frac{t \times 2 + (1-t) \times (-2)}{t + (1-t)} = 4t - 2$$

$$b = \frac{t \times (-3) + (1-t) \times 1}{t + (1-t)} = 1 - 4t$$

$$\therefore P(4t - 2, 1 - 4t)$$

점 P가 직선 $y = 2x + 1$ 위에 있으므로

$$1 - 4t = 2(4t - 2) + 1$$

$$4 = 12t \quad \therefore t = \frac{1}{3}$$

110 세 점 $A(-6, 2), B(-3, -2), C(5, 4)$ 에 대하여

$$\overline{BA} = \sqrt{(-6+3)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(5+3)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{100} = 10$$

이때 $\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{BA} : \overline{BC} = 1 : 2$$

따라서 점 D는 $\overline{AC}$ 를 1 : 2로 내분하는 점이므로

$$D\left(\frac{1 \times 5 + 2 \times (-6)}{1+2}, \frac{1 \times 4 + 2 \times 2}{1+2}\right)$$

$$\therefore D\left(-\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

111 세 점 $A(2, 5), B(-1, 2), C(6, 1)$ 에 대하여

$$\overline{BA} = \sqrt{(2+1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(6+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

이때 $\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{BA} : \overline{BC} = 3 : 5$$

따라서 점 D는 $\overline{AC}$ 를 3 : 5로 내분하는 점이므로

$$D\left(\frac{3 \times 6 + 5 \times 2}{3+5}, \frac{3 \times 1 + 5 \times 5}{3+5}\right)$$

$$\therefore D\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

112 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (a, b) 이므로

$$\frac{5-2+3}{3} = a, \frac{2+7-6}{3} = b$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

113 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 $(2, -1)$ 이므로

$$\frac{a-1+2a}{3} = 2, \frac{b+2-2b}{3} = -1$$

$$\therefore a = \frac{7}{3}, b = 5$$

114 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+5}{2}\right) \therefore P(1, 4)$

선분 BC의 중점의 좌표는 $\left(\frac{4-4}{2}, \frac{5+1}{2}\right) \therefore Q(0, 3)$

선분 CA의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-4-2}{2}, \frac{1+3}{2}\right) \therefore R(-3, 2)$

따라서 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{1+0-3}{3}, \frac{4+3+2}{3}\right) \therefore \left(-\frac{2}{3}, 3\right)$$

다른 풀이

삼각형 PQR의 무게중심은 삼각형 ABC의 무게중심과 같다.

$\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{-2+4-4}{3}, \frac{3+5+1}{3}\right) \therefore \left(-\frac{2}{3}, 3\right)$$

따라서 $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표도 $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$ 이다.

2 직선의 방정식

18쪽 ~ 31쪽

115 □: 3

116 $y - (-1) = \frac{1}{2}(x - 0) \quad \therefore y = \frac{1}{2}x - 1$

117 $y - 0 = 2(x - 2) \quad \therefore y = 2x - 4$

118 $y - (-3) = -2\{x - (-2)\} \quad \therefore y = -2x - 7$

119 (기울기) = $\tan 45^\circ = 1$ 이므로
 $y - 0 = (x - 3) \quad \therefore y = x - 3$

120 □: 4, 2, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{3}$

121 $y - (-1) = \frac{3 - (-1)}{5 - 3}(x - 3) \quad \therefore y = 2x - 7$

122 $y - (-4) = \frac{-3 - (-4)}{6 - 2}(x - 2) \quad \therefore y = \frac{1}{4}x - \frac{9}{2}$

123 $y - (-3) = \frac{3 - (-3)}{2 - (-2)}\{x - (-2)\} \quad \therefore y = \frac{3}{2}x$

124 $y - 0 = \frac{-2 - 0}{2 - (-2)}\{x - (-2)\} \quad \therefore y = -\frac{1}{2}x - 1$

125 □: 4

126 두 점 A, B의 x 좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $x = 3$

127 두 점 A, B의 x 좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $x = -2$

128 두 점 A, B의 y 좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $y = 1$

129 두 점 A, B의 y 좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $y = 3$

130 두 점 A, B의 y 좌표가 같으므로 직선의 방정식은 $y = -4$

131 b, a, b

132 □: 2, 4

다른 풀이

x 절편이 2, y 절편이 4인 직선은 두 점 $(2, 0)$, $(0, 4)$ 를 지나므로
 직선의 방정식은

$y - 0 = \frac{4 - 0}{0 - 2}(x - 2) \quad \therefore y = -2x + 4$

133 x 절편이 3, y 절편이 -2 인 직선의 방정식은

$\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1 \quad \therefore \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$

134 x 절편이 -3 , y 절편이 6인 직선의 방정식은

$\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} = 1 \quad \therefore \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = -1$

135 □: $-2, \frac{2}{3}, k, \frac{k-4}{k-3}, 6$

136 (직선 AB의 기울기) = $\frac{3 - (k+3)}{2 - k} = \frac{k}{k-2}$

(직선 BC의 기울기) = $\frac{7-3}{5-2} = \frac{4}{3}$

직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같으므로

$\frac{k}{k-2} = \frac{4}{3}, 3k = 4(k-2)$

$\therefore k = 8$

137 (직선 AB의 기울기) = $\frac{-1-3}{k-1-2} = -\frac{4}{k-3}$

(직선 BC의 기울기) = $\frac{-5 - (-1)}{k - (k-1)} = -4$

직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같으므로

$-\frac{4}{k-3} = -4, k-3=1$

$\therefore k = 4$

138 □: 5, 3, $-2, 5$

139 $\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$\left(\frac{4+0}{2}, \frac{3+5}{2}\right) \quad \therefore (2, 4)$

따라서 점 A($-2, 0$)과 $\overline{BC}$ 의 중점 $(2, 4)$ 를 지나는 직선 l 의
 방정식은

$y - 0 = \frac{4-0}{2 - (-2)}\{x - (-2)\} \quad \therefore y = x + 2$

140 $\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-4+5}{2}, \frac{-2+8}{2}\right) \quad \therefore \left(\frac{1}{2}, 3\right)$

따라서 점 A($2, 4$)와 $\overline{BC}$ 의 중점 $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ 을 지나는 직선 l 의
 방정식은

$y - 4 = \frac{3-4}{\frac{1}{2}-2}(x-2) \quad \therefore y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

141 $\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{2-3}{2}\right) \quad \therefore \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

따라서 점 A(3, 3)과 $\overline{BC}$ 의 중점 $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ 을 지나는 직선 l 의 방정식은

$$y-3=\frac{-\frac{1}{2}-3}{\frac{3}{2}-3}(x-3) \quad \therefore y=\frac{7}{3}x-4$$

142 □: <, <

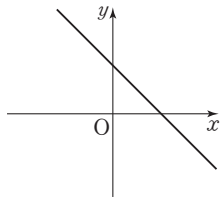
143 $ax+by+c=0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

$$ab>0 \text{이므로 (기울기)}=-\frac{a}{b}<0$$

$$bc<0 \text{이므로 (y절편)}=-\frac{c}{b}>0$$

따라서 조건을 만족시키는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



144 $ax+by+c=0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로

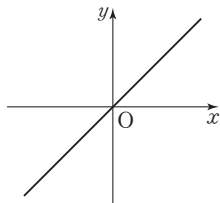
$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

$$ab<0 \text{이므로 (기울기)}=-\frac{a}{b}>0$$

$$bc=0, b \neq 0 \text{에서 } c=0 \text{이므로}$$

$$(y\text{절편})=-\frac{c}{b}=0$$

따라서 조건을 만족시키는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



145 $ax+by+c=0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로

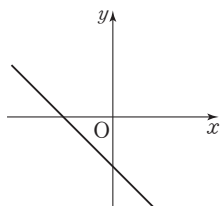
$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

$$ac>0, bc>0 \text{에서 } ab>0 \text{이므로}$$

$$(기울기)=-\frac{a}{b}<0$$

$$bc>0 \text{이므로 (y절편)}=-\frac{c}{b}<0$$

따라서 조건을 만족시키는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



146 $ax+by+c=0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

주어진 그림에서 직선의 기울기가 양수이고 y절편이 음수이므로

$$-\frac{a}{b}>0, -\frac{c}{b}<0$$

$$ab<0, bc>0 \quad \therefore ac<0$$

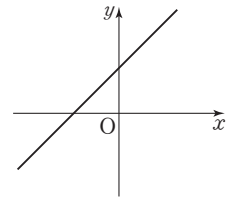
$$cx+ay+b=0 \text{에서 } a \neq 0 \text{이므로}$$

$$y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$$

$$ac<0 \text{이므로 (기울기)}=-\frac{c}{a}>0$$

$$ab<0 \text{이므로 (y절편)}=-\frac{b}{a}>0$$

따라서 직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



147 $ax+by+c=0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

주어진 그림에서 직선의 기울기가 음수이고 y절편이 양수이므로

$$-\frac{a}{b}<0, -\frac{c}{b}>0$$

$$ab>0, bc<0 \quad \therefore ac<0$$

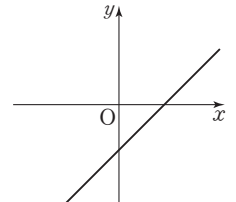
$$cx+ay+b=0 \text{에서 } a \neq 0 \text{이므로}$$

$$y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$$

$$ac<0 \text{이므로 (기울기)}=-\frac{c}{a}>0$$

$$ab>0 \text{이므로 (y절편)}=-\frac{b}{a}<0$$

따라서 직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



148 $ax+by+c=0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

주어진 그림에서 직선의 기울기가 양수이고 y절편이 0이므로

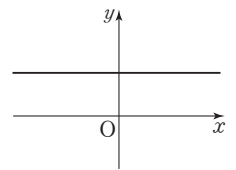
$$-\frac{a}{b}>0, -\frac{c}{b}=0 \quad \therefore ab<0, c=0$$

$$cx+ay+b=0 \text{에서 } a \neq 0, c=0 \text{이므로}$$

$$y=-\frac{b}{a}$$

$$ab<0 \text{이므로 } -\frac{b}{a}>0$$

따라서 직선 $cx+ay+b=0$ 의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



149 □: 3, 2

150 두 직선이 평행하려면 기울기가 같아야 하므로

$$2k-1=-k+3 \quad \therefore k=\frac{4}{3}$$

151 두 직선이 평행하려면

$$\frac{2}{k}=\frac{1}{3} \neq \frac{1}{6} \quad \therefore k=6$$

152 두 직선이 평행하려면

$$\frac{k}{1}=\frac{6}{-3} \neq \frac{6}{3} \quad \therefore k=-2$$

153 □: 2, 3, 2, 2

154 직선 $y = -3x + 2$ 에 평행한 직선의 기울기는 -3 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - 1 = -3\{x - (-2)\} \quad \therefore y = -3x - 5$

155 $2x - 3y - 1 = 0$ 에서 $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$
 이 직선에 평행한 직선의 기울기는 $\frac{2}{3}$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - (-3) = \frac{2}{3}(x - 2) \quad \therefore y = \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$

156 $4x - 2y + 3 = 0$ 에서 $y = 2x + \frac{3}{2}$
 이 직선에 평행한 직선의 기울기는 2 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - 3 = 2\{x - (-1)\} \quad \therefore y = 2x + 5$

157 □: $-1, -1, -2$

158 두 직선이 수직이려면 기울기의 곱이 -1 이어야 하므로
 $1 \times (k + 2) = -1 \quad \therefore k = -3$

159 $kx + y + 1 = 0$ 에서 $y = -kx - 1$
 두 직선이 수직이려면 기울기의 곱이 -1 이어야 하므로
 $-k \times 4 = -1 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

다른 풀이

$y = 4x - 5$ 에서 $4x - y - 5 = 0$ 이므로 두 직선이 수직이려면
 $k \times 4 + 1 \times (-1) = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$

160 두 직선이 수직이려면
 $2 \times k + (-3) \times 4 = 0 \quad \therefore k = 6$

161 두 직선이 수직이려면
 $3(k - 3) + k \times 6 = 0 \quad \therefore k = 1$

162 □: $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

163 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 에 수직인 직선의 기울기는 2 이므로
 구하는 직선의 방정식은
 $y - 1 = 2\{x - (-1)\} \quad \therefore y = 2x + 3$

164 $3x + y = 0$ 에서 $y = -3x$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$y - 2 = \frac{1}{3}(x - 3) \quad \therefore y = \frac{1}{3}x + 1$

165 $2x - 4y + 3 = 0$ 에서 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$
 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -2 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - (-2) = -2(x - 1) \quad \therefore y = -2x$

166 $x - 3y + 1 = 0$ 에서 $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
 이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -3 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - (-1) = -3(x - 2) \quad \therefore y = -3x + 5$

167 (1) □: $1, a, 3, -1$
 (2) 두 직선이 일치하려면
 $\frac{1}{a} = \frac{a}{2a+3} = \frac{-1}{-3} \quad \therefore a = 3$
 (3) 두 직선이 수직이려면
 $1 \times a + a(2a + 3) = 0$
 $2a^2 + 4a = 0, 2a(a + 2) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = -2$

168 (1) 두 직선이 평행하려면
 $\frac{1}{a} = \frac{a}{a+2} \neq \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $a^2 - a - 2 = 0, (a + 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = -1$ 또는 $a = 2$
 $\textcircled{1}$ 에서 $a \neq 2$ 이므로 $a = -1$
 (2) 두 직선이 일치하려면
 $\frac{1}{a} = \frac{a}{a+2} = \frac{1}{2} \quad \therefore a = 2$
 (3) 두 직선이 수직이려면
 $1 \times a + a(a + 2) = 0$
 $a^2 + 3a = 0, a(a + 3) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = -3$

169 (1) 두 직선이 평행하려면
 $\frac{7}{a-2} = \frac{a+4}{1} \neq \frac{-2}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $a^2 + 2a - 15 = 0, (a + 5)(a - 3) = 0$
 $\therefore a = -5$ 또는 $a = 3$
 $\textcircled{1}$ 에서 $a \neq -5$ 이므로 $a = 3$
 (2) 두 직선이 일치하려면
 $\frac{7}{a-2} = \frac{a+4}{1} = \frac{-2}{2} \quad \therefore a = -5$

(3) 두 직선이 수직이려면
 $7(a-2) + (a+4) \times 1 = 0$
 $8a - 10 = 0 \quad \therefore a = \frac{5}{4}$

170 두 직선 l_1, l_2 가 서로 수직이므로
 $2 \times 1 + 1 \times a = 0 \quad \therefore a = -2$
 두 직선 l_1, l_3 가 서로 평행하므로
 $\frac{2}{b} = \frac{1}{a+1} \neq \frac{1}{-4}, \therefore \frac{2}{b} = \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-4}$
 $\therefore b = -2$

171 두 직선 l_1, l_2 가 서로 수직이므로
 $1 \times 1 + (-3) \times a = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$
 두 직선 l_1, l_3 가 서로 평행하므로
 $\frac{1}{a} = \frac{-3}{b} \neq \frac{2}{-5} \quad \therefore b = -3a$
 $a = \frac{1}{3}$ 을 $b = -3a$ 에 대입하면 $b = -1$

172 두 직선 l_1, l_2 가 서로 수직이므로
 $2 \times 2 + (-1) \times a = 0 \quad \therefore a = 4$
 두 직선 l_1, l_3 가 서로 평행하므로
 $\frac{2}{a} = \frac{-1}{b} \neq \frac{1}{1} \quad \therefore b = -\frac{1}{2}a$
 $a = 4$ 를 $b = -\frac{1}{2}a$ 에 대입하면 $b = -2$

173 □: $-1, 3, 4, 7$

174 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는
 $\left(\frac{2+0}{2}, \frac{3-1}{2}\right) \quad \therefore (1, 1)$
 직선 AB의 기울기는
 $\frac{-1-3}{0-2} = 2$
 따라서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 점 $(1, 1)$ 을 지나고 기울기가
 $-\frac{1}{2}$ 인 직선이므로 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선의 방정식은
 $y-1 = -\frac{1}{2}(x-1) \quad \therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

175 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는
 $\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{3-1}{2}\right) \quad \therefore (-1, 1)$
 직선 AB의 기울기는
 $\frac{-1-3}{2-(-4)} = -\frac{2}{3}$
 따라서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 점 $(-1, 1)$ 을 지나고 기울기가
 $\frac{3}{2}$ 인 직선이므로 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선의 방정식은

$$y-1 = \frac{3}{2}\{x-(-1)\} \quad \therefore y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

176 □: $1, -1, 1, -1$

177 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(-x-y-3) + k(x+2y+1) = 0$
 이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $-x-y-3=0, x+2y+1=0$
 두 식을 연립하여 풀면
 $x=-5, y=2$
 따라서 구하는 점의 좌표는 $(-5, 2)$ 이다.

178 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(-3x+y+5) + k(x+3y+5) = 0$
 이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $-3x+y+5=0, x+3y+5=0$
 두 식을 연립하여 풀면
 $x=1, y=-2$
 따라서 구하는 점의 좌표는 $(1, -2)$ 이다.

179 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(3x+2y-3) + k(2x+y+2) = 0$
 이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $3x+2y-3=0, 2x+y+2=0$
 두 식을 연립하여 풀면
 $x=-7, y=12$
 따라서 구하는 점의 좌표는 $(-7, 12)$ 이다.

180 □: $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 3$

181 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $(2x+y-1) + k(x+2y-2) = 0$ (k 는 실수)
 이 직선이 점 $P(1, 2)$ 를 지나므로
 $(2+2-1) + k(1+4-2) = 0$
 $\therefore k = -1$
 따라서 구하는 직선의 방정식은
 $(2x+y-1) - (x+2y-2) = 0$
 $2x+y-1-x-2y+2=0$
 $\therefore x-y+1=0$

182 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $(x+y-4) + k(2x-y+1) = 0$ (k 는 실수)
 이 직선이 점 $P(2, -1)$ 을 지나므로

$$(2-1-4)+k(4+1+1)=0$$

$$\therefore k=\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$(x+y-4)+\frac{1}{2}(2x-y+1)=0$$

$$2x+2y-8+2x-y+1=0$$

$$\therefore 4x+y-7=0$$

$$183 \square: 1, 1, 3, 1$$

184 두 직선 l_1, l_2 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(3x+y+1)+k(x-4y-2)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

$$\therefore (k+3)x+(1-4k)y-2k+1=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이 직선이 직선 $x-2y+5=0$ 과 평행하므로

$$\frac{k+3}{1}=\frac{1-4k}{-2} \neq \frac{-2k+1}{5}$$

$$-2k-6=1-4k \quad \therefore k=\frac{7}{2}$$

$k=\frac{7}{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{13}{2}x-13y-6=0$$

$$\therefore 13x-26y-12=0$$

185 두 직선 l_1, l_2 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(3x+2y-1)+k(x+y-1)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

$$\therefore (k+3)x+(k+2)y-k-1=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이 직선이 직선 $x-2y+4=0$ 과 수직이므로

$$(k+3) \times 1 + (k+2) \times (-2) = 0$$

$$-k-1=0 \quad \therefore k=-1$$

$k=-1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $2x+y=0$

186 두 직선 l_1, l_2 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x-2y+2)+k(2x+y-6)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

$$\therefore (2k+1)x+(k-2)y-6k+2=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이 직선이 직선 $4x-3y=1$ 과 수직이므로

$$(2k+1) \times 4 + (k-2) \times (-3) = 0$$

$$5k+10=0 \quad \therefore k=-2$$

$k=-2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-3x-4y+14=0$$

$$\therefore 3x+4y-14=0$$

$$187 \square: 4, 5, 1$$

$$188 \frac{|-4\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=4$$

$$189 \frac{|2 \times 7 - 1 \times 3 + 4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$$

$$190 \frac{|4 \times 3 + 3 \times (-1) + 1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{10}{5}=2$$

191 $x-y=2$ 에서 $x-y-2=0$ 이므로

$$\frac{|1 \times 1 - 1 \times 2 - 2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

192 $y=\frac{1}{3}x+1$ 에서 $x-3y+3=0$ 이므로

$$\frac{|1 \times 2 - 3 \times (-5) + 3|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{20}{\sqrt{10}}=2\sqrt{10}$$

$$193 \square: 2, 2, 2, 2, \frac{9}{5}$$

194 두 직선 l_1, l_2 의 방정식을 연립하여 풀면 $x=-3, y=-2$ 이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(-3, -2)$ 이다.

따라서 점 $(-3, -2)$ 와 직선 m 사이의 거리는

$$\frac{|2 \times (-3) + 3 \times (-2) - 1|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$$

195 점 P와 직선 l 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|1 \times 1 + 1 \times 0 + a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=3\sqrt{2}, |a+1|=6$$

$$a+1=\pm 6 \quad \therefore a=-7 \text{ 또는 } a=5$$

196 점 P와 직선 l 사이의 거리가 $\sqrt{13}$ 이므로

$$\frac{|2 \times a + 3 \times 2 - 1|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\sqrt{13}, |2a+5|=13$$

$$2a+5=\pm 13 \quad \therefore a=-9 \text{ 또는 } a=4$$

$$197 \square: -1, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}$$

198 직선 $3x+4y-2=0$, 즉 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$ 에 평행한 직선의 방정식을 $y=-\frac{3}{4}x+a$ (a 는 상수)라 하자.

점 P(2, -3)에서 직선 $y=-\frac{3}{4}x+a$, 즉 $3x+4y-4a=0$ 사이

의 거리가 2이므로

$$\frac{|3 \times 2 + 4 \times (-3) - 4a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2, |-4a-6|=10$$

$$2a+3=\pm 5 \quad \therefore a=-4 \text{ 또는 } a=1$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y=-\frac{3}{4}x-4 \text{ 또는 } y=-\frac{3}{4}x+1$$

199 직선 $x-y+4=0$, 즉 $y=x+4$ 에 수직인 직선의 방정식을 $y=-x+a$ (a 는 상수)라 하자.

점 P(0, 0)에서 직선 $y=-x+a$, 즉 $x+y-a=0$ 사이의 거리가 1이므로

$$\frac{|-a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=1 \quad \therefore a=\pm\sqrt{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은
 $y=-x+\sqrt{2}$ 또는 $y=-x-\sqrt{2}$

- 200** 직선 $4x+3y-5=0$, 즉 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}$ 에 수직인 직선의 방정식을 $y=\frac{3}{4}x+a$ (a 는 상수)라 하자.

점 $P(1, -1)$ 에서 직선 $y=\frac{3}{4}x+a$, 즉 $3x-4y+4a=0$ 사이의 거리가 1이므로

$$\frac{|3 \times 1 - 4 \times (-1) + 4a|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1, |4a+7|=5$$

$$4a+7=\pm 5 \quad \therefore a=-3 \text{ 또는 } a=-\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y=\frac{3}{4}x-3 \text{ 또는 } y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$$

- 201** □: $-2, 2$, 최소, $0, \sqrt{2}$

- 202** 점 $(0, 0)$ 과 직선 $x+y-4+k(x-y)=0$, 즉 $(k+1)x+(1-k)y-4=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-4|}{\sqrt{(k+1)^2+(1-k)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2k^2+2}}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{2k^2+2}$ 의 값이 최소이어야 하므로 $k=0$ 일 때 거리의 최댓값은 $2\sqrt{2}$ 이다.

- 203** 점 $(0, 0)$ 과 직선 $x+3y-5+k(x-2y)=0$, 즉 $(k+1)x+(3-2k)y-5=0$ 사이의 거리는

$$\begin{aligned} \frac{|-5|}{\sqrt{(k+1)^2+(3-2k)^2}} &= \frac{5}{\sqrt{5k^2-10k+10}} \\ &= \frac{5}{\sqrt{5(k-1)^2+5}} \end{aligned}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{5(k-1)^2+5}$ 의 값이 최소이어야 하므로 $k=1$ 일 때 거리의 최댓값은 $\sqrt{5}$ 이다.

- 204** □: $1, 1, 2$

- 205** 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $2x-y-1=0$ 위의 한 점 $(0, -1)$ 과 직선 $2x-y+4=0$ 사이의 거리와 같다. 따라서 구하는 거리는

$$\frac{|2 \times 0 - 1 \times (-1) + 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

- 206** 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $x-2y+1=0$ 위의 한 점 $(-1, 0)$ 과 직선 $x-2y-3=0$ 사이의 거리와 같다.

따라서 구하는 거리는

$$\frac{|1 \times (-1) - 2 \times 0 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

- 207** 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $5x+12y-17=0$ 위의 한 점 $(1, 1)$ 과 직선 $5x+12y-4=0$ 사이의 거리와 같다. 따라서 구하는 거리는

$$\frac{|5 \times 1 + 12 \times 1 - 4|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{13}{13} = 1$$

- 208** □: $-8, -8, 4, 4, 1, 1, \frac{2}{5}$

- 209** 두 직선이 평행하므로

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{k} \neq -\frac{4}{-2} \quad \therefore k=2$$

$k=2$ 를 $4x+ky-2=0$ 에 대입하여 정리하면 $2x+y-1=0$

따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는

직선 $2x+y-1=0$ 위의 한 점 $(0, 1)$ 과 직선 $2x+y+4=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$d = \frac{|2 \times 0 + 1 \times 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

- 210** 두 직선이 평행하므로

$$\frac{1}{k} = \frac{-2}{-k+2} \neq \frac{2}{-6} \quad \therefore k=-2$$

$k=-2$ 를 $kx-(k-2)y-6=0$ 에 대입하여 정리하면 $x-2y+3=0$

따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는

직선 $x-2y+3=0$ 위의 한 점 $(-3, 0)$ 과 직선 $x-2y+2=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$d = \frac{|1 \times (-3) - 2 \times 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

- 211** □: $10, -10, 10, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 15$

- 212** $\overline{AB} = \sqrt{\{4 - (-1)\}^2 + \{5 - 2\}^2} = \sqrt{34}$

직선 AB의 방정식은

$$y-2 = \frac{5-2}{4-(-1)} \{x-(-1)\}$$

$$\therefore 3x-5y+13=0$$

점 $O(0, 0)$ 과 직선 AB 사이의 거리는

$$\frac{|13|}{\sqrt{3^2 + (-5)^2}} = \frac{13}{\sqrt{34}}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times \sqrt{34} \times \frac{13}{\sqrt{34}} = \frac{13}{2}$$

- 213** $\overline{AB} = \sqrt{(7-3)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

직선 AB의 방정식은

$$y-6=\frac{2-6}{7-3}(x-3)$$

$$\therefore x+y-9=0$$

점 O(0, 0)과 직선 AB 사이의 거리는

$$\frac{|-9|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times \frac{9}{\sqrt{2}}=18$$

214 □: 8, 16, 2

215 점 P(x, y)로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$ 이므로

$$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2\text{에서}$$

$$(x+1)^2+y^2=(x-1)^2+(y-2)^2$$

$$x^2+2x+1+y^2=x^2-2x+1+y^2-4y+4$$

$$4x+4y-4=0$$

$$\therefore x+y-1=0$$

216 점 P(x, y)로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$ 이므로

$$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2\text{에서}$$

$$(x-1)^2+(y-2)^2=(x+3)^2+(y-4)^2$$

$$x^2-2x+1+y^2-4y+4=x^2+6x+9+y^2-8y+16$$

$$8x-4y+20=0$$

$$\therefore 2x-y+5=0$$

217 □: $2x-y+1$, 2, y

218 점 P(x, y)로 놓으면 점 P에서 두 직선 $x-y+1=0$,

$x+y-2=0$ 에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|x-y+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|x+y-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}$$

$$|x-y+1|=|x+y-2|$$

$$x-y+1=\pm(x+y-2)$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}\text{ 또는 }y=\frac{3}{2}$$

219 점 P(x, y)로 놓으면 점 P에서 두 직선 $2x+3y-2=0$,

$3x+2y+2=0$ 에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|2x+3y-2|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{|3x+2y+2|}{\sqrt{3^2+2^2}}$$

$$|2x+3y-2|=|3x+2y+2|$$

$$2x+3y-2=\pm(3x+2y+2)$$

$$\therefore x-y+4=0\text{ 또는 }x+y=0$$

220 □: $2x-y$, $2x-y$, $2x-y$, $x-y=0$

221 두 직선 $2x+y+1=0$, $x-2y+2=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 P(x, y)라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|2x+y+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|x-2y+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}$$

$$|2x+y+1|=|x-2y+2|$$

$$2x+y+1=\pm(x-2y+2)$$

$$\therefore x+3y-1=0\text{ 또는 }3x-y+3=0$$

222 두 직선 $x+3y+1=0$, $3x-y+3=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 P(x, y)라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|x+3y+1|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{|3x-y+3|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}$$

$$|x+3y+1|=|3x-y+3|$$

$$x+3y+1=\pm(3x-y+3)$$

$$\therefore x-2y+1=0\text{ 또는 }2x+y+2=0$$

연산문제로 실전 능력 다지기

32쪽 ~ 34쪽

223 $y-2=2\{x-(-1)\}$

$$\therefore y=2x+4$$

224 (기울기) $=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ 이므로

$$y-5=\sqrt{3}(x-\sqrt{3}) \quad \therefore y=\sqrt{3}x+2$$

225 $y-4=\frac{0-4}{4-2}(x-2) \quad \therefore y=-2x+8$

226 두 점의 x좌표가 같으므로 직선의 방정식은

$$x=-3$$

227 x절편이 2, y절편이 3인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$$

228 (직선 AB의 기울기) $=\frac{3k-2}{k+1-(-2)}=\frac{3k-2}{k+3}$

$$(\text{직선 AC의 기울기})=\frac{8-2}{4-(-2)}=1$$

직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기가 같으므로

$$\frac{3k-2}{k+3}=1, 3k-2=k+3$$

$$\therefore k=\frac{5}{2}$$

$$229 \text{ (직선 AB의 기울기)} = \frac{-1-(2k-1)}{3-k} = \frac{2k}{k-3}$$

$$\text{(직선 BC의 기울기)} = \frac{-5-(-1)}{4-3} = -4$$

직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같으므로

$$\frac{2k}{k-3} = -4, 2k = -4k + 12$$

$$\therefore k = 2$$

230 점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l 은 $\overline{BC}$ 의 중점을 지난다.

$\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4+2}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) \therefore (3, 2)$$

따라서 점 A(1, 1)과 $\overline{BC}$ 의 중점 (3, 2)를 지나는 직선 l 의 방정식은

$$y-1 = \frac{2-1}{3-1}(x-1) \therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

231 점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l 은 $\overline{BC}$ 의 중점을 지난다.

$\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{0+2}{2}\right) \therefore (2, 1)$$

따라서 점 A(5, 4)와 $\overline{BC}$ 의 중점 (2, 1)을 지나는 직선 l 의 방정식은

$$y-4 = \frac{1-4}{2-5}(x-5) \therefore y = x-1$$

232 $2x+y+1=0$ 에서 $y=-2x-1$

이 직선에 평행한 직선의 기울기는 -2 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y-0 = -2(x-1) \therefore y = -2x+2$$

233 $2x-3y+2=0$ 에서 $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y-2 = -\frac{3}{2}(x-4) \therefore y = -\frac{3}{2}x+8$$

234 직선 $ax+y+3=0$ 이 직선 $2x+by-1=0$ 과 수직이므로

$$a \times 2 + 1 \times b = 0 \therefore 2a+b=0 \dots\dots \textcircled{1}$$

직선 $ax+y+3=0$ 이 직선 $(b+3)x-y+2=0$ 과 평행하므로

$$\frac{a}{b+3} = \frac{1}{-1} \neq \frac{3}{2} \therefore a+b=-3 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a=3, b=-6$$

235 직선 $x-ay+3=0$ 이 직선 $4x+by+7=0$ 과 수직이므로

$$1 \times 4 + (-a) \times b = 0 \therefore ab = 4$$

직선 $x-ay+3=0$ 이 직선 $2x-2(b-3)y+1=0$ 과 평행하므로

$$\frac{1}{2} = \frac{-a}{-2(b-3)} \neq \frac{3}{1}$$

$$-2b+6 = -2a \therefore a-b = -3$$

$$\therefore a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = (-3)^2 + 2 \times 4 = 17$$

236 직선 $x+ay+2=0$ 이 직선 $2x-by+2=0$ 과 수직이므로

$$1 \times 2 + a \times (-b) = 0 \therefore ab = 2$$

직선 $x+ay+2=0$ 이 직선 $x-(b-4)y-2=0$ 과 평행하므로

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{-(b-4)} \neq \frac{2}{-2}$$

$$-b+4 = a \therefore a+b = 4$$

$$\therefore a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 4^2 - 2 \times 2 = 12$$

237 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-4+0}{2}, \frac{0+2}{2}\right) \therefore (-2, 1)$$

$$\text{직선 AB의 기울기} = \frac{2-0}{0-(-4)} = \frac{1}{2}$$

따라서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 점 $(-2, 1)$ 을 지나고 기울기가 -2 이므로 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선의 방정식은

$$y-1 = -2\{x-(-2)\} \therefore y = -2x-3$$

238 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{1+5}{2}\right) \therefore (1, 3)$$

$$\text{직선 AB의 기울기} = \frac{5-1}{3-(-1)} = 1$$

따라서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 점 $(1, 3)$ 을 지나고 기울기가 -1 이므로 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선의 방정식은

$$y-3 = -(x-1) \therefore y = -x+4$$

239 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x+y+8) + k(3x-y) = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$x+y+8=0, 3x-y=0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$x=-2, y=-6$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-2, -6)$ 이다.

240 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x+y+4) + k(2x-y-2) = 0 \quad (k \text{는 실수})$$

이 직선이 원점을 지나므로

$$4-2k=0 \therefore k=2$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$(x+y+4) + 2(2x-y-2) = 0$$

$$\therefore 5x-y=0$$

241 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(2x-y-1)+k(x-2y+1)=0 \quad (k \text{는 실수})$$

$$\therefore (k+2)x-(2k+1)y+k-1=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이 직선이 직선 $x-2y+1=0$ 과 수직이므로

$$(k+2) \times 1 - (2k+1) \times (-2) = 0$$

$$k+2+4k+2=0 \quad \therefore k=-\frac{4}{5}$$

$$k=-\frac{4}{5} \text{를 } \textcircled{7} \text{에 대입하면}$$

$$\frac{6}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{9}{5} = 0 \quad \therefore 2x+y-3=0$$

242 $\frac{|3 \times 2 + 1 \times 1 + 3|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$

243 점 $(2, -3)$ 과 직선 $ax-4y+2=0$ 사이의 거리가 4이므로

$$\frac{|a \times 2 - 4 \times (-3) + 2|}{\sqrt{a^2 + (-4)^2}} = 4$$

$$|2a+14| = 4\sqrt{a^2+16}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$3a^2 - 14a + 15 = 0, (3a-5)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = \frac{5}{3} \text{ 또는 } a = 3$$

244 직선 $2x+y-6=0$, 즉 $y=-2x+6$ 에 평행한 직선의 방정식을 $y=-2x+a$ (a 는 상수)라 하자.

점 $(1, 0)$ 과 직선 $y=-2x+a$, 즉 $2x+y-a=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|2 \times 1 + 1 \times 0 - a|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}, |2-a| = 5$$

$$2-a = \pm 5 \quad \therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 7$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = -2x - 3 \text{ 또는 } y = -2x + 7$$

245 직선 $x+3y-2=0$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ 에 수직인 직선의 방정식을 $y=3x+a$ (a 는 상수)라 하자.

점 $(1, -1)$ 과 직선 $y=3x+a$, 즉 $3x-y+a=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3 \times 1 - 1 \times (-1) + a|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}, |a+4| = 10$$

$$a+4 = \pm 10 \quad \therefore a = -14 \text{ 또는 } a = 6$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = 3x - 14 \text{ 또는 } y = 3x + 6$$

246 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $x+4y+2=0$ 위의 한 점 $(-2, 0)$ 과 직선 $x+4y-15=0$ 사이의 거리와 같다.

따라서 구하는 거리는

$$\frac{|1 \times (-2) + 4 \times 0 - 15|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

247 두 직선이 평행하므로 직선 $2x-3y+4=0$ 위의 한 점 $(-2, 0)$ 과 직선 $2x-3y+a=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$ 이다.

$$\therefore \frac{|2 \times (-2) - 3 \times 0 + a|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \sqrt{13} \text{이므로 } |a-4| = 13$$

$$a-4 = \pm 13 \quad \therefore a = -9 \text{ 또는 } a = 17$$

248 $AB = \sqrt{(6-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

직선 AB의 방정식은

$$y-2 = \frac{5-2}{6-3}(x-3) \quad \therefore x-y-1=0$$

점 $O(0, 0)$ 과 직선 AB 사이의 거리는

$$\frac{|-1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$$

249 $BC = \sqrt{\{3-(-2)\}^2 + (3-6)^2} = \sqrt{34}$

직선 BC의 방정식은

$$y-6 = \frac{3-6}{3-(-2)}\{x-(-2)\}$$

$$\therefore 3x+5y-24=0$$

점 $A(6, -2)$ 와 직선 BC 사이의 거리는

$$\frac{|3 \times 6 + 5 \times (-2) - 24|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{16}{\sqrt{34}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \sqrt{34} \times \frac{16}{\sqrt{34}} = 8$$

250 점 $P(x, y)$ 라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{에서}$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = (x+1)^2 + (y-4)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16$$

$$6x - 2y + 4 = 0$$

$$\therefore 3x - y + 2 = 0$$

251 점 $P(x, y)$ 라 하면 점 P에서 두 직선 $2x+y+2=0$, $x+2y-5=0$ 에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|2x+y+2|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|x+2y-5|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$$|2x+y+2| = |x+2y-5|$$

$$2x+y+2 = \pm(x+2y-5)$$

$$\therefore x-y+7=0 \text{ 또는 } x+y-1=0$$

252 두 직선 $x-3y+2=0$, $3x-y+4=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$ 라 하면 점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|x-3y+2|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \frac{|3x-y+4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}$$

$$|x-3y+2| = |3x-y+4|$$

$$x-3y+2 = \pm(3x-y+4)$$

$$\therefore x+y+1=0 \text{ 또는 } 2x-2y+3=0$$

3 원의 방정식

35쪽 ~ 50쪽

253 $x^2 + y^2 = 4^2$ 이므로 $C(0, 0), r=4$

254 $(x+1)^2 + y^2 = 1^2$ 이므로 $C(-1, 0), r=1$

255 $x^2 + (y+2)^2 = 2^2$ 이므로 $C(0, -2), r=2$

256 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3^2$ 이므로 $C(-1, 2), r=3$

257 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$ 이므로 $C(3, 4), r=5$

258 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{5})^2$ 이므로 $C(1, -1), r=\sqrt{5}$

259 $x^2 + y^2 = 25$

260 $(x-1)^2 + y^2 = 4$

261 $(x+2)^2 + y^2 = 3$

262 $x^2 + (y+1)^2 = 2$

263 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

264 $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$

265 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 25$

266 □: 1, -1, 2, 1, 2

267 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은

$$x^2 + (y+3)^2 = r^2$$

이 원이 점 $A(2, -4)$ 를 지나므로

$$2^2 + (-1)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 5$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + (y+3)^2 = 5$$

268 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = r^2$$

이 원이 점 $A(3, 2)$ 를 지나므로

$$2^2 + (-1)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 5$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 5$$

269 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = r^2$$

이 원이 점 $A(-2, 6)$ 을 지나므로

$$(-1)^2 + 3^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 10$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 10$$

270 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = r^2$$

이 원이 점 $A(1, -1)$ 을 지나므로

$$(-1)^2 + 3^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 10$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = 10$$

271 □: 3, 2, $\sqrt{2}$, 2, 2

272 원의 중심의 좌표는

$$\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}\right) \quad \therefore (2, -1)$$

$$\text{반지름의 길이는 } \frac{1}{2}\sqrt{(3-1)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{10}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$$

273 원의 중심의 좌표는

$$\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{4+4}{2}\right) \quad \therefore (2, 4)$$

$$\text{반지름의 길이는 } \frac{1}{2}\sqrt{(5+1)^2 + (4-4)^2} = 3$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 9$$

274 원의 중심의 좌표는

$$\left(\frac{3-5}{2}, \frac{-2+2}{2}\right) \quad \therefore (-1, 0)$$

$$\text{반지름의 길이는 } \frac{1}{2}\sqrt{(-5-3)^2 + (2+2)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + y^2 = 20$$

275 □: 3, 16, -3, 4

276 $x^2 + y^2 + 4y = 0$ 에서

$$x^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$\therefore C(0, -2), r=2$$

277 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$ 에서

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$\therefore C(-2, 1), r=1$$

278 $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ 에서

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$$

$$\therefore C(-2, 3), r=4$$

279 □: $>, <$

280 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - a + 2 = 0$ 에서
 $(x-2)^2 + (y+1)^2 = a+3$
 이 방정식이 원을 나타내려면 $a+3 > 0 \quad \therefore a > -3$

281 $x^2 + y^2 + 8y + 3a + 1 = 0$ 에서
 $x^2 + (y+4)^2 = 15-3a$
 이 방정식이 원을 나타내려면 $15-3a > 0 \quad \therefore a < 5$

282 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + a - 1 = 0$ 에서
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 6-a$
 이 방정식이 원을 나타내려면 $6-a > 0 \quad \therefore a < 6$

283 □: 0, -5, 4, 5, 4

284 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓고 주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면
 $(0, 0) \Rightarrow C = 0 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $(1, -1) \Rightarrow A - B + C = -2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $(3, 1) \Rightarrow 3A + B + C = -10 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 과 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면
 $A - B = -2, 3A + B = -10$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $A = -3, B = -1$
 따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - 3x - y = 0$

285 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓고 주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면
 $(-1, 0) \Rightarrow -A + C = -1 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $(0, 2) \Rightarrow 2B + C = -4 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $(2, 1) \Rightarrow 2A + B + C = -5 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $C = A - 1$ 이고, 이를 $\textcircled{㉡}$ 과 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하여 정리하면
 $A + 2B = -3, 3A + B = -4$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $A = -1, B = -1$
 이때 $C = A - 1$ 이므로 $C = -2$
 따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$

286 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓고 주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면
 $(0, 1) \Rightarrow B + C = -1 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $(-1, 4) \Rightarrow -A + 4B + C = -17 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $(1, 0) \Rightarrow A + C = -1 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $C = -B - 1$ 이고, 이를 $\textcircled{㉡}$ 과 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하여 정리하면
 $A - 3B = 16, A - B = 0$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $A = -8, B = -8$
 이때 $C = -B - 1$ 이므로 $C = 7$
 따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 7 = 0$

287 □: 3, 2, 3, 9

288 중심이 점 $(-3, 2)$ 인 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
 $\therefore (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

289 중심이 점 $(-4, -2)$ 인 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2| = 2$ 이다.
 $\therefore (x+4)^2 + (y+2)^2 = 4$

290 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 - k^2 = 0$ 에서
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = k^2 + 1$
 이 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
 즉 $k^2 + 1 = 2^2$ 이므로 $k^2 = 3$
 $\therefore k = \sqrt{3} (\because k > 0)$

291 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 11 - k^2 = 0$ 에서
 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = k^2 + 2$
 이 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2| = 2$ 이다.
 즉 $k^2 + 2 = 2^2$ 이므로 $k^2 = 2$
 $\therefore k = \sqrt{2} (\because k > 0)$

292 $x^2 + y^2 + kx + 4y + 9 = 0$ 에서
 $\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y+2)^2 = \frac{k^2}{4} - 5$
 이 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2| = 2$ 이다.
 즉 $\frac{k^2}{4} - 5 = 2^2$ 이므로 $k^2 = 36$
 $\therefore k = 6 (\because k > 0)$

293 □: 1, 1, 1, 1

294 중심이 점 $(3, -2)$ 인 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 3이다.
 $\therefore (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$

295 중심이 점 $(-2, 1)$ 인 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-2| = 2$ 이다.
 $\therefore (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$

296 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 14 - k^2 = 0$ 에서
 $(x+1)^2 + (y+3)^2 = k^2 - 4$
 이 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-1| = 1$ 이다.
 즉 $k^2 - 4 = 1^2$ 이므로 $k^2 = 5$
 $\therefore k = \sqrt{5} (\because k > 0)$

297 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + k^2 = 0$ 에서
 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5 - k^2$

이 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
 즉 $5-k^2=2^2$ 이므로 $k^2=1$
 $\therefore k=1$ ($\because k>0$)

298 $x^2+y^2-4x+4ky+8=0$ 에서
 $(x-2)^2+(y+2k)^2=4k^2-4$
 이 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
 즉 $4k^2-4=2^2$ 이므로 $k^2=2$
 $\therefore k=\sqrt{2}$ ($\because k>0$)

299 원의 중심이 제2사분면 위에 있고 반지름의 길이가 3이므로 중심의 좌표는 $(-3, 3)$ 이다.
 $\therefore (x+3)^2+(y-3)^2=9$

300 원의 중심이 제3사분면 위에 있고 반지름의 길이가 1이므로 중심의 좌표는 $(-1, -1)$ 이다.
 $\therefore (x+1)^2+(y+1)^2=1$

301 □: $4a^2+b-8, 1, 8$

302 $x^2+y^2-6x+2ay+10-b=0$ 에서
 $(x-3)^2+(y+a)^2=a^2+b-1$
 이 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하므로
 $a^2+b-1=|3|^2=|-a|^2$
 $\therefore a=3, b=1$ ($\because a>0$)

303 $x^2+y^2+8x+4ay+23-b=0$ 에서
 $(x+4)^2+(y+2a)^2=4a^2+b-7$
 이 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하므로
 $4a^2+b-7=|-4|^2=|-2a|^2$
 $\therefore a=2, b=7$ ($\because a>0$)

304 □: 5, 5, 1, 5, 1, 5, $4\sqrt{2}$

305 원의 중심이 제2사분면 위에 있어야 하므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은
 $(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$
 이 원이 점 $(-4, 2)$ 를 지나므로
 $(-4+r)^2+(2-r)^2=r^2, r^2-12r+20=0$
 $(r-2)(r-10)=0 \quad \therefore r=2$ 또는 $r=10$
 따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(-2, 2), (-10, 10)$ 이므로
 두 원의 중심 사이의 거리는
 $\sqrt{(-10+2)^2+(10-2)^2}=8\sqrt{2}$

306 원의 중심이 제4사분면 위에 있어야 하므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은
 $(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$

이 원이 점 $(6, -3)$ 을 지나므로
 $(6-r)^2+(-3+r)^2=r^2, r^2-18r+45=0$
 $(r-3)(r-15)=0 \quad \therefore r=3$ 또는 $r=15$
 따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(3, -3), (15, -15)$ 이므로
 두 원의 중심 사이의 거리는
 $\sqrt{(15-3)^2+(-15+3)^2}=12\sqrt{2}$

307 □: $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, 3, 4$

308 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
 $x^2+y^2-4+k(x^2+y^2-6x-8y-8)=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 원이 점 $A(-1, 0)$ 을 지나므로
 $1-4+k(1+6-8)=0 \quad \therefore k=-3$
 $k=-3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면
 $-2x^2-2y^2+18x+24y+20=0$
 $\therefore x^2+y^2-9x-12y-10=0$

309 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
 $x^2+y^2-25+k\{(x-1)^2+(y-2)^2-11\}=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 원이 점 $A(1, 3)$ 을 지나므로
 $1+9-25+k(1-11)=0 \quad \therefore k=-\frac{3}{2}$
 $k=-\frac{3}{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면
 $-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}y^2+3x+6y-16=0$
 $\therefore x^2+y^2-6x-12y+32=0$

310 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
 $x^2+y^2-4x+6y-12+k(x^2+y^2+4x-8y-28)=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 원이 점 $A(0, 5)$ 를 지나므로
 $25+30-12+k(25-40-28)=0 \quad \therefore k=1$
 $k=1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면
 $2x^2+2y^2-2y-40=0$
 $\therefore x^2+y^2-y-20=0$

311 □: 2, 1

312 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $x^2+y^2+2x-1-(x^2+y^2-2x+4y)=0$
 $\therefore 4x-4y-1=0$

313 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $x^2+y^2+6x+2y-(x^2+y^2-2x+3y)=0$
 $\therefore 8x-y=0$

314 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $x^2+y^2+2x-8y-(x^2+y^2-4)=0$
 $2x-8y+4=0 \quad \therefore y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -4 이므로 기울기가 -4 이고 점 $(1, -2)$ 를 지나는 직선의 방정식은
 $y - (-2) = -4(x - 1) \quad \therefore y = -4x + 2$

315 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$x^2 + y^2 + x - (x^2 + y^2 - 2x + y) = 0$$

$$3x - y = 0 \quad \therefore y = 3x$$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이므로 기울기가 $-\frac{1}{3}$ 이고 점 $(2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 2) \quad \therefore y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$

316 $\square$: $-10, 2, \sqrt{10}, 2, 2\sqrt{6}$

317 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 4 - (x^2 + y^2 - 4x + 3y + 1) = 0$$

$$\therefore 4x - 3y - 5 = 0$$

원 O의 중심 $(0, 0)$ 과 공통현 AB 사이의 거리는

$$\frac{|-5|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 1$$

이때 원 O의 반지름의 길이가 2이므로

$$AB = 2\sqrt{2^2 - 1^2} = 2\sqrt{3}$$

318 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 2 - \{(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 5\} = 0$$

$$2x - 4y - 2 = 0 \quad \therefore x - 2y - 1 = 0$$

원 O의 중심 $(0, 0)$ 과 공통현 AB 사이의 거리는

$$\frac{|-1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

이때 원 O의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$AB = 2\sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

319 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$ 에서 $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ 이므로 반지름의 길이는 2이다.

두 원의 공통현 AB의 방정식은

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 - (x^2 + y^2 - 2x - 2y + k) = 0$$

$$\therefore 4x + 4y - k - 2 = 0$$

원 $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$ 의 중심 $(-1, -1)$ 과 공통현 AB 사이의 거리는

$$\frac{|-k - 10|}{\sqrt{4^2 + 4^2}} = \frac{|k + 10|}{4\sqrt{2}}$$

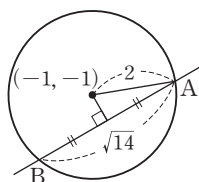
이때 $AB = \sqrt{14}$ 이므로

$$AB = 2\sqrt{2^2 - \left(\frac{|k + 10|}{4\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{14}$$

양변을 제곱하면

$$4\left\{4 - \frac{(k + 10)^2}{32}\right\} = 14$$

$$(k + 10)^2 = 16, k^2 + 20k + 84 = 0$$



$$(k + 6)(k + 14) = 0$$

$$\therefore k = -6 \text{ 또는 } k = -14$$

320 $x^2 + y^2 - 2y - 2 = 0$ 에서 $x^2 + (y - 1)^2 = 3$ 이므로 반지름의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

두 원의 공통현 AB의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 2y - 2 - (x^2 + y^2 - 2x - 4y + k) = 0$$

$$\therefore 2x + 2y - k - 2 = 0$$

원 $x^2 + y^2 - 2y - 2 = 0$ 의 중심 $(0, 1)$ 과 공통현 AB 사이의 거리는

$$\frac{|2 - k - 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{|k|}{2\sqrt{2}}$$

이때 $AB = 2$ 이므로

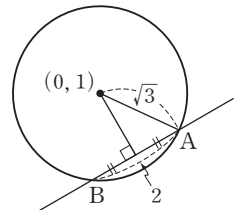
$$AB = 2\sqrt{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{|k|}{2\sqrt{2}}\right)^2} = 2$$

양변을 제곱하면

$$4\left(3 - \frac{k^2}{8}\right) = 4$$

$$k^2 - 16 = 0, (k + 4)(k - 4) = 0$$

$$\therefore k = -4 \text{ 또는 } k = 4$$



321 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$ 이므로 반지름의 길이는 2이다.

두 원의 공통현 AB의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 - (x^2 + y^2 - 6x + k) = 0$$

$$\therefore 4x + 4y - k + 1 = 0$$

원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 의 중심 $(1, -2)$ 과 공통현 AB 사이의 거리는

$$\frac{|4 - 8 - k + 1|}{\sqrt{4^2 + 4^2}} = \frac{|k + 3|}{4\sqrt{2}}$$

이때 $AB = 2\sqrt{2}$ 이므로

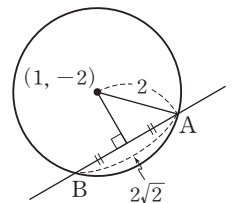
$$AB = 2\sqrt{2^2 - \left(\frac{|k + 3|}{4\sqrt{2}}\right)^2} = 2\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면

$$4\left\{4 - \frac{(k + 3)^2}{32}\right\} = 8, (k + 3)^2 = 64$$

$$k^2 + 6k - 55 = 0, (k + 11)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = -11 \text{ 또는 } k = 5$$



322 $\square$: $>$, 서로 다른 두 점

323 $y = 2x + 3$ 을 $x^2 + y^2 = 1$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x + 3)^2 = 1 \quad \therefore 5x^2 + 12x + 8 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 6^2 - 5 \times 8 = -4 < 0$$

따라서 원 O와 직선 l 은 만나지 않는다.

324 $x + y - 4 = 0$, 즉 $y = -x + 4$ 를 $x^2 + y^2 - 3x + y - 2 = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (-x + 4)^2 - 3x + (-x + 4) - 2 = 0$$

$$\therefore x^2 - 6x + 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times 9 = 0$$

따라서 원 O 와 직선 l 은 한 점에서 만난다. (접한다.)

- 325** $x - 2y + 2 = 0$, 즉 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 을 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 + 2x - 4\left(\frac{1}{2}x + 1\right) - 4 = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 4x - 28 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 5 \times (-28) = 144 > 0$$

따라서 원 O 와 직선 l 은 서로 다른 두 점에서 만난다.

- 326** □: $>, >, -5, 5$

- 327** $y = -x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 9$ 에 대입하면

$$x^2 + (-x + k)^2 = 9$$

$$\therefore 2x^2 - 2kx + k^2 - 9 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (-k)^2 - 2(k^2 - 9) > 0, -k^2 + 18 > 0$$

$$k^2 - 18 < 0, (k + 3\sqrt{2})(k - 3\sqrt{2}) < 0$$

$$\therefore -3\sqrt{2} < k < 3\sqrt{2}$$

- 328** $y = -2x - k$ 를 $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (-2x - k)^2 + 6x - 2(-2x - k) + 5 = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 2(2k + 5)x + k^2 + 2k + 5 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (2k + 5)^2 - 5(k^2 + 2k + 5) > 0$$

$$-k^2 + 10k > 0, k(k - 10) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 10$$

- 329** □: $=, \pm\sqrt{2}$

- 330** $y = -2x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 8$ 에 대입하면

$$x^2 + (-2x + k)^2 = 8$$

$$\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 8 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 8) = 0$$

$$-k^2 + 40 = 0, k^2 = 40$$

$$\therefore k = \pm 2\sqrt{10}$$

- 331** $y = x + k$ 를 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$ 에 대입하면

$$(x + 1)^2 + (x + k - 2)^2 = 2$$

$$\therefore 2x^2 + 2(k - 1)x + k^2 - 4k + 3 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - 2(k^2 - 4k + 3) = 0, -k^2 + 6k - 5 = 0$$

$$k^2 - 6k + 5 = 0, (k - 1)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 5$$

- 332** $y = x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 2$ 에 대입하면

$$x^2 + (x + k)^2 = 2$$

$$\therefore 2x^2 + 2kx + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2(k^2 - 2) < 0, -k^2 + 4 < 0$$

$$k^2 - 4 > 0, (k + 2)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -2 \text{ 또는 } k > 2$$

- 333** $y = -2x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 4$ 에 대입하면

$$x^2 + (-2x + k)^2 = 4$$

$$\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 4 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 4) < 0, -k^2 + 20 < 0$$

$$k^2 - 20 > 0, (k + 2\sqrt{5})(k - 2\sqrt{5}) > 0$$

$$\therefore k < -2\sqrt{5} \text{ 또는 } k > 2\sqrt{5}$$

- 334** $y = -x + k$ 를 $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (-x + k)^2 - 2x - 2(-x + k) = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 2kx + k^2 - 2k = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{D}{4} = (-k)^2 - 2(k^2 - 2k) < 0, -k^2 + 4k < 0$$

$$k^2 - 4k > 0, k(k - 4) > 0$$

$$\therefore k < 0 \text{ 또는 } k > 4$$

- 335** □: $<, <, -10, 10$

- 336** 원의 중심 $(2, 0)$ 과 직선 $y = -x + k$, 즉 $x + y - k = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2 - k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|2 - k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에 서 만나려면

$$\frac{|2 - k|}{\sqrt{2}} < \sqrt{2}, |2 - k| < 2$$

$$-2 < 2 - k < 2 \quad \therefore 0 < k < 4$$

- 337** $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$ 에서

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 5$$

원의 중심 (3, 2)와 직선 $y=2x+k$, 즉 $2x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|6-2+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|k+4|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에
서 만나려면

$$\frac{|k+4|}{\sqrt{5}} < \sqrt{5}, |k+4| < 5$$

$$-5 < k+4 < 5 \quad \therefore -9 < k < 1$$

338 □: $2, 2\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{2}$

339 원의 중심 (0, 0)과 직선 $y=3x+k$, 즉 $3x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{10}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}, |k| = 10$$

$$\therefore k = \pm 10$$

340 $x^2+y^2-4x+2y=0$ 에서

$$(x-2)^2+(y+1)^2=5$$

원의 중심 (2, -1)과 직선 $y=-2x-k$, 즉 $2x+y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4-1+k|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{|k+3|}{\sqrt{5}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 이므로 원과 직선이 접하려면

$$\frac{|k+3|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}, |k+3| = 5$$

$$k+3 = \pm 5 \quad \therefore k = -8 \text{ 또는 } k = 2$$

341 원의 중심 (0, 0)과 직선 $x-y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}, |k| > 2$$

$$\therefore k < -2 \text{ 또는 } k > 2$$

342 원의 중심 (0, 0)과 직선 $3x-4y+k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|k|}{5}$$

원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|k|}{5} > 3, |k| > 15$$

$$\therefore k < -15 \text{ 또는 } k > 15$$

343 $x^2+y^2-4x+6y+11=0$ 에서

$$(x-2)^2+(y+3)^2=2$$

원의 중심 (2, -3)과 직선 $y=-x+k$, 즉 $x+y-k=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2-3-k|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|k+1|}{\sqrt{2}}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 원과 직선이 만나지 않으려면

$$\frac{|k+1|}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}, |k+1| > 2$$

$$k+1 < -2 \text{ 또는 } k+1 > 2$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 1$$

344 □: $5, 5, 2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}$

345 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직

선의 교점을 A, B, 원의 중심

C(1, 0)에서 직선 $x-2y+2=0$ 에

내린 수선의 발을 H라 하면

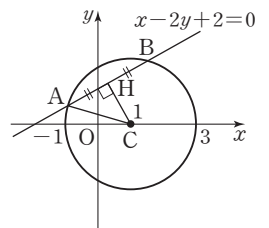
$$\overline{CH} = \frac{|1-0+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

직각삼각형 CHA에서 $\overline{CA}=2$ 이므로

$$\overline{AH} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{\frac{11}{5}} = \frac{\sqrt{55}}{5}$$

따라서 구하는 현의 길이는

$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = \frac{2\sqrt{55}}{5}$$



346 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과

직선의 교점을 A, B, 원의 중심

C(1, -3)에서 직선

$x+3y-2=0$ 에 내린 수선의 발

을 H라 하면

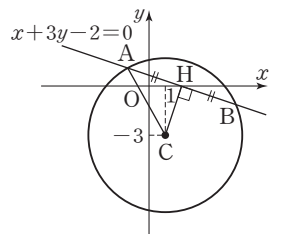
$$\overline{CH} = \frac{|1-9-2|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

직각삼각형 CHA에서 $\overline{CA}=5$ 이므로

$$\overline{AH} = \sqrt{5^2 - (\sqrt{10})^2} = \sqrt{15}$$

따라서 구하는 현의 길이는

$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2\sqrt{15}$$



347 □: $2, \sqrt{2}, \sqrt{2}, 2, 2$

348 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직

선의 교점을 A, B, 원의 중심

C(0, -1)에서 직선 $y=kx+4$,

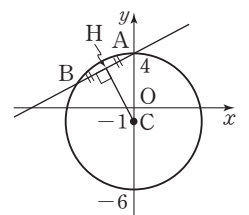
즉 $kx-y+4=0$ 에 내린 수선의 발

을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{d}{2} = 3$$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=5$ 이므로

$$\overline{CH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$



..... ㉠

점 C(0, -1)과 직선 $kx - y + 4 = 0$ 사이의 거리는

$$\overline{CH} = \frac{|0 + 1 + 4|}{\sqrt{k^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{k^2 + 1}} \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{L} \text{에서 } \frac{5}{\sqrt{k^2 + 1}} = 4, 4\sqrt{k^2 + 1} = 5$$

양변을 제곱하면 $16(k^2 + 1) = 25$

$$16k^2 + 16 = 25, k^2 = \frac{9}{16}$$

$$\therefore k = \frac{3}{4} (\because k > 0)$$

- 349** 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 C(1, -2)에서 직선 $y = kx - 5$, 즉 $kx - y - 5 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{d}{2} = \sqrt{6}$$

직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA} = 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\overline{CH} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{2} \quad \dots\dots \textcircled{I}$$

점 C(1, -2)와 직선 $kx - y - 5 = 0$ 사이의 거리는

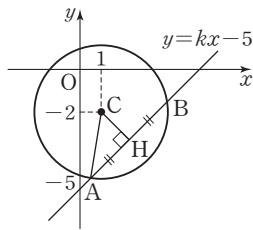
$$\overline{CH} = \frac{|k + 2 - 5|}{\sqrt{k^2 + (-1)^2}} = \frac{|k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{L} \text{에서 } \frac{|k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{2}, \sqrt{2(k^2 + 1)} = |k - 3|$$

양변을 제곱하면

$$2(k^2 + 1) = (k - 3)^2, k^2 + 6k - 7 = 0$$

$$(k + 7)(k - 1) = 0 \quad \therefore k = 1 (\because k > 0)$$



- 350** □: 3, 3, 4

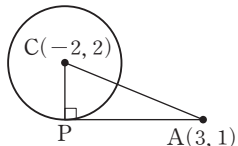
- 351** 오른쪽 그림에서

$$\overline{CA} = \sqrt{(3 + 2)^2 + (1 - 2)^2} = \sqrt{26}$$

직각삼각형 CPA에서 $\overline{CP} = 1$

이므로

$$\overline{PA} = \sqrt{(\sqrt{26})^2 - 1^2} = 5$$



- 352** $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ 에서

$$(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

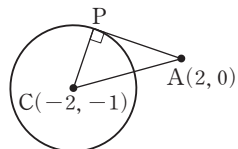
오른쪽 그림에서

$$\overline{CA} = \sqrt{(2 + 2)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{17}$$

직각삼각형 CAP에서 $\overline{CP} = 2$

이므로

$$\overline{PA} = \sqrt{(\sqrt{17})^2 - 2^2} = \sqrt{13}$$



- 353** □: 1, 1, 1

- 354** $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 에서

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

원의 중심 (1, 1)과 직선 $x + y - 4 = 0$ 사이의 거리는

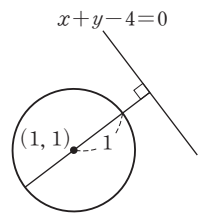
$$\frac{|1 + 1 - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

이때 원의 반지름의 길이가 1이므로

원 위의 점과 직선 사이의 거리의

최댓값은 $\sqrt{2} + 1$,

최솟값은 $\sqrt{2} - 1$



- 355** $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$ 에서

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$$

원의 중심 (-1, 3)과 직선

$3x - 4y + 9 = 0$ 사이의 거리는

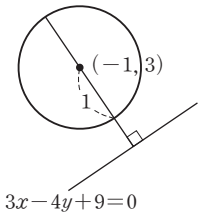
$$\frac{|-3 - 12 + 9|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{6}{5}$$

이때 원의 반지름의 길이가 1이므로

원 위의 점과 직선 사이의 거리의

$$\text{최댓값은 } \frac{6}{5} + 1 = \frac{11}{5},$$

$$\text{최솟값은 } \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$$



- 356** □: $r, r, \pm r\sqrt{m^2 + 1}, mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$

- 357** □: $\sqrt{5}, 5$

- 358** $y = 3x \pm 2 \times \sqrt{3^2 + 1}$

$$\therefore y = 3x \pm 2\sqrt{10}$$

- 359** $y = -x \pm 3 \times \sqrt{(-1)^2 + 1}$

$$\therefore y = -x \pm 3\sqrt{2}$$

- 360** $y = \sqrt{3}x \pm 1 \times \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}$

$$\therefore y = \sqrt{3}x \pm 2$$

- 361** □: $\sqrt{2}, 2, -1, -x - 1$

- 362** 구하는 직선의 방정식을 $y = x + n$ 이라 하면

원의 중심 (-2, -3)과 직선 $y = x + n$, 즉 $x - y + n = 0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|-2 + 3 + n|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}, \frac{|n + 1|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$|n + 1| = 4 \quad \therefore n = -5 \text{ 또는 } n = 3$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = x - 5 \text{ 또는 } y = x + 3$$

- 363** 구하는 직선의 방정식을 $y = -2x + n$ 이라 하면

원의 중심 (1, 2)와 직선 $y = -2x + n$, 즉 $2x + y - n = 0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|2+2-n|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}, \frac{|n-4|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

$$|n-4|=5 \quad \therefore n=-1 \text{ 또는 } n=9$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y=-2x-1 \text{ 또는 } y=-2x+9$$

364 □: 1, 3, 3

365 $2 \times x + (-2) \times y = 8$
 $\therefore x - y - 4 = 0$

366 $-2 \times x + 0 \times y = 4$
 $-2x = 4 \quad \therefore x = -2$

367 $1 \times x + 1 \times y = 2$
 $\therefore x + y - 2 = 0$

368 $2 \times x + 1 \times y = 5$
 $\therefore 2x + y - 5 = 0$

369 □: $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1$

370 원의 중심 (1, 1)과 점 P(-2, 2)를 이은 직선의 기울기는

$$\frac{2-1}{-2-1} = -\frac{1}{3} \text{ 이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 3이다.}$$

접선의 방정식을 $y=3x+a$ 라 하면 이 접선이 점 P(-2, 2)를 지나므로

$$2=3 \times (-2) + a \quad \therefore a=8$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y=3x+8$$

371 원의 중심 (-1, 2)와 점 P(1, 3)을 이은 직선의 기울기는

$$\frac{3-2}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 } -2 \text{이다.}$$

접선의 방정식을 $y=-2x+a$ 라 하면 이 접선이 점 P(1, 3)을 지나므로

$$3=-2 \times 1 + a \quad \therefore a=5$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y=-2x+5$$

372 □: $3m-1, 3m-1, 7, 7, -\frac{1}{7}, 10$

다른 풀이

접점을 (x_1, y_1) 으로 놓으면 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = 2$$

이때 접선이 점 (-3, -1)을 지나므로

$$-3x_1 - y_1 = 2 \quad \therefore y_1 = -3x_1 - 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또 점 (x_1, y_1) 은 원 $x^2 + y^2 = 2$ 위의 점이므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$x_1^2 + (-3x_1 - 2)^2 = 2, 5x_1^2 + 6x_1 + 1 = 0$$

$$(5x_1 + 1)(x_1 + 1) = 0 \quad \therefore x_1 = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x_1 = -1$$

$$x_1 = -\frac{1}{5} \text{ 일 때 } y_1 = -\frac{7}{5}$$

$x_1 = -1$ 일 때 $y_1 = 1$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$x + 7y + 10 = 0 \text{ 또는 } x - y + 2 = 0$$

373 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y - (-1) = m(x - 3)$$

$$\therefore mx - y - 3m - 1 = 0$$

원의 중심 (0, 0)과 점선 $mx - y - 3m - 1 = 0$ 사이의 거리는
 원의 반지름의 길이 1과 같으므로

$$\frac{|-3m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = 1, |-3m-1| = \sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$4m^2 + 3m = 0, m(4m+3) = 0$$

$$\therefore m=0 \text{ 또는 } m=-\frac{3}{4}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y = -1 \text{ 또는 } 3x + 4y - 5 = 0$$

374 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y - 4 = m(x - 0)$$

$$\therefore mx - y + 4 = 0$$

원의 중심 (0, 0)과 점선 $mx - y + 4 = 0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 2와 같으므로

$$\frac{|4|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = 2, \sqrt{m^2+1} = 2$$

양변을 제곱하면

$$m^2 + 1 = 4, m^2 = 3$$

$$\therefore m = \pm\sqrt{3}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$\sqrt{3}x - y + 4 = 0 \text{ 또는 } \sqrt{3}x + y - 4 = 0$$

375 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y - (-2) = m(x - 1)$$

$$\therefore mx - y - m - 2 = 0$$

원의 중심 (0, 0)과 점선 $mx - y - m - 2 = 0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 2와 같으므로

$$\frac{|-m-2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = 2, |-m-2| = 2\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$3m^2 - 4m = 0, m(3m-4) = 0$$

$$\therefore m=0 \text{ 또는 } m=\frac{4}{3}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y = -2 \text{ 또는 } 4x - 3y - 10 = 0$$

376 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y-5=m(x-2)$$

$$\therefore mx-y-2m+5=0$$

원의 중심 $(-1, 3)$ 과 접선 $mx-y-2m+5=0$ 사이의 거리는

원의 반지름의 길이 2와 같으므로

$$\frac{|-m-3-2m+5|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2, |-3m+2|=2\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$5m^2-12m=0, m(5m-12)=0$$

$$\therefore m=0 \text{ 또는 } m=\frac{12}{5}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y=5 \text{ 또는 } 12x-5y+1=0$$

377 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y-(-1)=m(x-0)$$

$$\therefore mx-y-1=0$$

원의 중심 $(1, 2)$ 와 접선 $mx-y-1=0$ 사이의 거리는 원의 반

지름의 길이 $\sqrt{5}$ 와 같으므로

$$\frac{|m-2-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}, |m-3|=\sqrt{5m^2+5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$2m^2+3m-2=0, (2m-1)(m+2)=0$$

$$\therefore m=\frac{1}{2} \text{ 또는 } m=-2$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$x-2y-2=0 \text{ 또는 } 2x+y+1=0$$

378 $\square$: 2, 4, 2, 4, 1, 2, 2

379 원 위의 점을 $P(a, b)$ 라 하고, $\overline{AP}$ 의 중점의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x=\frac{-3+a}{2}, y=\frac{2+b}{2}$$

$$\therefore a=2x+3, b=2y-2$$

점 $P(a, b)$ 는 원 $x^2+y^2=12$ 위의 점이므로

$$(2x+3)^2+(2y-2)^2=12$$

$$\therefore \left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=3$$

380 원 위의 점을 $P(a, b)$ 라 하고, $\overline{AP}$ 의 중점의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x=\frac{6+a}{2}, y=\frac{0+b}{2}$$

$$\therefore a=2x-6, b=2y$$

점 $P(a, b)$ 는 원 $x^2+y^2=9$ 위의 점이므로

$$(2x-6)^2+(2y)^2=9$$

$$\therefore (x-3)^2+y^2=\frac{9}{4}$$

381 $\square$: 2, 4, 4, 6, 27

382 점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\overline{AP}=\sqrt{x^2+(y-2)^2}, \overline{BP}=\sqrt{x^2+(y+4)^2}$$

이때 $\overline{AP}:\overline{BP}=1:2$ 에서 $2\overline{AP}=\overline{BP}$ 이므로

$$4\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$$

$$4\{x^2+(y-2)^2\}=x^2+(y+4)^2$$

$$\therefore x^2+y^2-8y=0$$

383 점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\overline{AP}=\sqrt{(x+3)^2+(y-1)^2}, \overline{BP}=\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}$$

이때 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$ 에서 $\overline{AP}=2\overline{BP}$ 이므로

$$\overline{AP}^2=4\overline{BP}^2$$

$$(x+3)^2+(y-1)^2=4\{(x-3)^2+(y-4)^2\}$$

$$\therefore x^2+y^2-10x-10y+30=0$$

연산문제로 실전 능력 다지기

51쪽 ~ 53쪽

384 $(x-2)^2+(y+3)^2=3^2$ 이므로

$$C(2, -3), r=3$$

385 $x^2+y^2-2x-3=0$ 에서

$$(x-1)^2+y^2=2^2$$

$$\therefore C(1, 0), r=2$$

386 $x^2+y^2+6x-2y-6=0$ 에서

$$(x+3)^2+(y-1)^2=4^2$$

$$\therefore C(-3, 1), r=4$$

387 $x^2+y^2-2ax+2ay+8=0$ 에서

$$(x-a)^2+(y+a)^2=2a^2-8$$

이 방정식이 원을 나타내려면 $2a^2-8>0$

$$a^2-4>0, (a+2)(a-2)>0$$

$$\therefore a<-2 \text{ 또는 } a>2$$

388 $x^2+y^2+2ay+2a^2-9=0$ 에서

$$x^2+(y+a)^2=9-a^2$$

이 방정식이 원을 나타내려면 $9-a^2>0$

$$a^2-9<0, (a+3)(a-3)<0$$

$$\therefore -3<a<3$$

389 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은

$$(x-1)^2+(y+1)^2=r^2$$

이 원이 점 (3, 4)를 지나므로
 $2^2 + 5^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 29$
 따라서 구하는 원의 방정식은
 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 29$

390 원의 중심의 좌표는

$$\left(\frac{1+5}{2}, \frac{0+4}{2}\right) \quad \therefore (3, 2)$$

반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(5-1)^2 + (4-0)^2} = 2\sqrt{2}$

따라서 구하는 원의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 8$

391 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓고 주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$(0, 0) \Rightarrow C = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(0, 1) \Rightarrow B + C = -1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$(-1, 2) \Rightarrow -A + 2B + C = -5 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

①을 ②과 ③에 대입하면

$$B = -1, -A + 2B = -5$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $A = 3, B = -1$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 + 3x - y = 0$$

392 중심이 (3, 2)인 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이가 2이다.

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$$

393 원의 중심이 제1사분면 위에 있어야 하므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$$

이 원이 점 (2, 1)을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2, r^2 - 6r + 5 = 0$$

$$(r-1)(r-5) = 0 \quad \therefore r = 1 \text{ 또는 } r = 5$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$$

394 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + k^2 + 7 = 0$ 에서

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 13 - k^2$$

이때 원이 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.

$$\therefore 13 - k^2 = 2^2 \text{ 이므로 } k^2 = 9$$

$$\therefore k = 3 (\because k > 0)$$

395 $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 - k^2 = 0$ 에서

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = k^2 + 5$$

이때 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-3| = 3$ 이다.

$$\therefore k^2 + 5 = 3^2 \text{ 이므로 } k^2 = 4$$

$$\therefore k = 2 (\because k > 0)$$

396 $x^2 + y^2 + 2ax - 6y + 13 - b = 0$ 에서

$$(x+a)^2 + (y-3)^2 = a^2 + b - 4$$

이 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하므로

$$a^2 + b - 4 = |-a|^2 = |3|^2$$

$$\therefore a = 3, b = 4 (\because a > 0)$$

397 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 + k(x^2 + y^2 + 2y - 8) = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 원이 점 (2, 2)를 지나므로

$$4 + 4 + 4 - 8 + 1 + k(4 + 4 + 4 - 8) = 0$$

$$5 + 4k = 0 \quad \therefore k = -\frac{5}{4}$$

$$k = -\frac{5}{4} \text{ 를 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 - \frac{5}{4}(x^2 + y^2 + 2y - 8) = 0$$

$$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}y^2 + 2x - \frac{13}{2}y + 11 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x + 26y - 44 = 0$$

398 두 원의 공통현 AB의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 1 - (x^2 + y^2 - 2x - 2y) = 0$$

$$\therefore 2x + 2y - 1 = 0$$

원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 중심 (0, 0)과 공통현 AB 사이의 거리는

$$\frac{|-1|}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

이때 원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 반지름의 길이가 1이므로

$$AB = 2\sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

399 두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 9 - (x^2 + y^2 - x - y + k) = 0$$

$$\therefore x + y - k - 9 = 0$$

원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 중심 (0, 0)과 직선 $x + y - k - 9 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-k-9|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|k+9|}{\sqrt{2}}$$

원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 반지름의 길이가 3이고 공통현의 길이는 $2\sqrt{3}$ 이므로

$$2\sqrt{3^2 - \left(\frac{|k+9|}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2\sqrt{3}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$9 - \frac{(k+9)^2}{2} = 3, (k+9)^2 = 12$$

$$k+9 = \pm 2\sqrt{3} \quad \therefore k = -9 \pm 2\sqrt{3}$$

400 $y = 2x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 2$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x+k)^2 = 2$$

$$\therefore 5x^2 + 4kx + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 5(k^2 - 2) > 0, -k^2 + 10 > 0$$

$$k^2 - 10 < 0, (k + \sqrt{10})(k - \sqrt{10}) < 0$$

$$\therefore -\sqrt{10} < k < \sqrt{10}$$

401 $y = kx + 1$ 을 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (kx + 1)^2 - 2x = 0$$

$$\therefore (k^2 + 1)x^2 + 2(k - 1)x + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 + 1) > 0, -2k > 0 \quad \therefore k < 0$$

402 $y = 2x + k$ 를 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (2x + k)^2 - 2x - 4(2x + k) - 20 = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 2(2k - 5)x + k^2 - 4k - 20 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$$\frac{D}{4} = (2k - 5)^2 - 5(k^2 - 4k - 20) = 0, -k^2 + 125 = 0$$

$$k^2 = 125 \quad \therefore k = \pm 5\sqrt{5}$$

403 $y = -x + k$ 를 $x^2 + (y - 4)^2 = 8$ 에 대입하면

$$x^2 + (-x + k - 4)^2 = 8$$

$$\therefore 2x^2 - 2(k - 4)x + k^2 - 8k + 8 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 만나지 않으므로

$$\frac{D}{4} = \{-(k - 4)\}^2 - 2(k^2 - 8k + 8) < 0, -k^2 + 8k < 0$$

$$k^2 - 8k > 0, k(k - 8) > 0 \quad \therefore k < 0 \text{ 또는 } k > 8$$

404 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선

의 교점을 A, B, 원의 중심 O(0, 0)

에서 직선 $y = 2x + 2$, 즉

$2x - y + 2 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H

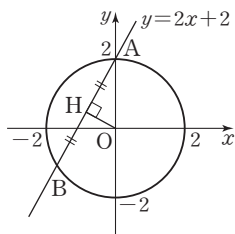
라 하면

$$\overline{OH} = \frac{|2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

직각삼각형 OAH에서 $\overline{OA} = 2$ 이므로

$$\overline{AH} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB} = 2\overline{AH} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$



405 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과

직선의 교점을 A, B, 원의 중심

C(1, 2)에서 직선 $y = x - 2$, 즉

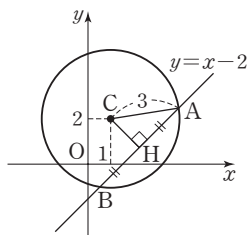
$x - y - 2 = 0$ 에 내린 수선의 발을

H라 하면

$$\overline{CH} = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

직각삼각형 CHA에서 $\overline{CA} = 3$ 이므로

$$\overline{AH} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB} = 2\overline{AH} = 3\sqrt{2}$

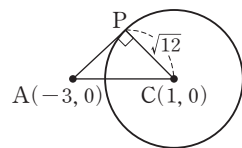
406 오른쪽 그림에서

$$\overline{CA} = 1 - (-3) = 4$$

직각삼각형 CPA에서

$$\overline{CP} = \sqrt{12} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{4^2 - (\sqrt{12})^2} = 2$$



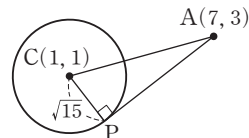
407 오른쪽 그림에서

$$\overline{CA} = \sqrt{(7-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{40}$$

직각삼각형 CPA에서

$$\overline{CP} = \sqrt{15} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{(\sqrt{40})^2 - (\sqrt{15})^2} = 5$$



408 $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 5 = 0$ 에서

$$(x - 5)^2 + (y + 4)^2 = 36$$

원의 중심 (5, -4)와 직선 $x - y + 3 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|5 - 4 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

이때 원의 반지름의 길이가 6이므로 원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최댓값은 $6\sqrt{2} + 6$, 최솟값은 $6\sqrt{2} - 6$

409 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 에서

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

원의 중심 (1, 1)과 직선 $3x - 4y - 12 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3 - 4 - 12|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{13}{5}$$

이때 원의 반지름의 길이가 1이므로 원 위의 점과 직선 사이의

거리의 최댓값은 $\frac{13}{5} + 1 = \frac{18}{5}$, 최솟값은 $\frac{13}{5} - 1 = \frac{8}{5}$

410 $y = \sqrt{2}x \pm 2 \times \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1}$

$$\therefore y = \sqrt{2}x \pm 2\sqrt{3}$$

411 구하는 접선의 방정식을 $y = 2x + n$ 이라 하면

원의 중심 (1, -2)와 직선 $y = 2x + n$, 즉 $2x - y + n = 0$ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|2 + 2 + n|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 3, |n + 4| = 3\sqrt{5}$$

$$n + 4 = \pm 3\sqrt{5} \quad \therefore n = -4 \pm 3\sqrt{5}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y = 2x - 4 \pm 3\sqrt{5}$$

412 $1 \times x + (-\sqrt{2}) \times y = 3$

$$\therefore x - \sqrt{2}y - 3 = 0$$

413 원의 중심 (2, -1)과 접점 (3, 2)를 이은 직선의 기울기는

$$\frac{2 - (-1)}{3 - 2} = 3 \text{이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 } -\frac{1}{3} \text{이다.}$$

접선의 방정식을 $y = -\frac{1}{3}x + a$ 라 하면 이 접선이 점 (3, 2)를

$$\text{지나므로 } 2 = -\frac{1}{3} \times 3 + a \quad \therefore a = 3$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{3}x + 3$$

414 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y - 3 = m(x - 4)$$

$$\therefore mx - y - 4m + 3 = 0$$

원의 중심 (0, 0)과 접선 $mx - y - 4m + 3 = 0$ 사이의 거리가
원의 반지름의 길이 $\sqrt{5}$ 와 같으므로

$$\frac{|-4m + 3|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}, \quad |-4m + 3| = \sqrt{5m^2 + 5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$11m^2 - 24m + 4 = 0, \quad (11m - 2)(m - 2) = 0$$

$$\therefore m = \frac{2}{11} \text{ 또는 } m = 2$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$2x - 11y + 25 = 0 \text{ 또는 } 2x - y - 5 = 0$$

415 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y - 2 = m(x - 0)$$

$$\therefore mx - y + 2 = 0$$

원의 중심 (1, 0)과 접선 $mx - y + 2 = 0$ 사이의 거리는 원의 반
지름의 길이 2와 같으므로

$$\frac{|m + 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2, \quad |m + 2| = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$3m^2 - 4m = 0, \quad m(3m - 4) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } m = \frac{4}{3}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y = 2 \text{ 또는 } 4x - 3y + 6 = 0$$

416 점 (-2, 0)과 원 위의 점 (a, b)를 이은 선분의 중점의 좌표를
(x, y)라 하면

$$x = \frac{-2 + a}{2}, \quad y = \frac{0 + b}{2}$$

$$\therefore a = 2x + 2, \quad b = 2y$$

점 (a, b)는 원 $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$ 위의 점이므로

$$(2x + 2 - 2)^2 + (2y + 2)^2 = 4$$

$$\therefore x^2 + (y + 1)^2 = 1$$

417 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2}, \quad \overline{BP} = \sqrt{(x - 4)^2 + y^2}$$

이때 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 에서 $\overline{AP} = 2\overline{BP}$ 이므로

$$\overline{AP}^2 = 4\overline{BP}^2$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4\{(x - 4)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 10x + 21 = 0$$

4 도형의 이동

54쪽 ~ 65쪽

418 □: 2, 3, 6, 0

419 (-1+2, 0-3) $\therefore$ (1, -3)

420 (2+2, -2-3) $\therefore$ (4, -5)

421 (-3+2, -1-3) $\therefore$ (-1, -4)

422 (2-1, 1+3) $\therefore$ (1, 4)

423 (-1-1, 5+3) $\therefore$ (-2, 8)

424 (6-1, -2+3) $\therefore$ (5, 1)

425 (-4-1, -1+3) $\therefore$ (-5, 2)

426 □: 3, 0, -4, -2, 4, -3

427 점 A(3, -2)를 점 B(-1, -3)으로 옮기는 평행이동을

$(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라 하면

$$3 + m = -1, \quad -2 + n = -3$$

$$\therefore m = -4, \quad n = -1$$

따라서 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x - 4, y - 1)$ 에 의하여 점 P(4, 0)

이 옮겨지는 점의 좌표는

$$(4 - 4, 0 - 1) \quad \therefore (0, -1)$$

428 점 A(-4, 3)을 점 B(-1, 2)로 옮기는 평행이동을

$(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라 하면

$$-4 + m = -1, \quad 3 + n = 2$$

$$\therefore m = 3, \quad n = -1$$

따라서 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 1)$ 에 의하여 점 P(2, 1)

이 옮겨지는 점의 좌표는

$$(2 + 3, 1 - 1) \quad \therefore (5, 0)$$

429 점 A(4, -7)을 점 B(1, -3)으로 옮기는 평행이동을

$(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라 하면

$$4 + m = 1, \quad -7 + n = -3$$

$$\therefore m = -3, \quad n = 4$$

따라서 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 4)$ 에 의하여

점 P(-1, 1)이 옮겨지는 점의 좌표는

$$(-1 - 3, 1 + 4) \quad \therefore (-4, 5)$$

430 □: 1, 4, 1

431 $(x + 1) + (y - 4) - 2 = 0$

$$\therefore x + y - 5 = 0$$

432 $2(x+1)-(y-4)+3=0$
 $\therefore 2x-y+9=0$

433 $y-4=3(x+1)-2$
 $\therefore y=3x+5$

434 $\square: -2, 3, 2, 3, 7$

435 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 도형의 방정식은
 $(x+2)-2(y-3)-1=0$
 $\therefore x-2y+7=0$

436 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 도형의 방정식은
 $3(x+2)+4(y-3)-2=0$
 $\therefore 3x+4y-8=0$

437 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 도형의 방정식은
 $y-3=3(x+2)+1$
 $\therefore y=3x+10$

438 $\square: 3, 2, 36$

439 점 A(3, -2)를 점 B(1, 1)로 옮기는 평행이동을
 $(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 이라 하면
 $3+m=1, -2+n=1$
 $\therefore m=-2, n=3$
 즉 $(x, y) \rightarrow (x-2, y+3)$ 이므로 직선 $2x+5y+3=0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $2(x+2)+5(y-3)+3=0$
 $\therefore 2x+5y-8=0$

440 점 A(2, -1)을 점 B(0, 2)로 옮기는 평행이동을
 $(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 이라 하면
 $2+m=0, -1+n=2$
 $\therefore m=-2, n=3$
 즉 $(x, y) \rightarrow (x-2, y+3)$ 이므로 직선 $3x-y-2=0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $3(x+2)-(y-3)-2=0$
 $\therefore 3x-y+7=0$

441 점 A(2, 1)을 점 B(-1, 3)으로 옮기는 평행이동을
 $(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 이라 하면
 $2+m=-1, 1+n=3$
 $\therefore m=-3, n=2$

즉 $(x, y) \rightarrow (x-3, y+2)$ 이므로 직선 $y=2x-11$ 을 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $y-2=2(x+3)-11$
 $\therefore y=2x-3$

442 $\square: x+1, x+1, 2$

다른 풀이

원의 중심 $(-1, 0)$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는
 $(-1-1, 0+2) \quad \therefore (-2, 2)$
 따라서 구하는 원의 방정식은
 $(x+2)^2+(y-2)^2=2$

443 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 에서
 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$
 이 방정식에 x 대신 $x+1, y$ 대신 $y-2$ 를 대입하면
 $(x+1-1)^2+(y-2+2)^2=4$
 $\therefore x^2+y^2=4$

444 $x^2+y^2-2x+2y-3=0$ 에서
 $(x-1)^2+(y+1)^2=5$
 이 방정식에 x 대신 $x+1, y$ 대신 $y-2$ 를 대입하면
 $(x+1-1)^2+(y-2+1)^2=5$
 $\therefore x^2+(y-1)^2=5$

445 $y=x^2-2x$ 에서 $y=(x-1)^2-1$
 이 방정식에 x 대신 $x+1, y$ 대신 $y-2$ 를 대입하면
 $y-2=(x+1-1)^2-1$
 $\therefore y=x^2+1$

다른 풀이

$y=x^2-2x$ 에서 $y=(x-1)^2-1$
 포물선의 꼭짓점 $(1, -1)$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는
 $(1-1, -1+2) \quad \therefore (0, 1)$
 따라서 구하는 포물선의 방정식은
 $y-1=(x-0)^2 \quad \therefore y=x^2+1$

446 $\square: x-2, y+3, x-2, y+3, 5, 3$

447 주어진 평행이동은 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하는 것이다.
 $x^2+y^2-2y-8=0$ 에서
 $x^2+(y-1)^2=9$
 이 방정식에 x 대신 $x-2, y$ 대신 $y+3$ 을 대입하면
 $(x-2)^2+(y+3-1)^2=9$
 $\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=9$

448 주어진 평행이동은 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하는 것이다.
 $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 22 = 0$ 에서
 $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 4$
 이 방정식에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$ 을 대입하면
 $(x-2-1)^2 + (y+3+5)^2 = 4$
 $\therefore (x-3)^2 + (y+8)^2 = 4$

449 주어진 평행이동은 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하는 것이다.
 $y = 2x^2 + 8x + 1$ 에서 $y = 2(x+2)^2 - 7$
 이 방정식에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$ 을 대입하면
 $y+3 = 2(x-2+2)^2 - 7$
 $\therefore y = 2x^2 - 10$

450 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$ 에서
 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2$
 이 원을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원의 방정식은
 $(x-a+1)^2 + (y-b+2)^2 = 2$ ㉠
 $x^2 + y^2 = 2$ 와 ㉠이 일치하므로
 $-a+1=0, -b+2=0 \quad \therefore a=1, b=2$

451 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$ 에서
 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2$
 이 원을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원의 방정식은
 $(x-a+1)^2 + (y-b+2)^2 = 2$ ㉠
 $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$ 에서
 $x^2 + (y+1)^2 = 2$
 이 방정식이 ㉠과 일치하므로
 $-a+1=0, -b+2=1 \quad \therefore a=1, b=1$

452 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$ 에서
 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2$
 이 원을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원의 방정식은
 $(x-a+1)^2 + (y-b+2)^2 = 2$ ㉠
 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 23 = 0$ 에서
 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 2$
 이 방정식이 ㉠과 일치하므로
 $-a+1=-4, -b+2=-3 \quad \therefore a=5, b=5$

453 x 축: $(4, -1)$
 y 축: $(-4, 1)$
 원점: $(-4, -1)$
 직선 $y=x$: $(1, 4)$
 직선 $y=-x$: $(-1, -4)$

454 x 축: $(2, 5)$
 y 축: $(-2, -5)$
 원점: $(-2, 5)$
 직선 $y=x$: $(-5, 2)$
 직선 $y=-x$: $(5, -2)$

455 $(2, 3) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{x\text{축에 대하여}} (2, -3) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{\text{원점에 대하여}} (-2, 3)$

456 $(-7, 6) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y\text{축에 대하여}} (7, 6) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y=-x\text{에 대하여}} (-6, -7)$

457 $(1, -2) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y=x\text{에 대하여}} (-2, 1) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y\text{축에 대하여}} (2, 1)$

458 $\square$: $-3, -2, -2, 3, 2\sqrt{13}$

459 점 $A(-1, 3)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $P(1, 3)$,
 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 $Q(3, -1)$
 $\therefore PQ = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5}$

460 점 $A(-2, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점은
 $P(-2, -1)$, 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $Q(2, -1)$
 $\therefore PQ = \sqrt{(2+2)^2 + (-1+1)^2} = 4$

461 점 $A(3, -4)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $P(-3, 4)$,
 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 $Q(4, -3)$
 $\therefore PQ = \sqrt{(4+3)^2 + (-3-4)^2} = 7\sqrt{2}$

462 (1) $x-2(-y)+1=0 \quad \therefore x+2y+1=0$
 (2) $-x-2y+1=0 \quad \therefore x+2y-1=0$
 (3) $-x-2(-y)+1=0 \quad \therefore x-2y-1=0$
 (4) $y-2x+1=0 \quad \therefore 2x-y-1=0$
 (5) $-y-2(-x)+1=0 \quad \therefore 2x-y+1=0$

463 (1) $2x+(-y)-5=0 \quad \therefore 2x-y-5=0$
 (2) $2(-x)+y-5=0 \quad \therefore 2x-y+5=0$
 (3) $2(-x)+(-y)-5=0 \quad \therefore 2x+y+5=0$
 (4) $2y+x-5=0 \quad \therefore x+2y-5=0$
 (5) $2(-y)+(-x)-5=0 \quad \therefore x+2y+5=0$

464 (1) $(x+3)^2 + \{(-y)+1\}^2 = 9$
 $\therefore (x+3)^2 + (y-1)^2 = 9$

다른 풀이

원의 중심 $(-3, -1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이므로 구하는 원의 방정식은
 $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 9$

$$\begin{aligned}
 (2) & \{(-x)+3\}^2+(y+1)^2=9 \\
 & \therefore (x-3)^2+(y+1)^2=9 \\
 (3) & \{(-x)+3\}^2+\{(-y)+1\}^2=9 \\
 & \therefore (x-3)^2+(y-1)^2=9 \\
 (4) & (y+3)^2+(x+1)^2=9 \\
 & \therefore (x+1)^2+(y+3)^2=9 \\
 (5) & \{(-y)+3\}^2+\{(-x)+1\}^2=9 \\
 & \therefore (x-1)^2+(y-3)^2=9
 \end{aligned}$$

465 $x^2+y^2+4x-2y+4=0$ 에서
 $(x+2)^2+(y-1)^2=1$

$$\begin{aligned}
 (1) & (x+2)^2+\{(-y)-1\}^2=1 \\
 & \therefore (x+2)^2+(y+1)^2=1 \\
 (2) & \{(-x)+2\}^2+(y-1)^2=1 \\
 & \therefore (x-2)^2+(y-1)^2=1 \\
 (3) & \{(-x)+2\}^2+\{(-y)-1\}^2=1 \\
 & \therefore (x-2)^2+(y+1)^2=1 \\
 (4) & (y+2)^2+(x-1)^2=1 \\
 & \therefore (x-1)^2+(y+2)^2=1 \\
 (5) & \{(-y)+2\}^2+\{(-x)-1\}^2=1 \\
 & \therefore (x+1)^2+(y-2)^2=1
 \end{aligned}$$

466 $y=x^2-4x+2$ 에서
 $y=(x-2)^2-2$

$$\begin{aligned}
 (1) & -y=(x-2)^2-2 \\
 & \therefore y=-(x-2)^2+2 \\
 (2) & y=\{(-x)-2\}^2-2 \\
 & \therefore y=(x+2)^2-2 \\
 (3) & -y=\{(-x)-2\}^2-2 \\
 & \therefore y=-(x+2)^2+2 \\
 (4) & x=(y-2)^2-2 \\
 (5) & -x=\{(-y)-2\}^2-2 \\
 & \therefore x=-(y+2)^2+2
 \end{aligned}$$

467 □: $-y, 2, 2, 2$

468 직선 $2x-y+3=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $2(-x)-y+3=0 \quad \therefore 2x+y-3=0$
 이 직선을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $2y+x-3=0 \quad \therefore x+2y-3=0$

469 $x^2+y^2+2x-4y+4=0$ 에서
 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$
 이 원을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(-x+1)^2+(-y-2)^2=1$
 $\therefore (x-1)^2+(y+2)^2=1$
 이 원을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(x-1)^2+(-y+2)^2=1$
 $\therefore (x-1)^2+(y-2)^2=1$

470 $x^2+y^2+4x-6y+9=0$ 에서
 $(x+2)^2+(y-3)^2=4$
 이 원을 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(-y+2)^2+(-x-3)^2=4$
 $\therefore (x+3)^2+(y-2)^2=4$
 이 원을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(-x+3)^2+(y-2)^2=4$
 $\therefore (x-3)^2+(y-2)^2=4$

471 □: $3, 9, -x, 9$

472 직선 $x+3y-2=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-x+3y-2=0 \quad \therefore x-3y+2=0$
 이 직선을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $(x+2)-3(y+3)+2=0 \quad \therefore x-3y-5=0$

473 두 직선의 방정식이 다르다.

474 $x^2+y^2+2x-4y+3=0$ 에서
 $(x+1)^2+(y-2)^2=2$
 이 원을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 원의 방정식은 $(x+1+1)^2+(y-2-2)^2=2$
 $\therefore (x+2)^2+(y-4)^2=2$
 이 원을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(x+2)^2+(-y-4)^2=2$
 $\therefore (x+2)^2+(y+4)^2=2$

475 $x^2+y^2+4x-6y+7=0$ 에서
 $(x+2)^2+(y-3)^2=6$
 이 원을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(y+2)^2+(x-3)^2=6$
 $\therefore (x-3)^2+(y+2)^2=6$
 이 원을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 원의 방정식은 $(x+2-3)^2+(y-6+2)^2=6$
 $\therefore (x-1)^2+(y-4)^2=6$

476 □: $-6, -6, -6$

477 점 $(1, a)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-1, -a)$
 이 점을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(-1-1, -a+2) \quad \therefore (-2, -a+2)$
 이 점이 점 $(b, 1)$ 과 일치하므로 $-2=b, -a+2=1$
 $\therefore a=1, b=-2$

478 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(a+2, b-5)$$

이 점을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(-a-2, -b+5)$$

이 점이 점 $(2, -1)$ 과 일치하므로

$$-a-2=2, -b+5=-1$$

$$\therefore a=-4, b=6$$

479 점 (a, b) 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 (b, a)

이 점을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(b-2, a-3)$$

이 점이 점 $(0, 0)$ 과 일치하므로

$$b-2=0, a-3=0$$

$$\therefore a=3, b=2$$

480 □: 2, 2, $-y$, -4 , -4

481 점 $(0, 2)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l 의 방정식은

$$y-2=m(x-0) \quad \therefore y=mx+2$$

직선 l 을 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y+1=m(x-3)+2$$

$$\therefore y=mx-3m+1$$

이 직선을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$y=-mx-3m+1$$

이때 직선 $y=-mx-3m+1$ 이 점 $(1, 5)$ 를 지나므로

$$5=-m-3m+1 \quad \therefore m=-1$$

따라서 직선 l 의 방정식은

$$y=-x+2$$

482 점 $(3, -2)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l 의 방정식은

$$y+2=m(x-3) \quad \therefore y=mx-3m-2$$

직선 l 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y-2=m(x+2)-3m-2$$

$$\therefore y=mx-m$$

이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$-y=mx-m \quad \therefore y=-mx+m$$

이때 직선 $y=-mx+m$ 이 점 $(3, -2)$ 를 지나므로

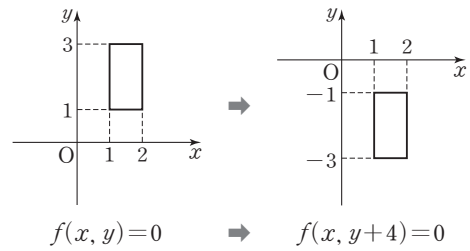
$$-2=-3m+m \quad \therefore m=1$$

따라서 직선 l 의 방정식은

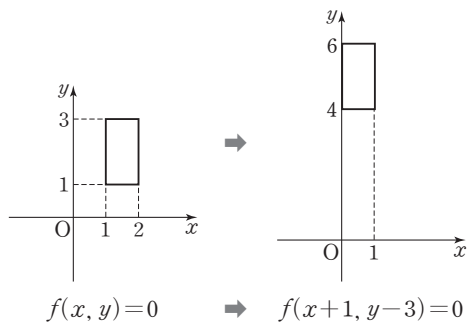
$$y=x-5$$

483 □: $x, 2$

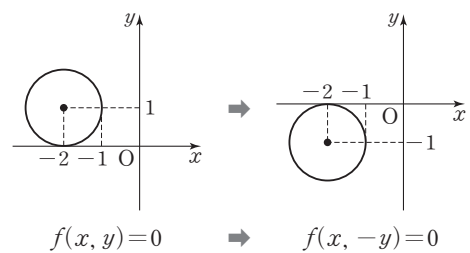
484 $f(x, y+4)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다.



485 $f(x+1, y-3)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



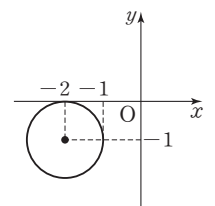
486 $f(x, -y)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 것이다.



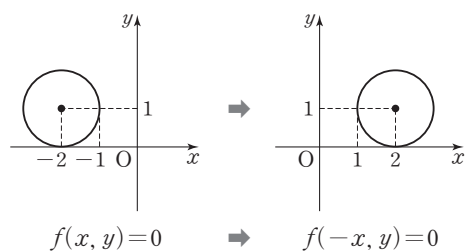
다른 풀이

원의 중심 $(-2, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2, -1)$

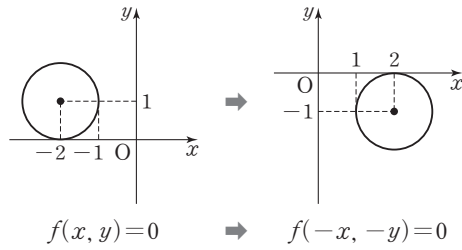
따라서 $f(x, -y)=0$ 의 그래프는 중심이 점 $(-2, -1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이다.



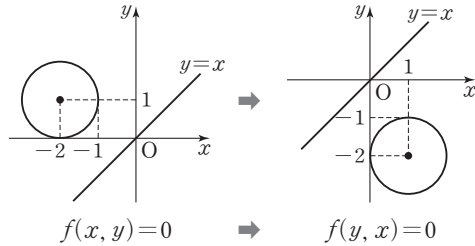
487 $f(-x, y)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이다.



488 $f(-x, -y)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.

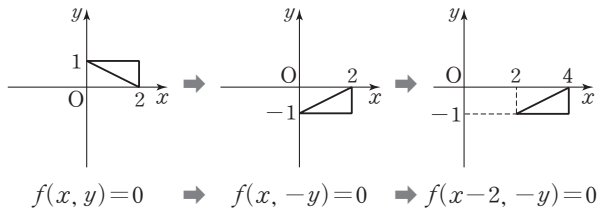


- 489 $f(y, x)=0$ 의 그래프는 $f(x, y)=0$ 의 그래프를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

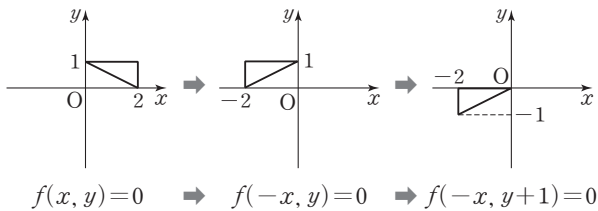


- 490 □: $-y, -1, -y$

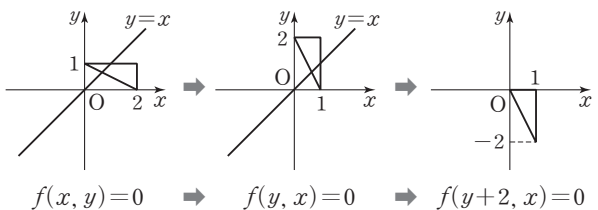
- 491 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $f(x, -y)=0$
 이것을 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면
 $f(x-2, -y)=0$



- 492 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 y 축에 대하여 대칭이동하면
 $f(-x, y)=0$
 이것을 y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면
 $f(-x, y+1)=0$



- 493 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $f(y, x)=0$
 이것을 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면
 $f(y+2, x)=0$



- 494 □: 2, 8, 6

- 495 직선 $y=ax+4$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
 $y=-ax+4$
 $x^2+y^2-4x+4y+7=0$ 에서
 $(x-2)^2+(y+2)^2=1$
 직선 $y=-ax+4$ 가 원 $(x-2)^2+(y+2)^2=1$ 의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 (2, -2)를 지나야 하므로
 $-2=-2a+4$
 $\therefore a=3$

- 496 직선 $2x+y+a=0$ 을 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $2x+y-2+a=0$
 이 직선을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
 $2y+x-2+a=0$
 $\therefore x+2y+a-2=0$
 $x^2+y^2-8x+4y+4=0$ 에서
 $(x-4)^2+(y+2)^2=16$
 직선 $x+2y+a-2=0$ 이 원 $(x-4)^2+(y+2)^2=16$ 의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 (4, -2)를 지나야 하므로
 $4-4+a-2=0$
 $\therefore a=2$

- 497 직선 $x-y+k=0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $x-2-(y-3)+k=0$
 $\therefore x-y+k+1=0$
 이 직선이 원 $x^2+y^2=2$ 와 접하려면 원의 중심 (0, 0)과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{2}$ 와 같아야 하므로
 $\frac{|k+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}, \frac{|k+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$
 $|k+1|=2, k+1=\pm 2$
 $\therefore k=-3$ 또는 $k=1$

- 498 직선 $2x-y+k=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
 $2(-x)-(-y)+k=0$
 $\therefore 2x-y-k=0$
 $x^2+y^2-2x-8y+12=0$ 에서
 $(x-1)^2+(y-4)^2=5$
 직선 $2x-y-k=0$ 이 원 $(x-1)^2+(y-4)^2=5$ 와 접하려면 원의 중심 (1, 4)와 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{5}$ 와 같아야 하므로
 $\frac{|2-4-k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}, \frac{|k+2|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$
 $|k+2|=5, k+2=\pm 5$
 $\therefore k=-7$ 또는 $k=3$

499 직선 $3x-2y+4k=0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$3(x-2)-2(y+1)+4k=0$$

$$\therefore 3x-2y+4k-8=0$$

이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$3x-2(-y)+4k-8=0$$

$$\therefore 3x+2y+4k-8=0$$

$$x^2+y^2-4x+10y+16=0$$
에서
$$(x-2)^2+(y+5)^2=13$$

직선 $3x+2y+4k-8=0$ 이 원 $(x-2)^2+(y+5)^2=13$ 과 접하려면 원의 중심 $(2, -5)$ 와 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{13}$ 과 같아야 하므로

$$\frac{|6-10+4k-8|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\sqrt{13}, \frac{|4k-12|}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$$

$$|4k-12|=13, 4k-12=\pm 13$$

$$4k=-1 \text{ 또는 } 4k=25$$

$$\therefore k=-\frac{1}{4} \text{ 또는 } k=\frac{25}{4}$$

500 □: 3, -2, 4, -9, 4, -9

501 점 Q의 좌표를 (x, y) 라 하면 점 M(3, 0)은 두 점 P(1, -2), Q(x, y)의 중점이므로

$$\frac{1+x}{2}=3, \frac{-2+y}{2}=0$$

$$\therefore x=5, y=2$$

따라서 점 Q의 좌표는 (5, 2)이다.

502 점 Q의 좌표를 (x, y) 라 하면 점 M(-1, -2)는 두 점 P(-4, 1), Q(x, y)의 중점이므로

$$\frac{-4+x}{2}=-1, \frac{1+y}{2}=-2$$

$$\therefore x=2, y=-5$$

따라서 점 Q의 좌표는 (2, -5)이다.

503 □: -1, 3, -1, 2, -1, 2

504 점 Q의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 P(2, 1), Q(a, b)에 대하여 $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{2+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$$

이 점이 직선 $y=-x+1$ 위의 점이므로

$$\frac{1+b}{2}=-\frac{2+a}{2}+1$$

$$\therefore a+b=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

직선 PQ와 직선 $y=-x+1$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{b-1}{a-2} \times (-1)=-1$$

$$\therefore a-b=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a=0, b=-1$$

따라서 점 Q의 좌표는 (0, -1)이다.

505 점 Q의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 P(-1, 4), Q(a, b)에 대하여 $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$$

이 점이 직선 $x-3y-2=0$ 위의 점이므로

$$\frac{-1+a}{2}-3 \times \frac{4+b}{2}-2=0$$

$$\therefore a-3b=17 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

직선 PQ와 직선 $x-3y-2=0$, 즉 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ 는 서로 수직이

므로

$$\frac{b-4}{a+1} \times \frac{1}{3}=-1$$

$$\therefore 3a+b=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a=2, b=-5$$

따라서 점 Q의 좌표는 (2, -5)이다.

506 $x^2+y^2-4x+6y+9=0$ 에서

$$(x-2)^2+(y+3)^2=4$$

즉 원의 중심의 좌표는 (2, -3), 반지름의 길이는 2이다.

원의 중심 (2, -3)을 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를

(a, b) 라 하면 두 점 (2, -3), (a, b) 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{2+a}{2}, \frac{-3+b}{2}\right)$$

이 점이 직선 $y=x-2$ 위의 점이므로

$$\frac{-3+b}{2}=\frac{2+a}{2}-2$$

$$\therefore a-b=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또 두 점(2, -3), (a, b) 를 지나는 직선과 직선 $y=x-2$ 는 서로 수직이므로

$$\frac{b-(-3)}{a-2} \times 1=-1$$

$$\therefore a+b=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a=-1, b=0$$

따라서 중심의 좌표가 (-1, 0)이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은

$$(x+1)^2+y^2=4$$

507 $x^2+y^2+2x-3=0$ 에서

$$(x+1)^2+y^2=4$$

즉 원의 중심의 좌표는 (-1, 0), 반지름의 길이는 2이다.

원의 중심 $(-1, 0)$ 을 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 $(-1, 0), (a, b)$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{0+b}{2}\right) \quad \therefore \left(\frac{-1+a}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

이 점이 직선 $2x - y + 1 = 0$ 위의 점이므로

$$2 \times \frac{-1+a}{2} - \frac{b}{2} + 1 = 0 \quad \therefore 2a - b = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또 두 점 $(-1, 0), (a, b)$ 를 지나는 직선과 직선 $2x - y + 1 = 0$, 즉 $y = 2x + 1$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{b-0}{a-(-1)} \times 2 = -1 \quad \therefore a + 2b = -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면 } a = -\frac{1}{5}, b = -\frac{2}{5}$$

따라서 중심의 좌표가 $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은

$$\left(x + \frac{1}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{2}{5}\right)^2 = 4$$

508 $x^2 + y^2 + 2x - 10y + 20 = 0$ 에서

$$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 6$$

즉 원의 중심의 좌표는 $(-1, 5)$, 반지름의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

원의 중심 $(-1, 5)$ 를 직선 l 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b) 라 하면 두 점 $(-1, 5), (a, b)$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{5+b}{2}\right)$$

이 점이 직선 $3x - 4y - 2 = 0$ 위의 점이므로

$$3 \times \frac{-1+a}{2} - 4 \times \frac{5+b}{2} - 2 = 0$$

$$\therefore 3a - 4b = 27 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

또 두 점 $(-1, 5), (a, b)$ 를 지나는 직선과 직선 $3x - 4y - 2 = 0$,

즉 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{b-5}{a-(-1)} \times \frac{3}{4} = -1 \quad \therefore 4a + 3b = 11 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면 } a = 5, b = -3$$

따라서 중심의 좌표가 $(5, -3)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$ 인 원의 방정식은

$$(x-5)^2 + (y+3)^2 = 6$$

509 $\square: -2, 2, 2\sqrt{10}$

510 점 $A(1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$$A'(-1, 2)$$

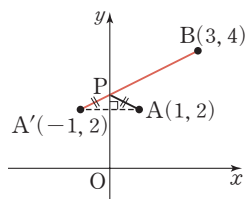
$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(3+1)^2 + (4-2)^2}$$

$$= 2\sqrt{5}$$



511 점 $A(1, 2)$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$$A'(2, 1)$$

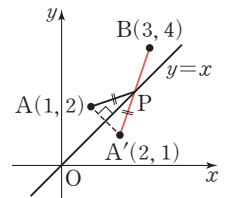
$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(3-2)^2 + (4-1)^2}$$

$$= \sqrt{10}$$



512 점 $A(-1, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$$A'(-1, -3)$$

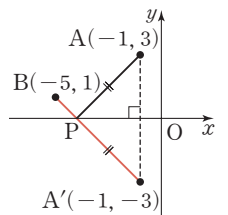
$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(-5+1)^2 + (1+3)^2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$



513 점 $A(-1, 3)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$$A'(1, 3)$$

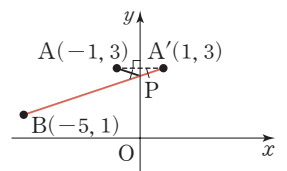
$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(-5-1)^2 + (1-3)^2}$$

$$= 2\sqrt{10}$$



514 점 $A(-1, 3)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$$A'(3, -1)$$

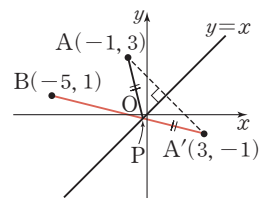
$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(-5-3)^2 + (1+1)^2}$$

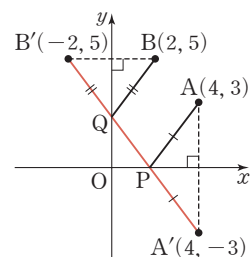
$$= 2\sqrt{17}$$



515 $\square: -2, -1, -1, 2, 2\sqrt{13}$

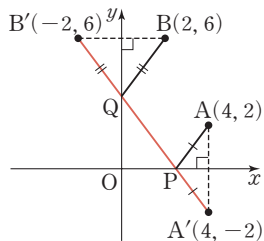
516 점 $A(4, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 $B(2, 5)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 하면

$$A'(4, -3), B'(-2, 5)$$



$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \overline{A'P}, \overline{QB} = \overline{QB'} \text{이므로} \\ \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\ &\geq \overline{A'B'} \\ &= \sqrt{(-2-4)^2 + (5+3)^2} \\ &= 10\end{aligned}$$

- 517** 점 A(4, 2)를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A', 점 B(2, 6)을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 A'(4, -2), B'(-2, 6)



$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \overline{A'P}, \overline{QB} = \overline{QB'} \text{이므로} \\ \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\ &\geq \overline{A'B'} \\ &= \sqrt{(-2-4)^2 + (6+2)^2} \\ &= 10\end{aligned}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

66쪽 ~ 67쪽

- 518** 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y-4)$ 에 의하여 점 (1, 2)가 점 $(-2, b)$ 로 옮겨지므로
 $1+a=-2, 2-4=b$
 $\therefore a=-3, b=-2$
- 519** 점 (4, -7)을 점 (1, 3)으로 옮기는 평행이동을 $(x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 이라 하면
 $4+m=1, -7+n=3$
 $\therefore m=-3, n=10$
 즉 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x-3, y+10)$ 에 의하여 점 (a, b)가 점 (2, 5)로 옮겨지므로
 $a-3=2, b+10=5$
 $\therefore a=5, b=-5$
- 520** 직선 $x+3y+1=0$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $(x+3)+3(y-2)+1=0$
 $\therefore x+3y-2=0$
 이 직선이 직선 $x+ay+b=0$ 과 일치하므로
 $a=3, b=-2$
- 521** $x^2+y^2-6x-4y+12=0$ 에서
 $(x-3)^2+(y-2)^2=1$

이 원을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 원의 방정식은
 $(x-a-3)^2+(y-b-2)^2=1$
 이 원이 원 $x^2+y^2=1$ 과 일치하므로
 $-a-3=0, -b-2=0$
 $\therefore a=-3, b=-2$

- 522** 점 (2, -3)을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-3, 2)$
 이 점을 x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-3, -2)$
- 523** 점 (2, 4)를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 P(2, -4), y 축에 대하여 대칭이동한 점은 Q(-2, 4)
 $\therefore PQ = \sqrt{(-2-2)^2 + (4+4)^2} = 4\sqrt{5}$
- 524** 직선 $x+3y+k=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
 $y+3x+k=0 \quad \therefore 3x+y+k=0$
 이 직선을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
 $3(-x)+y+k=0 \quad \therefore 3x-y-k=0$
 이 직선이 점 (4, 1)을 지나므로
 $12-1-k=0 \quad \therefore k=11$
- 525** 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(y-1)^2+(x+2)^2=4$
 $\therefore (x+2)^2+(y-1)^2=4$
 이때 이 원의 중심 $(-2, 1)$ 이 직선 $y=ax+3$ 위에 있으므로
 $1=-2a+3 \quad \therefore a=1$
- 526** 원 $x^2+y^2=1$ 을 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 원의 방정식은
 $(x-3)^2+(y+3)^2=1$
 이 원을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(-x-3)^2+(-y+3)^2=1$
 $\therefore (x+3)^2+(y-3)^2=1$
- 527** 점 $(-2, 2)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선의 방정식은
 $y-2=m(x+2) \quad \therefore y=mx+2m+2$
 이 직선을 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $y=m(x-1)+2m+2 \quad \therefore y=mx+m+2$
 이 직선을 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은
 $-x=-my+m+2 \quad \therefore x-my+m+2=0$
 이때 직선 $x-my+m+2=0$ 이 점 (2, 3)을 지나므로
 $2-3m+m+2=0 \quad \therefore m=2$
 따라서 처음 직선의 방정식은 $y=2x+6$

- 528 직선 $x-3y+14=0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$(x+2)-3(y-3)+14=0$$

$$\therefore x-3y+25=0$$

이 직선이 원 $(x+1)^2+(y-a)^2=4$ 의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(-1, a)$ 를 지나야 하므로

$$-1-3a+25=0 \quad \therefore a=8$$

- 529 직선 $y=-2x+a$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$x=-2y+a \quad \therefore x+2y-a=0$$

이 직선을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$(x+2)+2(y-2)-a=0$$

$$\therefore x+2y-a-2=0$$

이 직선이 원 $(x+2)^2+(y-4)^2=16$ 의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(-2, 4)$ 를 지나야 하므로

$$-2+8-a-2=0 \quad \therefore a=4$$

- 530 직선 $x-y+a=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$-x-y+a=0 \quad \therefore x+y-a=0$$

이 직선이 원 $(x-2)^2+(y+1)^2=2$ 와 접하려면 원의 중심 $(2, -1)$ 과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{2}$ 와 같아야 하므로

$$\frac{|2-1-a|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}, \frac{|a-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

$$|a-1|=2, a-1=\pm 2$$

$$\therefore a=-1 \text{ 또는 } a=3$$

- 531 두 점 $P(3, a)$, $Q(b, 4)$ 에 대하여 $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{3+b}{2}, \frac{a+4}{2}\right)$$

이 점이 직선 $y=2x+1$ 위의 점이므로

$$\frac{a+4}{2}=2 \times \frac{3+b}{2}+1$$

$$\therefore a-2b=4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 직선 PQ 와 직선 $y=2x+1$ 은 서로 수직이므로

$$\frac{4-a}{b-3} \times 2 = -1$$

$$\therefore 2a-b=5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a=2, b=-1$$

- 532 두 점 $P(4, a)$, $Q(b, 0)$ 에 대하여 $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4+b}{2}, \frac{a+0}{2}\right) \quad \therefore \left(\frac{b+4}{2}, \frac{a}{2}\right)$$

이 점이 직선 $2x+y=5$ 위의 점이므로

$$2 \times \frac{b+4}{2} + \frac{a}{2} = 5 \quad \therefore a+2b=2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 직선 PQ 와 직선 $2x+y=5$, 즉 $y=-2x+5$ 는 서로 수직이므로

$$\frac{0-a}{b-4} \times (-2) = -1$$

$$\therefore 2a+b=4 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a=2, b=0$$

- 533 두 원의 중심 $(-4, 2)$, $(0, 0)$ 을 이은 선분의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-4+0}{2}, \frac{2+0}{2}\right) \quad \therefore (-2, 1)$$

이 점이 직선 $y=ax+b$ 위의 점이므로

$$1=-2a+b$$

$$\therefore 2a-b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 두 점 $(-4, 2)$, $(0, 0)$ 을 지나는 직선과 직선 $y=ax+b$ 는 서로 수직이므로

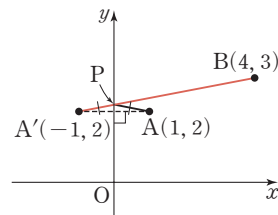
$$\frac{0-2}{0-(-4)} \times a = -1$$

$$\therefore a=2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$4-b=-1 \quad \therefore b=5$$

- 534 점 $A(1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(-1, 2)$



$$\overline{AP} = \overline{A'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

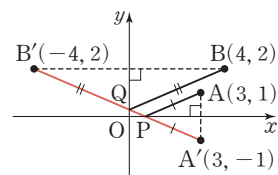
$$\geq \overline{A'B}$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 + (3-2)^2}$$

$$= \sqrt{26}$$

- 535 점 $A(3, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 $B(4, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 하면

$$A'(3, -1), B'(-4, 2)$$



$$\overline{AP} = \overline{A'P}, \overline{QB} = \overline{QB'} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$$

$$\geq \overline{A'B'}$$

$$= \sqrt{(-4-3)^2 + (2+1)^2}$$

$$= \sqrt{58}$$

536 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로
 $(a-2)^2 + (3+1)^2 = (-3-2)^2 + (a+1)^2$
 $a^2 - 4a + 20 = a^2 + 2a + 26$
 $-6a = 6 \quad \therefore a = -1$

537 P(a, 0)이라 하면
 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(a-2)^2 + (-5)^2 = (a-4)^2 + (-1)^2$
 $a^2 - 4a + 29 = a^2 - 8a + 17$
 $4a = -12 \quad \therefore a = -3$, 즉 P(-3, 0)
 Q(0, b)라 하면
 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\overline{AQ}^2 = \overline{BQ}^2$ 이므로
 $(-2)^2 + (b-5)^2 = (-4)^2 + (b-1)^2$
 $b^2 - 10b + 29 = b^2 - 2b + 17$
 $-8b = -12 \quad \therefore b = \frac{3}{2}$, 즉 Q(0, $\frac{3}{2}$)
 $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3^2 + (\frac{3}{2})^2} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

538 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
 (i) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $(-1-1)^2 + (1+1)^2 = (a+1)^2 + (b-1)^2$
 $8 = a^2 + 2a + 1 + b^2 - 2b + 1$
 $\therefore a^2 + 2a + b^2 - 2b - 6 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 (ii) $\overline{BC} = \overline{CA}$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로
 $(a+1)^2 + (b-1)^2 = (1-a)^2 + (-1-b)^2$
 $a^2 + 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 = 1 - 2a + a^2 + 1 + 2b + b^2$
 $4a - 4b = 0 \quad \therefore b = a \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $a^2 + 2a + a^2 - 2a - 6 = 0$
 $a^2 = 3 \quad \therefore a = \sqrt{3} (\because a > 0)$
 $\therefore b = a = \sqrt{3}$

539 점 P의 좌표가 (a, b)이므로
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = \{a^2 + (b-1)^2\} + \{(a-2)^2 + (b-3)^2\}$
 $= 2a^2 - 4a + 2b^2 - 8b + 14$
 $= 2(a^2 - 2a) + 2(b^2 - 4b) + 14$
 $= 2(a-1)^2 + 2(b-2)^2 + 4$
 따라서 $a=1, b=2$, 즉 점 P의 좌표가 (1, 2)일 때, $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$
 의 최솟값 $c=4$
 $\therefore a+b+c=1+2+4=7$

540 선분 AB를 4 : 3으로 내분하는 점 P의 y좌표가 0이므로
 $\frac{4 \times a + 3 \times 2}{4+3} = 0, 4a+6=0$
 $\therefore a = -\frac{3}{2}$

541 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로 두 중점의 y좌표가 같다.

즉 $\frac{3+b}{2} = \frac{a-6}{2}$ 이므로 $b = a-9 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

또 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2$ 이므로
 $(-7-2)^2 + (a-3)^2 = (5-2)^2 + (-6-3)^2$
 $a^2 - 6a = 0, a(a-6) = 0 \quad \therefore a = 6 (\because a > 0) \quad \dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$
 $\therefore a+b = 6 + (-3) = 3$

542 세 점 A(-1, 5), B(-5, 2), C(4, -7)에 대하여

$\overline{AB} = \sqrt{(-5+1)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{25} = 5$
 $\overline{AC} = \sqrt{(4+1)^2 + (-7-5)^2} = \sqrt{169} = 13$
 이때 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 13$
 즉 점 D는 $\overline{BC}$ 를 5 : 13으로 내분하는 점이므로

$D\left(\frac{5 \times 4 + 13 \times (-5)}{5+13}, \frac{5 \times (-7) + 13 \times 2}{5+13}\right)$
 $\therefore D\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

따라서 $a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 이므로

$a+b = -\frac{5}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = -3$

543 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (2, 3)이므로

$\frac{-2+a+5}{3} = 2, \frac{3+4+b}{3} = 3$
 $\therefore a=3, b=2$

544 $2x+y-3=0$ 에서 $y=-2x+3$ 이므로 직선의 기울기는 -2이다.

따라서 기울기가 -2이고 점 (-1, 1)을 지나는 직선의 방정식은
 $y-1 = -2(x+1)$
 $\therefore y = -2x-1$

545 두 점 (1, -1), (-1, 3)을 지나는 직선의 방정식은

$y - (-1) = \frac{3 - (-1)}{-1 - 1}(x - 1)$
 $\therefore y = -2x + 1$

따라서 x절편은 $\frac{1}{2}$, y절편은 1이므로

$a = \frac{1}{2}, b = 1 \quad \therefore a+b = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

546 x절편이 2, y절편이 a인 직선의 방정식은

$\frac{x}{2} + \frac{y}{a} = 1$

이 직선이 점 (-2, 6)을 지나므로

$\frac{-2}{2} + \frac{6}{a} = 1 \quad \therefore a = 3$

다른 풀이

두 점 $(2, 0), (-2, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y-0=\frac{6-0}{-2-2}(x-2) \quad \therefore y=-\frac{3}{2}x+3$$

따라서 y 절편은 3이므로 $a=3$

$$\begin{aligned} 547 \quad & (\text{직선 AB의 기울기}) = \frac{a-(-1)}{1-(-1)} = \frac{a+1}{2} \\ & (\text{직선 AC의 기울기}) = \frac{9-(-1)}{a+1-(-1)} = \frac{10}{a+2} \end{aligned}$$

직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기가 같으므로

$$\frac{a+1}{2} = \frac{10}{a+2}, (a+1)(a+2)=20$$

$$a^2+3a-18=0, (a+6)(a-3)=0$$

$$\therefore a=3 (\because a>0)$$

548 원점을 지나면서 삼각형 OAB의

넓이를 이등분하는 직선의 방정식

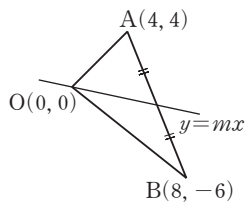
을 $y=mx$ 라 하면 이 직선은 $\overline{AB}$ 의 중점을 지난다.

$\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4+8}{2}, \frac{4-6}{2}\right) \quad \therefore (6, -1)$$

직선 $y=mx$ 가 점 $(6, -1)$ 을 지나므로

$$-1=6m \quad \therefore m=-\frac{1}{6}$$



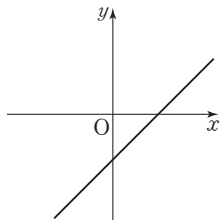
549 $ax+by-c=0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

$ac>0, bc<0$ 에서 $ab<0$ 이므로

$$(\text{기울기}) = -\frac{a}{b} > 0$$

$$bc<0 \text{이므로 } (y\text{절편}) = \frac{c}{b} < 0$$

따라서 직선 $ax+by-c=0$ 의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 제 2사분면을 지나지 않는다.



550 두 점 $A(-1, 2), B(4, -3)$ 을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-3-2}{4-(-1)} = -1$$

즉 기울기가 -1 이고 y 절편이 1 인 직선의 방정식은

$$y=-x+1 \quad \therefore a=-1, b=1$$

$$\therefore a+b=-1+1=0$$

551 두 직선 $4x+ay-7=0, bx+4y+c=0$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로

$$4+a-7=0 \quad \therefore a=3$$

$$b+4+c=0 \quad \therefore c=-b-4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 두 직선이 수직이므로

$$4 \times b + a \times 4 = 0 \quad \therefore a+b=0$$

$a=3$ 을 $a+b=0$ 에 대입하면

$$3+b=0 \quad \therefore b=-3$$

$$b=-3 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } c=3-4=-1$$

$$\therefore abc=3 \times (-3) \times (-1)=9$$

552 직선 $x-2y=0$, 즉 $y=\frac{1}{2}x$ 에 수직인 직선의 기울기는 -2 이므로

로 점 $(0, 5)$ 를 지나고 기울기가 -2 인 직선의 방정식은

$$y=-2x+5$$

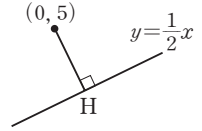
이때 점 H는 두 직선

$$y=\frac{1}{2}x, y=-2x+5$$

의 교점이므로 두 식을 연립하여 풀면

$$x=2, y=1$$

따라서 점 H의 좌표는 $(2, 1)$ 이다.



553 직선 $y=mx+1$, 즉 $mx-y+1=0$ 이 직선 $nx+3y+8=0$ 과 수직이므로

$$mn+(-1) \times 3=0 \quad \therefore mn=3$$

또 직선 $y=mx+1$ 이 직선 $y=(4-n)x-1$ 과 평행하므로

$$m=4-n \quad \therefore m+n=4$$

$$\begin{aligned} \therefore m^2+n^2 &= (m+n)^2-2mn \\ &= 4^2-2 \times 3=10 \end{aligned}$$

554 직선 AB와 직선 $y=-3x+n$ 이 수직이므로

$$\frac{m-0}{2-(-4)} \times (-3) = -1 \quad \therefore m=2$$

두 점 $A(-4, 0), B(2, 2)$ 를 이은 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right) \quad \therefore (-1, 1)$$

직선 $y=-3x+n$ 이 이 점을 지나므로

$$1=3+n \quad \therefore n=-2$$

$$\therefore m+n=2+(-2)=0$$

555 $x-y+1+k(2x+3y+3)=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 은 k 의 값에 관계없이 두 직선 $x-y+1=0, 2x+3y+3=0$ 의 교점을 지난다.

직선 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-4, 4)$ 를 지나므로

$$-4-4+1+k(-8+12+3)=0$$

$$-7+7k=0 \quad \therefore k=1$$

즉 구하는 직선의 방정식은

$$x-y+1+(2x+3y+3)=0$$

$$3x+2y+4=0 \quad \therefore y=-\frac{3}{2}x-2$$

따라서 $a=-\frac{3}{2}, b=-2$ 이므로

$$a+b=-\frac{3}{2}+(-2)=-\frac{7}{2}$$

556 점 $(3, -6)$ 과 직선 $mx-y+3=0$ 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|m \times 3 - 1 \times (-6) + 3|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2}$$

$$|3m+9| = 3\sqrt{2}(m^2+1)$$

$$\begin{aligned} \text{양변을 제곱하면 } (3m+9)^2 &= 18(m^2+1) \\ 9m^2+54m+81 &= 18m^2+18 \\ m^2-6m-7 &= 0, (m+1)(m-7)=0 \\ \therefore m &= 7 \quad (\because m > 0) \end{aligned}$$

557 $x+2y+4+k(x+y)=0$ 에서
 $(k+1)x+(k+2)y+4=0$
 원점과 직선 $(k+1)x+(k+2)y+4=0$ 사이의 거리는

$$\begin{aligned} \frac{|4|}{\sqrt{(k+1)^2+(k+2)^2}} &= \frac{4}{\sqrt{2k^2+6k+5}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2\left(k+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

이 값이 최대가 되려면 $\sqrt{2\left(k+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}$ 의 값이 최소이어야 하
 므로 $k = -\frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{4}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = 4\sqrt{2}$
 따라서 $a=4\sqrt{2}, b=-\frac{3}{2}$ 이므로
 $ab = 4\sqrt{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -6\sqrt{2}$

558 두 직선이 평행하므로 직선 $2x+y-6=0$ 위의 한 점 $(3, 0)$ 과
 직선 $2x+y+k=0$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 이다.

$$\begin{aligned} \frac{|2 \times 3 + 1 \times 0 + k|}{\sqrt{2^2+1^2}} &= 2\sqrt{5} \text{ 이므로 } \frac{|k+6|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \\ |k+6| &= 10, k+6 = \pm 10 \\ \therefore k &= 4 \quad (\because k > 0) \end{aligned}$$

559 점 $P(x, y)$ 로 놓으면 점 P 에서 두 직선 $x-2y-1=0$,
 $2x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같으므로

$$\begin{aligned} \frac{|x-2y-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} &= \frac{|2x-y-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} \\ |x-2y-1| &= |2x-y-1| \\ x-2y-1 &= \pm(2x-y-1) \\ \therefore x+y &= 0 \text{ 또는 } 3x-3y-2=0 \\ \text{따라서 기울기가 음수인 직선의 방정식은} \\ x+y &= 0 \end{aligned}$$

560 두 직선 $2x+3y+2=0, 3x+2y+4=0$ 이 이루는 각을 이등분
 하는 직선 위의 한 점을 $P(x, y)$ 라 하면 점 P 에서 두 직선에 이
 르는 거리가 같으므로

$$\begin{aligned} \frac{|2x+3y+2|}{\sqrt{2^2+3^2}} &= \frac{|3x+2y+4|}{\sqrt{3^2+2^2}} \\ |2x+3y+2| &= |3x+2y+4| \\ 2x+3y+2 &= \pm(3x+2y+4) \\ \therefore x-y+2 &= 0 \text{ 또는 } 5x+5y+6=0 \\ \text{따라서 기울기가 음수인 직선의 방정식은 } 5x+5y+6 &= 0 \text{ 이므로} \\ a=5, b=5 \quad \therefore a+b &= 5+5=10 \end{aligned}$$

561 중심의 좌표가 $(3, a)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원의 방정식은
 $(x-3)^2+(y-a)^2=1$
 이 방정식이 $(x+b)^2+(y+2)^2=c$ 와 같으므로
 $a=-2, b=-3, c=1$
 $\therefore a+b+c = -2+(-3)+1 = -4$

562 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{1+5}{2}\right) \therefore (1, 3)$
 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\sqrt{(4+2)^2+(5-1)^2} = \sqrt{13}$
 따라서 $a=1, b=3, r^2=13$ 이므로
 $a+b+r^2 = 1+3+13=17$

563 $x^2+y^2+6x-4y+12=0$ 에서
 $(x+3)^2+(y-2)^2=1$
 즉 원의 중심의 좌표는 $(-3, 2)$ 이므로 반지름의 길이를 r 라 하
 면 원의 방정식은
 $(x+3)^2+(y-2)^2=r^2$
 이 원이 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로
 $1^2+(-2)^2=r^2, r^2=5$
 $\therefore r=\sqrt{5} \quad (\because r > 0)$
 따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

564 $x^2+y^2-2x-4y+k=0$ 에서
 $(x-1)^2+(y-2)^2=5-k$
 이 방정식이 원을 나타내려면
 $5-k > 0 \quad \therefore k < 5$
 따라서 자연수 k 의 값은 1, 2, 3, 4이므로 그 개수는 4이다.

565 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 으로 놓고 주어진 세
 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

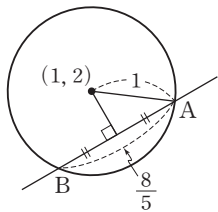
$$\begin{aligned} (0, 0) &\Rightarrow C=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \\ (2, 4) &\Rightarrow 2A+4B+C=-20 \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \\ (1, 1) &\Rightarrow A+B+C=-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 과 $\textcircled{3}$ 에 대입하면
 $A+2B=-10, A+B=-2$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $A=6, B=-8$
 즉 구하는 원의 방정식은
 $x^2+y^2+6x-8y=0$
 $\therefore (x+3)^2+(y-4)^2=25$
 따라서 $a=-3, b=4, r=5$ 이므로
 $a+b+r = -3+4+5=6$

566 중심이 점 $(2, 4)$ 인 원이 y 축에 접하므로 반지름의 길이는 2이다.
 즉 구하는 원의 방정식은
 $(x-2)^2+(y-4)^2=4$
 $\therefore x^2+y^2-4x-8y+16=0$
 따라서 $a=-8, b=16$ 이므로
 $a+b = -8+16=8$

567 원의 중심이 제3사분면 위에 있으므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 중심의 좌표는 $(-r, -r)$ 이다.
 이때 원의 중심 $(-r, -r)$ 가 직선 $4x-3y=-5$ 위의 점이므로
 $-4r+3r=-5 \quad \therefore r=5$
 따라서 원의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 5 = 10\pi$

568 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 에서 $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 이므로 반지름의 길이는 1이다.
 두 원의 공통현의 방정식은
 $x^2+y^2-2x-4y+4-(x^2+y^2-6x-y+k)=0$
 $\therefore 4x-3y-k+4=0$
 원 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 의 중심 $(1, 2)$ 와 공통현 $4x-3y-k+4=0$ 사이의 거리는
 $\frac{|4-6-k+4|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \frac{|-k+2|}{5}$
 이때 공통현의 길이가 $\frac{8}{5}$ 이므로
 $2\sqrt{1^2-\left(\frac{|-k+2|}{5}\right)^2} = \frac{8}{5}$
 양변을 제곱하면
 $4\left\{1-\frac{(k-2)^2}{25}\right\} = \frac{64}{25}$
 $(k-2)^2=9, k^2-4k-5=0$
 $(k+1)(k-5)=0$
 $\therefore k=-1$ 또는 $k=5$
 따라서 모든 실수 k 의 값의 합은
 $-1+5=4$



569 중심의 좌표가 $(4, 0)$ 이고 반지름의 길이가 4인 원의 방정식은
 $(x-4)^2+y^2=16$
 $y=mx+2$ 를 $(x-4)^2+y^2=16$ 에 대입하면
 $(x-4)^2+(mx+2)^2=16$
 $\therefore (m^2+1)x^2+2(2m-4)x+4=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로
 $\frac{D}{4} = (2m-4)^2 - 4(m^2+1) > 0$
 $-16m+12 > 0 \quad \therefore m < \frac{3}{4}$

570 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y=\sqrt{3}x+k$, 즉 $\sqrt{3}x-y+k=0$ 사이의 거리는
 $\frac{|k|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}} = \frac{|k|}{2}$
 원의 반지름의 길이가 3이므로 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면
 $\frac{|k|}{2} < 3, |k| < 6 \quad \therefore -6 < k < 6$
 따라서 정수 k 의 최댓값은 5이다.

571 $x^2+y^2+2x-6y+6=0$ 에서 $(x+1)^2+(y-3)^2=4$
 오른쪽 그림과 같이 원의 중심

$C(-1, 3)$ 에서 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$,
 즉 $x-2y+2k=0$ 에 내린 수선의
 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \sqrt{3}$$

직각삼각형 CAH 에서 $\overline{CA}=2$ 이므로

$$\overline{CH} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

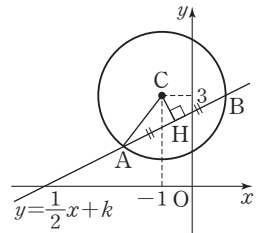
점 $C(-1, 3)$ 과 직선 $x-2y+2k=0$ 사이의 거리는

$$\overline{CH} = \frac{|-1-6+2k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{|2k-7|}{\sqrt{5}} \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } \frac{|2k-7|}{\sqrt{5}} = 1, (2k-7)^2 = 5$$

$$4k^2 - 28k + 44 = 0, k^2 - 7k + 11 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 모든 실수 k 의 값의 곱은 11이다.



572 삼각형 CPA 는 직각삼각형이고

$$\overline{CP} = \sqrt{(5-2)^2 + (6-3)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = 2 \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 2^2} = \sqrt{14}$$

이때 $\triangle CPA \equiv \triangle CPB$ 이므로

$$\square PACB = 2\triangle CPA = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{14} = 2\sqrt{14}$$

573 $x^2+y^2-4x+6y+9=0$ 에서
 $(x-2)^2+(y+3)^2=4$

원의 중심 $(2, -3)$ 과 직선
 $x-2y-3=0$ 사이의 거리는

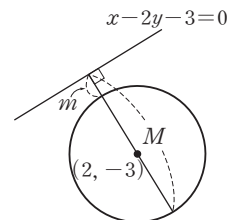
$$\frac{|2+6-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

이때 원의 반지름의 길이가 2이므로

원 위의 점과 직선 사이의 거리의

최댓값 M 은 $M=\sqrt{5}+2$, 최솟값 m 은 $m=\sqrt{5}-2$

$$\therefore Mm = (\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2) = 1$$



574 $2x-y+1=0$ 에서 $y=2x+1$

이 직선에 평행하므로 구하는 직선의 방정식을 $y=2x+n$ 이라 하자.

원의 중심 $(2, 4)$ 와 직선 $y=2x+n$, 즉 $2x-y+n=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|4-4+n|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = 2, \frac{|n|}{\sqrt{5}} = 2$$

$$|n| = 2\sqrt{5} \quad \therefore n = \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=2x \pm 2\sqrt{5}$

575 원 $x^2+y^2=25$ 위의 점 $(-3, 4)$ 에서의 접선의 방정식은
 $-3x+4y=25$

$$\therefore 3x - 4y + 25 = 0$$

이 직선이 점 $(1, a)$ 를 지나므로

$$3 - 4a + 25 = 0, 4a = 28 \quad \therefore a = 7$$

576 원의 중심 $(1, 2)$ 와 접점 $(2, 4)$ 를 이은 직선의 기울기는

$$\frac{4-2}{2-1} = 2 \text{이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 } -\frac{1}{2} \text{이다.}$$

접선의 방정식을 $y = -\frac{1}{2}x + a$ 라 하면 이 접선이 점 $(2, 4)$ 를

지나므로

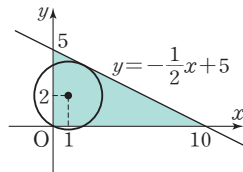
$$4 = -1 + a \quad \therefore a = 5$$

즉 구하는 접선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{2}x + 5 \text{이므로 오른쪽 그림에}$$

서 구하는 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$$



577 접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은

$$y - a = mx \quad \therefore mx - y + a = 0$$

원의 중심 $(0, 0)$ 과 접선 $mx - y + a = 0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이 $2\sqrt{2}$ 와 같으므로

$$\frac{|a|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}, |a| = \sqrt{8m^2 + 8}$$

양변을 제곱하면 $a^2 = 8m^2 + 8$

$$m^2 = \frac{a^2 - 8}{8} \quad \therefore m = \pm \sqrt{\frac{a^2 - 8}{8}}$$

이때 두 접선이 서로 수직이므로 두 직선의 기울기의 곱이 -1 이다.

$$\text{즉 } \sqrt{\frac{a^2 - 8}{8}} \times \left(-\sqrt{\frac{a^2 - 8}{8}}\right) = -1 \text{이므로}$$

$$\frac{a^2 - 8}{8} = 1, a^2 = 16 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

578 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}, \overline{BP} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2}$$

이때 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 에서 $\overline{AP} = 2\overline{BP}$ 이므로

$$\overline{AP}^2 = 4\overline{BP}^2$$

$$(x+1)^2 + y^2 = 4\{(x-2)^2 + (y-3)^2\}$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 17 = 0$$

$$\therefore (x-3)^2 + (y-4)^2 = 8$$

따라서 점 P가 나타내는 도형은 중심이 점 $(3, 4)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이므로 구하는 도형의 넓이는

$$\pi \times (2\sqrt{2})^2 = 8\pi$$

579 점 $(2, 5)$ 를 점 $(5, 2)$ 로 옮기는 평행이동을

$$(x, y) \rightarrow (x+m, y+n) \text{이라 하면}$$

$$2+m=5, 5+n=2$$

$$\therefore m=3, n=-3$$

이때 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+3, y-3)$ 에 의하여 점 $(4, 3)$ 으로 옮겨지는 점의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a+3=4, b-3=3$$

$$\therefore a=1, b=6$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(1, 6)$ 이다.

580 점 $(0, 0)$ 을 점 $(-1, 4)$ 로 옮기는 평행이동을

$$(x, y) \rightarrow (x+m, y+n) \text{이라 하면}$$

$$0+m=-1, 0+n=4$$

$$\therefore m=-1, n=4$$

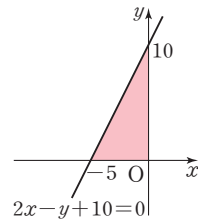
즉 $(x, y) \rightarrow (x-1, y+4)$ 이므로 직선 $2x-y+4=0$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 직선 l 의 방정식은

$$2(x+1) - (y-4) + 4 = 0$$

$$\therefore 2x - y + 10 = 0$$

이 직선의 x 절편은 -5 , y 절편은 10 이므로 오른쪽 그림에서 구하는 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25$$



581 원 $(x-1)^2 + y^2 = 9$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x-m-1)^2 + (y-n)^2 = 9$$

이 방정식이 $x^2 + (y-1)^2 = 9$ 와 일치하므로

$$-m-1=0, -n=-1$$

$$\therefore m=-1, n=1$$

따라서 직선 $x+5y-2=0$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$(x+1) + 5(y-1) - 2 = 0$$

$$\therefore x + 5y - 6 = 0$$

따라서 $a=5, b=-6$ 이므로

$$a+b=5+(-6)=-1$$

582 점 $(2, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $A(2, -1)$

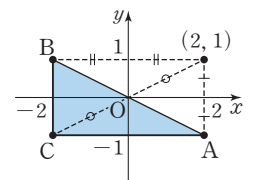
y 축에 대하여 대칭이동한 점은 $B(-2, 1)$

원점에 대하여 대칭이동한 점은 $C(-2, -1)$

따라서 오른쪽 그림에서 삼각형 ABC

의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



583 직선 $y=ax+b$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$y=a(-x)+b \quad \therefore ax+y-b=0$$

이 방정식이 $x+y+9=0$ 과 일치하므로

$$a=1, b=-9$$

$$\therefore a-b=1-(-9)=10$$

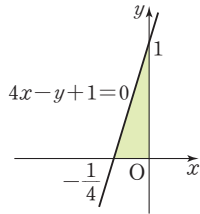
584 직선 $x-4y+1=0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-x-4(-y)+1=0 \quad \therefore x-4y-1=0$

이 직선을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $y-4x-1=0 \quad \therefore 4x-y+1=0$

이 직선의 x 절편은 $-\frac{1}{4}$, y 절편은 1이므로

오른쪽 그림에서 구하는 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{8}$$



585 점 $(-4, a)$ 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(-4+3, a-1) \quad \therefore (-1, a-1)$$

이 점을 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(-a+1, 1)$$

이 점이 점 $(-1, b)$ 와 일치하므로

$$-a+1=-1, 1=b \quad \therefore a=2, b=1$$

$$\therefore ab=2 \times 1=2$$

586 직선 $2x-5y+k=0$ 을 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$2(x+3)-5(y-1)+k=0$$

$$\therefore 2x-5y+k+11=0$$

이 직선을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$2y-5x+k+11=0$$

$$\therefore 5x-2y-k-11=0$$

이때 직선 $5x-2y-k-11=0$ 이 점 $(1, -1)$ 을 지나므로

$$5+2-k-11=0 \quad \therefore k=-4$$

587 직선 $y=2x+1$ 을 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y-k=2x+1 \quad \therefore 2x-y+k+1=0$

이 직선을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$2y-x+k+1=0 \quad \therefore x-2y-k-1=0$$

$$x^2+y^2-4x-5=0 \text{에서 } (x-2)^2+y^2=9$$

직선 $x-2y-k-1=0$ 이 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(2, 0)$ 을 지나야 하므로

$$2-k-1=0 \quad \therefore k=1$$

588 직선 $x-3y+7=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $y-3x+7=0 \quad \therefore 3x-y-7=0$

이 직선을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$3(x+1)-y-7=0 \quad \therefore 3x-y-4=0$$

이 직선이 원 $x^2+y^2=a$ 와 접하려면 원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이 $\sqrt{a}$ 와 같아야 하므로

$$\frac{|-4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\sqrt{a}, \quad \frac{4}{\sqrt{10}}=\sqrt{a}, \quad 4=\sqrt{10a}$$

$$16=10a \quad \therefore a=\frac{8}{5}$$

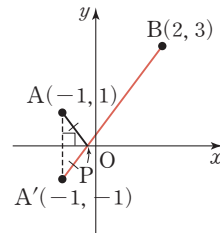
589 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 의 중심 $(1, 2)$ 를 점 $(2, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (x, y) 라 하면 점 $(2, -3)$ 은 두 점 $(1, 2)$, (x, y) 의 중점이므로

$$\frac{1+x}{2}=2, \quad \frac{2+y}{2}=-3 \quad \therefore x=3, y=-8$$

따라서 중심의 좌표가 $(3, -8)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은

$$(x-3)^2+(y+8)^2=4$$

590 점 $A(-1, 1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $A'(-1, -1)$



$$\overline{AP}=\overline{A'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$$

$$\geq \overline{A'B}$$

즉 점 P가 직선 $A'B$ 위에 있을 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 값이 최소가 된다.

직선 $A'B$ 의 방정식은

$$y-(-1)=\frac{3-(-1)}{2-(-1)}\{x-(-1)\}$$

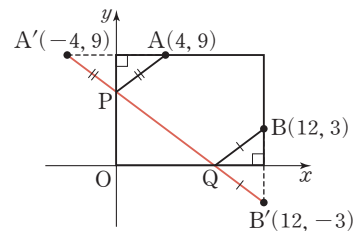
$$\therefore y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$$

이때 점 P는 x 축 위에 있으므로 점 P의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$$0=\frac{4}{3}a+\frac{1}{3} \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(-\frac{1}{4}, 0)$ 이다.

591 왼쪽 아래의 모퉁이를 원점으로 하는 좌표평면 위에 A, B, P, Q를 나타내면 다음 그림과 같다.



점 $A(4, 9)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 $B(12, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 하면

$$A'(-4, 9), B'(12, -3)$$

$$\overline{AP}=\overline{A'P}, \overline{QB}=\overline{QB'} \text{이므로}$$

$$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}=\overline{A'P}+\overline{PQ}+\overline{QB'}$$

$$\geq \overline{A'B'}$$

$$=\sqrt{(12+4)^2+(-3-9)^2}$$

$$=20$$

따라서 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$ 의 최솟값은 20이다.

II 집합과 명제

1 집합의 뜻과 포함 관계

76쪽 ~ 86쪽

001 ○

002 ×

003 ×

004 ○

005 ○

006 ×

007 2, 3, 5, 7

008 1, 2, 4, 8, 16, 32

009 3, 6, 9, 12, ...

010 ∈

011 ∉

012 ∈

013 ∉

014 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

015 $A = \{5, 6, 7, 8\}$

016 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

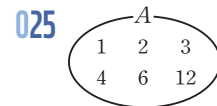
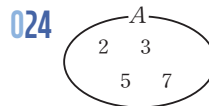
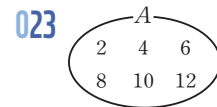
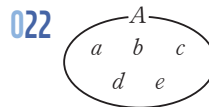
017 $A = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

018 $A = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 양의 약수}\}$

019 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

020 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

021 $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{보다 작은 자연수}\}$



026 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}$

027 $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

028 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

029 $A = \{x | x \text{는 } 16 \text{의 양의 약수}\}$

030 □: 3, 4, 2, 4, 3, 4, 2, 4

031

$x+y$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	4

xy	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	4

$\therefore B = \{0, 1, 2, 3, 4\}, C = \{0, 1, 2, 4\}$

032

$x+y$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6

xy	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	4	6
3	0	3	6	9

$\therefore B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, C = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 9\}$

033

$x+y$	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

xy	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16

$\therefore B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16\}$

034 유

035 유

036 무

037 유

참고

$\{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 작은 소수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면
 $\{2, 3, 5, 7, \dots, 97\}$

038 무

참고

$\{x \mid x \text{는 } 4 \text{로 나누어떨어지는 자연수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면
 $\{4, 8, 12, 16, \dots\}$

039 ×

원소가 1개 있으므로 공집합이 아니다.

040 ×

원소가 1개 있으므로 공집합이 아니다.

041 ○

2보다 작은 소수는 없으므로 공집합이다.

042 $n(A)=5$

043 $B=\{1, 5, 25\}$ 이므로 $n(B)=3$

044 $C=\emptyset$ 이므로 $n(C)=0$

045 $x^2-6x+9=0$ 에서 $(x-3)^2=0$

$\therefore x=3$

즉 $D=\{3\}$ 이므로 $n(D)=1$

046 $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}=\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

$n(\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\})=n(\{2, 3, 5, 7\})=4$

047 $x^2+3x-4=0$ 에서 $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

$\therefore n(\{x \mid x^2+3x-4=0\})=n(\{-4, 1\})=2$

048 이차방정식 $x^2+2x+5=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4}=1^2-1 \times 5=-4<0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

이때 x 는 실수이므로

$n(\{x \mid x^2+2x+5=0, x \text{는 실수}\})=0$

049 $n(\{1, 3, 5\})-n(\{0\})=3-1=2$

050 $A \subset B, B \not\subset A$

051 $A \subset B, B \not\subset A$

052 $x^2+5x+6=0$ 에서 $(x+2)(x+3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-3$

즉 $A=\{-3, -2\}, B=\{1, 2, 3\}$ 이므로

$A \not\subset B, B \not\subset A$

053 실수에서 유리수를 제외한 나머지가 무리수이므로

$A \not\subset B, B \not\subset A$

054 $\subset$

055 $\subset$

056 $\{0, 2\}$ 에서 0은 집합 A 의 원소가 아니므로

$\{0, 2\} \not\subset A$

057 $\{3, 4, 5\}$ 에서 5는 집합 A 의 원소가 아니므로

$\{3, 4, 5\} \not\subset A$

058 $\subset$

059 $\square: \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\},$

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

060 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

061 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

062 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\},$

$\{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

063 $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 양의 약수}\}=\{1, 3, 9\}$ 이므로 구하는 부분집합은

$\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}, \{1, 3, 9\}$

064 $\notin$

참고

집합 A 의 원소는 1, $\{2\}$ 이다.

065 $\subset$

참고

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{\{2\}\}, \{1, \{2\}\}$ 이다.

066 $\in$

067 $\subset$

068 $\not\subset$

069 ○

참고

집합 A 의 원소는 $\emptyset, \{\emptyset\}$ 이다.

070 ○

참고

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 이다.

071 ○

072 ○

073 ×

074 ○

075 ○

참고

집합 A 의 원소는 $1, \{2\}, \{1, 2\}$ 이다.

076 ○

참고

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{\{2\}\}, \{\{1, 2\}\}, \{1, \{2\}\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{\{2\}, \{1, 2\}\}, \{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 이다.

077 ×

078 ○

079 ×

080 ○

081 ○

082 ×

083 ○

084 ○

085 □: 4, 0, 2

086 $A \subset B$ 이어야 하므로 $2a-1=1$ 또는 $2a+3=1$

(i) $2a-1=1$, 즉 $a=1$ 일 때

$A=\{-1, 1\}, B=\{1, 3, 5\}$ 이므로 $A \not\subset B$

(ii) $2a+3=1$, 즉 $a=-1$ 일 때

$A=\{-3, 1\}, B=\{-3, 1, 3\}$ 이므로 $A \subset B$

따라서 $A \subset B$ 를 만족시키는 a 의 값은 -1 이다.

087 $A \subset B$ 이어야 하므로 $a-1=-1$ 또는 $a+2=-1$

(i) $a-1=-1$, 즉 $a=0$ 일 때

$A=\{-1, 1\}, B=\{-1, 1, 2, 3\}$ 이므로 $A \subset B$

(ii) $a+2=-1$, 즉 $a=-3$ 일 때

$A=\{-2, -1\}, B=\{-4, -1, 1, 3\}$ 이므로 $A \not\subset B$

따라서 $A \subset B$ 를 만족시키는 a 의 값은 0 이다.

088 $a \neq a+1, a \neq a+2$ 이므로 $a=a^2-6$

$a^2-a-6=0, (a+2)(a-3)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=3$

(i) $a=-2$ 일 때

$A=\{-2, 0\}, B=\{-2, -1, 0\}$ 이므로 $A \subset B$

(ii) $a=3$ 일 때

$A=\{0, 3\}, B=\{3, 4, 5\}$ 이므로 $A \not\subset B$

따라서 $A \subset B$ 를 만족시키는 a 의 값은 -2 이다.

089 $2a-3 \neq 2a-1, 2a-3 \neq 2a$ 이므로 $2a-3=-a^2$

$a^2+2a-3=0, (a+3)(a-1)=0$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=1$

(i) $a=-3$ 일 때

$A=\{-9, 2\}, B=\{-9, -7, -6\}$ 이므로 $A \not\subset B$

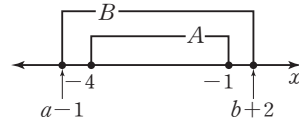
(ii) $a=1$ 일 때

$A=\{-1, 2\}, B=\{-1, 1, 2\}$ 이므로 $A \subset B$

따라서 $A \subset B$ 를 만족시키는 a 의 값은 1 이다.

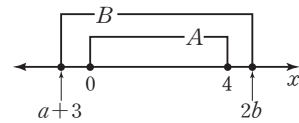
090 □: $\leq, \geq$

091 두 집합 A, B 를 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



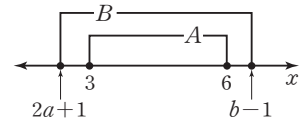
$a-1 \leq -4, b+2 \geq -1$ 이므로 $a \leq -3, b \geq -3$

092 두 집합 A, B 를 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$a+3 \leq 0, 2b \geq 4$ 이므로 $a \leq -3, b \geq 2$

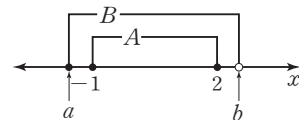
093 두 집합 A, B 를 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$2a+1 \leq 3, b-1 \geq 6$ 이므로 $a \leq 1, b \geq 7$

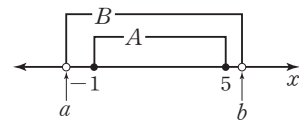
094 □: 1, 4, 0, 4

095 두 집합 A, B 를 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



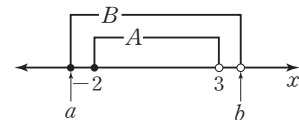
$a \leq -1, b > 2$ 이므로 a 의 최댓값은 $-1, b$ 의 최솟값은 3

096 두 집합 A, B 를 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$a < -1, b > 5$ 이므로 a 의 최댓값은 $-2, b$ 의 최솟값은 6

097 두 집합 A, B 를 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$a \leq -2, b \geq 3$ 이므로 a 의 최댓값은 $-2, b$ 의 최솟값은 3

098 $\emptyset \subset \{0\}$ 이지만 $\{0\} \not\subset \emptyset$ 이므로 $\emptyset \not\supset \{0\}$

099 두 집합의 원소의 배열 순서가 달라도 원소가 모두 같으면 두 집합은 같은 집합이다.

$$\therefore \{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$$

100 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에서

$$(x-1)(x-2)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$$

$$\therefore \{1, 2\} = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

101 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서

$$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 $\{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$ 이므로

$$\{1, 3\} \neq \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$$

102 6의 양의 약수는 1, 2, 3, 6이므로

$$\{1, 2, 3, 6\} = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$$

103 $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$ 이므로

$$\{5, 10, 15, 20\} \neq \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$$

104 $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

$$\{1, 2, 3, 5, 7\} \neq \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$$

105 $a=2, b=1$

106 $a+4=3, b+1=5$ 이므로 $a=-1, b=4$

107 $a-2 \neq a+2$ 이므로 $a+b=a+2, a-2=b-5$

$$\therefore a=-1, b=2$$

108 $a=1, b=2$

109 $2a=-4, 3b=9$ 이므로 $a=-2, b=3$

110 $a=3, b=5$

111 $2a+1=3, 3b-2=4$ 이므로 $a=1, b=2$

112 $a^2 - 4a + 7 = 3, b+1 = -2$ 이어야 한다.

$$a^2 - 4a + 7 = 3 \text{에서 } a^2 - 4a + 4 = 0$$

$$(a-2)^2 = 0 \quad \therefore a=2$$

$$b+1 = -2 \text{에서 } b = -3$$

113 $a=4, b=-2$

114 $a+2=7, 2a-4=b$ 이므로 $a=5, b=6$

115 $\square: 3, 8, 3, 4, 16, 4$

116 집합 A 의 원소는 $\emptyset$ 의 1개이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^1=2$

117 집합 B 의 원소는 $\emptyset, 0$ 의 2개이므로 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^2=4$

118 집합 C 의 원소는 1, 2, $\{1, 2\}$ 의 3개이므로 집합 C 의 부분집합의 개수는 $2^3=8$

119 집합 D 의 원소는 1, 3, 5, 7, 9의 5개이므로 집합 D 의 부분집합의 개수는 $2^5=32$

120 $E=\{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 집합 E 의 부분집합의 개수는 $2^5=32$

121 $F=\{X \mid X \text{는 집합 } \{1, 2\} \text{의 부분집합}\}$
 $=\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
이므로 집합 F 의 부분집합의 개수는 $2^4=16$

122 $\emptyset, \{a\}, \{\{a, b\}\}$

123 $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5\}$ 이므로 구하는 진부분집합은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}$

124 $\square: 3, 1, 7$

125 $2^2-1=3$

126 $C=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 집합 C 의 진부분집합의 개수는 $2^6-1=63$

127 $D=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이므로 집합 D 의 진부분집합의 개수는 $2^6-1=63$

128 $\square: 3, 2, 1, 2, 4, 3, 1, 2$

129 $2^{3-1}=2^2=4$

130 $2^{4-1}=2^3=8$

131 $2^{4-2}=2^2=4$

132 $2^{6-3}=2^3=8$

133 $2^{8-4}=2^4=16$

134 $\square: 3, 1, 2, 4, 4, 2, 2, 4$

135 $2^{4-2}=2^2=4$

136 $2^{5-2}=2^3=8$

137 $2^{6-3}=2^3=8$

138 $2^{4-1}=2^3=8$

139 $2^{5-1}=2^4=16$

140 □: 1, 4, 1, 3, 8

141 2, 4를 반드시 원소로 포함하는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{4-2}=2^2=4$

142 1, 2, 3을 반드시 원소로 포함하는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{4-3}=2^1=2$

143 1, 7을 반드시 원소로 포함하는 집합 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{4-2}=2^2=4$

144 2, 6을 반드시 원소로 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{6-2}=2^4=16$

145 1, 2, 4를 반드시 원소로 포함하는 집합 $\{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$ 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{6-3}=2^3=8$

146 □: 6, 2, 2, 2, 4

147 $2^{6-2-1}=2^3=8$

148 집합 A 의 원소 중 2의 배수는 2, 4, 6이고, 5의 약수는 1, 5이므로 구하는 부분집합의 개수는 $2^{6-3-2}=2^1=2$

149 1을 반드시 포함하고, 5를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{6-1-1}=2^4=16$

150 2, 3을 반드시 포함하고, 5를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{6-2-1}=2^3=8$

151 1, 5를 반드시 포함하고, 3, 6을 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{6-2-2}=2^2=4$

152 ○

153 ×

154 ○

참고

‘우리 반에서 키가 큰 학생의 모임’은 집합이 아니지만 ‘우리 반에서 키가 가장 큰 학생의 모임’은 집합이다.

155 ○

156 ×
 $\{1\} \in A$ 이므로 $\{\{1\}\} \subset A$

157 ×
 $\{1\} \in A, \{2, 3\} \in A$ 이므로 $\{\{1\}, \{2, 3\}\} \subset A$

158 $\{x|x \text{는 짝수}\}$

159 $\{x|x \text{는 } 20 \text{의 양의 약수}\}$

160 $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

161 $\{31, 32, 33, 34, \dots\}$

162 $A \subset B$

163 $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $A = B$

164 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로 $B \subset A$

165 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

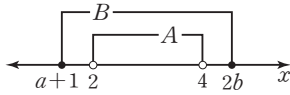
166 $\emptyset, \{\emptyset\}, \{0\}, \{\emptyset, 0\}$

167 $\{x|x \text{는 } 8 \text{보다 작은 짝수}\} = \{2, 4, 6\}$ 이므로 부분집합은 $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

168 $a \neq a+2$ 이므로 $a = b-1, 3 = a+2$
 $\therefore a = 1, b = 2$

169 $a-1 \neq a+1, a-1 \neq a+2$ 이고
 $a \neq b$ 에서 $a+2 \neq b+2$ 이므로
 $a-1 = 3, b+2 = a+1 \quad \therefore a = 4, b = 3$

- 170 두 집합 A, B 를 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$a+1 \leq 2, 2b \geq 4 \text{ 이므로 } a \leq 1, b \geq 2$$

171 $2^5 = 32$

172 $2^{5-1} = 31$

173 $2^{5-2} = 2^3 = 8$

174 $2^{5-3} = 2^2 = 4$

175 $2^{5-1-1} = 2^3 = 8$

2 집합의 연산

89쪽 ~ 102쪽

176 $A \cap B = \{3\},$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

177 $A \cap B = \{2, 4\},$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

178 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
 $\therefore A \cap B = \{1, 2\},$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

179 $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots\}, B = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$
 $\therefore A \cap B = \{8, 16, 24, 32, \dots\},$
 $A \cup B = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$

180 $\square: 3, 3, 1$

181 $A \cap B = \{6\}$ 에서 집합 A 는 원소 6을 포함해야 하므로
 $a = 6$
 이때 $B = \{5, b-1\}$ 이고, 집합 B 도 원소 6을 포함해야 하므로
 $b-1 = 6 \quad \therefore b = 7$
 따라서 $A = \{2, 4, 6\}, B = \{5, 6\}$ 이므로
 $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$

182 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 a 의 값으로 가능한 원소는 2, 4, 5이다. 이때 $a = 4$ 또는 $a = 5$ 이면 $a+2$ 의 값이 $A \cup B$ 에 포함되지 않으므로 $a = 2$
 따라서 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 2b+1\}$ 이고, 집합 B 가 원소 5를 포함해야 하므로
 $2b+1 = 5 \quad \therefore b = 2$

183 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 $a+1$ 의 값으로 가능한 원소는 3, 4이다. 이때 $a+1 = 4$, 즉 $a = 3$ 이면 $a+2$ 의 값이 $A \cup B$ 에 포함되지 않으므로 $a+1 = 3 \quad \therefore a = 2$
 따라서 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4\}$ 이므로
 $A \cap B = \{2\}$

184 $\bigcirc$
 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 두 집합 A, B 는 서로소이다.

185 $\times$
 $A \cap B = \{2, 3, 4\} \neq \emptyset$ 이므로 두 집합 A, B 는 서로소가 아니다.

186 $\times$
 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$ 이므로
 $A \cap B = \{6, 12, 18, \dots\}$
 따라서 두 집합 A, B 는 서로소가 아니다.

187 ×

$A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 $A \cap B = \{2\}$
 따라서 두 집합 A, B 는 서로소가 아니다.

188 □: 1, 3, 2, 2, 4

189 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 와 서로소인 집합의 개수는 집합 B 의 원소 2, 4, 6을 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합의 개수와 같으므로
 $2^{6-3} = 2^3 = 8$

190 $A^c = \{6, 9\}, B^c = \{2, 5, 7\}$

191 $A^c = \{3, 4, 5, 6\}, B^c = \{1, 3, 5\}$

192 $A^c = \{2, 4, 6, 8\}, B^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

193 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $A^c = \{1, 4, 6, 8, 9\}$
 $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 $B^c = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$

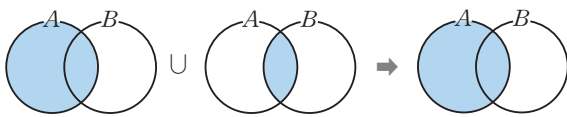
194 $A - B = \{1, 2\}, B - A = \{4, 5\}$

195 $A - B = \{1, 3\}, B - A = \{6, 8\}$

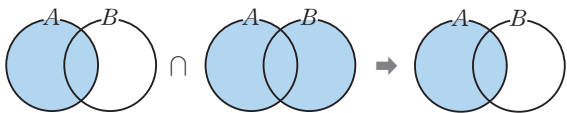
196 $A - B = \{3, 5\}, B - A = \{8\}$

197 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로
 $A - B = \{3, 6, 12\}, B - A = \{8, 16\}$

198 $A \cup (A \cap B) = A$



199 $A \cap (A \cup B) = A$

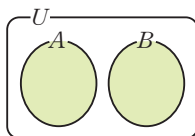


200 ○

$$(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$$

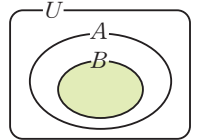
201 ×

$A \cap B = \emptyset$ 일 때, $A \cup B$ 는 오른쪽 벤 다이어그램에서 색칠한 부분과 같다.
 $\therefore A \cup B \neq U$



202 ○

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이므로 오른쪽 벤 다이어그램에서
 $A \cap B = B$

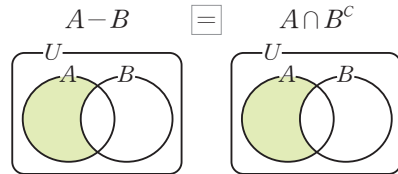


203 A

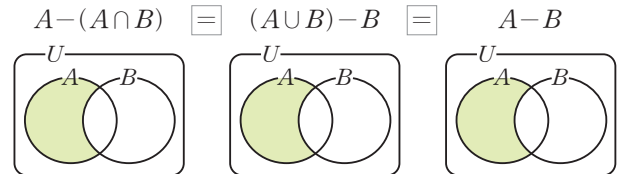
204 U

205 $\emptyset$

206



207



208 ○

209 ×

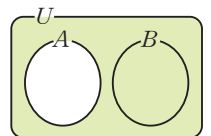
$$A - A^c = A \cap (A^c)^c = A \cap A = A$$

210 ×

$$A - B = A \cap B^c$$

211 ×

$A \cap B = \emptyset$ 일 때, A^c 은 오른쪽 벤 다이어그램에서 색칠한 부분과 같다.
 $\therefore B \subset A^c$



212 B^c

213 A^c

214 B^c, B

215 A^c, A

216 $A \cap B = \{2, 4\} = A$

217 $A \cup B = \{1, 2, 4, 6\} = B$

218 $A - (A \cap B) = A - A = \emptyset$

219 $(A \cup B) - B = B - B = \emptyset$

220 $A - B = \emptyset$

221 $A \cap B^c = A - B = \emptyset$

222 $B^c - A^c = \{3, 5\} - \{1, 3, 5, 6\} = \emptyset$

223 $\square: 3, 6, 2, 3, 8$

224 $B \cup X = X$ 에서 $B \subset X$

$(A \cup B) \cap X = X$ 에서 $X \subset (A \cup B)$

$\therefore B \subset X \subset (A \cup B)$

이때 $\{1, 3, 5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 6, 7\}$ 을 만족시키는 집합 X 는 $\{1, 3, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 1, 3, 5, 7을 반드시 원소로 갖는 집합이므로 집합 X 의 개수는

$2^{5-4} = 2^1 = 2$

225 $(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$

$A \cup X = A$ 에서 $X \subset A$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

이때 $\{3\} \subset X \subset \{3, 6\}$ 을 만족시키는 집합 X 는 $\{3, 6\}$ 의 부분집합 중 3을 반드시 원소로 갖는 집합이므로 집합 X 의 개수는

$2^{2-1} = 2^1 = 2$

226 $(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$

$B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset B$

이때 $\{3\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 을 만족시키는 집합 X 는

$\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 3을 반드시 원소로 갖는 집합이므로 집합 X 의 개수는

$2^{4-1} = 2^3 = 8$

227 $(A - B) \cup X = X$ 에서 $(A - B) \subset X$

$(A \cup B) \cap X = X$ 에서 $X \subset (A \cup B)$

$\therefore (A - B) \subset X \subset (A \cup B)$

이때 $\{6\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 6, 7\}$ 을 만족시키는 집합 X 는

$\{1, 3, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 6을 반드시 원소로 갖는 집합이므로 집합 X 의 개수는

$2^{5-1} = 2^4 = 16$

228 $\square: 3, 4, 1, 2, =$

229 $A \cup B = \{a, b, c, x, y, z\}$, $B \cup A = \{a, b, c, x, y, z\}$ 이므로 $A \cup B = B \cup A$

230 $A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 10\}$, $B \cup A = \{1, 2, 3, 5, 7, 10\}$

$\therefore A \cup B = B \cup A$

231 $A \cap B = \{3\}$, $B \cap A = \{3\}$ 이므로 $A \cap B = B \cap A$

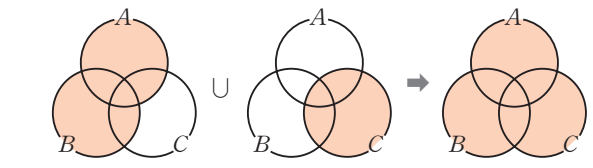
232 $A \cap B = \{a, c\}$, $B \cap A = \{a, c\}$ 이므로 $A \cap B = B \cap A$

233 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이므로

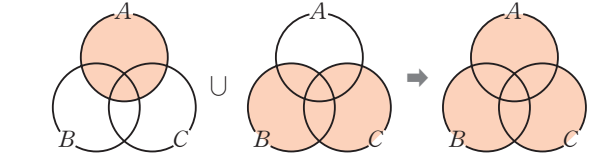
$A \cap B = \{3, 6, 9, 18\}$, $B \cap A = \{3, 6, 9, 18\}$

$\therefore A \cap B = B \cap A$

234 (1) $A \cup B$ C $(A \cup B) \cup C$



(2) A $B \cup C$ $A \cup (B \cup C)$



(3) (1), (2)에서

$(A \cup B) \cup C \equiv A \cup (B \cup C)$

235 (1) $(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} \cup \{2, 4, 5, 7\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

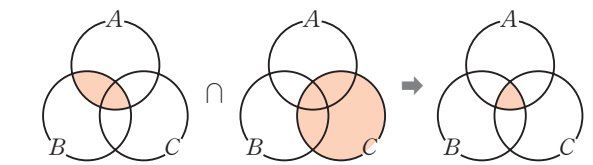
(2) $A \cup (B \cup C) = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

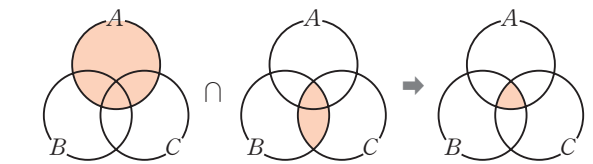
(3) (1), (2)에서

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

236 (1) $A \cap B$ C $(A \cap B) \cap C$



(2) A $B \cap C$ $A \cap (B \cap C)$



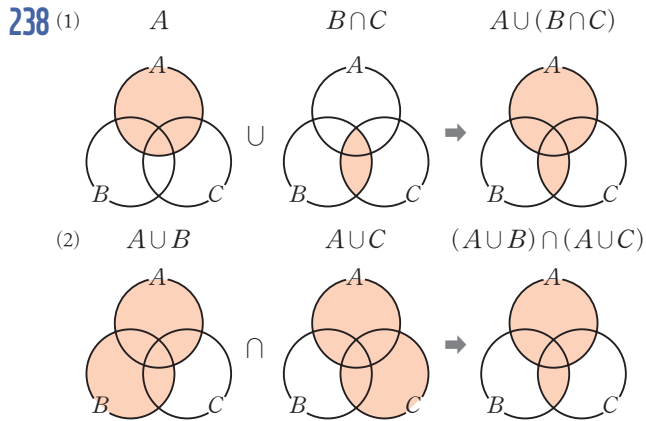
(3) (1), (2)에서

$(A \cap B) \cap C \equiv A \cap (B \cap C)$

237 (1) $(A \cap B) \cap C = \{3, 4\} \cap \{1, 3, 5, 7\} = \{3\}$

(2) $A \cap (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 5\} = \{3\}$

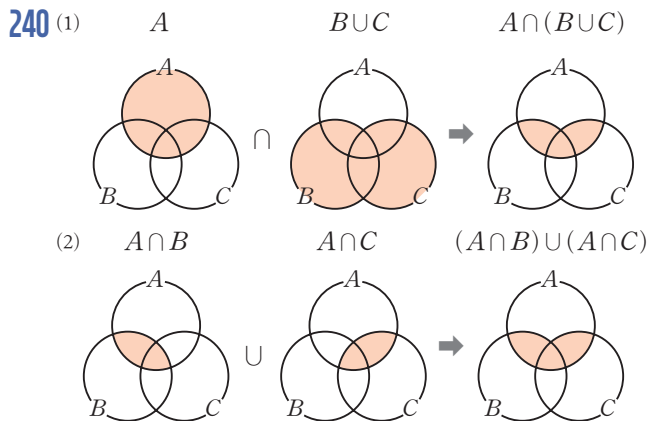
- (3) (1), (2)에서
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$



- (3) (1), (2)에서
 $A \cup (B \cap C) \equiv (A \cup B) \cap (A \cup C)$

- 239** (1) $A \cup (B \cap C) = \{1, 5, 6, 9\} \cup \{7, 9\}$
 $= \{1, 5, 6, 7, 9\}$
 (2) $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\} \cap \{1, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $= \{1, 5, 6, 7, 9\}$

- (3) (1), (2)에서
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



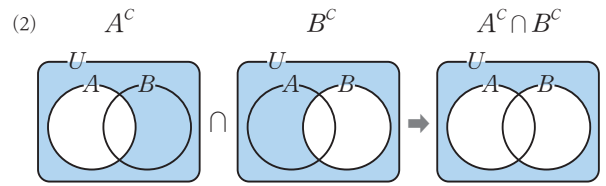
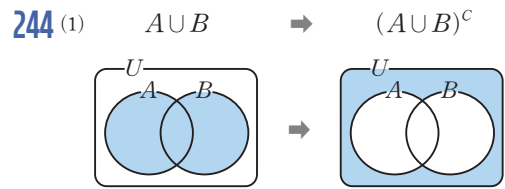
- (3) (1), (2)에서
 $A \cap (B \cup C) \equiv (A \cap B) \cup (A \cap C)$

- 241** (1) $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 3, 4, 5, 7\}$
 $= \{1, 3, 4\}$
 (2) $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{1, 4\} \cup \{1, 3\}$
 $= \{1, 3, 4\}$

- (3) (1), (2)에서
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

242 $\cap, \cup, \cap$

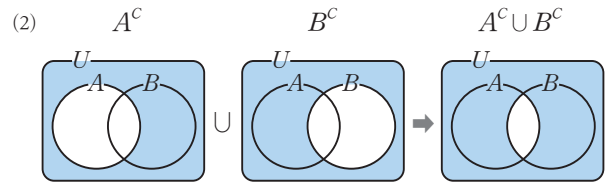
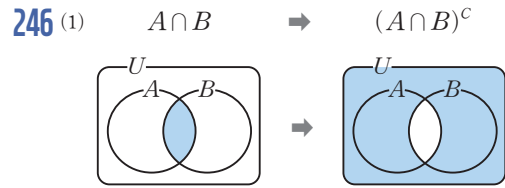
243 $\cup, \cap, \cup$



- (3) (1), (2)에서
 $(A \cup B)^c \equiv A^c \cap B^c$

- 245** (1) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 이므로
 $(A \cup B)^c = \{5, 7\}$
 (2) $A^c \cap B^c = \{4, 5, 7\} \cap \{1, 3, 5, 7\}$
 $= \{5, 7\}$

- (3) (1), (2)에서
 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$



- (3) (1), (2)에서
 $(A \cap B)^c \equiv A^c \cup B^c$

- 247** (1) $A \cap B = \{2, 6\}$ 이므로
 $(A \cap B)^c = \{1, 3, 4, 5, 7\}$
 (2) $A^c \cup B^c = \{4, 5, 7\} \cup \{1, 3, 5, 7\}$
 $= \{1, 3, 4, 5, 7\}$

- (3) (1), (2)에서
 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

- 248** $(A \cup B)^c = A^c \cap (B^c)^c$
 $= A^c \cap B$

- 249** $(A \cap B^c)^c = A^c \cup (B^c)^c$
 $= A^c \cup B$

- 250** $(A^c \cup B)^c = (A^c)^c \cap B^c$
 $= A \cap B^c$

$$\begin{aligned} 251 \quad (A^c \cap B)^c &= (A^c)^c \cup B^c \\ &= A \cup B^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 252 \quad (A^c \cup B^c)^c &= (A^c)^c \cap (B^c)^c \\ &= A \cap B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 253 \quad (A^c \cap B^c)^c &= (A^c)^c \cup (B^c)^c \\ &= A \cup B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 254 \quad (A \cup B^c)^c &= A^c \cap (B^c)^c \\ &= A^c \cap B \\ &= \{2, 4, 6\} \cap \{2, 3, 4\} \\ &= \{2, 4\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 255 \quad (A \cap B^c)^c &= A^c \cup (B^c)^c \\ &= A^c \cup B \\ &= \{2, 4, 6\} \cup \{2, 3, 4\} \\ &= \{2, 3, 4, 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 256 \quad (A^c \cup B)^c &= (A^c)^c \cap B^c \\ &= A \cap B^c \\ &= \{1, 3, 5\} \cap \{1, 5, 6\} \\ &= \{1, 5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 257 \quad (A^c \cap B)^c &= (A^c)^c \cup B^c \\ &= A \cup B^c \\ &= \{1, 3, 5\} \cup \{1, 5, 6\} \\ &= \{1, 3, 5, 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 258 \quad A \cup (B^c \cup A^c) & \\ &= A \cup (A^c \cup B^c) \\ &= (A \cup A^c) \cup B^c \\ &= U \cup B^c \\ &= U \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 259 \quad (A - B) \cup A^c & \\ &= (A \cap B^c) \cup A^c \\ &= (A \cup A^c) \cap (B^c \cup A^c) \\ &= U \cap (B^c \cup A^c) \\ &= B^c \cup A^c \\ &= A^c \cup B^c \\ &= (A \cap B)^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 260 \quad (A - B) - C & \\ &= (A \cap B^c) \cap C^c \\ &= A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cup C)^c \\ &= A - (B \cup C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 261 \quad (A - B) \cup (A \cap C) & \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C) \\ &= A \cap (B^c \cup C) \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c \\ &= A - (B \cap C^c) \\ &= A - (B - C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 262 \quad (A \cup B) \cap A^c &= (A \cap A^c) \cup (B \cap A^c) \\ &= \emptyset \cup (B \cap A^c) \\ &= B \cap A^c \\ &= B - A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 263 \quad (A - B^c) \cup (A^c \cup B)^c & \\ &= \{A \cap (B^c)^c\} \cup \{(A^c)^c \cap B^c\} \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \\ &= A \cap (B \cup B^c) \\ &= A \cap U \\ &= A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 264 \quad A \cap (B \cap A^c) &= A \cap (A^c \cap B) \\ &= (A \cap A^c) \cap B \\ &= \emptyset \cap B \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 265 \quad A \cup (A^c \cap B^c) &= (A \cup A^c) \cap (A \cup B^c) \\ &= U \cap (A \cup B^c) \\ &= A \cup B^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 266 \quad (A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) \\ &= A \cup \emptyset \\ &= A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 267 \quad (A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) \\ &= A \cap U \\ &= A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 268 \quad A \cup (A \cup B)^c &= A \cup (A^c \cap B^c) \\ &= (A \cup A^c) \cap (A \cup B^c) \\ &= U \cap (A \cup B^c) \\ &= A \cup B^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 269 \quad (A - B) - A &= (A \cap B^c) - A \\ &= (A \cap B^c) \cap A^c \\ &= (B^c \cap A) \cap A^c \\ &= B^c \cap (A \cap A^c) \\ &= B^c \cap \emptyset \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
270 \quad (A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c &= (A \cup B) \cap \{A^c \cup (B^c)^c\} \\
&= (A \cup B) \cap (A^c \cup B) \\
&= (A \cap A^c) \cup B \\
&= \emptyset \cup B \\
&= B
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
271 \quad (A - B) \cup (A - B^c) &= (A \cap B^c) \cup \{A \cap (B^c)^c\} \\
&= (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \\
&= A \cap (B^c \cup B) \\
&= A \cap U \\
&= A
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
272 \quad (A \cap B^c) \cup (A^c \cup C)^c &= (A \cap B^c) \cup \{(A^c)^c \cap C^c\} \\
&= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) \\
&= A \cap (B^c \cup C^c) \\
&= A \cap (B \cap C)^c \\
&= A - (B \cap C)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
273 \quad (A - B^c) \cup (B \cap C) &= \{A \cap (B^c)^c\} \cup (B \cap C) \\
&= (A \cap B) \cup (B \cap C) \\
&= (B \cap A) \cup (B \cap C) \\
&= B \cap (A \cup C)
\end{aligned}$$

$$274 \quad \square: U, \emptyset, \subset$$

$$\begin{aligned}
275 \quad (A \cup B) \cap B^c &= (A \cap B^c) \cup (B \cap B^c) \\
&= (A \cap B^c) \cup \emptyset \\
&= A \cap B^c \\
&= A - B
\end{aligned}$$

따라서 $A - B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$

$$\begin{aligned}
276 \quad B - (B - A) &= B - (B \cap A^c) \\
&= B \cap (B \cap A^c)^c \\
&= B \cap (B^c \cup A) \\
&= (B \cap B^c) \cup (B \cap A) \\
&= \emptyset \cup (B \cap A) \\
&= B \cap A
\end{aligned}$$

따라서 $B \cap A = B$ 이므로 $B \subset A$

$$\begin{aligned}
277 \quad \{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cup B &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cup B \\
&= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cup B \\
&= (A \cap U) \cup B \\
&= A \cup B
\end{aligned}$$

따라서 $A \cup B = A$ 이므로 $B \subset A$

$$278 \quad \square: A \cap B, 3, 6$$

$$\begin{aligned}
279 \quad n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\
&= 3 + 5 - 0 = 8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
280 \quad n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\
&= 4 + 5 - 8 = 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
281 \quad n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\
&= 2 + 4 - 6 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
282 \quad n(B) &= n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(A) \\
&= 7 + 1 - 4 = 4
\end{aligned}$$

$$283 \quad \square: U, 10, 3$$

$$\begin{aligned}
284 \quad n(B^c) &= n(U) - n(B) \\
&= 10 - 6 = 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
285 \quad n((A \cap B)^c) &= n(U) - n(A \cap B) \\
&= 10 - 4 = 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
286 \quad n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\
&= 7 + 6 - 4 = 9 \\
\therefore n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\
&= 10 - 9 = 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
287 \quad n(A^c) &= n(U) - n(A) \\
&= 12 - 5 = 7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
288 \quad n(B^c) &= n(U) - n(B) \\
&= 12 - 7 = 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
289 \quad n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\
&= n(U) - n(A \cup B) \\
&= 12 - 10 = 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
290 \quad n(A^c \cup B^c) &= n((A \cap B)^c) \\
&= n(U) - n(A \cap B) \\
&= n(U) - \{n(A) + n(B) - n(A \cup B)\} \\
&= 12 - (5 + 7 - 10) = 10
\end{aligned}$$

$$291 \quad \square: A \cap B, 3, 5$$

$$292 \quad n(A \cap B^c) = n(A - B) = 5$$

$$\begin{aligned}
293 \quad n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\
&= 7 - 3 = 4
\end{aligned}$$

$$294 \quad n(B \cap A^c) = n(B - A) = 4$$

$$\begin{aligned} 295 \quad n(A-B) &= n(A \cup B) - n(B) \\ &= 13 - 7 = 6 \end{aligned}$$

$$296 \quad n(A \cap B^c) = n(A - B) = 6$$

$$\begin{aligned} 297 \quad n(B-A) &= n(A \cup B) - n(A) \\ &= 13 - 9 = 4 \end{aligned}$$

$$298 \quad n(B \cap A^c) = n(B - A) = 4$$

$$299 \quad \square: 8, 7, 9, 5, 3, 4, 2, 14$$

$$\begin{aligned} 300 \quad n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ &\quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 11 + 8 + 12 - 3 - 6 - 5 + 3 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 301 \quad n(A \cap B \cap C) &= n(A \cup B \cup C) - n(A) - n(B) - n(C) + n(A \cap B) \\ &\quad + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\ &= 25 - 15 - 13 - 11 + 6 + 6 + 7 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 302 \quad n(A \cap B \cap C) &= n(A \cup B \cup C) - n(A) - n(B) - n(C) + n(A \cap B) \\ &\quad + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\ &= 15 - 9 - 7 - 6 + 3 + 2 + 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$303 \quad \square: 17, A \cap B, 17, 21, 21$$

$$\begin{aligned} 304 \quad &\text{수학을 좋아하는 학생의 집합을 } A, \text{ 영어를 좋아하는 학생의 집합을 } B \text{ 라 하면 수학 또는 영어를 좋아하는 학생의 집합은 } A \cup B \text{ 이다.} \\ &n(A) = 10, n(B) = 8, n(A \cap B) = 3 \text{ 이므로} \\ &n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &\quad = 10 + 8 - 3 = 15 \\ &\text{따라서 수학 또는 영어를 좋아하는 학생은 15명이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 305 \quad &\text{독서 동아리에 가입한 학생의 집합을 } A, \text{ 영화 감상 동아리에 가입한 학생의 집합을 } B \text{ 라 하면 독서 동아리와 영화 감상 동아리에 모두 가입한 학생의 집합은 } A \cap B \text{ 이다.} \\ &n(A) = 19, n(B) = 21, n(A \cup B) = 27 \text{ 이므로} \\ &n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &\quad = 19 + 21 - 27 = 13 \\ &\text{따라서 독서 동아리와 영화 감상 동아리에 모두 가입한 학생은 13명이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 306 \quad (1) \quad \square: 9, 2, 9, 2, 23, 23 \\ (2) \quad \square: 30, 23, 7, 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 307 \quad (1) \quad &\text{지하철을 이용하여 통학하는 학생의 집합을 } A, \text{ 버스를 이용하여 통학하는 학생의 집합을 } B \text{ 라 하면 지하철 또는 버스를 이용하여 통학하는 학생의 집합은 } A \cup B \text{ 이다.} \\ &n(A) = 13, n(B) = 8, n(A \cap B) = 2 \text{ 이므로} \\ &n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &\quad = 13 + 8 - 2 = 19 \\ &\text{따라서 지하철 또는 버스를 이용하여 통학하는 학생은 19명이다.} \\ (2) \quad &\text{지하철과 버스 중 어느 것도 이용하지 않고 통학하는 학생의 집합은 } (A \cup B)^c \text{ 이다.} \\ &n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) \\ &\quad = 28 - 19 = 9 \\ &\text{따라서 지하철과 버스 중 어느 것도 이용하지 않고 통학하는 학생은 9명이다.} \end{aligned}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

103쪽 ~ 104쪽

$$308 \quad \{2, 3, 4, 5, 6, 9\}$$

$$309 \quad \{3, 6\}$$

$$310 \quad \{1, 7, 8, 9\}$$

$$311 \quad \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

$$312 \quad \{2, 4, 5\}$$

$$313 \quad \{9\}$$

$$314 \quad \{9\}$$

$$315 \quad \{2, 4, 5\}$$

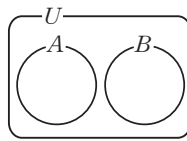
$$316 \quad \bigcirc$$

317 ×
 $(A \cup B) - B = A - B$ 이므로
 $(A \cup B) - B \neq A$

318 ○
 $A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$
 $\therefore A \cap B = B$

319 ×
 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여
 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4, 5\}$ 일 때
 $A \cup B = U$ 이지만 $B \neq A^c$ 이다.

320 ×
오른쪽 벤 다이어그램과 같이
 $A \cap B = \emptyset$ 이면 $A - B = A$ 이지만
 $B \neq \emptyset$



321 ○
 $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$

322 $A \cap X = A$ 에서 $A \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 에서 $X \subset (A \cup B)$
 $\therefore A \subset X \subset (A \cup B)$
이때 $\{1, 2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 을 만족시키는 집합 X 는
 $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ 의 부분집합 중 1, 2, 3을 반드시 원소로 갖는 집
합이므로 집합 X 의 개수는
 $2^{5-3} = 2^2 = 4$

323 $(A \cap B) \cap X = A \cap B$ 에서 $(A \cap B) \subset X$
 $(A \cup B) \cup X = A \cup B$ 에서 $X \subset (A \cup B)$
 $\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
이때 $\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 을 만족시키는 집합 X 는
 $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ 의 부분집합 중 2를 반드시 원소로 갖는 집합이므
로 집합 X 의 개수는
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$

324 $A \cup (A \cap B)^c = A \cup (A^c \cup B^c)$
 $= (A \cup A^c) \cup B^c$
 $= U \cup B^c$
 $= U$

325 $A \cap (A - B)^c = A \cap (A \cap B^c)^c$
 $= A \cap \{(A^c) \cup (B^c)^c\}$
 $= A \cap (A^c \cup B)$
 $= (A \cap A^c) \cup (A \cap B)$
 $= \emptyset \cup (A \cap B)$
 $= A \cap B$

326 $A - (A^c - B) = A \cap (A^c \cap B^c)^c$
 $= A \cap \{(A^c)^c \cup (B^c)^c\}$
 $= A \cap (A \cup B)$
 $= A$

327 $(A \cup B) \cap (A - B)^c = (A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c$
 $= (A \cup B) \cap \{A^c \cup (B^c)^c\}$
 $= (A \cup B) \cap (A^c \cup B)$
 $= (A \cap A^c) \cup B$
 $= \emptyset \cup B$
 $= B$

328 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 16 + 8 - 3$
 $= 21$

329 $n(A^c) = n(U) - n(A)$
 $= 30 - 16$
 $= 14$

330 $n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c)$
 $= n(U) - n(A \cap B)$
 $= 30 - 3$
 $= 27$

331 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
 $= 16 - 3$
 $= 13$

332 음악을 좋아하는 학생의 집합을 A , 체육을 좋아하는 학생의 집
합을 B 라 하면 음악 또는 체육을 좋아하는 학생의 집합은
 $A \cup B$ 이다.
 $n(A) = 19, n(B) = 13, n(A \cap B) = 9$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 19 + 13 - 9$
 $= 23$
따라서 음악 또는 체육을 좋아하는 학생은 23명이다.

333 고모가 있는 학생의 집합을 A , 이모가 있는 학생의 집합을 B 라
하면 고모 또는 이모가 있는 학생의 집합이 $A \cup B$ 이므로 고모와
이모가 모두 없는 학생의 집합은 $(A \cup B)^c$ 이다.
이때 $n(A) = 17, n(B) = 16, n(A \cap B) = 8$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 17 + 16 - 8$
 $= 25$
 $\therefore n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B)$
 $= 30 - 25$
 $= 5$
따라서 고모와 이모가 모두 없는 학생은 5명이다.

334 ○

336 ○

338 ×

340 ○

342 명제, 참

344 조건

346 명제, 거짓

348 명제, 참

350 (1) □: 거짓, 참, 참

(2) 3, 4

(3) {3, 4}

351 (1)

$x=2$	$x=4$	$x=6$	$x=8$
참	거짓	참	거짓

(2) 2, 6

(3) {2, 6}

352 $P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

353 $x+3 < 5$ 에서 $x < 2$ 이므로

$P = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

354 $P = \{1, 2, 3\}$

355 $|x| = 3$ 에서 $x = \pm 3$ 이므로

$P = \{-3, 3\}$

356 $5x+10=0$ 에서 $x=-2$ 이므로

$P = \{-2\}$

357 $x^2+3x+2=0$ 에서 $(x+1)(x+2)=0$ 이므로

$x=-1$ 또는 $x=-2$

$\therefore P = \{-2, -1\}$

358 $x^2-6x+5=0$ 에서 $(x-1)(x-5)=0$ 이므로

$x=1$ 또는 $x=5$

$\therefore P = \{1\}$

335 ○

337 ×

339 ○

341 ×

343 명제, 거짓

345 조건

347 조건

349 조건

359 □: 2, 3, 4, $\cup$, 1, 2, 3, 4

360 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$2x-5=3$ 에서 $x=4 \quad \therefore P = \{4\}$

$x-4 < 2$ 에서 $x < 6 \quad \therefore Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

따라서 조건 ' p 또는 q '의 진리집합은

$P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

361 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$x^2-5x+6=0$ 에서 $(x-2)(x-3)=0$ 이므로

$x=2$ 또는 $x=3 \quad \therefore Q = \{2, 3\}$

따라서 조건 ' p 또는 q '의 진리집합은

$P \cup Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

362 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{1, 3, 5, 7, 9\}, Q = \{2, 3, 5, 7\}$

따라서 조건 ' p 또는 q '의 진리집합은

$P \cup Q = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

363 □: 2, 3, 4, $\cap$, 3, 4

364 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$3x-5=7$ 에서 $x=4 \quad \therefore P = \{4\}$

$Q = \{4, 5, 6, 7\}$

따라서 조건 ' p 이고 q '의 진리집합은 $P \cap Q = \{4\}$

365 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{3, 7\}, Q = \{7, 8\}$

따라서 조건 ' p 이고 q '의 진리집합은 $P \cap Q = \{7\}$

366 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{2, 4, 6, 8, 10\}, Q = \{3, 6, 9\}$

따라서 조건 ' p 이고 q '의 진리집합은 $P \cap Q = \{6\}$

367 정사각형은 직사각형이 아니다.

368 3의 배수는 6의 배수가 아니다.

369 사자는 동물이 아니다.

370 $1 \notin \{1, 2\}$

371 $\emptyset \not\subset \{1, 2\}$

372 6은 무리수이다.

373 3과 4는 서로소가 아니다.

374 x 는 홀수가 아니다.

375 $x \leq 1$

376 $x > 0$

377 $x \neq -2$ 이고 $x \neq 2$

378 $-1 \leq x < 2$

379 $x=0$ 또는 $x=3$

380 $x \leq 1$ 또는 $x \geq 6$

381 $x \leq -2$ 또는 $x > 1$

382 명제: 2는 소수이다. (참)

부정: 2는 소수가 아니다. (거짓)

383 명제: 6과 8은 서로소이다. (거짓)

부정: 6과 8은 서로소가 아니다. (참)

384 명제: $\sqrt{3}$ 은 유리수이다. (거짓)

부정: $\sqrt{3}$ 은 유리수가 아니다. (참)

385 명제: $\emptyset$ 는 집합 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 의 부분집합이다. (참)

부정: $\emptyset$ 는 집합 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 의 부분집합이 아니다. (거짓)

386 명제: $5+7=12$ (참)

부정: $5+7 \neq 12$ (거짓)

387 명제: $6+12 > 18$ (거짓)

부정: $6+12 \leq 18$ (참)

388 $\square: P^c, 4, 5$

389 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면 $P=\{1, 4\}$

따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c=\{2, 3, 5\}$

390 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면 $P=\{3, 4, 5\}$

따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c=\{1, 2\}$

391 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면 $P=\{2, 3, 4\}$

따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c=\{1, 5\}$

392 (1) $\square$: 참, 참, 거짓, 참, 거짓, 거짓, 거짓

(2) ① 참 ② 거짓 ③ 거짓

(3) ① 참 ② 참 ③ 거짓

393 소수가 아닌 원소 1, 4가 존재하므로 거짓이다.

394 홀수인 원소 1, 3, 5가 존재하므로 참이다.

395 모든 x 에 대하여 $x+2 > 1$ 이므로 참이다.

396 $x=4$ 일 때, $x-3 > 0$ 이므로 참이다.

397 모든 자연수 x 는 $x > 0$ 이므로 참이다.

398 $x=1$ 일 때, $\frac{1}{x}=1$ 이므로 참이다.

399 $x=0$ 일 때, $2x+1 \neq 0$ 이므로 거짓이다.

400 $|x| < 0$ 을 만족시키는 실수 x 는 존재하지 않으므로 거짓이다.

참고

‘모든’이나 ‘어떤’이 들어 있는 명제는 전체집합에 따라 참, 거짓이 달라질 수 있음을 주의한다.

401 부정: 어떤 자연수 x 에 대하여 $x-1 < 0$ 이다.

$x-1 < 0$ 을 만족시키는 자연수 x 는 존재하지 않으므로 거짓이다.

402 부정: 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+x+1 \geq 0$ 이다.

$$x^2+x+1 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

이때 모든 실수 x 에 대하여 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ 이므로

$$x^2+x+1 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq 0 \quad \therefore \text{참}$$

403 부정: 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2-2x-1 \leq 0$ 이다.

$x=0$ 이면 $x^2-2x-1 \leq 0$ 이므로 참이다.

404 부정: 모든 정수 x 에 대하여 $x \leq |x|$ 이다.

$x \geq 0$ 인 정수이면 $x=|x|$ 이고, $x < 0$ 인 정수이면

$x < |x|$ 이므로 참이다.

405 부정: 어떤 직각삼각형은 이등변삼각형이다.

$\angle A = \angle B = 45^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이면서 이등변삼각형이므로 참이다.

406 가정: x 는 소수이다., 결론: x 는 홀수이다.

407 가정: x 는 실수이다., 결론: $x^2 \geq 0$ 이다.

408 가정: $x=3$ 이다., 결론: $x^2=9$ 이다.

409 가정: $x-2 \leq 0$ 이다., 결론: $x^2 \leq 4$ 이다.

410 가정: $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이다.
결론: $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

411 $\square$: 1, 1, 1, $\angle$, 거짓

412 $x^2=2x$ 에서 $x^2-2x=0$, $x(x-2)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=2$
즉 $P=\{2\}$, $Q=\{0, 2\}$ 이므로 $P \subset Q$
따라서 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

413 $x^2 > 1$ 에서 $x^2-1 > 0$, $(x+1)(x-1) > 0$
 $\therefore x < -1$ 또는 $x > 1$
즉 $P=\{x | x < -1 \text{ 또는 } x > 1\}$, $Q=\{x | x > 1\}$ 이므로 $P \not\subset Q$
따라서 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

414 $|x| < 1$ 에서 $-1 < x < 1$
즉 $P=\{x | -1 < x < 1\}$, $Q=\{x | x < 1\}$ 이므로 $P \subset Q$
따라서 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

415 $P=\{x | x \text{는 정수}\}$, $Q=\{x | x \text{는 유리수}\}$ 에서
 $P \subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

416 $P=\{1, 2, 3, 6\}$, $Q=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 에서
 $P \subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

417 $P=\{\triangle ABC | \triangle ABC \text{는 세 변의 길이가 모두 같은 삼각형}\}$,
 $Q=\{\triangle ABC | \triangle ABC \text{는 두 변의 길이가 같은 삼각형}\}$ 에서
 $P \subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

418 $p: x < 1$, $q: x < 2$ 라 하고 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q
라 하면 $P=\{x | x < 1\}$, $Q=\{x | x < 2\}$ 이므로 $P \subset Q$
따라서 주어진 명제는 참이다.

419 $x=0$ 일 때 $x^2=4x$ 이지만 $x \neq 4$ 이다. (거짓)

420 $x=-3$ 일 때 $x \neq 3$ 이지만 $x^2=9$ 이다. (거짓)

421 $p: x > 2$, $q: x^2 > 4$ 라 하고 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q
라 하면 $P=\{x | x > 2\}$
 $x^2 > 4$ 에서 $x^2-4 > 0$, $(x+2)(x-2) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > 2$, 즉 $Q=\{x | x < -2 \text{ 또는 } x > 2\}$
따라서 $P \subset Q$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

422 $x=3$ 일 때 x 는 3의 배수이지만 6의 배수는 아니다. (거짓)

423 $x=2$ 일 때 x 는 소수이지만 홀수가 아니다. (거짓)

424 $\square$: $-$, $-$, 5, 5

425 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례는 집합 $P-Q$ 의 원소이다.
 $P-Q=\{2\}$ 이므로 구하는 반례는 2이다.

426 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례는 집합 $P-Q$ 의 원소이다.
 $P=\{1, 2, 4\}$, $Q=\{2, 4, 6\}$ 에서
 $P-Q=\{1\}$ 이므로 구하는 반례는 1이다.

427 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례는 집합 $P-Q$ 의 원소이다.
 $P=\{1, 3, 5, 7\}$, $Q=\{2, 3, 5, 7\}$ 에서
 $P-Q=\{1\}$ 이므로 구하는 반례는 1이다.

428 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은
 $P-Q=P \cap Q^c \quad \therefore \cup$

429 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은
 $P^c-Q=P^c \cap Q^c \quad \therefore \cap$

430 명제 $q \rightarrow p$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은
 $Q-P=Q \cap P^c=P^c \cap Q \quad \therefore \cap$

431 명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은
 $Q-P^c=Q \cap (P^c)^c=Q \cap P=P \cap Q \quad \therefore \cap$

432 $\square$: $\subset$, 참

433 $P \not\subset Q^c$ 이므로 명제 $p \rightarrow \sim q$ 는 거짓이다.

434 $Q \subset R^c$ 이므로 명제 $q \rightarrow \sim r$ 는 참이다.

435 $R \not\subset P$ 이므로 명제 $r \rightarrow p$ 는 거짓이다.

436 $R \not\subset Q$ 이므로 명제 $r \rightarrow q$ 는 거짓이다.

437 $R \subset Q^c$ 이므로 명제 $r \rightarrow \sim q$ 는 참이다.

438 역: $q \rightarrow p$, 대우: $\sim q \rightarrow \sim p$

439 역: $\sim q \rightarrow p$, 대우: $q \rightarrow \sim p$

440 역: $p \rightarrow q$, 대우: $\sim p \rightarrow \sim q$

441 역: $\sim p \rightarrow q$, 대우: $p \rightarrow \sim q$

442 역: $q \rightarrow \sim p$, 대우: $\sim q \rightarrow p$

443 역: $\sim q \rightarrow \sim p$, 대우: $q \rightarrow p$

444 역: $p \rightarrow \sim q$, 대우: $\sim p \rightarrow q$

445 역: $\sim p \rightarrow \sim q$, 대우: $p \rightarrow q$

446 명제: $x > 2$ 이면 $x^2 > 4$ 이다. (참)
역: $x^2 > 4$ 이면 $x > 2$ 이다. (거짓)
대우: $x^2 \leq 4$ 이면 $x \leq 2$ 이다. (참)

447 명제: $x^2 = 16$ 이면 $x = 4$ 이다. (거짓)
역: $x = 4$ 이면 $x^2 = 16$ 이다. (참)
대우: $x \neq 4$ 이면 $x^2 \neq 16$ 이다. (거짓)

448 명제: $x = 0$ 이면 $xy = 0$ 이다. (참)
역: $xy = 0$ 이면 $x = 0$ 이다. (거짓)
대우: $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이다. (참)

449 명제: x 가 8의 약수이면 x 는 16의 약수이다. (참)
역: x 가 16의 약수이면 x 는 8의 약수이다. (거짓)
대우: x 가 16의 약수가 아니면 x 는 8의 약수가 아니다. (참)

450 명제: 사각형의 네 변의 길이가 같으면 정사각형이다. (거짓)
역: 정사각형은 네 변의 길이가 같다. (참)
대우: 정사각형이 아니면 네 변의 길이가 모두 같은 것은 아니다.
(거짓)

451 명제: $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$ 이다. (참)
역: $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이다. (참)
대우: $A \cup B \neq B$ 이면 $A \not\subset B$ 이다. (참)

452 □: $\sim p$, 참, ○

453 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow p$ 도 참이다.
∴ ×

454 명제 $q \rightarrow p$ 가 참이므로 그 대우 $\sim p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.
∴ ㄹ

455 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 그 대우 $p \rightarrow q$ 도 참이다.
∴ ㄱ

456 (1) ○ (2) × (3) ○

(1) 명제 $\sim r \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow r$ 도 참이다.
두 명제 $p \rightarrow \sim q$, $\sim q \rightarrow r$ 가 참이므로 $p \rightarrow r$ 도 참이다.
(3) 명제 $p \rightarrow r$ 가 참이므로 그 대우 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

457 (1) × (2) ○ (3) ○

(2) 명제 $r \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
두 명제 $p \rightarrow \sim q$, $\sim q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $p \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
(3) 명제 $p \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 그 대우 $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

458 (1) ○ (2) × (3) ○

(1) 명제 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우 $q \rightarrow r$ 도 참이다.
두 명제 $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$ 가 참이므로 $p \rightarrow r$ 도 참이다.
(3) 명제 $p \rightarrow r$ 가 참이므로 그 대우 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

459 (1) ○ (2) ○ (3) ×

(1) 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow p$ 도 참이다.
두 명제 $r \rightarrow \sim q$, $\sim q \rightarrow p$ 가 참이므로 $r \rightarrow p$ 도 참이다.
(2) 명제 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우 $q \rightarrow \sim r$ 도 참이다.

460 (1) ○ (2) × (3) ○

(1) 명제 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우 $q \rightarrow p$ 도 참이다.
두 명제 $\sim r \rightarrow q$, $q \rightarrow p$ 가 참이므로 $\sim r \rightarrow p$ 도 참이다.
(3) 명제 $\sim r \rightarrow p$ 가 참이므로 그 대우 $\sim p \rightarrow r$ 도 참이다.

461 □: 참, -1, 충분

462 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에서 $(x-1)(x-2) = 0$
∴ $x = 1$ 또는 $x = 2$
∴ p : $x = 1$ 또는 $x = 2$
 $p \rightarrow q$: 거짓 ($p \rightarrow q$ 의 반례: $x = 1$)
 $q \rightarrow p$: 참
따라서 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

463 $p \rightarrow q$: 거짓 ($p \rightarrow q$ 의 반례: $x = 2$)
 $q \rightarrow p$: 참
따라서 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

464 $x^2 = x$ 에서 $x^2 - x = 0$, $x(x-1) = 0$
∴ $x = 0$ 또는 $x = 1$
∴ p : $x = 0$ 또는 $x = 1$
 $p \rightarrow q$: 참
 $q \rightarrow p$: 참
따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

465 $p \rightarrow q$: 참
 $q \rightarrow p$: 거짓 ($q \rightarrow p$ 의 반례: $x = 2$)
따라서 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

466 $p \rightarrow q$: 참
 $q \rightarrow p$: 거짓 ($q \rightarrow p$ 의 반례: $x=3$)
 따라서 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

467 $p \rightarrow q$: 참
 $q \rightarrow p$: 참
 따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

468 $x^2 - 7x + 10 < 0$ 에서 $(x-2)(x-5) < 0 \quad \therefore 2 < x < 5$
 $\therefore q: 2 < x < 5$
 $p \rightarrow q$: 참
 $q \rightarrow p$: 참
 따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

469 $\square: \{3\}, \{-3, 3\}, \subset$, 충분

470 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 에서 $(x+3)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 1$
 $\therefore P = \{-3, 1\}, Q = \{1\}$
 따라서 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

471 $x+1=0$ 에서 $x=-1$
 $\therefore P = \{-1\}, Q = \{-1\}$
 따라서 $P=Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

472 $P = \{x | x > 1\}, Q = \{x | 1 < x \leq 2\}$
 따라서 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

473 $P = \{x | x < 1\}, Q = \{x | x < 2\}$
 따라서 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

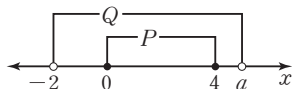
474 $x^2 - 1 < 0$ 에서 $(x+1)(x-1) < 0$ 이므로 $-1 < x < 1$
 $\therefore P = \{x | -1 < x < 1\}, Q = \{x | -1 < x < 1\}$
 따라서 $P=Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

475 $P = \{3, 6, 9, 12, \dots\}, Q = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$
 따라서 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

476 $P = \{1, 2, 3, 6\}, Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 따라서 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

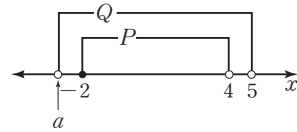
477 $\square: 3, 4$

478 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



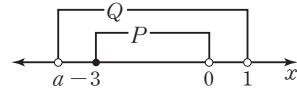
따라서 $a > 4$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 5이다.

479 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



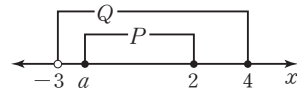
따라서 $a < -2$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 -3이다.

480 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



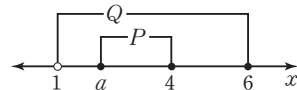
따라서 $a < -3$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 -4이다.

481 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



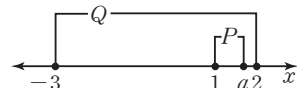
따라서 $-3 < a \leq 2$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 -2이다.

482 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



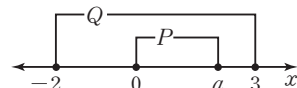
따라서 $1 < a \leq 4$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 2이다.

483 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $1 \leq a \leq 2$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 2이다.

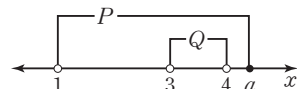
484 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $0 \leq a \leq 3$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 3이다.

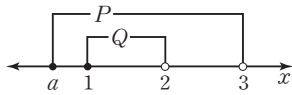
485 $\square: 5, 5$

486 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



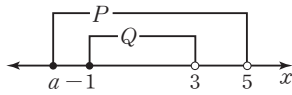
따라서 $a \geq 4$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 4이다.

- 487 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



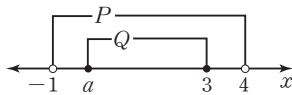
따라서 $a \leq 1$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 1이다.

- 488 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



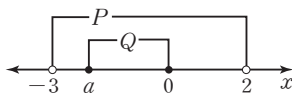
따라서 $a \leq 4$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 4이다.

- 489 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



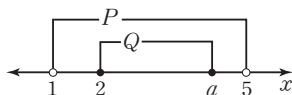
따라서 $-1 \leq a \leq 3$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 -1이다.

- 490 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



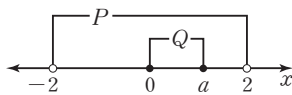
따라서 $-3 \leq a \leq 0$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 -3이다.

- 491 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $2 \leq a \leq 5$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 5이다.

- 492 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $0 \leq a \leq 2$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 2이다.

- 494 명제: $\{2\}$ 는 집합 $\{1, \{2\}, 3\}$ 의 부분집합이다. (거짓)
부정: $\{2\}$ 는 집합 $\{1, \{2\}, 3\}$ 의 부분집합이 아니다. (참)

- 495 명제: 모든 자연수 x 에 대하여 $|x| = x$ 이다. (참)
부정: 어떤 자연수 x 에 대하여 $|x| \neq x$ 이다. (거짓)

- 496 명제: 어떤 정수 x 에 대하여 $3x+1=0$ 이다. (거짓)
부정: 모든 정수 x 에 대하여 $3x+1 \neq 0$ 이다. (참)

- 497 명제: 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 \leq 0$ 이다. (참)
부정: 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 > 0$ 이다. (거짓)

- 498 조건: x 는 소수이다. $\Rightarrow P = \{2, 3, 5, 7\}$
부정: x 는 소수가 아니다. $\Rightarrow P^c = \{1, 4, 6, 8, 9\}$

- 499 조건: $x < 3$ 또는 $x > 6$ $\Rightarrow P = \{1, 2, 7, 8, 9\}$
부정: $3 \leq x \leq 6$ $\Rightarrow P^c = \{3, 4, 5, 6\}$

- 500 조건: x 는 2의 배수이고 3의 배수이다. $\Rightarrow P = \{6\}$
부정: x 는 2의 배수가 아니거나 3의 배수가 아니다.
 $\Rightarrow P^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$

- 501 $P = \{x | x > 2\}, Q = \{x | x \geq 3\}$ 에서
 $P \not\subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

- 502 $x^2 = 9$ 에서 $(x+3)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 3$, 즉 $P = \{-3, 3\}$
 $x^3 = 27$ 에서 $(x-3)(x^2+3x+9) = 0$
 $\therefore x = 3$, 즉 $Q = \{3\}$
따라서 $P \not\subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

- 503 $P = \{x | 1 < x < 2\}, Q = \{x | 0 < x < \frac{5}{2}\}$ 에서 $P \subset Q$ 이므로
명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

- 504 명제: $x > 1$ 이면 $3x-2 > 3$ 이다.
역: $3x-2 > 3$ 이면 $x > 1$ 이다.
대우: $3x-2 \leq 3$ 이면 $x \leq 1$ 이다.

- 505 명제: x 가 12의 약수이면 x 는 6의 약수이다.
역: x 가 6의 약수이면 x 는 12의 약수이다.
대우: x 가 6의 약수가 아니면 x 는 12의 약수가 아니다.

- 506 명제: $x+y$ 가 유리수이면 x, y 는 모두 유리수이다.
역: x, y 가 모두 유리수이면 $x+y$ 는 유리수이다.
대우: x 또는 y 가 유리수가 아니면 $x+y$ 는 유리수가 아니다.

- 507 $p: x-3=0, q: x^2-x-6=0$ 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{3\}$

- 493 명제: $3+5 < 6$ (거짓)
부정: $3+5 \geq 6$ (참)

$$x^2 - x - 6 = 0 \text{에서 } (x+2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3, \text{ 즉 } Q = \{-2, 3\}$$

따라서 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

- 508** $p: x^2 + 9x + 14 = 0, q: x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$$x^2 + 9x + 14 = 0 \text{에서 } (x+2)(x+7) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = -7, \text{ 즉 } P = \{-7, -2\}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{에서 } (x+2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2, \text{ 즉 } Q = \{-2\}$$

따라서 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

- 509** $p: x^2 - 3x + 2 < 0, q: 1 < x < 2$ 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \text{에서 } (x-1)(x-2) < 0$$

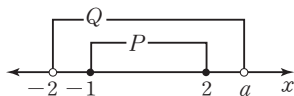
$$\therefore 1 < x < 2$$

$$\text{즉 } P = \{x \mid 1 < x < 2\}, Q = \{x \mid 1 < x < 2\} \text{이므로}$$

$$P = Q$$

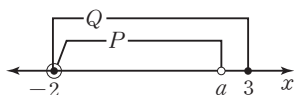
따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

- 510** 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



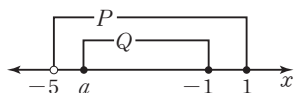
따라서 $a > 2$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 3이다.

- 511** 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



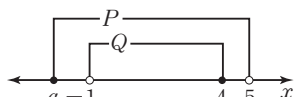
따라서 $-2 < a \leq 3$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 3이다.

- 512** 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $-5 < a \leq -1$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 -4이다.

- 513** 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $a \geq -1$ 이므로 a 의 최댓값은 -1이다.

4 절대부등식

122쪽 ~ 128쪽

514 $\square: \geq, \geq$

515 $A - B = 2x^2 + 3xy - (3x^2 + xy + y^2)$

$$= -x^2 + 2xy - y^2$$

$$= -(x-y)^2 \leq 0$$

$$\therefore A \leq B$$

516 $A - B = 2x^2 + 4y^2 - (x^2 + 2xy + 2y^2)$

$$= x^2 - 2xy + 2y^2$$

$$= (x-y)^2 + y^2 \geq 0 \quad (\because (x-y)^2 \geq 0, y^2 \geq 0)$$

$$\therefore A \geq B$$

517 $A - B = xy + 1 - (x + y)$

$$= xy - x - y + 1$$

$$= x(y-1) - (y-1)$$

$$= (x-1)(y-1)$$

이때 $x \leq 1, y \leq 1$ 에서 $x-1 \leq 0, y-1 \leq 0$ 이므로

$$(x-1)(y-1) \geq 0$$

$$\therefore A \geq B$$

참고

x, y 의 조건에 따라 A, B 의 대소가 바뀔 수 있다.

(1) $x \geq 1, y \geq 1$ 일 때, $(x-1)(y-1) \geq 0$ 이므로 $A \geq B$

(2) $x \geq 1, y \leq 1$ 또는 $x \leq 1, y \geq 1$ 일 때

$$(x-1)(y-1) \leq 0 \text{이므로 } A \leq B$$

518 $\square: >, >$

519 $A^2 = (\sqrt{5} + \sqrt{6})^2 = 11 + 2\sqrt{30}$

$$B^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{8})^2 = 11 + 2\sqrt{24}$$

$$\sqrt{30} > \sqrt{24} \text{이므로 } A^2 > B^2$$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A > B$$

520 $A^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{7})^2 = 10 + 2\sqrt{21}$

$$B^2 = (2 + \sqrt{6})^2 = 10 + 4\sqrt{6} = 10 + 2\sqrt{24}$$

$$\sqrt{21} < \sqrt{24} \text{이므로 } A^2 < B^2$$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A < B$$

521 $\frac{A}{B} = \frac{2^{30}}{3^{20}} = \frac{(2^3)^{10}}{(3^2)^{10}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{10} = \left(\frac{8}{9}\right)^{10} < 1$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A < B$$

522 $\frac{A}{B} = \frac{3^{24}}{5^{18}} = \frac{(3^4)^6}{(5^3)^6} = \left(\frac{3^4}{5^3}\right)^6 = \left(\frac{81}{125}\right)^6 < 1$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A < B$$

523 $\bigcirc$

524 ○

$$a^2 - 4a + 4 = (a-2)^2 \geq 0$$

525 ×

$$a = -2 \text{ 일 때 } a^2 + 6a + 7 < 0$$

526 ○

527 ○

528 ×

$$a = 0 \text{ 이고 } b = 1 \text{ 일 때 } a^2 - b < 0$$

529 ○

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \geq 0$$

530 ○

$$|a-b| \geq 0 \text{ 이므로 } |a-b| + 1 > 0$$

531 ×

$$a = 0 \text{ 이고 } b = 1 \text{ 일 때 } (a-b)^3 < 0$$

532 □: $\geq, >$

$$\begin{aligned} 533 \quad a^2 - 2ab + 2b^2 &= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 \\ &= (a-b)^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$\text{이때 } (a-b)^2 \geq 0, b^2 \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$(a-b)^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 - 2ab + 2b^2 \geq 0 \text{ (단, 등호는 } a=b=0 \text{ 일 때 성립)}$$

$$\begin{aligned} 534 \quad (a+b)^2 - 4ab &= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= (a-b)^2 \end{aligned}$$

$$\text{이때 } (a-b)^2 \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$(a+b)^2 - 4ab \geq 0$$

$$\therefore (a+b)^2 \geq 4ab \text{ (단, 등호는 } a-b=0, \text{ 즉 } a=b \text{ 일 때 성립)}$$

$$\begin{aligned} 535 \quad 4a^2 - 4ab + 2b^2 &= 4a^2 - 4ab + b^2 + b^2 \\ &= (2a-b)^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$\text{이때 } (2a-b)^2 \geq 0, b^2 \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$(2a-b)^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore 4a^2 - 4ab + 2b^2 \geq 0 \text{ (단, 등호는 } a=b=0 \text{ 일 때 성립)}$$

$$536 \quad a^2 + b^2 - ab = a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2 + \frac{3}{4}b^2$$

$$= \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2$$

$$\text{이때 } \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 - ab \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + b^2 \geq ab \text{ (단, 등호는 } a=b=0 \text{ 일 때 성립)}$$

$$\begin{aligned} 537 \quad (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2 &= (a + 2\sqrt{ab} + b) - (a+b) \\ &= 2\sqrt{ab} \end{aligned}$$

$$\text{이때 } a \geq 0, b \geq 0 \text{ 이므로 } \sqrt{ab} \geq 0$$

$$\text{따라서 } (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \geq (\sqrt{a+b})^2 \text{ 이고 } \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq 0, \sqrt{a+b} \geq 0 \text{ 이}$$

므로

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b} \text{ (단, 등호는 } ab=0 \text{ 일 때 성립)}$$

$$\begin{aligned} 538 \quad (|a| + |b|)^2 - |a+b|^2 &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) \\ &= 2(|ab| - ab) \end{aligned}$$

$$\text{이때 } |ab| \geq ab \text{ 이므로 } 2(|ab| - ab) \geq 0$$

$$\text{따라서 } (|a| + |b|)^2 \geq |a+b|^2 \text{ 이고 } |a| + |b| \geq 0,$$

$$|a+b| \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$\text{(단, 등호는 } |ab|=ab, \text{ 즉 } ab \geq 0 \text{ 일 때 성립)}$$

539 □: $\geq, \geq$

$$540 \quad a + \frac{4}{a} \geq 2\sqrt{a \times \frac{4}{a}}$$

$$= 2 \times 2 = 4 \text{ (단, 등호는 } a = \frac{4}{a} \text{ 일 때 성립)}$$

$$\text{따라서 } a + \frac{4}{a} \text{ 의 최솟값은 } 4 \text{ 이다.}$$

$$541 \quad 2a + \frac{9}{2a} \geq 2\sqrt{2a \times \frac{9}{2a}}$$

$$= 2 \times 3 = 6 \text{ (단, 등호는 } 2a = \frac{9}{2a} \text{ 일 때 성립)}$$

$$\text{따라서 } 2a + \frac{9}{2a} \text{ 의 최솟값은 } 6 \text{ 이다.}$$

$$542 \quad \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}}$$

$$= 2 \text{ (단, 등호는 } \frac{a}{b} = \frac{b}{a} \text{ 일 때 성립)}$$

$$\text{따라서 } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \text{ 의 최솟값은 } 2 \text{ 이다.}$$

$$543 \quad 2a+1 + \frac{16}{2a+1} \geq 2\sqrt{(2a+1) \times \frac{16}{2a+1}}$$

$$= 2 \times 4 = 8$$

$$\text{(단, 등호는 } 2a+1 = \frac{16}{2a+1} \text{ 일 때 성립)}$$

$$\text{따라서 } 2a+1 + \frac{16}{2a+1} \text{ 의 최솟값은 } 8 \text{ 이다.}$$

544 □: 2, 4, 4

$$\begin{aligned} 545 \quad & \left(a + \frac{2}{b}\right)\left(\frac{8}{a} + b\right) = 8 + ab + \frac{16}{ab} + 2 \\ & \geq 10 + 2\sqrt{ab \times \frac{16}{ab}} \\ & = 10 + 8 \\ & = 18 \quad \left(\text{단, 등호는 } ab = \frac{16}{ab} \text{ 일 때 성립}\right) \end{aligned}$$

따라서 $\left(a + \frac{2}{b}\right)\left(\frac{8}{a} + b\right)$ 의 최솟값은 18이다.

$$\begin{aligned} 546 \quad & (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right) = 1 + \frac{4a}{b} + \frac{b}{a} + 4 \\ & \geq 5 + 2\sqrt{\frac{4a}{b} \times \frac{b}{a}} \\ & = 5 + 4 \\ & = 9 \quad \left(\text{단, 등호는 } \frac{4a}{b} = \frac{b}{a} \text{ 일 때 성립}\right) \end{aligned}$$

따라서 $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)$ 의 최솟값은 9이다.

$$\begin{aligned} 547 \quad & (a+2b)\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{1}{2} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2 \\ & \geq \frac{5}{2} + 2\sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}} \\ & = \frac{5}{2} + 2 \\ & = \frac{9}{2} \quad \left(\text{단, 등호는 } \frac{a}{b} = \frac{b}{a} \text{ 일 때 성립}\right) \end{aligned}$$

따라서 $(a+2b)\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값은 $\frac{9}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned} 548 \quad & (a+3b)\left(\frac{1}{a} + \frac{3}{b}\right) = 1 + \frac{3a}{b} + \frac{3b}{a} + 9 \\ & \geq 10 + 2\sqrt{\frac{3a}{b} \times \frac{3b}{a}} \\ & = 10 + 6 \\ & = 16 \quad \left(\text{단, 등호는 } \frac{3a}{b} = \frac{3b}{a} \text{ 일 때 성립}\right) \end{aligned}$$

따라서 $(a+3b)\left(\frac{1}{a} + \frac{3}{b}\right)$ 의 최솟값은 16이다.

549 □: 2, 1, 1, 1

$$\begin{aligned} 550 \quad & a+2b \geq 2\sqrt{2ab} \quad (\text{단, 등호는 } a=2b \text{ 일 때 성립}) \\ & \text{이때 } a+2b=4 \text{ 이므로 } 4 \geq 2\sqrt{2ab} \\ & \sqrt{2ab} \leq 2, 2ab \leq 4 \quad \therefore ab \leq 2 \\ & \text{따라서 } ab \text{의 최댓값은 2이다.} \end{aligned}$$

$$551 \quad a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{(ab)^2} = 2ab \quad (\text{단, 등호는 } a^2 = b^2, \text{ 즉 } a=b \text{ 일 때 성립})$$

이때 $a^2 + b^2 = 8$ 이므로 $8 \geq 2ab \quad \therefore ab \leq 4$
따라서 ab 의 최댓값은 4이다.

552 □: 4, 4, 4

$$\begin{aligned} 553 \quad & a+4b \geq 2\sqrt{4ab} \quad (\text{단, 등호는 } a=4b \text{ 일 때 성립}) \\ & \text{이때 } ab=2 \text{ 이므로 } a+4b \geq 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2} \\ & \text{따라서 } a+4b \text{의 최솟값은 } 4\sqrt{2} \text{이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 554 \quad & 2a+b \geq 2\sqrt{2ab} \quad (\text{단, 등호는 } 2a=b \text{ 일 때 성립}) \\ & \text{이때 } ab=9 \text{ 이므로 } 2a+b \geq 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} \\ & \text{따라서 } 2a+b \text{의 최솟값은 } 6\sqrt{2} \text{이다.} \end{aligned}$$

555 □: 2, 3, 2, 1, 3, 2

$$\begin{aligned} 556 \quad & 3a + \frac{3}{a-1} = 3(a-1) + \frac{3}{a-1} + 3 \\ & \geq 2\sqrt{3(a-1) \times \frac{3}{a-1}} + 3 \\ & = 2 \times 3 + 3 = 9 \end{aligned}$$

이때 등호는 $3(a-1) = \frac{3}{a-1}$ 일 때 성립하므로

$$(a-1)^2 = 1, a^2 - 2a = 0$$

$$a(a-2) = 0 \quad \therefore a = 2 \quad (\because a > 1)$$

따라서 $3a + \frac{3}{a-1}$ 의 최솟값은 9이고, 그때의 a 의 값은 2이다.

$$\begin{aligned} 557 \quad & 4a + \frac{2}{2a-1} = 2(2a-1) + \frac{2}{2a-1} + 2 \\ & \geq 2\sqrt{2(2a-1) \times \frac{2}{2a-1}} + 2 \\ & = 2 \times 2 + 2 = 6 \end{aligned}$$

이때 등호는 $2(2a-1) = \frac{2}{2a-1}$ 일 때 성립하므로

$$(2a-1)^2 = 1, 4a^2 - 4a = 0$$

$$4a(a-1) = 0 \quad \therefore a = 1 \quad (\because a > \frac{1}{2})$$

따라서 $4a + \frac{2}{2a-1}$ 의 최솟값은 6이고, 그때의 a 의 값은 1이다.

558 □: $abxy, ay-bx, ax+by$

$$\begin{aligned} 559 \quad & (1^2 + 1^2)(x^2 + y^2) \geq (x+y)^2 \text{ 이므로} \\ & 2 \times 4 \geq (x+y)^2 \\ & \therefore -2\sqrt{2} \leq x+y \leq 2\sqrt{2} \quad (\text{단, 등호는 } x=y \text{ 일 때 성립}) \\ & \text{따라서 } x+y \text{의 최댓값은 } 2\sqrt{2}, \text{ 최솟값은 } -2\sqrt{2} \text{이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 560 \quad & (2^2 + 1^2)(x^2 + y^2) \geq (2x+y)^2 \text{ 이므로} \\ & 5 \times 4 \geq (2x+y)^2 \\ & \therefore -2\sqrt{5} \leq 2x+y \leq 2\sqrt{5} \quad (\text{단, 등호는 } \frac{x}{2} = y \text{ 일 때 성립}) \\ & \text{따라서 } 2x+y \text{의 최댓값은 } 2\sqrt{5}, \text{ 최솟값은 } -2\sqrt{5} \text{이다.} \end{aligned}$$

561 $(3^2+2^2)(x^2+y^2) \geq (3x+2y)^2$ 이므로
 $13 \times 4 \geq (3x+2y)^2$
 $\therefore -2\sqrt{13} \leq 3x+2y \leq 2\sqrt{13}$ (단, 등호는 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ 일 때 성립)
따라서 $3x+2y$ 의 최댓값은 $2\sqrt{13}$, 최솟값은 $-2\sqrt{13}$ 이다.

562 주어진 명제의 대우는
‘ n 이 자연수일 때, n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.’
이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
 n 이 홀수이므로 $n=2k-1$ (k 는 자연수)로 놓으면
 $n^2 = (2k-1)^2 = 4k^2 - 4k + 1$
 $= 2(2k^2 - 2k) + 1$
즉 n^2 은 **홀수**이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 **참**이므로 주어진 명제도 **참**이다.

563 주어진 명제의 **대우**는
‘ n 이 자연수일 때, n 이 3의 배수가 아니면 n^2 도 3의 배수가 아니다.’
이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
 n 이 3의 배수가 아니라고 하면
 n 은 $3k+1$ 또는 $3k+2$ ($k=0, 1, 2, \dots$)이다.
(i) $n=3k+1$ 일 때
 $n^2 = (3k+1)^2 = 3(3k^2 + 2k) + 1$
(ii) $n=3k+2$ 일 때
 $n^2 = (3k+2)^2 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$
즉 n^2 은 3의 배수가 아니다.
따라서 주어진 명제의 **대우**가 **참**이므로 주어진 명제도 **참**이다.

564 주어진 명제의 대우는
‘두 자연수 m, n 이 모두 **홀수**이면, m, n 의 곱도 **홀수**이다.’
이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
 m, n 이 모두 **홀수**이므로
 $m=2k-1, n=2l-1$ (k, l 은 자연수)로 놓으면
 $mn = (2k-1)(2l-1) = 4kl - 2k - 2l + 1$
 $= 2(2kl - k - l) + 1$
즉 m, n 의 곱은 홀수이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 **참**이므로 주어진 명제도 **참**이다.

565 주어진 명제의 대우는
‘두 자연수 m, n 이 모두 **짝수**이면 m, n 이 서로소가 아니다.’
이므로 이 명제가 참임을 보이면 된다.
 m, n 이 모두 **짝수**이므로
 $m=2k, n=2l$ (k, l 은 자연수)로 놓으면
2는 m 과 n 의 공약수이다.
즉 m, n 이 모두 **짝수**이면 m 과 n 은 **서로소**가 아니다.
따라서 주어진 명제의 대우가 **참**이므로 주어진 명제도 **참**이다.

566 결론을 부정하여 $\sqrt{2}$ 를 유리수라고 가정하면
 $\sqrt{2} = \frac{n}{m}$ (단, m, n 은 서로소인 자연수)
으로 놓을 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하면

$$2 = \frac{n^2}{m^2} \quad \therefore n^2 = 2m^2$$

즉 n^2 은 짝수이므로 n 도 **짝수**이다.

$n=2k$ (k 는 자연수)로 놓으면

$$(2k)^2 = 2m^2 \quad \therefore m^2 = 2k^2$$

이때 m^2 이 짝수이므로 m 도 **짝수**이다.

이것은 m, n 이 서로소인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{2}$ 는 무리수이다.

참고

n 이 자연수일 때, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수인 것은

562에서 증명함.

567 결론을 부정하여 $\sqrt{3}$ 을 **유리수**라고 가정하면

$$\sqrt{3} = \frac{n}{m} \quad (\text{단, } m, n \text{은 서로소인 자연수})$$

으로 놓을 수 있다. 위 식의 양변을 제곱하면

$$3 = \frac{n^2}{m^2} \quad \therefore n^2 = 3m^2$$

즉 n^2 은 3의 **배수**이므로 n 도 3의 **배수**이다.

$n=3k$ (k 는 자연수)로 놓으면

$$(3k)^2 = 3m^2 \quad \therefore m^2 = 3k^2$$

이때 m^2 이 3의 **배수**이므로 m 도 3의 **배수**이다.

이것은 m, n 이 **서로소**인 자연수라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{3}$ 은 무리수이다.

참고

n 이 자연수일 때, n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수인 것은

563에서 증명함.

연산문제로 실전 능력 다지기

129쪽

568 $A^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = 7 + 2\sqrt{10}$

$$B^2 = (2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{12}$$

$$\sqrt{10} < \sqrt{12} \text{이므로 } A^2 < B^2$$

이때 $A > 0, B > 0$ 이므로 $A < B$

569 $\frac{A}{B} = \frac{3^{30}}{6^{20}} = \frac{(3^3)^{10}}{(6^2)^{10}} = \left(\frac{3^3}{6^2}\right)^{10} = \left(\frac{27}{36}\right)^{10} < 1$

이때 $A > 0, B > 0$ 이므로 $A < B$

$$\begin{aligned}
 570 \quad 4a + \frac{9}{a} &\geq 2\sqrt{4a \times \frac{9}{a}} \\
 &= 2 \times 6 \\
 &= 12 \quad \left(\text{단, 등호는 } 4a = \frac{9}{a} \text{ 일 때 성립} \right)
 \end{aligned}$$

따라서 $4a + \frac{9}{a}$ 의 최솟값은 12이다.

$$\begin{aligned}
 571 \quad \left(3a + \frac{2}{3b}\right)\left(\frac{1}{2a} + b\right) &= \frac{3}{2} + 3ab + \frac{1}{3ab} + \frac{2}{3} \\
 &\geq \frac{13}{6} + 2\sqrt{3ab \times \frac{1}{3ab}} \\
 &= \frac{13}{6} + 2 \\
 &= \frac{25}{6} \quad \left(\text{단, 등호는 } 3ab = \frac{1}{3ab} \text{ 일 때 성립} \right)
 \end{aligned}$$

따라서 $\left(3a + \frac{2}{3b}\right)\left(\frac{1}{2a} + b\right)$ 의 최솟값은 $\frac{25}{6}$ 이다.

$$\begin{aligned}
 572 \quad 2a + \frac{3}{a+1} &= 2(a+1) + \frac{3}{a+1} - 2 \\
 &\geq 2\sqrt{2(a+1) \times \frac{3}{a+1}} - 2 \\
 &= 2\sqrt{6} - 2 \quad \left(\text{단, 등호는 } 2(a+1) = \frac{3}{a+1} \text{ 일 때 성립} \right)
 \end{aligned}$$

따라서 $2a + \frac{3}{a+1}$ 의 최솟값은 $2\sqrt{6} - 2$ 이다.

$$\begin{aligned}
 573 \quad 2a + b &\geq 2\sqrt{2ab} \quad (\text{단, 등호는 } 2a = b \text{ 일 때 성립}) \\
 \text{이때 } 2a + b &= 6 \text{ 이므로 } 6 \geq 2\sqrt{2ab} \\
 \sqrt{2ab} &\leq 3, 2ab \leq 9 \quad \therefore ab \leq \frac{9}{2}
 \end{aligned}$$

따라서 ab 의 최댓값은 $\frac{9}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned}
 574 \quad 3a + 2b &\geq 2\sqrt{6ab} \quad (\text{단, 등호는 } 3a = 2b \text{ 일 때 성립}) \\
 \text{이때 } ab &= 6 \text{ 이므로 } 3a + 2b \geq 2\sqrt{36} = 12 \\
 \text{따라서 } 3a + 2b \text{의 최솟값은 } 12 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

575 주어진 명제의 대우

‘ a, b, c 가 양의 정수일 때, a, b, c 가 **모두 홀수**이면 $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이다.’

가 참임을 보이면 된다.

a, b, c 가 **모두 홀수**이면 a^2, b^2, c^2 은 **모두 홀수**이므로 $a^2 + b^2$ 은 **짝수**가 되어 $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

$$577 \quad \{b, c\}, \{a, b, c\}$$

578 1이 집합 A 의 원소이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이다.
 $\therefore \{1\} \subset A$

579 오른쪽 표에서

$$B = \{0, 1, 2, 4\}$$

따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는

$$2^4 = 16$$

xy	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	4

580 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 의 원소의 개수는 8이므로
 집합 A 의 진부분집합의 개수는
 $2^8 - 1 = 255$

581 2, 4 중 적어도 하나를 포함하는 집합 A 의 부분집합은 집합 A 의 모든 부분집합에서 2, 4를 모두 포함하지 않는 부분집합을 제외한 것과 같다.

$n(A) = 4$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는

$$2^4 = 16$$

2, 4를 포함하지 않는 A 의 부분집합의 개수는

$$2^{4-2} = 2^2 = 4$$

따라서 구하는 부분집합의 개수는

$$16 - 4 = 12$$

582 주어진 조건을 만족시키는 집합 X 의 부분집합 A 는 1, 2를 반드시 포함하고, 6을 포함하지 않는다.

따라서 집합 X 의 부분집합 A 의 개수는

$$2^{7-2-1} = 2^4 = 16$$

$$583 \quad A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = \{3, 5\}$$

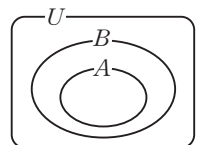
$$584 \quad \neg, A \cap B = A$$

$$\neg, A \cup B = B$$

$$\square, B^c \subset A^c$$

$$\vdash, A^c \cup B = U$$

따라서 옳은 것은 $\neg, \square$ 의 2개이다.



585 주어진 식의 좌변을 정리하면

$$\{(A \cup B^c) \cap (A \cup B)\} \cup B = \{A \cup (B^c \cap B)\} \cup B$$

$$= (A \cup \emptyset) \cup B$$

$$= A \cup B$$

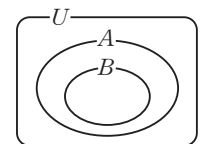
즉 $A \cup B = A$ 이므로 $B \subset A$

$$\neg, A - B \neq \emptyset$$

$$\square, A \cap B = B$$

$$\vdash, A \cup B^c = U$$

따라서 옳은 것은 $\neg, \square$ 이다.



빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

130쪽 ~ 132쪽

576 3으로 나눌 때 나머지가 1인 자연수는 1, 4, 7, 10, 13, ...이므로
 $10 \in A$

586 $x^2 - 4 > 0$ 에서 $(x+2)(x-2) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > 2$, 즉 $P = \{3, 4, 5\}$

587 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{1, 2\}, Q = \{1, 2, 3, 4\}$
 따라서 조건 ' p 또는 q '의 진리집합은
 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4\}$

588 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{2, 4\}, Q = \{3, 4, 5\}$
 따라서 조건 ' p 이고 q '의 진리집합은 $P \cap Q = \{4\}$

589 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여
 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면 $P = \{1, 6, 12\}$
 따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c = \{2, 3, 4\}$

590 ㄷ. [반례] $x=2, y=-1$ 일 때, $x+y > 0$ 이지만 $x > 0, y < 0$ 이다.
 (거짓)
 ㄴ. [반례] 크기가 서로 다른 두 정삼각형은 닮음이지만 합동이
 아니다. (거짓)
 따라서 참인 명제는 ㄱ, ㄷ이다.

591 ㄱ. [반례] $x=-1$ 일 때, $x \neq |x|$ 이다. (거짓)
 ㄴ. 네 변의 길이가 같은 직사각형은 정사각형이다. (참)
 ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 + 1 > 0$ 이다. (참)
 ㄹ. $x=0$ 일 때, $x^2 \leq 0$ 이다. (참)
 따라서 참인 명제는 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

592 ㄱ. 부정: 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ 이다. (참)
 ㄴ. 부정: 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ 이다. (참)
 $x=1$ 일 때 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 이므로 참이다.
 ㄷ. 부정: 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 > 0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=0, y=0$ 일 때, $x^2 + y^2 = 0$ 이다.
 따라서 부정이 참인 명제는 ㄱ, ㄴ이다.

593 주어진 벤 다이어그램에서 $R \subset P^c$ 이므로 주어진 보기 중 항상
 참인 명제는 ④ $r \rightarrow \sim p$ 이다.

594 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로
 그 대우 $p \rightarrow \sim q$ 도 참이다.
 따라서 주어진 보기 중 반드시 참인 명제는 ② $p \rightarrow \sim q$ 이다.

595 ① $p \rightarrow q: A \cap B = A$ 이면 $A = B$ 이다. (거짓)
 [반례] $A = \{1\}, B = \{1, 2\}$
 $q \rightarrow p: A = B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다. (참)
 즉 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 ② $p \rightarrow q: x > 0$ 이고 $y > 0$ 이면 $xy > 0$ 이다. (참)
 $q \rightarrow p: xy > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다. (거짓)

[반례] $x=-1, y=-2$

즉 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

③ $p \rightarrow q: x$ 가 18의 약수이면 x 는 6의 약수이다. (거짓)

[반례] $x=9$

$q \rightarrow p: x$ 가 6의 약수이면 x 는 18의 약수이다. (참)

즉 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

④ $p \rightarrow q: xy=0$ 이면 $x=0$ 또는 $y=0$ 이다. (참)

$q \rightarrow p: x=0$ 또는 $y=0$ 이면 $xy=0$ 이다. (참)

즉 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

⑤ $p \rightarrow q: \triangle ABC$ 가 직각삼각형이면 $\angle A = 90^\circ$ 이다. (거짓)

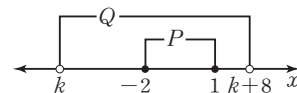
[반례] $\angle C = 90^\circ$

$q \rightarrow p: \angle A = 90^\circ$ 이면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. (참)

즉 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

따라서 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은
 ②이다.

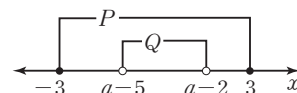
596 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를
 $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$k < -2, k+8 > 1 \quad \therefore -7 < k < -2$$

따라서 정수 k 의 값은 $-6, -5, -4, -3$ 이므로 그 개수는 4이
 다.

597 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 를
 $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$a-5 \geq -3, a-2 \leq 3 \quad \therefore 2 \leq a \leq 5$$

따라서 $M=5, m=2$ 이므로

$$M+m=5+2=7$$

$$\begin{aligned} 598 \quad A-B &= \frac{a}{a+1} - \frac{b}{b+1} = \frac{a(b+1)-b(a+1)}{(a+1)(b+1)} \\ &= \frac{a-b}{(a+1)(b+1)} \end{aligned}$$

$a > b > 0$ 에서 $a-b > 0, a+1 > 0, b+1 > 0$ 이므로

$$\frac{a-b}{(a+1)(b+1)} > 0 \quad \therefore A > B$$

599 $4x+9y \geq 2\sqrt{36xy} = 12\sqrt{xy}$ (단, 등호는 $4x=9y$ 일 때 성립)

이때 $4x+9y=24$ 이므로 $24 \geq 12\sqrt{xy}$

$$\sqrt{xy} \leq 2 \quad \therefore xy \leq 4$$

즉 xy 의 최댓값은 4이다.

한편 xy 가 최댓값을 가질 때는 $4x=9y=12$ 일 때이므로

$$x=3, y=\frac{4}{3}$$

등호는 $4x=9y$ 일 때 성립하므로
 $4x+9y=24$ 에서 $4x=9y=12$

600 $2x+3y \geq 2\sqrt{6xy}$ (단, 등호는 $2x=3y$ 일 때 성립)

이때 $xy=1$ 이므로 $2x+3y \geq 2\sqrt{6}$

즉 $2x+3y$ 의 최솟값은 $2\sqrt{6}$ 이다.

한편 $2x+3y$ 가 최솟값을 가질 때는 $2x=3y=\sqrt{6}$ 일 때이므로

$$x = \frac{\sqrt{6}}{2}, y = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$2x=3y$ 일 때 등호가 성립하므로
 $2x+3y=2\sqrt{6}$ 에서 $2x=3y=\sqrt{6}$

참고

최솟값을 가질 때의 x, y 의 값을 $2x=3y, xy=1$ 을 연립하여 구해도 된다.

601 $x + \frac{16}{x+3} = x+3 + \frac{16}{x+3} - 3$

$$\geq 2\sqrt{(x+3) \times \frac{16}{x+3}} - 3$$

$$= 2 \times 4 - 3$$

$$= 5$$

이때 등호는 $x+3 = \frac{16}{x+3}$ 일 때 성립하므로

$$(x+3)^2 = 16, x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$(x+7)(x-1) = 0 \quad \therefore x = 1 \quad (\because x > -3)$$

따라서 $x + \frac{16}{x+3}$ 은 $x=1$ 일 때 최솟값 5를 가지므로

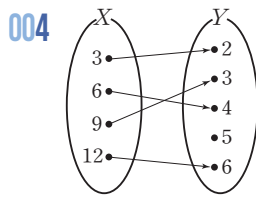
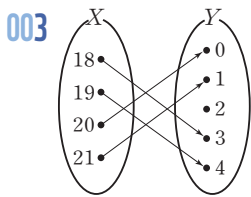
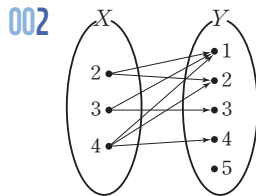
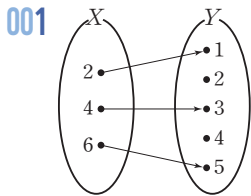
$$a=1, b=5$$

$$\therefore a+b=1+5=6$$

III 함수

1 함수

134쪽 ~ 143쪽



005 ○

006 ×

X의 원소 0에 대응되는 Y의 원소는 없고,
X의 원소 1에 대응되는 Y의 원소는 2개이다.

007 ×

X의 원소 2에 대응되는 Y의 원소는 2개이다.

008 ○

009 함수이다.

정의역: $\{a, b, c\}$, 공역: $\{0, 1\}$, 치역: $\{0, 1\}$

010 함수가 아니다.

011 함수가 아니다.

012 함수이다.

정의역: $\{1, 2, 3\}$, 공역: $\{a, b, c, d\}$, 치역: $\{a, c\}$

013 □: 유리수, 2, 2

014 $\sqrt{3}$ 은 무리수이므로 $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

015 $2 - \sqrt{2}$ 는 무리수이므로 $f(2 - \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2}$

016 $-1 - \sqrt{3}$ 은 무리수이므로 $f(-1 - \sqrt{3}) = -1 - \sqrt{3}$

017 $f(3) = 3 + 1 = 4$

018 $f(29) = f(29 - 4) = f(25) = f(25 - 4) = f(21)$
 $= \dots = f(1) = 1 + 1 = 2$

019 $f(2) = 2 + 1 = 3$

$f(24) = f(20) = \dots = f(4) = 4 + 1 = 5$

$\therefore f(2) + f(24) = 3 + 5 = 8$

020 □: 1, 3, $2x + 3$

021 $f(x + 3) = 4x - 1$ 에서 $x + 3 = t$ 로 놓으면

$x = t - 3$

따라서 $f(t) = 4(t - 3) - 1 = 4t - 13$

$\therefore f(x) = 4x - 13$

022 $f(x - 3) = x^2 - 5$ 에서 $x - 3 = t$ 로 놓으면

$x = t + 3$

따라서 $f(t) = (t + 3)^2 - 5 = t^2 + 6t + 4$

$\therefore f(x) = x^2 + 6x + 4$

023 $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x - 2$ 에서 $\frac{x+1}{2} = t$ 로 놓으면

$x = 2t - 1$

따라서 $f(t) = (2t - 1) - 2 = 2t - 3$

$\therefore f(x) = 2x - 3$

024 $f\left(\frac{-x+1}{2}\right) = x^2 + x$ 에서 $\frac{-x+1}{2} = t$ 로 놓으면

$x = -2t + 1$

따라서 $f(t) = (-2t + 1)^2 + (-2t + 1) = 4t^2 - 6t + 2$

$\therefore f(x) = 4x^2 - 6x + 2$

025 □: 2, 7

다른 풀이

$f(x + 2) = 2x + 3$ 에서 $f(x) = 2x - 1$ 이므로

$f(4) = 2 \times 4 - 1 = 7$

026 $x + 1 = 4$ 에서 $x = 3$

$f(x + 1) = x^2 - 2$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$f(4) = 3^2 - 2 = 7$

027 $\frac{x-1}{2} = 4$ 에서 $x = 9$

$f\left(\frac{x-1}{2}\right) = 3x + 4$ 에 $x = 9$ 를 대입하면

$f(4) = 3 \times 9 + 4 = 31$

028 $\frac{x+3}{2} = 4$ 에서 $x = 5$

$$f\left(\frac{x+3}{2}\right)=x^2+6 \text{에 } x=5 \text{를 대입하면}$$

$$f(4)=5^2+6=31$$

029 □: 2, 2, 5

030 $3x+1=7$ 에서 $x=2$
 $g(3x+1)=f(3x-1)$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $g(7)=f(5)=5-3=2$

031 $2x-1=7$ 에서 $x=4$
 $g(2x-1)=f\left(\frac{x-3}{2}\right)$ 에 $x=4$ 를 대입하면
 $g(7)=f\left(\frac{1}{2}\right)=4 \times \frac{1}{2}+2=4$

032 $x+2=7$ 에서 $x=5$
 $g(x+2)=f(2x-1)$ 에 $x=5$ 를 대입하면
 $g(7)=f(9)=9^2=81$

033 □: 0, 1

034 $f(x+y)=f(x)f(y)$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면
 $f(2)=f(1)f(1)=2^2=4$

035 $f(x+y)=f(x)f(y)$ 에 $x=2, y=2$ 를 대입하면
 $f(4)=f(2)f(2)=4^2=16$

036 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 에 $x=0, y=0$ 을 대입하면
 $f(0)=f(0)+f(0) \quad \therefore f(0)=0$

037 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면
 $f(1+1)=f(1)+f(1), f(2)=2f(1)$ $x=1, y=0$ 을 대입하면
 $f(1)=f(1)+f(0)$ 이 되어
 $f(1)$ 의 값을 구할 수 없다.
 $4=2f(1) \quad \therefore f(1)=2$

038 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 에 $x=2, y=2$ 를 대입하면
 $f(4)=f(2)+f(2)=4+4=8$
 $x=4, y=4$ 를 대입하면
 $f(8)=f(4)+f(4)=8+8=16$
 $\therefore f(10)=f(8+2)=f(8)+f(2)=16+4=20$

039 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 에 $x=1, y=-1$ 을 대입하면
 $f(0)=f(1)+f(-1), 0=2+f(-1)$
 $\therefore f(-1)=-2$
 $x=-1, y=-1$ 을 대입하면
 $f(-2)=f(-1)+f(-1)=-4$
 $\therefore f(-3)=f(-1)+f(-2)=-2+(-4)=-6$

040 □: 0, 2, ≠

041 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 정의역이 서로 같고
 $f(-1)=g(-1)=-1, f(0)=g(0)=0, f(1)=g(1)=1$
 이므로 서로 같은 함수이다.

042 $f(x)=x^2, g(x)=-|x|$ 에서
 $f(-1)=(-1)^2=1, g(-1)=-|-1|=-1$
 즉 $f(-1) \neq g(-1)$ 이므로 서로 같은 함수가 아니다.

043 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 정의역이 서로 같고
 $f(-1)=g(-1)=2, f(0)=g(0)=3, f(1)=g(1)=4$
 이므로 서로 같은 함수이다.

044 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 정의역이 서로 같고
 $f(-1)=g(-1)=1, f(0)=g(0)=0, f(1)=g(1)=1$
 이므로 서로 같은 함수이다.

045 □: 0, 3, 3, -3

046 $f(0)=g(0)$ 에서 $b=-3$
 $f(1)=g(1)$ 에서 $a+b=-2$
 $a-3=-2 \quad \therefore a=1$

047 $f(-1)=g(-1)$ 에서 $-a+b=6$ ㉠
 $f(1)=g(1)$ 에서 $a+b=2$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=-2, b=4$

048 $f(1)=g(1)$ 에서 $a+1=2+b$
 $\therefore a-b=1$ ㉠
 $f(3)=g(3)$ 에서 $9a+1=6+b$
 $\therefore 9a-b=5$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$

049 함수의 그래프 판별 여부	함수의 그래프이다.
그 이유	정의역의 각 원소에 공역의 원소가 오직 하나씩만 대응하므로 함수의 그래프이다.

050 함수의 그래프 판별 여부	함수의 그래프가 아니다.
그 이유	정의역의 원소 2에 대응하는 공역의 원소가 없으므로 함수의 그래프가 아니다.

051	함수의 그래프 판별 여부	함수의 그래프가 아니다.
	그 이유	정의역의 원소 1에 대응하는 공역의 원소가 두 개이므로 함수의 그래프가 아니다.

052 ○ 그래프 위에 y 축에 평행한 직선인 $x=a$ ($a \in (\text{정의역})$)를 그어서 교점이 오직 1개인 그래프가 함수의 그래프이다. 교점이 오직 1개이다.

053 × 그래프 위에 y 축에 평행한 직선인 $x=a$ ($a \in (\text{정의역})$)를 그어서 교점이 오직 1개인 그래프가 함수의 그래프이다. 교점이 무수히 많다.

054 ○ 그래프 위에 y 축에 평행한 직선인 $x=a$ ($a \in (\text{정의역})$)를 그어서 교점이 오직 1개인 그래프가 함수의 그래프이다. 교점이 오직 1개이다.

055 ○ 그래프 위에 y 축에 평행한 직선인 $x=a$ ($a \in (\text{정의역})$)를 그어서 교점이 오직 1개인 그래프가 함수의 그래프이다. 교점이 오직 1개이다.

056 × 그래프 위에 y 축에 평행한 직선인 $x=a$ ($a \in (\text{정의역})$)를 그어서 교점이 오직 1개인 그래프가 함수의 그래프이다. 교점이 1개이거나 2개이다.

057 × 그래프 위에 y 축에 평행한 직선인 $x=a$ ($a \in (\text{정의역})$)를 그어서 교점이 오직 1개인 그래프가 함수의 그래프이다. 교점이 1개이거나 2개이다.

058 □: $f(x_2)$, x_2 , 일대일대응

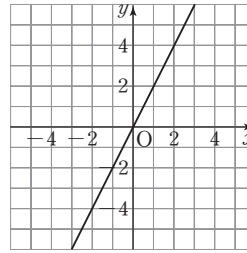
059 함수 $f(x)=x^2+1$ 은 $x_1=-1$, $x_2=1$ 일 때,
 $f(x_1)=f(-1)=2$, $f(x_2)=f(1)=2$
 즉 $x_1 \neq x_2$ 이지만 $f(x_1)=f(x_2)$ 인 두 실수 x_1, x_2 가 존재한다.
 따라서 이 함수는 일대일대응이 아니다.

060 함수 $f(x)=2$ 는 $x_1=0$, $x_2=1$ 일 때,
 $f(x_1)=f(0)=2$, $f(x_2)=f(1)=2$
 즉 $x_1 \neq x_2$ 이지만 $f(x_1)=f(x_2)$ 인 두 실수 x_1, x_2 가 존재한다.
 따라서 이 함수는 일대일대응이 아니다.

061 함수 $f(x)=x^3-1$ 은 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여
 $f(x_1)=f(x_2)$, 즉 $x_1^3-1=x_2^3-1$ 이면 $x_1=x_2$ 이다.

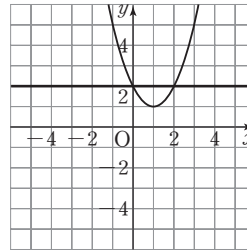
또 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합이다.
 따라서 이 함수는 일대일대응이다.

062 ○



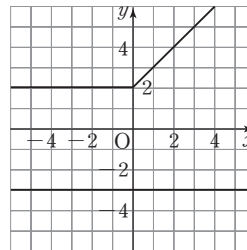
x 축에 평행한 직선을 그으면 항상 한 점에서 만나므로 일대일대응이다.

063 ×



x 축에 평행한 직선 $y=2$ 를 그으면 교점이 2개이므로 일대일대응이 아니다.

064 ×



x 축에 평행한 직선 $y=-3$ 을 그으면 교점이 없으므로 일대일대응이 아니다.

065 □: 감소, 0

066 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x < 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하므로 $x \geq 2$ 인 범위에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하여야 한다.
 $a-1 < 0 \quad \therefore a < 1$

067 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x < 1$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하므로 $x \geq 1$ 인 범위에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하여야 한다.
 $\therefore a > 0$

068 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x \geq -1$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하므로 $x < -1$ 인 범위에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하여야 한다.
 $a+2 > 0 \quad \therefore a > -2$

069 □: 2, 2, -6

070 $f(x) = -x^2 + 6x + k = -(x-3)^2 + k + 9$ 이므로
 $x \leq 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.
따라서 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면
 $f(2) = 2$ 이어야 하므로
 $-2^2 + 6 \times 2 + k = 2$
 $\therefore k = -6$

071 □: 2, 2, 5

072 $f(x) = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + k + 1$ 이므로
 $x \leq 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.
따라서 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면
 $f(0) = 2$ 이어야 하므로 $k = 2$

073 (1) □: 5, 5, 2, 3
(2) $a < 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 감소함수이고, 이 함수가 일대일대응이 되려면
 $f(-1) = 5$ 에서 $-a + b = 5$
 $f(1) = 1$ 에서 $a + b = 1$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -2, b = 3$

074 (1) $a > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 증가함수이고, 이 함수가 일대일대응이 되려면
 $f(2) = -1$ 에서 $2a + b = -1$
 $f(3) = 3$ 에서 $3a + b = 3$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 4, b = -9$
(2) $a < 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 감소함수이고, 이 함수가 일대일대응이 되려면
 $f(2) = 3$ 에서 $2a + b = 3$
 $f(3) = -1$ 에서 $3a + b = -1$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -4, b = 11$

075 $f(-1) = -1, f(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.

076 $f(-1) = 1, f(1) = 1$ 이므로 상수함수이다.

077 $f(-1) = -1, f(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.

078 □: 2, 2, 1, 1, 4

079 $g(x)$ 는 항등함수이므로 $g(2) = 2$
 $f(x)$ 는 상수함수이고 $f(3) = g(2)$ 이므로 $f(x) = 2$
 $h(x)$ 는 일대일대응이고, $h(6) = 2$ 이므로
 $h(6)h(3) = h(2)$ 를 만족시키려면
 $h(3) = 3, h(2) = 6$

$\therefore f(2) + g(6) + h(3) = 2 + 6 + 3 = 11$

080 □: 4, 4

081 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면
 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, b, c, d 의 4개,
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, b, c, d 의 4개이므로
함수의 개수는 $4 \times 4 = 4^2 = 16$

082 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면
 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개,
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개,
 $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개,
 $f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개이므로
함수의 개수는 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

083 □: 3, 2, 3, 2

084 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면
 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3, 4의 4개,
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1)$ 의 값을 제외한 3개이므로
일대일함수의 개수는 $4 \times 3 = 12$

085 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면
 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, b, c 의 3개,
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1)$ 의 값을 제외한 2개,
 $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1), f(2)$ 의 값을 제외한 1개이므로
일대일대응의 개수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

086 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면
 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3, 4의 4개,
 $f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1)$ 의 값을 제외한 3개,
 $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1), f(2)$ 의 값을 제외한 2개,
 $f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1), f(2), f(3)$ 의 값을 제외한 1개이므로
일대일대응의 개수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

087 $f(-x+2) = 2x-1$ 에서 $-x+2 = t$ 로 놓으면
 $x = -t+2$
 $f(t) = 2(-t+2) - 1 = -2t+3$
따라서 $f(x) = -2x+3$ 이고, $f(3) = -2 \times 3 + 3 = -3$

088 $f(2x-1)=x+3$ 에서 $2x-1=t$ 로 놓으면

$$x=\frac{t+1}{2}$$

$$f(t)=\frac{t+1}{2}+3=\frac{t+7}{2}$$

$$\text{따라서 } f(x)=\frac{x+7}{2} \text{ 이고, } f(5)=\frac{5+7}{2}=6$$

089 $f\left(\frac{1-2x}{3}\right)=2x+3$ 에서 $\frac{1-2x}{3}=t$ 로 놓으면

$$x=\frac{-3t+1}{2}$$

$$f(t)=2\left(\frac{-3t+1}{2}\right)+3=-3t+4$$

$$\text{따라서 } f(x)=-3x+4 \text{ 이고, } f(2)=-3 \times 2+4=-2$$

090 $f(0)=g(0)$ 에서 $b=1$

$$f(1)=g(1) \text{에서 } a+b=3 \text{이므로 } a+1=3$$

$$\therefore a=2, b=1$$

091 $f(-1)=g(-1)$ 에서 $-1=-a+b$

$$\therefore a-b=1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(1)=g(1) \text{에서 } a+b=3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a=2, b=1$$

092 $f(1)=g(1)$ 에서 $2+b=a+1$

$$\therefore a-b=1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(2)=g(2) \text{에서 } 4+b=4a-1$$

$$\therefore 4a-b=5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a=\frac{4}{3}, b=\frac{1}{3}$$

093 ㄱ, ㄷ, ㄹ

094 ㄱ, ㄷ

095 ㄱ

096 ㄴ

097 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x \geq 0$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하므로 $x < 0$ 인 범위에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하여야 한다.

$$\therefore a > 0$$

098 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x < 3$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하므로 $x \geq 3$ 인 범위에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하여야 한다.

$$a+1 < 0 \quad \therefore a < -1$$

099 $a > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 증가함수이고, 이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-2)=2 \text{에서 } -2a+b=2$$

$$f(2)=4 \text{에서 } 2a+b=4$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a=\frac{1}{2}, b=3$$

100 $a > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 증가함수이고, 이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2 \text{에서 } -\frac{1}{2}a+b=-2$$

$$f(3)=5 \text{에서 } 3a+b=5$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a=2, b=-1$$

101 $f(x)=x^2-6x+k=(x-3)^2+k-9$ 이므로

$x \geq 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.

따라서 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면

$$f(4)=1 \text{이어야 하므로 } -8+k=1$$

$$\therefore k=9$$

102 $f(x)=-x^2-4x+k=-(x+2)^2+k+4$ 이므로

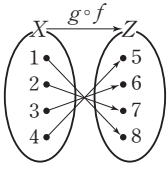
$x \geq -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값은 감소한다.

따라서 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면

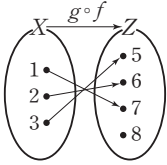
$$f(-1)=5 \text{이어야 하므로 } k+3=5$$

$$\therefore k=2$$

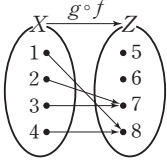
103



104



105



106 □: $3x, 6x$

$$\begin{aligned} 107 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x+1) \\ &= 3(2x+1) - 2 = 6x+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 108 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x+1) \\ &= 3(2x+1)^2 = 12x^2 + 12x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 109 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(x-3) \\ &= 2(x-3)^2 + 1 = 2x^2 - 12x + 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 110 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(3x^2-1) \\ &= 2(3x^2-1) + 5 = 6x^2 + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 111 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(-x+3) \\ &= (-x+3)^2 - 4 = x^2 - 6x + 5 \end{aligned}$$

112 □: $-5, -5, -13$

$$\begin{aligned} 113 \quad g(-2) &= 3 \times (-2) + 2 = -4 \text{이므로} \\ (f \circ g)(-2) &= f(g(-2)) = f(-4) \\ &= 2 \times (-4) - 3 = -11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 114 \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = -4 \text{이므로} \\ (g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right) &= g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = g(-4) \\ &= 3 \times (-4) + 2 = -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 115 \quad h(2) &= 2^2 - 1 = 3 \text{이므로} \\ (f \circ h)(2) &= f(h(2)) = f(3) \\ &= 2 \times 3 - 3 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 116 \quad h(-1) &= (-1)^2 - 1 = 0 \text{이므로} \\ (g \circ h)(-1) &= g(h(-1)) = g(0) \\ &= 3 \times 0 + 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 117 \quad f(2) &= 2 \times 2 - 3 = 1 \text{이므로} \\ (h \circ f)(2) &= h(f(2)) = h(1) \\ &= 1^2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 118 \quad g\left(\frac{1}{3}\right) &= 3 \times \frac{1}{3} + 2 = 3 \text{이므로} \\ (h \circ g)\left(\frac{1}{3}\right) &= h\left(g\left(\frac{1}{3}\right)\right) = h(3) \\ &= 3^2 - 1 = 8 \end{aligned}$$

119 □: 무리수, 4, 4, 2, 4

$$\begin{aligned} 120 \quad \sqrt{3} \text{은 무리수이므로 } f(\sqrt{3}) &= 2 \times (\sqrt{3})^2 = 6 \\ \therefore (f \circ f)(\sqrt{3}) &= f(f(\sqrt{3})) \\ &= f(6) \\ &= 4 \quad (\because 6 \text{은 유리수}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 121 \quad (f \circ f)(3) &= f(f(3)) \\ &= f(4) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 122 \quad (f \circ f \circ f)(10) &= f(f(f(10))) \\ &= f(f(5)) \\ &= f(6) \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 123 \quad f(2) &= 2 - 4 = -2 \text{이므로} \\ (f \circ f)(2) &= f(f(2)) \\ &= f(-2) \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 124 \quad (f \circ f \circ f)(5) &= f(f(f(5))) \\ &= f(f(1)) \\ &= f(3) \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 125 \quad (f \circ f \circ f \circ f)(-1) &= f(f(f(f(-1)))) \\ &= f(f(f(3))) \\ &= f(f(-1)) \\ &= f(3) \\ &= -1 \end{aligned}$$

126 □: $x^2 - 1, 3x^2 - 1$

$$\begin{aligned}
 127 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(3x+2) \\
 &= (3x+2)^2 - 1 \\
 &= 9x^2 + 12x + 3
 \end{aligned}$$

128 126, 127에 의해 $f \circ g \neq g \circ f$ 이다.

$$\begin{aligned}
 129 \quad (h \circ g)(x) &= h(g(x)) = h(x^2+1) \\
 &= (x^2+1) - 2 = x^2 - 1 \\
 \therefore ((h \circ g) \circ f)(x) &= (h \circ g)(f(x)) \\
 &= (h \circ g)(x+3) \\
 &= (x+3)^2 - 1 \\
 &= x^2 + 6x + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 130 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(x+3) \\
 &= (x+3)^2 + 1 = x^2 + 6x + 10 \\
 \therefore (h \circ (g \circ f))(x) &= h((g \circ f)(x)) \\
 &= h(x^2 + 6x + 10) \\
 &= (x^2 + 6x + 10) - 2 \\
 &= x^2 + 6x + 8
 \end{aligned}$$

131 129, 130에 의해 $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$ 이다.

$$132 \quad \square: 3x+k, 2x, 0$$

$$\begin{aligned}
 133 \quad (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(-x+k) \\
 &= 3(-x+k) + 1 \\
 &= -3x + 3k + 1 \\
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(3x+1) \\
 &= -(3x+1) + k \\
 &= -3x + k - 1 \\
 f \circ g &= g \circ f \text{ 이므로 } 3k+1 = k-1 \\
 \therefore k &= -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 134 \quad (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(-x+3) \\
 &= 2(-x+3) + k \\
 &= -2x + k + 6 \\
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x+k) \\
 &= -(2x+k) + 3 \\
 &= -2x - k + 3 \\
 f \circ g &= g \circ f \text{ 이므로 } k+6 = -k+3 \\
 \therefore k &= -\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 135 \quad (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f\left(\frac{2}{3}x+1\right) \\
 &= k\left(\frac{2}{3}x+1\right) - 3 \\
 &= \frac{2}{3}kx + k - 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(kx-3) \\
 &= \frac{2}{3}(kx-3) + 1 \\
 &= \frac{2}{3}kx - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f \circ g &= g \circ f \text{ 이므로 } k-3 = -1 \\
 \therefore k &= 2
 \end{aligned}$$

$$136 \quad \square: h(x), 2x-5$$

$$\begin{aligned}
 137 \quad f(h(x)) &= g(x) \text{ 이므로} \\
 2h(x) - 1 &= -x + 3 \\
 \therefore h(x) &= -\frac{1}{2}x + 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 138 \quad f(h(x)) &= g(x) \text{ 이므로} \\
 h(x) - 3 &= -3x + 1 \\
 \therefore h(x) &= -3x + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 139 \quad f(h(x)) &= g(x) \text{ 이므로} \\
 \frac{1}{2}h(x) + 1 &= 2x + 3 \\
 \therefore h(x) &= 4x + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 140 \quad f(h(x)) &= g(x) \text{ 이므로} \\
 -h(x) + 5 &= 2x - 3 \\
 \therefore h(x) &= -2x + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 141 \quad f(h(x)) &= g(x) \text{ 이므로} \\
 3h(x) + 2 &= x^2 - 3x + 2 \\
 \therefore h(x) &= \frac{1}{3}x^2 - x
 \end{aligned}$$

$$142 \quad \square: t, 2$$

$$\begin{aligned}
 143 \quad h(f(x)) &= g(x) \text{ 이므로 } h(x-3) = -3x+1 \\
 x-3 &= t \text{ 로 놓으면 } x = t+3 \\
 h(t) &= -3(t+3) + 1 = -3t-8 \\
 \therefore h(x) &= -3x-8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 144 \quad h(f(x)) &= g(x) \text{ 이므로 } h(2x+3) = 4x-5 \\
 2x+3 &= t \text{ 로 놓으면 } x = \frac{t-3}{2} \\
 h(t) &= 4\left(\frac{t-3}{2}\right) - 5 = 2t-11 \\
 \therefore h(x) &= 2x-11
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 145 \quad h(f(x)) &= g(x) \text{ 이므로 } h(3x+2) = 6x-3 \\
 3x+2 &= t \text{ 로 놓으면 } x = \frac{t-2}{3}
 \end{aligned}$$

$$h(t) = 6\left(\frac{t-2}{3}\right) - 3 = 2t - 7$$

$$\therefore h(x) = 2x - 7$$

$$146 \quad h(f(x)) = g(x) \text{ 이므로 } h\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = 2x + 3$$

$$\frac{1}{2}x + 1 = t \text{로 놓으면 } x = 2t - 2$$

$$h(t) = 2(2t - 2) + 3 = 4t - 1$$

$$\therefore h(x) = 4x - 1$$

$$147 \quad \square: 3, 3, 1$$

$$148 \quad f^1(1) = 2, f^2(1) = 3, f^3(1) = 1, \\ f^4(1) = 2, f^5(1) = 3, f^6(1) = 1, \dots \text{이므로} \\ f^{3n}(1) = 1$$

$$149 \quad f^{3n+2}(1) = f^2(f^{3n}(1)) = f^2(1) = 3 \\ \therefore f^{20}(1) = f^{3 \times 6 + 2}(1) = 3$$

$$150 \quad f^2(2) = f(f(2)) = f(4) = 3 \\ f^4(2) = f^3(4) = f^2(3) = f(1) = 2$$

$$151 \quad f^1(2) = 4, f^2(2) = 3, f^3(2) = 1, f^4(2) = 2 \\ f^5(2) = 4, f^6(2) = 3, f^7(2) = 1, f^8(2) = 2, \dots \text{이므로} \\ f^{4n}(2) = 2$$

$$152 \quad f^{4n+3}(2) = f^3(f^{4n}(2)) = f^3(2) = 1 \\ \therefore f^{31}(2) = f^{4 \times 7 + 3}(2) = 1$$

$$153 \quad \square: x + 4, x + 6$$

$$154 \quad f^1(x) = x + 2 = x + 2 \times 1 \\ f^2(x) = x + 4 = x + 2 \times 2, \\ f^3(x) = x + 6 = x + 2 \times 3, \dots \text{이므로} \\ f^n(x) = x + 2n$$

$$155 \quad f^{100}(3) = 3 + 2 \times 100 = 203$$

참고

$$f(x) = x + a \text{ 일 때 } (f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)(x) = x + an$$

$$156 \quad f^2(x) = f(f(x)) = f(3x) = 3^2x \\ f^3(x) = f(f^2(x)) = f(3^2x) = 3^3x$$

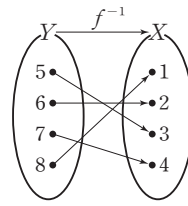
$$157 \quad f^1(x) = 3x, f^2(x) = 3^2x, f^3(x) = 3^3x, \dots \text{이므로} \\ f^n(x) = 3^n x$$

$$158 \quad f^{10}(1) = 3^{10} \times 1 = 3^{10}$$

참고

$$f(x) = kx \text{ 일 때 } (f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)(x) = k^n x$$

159



$$160 \quad f^{-1}(5) = 3$$

$$161 \quad f^{-1}(6) = 2$$

$$162 \quad f^{-1}(7) = 4$$

$$163 \quad f^{-1}(8) = 1$$

$$164 \quad \square: 1, 1, 2$$

$$165 \quad f^{-1}(3) = k \text{ 이므로 } f(k) = 3 \\ 2k - 3 = 3, 2k = 6 \quad \therefore k = 3$$

$$166 \quad f^{-1}(k) = 1 \text{ 이므로 } f(1) = k \\ \therefore k = 2 \times 1 - 3 = -1$$

$$167 \quad f^{-1}(k) = 3 \text{ 이므로 } f(3) = k \\ \therefore k = 2 \times 3 - 3 = 3$$

$$168 \quad f^{-1}(5) = k - 1 \text{ 이므로 } f(k - 1) = 5 \\ 2(k - 1) - 3 = 5, 2k - 5 = 5 \quad \therefore k = 5$$

$$169 \quad f^{-1}(3 - k) = 2 \text{ 이므로 } f(2) = 3 - k \\ 2 \times 2 - 3 = 3 - k \quad \therefore k = 2$$

$$170 \quad g(1) = f^{-1}(1), g(5) = f^{-1}(5) \text{ 이므로} \\ f^{-1}(1) = k \text{로 놓으면 } f(k) = 1 \\ 2k - 1 = 1, k = 1 \quad \therefore g(1) = 1 \\ f^{-1}(5) = l \text{로 놓으면 } f(l) = 5 \\ 2l - 1 = 5, l = 3 \quad \therefore g(5) = 3 \\ \therefore g(1) + g(5) = 1 + 3 = 4$$

$$171 \quad g(4) = f^{-1}(4), g(6) = f^{-1}(6) \text{ 이므로} \\ f^{-1}(4) = k \text{로 놓으면 } f(k) = 4$$

$$-\frac{1}{2}k + 5 = 4, k = 2 \quad \therefore g(4) = 2$$

$$f^{-1}(6)=l \text{로 놓으면 } f(l)=6$$

$$-\frac{1}{2}l+5=6, l=-2 \quad \therefore g(6)=-2$$

$$\therefore g(4)+g(6)=2+(-2)=0$$

172 $g(-2)=f^{-1}(-2), g(7)=f^{-1}(7)$ 이므로
 $f^{-1}(-2)=k$ 로 놓으면 $f(k)=-2$
 $-3k+1=-2, k=1 \quad \therefore g(-2)=1$
 $f^{-1}(7)=l$ 로 놓으면 $f(l)=7$
 $-3l+1=7, l=-2 \quad \therefore g(7)=-2$
 $\therefore g(-2)+g(7)=1+(-2)=-1$

173 □: 2, 2, 2

174 $f^{-1}(-5)=1$ 에서 $f(1)=-5$ 이므로
 $a-4=-5 \quad \therefore a=-1$

175 $f^{-1}(-2)=4$ 에서 $f(4)=-2$ 이므로
 $4a-4=-2 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

176 □: 2, 4, 4, 1, 1

177 $g(2)=1$ 에서 $f(1)=2$ 이므로 $a+b=2$ ㉠
 $g(8)=-1$ 에서 $f(-1)=8$ 이므로 $-a+b=8$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=-3, b=5$

178 $g(4)=2$ 에서 $f(2)=4$ 이므로 $2a+b=4$ ㉠
 $g\left(\frac{9}{2}\right)=3$ 에서 $f(3)=\frac{9}{2}$ 이므로 $3a+b=\frac{9}{2}$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=\frac{1}{2}, b=3$

179 □: $k, 1, 1$

180 $(f^{-1} \circ g)(4)=f^{-1}(g(4))=k$ 로 놓으면
 $f(k)=g(4)$ 이므로 $2k-3=3$
 $\therefore k=3$

181 $g^{-1}(2)=k$ 로 놓으면 $g(k)=2$ 이므로
 $-k+3=2 \quad \therefore k=1$
 $\therefore (f \circ g^{-1})(2)=f(g^{-1}(2))=f(1)=1$

182 $g^{-1}(4)=k$ 로 놓으면 $g(k)=4$ 이므로
 $\frac{1}{2}k+1=4 \quad \therefore k=6$
 $\therefore (f \circ g^{-1})(4)=f(g^{-1}(4))=f(6)=9$

183 □: $a, a+1, 3, 2$

184 $f^{-1}(a)=k$ 로 놓으면 $f(k)=a$ 이므로
 $k-1=a$ 에서 $k=a+1$
 $(g \circ f^{-1})(a)=g(f^{-1}(a))=g(a+1)$
 $=2(a+1)-3=2a-1$
 따라서 $2a-1=5$ 이므로 $a=3$

185 $g^{-1}(a)=k$ 로 놓으면 $g(k)=a$ 이므로
 $2k-3=a$ 에서 $k=\frac{a+3}{2}$

$$(f \circ g^{-1})(a)=f(g^{-1}(a))=f\left(\frac{a+3}{2}\right)$$

$$=\frac{a+3}{2}-1=\frac{a+1}{2}$$

따라서 $\frac{a+1}{2}=-3$ 이므로 $a+1=-6 \quad \therefore a=-7$

186 □: $-a+2, 4, 1$

187 $g^{-1}(a)=k$ 로 놓으면 $g(k)=a$ 이므로
 $-k+2=a$ 에서 $k=-a+2$
 $(f \circ g^{-1})(a)=f(g^{-1}(a))=f(-a+2)$
 $=3(-a+2)+1=-3a+7$
 따라서 $-3a+7=1$ 이므로 $a=2$

188 $f^{-1}(a)=k$ 로 놓으면 $f(k)=a$ 이므로
 $3k+1=a$ 에서 $k=\frac{a-1}{3}$
 $(g \circ f^{-1})(a)=g(f^{-1}(a))=g\left(\frac{a-1}{3}\right)$
 $=-\frac{a-1}{3}+2=\frac{-a+7}{3}$
 따라서 $\frac{-a+7}{3}=-2$ 이므로 $-a+7=-6$
 $\therefore a=13$

189 □: $-x+b, -3x+5, 3, 2$

190 $f(x)=3x-1, g(x)=-x+2$ 이므로
 $(g^{-1} \circ f)(2)=g^{-1}(f(2))=g^{-1}(5)$
 $g^{-1}(5)=k$ 라 하면 $g(k)=5$ 에서
 $-k+2=5 \quad \therefore k=-3$
 즉 $(g^{-1} \circ f)(2)=g^{-1}(5)=-3$

191 $(f^{-1} \circ g)(-1)=f^{-1}(g(-1))=f^{-1}(3)$ 이므로
 $f^{-1}(3)=k$ 라 하면 $f(k)=3$ 에서
 $3k-1=3 \quad \therefore k=\frac{4}{3}$
 즉 $(f^{-1} \circ g)(-1)=f^{-1}(3)=\frac{4}{3}$

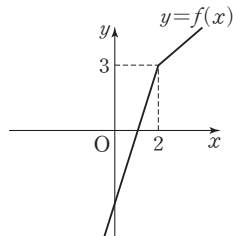
192 □: $-x+5, 1, -3, -1, 2$

193 $g(x) = -x+2$ 이므로 $g^{-1}(3) = k$ 라 하면
 $g(k) = 3$ 에서 $-k+2=3 \quad \therefore k=-1$
 $\therefore g^{-1}(3) = -1$

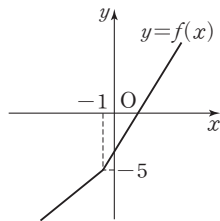
194 $(g^{-1} \circ f)(4) = g^{-1}(f(4)) = g^{-1}(1)$ 이므로
 $g^{-1}(1) = k$ 라 하면 $g(k) = 1$ 에서
 $-k+2=1 \quad \therefore k=1$
 즉 $(g^{-1} \circ f)(4) = g^{-1}(1) = 1$

195 $(f^{-1} \circ g)(-6) = f^{-1}(g(-6)) = f^{-1}(8)$ 이므로
 $f^{-1}(8) = k$ 라 하면 $f(k) = 8$ 에서
 $-k+5=8 \quad \therefore k=-3$
 즉 $(f^{-1} \circ g)(-6) = f^{-1}(8) = -3$

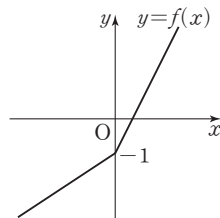
196 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로
 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.
 즉 직선 $y=3x+a$ 가 점 $(2, 3)$ 을 지나야 하므로
 $3 \times 2 + a = 3$
 $\therefore a = -3$



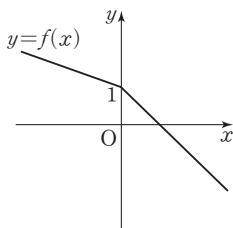
197 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로
 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.
 즉 직선 $y=x+a$ 의 그래프가 점 $(-1, -5)$ 를 지나야 하므로
 $-1+a=-5$
 $\therefore a=-4$



198 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로
 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.
 즉 $x < 0$ 에서의 직선의 기울기도 양수이어야 하므로
 $1-2a > 0 \quad \therefore a < \frac{1}{2}$



199 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로
 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.
 즉 $x < 0$ 에서의 직선의 기울기도 음수이어야 하므로
 $a^2-1 < 0, (a+1)(a-1) < 0$
 $\therefore -1 < a < 1$



200 □: $-1, -1, 1, 1, 3$

201 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이 같아야 한다. 이때 $f(x)$ 가 증가함수이므로
 $f(2) = a$ 에서 $a = 3 \times 2 - 4 = 2$
 $f(5) = b$ 에서 $b = 3 \times 5 - 4 = 11$

202 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이 같아야 한다. 이때 $f(x)$ 가 감소함수이므로
 $f(3) = a$ 에서 $a = -3 + 3 = 0$
 $f(-1) = b$ 에서 $b = -(-1) + 3 = 4$

203 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이 같아야 한다. 이때 $f(x)$ 가 감소함수이므로
 $f(a) = 9$ 에서 $-2a-1=9$
 $\therefore a=-5$
 $f(b) = 1$ 에서 $-2b-1=1$
 $\therefore b=-1$

204 □: $1, \frac{5}{2}$

205 $f(x) = x^2 - 3x - 5 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{29}{4}$

$y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같

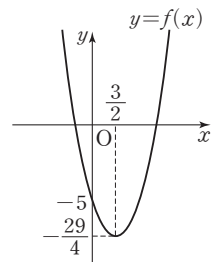
으므로 정의역이 $x \geq \frac{3}{2}$ 일 때 함수 $f(x)$

의 역함수가 존재한다. $\therefore k \geq \frac{3}{2}$

또 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이 같아야 한다.

이때 $f(k) = k$ 에서 $k^2 - 3k - 5 = k, k^2 - 4k - 5 = 0$

$(k+1)(k-5) = 0 \quad \therefore k=5 \left(\because k \geq \frac{3}{2} \right)$



206 $f(x) = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)^2 - 4$

$y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같으

므로 정의역이 $x \geq -1$ 일 때 함수 $f(x)$

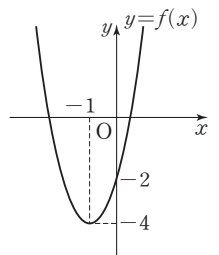
의 역함수가 존재한다. $\therefore k \geq -1$

또 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이 같아야 한다.

이때 $f(k) = k$ 에서 $2k^2 + 4k - 2 = k,$

$2k^2 + 3k - 2 = 0$

$(2k-1)(k+2) = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{2} \left(\because k \geq -1 \right)$



207 □: $1, 1, 2, 2, 3$

208 $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(3) = (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(3)$
 $= (f \circ g^{-1})(3)$
 $= f(g^{-1}(3))$

$$g^{-1}(3)=k \text{로 놓으면}$$

$$g(k)=3 \text{에서 } 2k-3=3 \quad \therefore k=3$$

따라서 구하는 함수값은 $f(3)=10$

$$\begin{aligned} 209 \quad (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1) \\ &= (g^{-1} \circ f)(1) \\ &= g^{-1}(f(1)) \\ &= g^{-1}(3) \end{aligned}$$

$$g^{-1}(3)=k \text{로 놓으면}$$

$$g(k)=3 \text{에서 } k-3=3 \quad \therefore k=6$$

따라서 구하는 함수값은 6

$$\begin{aligned} 210 \quad (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(2) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2) \\ &= (g^{-1} \circ f)(2) \\ &= g^{-1}(f(2)) \\ &= g^{-1}(5) \end{aligned}$$

$$g^{-1}(5)=k \text{로 놓으면}$$

$$g(k)=5 \text{에서 } k+3=5 \quad \therefore k=2$$

따라서 구하는 함수값은 2

$$211 \quad \square: g, 3$$

$$\begin{aligned} 212 \quad (f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(-1) &= (g \circ g^{-1} \circ f)(-1) \\ &= f(-1) \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 213 \quad (g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(2) &= (g \circ g \circ g^{-1})(2) \\ &= g(2) \end{aligned}$$

$$g(2)=k, \text{ 즉 } f^{-1}(2)=k \text{로 놓으면}$$

$$f(k)=2, 2k-1=2 \quad \therefore k=\frac{3}{2}$$

따라서 구하는 함수값은 $\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} 214 \quad (g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(-1) &= (g \circ g \circ g^{-1})(-1) \\ &= g(-1) \end{aligned}$$

$$g(-1)=k, \text{ 즉 } f^{-1}(-1)=k \text{로 놓으면}$$

$$f(k)=-1, 2k-1=-1 \quad \therefore k=0$$

따라서 구하는 함수값은 0

$$\begin{aligned} 215 \quad (g^{-1} \circ f^{-1} \circ g)(1) &= (g^{-1} \circ g \circ g)(1) \\ &= g(1) \end{aligned}$$

$$g(1)=k, \text{ 즉 } f^{-1}(1)=k \text{로 놓으면}$$

$$f(k)=1, 2k-1=1 \quad \therefore k=1$$

따라서 구하는 함수값은 1

$$216 \quad \square: 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$$

다른 풀이

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } x=3y+1$$

$$y \text{에 대하여 정리하면 } 3y=x-1$$

$$\therefore y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$$

$$217 \quad y=-2x-6 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$2x=-y-6, x=-\frac{1}{2}y-3$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 구하는 역함수는}$$

$$y=-\frac{1}{2}x-3$$

$$218 \quad y=\frac{1}{2}x-3 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$\frac{1}{2}x=y+3, x=2y+6$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 구하는 역함수는}$$

$$y=2x+6$$

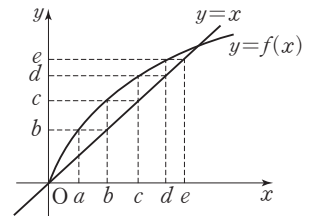
$$219 \quad 5x-y-10=0 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$5x=y+10, x=\frac{1}{5}y+2$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 구하는 역함수는}$$

$$y=\frac{1}{5}x+2$$

$$\begin{aligned} 220 \quad (f \circ f)(a) &= f(f(a)) \\ &= f(b) \\ &= c \end{aligned}$$



$$221 \quad f(a)=b \text{이므로 } f^{-1}(b)=a$$

$$\begin{aligned} 222 \quad (f^{-1} \circ f^{-1})(c) &= f^{-1}(f^{-1}(c)) \\ &= f^{-1}(b) \quad (\because f(b)=c \text{에서 } f^{-1}(c)=b) \\ &= a \end{aligned}$$

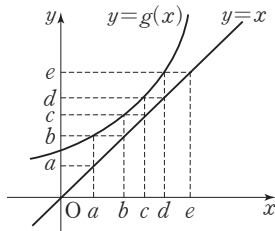
$$\begin{aligned} 223 \quad (f^{-1} \circ f^{-1})(d) &= f^{-1}(f^{-1}(d)) \\ &= f^{-1}(c) \quad (\because f(c)=d \text{에서 } f^{-1}(d)=c) \\ &= b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 224 \quad (f \circ f)^{-1}(e) &= (f^{-1} \circ f^{-1})(e) \\ &= f^{-1}(f^{-1}(e)) \\ &= f^{-1}(d) \quad (\because f(d)=e \text{에서 } f^{-1}(e)=d) \\ &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 225 \quad (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d) &= f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(d))) \\
 &= f^{-1}(f^{-1}(c)) \\
 &= f^{-1}(b) \\
 &= a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 226 \quad (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(e) &= f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(e))) \\
 &= f^{-1}(f^{-1}(d)) \\
 &= f^{-1}(c) \\
 &= b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 227 \quad (g \circ g)(a) &= g(g(a)) \\
 &= g(b) \\
 &= c
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 228 \quad (f \circ f)(c) &= (g^{-1} \circ g^{-1})(c) \\
 &= g^{-1}(g^{-1}(c)) \\
 &= g^{-1}(b) \quad (\because g(b)=c \text{에서 } g^{-1}(c)=b) \\
 &= a \quad (\because g(a)=b \text{에서 } g^{-1}(b)=a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 229 \quad (f \circ g \circ f)(c) &= (g^{-1} \circ g \circ g^{-1})(c) \\
 &= g^{-1}(c) \quad (\because g^{-1} \circ g = I, \text{ 즉 항등함수}) \\
 &= b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 230 \quad (f \circ f \circ g)(d) &= (g^{-1} \circ g^{-1} \circ g)(d) \\
 &= g^{-1}(d) \\
 &= c \quad (\because g(c)=d \text{에서 } g^{-1}(d)=c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 231 \quad (g \circ f \circ f)(e) &= (g \circ g^{-1} \circ g^{-1})(e) \\
 &= g^{-1}(e) \\
 &= d \quad (\because g(d)=e \text{에서 } g^{-1}(e)=d)
 \end{aligned}$$

$$232 \quad \square: x, 6, 6, 6$$

$$\begin{aligned}
 233 \quad &\text{함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 그 역함수 } y=f^{-1}(x) \text{의 그래프의 교} \\
 &\text{점은 함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 직선 } y=x \text{의 교점과 같으므로} \\
 &-2x+1=x \text{에서 } x=\frac{1}{3} \\
 &\text{따라서 구하는 교점의 좌표는 } \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 234 \quad &\text{함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 그 역함수 } y=f^{-1}(x) \text{의 그래프의 교} \\
 &\text{점은 함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 직선 } y=x \text{의 교점과 같으므로} \\
 &3x-5=x \text{에서 } x=\frac{5}{2} \\
 &\text{따라서 구하는 교점의 좌표는 } \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 235 \quad &\text{함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 그 역함수 } y=f^{-1}(x) \text{의 그래프의 교} \\
 &\text{점은 함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 직선 } y=x \text{의 교점과 같으므로} \\
 &x^2-4x=x \text{에서 } x^2-5x=0 \\
 &x(x-5)=0 \quad \therefore x=5 \quad (\because x \geq 2) \\
 &\text{따라서 구하는 교점의 좌표는 } (5, 5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 236 \quad &\text{함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 그 역함수 } y=f^{-1}(x) \text{의 그래프의 교} \\
 &\text{점은 함수 } y=f(x) \text{의 그래프와 직선 } y=x \text{의 교점과 같으므로} \\
 &x^2+2x-12=x \text{에서 } x^2+x-12=0 \\
 &(x+4)(x-3)=0 \quad \therefore x=3 \quad (\because x \geq -1) \\
 &\text{따라서 구하는 교점의 좌표는 } (3, 3)
 \end{aligned}$$

$$237 \quad \square: 1, 3, 3, 1, 2$$

$$\begin{aligned}
 238 \quad &\text{함수 } y=f^{-1}(x) \text{의 그래프가 두 점 } P(-2, 2), Q(2, 4) \text{를 지나} \\
 &\text{므로 } f^{-1}(-2)=2, f^{-1}(2)=4 \\
 &\text{즉 } f(2)=-2, f(4)=2 \text{이므로} \\
 &2a+b=-2, 4a+b=2 \\
 &\text{두 식을 연립하여 풀면} \\
 &a=2, b=-6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 239 \quad &\text{함수 } y=f^{-1}(x) \text{의 그래프가 두 점 } P(-2, 3), Q(4, -1) \text{을 지} \\
 &\text{나므로 } f^{-1}(-2)=3, f^{-1}(4)=-1 \\
 &\text{즉 } f(3)=-2, f(-1)=4 \text{이므로} \\
 &3a+b=-2, -a+b=4 \\
 &\text{두 식을 연립하여 풀면} \\
 &a=-\frac{3}{2}, b=\frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 240 \quad &\text{함수 } y=f^{-1}(x) \text{의 그래프가 두 점 } P\left(2, -\frac{1}{2}\right), Q(-1, 1) \text{을 지} \\
 &\text{나므로 } f^{-1}(2)=-\frac{1}{2}, f^{-1}(-1)=1 \\
 &\text{즉 } f\left(-\frac{1}{2}\right)=2, f(1)=-1 \text{이므로} \\
 &-\frac{1}{2}a+b=2, a+b=-1 \\
 &\text{두 식을 연립하여 풀면} \\
 &a=-2, b=1
 \end{aligned}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

159쪽 ~ 160쪽

$$\begin{aligned}
 241 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g\left(\frac{1}{2}x+4\right) \\
 &= 2\left(\frac{1}{2}x+4\right)-3 = x+5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 242 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x^2-1) \\
 &= 3(2x^2-1)-2 = 6x^2-5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 243 \quad (g \circ f)(1) + (f \circ g)(1) &= g(f(1)) + f(g(1)) \\ &= g(2) + f(3) \\ &= 6 + 8 = 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 244 \quad (f \circ g \circ h)(2) - (g \circ h \circ f)(1) \\ &= (f \circ g)(h(2)) - (g \circ h)(f(1)) \\ &= (f \circ g)(2) - (g \circ h)(2) \\ &= f(g(2)) - g(h(2)) \\ &= f(6) - g(2) \\ &= 17 - 6 = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 245 \quad (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(3x+1) \\ &= 2(3x+1) + k \\ &= 6x + k + 2 \\ (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x+k) \\ &= 3(2x+k) + 1 \\ &= 6x + 3k + 1 \\ f \circ g &= g \circ f \text{ 이므로} \\ k + 2 &= 3k + 1 \\ \therefore k &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 246 \quad f(h(x)) &= g(x) \text{ 이므로} \\ \frac{1}{3}h(x) + 2 &= 2x - 3 \\ \therefore h(x) &= 6x - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 247 \quad h(f(x)) &= g(x) \text{ 이므로 } h(2x+3) = 2x-1 \\ 2x+3=t \text{로 놓으면 } x &= \frac{t-3}{2} \\ h(t) &= 2\left(\frac{t-3}{2}\right) - 1 = t-4 \\ \therefore h(x) &= x-4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 248 \quad f(2)=1 \text{에서 } 2a+b &= 1 \quad \dots\dots \textcircled{1} \\ g(4)=3 \text{에서 } f(3)=4 \quad \therefore 3a+b &= 4 \quad \dots\dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면} \\ a=3, b &= -5 \end{aligned}$$

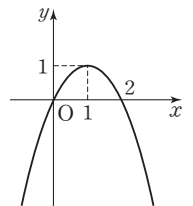
$$\begin{aligned} 249 \quad \text{함수 } f \text{의 역함수가 함수 } g \text{이므로 } f^{-1} &= g \\ g(-1) &= f^{-1}(-1), g(0) = f^{-1}(0) \\ f^{-1}(-1) &= k \text{로 놓으면 } f(k) = -1 \text{이므로} \\ \frac{1}{3}k - 2 &= -1, k=3 \quad \therefore g(-1) = 3 \\ f^{-1}(0) &= l \text{로 놓으면 } f(l) = 0 \text{이므로} \\ \frac{1}{3}l - 2 &= 0, l=6 \quad \therefore g(0) = 6 \\ \therefore g(-1) + g(0) &= 3 + 6 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 250 \quad (f^{-1} \circ g)(2) &= f^{-1}(g(2)) = f^{-1}\left(\frac{11}{2}\right) \\ f^{-1}\left(\frac{11}{2}\right) &= k \text{로 놓으면 } f(k) = \frac{11}{2} \text{이므로} \\ 2k+3 &= \frac{11}{2} \\ \therefore k &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 251 \quad f^{-1}(a) &= k \text{로 놓으면 } f(k) = a \\ 2k+5 &= a, k = \frac{a-5}{2} \quad \therefore f^{-1}(a) = \frac{a-5}{2} \\ (g \circ f^{-1})(a) &= g(f^{-1}(a)) = g\left(\frac{a-5}{2}\right) \\ &= 3\left(\frac{a-5}{2}\right) - 3 = \frac{3}{2}a - \frac{21}{2} \\ \text{따라서 } \frac{3}{2}a - \frac{21}{2} &= 3 \text{이므로 } a = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 252 \quad \text{함수 } f(x) &= \frac{1}{2}x + 3 \text{은 일대일대응이므로 치역과 공역이 같아야} \\ \text{한다. 이때 } f(x) &\text{가 증가함수이므로} \\ f(-2) &= a \text{에서 } a = -1 + 3 = 2 \\ f(4) &= b \text{에서 } b = 2 + 3 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 253 \quad f(x) &= -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1 \\ y=f(x) \text{의 그래프가 오른쪽 그림과 같으} \\ \text{므로 정의역이 } x \leq 1 \text{일 때 함수 } f(x) \text{의 역} \\ \text{함수가 존재한다.} \\ \therefore 0 < k \leq 1 \quad (\because k > 0) \\ \text{또 함수 } f(x) \text{는 일대일대응이어야 하므로} \\ \text{치역과 공역이 같아야 한다.} \\ \text{이때 } f(k) &= k \text{에서} \\ -k^2 + 2k &= k, k^2 - k = 0 \\ k(k-1) &= 0 \quad \therefore k = 1 \quad (\because 0 < k \leq 1) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 254 \quad y &= 3x - \frac{1}{2} \text{을 } x \text{에 대하여 풀면} \\ 3x &= y + \frac{1}{2}, x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{6} \\ x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y &= \frac{1}{3}x + \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 255 \quad \frac{1}{2}x - 3y + 2 &= 0 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면} \\ \frac{1}{2}x &= 3y - 2, x = 6y - 4 \\ x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y &= 6x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 256 \quad (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(1) \\ &= (f \circ g^{-1})(1) \\ &= f(g^{-1}(1)) \end{aligned}$$

$$g^{-1}(1)=k \text{로 놓으면}$$

$$g(k)=1 \text{이므로 } -k+1=1 \quad \therefore k=0$$

따라서 구하는 함숫값은

$$f(g^{-1}(1))=f(0)=3$$

257 $(g \circ f)(x)=x$ 에서 g 는 f 의 역함수, 즉 $g^{-1}=f$ 이므로

$$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2)=(f^{-1} \circ f \circ f)(2)$$

$$=f(2)$$

$$=1$$

258 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 함수 $f(x)$ 의 역함수는 $g(x)$ 이다.

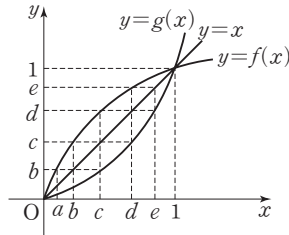
즉 $f^{-1}=g$ 이므로

$$(f^{-1} \circ g)(d)=(g \circ g)(d)$$

$$=g(g(d))$$

$$=g(c)$$

$$=b$$



3 유리식과 유리함수

161쪽 ~ 175쪽

259 분수

260 다항

261 분수

262 다항

$$\mathbf{263} \quad \frac{3a^2}{2b}$$

$$\mathbf{264} \quad \frac{x^3-1}{x^2+x+1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1} \\ = x-1$$

$$\mathbf{265} \quad \frac{x^2+x-6}{2x^2-3x-2} = \frac{(x+3)(x-2)}{(2x+1)(x-2)} \\ = \frac{x+3}{2x+1}$$

$$\mathbf{266} \quad \frac{4b}{12a^3b^2}, \frac{3a^2}{12a^3b^2}$$

$$\mathbf{267} \quad \frac{x-1}{x^2-2x} = \frac{x-1}{x(x-2)} \text{이므로 분모를 } x(x-2) \text{로 통분하면} \\ \frac{x-1}{x(x-2)}, \frac{2x}{x(x-2)}$$

268 주어진 두 유리식의 분모를 각각 인수분해하면

$$x^2+xy-2y^2=(x-y)(x+2y)$$

$$2x^2+7xy+6y^2=(x+2y)(2x+3y)$$

따라서 분모를 $(x-y)(x+2y)(2x+3y)$ 로 통분하면

$$\frac{(2x+3y)^2}{(x-y)(x+2y)(2x+3y)}, \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+2y)(2x+3y)}$$

269 □: $x-1, 1$

$$\mathbf{270} \quad \frac{3}{x+1} - 2 = \frac{3-2(x+1)}{x+1} \\ = \frac{-2x+1}{x+1}$$

$$\mathbf{271} \quad \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{2(x-2)+x+2}{(x+2)(x-2)} \\ = \frac{3x-2}{(x+2)(x-2)}$$

$$\begin{aligned}
 272 \quad \frac{x+2}{x-1} - \frac{x-1}{x+2} &= \frac{(x+2)^2 - (x-1)^2}{(x-1)(x+2)} \\
 &= \frac{x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 2x + 1)}{(x-1)(x+2)} \\
 &= \frac{6x+3}{(x-1)(x+2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 273 \quad \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{3}{x+2} &= \frac{x+1}{(x+2)(x-2)} + \frac{3}{x+2} \\
 &= \frac{x+1+3(x-2)}{(x+2)(x-2)} \\
 &= \frac{4x-5}{(x+2)(x-2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 274 \quad \frac{x}{x^2-2x-3} - \frac{x-1}{x^2+3x+2} \\
 &= \frac{x}{(x+1)(x-3)} - \frac{x-1}{(x+1)(x+2)} \\
 &= \frac{x(x+2) - (x-1)(x-3)}{(x+1)(x+2)(x-3)} \\
 &= \frac{6x-3}{(x+1)(x+2)(x-3)}
 \end{aligned}$$

$$275 \quad \square: x-1, \frac{1}{2(x+1)}$$

$$\begin{aligned}
 276 \quad \frac{x}{x^2-4} \times \frac{x+2}{x-2} &= \frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x+2}{x-2} \\
 &= \frac{x}{(x-2)^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 277 \quad \frac{2x-4}{x^2-3x} \times \frac{x^2-9}{(x-2)^2} &= \frac{2(x-2)}{x(x-3)} \times \frac{(x+3)(x-3)}{(x-2)^2} \\
 &= \frac{2(x+3)}{x(x-2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 278 \quad \frac{x-2}{x+1} \div \frac{x-2}{x+3} &= \frac{x-2}{x+1} \times \frac{x+3}{x-2} \\
 &= \frac{x+3}{x+1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 279 \quad \frac{x^2-3x+2}{x-3} \div \frac{x-1}{x-3} &= \frac{x^2-3x+2}{x-3} \times \frac{x-3}{x-1} \\
 &= \frac{(x-2)(x-1)}{x-3} \times \frac{x-3}{x-1} \\
 &= x-2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 280 \quad \frac{x^2-4x+3}{x^2-4} \div \frac{x-3}{x-2} &= \frac{x^2-4x+3}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x-3} \\
 &= \frac{(x-3)(x-1)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x-3} \\
 &= \frac{x-1}{x+2}
 \end{aligned}$$

$$281 \quad \square: x-1, -x+3, -1, 3$$

$$\begin{aligned}
 282 \quad \frac{a}{2x-1} + \frac{b}{x-2} &= \frac{5x-4}{2x^2-5x+2} \text{의 양변에} \\
 2x^2-5x+2, \text{ 즉 } (x-2)(2x-1) \text{을 곱하면} \\
 a(x-2) + b(2x-1) &= 5x-4 \\
 \therefore (a+2b)x - (2a+b) &= 5x-4 \\
 \text{이 식이 } x \text{에 대한 항등식이므로} \\
 a+2b &= 5, 2a+b=4 \\
 \therefore a &= 1, b=2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 283 \quad \frac{a}{x} + \frac{bx+2}{x^2+1} &= \frac{2x-1}{x^3+x} \text{의 양변에} \\
 x^3+x, \text{ 즉 } x(x^2+1) \text{을 곱하면} \\
 a(x^2+1) + x(bx+2) &= 2x-1 \\
 \therefore (a+b)x^2 + 2x + a &= 2x-1 \\
 \text{이 식이 } x \text{에 대한 항등식이므로} \\
 a+b &= 0, a=-1 \\
 \therefore a &= -1, b=1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 284 \quad \frac{-6x}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx-2}{x^2-x+1} \text{의 양변에} \\
 x^3+1, \text{ 즉 } (x+1)(x^2-x+1) \text{을 곱하면} \\
 -6x &= a(x^2-x+1) + (bx-2)(x+1) \\
 \therefore -6x &= (a+b)x^2 + (-a+b-2)x + a-2 \\
 \text{이 식이 } x \text{에 대한 항등식이므로} \\
 a+b &= 0, -a+b-2=-6, a-2=0 \\
 \therefore a &= 2, b=-2
 \end{aligned}$$

$$285 \quad \square: x, x+1, x+1, 1, -1$$

$$\begin{aligned}
 286 \quad \frac{1}{(x+1)(x-2)} &= \frac{1}{(x-2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2} \right) \\
 &= -\frac{1}{3(x+1)} + \frac{1}{3(x-2)} \\
 \therefore a &= -\frac{1}{3}, b = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 287 \quad \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\
 &= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\
 &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \\
 &= \frac{2}{(x+1)(x+3)} \\
 \therefore a &= 3, b=2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
288 \quad & \frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{4}{x(x+4)} \\
&= \frac{2}{x(x+4)} \\
&\therefore a=0, b=2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
289 \quad & \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\
&= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\
&= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \\
&= \frac{3}{x(x+3)} \\
&\therefore a=3, b=3
\end{aligned}$$

$$290 \quad \square: 2k, 2k, 2k, 2, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned}
291 \quad & x:y=1:2 \text{에서 } x=k, y=2k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{2x}{x+y} = \frac{2k}{k+2k} = \frac{2k}{3k} = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
292 \quad & x:y=1:2 \text{에서 } x=k, y=2k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{xy}{x^2+y^2} = \frac{2k^2}{k^2+4k^2} = \frac{2k^2}{5k^2} = \frac{2}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
293 \quad & x:y:z=2:3:1 \text{에서 } x=2k, y=3k, z=k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} = \frac{3k}{2k} + \frac{k}{3k} + \frac{2k}{k} = \frac{3}{2} + \frac{1}{3} + 2 = \frac{23}{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
294 \quad & x:y:z=2:3:1 \text{에서 } x=2k, y=3k, z=k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{x+z}{x-y} = \frac{2k+k}{2k-3k} = \frac{3k}{-k} = -3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
295 \quad & x:y:z=2:3:1 \text{에서 } x=2k, y=3k, z=k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2} = \frac{6k^2+3k^2+2k^2}{4k^2+9k^2+k^2} = \frac{11k^2}{14k^2} = \frac{11}{14}
\end{aligned}$$

$$296 \quad \square: 2k, 2k, 2k, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, -\frac{5}{6}$$

$$\begin{aligned}
297 \quad & \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \text{에서 } x=3k, y=2k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{k}{5k} = \frac{1}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
298 \quad & \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \text{에서 } x=3k, y=2k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{2xy}{x^2+y^2} = \frac{12k^2}{9k^2+4k^2} = \frac{12k^2}{13k^2} = \frac{12}{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
299 \quad & \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{에서 } x=2k, y=3k, z=4k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{y}{x} + \frac{z}{y} - \frac{x}{z} = \frac{3k}{2k} + \frac{4k}{3k} - \frac{2k}{4k} = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{7}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
300 \quad & \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{에서 } x=2k, y=3k, z=4k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{x-y-z}{x+y+z} = \frac{2k-3k-4k}{2k+3k+4k} = \frac{-5k}{9k} = -\frac{5}{9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
301 \quad & \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{에서 } x=2k, y=3k, z=4k \ (k \neq 0) \text{라 하면} \\
& \frac{x^2-y^2+z^2}{xy+3yz+zx} = \frac{4k^2-9k^2+16k^2}{6k^2+36k^2+8k^2} = \frac{11k^2}{50k^2} = \frac{11}{50}
\end{aligned}$$

302 분수

303 다항

304 분수

305 다항

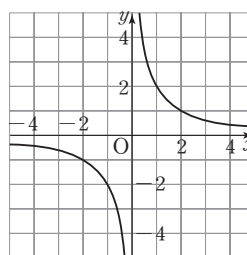
306 $\{x \mid x \text{는 } x \neq 5 \text{인 실수}\}$

307 $\left\{x \mid x \text{는 } x \neq \frac{4}{3} \text{인 실수}\right\}$

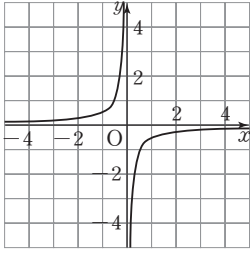
308 $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3}$ 에서
(분모) $= x^2-2x-3 = (x+1)(x-3)$ 이므로
정의역은 $\{x \mid x \text{는 } x \neq -1, x \neq 3 \text{인 실수}\}$

309 $y = \frac{3x-1}{2x^2+1}$ 에서
모든 실수 x 에 대하여 (분모) $= 2x^2+1 > 0$ 이므로
정의역은 $\{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$

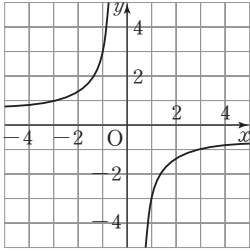
$$310 \quad y = \frac{2}{x}$$



311 $y = -\frac{1}{2x}$



312 $y = -\frac{3}{x}$



313 □: 1, 2, 2, 1

314 $y+1 = \frac{3}{x-2} \quad \therefore y = \frac{3}{x-2} - 1$

315 $y+3 = -\frac{2}{x+2} \quad \therefore y = -\frac{2}{x+2} - 3$

316 □: -4, 0, -4

317 함수 $y = 3 - \frac{2}{x} = -\frac{2}{x} + 3$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 $p=0, q=3$

318 함수 $y = \frac{1}{x+2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 $p=-2, q=0$

319 함수 $y = -\frac{2}{x-3}$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 $p=3, q=0$

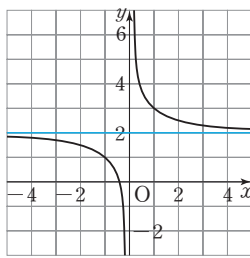
320 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 3$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 $p=1, q=3$

321 함수 $y = 3 - \frac{2}{x+5} = -\frac{2}{x+5} + 3$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의

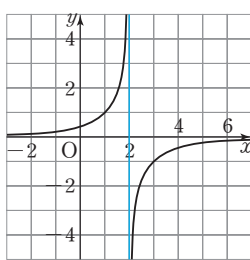
그래프를 x 축의 방향으로 -5만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로

$p=-5, q=3$

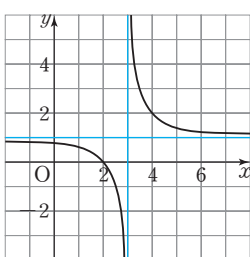
322 함수 $y = \frac{1}{x} + 2$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

- ①  ② $x=0, y=2$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq 0 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 2 \text{인 실수}\}$

323 함수 $y = \frac{1}{2-x} = -\frac{1}{x-2}$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

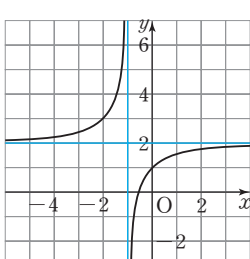
- ①  ② $x=2, y=0$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq 2 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 0 \text{인 실수}\}$

324 함수 $y = \frac{1}{x-3} + 1$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

- ①  ② $x=3, y=1$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq 3 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 1 \text{인 실수}\}$

325 함수 $y = 2 - \frac{1}{x+1} = -\frac{1}{x+1} + 2$ 의 그래프는

함수 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

- ①  ② $x=-1, y=2$
③ $\{x|x \text{는 } x \neq -1 \text{인 실수}\}$
④ $\{y|y \text{는 } y \neq 2 \text{인 실수}\}$

326 □: 2, 2, 2

327 함수 $y = \frac{1}{3x+6} + 1 = \frac{1}{3(x+2)} + 1$ 에서 점근선의 방정식이 $x = -2, y = 1$ 이므로 이 함수의 그래프는 점 $(-2, 1)$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore a = -2, b = 1$$

328 함수 $y = \frac{1}{4-2x} - 3 = \frac{1}{-2(x-2)} - 3$ 에서 점근선의 방정식이 $x = 2, y = -3$ 이므로 이 함수의 그래프는 점 $(2, -3)$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore a = 2, b = -3$$

329 □: 0, 0, 0, 2

330 함수 $y = \frac{1}{x-3} + 2$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭이라면 직선 $y = -x + k$ 가 이 그래프의 두 점근선 $x = 3, y = 2$ 의 교점 $(3, 2)$ 를 지나야 한다.

$$\text{즉 } 2 = -3 + k \text{에서 } k = 5$$

331 함수 $y = \frac{1}{2x+3} + 1 = \frac{1}{2(x+\frac{3}{2})} + 1$ 의 그래프가 직선

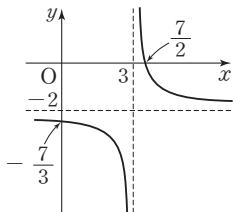
$y = -x + k$ 에 대하여 대칭이라면 직선 $y = -x + k$ 가 이 그래프의 두 점근선 $x = -\frac{3}{2}, y = 1$ 의 교점 $(-\frac{3}{2}, 1)$ 을 지나야 한다.

$$\text{즉 } 1 = -(-\frac{3}{2}) + k \text{에서 } k = -\frac{1}{2}$$

[332~336]

함수 $y = \frac{1}{x-3} - 2$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

332 ×



333 ○

334 ×

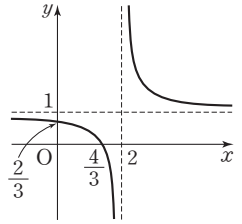
335 ○

336 ○

[337~341]

함수 $y = \frac{2}{3x-6} + 1 = \frac{2}{3(x-2)} + 1$ 의 그

래프는 함수 $y = \frac{2}{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.



337 ×

338 ○

339 ×

340 ○

341 ×

342 □: 2, -3

$$343 y = \frac{3x+7}{x+2} = \frac{3(x+2)+1}{x+2} = \frac{1}{x+2} + 3$$

$$344 y = \frac{-5x+8}{x+2} = \frac{-5(x+2)+2}{x+2} = \frac{2}{x+2} - 5$$

$$345 y = \frac{-2x+3}{x-1} = \frac{-2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 2$$

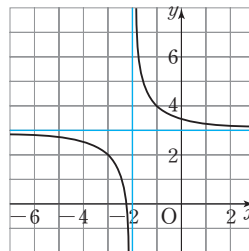
$$346 y = \frac{-3x-5}{x+3} = \frac{-3(x+3)+4}{x+3} = \frac{4}{x+3} - 3$$

$$347 y = \frac{3x+2}{2x-4} = \frac{3(x-2)+8}{2(x-2)} = \frac{4}{x-2} + \frac{3}{2}$$

$$348 y = \frac{5-4x}{2x-3} = \frac{-2(2x-3)-1}{2x-3} = -\frac{1}{2x-3} - 2$$

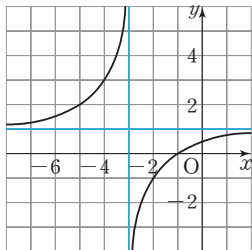
$$349 y = \frac{3x+7}{x+2} = \frac{3(x+2)+1}{x+2} = \frac{1}{x+2} + 3$$

즉 함수 $y = \frac{3x+7}{x+2}$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



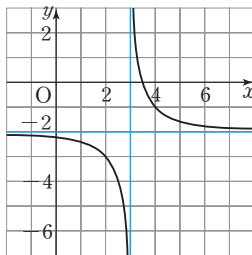
$$350 y = \frac{x+1}{x+3} = \frac{(x+3)-2}{x+3} = -\frac{2}{x+3} + 1$$

즉 함수 $y = \frac{x+1}{x+3}$ 의 그래프는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.



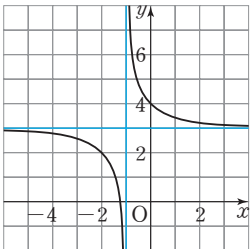
$$351 \quad y = \frac{-2x+7}{x-3} = \frac{-2(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} - 2$$

즉 함수 $y = \frac{-2x+7}{x-3}$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.



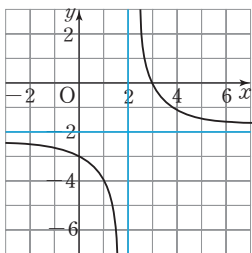
$$352 \quad y = \frac{3x+4}{x+1} = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 3$$

즉 함수 $y = \frac{3x+4}{x+1}$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.



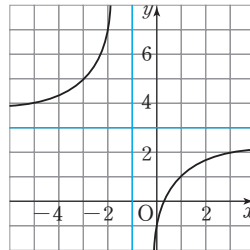
$$353 \quad y = \frac{-2x+6}{x-2} = \frac{-2(x-2)+2}{x-2} = \frac{2}{x-2} - 2$$

즉 함수 $y = \frac{-2x+6}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.



$$354 \quad y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{3(x+1)-4}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3$$

즉 함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프는 $y = -\frac{4}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.



355 ○

□: 1, 2, -2, 있다

356 ×

$$y = \frac{x-2}{x-1} = \frac{(x-1)-1}{x-1} = -\frac{1}{x-1} + 1$$

즉 이 함수의 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

357 ×

$$y = \frac{2x}{x+1} = \frac{2(x+1)-2}{x+1} = -\frac{2}{x+1} + 2$$

즉 이 함수의 그래프는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

358 ○

$$y = \frac{-2x+5}{x-2} = \frac{-2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 2$$

즉 이 함수의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

359 ○

$$y = \frac{2x-7}{x-4} = \frac{2(x-4)+1}{x-4} = \frac{1}{x-4} + 2$$

즉 이 함수의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

360 ○

□: $y = -\frac{3}{x}$, 3, $-\frac{1}{2}$, 있다

361 ×

$$y = \frac{x-1}{x+2} = \frac{(x+2)-3}{x+2} = -\frac{3}{x+2} + 1 \text{ 이므로 평행이동하여}$$

$$y = -\frac{3}{x} \text{의 그래프와 겹쳐지는 함수의 그래프를 찾으면 된다.}$$

$$y = \frac{x-5}{x-3} = \frac{(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} + 1$$

즉 이 함수의 그래프는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{x-1}{x+2}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

362 ○

$$y = \frac{x-1}{x+2} = \frac{(x+2)-3}{x+2} = -\frac{3}{x+2} + 1 \text{ 이므로 평행이동하여}$$

$$y = -\frac{3}{x} \text{의 그래프와 겹쳐지는 함수의 그래프를 찾으면 된다.}$$

$$y = \frac{2x+5}{x+4} = \frac{2(x+4)-3}{x+4} = -\frac{3}{x+4} + 2$$

즉 이 함수의 그래프는 $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{x-1}{x+2}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

363 □: 0, -1, 2, 2

364 점근선의 방정식이 $x = -2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \quad \therefore p = 2, q = 1$$

그래프가 점 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-3+2} + 1 \quad \therefore k = 1$$

365 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 2 \quad \therefore p = -2, q = 2$$

그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{0-2} + 2 \quad \therefore k = 4$$

366 점근선의 방정식이 $x = 1, y = 3$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} + 3 \quad \therefore p = -1, q = 3$$

그래프가 점 $(0, 5)$ 를 지나므로

$$5 = \frac{k}{0-1} + 3 \quad \therefore k = -2$$

367 점근선의 방정식이 $x = 3, y = -2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-3} - 2 \quad \therefore p = -3, q = -2$$

그래프가 점 $(\frac{5}{2}, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{\frac{5}{2}-3} - 2, 0 = -2k - 2 \quad \therefore k = -1$$

368 점근선의 방정식이 $x = -1, y = -3$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+1} - 3 \quad \therefore p = 1, q = -3$$

그래프가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-2+1} - 3 \quad \therefore k = -3$$

369 □: 3, 3, 2, 2, 4, -4

370 점근선의 방정식이 $x = 1, y = 1$ 이므로 $y = \frac{k}{x-1} + 1$

그래프가 점 $P(2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \frac{k}{2-1} + 1 \quad \therefore k = 3$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{3}{x-1} + 1 = \frac{x+2}{x-1} \quad \therefore a = 1, b = 2, c = -1$$

371 점근선의 방정식이 $x = -2, y = 1$ 이므로 $y = \frac{k}{x+2} + 1$

그래프가 점 $P(-1, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = \frac{k}{-1+2} + 1 \quad \therefore k = -3$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{-3}{x+2} + 1 = \frac{x-1}{x+2} \quad \therefore a = 1, b = -1, c = 2$$

372 점근선의 방정식이 $x = 1, y = 2$ 이므로 $y = \frac{k}{x-1} + 2$

그래프가 점 $(0, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = \frac{k}{0-1} + 2 \quad \therefore k = 3$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{3}{x-1} + 2 = \frac{2x+1}{x-1} \quad \therefore a = 2, b = 1, c = -1$$

373 점근선의 방정식이 $x = -2, y = 1$ 이므로 $y = \frac{k}{x+2} + 1$

그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 = \frac{k}{0+2} + 1 \quad \therefore k = 2$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{x+4}{x+2} \quad \therefore a = 1, b = 4, c = 2$$

374 점근선의 방정식이 $x = 3, y = -2$ 이므로 $y = \frac{k}{x-3} - 2$

그래프가 점 $(\frac{1}{2}, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{\frac{1}{2}-3} - 2, -\frac{2}{5}k - 2 = 0 \quad \therefore k = -5$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{-5}{x-3} - 2 = \frac{-2x+1}{x-3} \quad \therefore a = -2, b = 1, c = -3$$

375 □: 1, 1, 4, 4

$$376 \quad y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$$

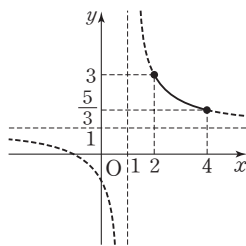
즉 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{이때 } 2 \leq x \leq 4 \text{에서 함수 } y = \frac{x+1}{x-1}$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로

최댓값은 $x=2$ 일 때 3,

최솟값은 $x=4$ 일 때 $\frac{5}{3}$



$$377 \quad y = -\frac{2x+1}{x+1} = -\frac{2(x+1)-1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$$

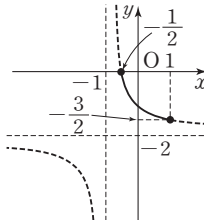
즉 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{이때 } -\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \text{에서 함수 } y = -\frac{2x+1}{x+1}$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로

최댓값은 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때 0,

최솟값은 $x=1$ 일 때 $-\frac{3}{2}$



$$378 \quad y = \frac{3x+5}{x+3} = \frac{3(x+3)-4}{x+3} = \frac{4}{x+3} + 3$$

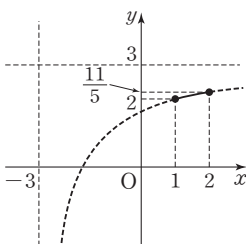
즉 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{4}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{이때 } 1 \leq x \leq 2 \text{에서 함수 } y = \frac{3x+5}{x+3}$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로

최댓값은 $x=2$ 일 때 $\frac{11}{5}$,

최솟값은 $x=1$ 일 때 2



$$379 \quad y = \frac{2x-8}{x-3} = \frac{2(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} + 2$$

즉 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

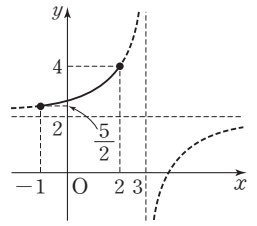
이때 $-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수

$$y = \frac{2x-8}{x-3} \text{의 그래프가 오른쪽 그림}$$

과 같으므로

최댓값은 $x=2$ 일 때 4,

최솟값은 $x=-1$ 일 때 $\frac{5}{2}$



$$380 \quad y = \frac{2x}{x+1} = \frac{2(x+1)-2}{x+1} = -\frac{2}{x+1} + 2$$

즉 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

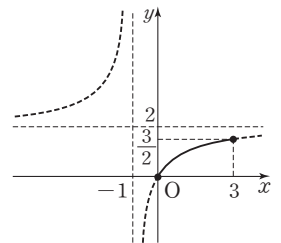
$$\text{이때 } 0 \leq x \leq 3 \text{에서 함수 } y = \frac{2x}{x+1}$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로

로

최댓값은 $x=3$ 일 때 $\frac{3}{2}$,

최솟값은 $x=0$ 일 때 0



381 □: 1, 1

참고

먼저 x 와 y 를 바꾼 후 y 에 대하여 풀어도 역함수를 구할 수 있다.

$$382 \quad y = \frac{2x+5}{x+1} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$y(x+1) = 2x+5, xy+y = 2x+5$$

$$(y-2)x = 5-y \quad \therefore x = \frac{-y+5}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-x+5}{x-2}$$

$$383 \quad y = \frac{3x+5}{x+2} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(x+2)y = 3x+5, xy+2y = 3x+5$$

$$(y-3)x = 5-2y \quad \therefore x = \frac{-2y+5}{y-3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-2x+5}{x-3}$$

$$384 \quad y = \frac{-x+2}{x-3} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$(x-3)y = -x+2, xy-3y = -x+2$$

$$(y+1)x = 3y+2 \quad \therefore x = \frac{3y+2}{y+1}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{3x+2}{x+1}$$

385 □: 5, 1, -1

386 $y = \frac{-6x-2}{2x+a}$ 를 x 에 대하여 풀면

$$(2x+a)y = -6x-2, (2y+6)x = -ay-2$$

$$\therefore x = \frac{-ay-2}{2y+6}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-ax-2}{2x+6}$$

$$\text{이 식이 } y = \frac{-x-2}{bx+c} \text{와 같으므로}$$

$$a=1, b=2, c=6$$

387 $y = \frac{ax+4}{x+2}$ 를 x 에 대하여 풀면

$$(x+2)y = ax+4, (y-a)x = -2y+4$$

$$\therefore x = \frac{-2y+4}{y-a}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-2x+4}{x-a}$$

$$\text{이 식이 } y = \frac{bx+c}{x-3} \text{와 같으므로}$$

$$a=3, b=-2, c=4$$

388 $\square: f^{-1}, 5, 1, 1$

389 $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(4) = (f^{-1} \circ (f^{-1} \circ f))(4)$
 $= f^{-1}(4)$

$$\text{이때 } f^{-1}(4) = k \text{로 놓으면 } f(k) = 4$$

$$\text{따라서 } \frac{3k+5}{k+1} = 4 \text{에서}$$

$$3k+5=4k+4 \quad \therefore k=1$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(4) = f^{-1}(4) = 1$$

390 $(f^{-1} \circ f \circ f^{-1})\left(\frac{9}{2}\right) = ((f^{-1} \circ f) \circ f^{-1})\left(\frac{9}{2}\right)$
 $= f^{-1}\left(\frac{9}{2}\right)$

$$\text{이때 } f^{-1}\left(\frac{9}{2}\right) = k \text{로 놓으면 } f(k) = \frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{4k-11}{k-3} = \frac{9}{2} \text{에서}$$

$$8k-22=9k-27 \quad \therefore k=5$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})\left(\frac{9}{2}\right) = f^{-1}\left(\frac{9}{2}\right) = 5$$

391 $\square: 1, 1, 1, x, \frac{1}{2}$

392 $f^{20}(x) = f^{3 \times 6 + 2}(x) = f^2(x) = \frac{1}{1-x}$ 이므로

$$f^{20}(2) = f^2(2) = \frac{1}{1-2} = -1$$

393 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 이므로

$$f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{1}{\frac{(1-x)-1}{1-x}} \\ = \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-(x-1)}{x}} = x$$

따라서 $f^3(x) = f^6(x) = f^9(x) = \dots = f^{3n}(x)$ (n 은 자연수)는 항등함수이다.

$$f^{18}(x) = f^{3 \times 6}(x) = f^3(x) = x \text{ 이므로}$$

$$f^{18}(3) = 3$$

394 $f^{25}(x) = f^{3 \times 8 + 1}(x) = f(x) = \frac{1}{1-x}$ 이므로

$$f^{25}(3) = \frac{1}{1-3} = -\frac{1}{2}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

176쪽 ~ 178쪽

395 $\frac{x}{x-1} - \frac{4}{x^2+2x-3} = \frac{x}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x+3)}$
 $= \frac{x(x+3)-4}{(x-1)(x+3)}$
 $= \frac{x^2+3x-4}{(x-1)(x+3)}$
 $= \frac{(x-1)(x+4)}{(x-1)(x+3)}$
 $= \frac{x+4}{x+3}$

396 $\frac{x+3}{x^2-1} - \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{x+3}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+4}{(x+1)(x-2)}$
 $= \frac{(x+3)(x-2) - (x+4)(x-1)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$
 $= \frac{-2x-2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$
 $= \frac{-2(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$
 $= -\frac{2}{(x-1)(x-2)}$

397 $\frac{x+1}{x} \times \frac{3x}{x^2-1} = \frac{x+1}{x} \times \frac{3x}{(x+1)(x-1)}$
 $= \frac{3}{x-1}$

$$398 \frac{3x+3}{x^2-3x+2} \times \frac{x^2-4}{(x+1)^2} = \frac{3(x+1)}{(x-1)(x-2)} \times \frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{3(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$

$$399 \frac{x^2-2x+1}{x-2} \div \frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2-2x+1}{x-2} \times \frac{x-2}{x-1}$$

$$= \frac{(x-1)^2}{x-2} \times \frac{x-2}{x-1}$$

$$= x-1$$

$$400 \frac{1}{x-3} + \frac{2}{2x-1} = \frac{ax+b}{2x^2-7x+3} \text{의 양변에}$$

$$2x^2-7x+3, \text{ 즉 } (x-3)(2x-1) \text{을 곱하면}$$

$$2x-1+2(x-3)=ax+b$$

$$\therefore 4x-7=ax+b$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a=4, b=-7$$

$$401 \frac{a}{x-1} + \frac{b}{2x+1} = \frac{4x-1}{2x^2-x-1} \text{의 양변에}$$

$$2x^2-x-1, \text{ 즉 } (x-1)(2x+1) \text{을 곱하면}$$

$$a(2x+1)+b(x-1)=4x-1$$

$$\therefore (2a+b)x+a-b=4x-1$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$2a+b=4, a-b=-1$$

$$\therefore a=1, b=2$$

$$402 \frac{a}{x} + \frac{bx+1}{x^2-1} = \frac{x+2}{x^3-x} \text{의 양변에}$$

$$x^3-x, \text{ 즉 } x(x^2-1) \text{을 곱하면}$$

$$a(x^2-1)+x(bx+1)=x+2$$

$$\therefore (a+b)x^2+x-a=x+2$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+b=0, -a=2$$

$$\therefore a=-2, b=2$$

$$403 \frac{3x}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+1}{x^2+x+1} \text{의 양변에}$$

$$x^3-1, \text{ 즉 } (x-1)(x^2+x+1) \text{을 곱하면}$$

$$3x=a(x^2+x+1)+(bx+1)(x-1)$$

$$\therefore 3x=(a+b)x^2+(a-b+1)x+a-1$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+b=0, a-b+1=3, a-1=0$$

$$\therefore a=1, b=-1$$

$$404 \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{2}{(x+3)(x+5)}$$

$$= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \right)$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+5} = \frac{4}{(x+1)(x+5)}$$

$$\therefore a=1, b=4$$

$$405 \frac{2}{(x-1)(x+1)} + \frac{4}{(x+1)(x+5)} + \frac{2}{(x+5)(x+7)}$$

$$= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+5} \right) + \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} \right)$$

$$= \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+7} = \frac{8}{(x-1)(x+7)}$$

$$\therefore a=7, b=8$$

$$406 \frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+3x+2}$$

$$= \frac{1}{(x-1)x} + \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) + \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right)$$

$$= \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$$

$$\therefore a=-1, b=3$$

$$407 x:y:z=1:2:3 \text{에서 } x=k, y=2k, z=3k (k \neq 0) \text{라 하면}$$

$$\frac{x+2y+3z}{x+y+z} = \frac{k+4k+9k}{k+2k+3k} = \frac{14k}{6k} = \frac{7}{3}$$

$$408 x:y:z=2:3:5 \text{에서 } x=2k, y=3k, z=5k (k \neq 0) \text{라 하면}$$

$$\frac{2yz}{x^2+y^2} = \frac{30k^2}{4k^2+9k^2} = \frac{30k^2}{13k^2} = \frac{30}{13}$$

$$409 \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} \text{에서 } x=2k, y=4k, z=3k (k \neq 0) \text{라 하면}$$

$$\frac{x-3z}{x-y+2z} = \frac{2k-9k}{2k-4k+6k} = \frac{-7k}{4k} = -\frac{7}{4}$$

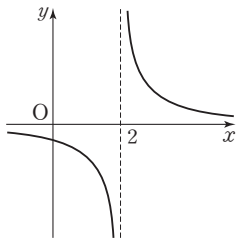
$$410 \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2} \text{에서 } x=2k, y=3k, z=2k (k \neq 0) \text{라 하면}$$

$$\frac{x^2-y^2+z^2}{xy+yz-zx} = \frac{4k^2-9k^2+4k^2}{6k^2+6k^2-4k^2} = \frac{-k^2}{8k^2} = -\frac{1}{8}$$

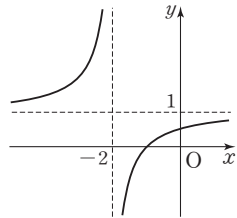
$$411 y = \frac{2}{x+4} + 3$$

$$412 y = -\frac{3}{x-2} - 4$$

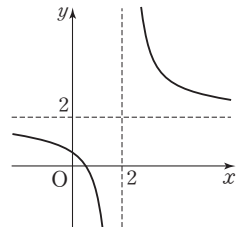
- 413 $y = \frac{1}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
 점근선의 방정식: $x=2, y=0$
 정의역: $\{x|x \text{는 } x \neq 2 \text{인 실수}\}$
 치역: $\{y|y \text{는 } y \neq 0 \text{인 실수}\}$



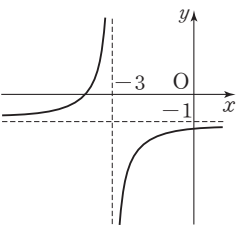
- 414 $y = -\frac{1}{x+2} + 1$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
 점근선의 방정식: $x=-2, y=1$
 정의역: $\{x|x \text{는 } x \neq -2 \text{인 실수}\}$
 치역: $\{y|y \text{는 } y \neq 1 \text{인 실수}\}$



- 415 $y = \frac{2x-1}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 2$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
 점근선의 방정식: $x=2, y=2$
 정의역: $\{x|x \text{는 } x \neq 2 \text{인 실수}\}$
 치역: $\{y|y \text{는 } y \neq 2 \text{인 실수}\}$



- 416 $y = -\frac{x+4}{x+3} = -\frac{1}{x+3} - 1$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
 점근선의 방정식: $x=-3, y=-1$
 정의역: $\{x|x \text{는 } x \neq -3 \text{인 실수}\}$
 치역: $\{y|y \text{는 } y \neq -1 \text{인 실수}\}$



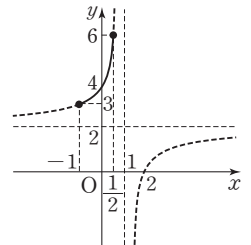
- 417 점근선의 방정식이 $x=0, y=-1$ 이므로 $y = \frac{k}{x} - 1$
 함수의 그래프가 점 (3, 0)을 지나므로
 $0 = \frac{k}{3} - 1 \quad \therefore k=3$
 $\therefore k=3, p=0, q=-1$

- 418 점근선의 방정식이 $x=-1, y=3$ 이므로 $y = \frac{k}{x+1} + 3$
 함수의 그래프가 점 (0, 1)을 지나므로
 $1 = \frac{k}{0+1} + 3 \quad \therefore k=-2$
 $\therefore k=-2, p=1, q=3$

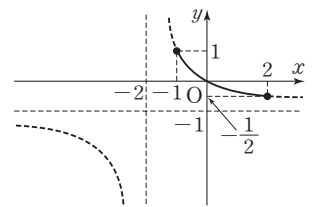
- 419 점근선의 방정식이 $x=3, y=1$ 이므로 $y = \frac{k}{x-3} + 1$
 함수의 그래프가 점 (0, 2)를 지나므로
 $2 = \frac{k}{0-3} + 1 \quad \therefore k=-3$
 따라서 $y = \frac{-3}{x-3} + 1 = \frac{x-6}{x-3}$ 이므로
 $a=1, b=-6, c=-3$

- 420 점근선의 방정식이 $x=2, y=3$ 이므로 $y = \frac{k}{x-2} + 3$
 함수의 그래프가 점 (0, 1)을 지나므로
 $1 = \frac{k}{0-2} + 3 \quad \therefore k=4$
 따라서 $y = \frac{4}{x-2} + 3 = \frac{3x-2}{x-2}$ 이므로
 $a=3, b=-2, c=-2$

- 421 $y = \frac{2x-4}{x-1} = -\frac{2}{x-1} + 2$
 $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 에서
 $y = \frac{2x-4}{x-1}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로
 최댓값은 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 6,
 최솟값은 $x = -1$ 일 때 3



- 422 $y = -\frac{x}{x+2} = \frac{2}{x+2} - 1$
 $-1 \leq x \leq 2$ 에서
 $y = -\frac{x}{x+2}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로
 최댓값은 $x = -1$ 일 때 1,
 최솟값은 $x = 2$ 일 때 $-\frac{1}{2}$



- 423 $y = \frac{3x+a}{x+2}$ 를 x 에 대하여 풀면
 $(x+2)y = 3x+a, (y-3)x = -2y+a$
 $\therefore x = \frac{-2y+a}{y-3}$
 x 와 y 를 바꾸면 역함수는 $y = \frac{-2x+a}{x-3}$
 이것이 $y = \frac{-2x+7}{bx+c}$ 과 같으므로
 $a=7, b=1, c=-3$

- 424 $(f \circ f^{-1} \circ f^{-1})\left(\frac{3}{2}\right) = ((f \circ f^{-1}) \circ f^{-1})\left(\frac{3}{2}\right)$
 $= f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$

이때 $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)=k$ 로 놓으면 $f(k)=\frac{3}{2}$

따라서 $\frac{2k-7}{k-4}=\frac{3}{2}$ 이므로

$4k-14=3k-12 \quad \therefore k=2$

$\therefore (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})\left(\frac{3}{2}\right)=f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)=2$

425 $f^{-1}(4)=1$ 에서 $f(1)=4$ 이므로

$(f \circ f)(1)=f(f(1))=f(4)=1$

$f(1)=4$ 에서 $\frac{a+3}{b-1}=4 \quad \therefore a-4b=-7 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$

$f(4)=1$ 에서 $\frac{4a+3}{4b-1}=1 \quad \therefore a-b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면

$a=1, b=2$

4 무리식과 무리함수

179쪽 ~ 191쪽

426 무

427 유

428 무

429 유

430 $\square: 0, \frac{3}{2}$

431 $1+x>0$ 이어야 하므로
 $x>-1$

432 $2x+1\geq 0$ 이고 $3-2x\geq 0$ 이어야 하므로
 $-\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{3}{2}$

433 $2-x\geq 0$ 이고 $x+3\geq 0$ 이어야 하므로
 $-3\leq x\leq 2$

434 $\square: -b, a+b$

435 $a>0$ 에서 $-a<0$ 이므로
 $\sqrt{(-a)^2}=|-a|=-(-a)=a$

436 $a>0, b>0$ 에서 $a+b>0, ab>0$ 이므로
 $\sqrt{(a+b)^2}-|ab|=|a+b|-|ab|$
 $=a+b-ab$

437 $a<0, b<0$ 이므로
 $\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}=-a-(-b)=-a+b$

438 $b<0$ 에서 $-b>0$ 이므로
 $\sqrt{(-b)^2}=-b$

439 $a<b<0$ 에서 $a-b<0$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2}-|b|=-(a-b)-(-b)$
 $=-a+2b$

440 $\square: 0, 0, 0$

441 $\sqrt{x-2}\sqrt{x+1}=-\sqrt{x^2-x-2}$
 $=-\sqrt{(x-2)(x+1)}$
에서 $x-2\leq 0, x+1\leq 0 \quad \therefore x\leq -1$

$$\begin{aligned}
 442 \quad \sqrt{x-3}\sqrt{2-x} &= -\sqrt{-x^2+5x-6} \\
 &= -\sqrt{-(x^2-5x+6)} \\
 &= -\sqrt{-(x-2)(x-3)} \\
 &= -\sqrt{(x-3)(2-x)}
 \end{aligned}$$

$$\text{예시 } x-3 \leq 0, 2-x \leq 0 \quad \therefore 2 \leq x \leq 3$$

$$\begin{aligned}
 443 \quad \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} &= -\sqrt{\frac{x+1}{x}} \text{ 예시} \\
 x+1 \geq 0, x < 0 &\quad \therefore -1 \leq x < 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 444 \quad \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}} &= -\sqrt{\frac{x+2}{x-1}} \text{ 예시} \\
 x+2 \geq 0, x-1 < 0 &\quad \therefore -2 \leq x < 1
 \end{aligned}$$

$$445 \quad \square: \sqrt{x+2}, x+2, 2$$

$$\begin{aligned}
 446 \quad \frac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} &= \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}}{(\sqrt{x-1}-\sqrt{x})(\sqrt{x-1}+\sqrt{x})} \\
 &= \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}}{(x-1)-x} \\
 &= -\sqrt{x-1}-\sqrt{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 447 \quad \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} &= \frac{x(1-\sqrt{x+1})}{(1+\sqrt{x+1})(1-\sqrt{x+1})} \\
 &= \frac{x(1-\sqrt{x+1})}{1-(x+1)} \\
 &= \frac{x(1-\sqrt{x+1})}{-x} \\
 &= \sqrt{x+1}-1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 448 \quad \frac{x-2}{1-\sqrt{x-1}} &= \frac{(x-2)(1+\sqrt{x-1})}{(1-\sqrt{x-1})(1+\sqrt{x-1})} \\
 &= \frac{(x-2)(1+\sqrt{x-1})}{1-(x-1)} \\
 &= \frac{(x-2)(1+\sqrt{x-1})}{2-x} \\
 &= -1-\sqrt{x-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 449 \quad \frac{x}{\sqrt{x^2-x}+x} &= \frac{x(\sqrt{x^2-x}-x)}{(\sqrt{x^2-x}+x)(\sqrt{x^2-x}-x)} \\
 &= \frac{x(\sqrt{x^2-x}-x)}{(x^2-x)-x^2} \\
 &= \frac{x(\sqrt{x^2-x}-x)}{-x} \\
 &= x-\sqrt{x^2-x}
 \end{aligned}$$

$$450 \quad \square: \sqrt{x-1}, x-1, 2$$

$$\begin{aligned}
 451 \quad (\sqrt{x+3}+1)(\sqrt{x+3}-1)(x-1) \\
 &= \{(\sqrt{x+3})^2-1^2\}(x-1) = (x+2)(x-1) \\
 &= x^2+x-2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 452 \quad \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} + \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} &= \frac{(1-\sqrt{x})^2+(1+\sqrt{x})^2}{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})} \\
 &= \frac{(1-2\sqrt{x}+x)+(1+2\sqrt{x}+x)}{1-x} \\
 &= \frac{2x+2}{-x+1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 453 \quad \frac{x}{\sqrt{x+4}+2} - \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} \\
 &= \frac{x(\sqrt{x+4}-2)-x(\sqrt{x+4}+2)}{(\sqrt{x+4}+2)(\sqrt{x+4}-2)} \\
 &= \frac{x\sqrt{x+4}-2x-x\sqrt{x+4}-2x}{(x+4)-4} \\
 &= \frac{-4x}{x} \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 454 \quad \frac{x}{\sqrt{x+9}+3} - \frac{x}{\sqrt{x+9}-3} \\
 &= \frac{x(\sqrt{x+9}-3)-x(\sqrt{x+9}+3)}{(\sqrt{x+9}+3)(\sqrt{x+9}-3)} \\
 &= \frac{x\sqrt{x+9}-3x-x\sqrt{x+9}-3x}{(x+9)-9} \\
 &= \frac{-6x}{x} \\
 &= -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 455 \quad \frac{1}{x+\sqrt{x^2-1}} + \sqrt{x^2-1} \\
 &= \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{(x+\sqrt{x^2-1})(x-\sqrt{x^2-1})} + \sqrt{x^2-1} \\
 &= \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x^2-(x^2-1)} + \sqrt{x^2-1} \\
 &= (x-\sqrt{x^2-1}) + \sqrt{x^2-1} \\
 &= x
 \end{aligned}$$

$$456 \quad \square: \frac{2}{x-1}, 2\sqrt{2}+2$$

$$\begin{aligned}
 457 \quad \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{x-\sqrt{x^2+1}} \\
 &= \frac{(x-\sqrt{x^2+1})+(x+\sqrt{x^2+1})}{(x+\sqrt{x^2+1})(x-\sqrt{x^2+1})} \\
 &= \frac{2x}{x^2-(x^2+1)} \\
 &= -2x \\
 \text{이때 } x &= \sqrt{3} \text{ 이므로} \\
 (\text{주어진 식}) &= -2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 458 \quad \frac{1}{1-\sqrt{x+1}} + \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} &= \frac{(1+\sqrt{x+1}) + (1-\sqrt{x+1})}{(1-\sqrt{x+1})(1+\sqrt{x+1})} \\
 &= \frac{2}{1-(x+1)} \\
 &= -\frac{2}{x}
 \end{aligned}$$

이때 $x = \sqrt{2} + 1$ 이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{주어진 식}) &= -\frac{2}{\sqrt{2}+1} = -\frac{2(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \\
 &= -\frac{2\sqrt{2}-2}{2-1} = 2-2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 459 \quad \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} &= \frac{(\sqrt{x}+1)^2 + (\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{(x+2\sqrt{x}+1) + (x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \\
 &= \frac{2x+2}{x-1}
 \end{aligned}$$

이때 $x = \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3}-1$ 이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{주어진 식}) &= \frac{2(\sqrt{3}-1)+2}{(\sqrt{3}-1)-1} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{6+4\sqrt{3}}{3-4} \\
 &= -6-4\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

460 무

461 유

462 무

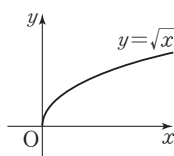
463 유

464 $2x-1 \geq 0$ 에서 정의역은 $\left\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}$

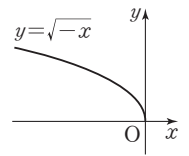
465 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+1 > 0$ 이므로 정의역은 $\{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$

466 $x^2-2x-3 \geq 0$ 에서 $(x+1)(x-3) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 3$
 따라서 정의역은 $\{x \mid x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 3\}$

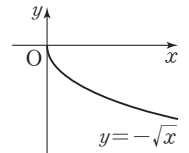
467 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고,
 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$,
 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.



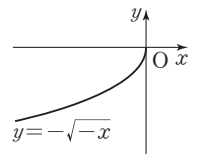
468 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고,
 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$,
 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.



469 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고,
 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$,
 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.

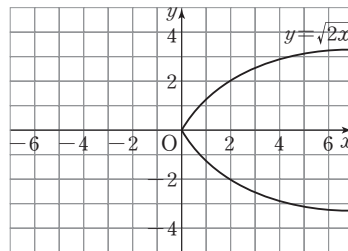


470 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고,
 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$,
 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.



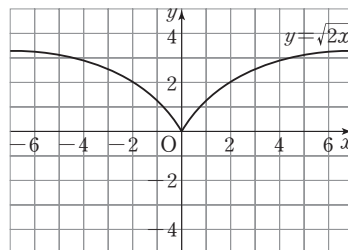
471 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y = \sqrt{2x} \quad \therefore y = -\sqrt{2x}$$



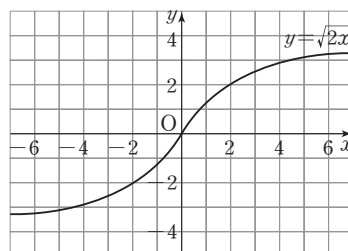
472 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{2 \times (-x)} \quad \therefore y = \sqrt{-2x}$$



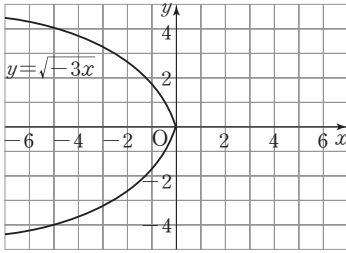
473 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y = \sqrt{2 \times (-x)} \quad \therefore y = -\sqrt{-2x}$$



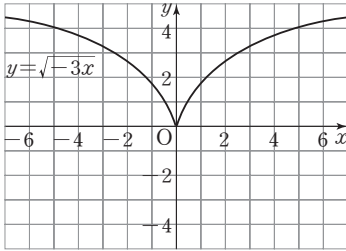
474 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y = \sqrt{-3x} \quad \therefore y = -\sqrt{-3x}$$



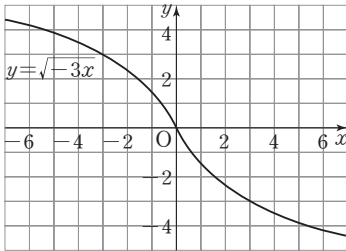
475 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{-3 \times (-x)} \quad \therefore y = \sqrt{3x}$$



476 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y = \sqrt{-3 \times (-x)} \quad \therefore y = -\sqrt{3x}$$



477 □: 2, 1, 2

478 $y = \sqrt{-3x}$ 에서 $y - (-3) = \sqrt{-3(x+1)}$
 $\therefore y = \sqrt{-3x-3}-3$

479 $y = -\sqrt{x}$ 에서 $y-1 = -\sqrt{x+2}$
 $\therefore y = -\sqrt{x+2}+1$

480 $y = -\sqrt{-2x}$ 에서 $y-3 = -\sqrt{-2(x-2)}$
 $\therefore y = -\sqrt{-2x+4}+3$

481 □: -5, 0, -5

482 $y = \sqrt{x-3}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=3, q=0$

483 $y = -\sqrt{3x+6} = -\sqrt{3(x+2)}$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore p=-2, q=0$$

484 $y = \sqrt{3-x}-1 = \sqrt{-(x-3)}-1$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=3, q=-1$

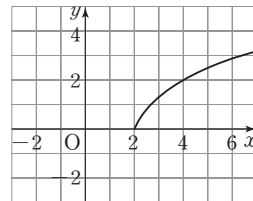
485 $y = -\sqrt{2x+4}+1 = -\sqrt{2(x+2)}+1$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수 $y = -\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=-2, q=1$

486 $y = \sqrt{\frac{1}{2}x+1}-2 = \sqrt{\frac{1}{2}(x+2)}-2$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수 $y = \sqrt{\frac{1}{2}x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=-2, q=-2$

487 $y = \sqrt{3x+1}+4 = \sqrt{3\left(x+\frac{1}{3}\right)}+4$ 이므로 이 함수의 그래프는 함수 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=-\frac{1}{3}, q=4$

488 $y = \sqrt{2(x-2)}$

① 그래프:

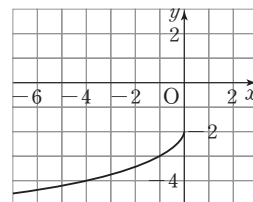


② 정의역: $\{x|x \geq 2\}$

③ 치역: $\{y|y \geq 0\}$

489 $y = -\sqrt{-x}-2$

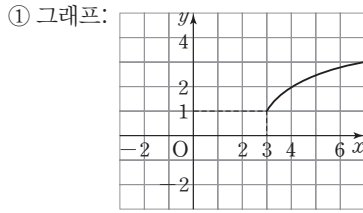
① 그래프:



② 정의역: $\{x|x \leq 0\}$

③ 치역: $\{y|y \leq -2\}$

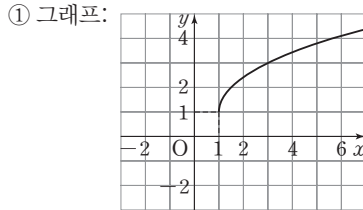
490 $y = \sqrt{x-3}+1$



② 정의역: $\{x|x \geq 3\}$

③ 치역: $\{y|y \geq 1\}$

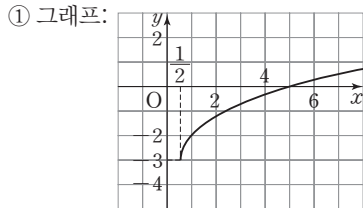
491 $y = \sqrt{2x-2} + 1 = \sqrt{2(x-1)} + 1$



② 정의역: $\{x|x \geq 1\}$

③ 치역: $\{y|y \geq 1\}$

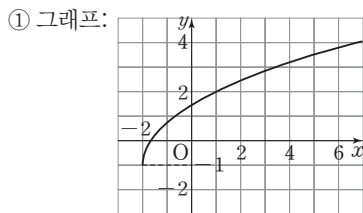
492 $y = \sqrt{2x-1} - 3 = \sqrt{2(x-\frac{1}{2})} - 3$



② 정의역: $\{x|x \geq \frac{1}{2}\}$

③ 치역: $\{y|y \geq -3\}$

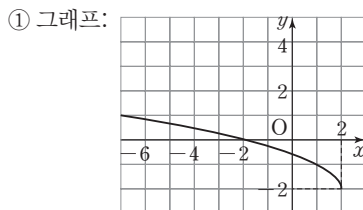
493 $y = \sqrt{6+3x} - 1 = \sqrt{3(x+2)} - 1$



② 정의역: $\{x|x \geq -2\}$

③ 치역: $\{y|y \geq -1\}$

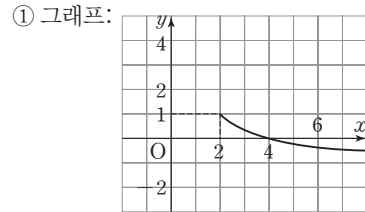
494 $y = \sqrt{2-x} - 2 = \sqrt{-(x-2)} - 2$



② 정의역: $\{x|x \leq 2\}$

③ 치역: $\{y|y \geq -2\}$

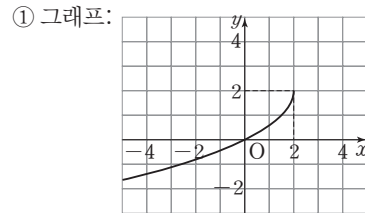
495 $y = -\sqrt{\frac{1}{2}x-1} + 1 = -\sqrt{\frac{1}{2}(x-2)} + 1$



② 정의역: $\{x|x \geq 2\}$

③ 치역: $\{y|y \leq 1\}$

496 $y = -\sqrt{4-2x} + 2 = -\sqrt{-2(x-2)} + 2$

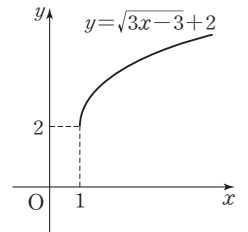


② 정의역: $\{x|x \leq 2\}$

③ 치역: $\{y|y \leq 2\}$

[497~500]

$y = \sqrt{3x-3} + 2 = \sqrt{3(x-1)} + 2$ 이므로 정의역은 $\{x|x \geq 1\}$, 치역은 $\{y|y \geq 2\}$ 이다. 또 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같고, 제1사분면을 지난다.



497 ×

498 ○

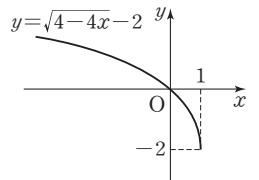
499 ×

500 ○

[501~504]

$y = \sqrt{4-4x} - 2 = \sqrt{-4(x-1)} - 2$ 이므로 정의역은 $\{x|x \leq 1\}$, 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

또 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, 제2, 4사분면을 지난다.



한편 $y = \sqrt{-4x-2} + 3 = \sqrt{-4(x+\frac{1}{2})} + 3$

이므로 함수 $y = \sqrt{-4x-2} + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 함수 $y = \sqrt{4-4x} - 2$ 의 그래프와 겹쳐진다.

501 ○

502 ×

503 ○

504 ○

505 □: -2, 2, 2, 4, 4

506 주어진 무리함수의 그래프는 함수 $y=\sqrt{ax}$ ($a<0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 $y=\sqrt{a(x-1)}+3$
이 그래프가 점 (0, 4)를 지나므로
 $4=\sqrt{-a}+3 \quad \therefore a=-1$
따라서 무리함수의 그래프는
 $y=\sqrt{-x+1}+3$
 $\therefore b=1, c=3$

507 주어진 무리함수의 그래프는 함수 $y=\sqrt{ax}$ ($a>0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 $y=\sqrt{a(x+1)}-2$
이 그래프가 점 (0, 0)을 지나므로
 $0=\sqrt{a}-2 \quad \therefore a=4$
따라서 무리함수의 그래프는
 $y=\sqrt{4x+4}-2$
 $\therefore b=4, c=-2$

508 주어진 무리함수의 그래프는 함수 $y=\sqrt{ax}$ ($a<0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 $y=\sqrt{a(x-2)}-1$
이 그래프가 점 (0, 3)을 지나므로
 $3=\sqrt{-2a}-1 \quad \therefore a=-8$
따라서 무리함수의 그래프는
 $y=\sqrt{-8x+16}-1$
 $\therefore b=16, c=-1$

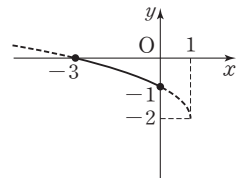
509 주어진 무리함수의 그래프는 함수 $y=-\sqrt{ax}$ ($a<0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 $y=-\sqrt{a(x-2)}+2$
이 그래프가 점 (0, 0)을 지나므로
 $0=-\sqrt{-2a}+2 \quad \therefore a=-2$
따라서 무리함수의 그래프는
 $y=-\sqrt{-2x+4}+2$
 $\therefore b=4, c=2$

510 주어진 무리함수의 그래프는 함수 $y=-\sqrt{ax}$ ($a>0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동

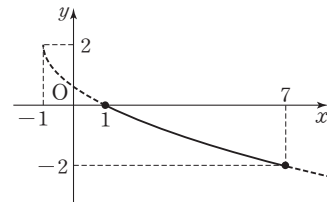
한 것이므로 $y=-\sqrt{a(x+3)}-1$
이 그래프가 점 (0, -4)를 지나므로
 $-4=-\sqrt{3a}-1 \quad \therefore a=3$
따라서 무리함수의 그래프는
 $y=-\sqrt{3x+9}-1$
 $\therefore b=9, c=-1$

511 □: $\frac{1}{2}, 5, 1$

512 함수 $y=\sqrt{1-x}-2=\sqrt{-(x-1)}-2$ 의 그래프는 함수 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
정의역 $\{x|-3 \leq x \leq 0\}$ 에서 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 최댓값은 $x=-3$ 일 때
 $\sqrt{1-(-3)}-2=0,$
최솟값은 $x=0$ 일 때
 $\sqrt{1-0}-2=-1$



513 함수 $y=2-\sqrt{2x+2}=-\sqrt{2(x+1)}+2$ 의 그래프는 함수 $y=-\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
정의역 $\{x|1 \leq x \leq 7\}$ 에서 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 최댓값은 $x=1$ 일 때 $2-\sqrt{2+2}=0,$
최솟값은 $x=7$ 일 때 $2-\sqrt{2 \times 7+2}=-2$

514 □: k , 감소, -6, -6, -6, 6, 3

515 함수 $y=\sqrt{2x+k}-2=\sqrt{2\left(x+\frac{k}{2}\right)}-2$ 의 그래프는 함수 $y=\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{k}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.
따라서 $x=1$ 일 때 최솟값 0을 갖는다.
 $x=1, y=0$ 을 주어진 함수의 식에 대입하면
 $0=\sqrt{2+k}-2, \sqrt{k+2}=2$
 $\therefore k=2$

516 함수 $y=-2\sqrt{k-x}+1=-2\sqrt{-(x-k)}+1$ 의 그래프는 함수 $y=-2\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

따라서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 갖는다.

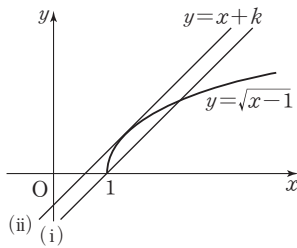
$x = -1, y = -3$ 을 주어진 함수의 식에 대입하면

$$-3 = -2\sqrt{k - (-1)} + 1, \sqrt{k+1} = 2$$

$$\therefore k = 3$$

517 $\square: 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0, 0$

518 함수 $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선 $y = x + k$ 는 기울기가 1이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = x + k$ 가 점 $(1, 0)$ 을 지날 때 $k = -1$

(ii) 함수 $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 접할 때

$\sqrt{x-1} = x + k$ 의 양변을 제곱하면

$$x-1 = x^2 + 2kx + k^2$$

$$x^2 + (2k-1)x + k^2 + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2+1) = 0$$

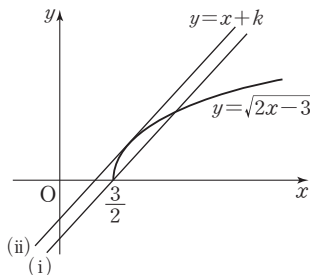
$$-4k-3=0 \quad \therefore k = -\frac{3}{4}$$

① 만나지 않는다. $\Rightarrow k > -\frac{3}{4}$

② 한 점에서 만난다. $\Rightarrow k = -\frac{3}{4}$ 또는 $k < -1$

③ 서로 다른 두 점에서 만난다. $\Rightarrow -1 \leq k < -\frac{3}{4}$

519 함수 $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것이고 직선 $y = x + k$ 는 기울기가 1이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = x + k$ 가 점 $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지날 때 $k = -\frac{3}{2}$

(ii) 함수 $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 접할 때

$\sqrt{2x-3} = x + k$ 의 양변을 제곱하면

$$2x-3 = x^2 + 2kx + k^2$$

$$x^2 + 2(k-1)x + k^2 + 3 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2+3) = 0$$

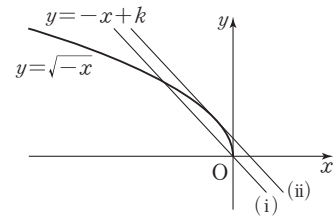
$$-2k-2=0 \quad \therefore k = -1$$

① 만나지 않는다. $\Rightarrow k > -1$

② 한 점에서 만난다. $\Rightarrow k = -1$ 또는 $k < -\frac{3}{2}$

③ 서로 다른 두 점에서 만난다. $\Rightarrow -\frac{3}{2} \leq k < -1$

520 직선 $y = -x + k$ 는 기울기가 -1 이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = -x + k$ 가 원점을 지날 때 $k = 0$

(ii) 함수 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 접할 때

$\sqrt{-x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$-x = x^2 - 2kx + k^2 \quad (\because x \leq 0)$$

$$x^2 - (2k-1)x + k^2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(2k-1)\}^2 - 4k^2 = 0$$

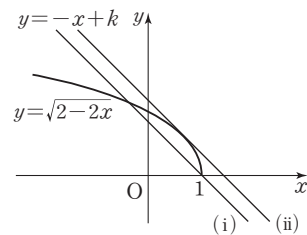
$$-4k+1=0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$$

① 만나지 않는다. $\Rightarrow k > \frac{1}{4}$

② 한 점에서 만난다. $\Rightarrow k = \frac{1}{4}$ 또는 $k < 0$

③ 서로 다른 두 점에서 만난다. $\Rightarrow 0 \leq k < \frac{1}{4}$

521 함수 $y = \sqrt{2-2x} = \sqrt{-2(x-1)}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선 $y = -x + k$ 는 기울기가 -1 이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = -x + k$ 가 점 $(1, 0)$ 을 지날 때 $k = 1$

(ii) 함수 $y = \sqrt{2-2x}$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 접할 때

$\sqrt{2-2x} = -x + k$ 의 양변을 제곱하면

$$2-2x = x^2 - 2kx + k^2$$

$$x^2 - 2(k-1)x + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = \{-(k-1)\}^2 - (k^2-2) = 0, -2k+3=0 \quad \therefore k=\frac{3}{2}$$

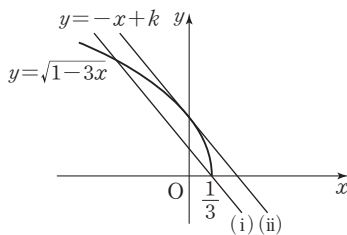
① 만나지 않는다. $\Rightarrow k > \frac{3}{2}$

② 한 점에서 만난다. $\Rightarrow k = \frac{3}{2}$ 또는 $k < 1$

③ 서로 다른 두 점에서 만난다. $\Rightarrow 1 \leq k < \frac{3}{2}$

522 함수 $y = \sqrt{1-3x} = \sqrt{-3(x-\frac{1}{3})}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-3x}$

의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{3}$ 만큼 평행이동한 것이고 직선 $y = -x+k$ 는 기울기가 -1 이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = -x+k$ 가 점 $(\frac{1}{3}, 0)$ 을 지날 때 $k = \frac{1}{3}$

(ii) 함수 $y = \sqrt{1-3x}$ 의 그래프와 직선 $y = -x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{1-3x} = -x+k$ 의 양변을 제곱하면

$$1-3x = x^2 - 2kx + k^2$$

$$x^2 - (2k-3)x + k^2 - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(2k-3)\}^2 - 4(k^2-1) = 0$$

$$-12k+13=0 \quad \therefore k=\frac{13}{12}$$

① 만나지 않는다. $\Rightarrow k > \frac{13}{12}$

② 한 점에서 만난다. $\Rightarrow k = \frac{13}{12}$ 또는 $k < \frac{1}{3}$

③ 서로 다른 두 점에서 만난다. $\Rightarrow \frac{1}{3} \leq k < \frac{13}{12}$

523 □: $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, 2$

524 $y = \sqrt{2-x} - 3$ 을 x 에 대하여 풀면

$$\sqrt{2-x} = y+3, 2-x = (y+3)^2$$

$$x = -(y+3)^2 + 2$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y = -(x+3)^2 + 2$$

한편 $y = \sqrt{2-x} - 3$ 의 치역이 $\{y | y \geq -3\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x | x \geq -3\}$ 이다.

525 $y = -\sqrt{3x-3} + 1$ 을 x 에 대하여 풀면

$$-\sqrt{3x-3} = y-1, 3x-3 = (y-1)^2$$

$$x = \frac{1}{3}(y-1)^2 + 1$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 1$$

한편 $y = -\sqrt{3x-3} + 1$ 의 치역이 $\{y | y \leq 1\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x | x \leq 1\}$ 이다.

526 □: $x, x, 3, 3, 3, 2\sqrt{2}$

527 함수 $y = \sqrt{2x+4} - 2$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은 $y = \sqrt{2x+4} - 2$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같으므로

$$\sqrt{2x+4} - 2 = x, \sqrt{2x+4} = x+2$$

양변을 제곱하면

$$2x+4 = x^2 + 4x + 4, x^2 + 2x = 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 0$$

따라서 두 교점이 $(-2, -2), (0, 0)$ 이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(0+2)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

528 함수 $y = -\sqrt{12-4x} + 3$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은 $y = -\sqrt{12-4x} + 3$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같으므로

$$-\sqrt{12-4x} + 3 = x, -\sqrt{12-4x} = x-3$$

양변을 제곱하면

$$12-4x = x^2 - 6x + 9, x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 교점이 $(-1, -1), (3, 3)$ 이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3+1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

529 □: $2, 2, 2, 2, 2, 3$

530 $(f \circ g^{-1})(3) = f(g^{-1}(3))$

이때 $g^{-1}(3) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 3$ 에서

$$\sqrt{2k+1} = 3 \quad \therefore k = 4$$

따라서 구하는 함수값은 $f(g^{-1}(3)) = f(4) = \frac{5}{2}$

531 $(g^{-1} \circ f)(-3) = g^{-1}(f(-3))$
 $= g^{-1}(4)$

이때 $g^{-1}(4) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 4$ 에서

$$\sqrt{k-1} = 4 \quad \therefore k = 17$$

따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(4) = 17$

532 $(f^{-1} \circ g)^{-1}(-2) = (g^{-1} \circ f)(-2)$
 $= g^{-1}(f(-2))$
 $= g^{-1}(1)$

이때 $g^{-1}(1) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 1$ 에서

$$\sqrt{3k-1} = 1 \quad \therefore k = \frac{2}{3}$$

따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(1) = \frac{2}{3}$

$$533 \quad (f \circ (g \circ f)^{-1})(5) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(5) \\ = g^{-1}(5)$$

이때 $g^{-1}(5) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 5$ 에서
 $\sqrt{2k-1} = 5 \quad \therefore k = 13$

따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(5) = 13$

$$534 \quad ((f \circ g^{-1})^{-1} \circ f)^{-1}(4) = (g \circ f^{-1} \circ f)^{-1}(4) \\ = g^{-1}(4)$$

이때 $g^{-1}(4) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 4$ 에서
 $\sqrt{k+2} + 1 = 4 \quad \therefore k = 7$

따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(4) = 7$

$$535 \quad (f^{-1} \circ (g \circ f^{-1})^{-1})(7) = (f^{-1} \circ f \circ g^{-1})(7) \\ = g^{-1}(7)$$

이때 $g^{-1}(7) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 7$ 에서
 $\sqrt{2k-4} + 3 = 7 \quad \therefore k = 10$

따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(7) = 10$

연산문제로 실전 능력 다지기

192쪽 ~ 194쪽

$$536 \quad a > 0, b > 0 \text{에서 } -a < 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{b^2} = -(-a) + b \\ = a + b$$

$$537 \quad a < b \text{에서 } a - b < 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) \\ = -a + b$$

$$538 \quad 0 < a < b \text{에서 } b - a > 0, ab > 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(b-a)^2} - |ab| = b - a - ab$$

$$539 \quad \sqrt{x-5}\sqrt{1-x} = -\sqrt{-x^2+6x-5} \\ = -\sqrt{-(x^2-6x+5)} \\ = -\sqrt{-(x-1)(x-5)} \\ = -\sqrt{(x-5)(1-x)}$$

에서 $x-5 \leq 0, 1-x \leq 0$

$\therefore 1 \leq x \leq 5$

따라서 $x+3 > 0, x-6 < 0$ 이므로

$$\sqrt{(x+3)^2} + \sqrt{(x-6)^2} = x+3 - (x-6) \\ = 9$$

$$540 \quad \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \text{에서} \\ x+1 \geq 0, x-1 < 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(x-1)^2} = x+1 - (x-1) \\ = 2$$

$$541 \quad \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} + \frac{x}{1-\sqrt{x+1}} = \frac{x(1-\sqrt{x+1}) + x(1+\sqrt{x+1})}{(1+\sqrt{x+1})(1-\sqrt{x+1})} \\ = \frac{2x}{1-(x+1)} \\ = \frac{2x}{-x} \\ = -2$$

$$542 \quad \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}} \\ = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{x+1}) + \sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})} \\ = \frac{2x}{x-(x+1)} \\ = -2x$$

$$543 \quad \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}+2} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}-2} \\ = \frac{x^2(\sqrt{x^2+4}-2) - x^2(\sqrt{x^2+4}+2)}{(\sqrt{x^2+4}+2)(\sqrt{x^2+4}-2)} \\ = \frac{-4x^2}{x^2+4-4} \\ = -4$$

$$544 \quad \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} = \frac{(1+\sqrt{x}) + (1-\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} \\ = \frac{2}{1-x} \\ \text{이때 } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{에서 } 1-x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \text{이므로} \\ \frac{1}{1-x} = \frac{2}{2-\sqrt{2}} = \frac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = 2+\sqrt{2} \\ \therefore (\text{주어진 식}) = \frac{2}{1-x} = 2(2+\sqrt{2}) = 4+2\sqrt{2}$$

$$545 \quad \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = \frac{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})^2}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})} \\ = \frac{x+1 + 2\sqrt{x+1}\sqrt{x-1} + x-1}{x+1 - (x-1)} \\ = x + \sqrt{x^2-1}$$

이때 $x = \sqrt{2}$ 이므로

$$(\text{주어진 식}) = x + \sqrt{x^2-1} = \sqrt{2} + 1$$

$$\begin{aligned}
 546 \quad \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} &= \frac{(1+\sqrt{x})^2 + (1-\sqrt{x})^2}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} \\
 &= \frac{(1+2\sqrt{x}+x) + (1-2\sqrt{x}+x)}{1-x} \\
 &= \frac{2+2x}{1-x}
 \end{aligned}$$

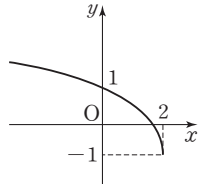
$$\text{이때 } x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{주어진 식}) &= \frac{2+2x}{1-x} \\
 &= \frac{2+2(\sqrt{2}-1)}{1-(\sqrt{2}-1)} \\
 &= \frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \\
 &= \frac{2\sqrt{2}(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} \\
 &= 2\sqrt{2}+2
 \end{aligned}$$

[547~550]

함수 $y = \sqrt{4-2x}-1 = \sqrt{-2(x-2)}-1$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것으로 오른쪽 그림과 같다.

이때 그래프는 제1, 2, 4사분면을 지나고 정의역은 $\{x|x \leq 2\}$, 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.



547 ×

548 ×

549 ○

550 ×

551 주어진 무리함수의 그래프는 함수 $y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x-2)} - 3$$

이 그래프가 점 (5, 0)을 지나므로

$$0 = \sqrt{3a} - 3 \quad \therefore a = 3$$

따라서 무리함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x-6} - 3$ 이므로

$$b = -6, c = -3$$

552 주어진 무리함수의 그래프는 함수 $y = -\sqrt{ax}$ ($a < 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

$$y = -\sqrt{a(x-3)} + 1$$

이 그래프가 점 (0, -2)를 지나므로

$$-2 = -\sqrt{-3a} + 1 \quad \therefore a = -3$$

따라서 무리함수의 그래프는 $y = -\sqrt{-3x+9} + 1$ 이므로

$$b = 9, c = 1$$

553 함수 $y = \sqrt{4-2x} + 1 = \sqrt{-2(x-2)} + 1$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

$$\therefore \text{최댓값은 } x = -\frac{5}{2} \text{ 일 때 } \sqrt{4-2\left(-\frac{5}{2}\right)} + 1 = 4,$$

$$\text{최솟값은 } x = 0 \text{ 일 때 } \sqrt{4-0} + 1 = 3$$

554 함수 $y = -\sqrt{\frac{4}{3}x+4} + 3 = -\sqrt{\frac{4}{3}(x+3)} + 3$ 의 그래프는 함수

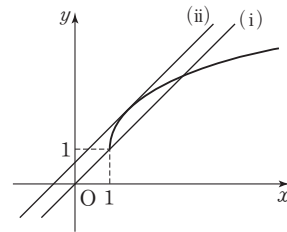
$y = -\sqrt{\frac{4}{3}x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

$$\therefore \text{최댓값은 } x = 0 \text{ 일 때 } -\sqrt{0+4} + 3 = 1,$$

$$\text{최솟값은 } x = 9 \text{ 일 때 } -\sqrt{\frac{4}{3} \times 9 + 4} + 3 = -1$$

[555~557]

함수 $y = \sqrt{x-1} + 1$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선 $y = x + k$ 는 기울기가 1이고 y 절편이 k 인 직선이다.



(i) 직선 $y = x + k$ 가 점 (1, 1)을 지날 때

$$k = 0$$

(ii) 함수 $y = \sqrt{x-1} + 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 접할 때

$$\sqrt{x-1} + 1 = x + k$$

$$\sqrt{x-1} = x + k - 1 \text{의 양변을 제곱하면}$$

$$x-1 = x^2 + 2(k-1)x + (k-1)^2$$

$$x^2 + (2k-3)x + k^2 - 2k + 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$D = (2k-3)^2 - 4(k^2 - 2k + 2) = 0$$

$$-4k + 1 = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$$

555 만나지 않는다. $\Rightarrow k > \frac{1}{4}$

556 한 점에서 만난다. $\Rightarrow k = \frac{1}{4}$ 또는 $k < 0$

557 서로 다른 두 점에서 만난다. $\Rightarrow 0 \leq k < \frac{1}{4}$

558 함수 $y = \sqrt{4x-4} + 1$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은

$y = \sqrt{4x-4} + 1$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로
 $\sqrt{4x-4} + 1 = x, \sqrt{4x-4} = x-1$
 양변을 제곱하면
 $4x-4 = x^2 - 2x + 1, x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x-1)(x-5) = 0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=5$
 따라서 두 교점이 $(1, 1), (5, 5)$ 이므로 두 점 사이의 거리는
 $\sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = 4\sqrt{2}$

559 함수 $y = -\sqrt{3-x} + 3$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은
 $y = -\sqrt{3-x} + 3$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로
 $-\sqrt{3-x} + 3 = x, -\sqrt{3-x} = x-3$
 양변을 제곱하면
 $3-x = x^2 - 6x + 9, x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x-2)(x-3) = 0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3$
 따라서 두 교점이 $(2, 2), (3, 3)$ 이므로 두 점 사이의 거리는
 $\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$

560 $y = \sqrt{2x-4} - 1$ 이라 하고 x 에 대하여 풀면
 $\sqrt{2x-4} = y+1, 2x-4 = (y+1)^2$
 $\therefore x = \frac{1}{2}(y+1)^2 + 2$
 x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 2 \quad (x \geq -1)$
 $f(4) = \sqrt{2 \times 4 - 4} - 1 = 1, f^{-1}(5) = \frac{1}{2}(5+1)^2 + 2 = 20$
 $\therefore f(4) + f^{-1}(5) = 1 + 20 = 21$

561 $y = \sqrt{-2x+6} + 4$ 라 하고 x 에 대하여 풀면
 $\sqrt{-2x+6} = y-4, -2x+6 = (y-4)^2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}(y-4)^2 + 3$
 x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 3$
 $\therefore f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 3 \quad (x \geq 4)$
 $f^{-1}(4) = -\frac{1}{2}(4-4)^2 + 3 = 3, f^{-1}(6) = -\frac{1}{2}(6-4)^2 + 3 = 1$
 $\therefore f^{-1}(4) + f^{-1}(6) = 3 + 1 = 4$

562 $y = -\sqrt{3x+15} + 2$ 라 하고 x 에 대하여 풀면
 $-\sqrt{3x+15} = y-2, 3x+15 = (y-2)^2$
 $\therefore x = \frac{1}{3}(y-2)^2 - 5$
 x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 5$
 $\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 5 \quad (x \leq 2)$
 $f^{-1}(-1) = \frac{1}{3}(-1-2)^2 - 5 = -2$

$f^{-1}(2) = \frac{1}{3}(2-2)^2 - 5 = -5$
 $\therefore f^{-1}(-1) + f^{-1}(2) = -2 + (-5) = -7$

563 $(f \circ g^{-1})(2) = f(g^{-1}(2))$
 이때 $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$ 에서
 $\sqrt{k-2} = 2 \quad \therefore k = 6$
 따라서 구하는 함수값은 $f(g^{-1}(2)) = f(6) = \frac{2}{3}$

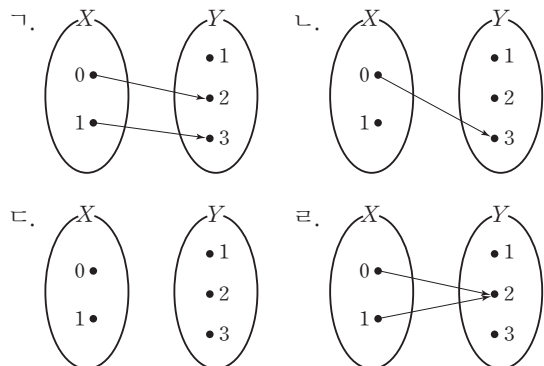
564 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1)$
 $= (g^{-1} \circ f)(1)$
 $= g^{-1}(f(1))$
 $= g^{-1}(1)$
 이때 $g^{-1}(1) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 1$ 에서
 $\sqrt{k+4} = 1 \quad \therefore k = -3$
 따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(1) = -3$

565 $((f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(1) = (g^{-1} \circ f \circ g)(1)$
 $= (g^{-1} \circ f)(g(1))$
 $= (g^{-1} \circ f)(2)$
 $= g^{-1}(f(2))$
 $= g^{-1}(3)$
 이때 $g^{-1}(3) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 3$ 에서
 $\sqrt{2k-1} + 1 = 3, \sqrt{2k-1} = 2 \quad \therefore k = \frac{5}{2}$
 따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(3) = \frac{5}{2}$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

195쪽 ~ 200쪽

566 각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 X 에서 Y 로의 함수인 것은 가, 다이다.

567 $\frac{-3x+1}{2} = 5$ 에서 $-3x+1 = 10 \quad \therefore x = -3$
 $f\left(\frac{-3x+1}{2}\right) = 2x^2 + 8x + 7$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$$f(5) = 2 \times (-3)^2 + 8 \times (-3) + 7 = 1$$

568 $2x+1=5$ 에서 $x=2$

$g(2x+1)=f(x+1)$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$g(5)=f(3)=2 \times 3^2 - 3 + 1 = 16$$

569 임의의 실수 k 에 대하여 x 축에 평행한 직선 $y=k$ 를 그었을 때, 그래프와 한 점에서 만나고 (치역)=(공역)이면 그 함수는 일대일 대응이다.

따라서 일대일 대응인 것은 ㄴ 뿐이다.

570 함수 $f(x)$ 가 일대일 대응이 되려면 증가함수이거나 감소함수이어야 한다.

(i) 함수 $f(x)$ 가 증가함수일 때

$$a-1 > 0 \text{이고 } a+1 > 0 \text{이므로 } a > 1$$

(ii) 함수 $f(x)$ 가 감소함수일 때

$$a-1 < 0 \text{이고 } a+1 < 0 \text{이므로 } a < -1$$

(i), (ii)에서 함수 $f(x)$ 가 일대일 대응이 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -1$ 또는 $a > 1$

571 함수 $f(x)$ 는 증가함수이고, 이 함수가 일대일 대응이 되려면

$$f(1)=3 \text{에서 } 2+b=3 \quad \therefore b=1$$

$$f(a)=9 \text{에서 } 2a+1=9 \quad \therefore a=4$$

$$\therefore a+b=4+1=5$$

572 두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면

(i) f 가 함수일 때,

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6개,

$f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6개,

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6개이므로

함수의 개수는

$$l=6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$$

(ii) 상수함수의 개수는

$$m=6$$

(iii) f 가 일대일함수일 때,

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6개,

$f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1)$ 의 값을 제외한 5개,

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1)$, $f(2)$ 의 값을 제외한 4개

이므로 일대일함수의 개수는

$$n=6 \times 5 \times 4 = 120$$

$$\therefore l+m+n=216+6+120=342$$

573 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+3)$

$$(g \circ f)(x) = \frac{1}{2}(2x+3)^2 - 5 = 2x^2 + 6x - \frac{1}{2}$$

574 $f(2)=2^2-1=3$ 이므로

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(3) = 5 \text{에서}$$

$$3-a=5 \quad \therefore a=-2$$

575 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x+k)$

$$= \frac{1}{3}(3x+k) + 3 = x + \frac{1}{3}k + 3$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{3}x+3\right)$$

$$= 3\left(\frac{1}{3}x+3\right) + k = x + k + 9$$

$$f \circ g = g \circ f \text{이므로 } \frac{1}{3}k+3=k+9 \quad \therefore k=-9$$

$$\text{따라서 } g(x)=3x-9 \text{이므로 } g(3)=0$$

576 $f(h(x))=g(x)$ 이므로

$$2h(x)-3=3x+5 \quad \therefore h(x)=\frac{3}{2}x+4$$

$$\therefore h(2)=\frac{3}{2} \times 2 + 4 = 7$$

577 $f^1(x)=f(x)=x-\frac{1}{2}$

$$f^2(x)=f(f(x))=f\left(x-\frac{1}{2}\right)=x-1$$

$$f^3(x)=f(f^2(x))=f(x-1)=x-\frac{3}{2}$$

$\vdots$

$$f^n(x)=x-\frac{n}{2}$$

$$\therefore f^{100}(2)=2-\frac{100}{2}=-48$$

578 $f^{-1}(2)=3$ 이므로 $f(3)=2$ 에서 $3a+b=2$

$$\text{위 식의 양변을 3으로 나누면 } a+\frac{1}{3}b=\frac{2}{3}$$

579 $(g^{-1} \circ f)(x) = g^{-1}(f(x)) = g^{-1}(ax+b)$ 이므로

$$(g^{-1} \circ f)(x) = 2x-3 \text{에서 } g^{-1}(ax+b) = 2x-3$$

$$\text{즉 } g(2x-3) = ax+b \text{이고,}$$

$$g(2x-3) = (2x-3) + 2 = 2x-1 \text{이므로}$$

$$ax+b=2x-1 \quad \therefore a=2, b=-1$$

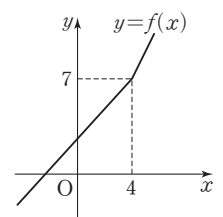
$$\text{따라서 } f(x)=2x-1 \text{이고 } f^{-1}(7)=k \text{로 놓으면}$$

$$f(k)=7 \text{에서 } 2k-1=7, k=4 \quad \therefore f^{-1}(7)=4$$

580 역함수가 존재하려면 일대일 대응이어야 하므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.

즉 직선 $y=x+a$ 가 점 (4, 7)을 지나야 하므로

$$4+a=7 \text{에서 } a=3$$

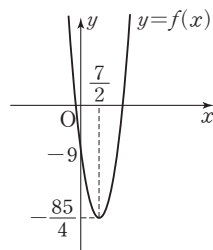


$$\text{즉 } f(x) = \begin{cases} x+3 & (x < 4) \\ 2x-1 & (x \geq 4) \end{cases} \text{이므로}$$

$$(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(5) = 9$$

- 581** 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이 같아야 한다. 이때 $f(x)$ 가 증가함수이므로
- $$f(a)=1 \text{에서 } 2a-1=1 \quad \therefore a=1$$
- $$f(4)=b \text{에서 } b=2 \times 4-1=7$$
- $$\therefore b-a=7-1=6$$

- 582** $f(x) = x^2 - 7x - 9 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{85}{4}$
- 의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 정의역이 $\left\{x \mid x \geq \frac{7}{2}\right\}$ 일 때 함수 $f(x)$ 의 역



함수가 존재한다. $\therefore k \geq \frac{7}{2}$

또 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 공역과 치역이 같아야 한다.

이때 $f(k) = k$ 에서 $k^2 - 7k - 9 = k$, $k^2 - 8k - 9 = 0$

$$(k+1)(k-9) = 0 \quad \therefore k=9 \left(\because k \geq \frac{7}{2} \right)$$

- 583** $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(a) = (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(a)$
- $$= (f \circ g^{-1})(a)$$
- $$= f(g^{-1}(a))$$

$g^{-1}(a) = k (k > 0)$ 로 놓으면

$$g(k) = a \text{이므로 } k^2 = a \quad \therefore k = \sqrt{a} \left(\because k > 0 \right)$$

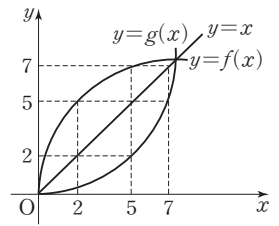
즉 $f(\sqrt{a}) = 3$ 이므로

$$\sqrt{a} - 2 = 3, \sqrt{a} = 5 \quad \therefore a = 25$$

- 584** $(g \circ f)(x) = x$ 이므로 g 는 f 의 역함수이고, 또 f 도 g 의 역함수이다. ($\because g = f^{-1}$ 에서 $g^{-1} = (f^{-1})^{-1} = f$)
- $$f(-1) = g^{-1}(-1) = k \text{로 놓으면 } g(k) = -1 \text{이므로}$$
- $$3k - 2 = -1 \quad \therefore k = \frac{1}{3}$$
- 즉 $f(-1) = \frac{1}{3}$

- 585** $y = -2x + b$ 를 x 에 대하여 풀면
- $$2x = -y + b, x = -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}b$$
- x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}b$
- 즉 $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}b$ 이므로
- $$ax + 3 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}b$$
- $$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = 6$$

- 586** 직선 $y=x$ 에 대하여 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 대칭이므로 $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.



즉 $g = f^{-1}$ 이므로

$$g \circ f = I \text{ (항등함수)}$$

$$\therefore (f^{-1} \circ g \circ f)(5) = (f^{-1} \circ I)(5)$$

$$= f^{-1}(5)$$

$$= g(5) = 2$$

- 587** 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로 $f(x) = x$ 에서

$$x^2 - 2x + 2 = x, x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 두 교점은 $A(1, 1)$, $B(2, 2)$ 또는 $A(2, 2)$, $B(1, 1)$ 이므로

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$

참고

좌표평면 위의 두 점 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 사이의 거리는

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$$

- 588** 함수 $f(x) = ax + b$ 의 그래프가 점 $P(-2, -4)$ 를 지나므로
- $$-2a + b = -4 \quad \cdots \textcircled{1}$$
- 함수 $y=f(x)$ 의 역함수의 그래프가 점 $Q(5, 1)$ 을 지나므로
- 함수 $f(x) = ax + b$ 의 그래프는 점 $(1, 5)$ 를 지난다.
- $$\therefore a + b = 5 \quad \cdots \textcircled{2}$$
- $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=2$

- 589** $\frac{x^2-4}{(x+2)^2} \times \frac{x^2+3x+2}{x-1} + 1$
- $$= \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)^2} \times \frac{(x+2)(x+1)}{x-1} + 1$$
- $$= \frac{(x-2)(x+1)}{x-1} + 1$$
- $$= \frac{x^2 - x - 2 + (x-1)}{x-1} = \frac{x^2 - 3}{x-1}$$

따라서 $a = -3$, $b = -1$ 이므로 $a+b = -3+(-1) = -4$

- 590** $\frac{6}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{3}{x-3}$
- 의 양변에 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 을 곱하면
- $$6 = a(x-2)(x-3) + b(x-3)(x-1) + 3(x-1)(x-2)$$
- $$\therefore 6 = (a+b+3)x^2 + (-5a-4b-9)x + 6a+3b+6$$
- 이 식이 x 에 대한 항등식이므로
- $$a+b+3=0, -5a-4b-9=0, 6a+3b+6=6$$
- $$\therefore a=3, b=-6$$
- $$\therefore 2a-b=12$$

$$591 \quad \frac{1}{(x-2)(x-1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right)$$

$$= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{4}{(x-2)(x+2)}$$

따라서 $a = -2, b = 4$ 이므로 $a+b = -2+4=2$

$$592 \quad x:y=3:2, y:z=3:1 \text{에서}$$

$x=9k, y=6k, z=2k \ (k \neq 0)$ 라 하면

$$\frac{x^2-y^2+z^2}{xy-yz+zx} = \frac{81k^2-36k^2+4k^2}{54k^2-12k^2+18k^2} = \frac{49k^2}{60k^2} = \frac{49}{60}$$

$$593 \quad \frac{x-y}{2} = \frac{x-2y}{3} = k \ (k \neq 0) \text{에서 } x-y=2k, x-2y=3k$$

즉 $x=k, y=-k$ 라 하면

$$\frac{x+xy+y}{x^2+y^2} = \frac{k-k^2-k}{k^2+k^2} = \frac{-k^2}{2k^2} = -\frac{1}{2}$$

$$594 \quad y-2 = -\frac{2}{x+3} \quad \therefore y = -\frac{2}{x+3} + 2$$

$$595 \quad \text{함수 } y = -\frac{1}{x} \text{의 그래프를 } x\text{축의 방향으로 } a\text{만큼, } y\text{축의 방향으로}$$

로 b 만큼 평행이동한 함수 $y = -\frac{1}{x-a} + b$ 의 그래프의 점근선의

방정식은 $x=a, y=b$ 이므로 $a=2, b=-3$

$$596 \quad y = \frac{-4x+5}{2x-1} = \frac{-2(2x-1)+3}{2x-1} = \frac{3}{2x-1} - 2$$

따라서 점근선의 방정식은 $x=\frac{1}{2}, y=-2$

$$597 \quad y = \frac{x-4}{x-2} = \frac{(x-2)-2}{x-2} = -\frac{2}{x-2} + 1$$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y-b = -\frac{2}{(x-a)-2} + 1$$

$$\therefore y = -\frac{2}{x-(a+2)} + b+1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

⑦의 그래프가 함수 $y = \frac{3x+1}{x+1} = \frac{3(x+1)-2}{x+1} = -\frac{2}{x+1} + 3$

의 그래프와 겹쳐지므로 두 함수는 같다.

따라서 $-(a+2)=1, b+1=3$ 이므로 $a=-3, b=2$

$$598 \quad \text{점근선의 방정식이 } x=1, y=-1 \text{이므로}$$

$$y = \frac{k}{x-1} - 1 \quad \therefore p=-1, q=-1$$

그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{0-1} - 1 \quad \therefore k=-1$$

$$\therefore k+p+q = -1+(-1)+(-1) = -3$$

$$599 \quad \text{점근선의 방정식이 } x=3, y=2 \text{이므로 } y = \frac{k}{x-3} + 2$$

그래프가 점 $P(1, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \frac{k}{1-3} + 2 \quad \therefore k = -4$$

따라서 그래프의 식은

$$y = \frac{-4}{x-3} + 2 = \frac{2x-10}{x-3} \quad \therefore a=2, b=-10, c=-3$$

$$600 \quad \text{점근선의 방정식이 } x=-1, y=2 \text{이므로 } y = \frac{k}{x+1} + 2$$

그래프가 점 $(-\frac{1}{2}, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-\frac{1}{2}+1} + 2, 2k+2=0 \quad \therefore k=-1$$

$$\text{즉 그래프의 식은 } y = \frac{-1}{x+1} + 2 = \frac{2x+1}{x+1}$$

따라서 $a=2, b=1, c=1$ 이므로 $a+b+c=2+1+1=4$

$$601 \quad y = \frac{3x-1}{1-x} = \frac{3(x-1)+2}{-(x-1)} = -\frac{2}{x-1} - 3$$

즉 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

이때 $2 \leq x \leq 3$ 에서

함수 $y = \frac{3x-1}{1-x}$ 의 그래프가

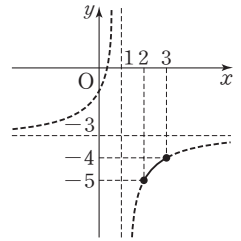
오른쪽 그림과 같으므로

최댓값은 $x=3$ 일 때 -4,

최솟값은 $x=2$ 일 때 -5

따라서 $M=-4, m=-5$ 이므로

$$M+m = -4+(-5) = -9$$



$$602 \quad \text{함수 } y = \frac{3x-3}{x-2} \text{을 } x\text{에 대하여 풀면}$$

$$(x-2)y = 3x-3, (y-3)x = 2y-3$$

$$\therefore x = \frac{2y-3}{y-3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{2x-3}{x-3}$$

따라서 역함수의 그래프에서 점근선의 방정식은

$$y = \frac{2x-3}{x-3} = \frac{2(x-3)+3}{x-3} = \frac{3}{x-3} + 2 \text{에서}$$

$$x=3, y=2$$

$$\text{즉 } p=3, q=2 \text{이므로 } p+q=3+2=5$$

$$603 \quad f^{-1}(1)=0 \text{에서 } f(0)=1 \text{이므로}$$

$$(f \circ f)(0) = f(f(0)) = f(1) = 2$$

$$f(0)=1 \text{에서 } \frac{1}{b}=1 \quad \therefore b=1$$

$$f(1)=2 \text{에서 } \frac{a+1}{1+b} = \frac{a+1}{1+1} = 2 \quad \therefore a=3$$

604 $-1 < a < 2$ 에서 $a+1 > 0$, $a-2 < 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{a^2-4a+4} = \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-2)^2}$$

$$= a+1 - (a-2)$$

$$= 3$$

605 $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}} = -\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}$ 에서

$$x+3 \geq 0, x-3 < 0 \text{이므로}$$

$$\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+3)^2} = -(x-3) + (x+3)$$

$$= 6$$

606 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$

$$= \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})}$$

$$= \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{(x+1) - x}$$

$$= \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3})$$

$$= -1 + 2$$

$$= 1$$

607 $x + \sqrt{x^2+1} - \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}$

$$= x + \sqrt{x^2+1} - \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{(x + \sqrt{x^2+1})(x - \sqrt{x^2+1})}$$

$$= x + \sqrt{x^2+1} - \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{x^2 - (x^2+1)}$$

$$= x + \sqrt{x^2+1} + (x - \sqrt{x^2+1})$$

$$= 2x$$

608 $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} + \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \frac{(1-\sqrt{x})^2 + (1+\sqrt{x})^2}{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}$

$$= \frac{(1-2\sqrt{x}+x) + (1+2\sqrt{x}+x)}{1-x}$$

$$= \frac{2+2x}{1-x}$$

이때 $x = \sqrt{2}$ 이므로

$$(\text{주어진 식}) = \frac{2+2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{2(1+\sqrt{2})^2}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{2(1+2\sqrt{2}+2)}{1-2}$$

$$= -6-4\sqrt{2}$$

609 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$$y-2 = \sqrt{2(x+3)} \quad \therefore y = \sqrt{2x+6} + 2$$

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a=2, b=6, c=2$$

610 함수 $y = \sqrt{4-x} + k = \sqrt{-(x-4)} + k$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

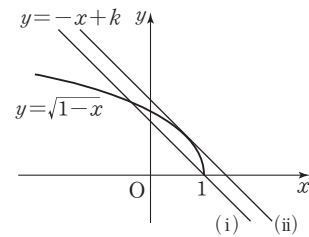
따라서 $x=3$ 일 때 최솟값 3 을 갖는다.

$$x=3, y=3 \text{을 주어진 함수의 식에 대입하면}$$

$$3 = \sqrt{4-3} + k, k=2 \quad \therefore y = \sqrt{4-x} + 2$$

따라서 최댓값은 $x=-5$ 일 때 $y = \sqrt{4-(-5)} + 2 = 5$

611 함수 $y = \sqrt{1-x} = \sqrt{-(x-1)}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이고 직선 $y = -x+k$ 는 기울기가 -1 이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = -x+k$ 가 점 $(1, 0)$ 을 지날 때 $k=1$

(ii) 함수 $y = \sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선 $y = -x+k$ 가 접할 때

$$\sqrt{1-x} = -x+k \text{의 양변을 제곱하면}$$

$$1-x = x^2 - 2kx + k^2$$

$$x^2 - (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(2k-1)\}^2 - 4(k^2-1) = 0$$

$$-4k+5=0 \quad \therefore k = \frac{5}{4}$$

(i), (ii)에서 $1 \leq k < \frac{5}{4}$

612 $y = \sqrt{2x+4} - 1$ 을 x 에 대하여 풀면

$$\sqrt{2x+4} = y+1, 2x+4 = (y+1)^2$$

$$x = \frac{1}{2}(y+1)^2 - 2$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$$

한편 $y = \sqrt{2x+4} - 1$ 의 치역이 $\{y | y \geq -1\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x | x \geq -1\}$

따라서 $a = \frac{1}{2}, b=1, c=-2, d=-1$ 이므로

$$a+b+c+d = \frac{1}{2} + 1 + (-2) + (-1) = -\frac{3}{2}$$

613 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3)$

$$= (g^{-1} \circ f)(3)$$

$$= g^{-1}(f(3))$$

$$= g^{-1}(5)$$

이때 $g^{-1}(5) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 5$ 에서

$$\sqrt{2k+3} = 5 \quad \therefore k=11$$

따라서 구하는 함수값은 $g^{-1}(5) = 11$

memo

Handwriting practice lines consisting of 28 horizontal dashed lines.