



정답과 풀이

빠른 정답

I. 지수함수와 로그함수

1 지수

6쪽 ~ 16쪽

- 001 $\square$: $2, -1 \pm \sqrt{3}i$ 002 $x = -3$ 또는 $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$
 003 $x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm 2$ 004 $x = \pm 3i$ 또는 $x = \pm 3$
 005 $3, -1$ 006 5
 007 ± 4 008 $\pm \frac{1}{2}$
 009 $\times$ 010 $\times$
 011 $\times$ 012 $\times$
 013 $\circ$ 014 $\circ$
 015 $\square$: $2, 3, 2$ 016 $\frac{1}{4}$
 017 -3 018 $-\frac{1}{5}$
 019 2 020 3
 021 $\frac{1}{5}$ 022 2
 023 -3 024 $\square$: $\times, 125, 3, 5$
 025 2 026 5
 027 3 028 25
 029 8 030 2
 031 2 032 $\square$: $3, 4, 3, 2$
 033 27 034 $10\sqrt{10}$
 035 2 036 $\frac{3}{2}$
 037 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 038 7
 039 $\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ 040 a
 041 a^3 042 a^6
 043 a^3 044 a^3b^3
 045 ab^3 046 b
 047 $\sqrt{a}$ 048 $\square$: $6, 8, 200, 12$
 049 $4a^4$ 050 $-72a^{13}b^9$
 051 $\frac{4b^2}{3a^6}$ 052 $\frac{72a^{13}}{b^{14}}$
 053 2 054 $\frac{3}{4}$
 055 $-\frac{1}{72}$ 056 $\frac{125}{27}$
 057 $\frac{16}{81}$ 058 $\frac{32}{125}$
 059 a 060 $\frac{1}{a}$
 061 $\frac{1}{a^9}$ 062 a^8
 063 $\frac{1}{a^{22}}$ 064 a^{27}
 065 a^6 066 $2^{\frac{5}{3}}$
 067 $3^{\frac{1}{4}}$ 068 $5^{-\frac{2}{3}}$
 069 $a^{\frac{3}{4}}$ 070 $a^{\frac{1}{6}}$

- 071 $a^{-\frac{4}{3}}$ 072 $\sqrt[3]{4}$
 073 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 074 $\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$
 075 $3\sqrt{3}$ 076 $\frac{1}{27}$
 077 $\frac{8}{27}$ 078 $\frac{2}{9}$
 079 $\frac{25}{27}$ 080 24
 081 $a^{\frac{5}{6}}$ 082 $a^{\frac{9}{10}}$
 083 $a^{-\frac{11}{12}}$ 084 $a^{\frac{7}{15}}$
 085 $\square$: $\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{13}{12}$ 086 $a^{\frac{17}{18}}$
 087 $a^{\frac{1}{3}}$ 088 $a^{\frac{7}{8}}$
 089 $a^{\frac{1}{8}}$ 090 $a^{\frac{19}{24}}$
 091 $\square$: $+, 3\sqrt{2}, \sqrt{2}$ 092 125
 093 $2^{2\sqrt{3}}$ 094 $15^{\sqrt{6}}$
 095 144 096 $a^{3\sqrt{3}}$
 097 $a^{3/2}$ 098 a^6b^9
 099 $a^{\sqrt{2}}b^{-2\sqrt{3}}$ 100 $\square$: a
 101 4 102 $a+a^{-1}$
 103 $a-a^{-1}$ 104 $2a+6a^{-\frac{1}{3}}$
 105 $a-a^{-1}$ 106 $\square$: $2, 7$
 107 18 108 47
 109 $3\sqrt{5}$ 110 6
 111 14 112 34
 113 $4\sqrt{2}$ 114 14
 115 52 116 $3\sqrt{6}$
 117 $\sqrt{13}$ 118 $10\sqrt{13}$
 119 119 120 $\square$: $3, 3, 2$
 121 $\frac{14}{3}$ 122 3
 123 $\frac{13}{14}$ 124 $\square$: $3, 2$
 125 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 126 $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
 127 $\frac{15}{4}$ 128 $\square$: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}, 1$
 129 1 130 2
 131 3 132 1
 133 2 134 -1
 135 -2 136 $\square$: $<, <$
 137 $\sqrt[3]{5} > \sqrt[4]{8}$ 138 $\sqrt[4]{3} < \sqrt[5]{4}$
 139 $\sqrt[3]{2} > \sqrt[4]{6}$ 140 $\sqrt[4]{3} < \sqrt[5]{4}$
 141 $\square$: $12, 7^3, 343, 343, <, <$ 142 $\sqrt[4]{26} < \sqrt[3]{6} < \sqrt{5}$
 143 $\sqrt[3]{2} < \sqrt[4]{10} < \sqrt[5]{5}$ 144 $\square$: $<, <$
 145 $2^{15} > 5^6$ 146 $8^{10} < 3^{20} < 6^{15}$

연산문제로 실전 능력 다지기

17쪽 ~ 18쪽

- 147 $\frac{7}{4}$ 148 9
 149 2 150 $\frac{125}{49}$
 151 2 152 a^2
 153 $\frac{1}{a}$ 154 a
 155 $\frac{a^2}{b}$ 156 ab

157 $\frac{13}{4}$

159 $\frac{9}{8}$

161 a^{28}

163 a

165 $\frac{1}{2}$

167 3

169 $\sqrt[9]{10} < \sqrt[9]{7} < \sqrt{2}$

158 $\frac{9}{64}$

160 8

162 a^2

164 119

166 $\frac{13}{6}$

168 2

170 $\sqrt{\sqrt[9]{12}} < \sqrt[9]{4} < \sqrt[4]{3}$

2 로그

19쪽 ~ 32쪽

171 $\log_3 27 = 3$

173 $\log_{10} 10000 = 4$

175 $\log_3 \frac{1}{81} = -4$

177 $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

179 $7^2 = 49$

181 $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

183 -3

185 $\frac{1}{81}$

187 $\frac{1}{3}$

189 $x < 1$ 또는 $x > 4$

191 $-2 < x < -1$ 또는 $x > -1$

193 $x > 1$

195 $N, a^n, m+n$

197 a^m, a^m, a^{mk}, mk

199 1

201 -4

203 1

205 $\frac{2}{3}$

207 -1

209 2

211 2

213 3

215 -1

217 2

219 2

221 -3

223 $\square: 3, 3, 3, 3, 3a$

225 $3a-3b$

227 $1-a$

229 $\frac{3}{2}a+b$

231 $\square: 2, 3, 1$

233 $\frac{3}{4}$

172 $\log_2 32 = 5$

174 $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

176 $\log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2}$

178 $2^6 = 64$

180 $2^{-4} = \frac{1}{16}$

182 $\square: 2, 2, 10$

184 125

186 10

188 $\square: 0, -1$

190 $x < -3$ 또는 $x > 4$

192 $1 < x < 2$ 또는 $x > 2$

194 $2 < x < 3$ 또는 $x > 5$

196 $N, a^n, m-n$

198 0

200 2

202 $\frac{3}{7}$

204 -2

206 $\frac{4}{3}$

208 $\square: \times, 12, 1$

210 3

212 2

214 1

216 $\square: 16, 4, 4$

218 3

220 1

222 $\frac{5}{2}$

224 $a+b+1$

226 $2b-5a$

228 $3a-3$

230 $-\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{3}$

232 6

234 1

235 3

237 $\square: 9, 9, 216, 3, 3$

239 3

241 $-\frac{7}{4}$

243 $\frac{2a+b}{b}$

245 $\frac{3a+2b}{2a+b}$

247 $\frac{1-a}{a+b}$

249 $\square: a, b, x+y$

251 $\frac{2y}{x}$

253 $\square: 2, 7, 4, 4, 4a-b$

255 $\frac{3a+b}{a+b}$

257 $\log_c a, b^{\log_c a}$

259 $\square: 3, 7, \frac{3}{2}$

261 $\frac{3}{4}$

263 4

265 8

267 $\frac{11}{6} \log_2 3$

269 $-1-2 \log_2 5$

271 $\frac{15}{7}$

273 $\square: 18, a+\beta, 18, 2, 2$

275 $\square: 4, 2, 4, 2, 2$

277 1

279 3

281 -2

283 $\frac{3}{2}$

285 $\square: 10, 10, 0.4969, 1, 1.4969$

287 -0.5031

289 0.6274

291 4.6355

293 -2.3615

295 0.6990

297 0.9030

299 0.3980

301 -0.0791

303 정수 부분: 2, 소수 부분: 0.7341

305 정수 부분: -4 , 소수 부분: 0.7159

307 정수 부분: 5, 소수 부분: 0.7135

309 정수 부분: -3 , 소수 부분: 0.7135

311 2

313 -2

315 7자리 정수

317 5자리 정수

319 11자리 정수

321 소수점 아래 7번째 자리

323 소수점 아래 5번째 자리

325 0.3692

327 0.3692

329 0.3692

236 $\frac{5}{16}$

238 2

240 1

242 $\square: 2, \frac{b}{a}$

244 $\frac{a+2b}{a+b}$

246 $\frac{a+3b}{4a}$

248 $\frac{3a+b}{1-a}$

250 $2y-x$

252 $\frac{x}{2y}$

254 $2a+b-1$

256 $\log_a a^m, m$

258 $b, 1$

260 $\frac{8}{3}$

262 $\frac{3}{4}$

264 3

266 16

268 $\frac{25}{12} \log_3 2$

270 3

272 2

274 -1

276 7

278 2

280 -1

282 -3

284 $\frac{3}{4}$

286 3.4969

288 -1.5031

290 1.6191

292 -0.3820

294 $\square: 0.3010, 0.6020$

296 0.7781

298 0.9542

300 -0.2219

302 정수 부분: 0, 소수 부분: 0.3456

304 정수 부분: -2 , 소수 부분: 0.5843

306 정수 부분: 2, 소수 부분: 0.7135

308 정수 부분: -1 , 소수 부분: 0.7135

310 1

312 -1

314 $\square: 3, 4$

316 10자리 정수

318 10자리 정수

320 $\square: -4, 4$

322 소수점 아래 7번째 자리

324 소수점 아래 10번째 자리

326 0.3692

328 0.3692

330 $\square: 1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1$

331 2

333 □: $E_B, 100, 100, 20$ 335 [1단계] 345 [2단계] $\frac{99}{8}$ 337 □: $-0.04, 4, 7.5, 8$

332 4

334 [1단계] 5.4 [2단계] 6

336 [1단계] $\log a = A - \frac{Kd^2}{4}$ [2단계] 4338 [1단계] $A\left(1 + \frac{a}{100}\right)^{10}$ [2단계] 7.2

연산문제로 실전 능력 다지기

33쪽 ~ 34쪽

339 $2 < x < 3$ 또는 $3 < x < 5$

341 2

343 2

345 2

347 $\frac{5}{4}$ 349 $2a + b$ 351 $\frac{3a+2b}{a+b}$ 353 $a + 3b$ 355 $\frac{a+b}{4a+2b}$ 357 -1.2815 359 정수 부분: -3 , 소수 부분: 0.4393

361 8자리 정수

340 $x > 4$

342 2

344 3

346 $\frac{7}{3} \log_3 5$ 348 $\frac{7}{5}$ 350 $3b - 4a$ 352 $\frac{a+2b}{4a}$ 354 $\frac{2b}{a}$

356 3.7185

358 정수 부분: 4, 소수 부분: 0.4393

360 15자리 정수

362 소수점 아래 10번째 자리

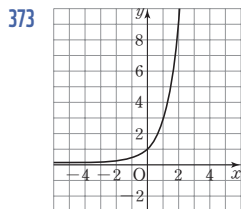
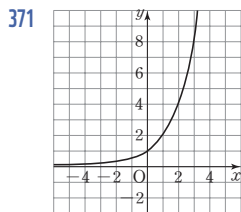
3 지수 함수

35쪽 ~ 46쪽

363 ○

365 ×

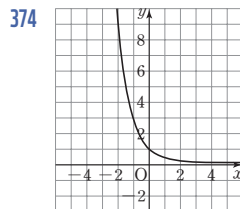
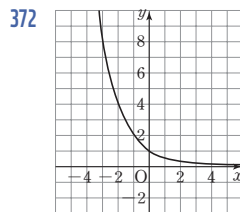
367 1

369 $\frac{1}{2}$ 375 □: $\frac{1}{4}, 3$ 377 $a=9, b=1$ 379 $y=4^{x-1}+3$ 381 $y=-3^{x-2}-2$ 382 치역: $\{y|y>3\}$, 점근선의 방정식: $y=3$ 383 치역: $\{y|y>-4\}$, 점근선의 방정식: $y=-4$

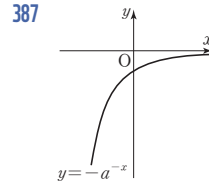
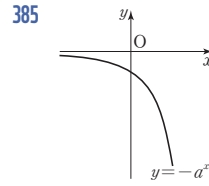
364 ×

366 ○

368 4

370 $\sqrt{2}$ 376 $a=4, b=2$

378 243

380 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}-1$ 384 치역: $\{y|y>-3\}$, 점근선의 방정식: $y=-3$ 388 □: $-x, -y, y$ 389 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=4^x$ y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=-\left(\frac{1}{4}\right)^x$ 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ 390 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=-\left(\frac{1}{3}\right)^x$ y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=3^x$ 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=-3^x$ 391 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=2^x$ y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 392 □: $-x, 2, -3$ 394 $y=-3^{x-3}-5$

396 ○, □: 2, 2, 있다

398 ○

400 ○

402 ×

404 □: $-2, -2, 2, \frac{1}{2}$ 406 $a=-2, b=2$

408 ○

410 ×

412 ×

414 ×

416 □: 증가, 32, 1, 1, 2

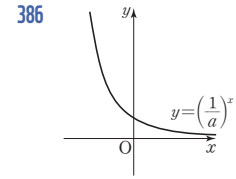
418 최댓값: 8, 최솟값: $\frac{16}{5}$ 420 최댓값: 3, 최솟값: $\frac{163}{81}$ 422 최댓값: 28, 최솟값: $\frac{10}{9}$ 424 최댓값: 25, 최솟값: $\frac{1}{25}$

426 최댓값: 256, 최솟값: 1

428 최댓값: 3, 최솟값: -1

430 최댓값: 34, 최솟값: 14

432 10

434 $4\sqrt{2}$ 436 $x=-3$ 438 $x=-2$ 440 $x=-\frac{3}{4}$ 393 $y=-5^{-x+1}-4$ 395 $y=-2^{x+1}+2$

397 ○

399 ×

401 ○

403 ×

405 $a=1, b=1$ 407 $a=1, b=4$

409 ○

411 ×

413 ○

415 ○

417 최댓값: $\frac{1}{3}$, 최솟값: $\frac{1}{81}$ 419 최댓값: 17, 최솟값: $\frac{17}{16}$ 421 최댓값: $\frac{1}{2}$, 최솟값: $-\frac{5}{4}$ 423 □: $-5, 4, 4, 16, -5, \frac{1}{32}$ 425 최댓값: 27, 최솟값: $\frac{1}{3}$ 427 □: $2^x, 2, 1, 1, 0$

429 최댓값: 25, 최솟값: 9

431 □: 0, 2, 2

433 8

435 □: 32, 5

437 $x=1$ 439 $x=\frac{3}{4}$ 441 □: $2x, 2x, 2$

- 440 $x = -\frac{3}{4}$
 442 $x = -1$
 444 $x = 1$
 446 $x = -2$ 또는 $x = 1$
 448 $x = 1$
 450 $x = -1$ 또는 $x = -2$
 452 $x = 1$
 454 5
 456 $\square: 3^x, \frac{1}{3}, 2, \frac{1}{3}$
 458 5
 460 $x > -2$
 462 $x \leq \frac{1}{2}$
 464 $-2 < x < 3$
 466 $x > 3$
 468 $x > 4$
 470 $x > 0$
 472 $x \geq 1$
 474 $x \geq -2$
 476 $0 < x < 2$
 478 $k > 2$
 480 $k \leq -1$

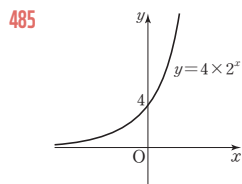
- 441 $\square: 2x, 2x, 2$
 443 $x = -2$
 445 $x = 3$
 447 $\square: 3, 3^x, 1$
 449 $x = 0$ 또는 $x = 3$
 451 $x = 0$
 453 $\square: 5^x, 6, 7, 6, 7, 22$
 455 52
 457 $-\frac{1}{2} < a < 0$
 459 $\square: -2, 3, -2$
 461 $x \leq 5$
 463 $x > 4$
 465 $\square: 1, <, >$
 467 $x \geq 4$
 469 $x \leq 2$
 471 $\square: 5, 0, 5^x, 1$
 473 $x < 1$
 475 $1 \leq x \leq 3$
 477 $\square: 2^x, 2, 2, 0, 2$
 479 $k > 10$

연산문제로 실전 능력 다지기

47쪽 ~ 48쪽

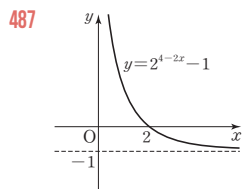
481 $a = 3, b = \frac{1}{3}$

483 $a = 5, b = 5$



치역: $\{y | y > 0\}$

점근선의 방정식: $y = 0$



치역: $\{y | y > -1\}$

점근선의 방정식: $y = -1$

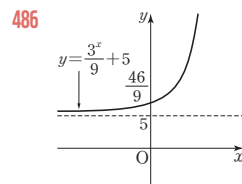
489 최댓값: $\frac{3}{2}$, 최솟값: $\frac{8}{27}$

491 최댓값: 1, 최솟값: $\frac{1}{16}$

493 최댓값: 5, 최솟값: 1

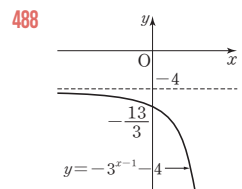
482 $a = 2, b = -2$

484 $a = \frac{2}{3}, b = \frac{9}{4}$



치역: $\{y | y > 5\}$

점근선의 방정식: $y = 5$



치역: $\{y | y < -4\}$

점근선의 방정식: $y = -4$

490 최댓값: $\frac{5}{2}$, 최솟값: 1

492 최댓값: 27, 최솟값: $\frac{1}{243}$

494 최댓값: 3, 최솟값: -33

495 $x = -1$ 또는 $x = 3$

497 $x = 1$

499 $x \leq 9$

496 $x = 4$

498 $-1 \leq x \leq 3$

500 $x > 1$

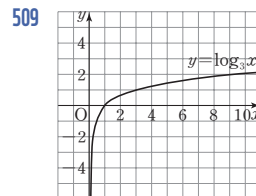
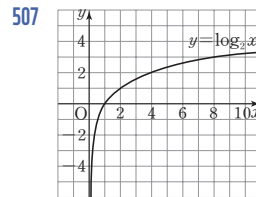
4 로그함수

49쪽 ~ 64쪽

501 0

503 -3

505 0



511 $\square: 3, 2, 2$

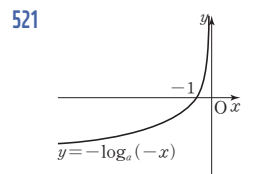
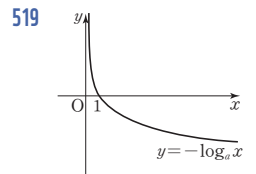
513 $a = \frac{1}{4}, b = -1$

515 $\square: 2, 2, 2, 2$

516 정의역: $\{x | x > -3\}$, 점근선의 방정식: $x = -3$

517 정의역: $\{x | x > 1\}$, 점근선의 방정식: $x = 1$

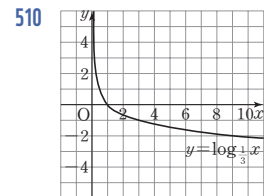
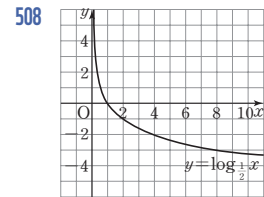
518 정의역: $\{x | x > 2\}$, 점근선의 방정식: $x = 2$



502 1

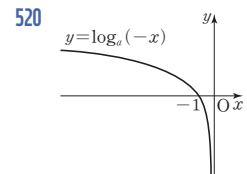
504 -1

506 -3



512 $a = 1, b = 8$

514 $a = 2, b = 3$



522 $\square: -, -x, -x, -, -x$

523 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_2 (-x)$

y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = \log_2 x$

원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_2 x$

524 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_{1/2} x$

y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = \log_{1/2} (-x)$

원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_{1/2} (-x)$

525 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_{1/3} (-x)$

y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = \log_{1/3} x$

원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_{1/3} x$

526 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_2 (x-2) - 3$

y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = \log_2 (-x-2) + 3$

원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_2 (-x-2) - 3$

527 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + 2$

y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x+1) - 2$

원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식: $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x+1) + 2$

528 □: -4, 1, 1, 4

530 $y = -\log_2(-x-1)$

532 ○, □: 2, 2, 있다

534 ×

536 ○

538 $a = -1, b = 1$

540 $a = 3, b = -3$

542 ○

544 ×

546 ×

548 ×

550 □: 증가, <

552 $\log_{\frac{1}{4}}5 > \log_{\frac{1}{4}}8$

554 $\log_{\frac{1}{3}}6 < -\log_3 5$

556 $\log_2 x > \log_2 \frac{1}{x}$

558 $\log_2 a > \log_2 b$

560 □: $x, y, 2, \log_2 x$

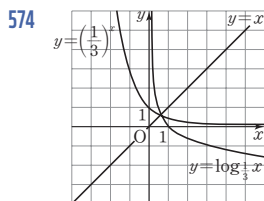
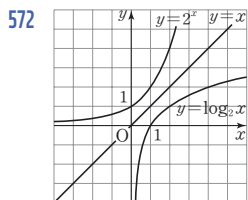
562 $y = \log_3(x-2) + 1 (x > 2)$

564 $y = 3^{1-x}$

566 $\frac{1}{2}$

568 2

570 14



576 □: 역함수, 8, -3

578 2

580 최댓값: 2, 최솟값: 0

582 □: 4, 28, 28, 28, 4, 4, 2

584 최댓값: -2, 최솟값: -3

586 □: $\log_3 x, 1, 4, -2, -5$

588 최댓값: 5, 최솟값: -4

590 □: 2, 2, 2, 2, ≥

592 -4

594 □: 2, 9, 9

596 $x = 28$

598 $x = 3$

529 $y = -\log_3(x+3) + 2$

531 $y = -\log_{\frac{1}{3}}(x-4) + 1$

533 ○

535 ○

537 ×

539 $a = 3, b = -1$

541 $a = 4, b = 1$

543 ×

545 ○

547 ○

549 ○

551 $\log_3 5 > 2 \log_3 2$

553 □: 2, 49, 증가, <, <

555 □: 1, 1, -1, <

557 $\log_2 x < \log_x 2$

559 $1 > \log_a b$

561 $y = \log_5 \frac{x}{2} - 1 (x > 0)$

563 $y = 5^x$

565 $y = 4^{x-1} + 2$

567 1

569 27

571 $\frac{26}{27}$

573 함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

575 함수 $y = (\frac{1}{3})^x$ 의 그래프와 함수

$y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

577 3

579 □: 증가, $4, \frac{1}{2}, -1$

581 최댓값: 3, 최솟값: 1

583 최댓값: $\log_3 12$, 최솟값: 1

585 최댓값: $-\log_3 2$, 최솟값: -3

587 최댓값: 10, 최솟값: 1

589 최댓값: 3, 최솟값: $\frac{3}{4}$

591 2

593 -2

595 $x = \frac{1}{16}$

597 $x = 1$

599 □: 3, 2, 2

600 $x = 3$

602 $x = 1$

604 □: $2(x-3), 2x-6, 8, 8$

606 $x = 2$

608 □: 3, 3, 3

610 $x = 3$

612 □: $\log_3 x, \frac{1}{3}, 27$

614 $x = 2$ 또는 $x = 4$

616 □: $k, k, k, 10, k, 1$

618 -1

620 □: 2, 0, 1, 1

622 $\frac{1}{2} < x \leq \frac{9}{16}$

624 $-2 < x < -1$ 또는 $2 < x < 3$

626 $1 < x < 5$

628 $\frac{1}{3} < x \leq 2$

630 □: 4, 20, 21, 7, 7

632 $\frac{1}{5} < x < 1$

634 □: 2, 2, -2, -2

636 $x \geq 1$

638 $\frac{1}{3} < x < 1$

640 $0 < x \leq 1$ 또는 $x \geq 100$

642 $\frac{1}{16} \leq x \leq 2$

644 $1 < x \leq 16$

646 $0 < x \leq \frac{1}{4}$

601 $x = 3$

603 $x = 2$

605 $x = 7$

607 $x = 7$

609 $x = 5$

611 $x = 2$ 또는 $x = 6$

613 $x = 4$ 또는 $x = 8$

615 $x = 3$ 또는 $x = 9$

617 2

619 8

621 $\frac{1}{2} < x < 5$

623 $-\frac{1}{4} < x < 2$

625 □: 1, 5, 6, 6

627 $2 < x < 3$

629 $2 < x < \frac{5}{2}$

631 $1 < x < \frac{3}{2}$

633 $2 < x \leq 4$

635 $1 < x < 2$

637 $-2 < x \leq 2$

639 □: $\log_2 x, \frac{1}{4}, 2, 0, \frac{1}{4}, 2$

641 $\frac{1}{9} < x < 27$

643 □: 3, 3, 8, 1, 1, 8

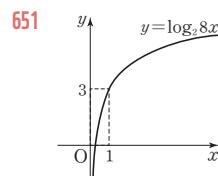
645 $\frac{1}{8} < x < 1$

연산문제로 실전 능력 다지기

65쪽 ~ 67쪽

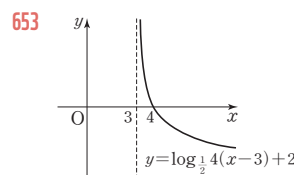
647 $a = 3, b = 2$

649 $a = 2, b = 3$



정의역: $\{x | x > 0\}$

점근선의 방정식: $x = 0$

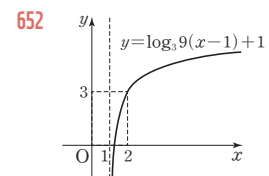


정의역: $\{x | x > 3\}$

점근선의 방정식: $x = 3$

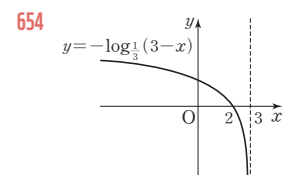
648 $a = 4, b = \frac{1}{4}$

650 $a = \frac{1}{10}, b = \frac{1}{1000}$



정의역: $\{x | x > 1\}$

점근선의 방정식: $x = 1$



정의역: $\{x | x < 3\}$

점근선의 방정식: $x = 3$

- 655 $\log_2 7 > \log_2 \sqrt{7}$
 657 $\log_5 6 < \log_5 \sqrt{40} < 2 \log_5 3$
 659 5
 661 최댓값: 4, 최솟값: 1
 663 최댓값: $\log_2 31$, 최솟값: 2
 665 최댓값: 20, 최솟값: -5
 667 $x=2$
 669 $x=1$
 671 $x=1$
 673 $-2 < x < 2$
 675 $0 < x \leq 2$
 677 $0 < x < \frac{1}{4}$ 또는 $x > 8$
 656 $\log_{\frac{1}{3}} 7 < -\log_3 5$
 658 $4 \log_{\frac{1}{4}} 2 < \log_{\frac{1}{4}} 8 < \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{8}$
 660 2
 662 최댓값: 4, 최솟값: 2
 664 최댓값: -3, 최솟값: $\log_{\frac{1}{2}} 40$
 666 최댓값: 5, 최솟값: -4
 668 $x=512$
 670 $x=3$
 672 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $x=2$
 674 $\frac{5}{2} < x < 8$
 676 $x > 2$
 678 $\frac{1}{4} < x < 1$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

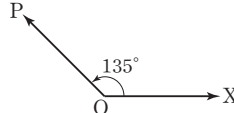
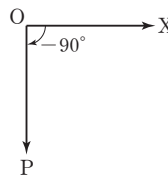
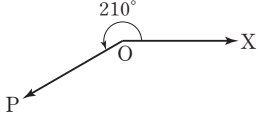
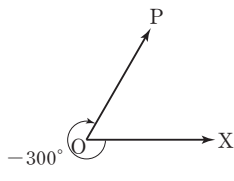
68쪽 ~ 74쪽

- 679 a
 681 13
 683 58
 685 $\frac{1}{2}$
 687 ⑤
 689 $\frac{1}{8}$
 691 $\frac{b+1}{a+2}$
 693 0.0666
 695 ①
 697 [1단계] $x=1.15^5$ [2단계] 2
 698 [1단계] $100a \times 1.03^n$, $80a \times 1.05^n$
 [2단계] $\frac{80a \times 1.05^n}{100a \times 1.03^n} \times 100$ (%)
 [3단계] $8 \times 1.05^n \geq 9 \times 1.03^n$
 [4단계] 2025년
 699 4
 701 14
 703 $\frac{3}{8}$
 705 2
 707 ③
 709 8
 711 (3, 1)
 713 ②
 715 ①
 717 2
 719 $x=16$
 721 $a=\frac{1}{10}$ 또는 $a=10000$
 723 5
 725 25
 680 a^{25}
 682 5
 684 (1) $\frac{5}{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{7\sqrt{2}}{4}$
 686 2
 688 3
 690 $\frac{3a+b}{4a+2b}$
 692 4
 694 900
 696 -3
 700 ⑤
 702 ⑤
 704 -8
 706 ⑤
 708 ④
 710 $\frac{4}{3}$
 712 ③
 714 $\neg, \perp$
 716 ②
 718 ③
 720 ②
 722 ③
 724 $0 < a \leq \frac{1}{4}$ 또는 $a \geq 1$

II. 삼각함수

1 삼각함수

76쪽 ~ 89쪽

- 001 ○
 003 ×
 005 
 007 
 002 ×
 004 ○
 006 
 008 
 009 $360^\circ \times n + 120^\circ$ (n 은 정수)
 011 $360^\circ \times n + 90^\circ$ (n 은 정수)
 013 $360^\circ \times n + 60^\circ$ (n 은 정수)
 015 $360^\circ \times n + 280^\circ$ (n 은 정수)
 017 $360^\circ \times n + 30^\circ$ (n 은 정수)
 019 $360^\circ \times n + 240^\circ$ (n 은 정수)
 021 □: 160, 2
 023 제3사분면
 025 제4사분면
 027 □: 180, 45, 1, 225
 029 제1사분면 또는 제2사분면 또는 제3사분면
 030 ⊖
 032 ⊕
 034 ⊖
 036 $\alpha = 360^\circ \times n + 150^\circ$ (n 은 정수)
 038 □: 12, 30, 60
 039 $\alpha = 20^\circ$ 또는 $\alpha = 40^\circ$ 또는 $\alpha = 60^\circ$ 또는 $\alpha = 80^\circ$
 040 $\alpha = 18^\circ$ 또는 $\alpha = 36^\circ$ 또는 $\alpha = 54^\circ$ 또는 $\alpha = 72^\circ$
 041 $\alpha = 360^\circ \times n + 270^\circ$ (n 은 정수)
 043 $\alpha = 360^\circ \times n + 240^\circ$ (n 은 정수)
 045 $\alpha = 360^\circ \times n + 15^\circ$ (n 은 정수)
 047 $\alpha = 360^\circ \times n + 20^\circ$ (n 은 정수)
 049 $\alpha = 360^\circ \times n$ (n 은 정수)
 051 $\alpha = 360^\circ \times n + 50^\circ$ (n 은 정수)
 053 □: 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$
 055 $\frac{1}{2}$
 057 $\frac{\pi}{4}$
 059 $\frac{\pi}{2}$
 061 $\frac{2}{5}\pi$
 063 $\frac{5}{6}\pi$
 065 $\frac{3}{2}\pi$
 067 36°
 069 90°
 071 210°
 010 $360^\circ \times n + 300^\circ$ (n 은 정수)
 012 $360^\circ \times n + 45^\circ$ (n 은 정수)
 014 $360^\circ \times n + 120^\circ$ (n 은 정수)
 016 $360^\circ \times n + 240^\circ$ (n 은 정수)
 018 $360^\circ \times n$ (n 은 정수)
 020 $360^\circ \times n + 20^\circ$ (n 은 정수)
 022 제2사분면
 024 제1사분면
 026 제3사분면
 028 제2사분면 또는 제4사분면
 031 ⊖
 033 ⊖
 035 $\alpha = 360^\circ \times n + 30^\circ$ (n 은 정수)
 037 $\alpha = 360^\circ \times n + 90^\circ$ (n 은 정수)
 042 $\alpha = 360^\circ \times n + 150^\circ$ (n 은 정수)
 044 $\alpha = 360^\circ \times n + 135^\circ$ (n 은 정수)
 046 $\alpha = 360^\circ \times n + 210^\circ$ (n 은 정수)
 048 $\alpha = 360^\circ \times n + 220^\circ$ (n 은 정수)
 050 $\alpha = 360^\circ \times n + 20^\circ$ (n 은 정수)
 052 $\alpha = 360^\circ \times n + 10^\circ$ (n 은 정수)
 054 2
 056 $\frac{\pi}{6}$
 058 $\frac{\pi}{3}$
 060 π
 062 $\frac{3}{4}\pi$
 064 $\frac{7}{6}\pi$
 066 30°
 068 45°
 070 180°
 072 270°

073 360°

075 900°

077 $\square: 4, \frac{\pi}{6}$

079 4

081 $\frac{\pi}{6}$

083 $\pi r^2, 2\pi, 2\pi$

085 $\frac{2}{3}\pi$

087 2π

089 $\frac{9}{14}\pi$

091 $\frac{6}{5}\pi$

093 $\frac{15}{8}\pi$

095 $\square: 2, 8, 8, 8$

097 $\frac{11}{2}$

099 $\sqrt{3}$

101 $\square: \sqrt{3}, 2, 1, \sqrt{3}$

102 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

103 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = 1$

104 $\square: 1, 2, 2$

106 $\sqrt{3}$

108 $\frac{12}{13}$

110 1

112 -1

114 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

116 $\sqrt{3}$

118 $+, -, -$

120 $-, +, -$

122 제4사분면

124 제1사분면

126 $\sin \theta \tan \theta < 0$

128 $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} > 0$

130 $\sin \theta \cos \theta < 0$

132 $\cos \theta \tan \theta < 0$

134 (1) $y, r \cos \theta$ (2) $\sin^2 \theta, 1$

135 $\square: -\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}$

137 $\frac{5}{13}$

139 $\frac{\sqrt{7}}{3}$

141 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

143 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

145 $\frac{1}{2}$

147 0

149 $\square: 1, -\frac{8}{9}, -\frac{4}{9}$

074 540°

076 $2\pi r, 2\pi, 2\pi$

078 $\frac{\pi}{4}$

080 18

082 $\frac{\pi}{4}$

084 $\frac{\pi}{4}$

086 $\frac{\pi}{3}$

088 5π

090 $\frac{1}{2}r^2\theta, r\theta$

092 3π

094 3

096 $\frac{7}{2}$

098 $\square: \sin \frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}$

100 1

105 $\frac{1}{2}$

107 $-\frac{5}{13}$

109 $-\frac{5}{12}$

111 $\sqrt{3}$

113 $-\sqrt{3}$

115 $-\frac{1}{2}$

117 $+, +$

119 $-, -, +$

121 제3사분면

123 제2사분면

125 $\square: <, <, >$

127 $\cos \theta \tan \theta < 0$

129 $\frac{\sin \theta \cos \theta}{\tan \theta} > 0$

131 $\frac{\tan \theta}{\sin \theta} > 0$

133 $\sin \theta - \cos \theta < 0$

136 $-\sqrt{3}$

138 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

140 $-\frac{5}{6}$

142 $-2\sqrt{2}$

144 $\square: \sin \theta, \sin \theta, \frac{3}{7}$

146 9

148 $\frac{20}{9}$

150 $-\frac{3}{4}$

151 $\frac{81}{16}$

153 $\frac{17}{9}$

155 $\square: 1, <, -\sqrt{2}$

157 -2

159 0

161 $-\frac{1}{4}$

163 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

152 $-\frac{9}{4}$

154 $\frac{13}{27}$

156 $2\sqrt{2}$

158 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

160 $\square: \sqrt{2}, 2, 2, \frac{1}{2}$

162 $\frac{\sqrt{15}}{3}$

연산문제로 실전 능력 다지기

90쪽 ~ 91쪽

164 $360^\circ \times n + 150^\circ$ (n 은 정수)

165 $360^\circ \times n + 120^\circ$ (n 은 정수)

166 $\alpha = 360^\circ \times n + 200^\circ$ (n 은 정수)

167 $\alpha = 2n\pi + \frac{5}{6}\pi$ (n 은 정수)

168 $\alpha = 2n\pi + \frac{7}{6}\pi$ (n 은 정수)

169 8

170 18π

171 $\frac{\pi}{12}$

172 $\frac{5}{2}$

173 $\frac{9}{2}$

174 $-\cos \theta$

175 $\sin \theta$

176 $\sin \theta - \cos \theta$

177 $\frac{\sqrt{6}}{12}$

178 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

179 $-\frac{\sqrt{7}}{3}$

180 4

181 3

182 $\frac{2}{5}$

183 $\frac{7}{16}$

184 $-\frac{8}{3}$

185 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

2 삼각함수의 그래프

92쪽 ~ 109쪽

186 $\square: \pi, 0, 0$

187 2

188 1

189 3

190 1

191 $\times$

192 $\times$

193 $\circ$

194 $\circ$

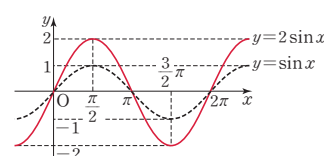
195 $\circ$

196 $\square: \frac{\pi}{2}, \pi$

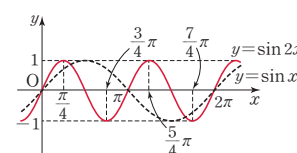
197 3π

198 6π

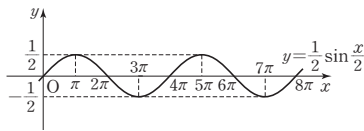
199 $y=2\sin x$ $y=\sin x$ $\text{치역: } \{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$ $\text{주기: } 2\pi$



200 $y=\sin 2x$ $y=\sin x$ $\text{치역: } \{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$ $\text{주기: } \pi$

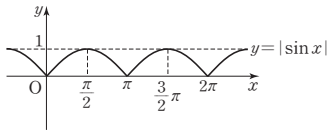


201



치역: $\left\{y \mid -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$
주기: 4π

202



치역: $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$
주기: π

203

최댓값: $\frac{3}{2}$, 최솟값: $-\frac{3}{2}$, 주기: 2π

204

최댓값: $\frac{5}{2}$, 최솟값: $-\frac{5}{2}$, 주기: $\frac{\pi}{2}$

205

최댓값: 4, 최솟값: -4, 주기: $\frac{2}{3}\pi$

206

최댓값: 3, 최솟값: -3, 주기: 4π

207

최댓값: $\frac{1}{2}$, 최솟값: $-\frac{1}{2}$, 주기: $\frac{\pi}{3}$

208

최댓값: 2, 최솟값: 0, 주기: 1

209

□: 3, 5, 4, $\frac{\pi}{2}$

210

최댓값: 0, 최솟값: $-2\sqrt{2}$, 주기: 2

211

최댓값: $-\frac{2}{3}$, 최솟값: $-\frac{4}{3}$, 주기: 4π

212

최댓값: $\frac{3}{4}$, 최솟값: $-\frac{1}{4}$, 주기: π

213

×

214

×

215

×

216

×

217

○

218

×

219

○

220

×

221

○

222

○

223

□: 8, 4, 4, 8, 4, 4, 5

224

$a=4, b=\frac{2}{3}, c=1$

225

$a=2, b=2, c=1$

226

$a=3, b=4, c=3$

227

×

228

×

229

○

230

×

231

○

232

□: $\pi, 2\pi$

233

4π

234

8π

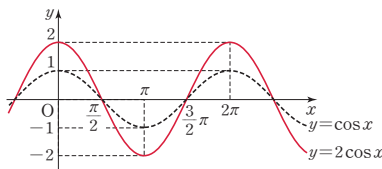
235

1

236

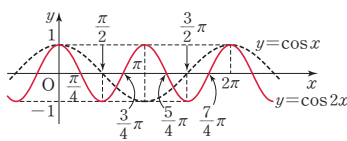
1

237



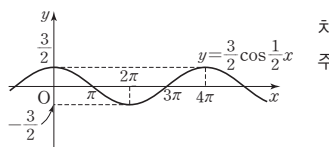
치역: $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$
주기: 2π

238



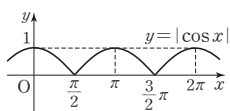
치역: $\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$
주기: π

239



치역: $\left\{y \mid -\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\right\}$
주기: 4π

240



치역: $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$
주기: π

241

최댓값: $\frac{5}{2}$, 최솟값: $-\frac{5}{2}$, 주기: 2π

242

최댓값: 4, 최솟값: -4, 주기: $\frac{2}{3}\pi$

243

최댓값: 5, 최솟값: -5, 주기: π

244

최댓값: 7, 최솟값: -7, 주기: $\frac{\pi}{3}$

245

최댓값: 2, 최솟값: -2, 주기: 6π

246

최댓값: $\frac{1}{2}$, 최솟값: 0, 주기: $\frac{\pi}{2}$

247

□: $-\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}, 2\pi$

248

최댓값: 0, 최솟값: $-2\sqrt{3}$, 주기: 2

249

최댓값: 0, 최솟값: -4, 주기: 4π

250

최댓값: 5, 최솟값: -3, 주기: π

251

최댓값: $\frac{4}{3}$, 최솟값: $\frac{1}{3}$, 주기: π

252

×

253

×

254

○

255

×

256

○

257

×

258

×

259

○

260

○

261

×

262

□: 2, 1, 1, 2, -1

263

$a=3, b=4, c=-2$

264

$a=3, b=1, c=1$

265

$a=2, b=\frac{2}{3}, c=1$

266

×

267

×

268

○

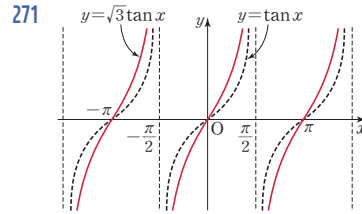
269

○

270

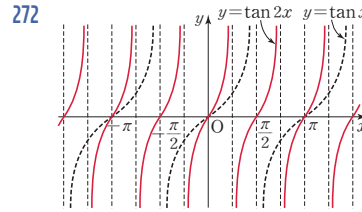
×

271



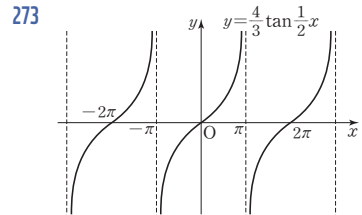
치역: 실수 전체의 집합
주기: π

272



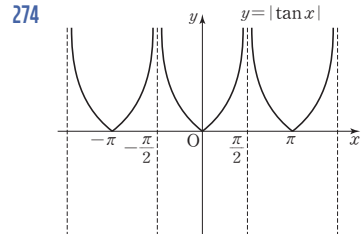
치역: 실수 전체의 집합
주기: $\frac{\pi}{2}$

273



치역: 실수 전체의 집합
주기: 2π

274



치역: $\{y \mid y \geq 0\}$
주기: π

275

점근선의 방정식: $x = \frac{n}{3}\pi + \frac{\pi}{6}$ (n 은 정수), 주기: $\frac{\pi}{3}$

276

점근선의 방정식: $x = \frac{n}{2}\pi + \frac{\pi}{4}$ (n 은 정수), 주기: $\frac{\pi}{2}$

277

점근선의 방정식: $x = \frac{n}{4}\pi + \frac{\pi}{8}$ (n 은 정수), 주기: $\frac{\pi}{4}$

278

점근선의 방정식: $x = 4n\pi + 2\pi$ (n 은 정수), 주기: 4π

279

점근선의 방정식: $x = \frac{3n}{2}\pi + \frac{3}{4}\pi$ (n 은 정수), 주기: $\frac{3}{2}\pi$

280

점근선의 방정식: $x = 2n\pi + \pi$ (n 은 정수), 주기: 2π

281

□: 실수, $\pi, 1$

282

치역: 실수 전체의 집합, 주기: 2π

283

치역: 실수 전체의 집합, 주기: $\frac{\pi}{3}$

284

치역: 실수 전체의 집합, 주기: 3π

285

치역: 실수 전체의 집합, 주기: $\frac{\pi}{3}$

286

치역: $\{y \mid y \geq 1\}$, 주기: 2π

287

□: $\pi, 1, 1, 1, 2$

288

$a=2, b=\frac{1}{2}, c=-1$

289

$a=3, b=2, c=2$

290

□: $-, -\frac{1}{3}$

291

$-\frac{\sqrt{2}}{3}$

292

$\frac{\sqrt{6}}{3}$

293 $-\sqrt{2}$

295 $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

297 $\frac{2}{3}$

299 $\frac{3}{4}$

301 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

303 $-\frac{\sqrt{14}}{6}$

305 $-\frac{7\sqrt{15}}{15}$

307 $\frac{8}{17}$

309 $\sqrt{2}$

310 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \theta = \frac{1}{2}, \tan \theta = -\sqrt{3}$

311 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = -1$

312 $\sin \theta = -\frac{1}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

313 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \theta = -\frac{1}{2}, \tan \theta = -\sqrt{3}$

314 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = -1$

315 $\sin \theta = \frac{1}{2}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

316 $\sin \theta = -\frac{1}{2}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

317 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = 1$

318 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \theta = -\frac{1}{2}, \tan \theta = \sqrt{3}$

319 $\square: \cos 89^\circ, \cos^2 89^\circ, 44, \frac{91}{2}$

321 22

323 $\square: 2, 0$

325 최댓값: 4, 최솟값: -2

327 최댓값: 1, 최솟값: -3

329 최댓값: 4, 최솟값: 0

331 최댓값: 6, 최솟값: 2

333 최댓값: 1, 최솟값: $-\frac{1}{2}$

335 $\square: 1, 1$

337 최댓값: 1, 최솟값: -3

339 $\square: \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{3}$

341 $x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{7}{4}\pi$

343 $\square: -\frac{1}{2}, \frac{7}{6}\pi, \frac{\pi}{12}$

344 $x = \frac{\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{4}{3}\pi$ 또는 $x = \frac{5}{3}\pi$

345 $x = \frac{\pi}{2}$ 또는 $x = \pi$

346 $x = \frac{\pi}{9}$ 또는 $x = \frac{7}{9}\pi$ 또는 $x = \frac{13}{9}\pi$

347 $\square: 1, 1, \frac{7}{6}\pi, 1, \frac{7}{6}\pi$

348 $x = \frac{2}{3}\pi$ 또는 $x = \pi$ 또는 $x = \frac{4}{3}\pi$

349 $x = \frac{\pi}{6}$ 또는 $x = \frac{5}{6}\pi$ 또는 $x = \frac{7}{6}\pi$ 또는 $x = \frac{11}{6}\pi$

294 $\square: -, -\frac{1}{4}$

296 $-\frac{3}{4}$

298 $\square: \sin \theta, \frac{\sqrt{5}}{5}$

300 $-\frac{4}{5}$

302 $\square: -, -\frac{\sqrt{3}}{3}$

304 $\frac{5}{6}$

306 $\square: \sin \theta, \frac{1}{3}$

308 $\frac{12}{13}$

310

311

312

313

314

315

316

317

318

319

320 4

322 1

324 최댓값: 3, 최솟값: -1

326 최댓값: 2, 최솟값: 0

328 $\square: 1, 5, 1$

330 최댓값: 4, 최솟값: 2

332 최댓값: 3, 최솟값: 1

334 최댓값: 5, 최솟값: 2

336 최댓값: 2, 최솟값: -6

338 최댓값: 6, 최솟값: 없다.

340 $x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}\pi$

342 $x = \frac{\pi}{6}$ 또는 $x = \frac{7}{6}\pi$

350 $\square: 7, 7$

352 6

354 $\frac{7}{6}\pi < x < \frac{11}{6}\pi$

356 $\square: \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}\pi, 2\pi$

358 $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$

351 3

353 $\square: \sqrt{3}, \frac{\pi}{3}$

355 $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$ 또는 $\frac{4}{3}\pi \leq x < 2\pi$

357 $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ 또는 $\frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$

359 $0 \leq x \leq \pi$

연산문제로 실전 능력 다지기

110쪽 ~ 112쪽

360 치역: $\{y | -2 \leq y \leq 2\}$, 주기: $\frac{2}{3}\pi$

362 치역: $\{y | y \geq 0\}$, 주기: 1

364 $a=2, b=6, c=2$

366 $a=\sqrt{3}, b=2, c=1$

368 2

370 $\sqrt{3}-2$

372 5

374 1

376 최댓값: 7, 최솟값: 4

378 최댓값: 4, 최솟값: 없다.

380 최댓값: $\frac{5}{4}$, 최솟값: -1

382 최댓값: 4, 최솟값: $\frac{7}{4}$

384 $x=\pi$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

385 $x=\frac{5}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{17}{12}\pi$ 또는 $x=\frac{23}{12}\pi$

386 $x=\frac{2}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{5}{6}\pi$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{11}{6}\pi$

387 $x=0$ 또는 $x=\pi$

388 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{4}{3}\pi$ 또는 $x=\frac{5}{3}\pi$

389 $x=0$ 또는 $x=\frac{\pi}{2}$ 또는 $x=\pi$

391 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$

393 $-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4}$

395 $-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{6}$ 또는 $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$

397 $\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi$ 또는 $\frac{11}{6}\pi \leq x \leq 2\pi$

361 치역: $\{y | -5 \leq y \leq 1\}$, 주기: 2

363 치역: $\{y | 0 \leq y \leq 3\}$, 주기: 2π

365 $a=3, b=12, c=1$

367 1

369 $-\frac{7}{4}$

371 $-\sqrt{3}$

373 $\frac{89}{2}$

375 최댓값: 1, 최솟값: -5

377 최댓값: $\frac{9}{2}$, 최솟값: $\frac{3}{2}$

379 최댓값: 없다., 최솟값: $-\frac{9}{4}$

381 최댓값: 2, 최솟값: $-\frac{9}{8}$

383 $x=\frac{\pi}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}\pi$

3 사인법칙과 코사인법칙

113쪽 ~ 123쪽

399 $\square: x, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{3}$

401 30

403 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

400 $5\sqrt{2}$

402 $\square: \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{2}$

404 $4\sqrt{6}$

405 $2\sqrt{6}$
 407 $\square: 2, 30^\circ$
 409 30°
 411 $\square: 2, 2, 1$
 413 $10\sqrt{3}$
 415 $\square: 8, 4$
 417 $6\sqrt{3}$
 419 $\square: 3, 4, 5, \frac{9}{20}$
 421 $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 423 $5:3:4$
 425 $\square: c, c, c$
 427 $C=90^\circ$ 인 직각삼각형
 429 $\square: 20, 21, \sqrt{21}$
 431 2
 433 $\sqrt{29}$
 435 7
 437 $\sqrt{10}$
 439 7
 441 $\square: \frac{7}{8}$
 443 120°
 445 $\square: \frac{5}{8}, \frac{5}{8}, 39, \sqrt{39}$
 447 $\sqrt{66}$
 449 $a=c$ 인 이등변삼각형
 451 $\square: \sqrt{6}, \sqrt{6}, \sqrt{6}, 45^\circ, 75^\circ$
 453 $B=45^\circ, a=\sqrt{2}+\sqrt{6}, c=2\sqrt{3}$
 455 $\sqrt{3}$
 457 $\square: 60^\circ, \frac{\sqrt{3}}{2}, 4$
 459 60°
 461 $\square: 9, 9, 9, 9, 3\sqrt{15}$
 463 $4\sqrt{5}$
 465 $\square: 6, 4, \frac{5}{2}$
 467 1
 469 $\square: 6, \frac{1}{2}, 6$
 471 $10\sqrt{3}+\frac{21}{2}$
 473 $3+\frac{5\sqrt{3}}{2}$
 475 $2\sqrt{21}+6$
 477 $\square: \overline{BC}, 4, 4, 4, \frac{\sqrt{3}}{2}, 6\sqrt{3}$
 479 4
 481 $9\sqrt{3}$

406 $5\sqrt{6}$
 408 90°
 410 30°
 412 $\sqrt{2}$
 414 45° 또는 135°
 416 3
 418 $\frac{3}{2}$
 420 $\frac{3}{8}$
 422 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 424 $3:4:2$
 426 $a=b$ 인 이등변삼각형
 428 정삼각형
 430 $\sqrt{10}$
 432 7
 434 13
 436 $\square: 6, 9, 3$
 438 1
 440 $\sqrt{97}$
 442 $\frac{9}{16}$
 444 60°
 446 5
 448 $\square: ab, >$
 450 $b=c$ 인 이등변삼각형
 452 $b=2, A=105^\circ, C=30^\circ$
 454 $\square: 45^\circ, 3\sqrt{2}$
 456 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 458 $2\sqrt{2}$
 460 135°
 462 $6\sqrt{6}$
 464 $12\sqrt{5}$
 466 $\frac{27\sqrt{2}}{8}$
 468 $\sqrt{2}$
 470 $\frac{3+3\sqrt{3}}{2}$
 472 $3\sqrt{3}+3$
 474 $8+4\sqrt{3}$
 476 $30+14\sqrt{3}$
 478 $18\sqrt{2}$
 480 $\square: 8, 30^\circ, 8, \frac{1}{2}, 10$
 482 9

연산문제로 실전 능력 다지기

124쪽 ~ 125쪽

483 $\sqrt{6}$
 485 90°
 487 $\sqrt{3}$
 489 2
 491 $\frac{3}{2}$
 493 $3\sqrt{2}$
 495 $\frac{5}{7}$
 497 $\sqrt{46}$
 499 $A=90^\circ$ 인 직각삼각형
 501 $6\sqrt{3}$
 503 2
 505 $8(\sqrt{3}+\sqrt{2})$
 484 $5\sqrt{2}$
 486 75° 또는 15°
 488 75°
 490 $\sqrt{2}$
 492 $2:3:4$
 494 $\sqrt{5}$
 496 60°
 498 $\sqrt{19}$
 500 $C=90^\circ$ 인 직각삼각형
 502 $14\sqrt{3}$
 504 $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

126쪽 ~ 130쪽

506 ②
 508 5
 510 $\frac{9}{20}$
 512 $\frac{23}{32}$
 514 3
 516 $a=3, b=2$
 518 $a=4, b=2, c=\frac{\pi}{2}$
 520 ④
 522 12
 524 π
 526 ④
 528 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2}{3}\pi \leq \theta < \pi$
 530 12π
 532 $-\frac{1}{5}$
 534 $a=b$ 인 이등변삼각형 또는 $C=90^\circ$ 인 직각삼각형
 535 99
 537 $\sqrt{3}$
 539 $2\sqrt{3}$
 507 $\frac{\pi}{2}$
 509 $\sqrt{3}$
 511 $\frac{8}{15}$
 513 2
 515 0
 517 -1
 519 ③
 521 $a=\frac{3}{2}, b=\pi$
 523 -1
 525 $x=-\frac{\pi}{2}$
 527 $\frac{3}{4}\pi$
 529 $4\sqrt{3}$
 531 4
 533 $\frac{4}{5}$
 536 $3+\sqrt{3}$
 538 $6+2\sqrt{3}$
 540 $8\sqrt{3}$

Ⅲ. 수열

1 등차수열

132쪽 ~ 141쪽

- 001 □: 3, 4, 9
 003 0, 2, 0, 2, 0
 005 2, 6, 12, 20, 30
 007 □: 3, 12, 5, 24
 009 $a_5=32, a_8=256$
 011 □: 4, 3, 2, $2n$
 013 $a_n=n(n+1)$
 015 □: 2, 5
 017 5
 019 10, 13
 021 19, 16
 023 □: 2, $3n$
 025 $a_n=2n-9$
 027 $a_n=-4n+36$
 029 $a_n=4n-1$
 031 $a_n=-6n+13$
 033 □: 2, 3, -14, 8
 035 $a=57, d=-13$
 037 $a_n=5n-22$
 039 $a_n=-4n+41$
 041 16
 043 14
 045 20
 047 제14항
 049 제9항
 051 제20항
 053 제18항
 055 4
 057 □: 3, 2, 13
 059 □: -3, 4
 061 $\frac{4}{3}$
 063 □: $4a+29, a-1, 2a+5, -18$
 065 3
 067 -2, 3, 8
 069 □: $\pm 2, -4, 0, 4, 8$
 071 □: 10, 2
 073 246
 075 55
 077 □: 3, 17
 079 36
 081 100
 083 50
 085 □: 3, $7d, 5$
 087 -2
 089 □: 9, 18
 091 -16
 093 □: -2, 13, 210
 095 -216
 002 2, 4, 8, 16, 32
 004 2, 5, 10, 17, 26
 006 $1, \frac{6}{5}, \frac{9}{7}, \frac{4}{3}, \frac{15}{11}$
 008 $a_5=-1, a_8=1$
 010 $a_5=\frac{5}{6}, a_8=\frac{8}{9}$
 012 $a_n=n^2$
 014 $a_n=\frac{2n-1}{2n+1}$
 016 -4
 018 -10
 020 8, 14
 022 8, 1
 024 $a_n=7n-3$
 026 $a_n=-2n+5$
 028 □: 5, 3, 2
 030 $a_n=2n-7$
 032 $a_n=-5n+2$
 034 $a=0, d=5$
 036 $a_n=4n-5$
 038 $a_n=-4n+33$
 040 □: 2, 2, 1, 1, 6
 042 16
 044 15
 046 □: 0, 9
 048 제13항
 050 제7항
 052 제14항
 054 □: 10, 9, $\frac{2}{3}$
 056 $-\frac{1}{2}$
 058 20
 060 3
 062 -3
 064 -3
 066 □: 4, $\pm 2, 2, 4, 6$
 068 -5, -1, 3
 070 -2, 4, 10, 16
 072 155
 074 -18
 076 48
 078 150
 080 -91
 082 400
 084 100
 086 2
 088 -4
 090 21
 092 -48
 094 450
 096 □: 13, 제7항, 49

- 097 60
 099 155
 101 □: 4, 제9항, -153
 103 -156
 105 -126
 107 $a_1=1, a_7=25$
 109 $a_1=2, a_7=37$
 111 $a_n=2n-2 (n \geq 1)$
 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항부터 등차수열을 이룬다.
 112 $a_1=4, a_n=2n+1 (n \geq 2)$
 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 4이고 제2항부터 공차가 2인 등차수열을 이룬다.
 113 $a_1=3, a_n=4n-3 (n \geq 2)$
 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3이고 제2항부터 공차가 4인 등차수열을 이룬다.

연산문제로 실전 능력 다지기

142쪽 ~ 143쪽

- 114 $a_n=3n-1, a_{10}=29$
 116 $a_n=n-\frac{1}{2}, a_{10}=\frac{19}{2}$
 118 $a_n=2n-2+\sqrt{2}, a_{10}=18+\sqrt{2}$
 120 98
 122 -10
 124 제25항
 126 3
 128 -1, 2, 5
 130 $S_n=\frac{3n(11-n)}{2}$
 132 126
 134 $a_n=2n-4 (n \geq 1)$
 115 $a_n=3n-6, a_{10}=24$
 117 $a_n=4n-17, a_{10}=23$
 119 -7
 121 8
 123 제11항
 125 84
 127 3
 129 1, 3, 5
 131 -128
 133 $a_1=1, a_n=2n-5 (n \geq 2)$
 135 $a_1=6, a_n=4n-1 (n \geq 2)$

2 등비수열

144쪽 ~ 150쪽

- 136 6
 138 $\sqrt{2}$
 140 64
 142 -4, 8
 144 □: 2
 146 $a_n=3 \times (-2)^{n-1}$
 148 □: 3, 2
 150 $a_n=(-1)^{n-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-7}$
 152 □: $r^4, r^2, 4, \frac{3}{8}$
 154 $a=64, r=\frac{1}{2}$
 156 672
 158 512
 160 48
 162 324
 164 80
 166 21
 168 9
 137 -2
 139 $-\frac{4}{9}$
 141 2, 1
 143 $\frac{4}{9}, -\frac{8}{27}$
 145 $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$
 147 $a_n=32 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$
 149 $a_n=11^n$
 151 $a_n=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-3}$
 153 $a=\frac{2}{3}, r=3$
 155 $a=\frac{3}{2}, r=2$
 157 243
 159 □: 27, 27, 27, 3, $3^{n-1}, 18$
 161 $\frac{9}{16}$
 163 256
 165 □: 4, 4, 16, 2, $\frac{1}{2}, 1, 2$
 167 216
 169 □: 2, ± 4

- 170 1
172 3
174 □: $a+9, 4a^2, \pm 2a, b=2a, 6$
176 $a=-6, b=12$
178 $S_n = \frac{3^n - 1}{27}$
180 $S_n = \frac{1 - (-3)^n}{2}$
182 $S_n = 4n$
184 $3\left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right\}$
186 $\frac{121(\sqrt{3}+1)}{9}$
188 $S_n = \frac{5(2^n - 1)}{2}$
190 $S_n = \frac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}$
192 42
194 □: $S_1, S_4, 3, 3^6$
196 $a_1=10, a_5=160$
198 $a_1=-\frac{5}{2}, a_5=-\frac{5}{32}$
200 □: $S_{n-1}, 2^{n-1}, 2^{n-1}, 1$
201 $a_n = 12 \times 5^{n-1} (n \geq 1)$
수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항부터 등비수열을 이룬다.
202 $a_1=3, a_n=2^{n-1} (n \geq 2)$
수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3이고 제2항부터 공비가 2인 등비수열을 이룬다.
203 $a_1=9, a_n=2 \times 3^n (n \geq 2)$
수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 9이고 제2항부터 공비가 3인 등비수열을 이룬다.
204 □: 0.05, 10000
206 22500원
208 159만 원
- 171 18
173 ± 1
175 $a=2, b=8$
177 □: 2, 1
179 $S_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$
181 $S_n = \frac{9}{10}\left\{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^n\right\}$
183 1023
185 $31(2 + \sqrt{2})$
187 □: 2, 3, 1
189 $S_n = \frac{2(4^n - 1)}{3}$
191 □: $r^5, r^{10}, 3, 2, 2, 2, 70$
193 65
195 $a_1=-1, a_5=32$
197 $a_1=-\frac{3}{2}, a_5=-\frac{3}{32}$
199 $a_1=-\frac{3}{4}, a_5=-\frac{3}{64}$

연산문제로 실전 능력 다지기

151쪽 ~ 152쪽

- 210 $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}, a_{10} = \frac{1}{2^8}$
212 $a_n = 3 \times 2^{n-3}, a_{10} = 3 \times 2^7$
214 $a_n = (-1)^{n-1} \times (\sqrt{2})^{n+2}, a_{10} = -64$
216 768
218 125
220 3
222 $\frac{1}{10}$
224 $S_n = -\frac{81}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}$
226 $a_n = 3 \times 2^{n-1} (n \geq 1)$
228 128.4만 원
230 131.3만 원
- 211 $a_n = (-1)^{n-1} \times 3^{n+1}, a_{10} = -3^{11}$
213 $a_n = -3^{2n-5}, a_{10} = -3^{15}$
215 192
217 $\frac{5}{2}$
219 8
221 $x=1, y=-2$
223 $\frac{3}{2}$
225 $S_n = 2^{n+1} - 2$
227 $a_1=5, a_n=4 \times 3^{n-1} (n \geq 2)$
229 530.4만 원

3 수열의 합

153쪽 ~ 160쪽

- 231 $\sum_{k=1}^{10} 2k$
233 $\sum_{k=1}^{15} k^2$
235 $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k}$
- 232 $\sum_{k=1}^{12} (4k-3)$
234 $\sum_{k=1}^{10} 2^k$
236 $\sum_{k=1}^{10} k(11-k)$

- 237 $3+6+9+\dots+30$
239 $3+3^2+3^3+\dots+3^7$
241 $9+11+13+\dots+21$
243 $5 \times 7 + 7 \times 9 + 9 \times 11 + \dots + 19 \times 21$
245 □: $\sum_{k=1}^{10} b_k, 3, 5$
247 -2
249 15
251 58
253 20
255 □: 10, 1, 385
257 100
259 440
261 □: 3, 3, $n, 3, 5$
263 $\frac{n(2n+1)(2n-1)}{3}$
265 $\frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}$
267 □: 2, 11, 60, -4, 64
269 322
271 1485
273 1100
275 220
277 $2\left\{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{10}\right\}$
279 $\frac{4^{11}-1159}{3}$
281 □: $10^3, 10^n-1$
283 $a_n = \frac{2(10^n-1)}{9}$
285 $a_n = 2^n - 1$
287 $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$
289 $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3}$
291 $\frac{7}{30}$
293 □: $k+2, 2, 12, \frac{5}{12}$
295 $\frac{10}{21}$
297 $\frac{20}{11}$
299 $\sqrt{13}-\sqrt{3}$
301 $\frac{5-\sqrt{3}}{2}$
303 8
305 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
307 $13 \times 2^9 + 6$
309 □: $3^{11}, -\frac{19}{2}, \frac{19}{4}$
311 $\frac{4}{9} - \frac{34}{9} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$
- 238 $6+11+16+\dots+51$
240 $2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + 11 \times 12$
242 $5^2+6^2+7^2+\dots+12^2$
244 $\frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{8 \times 9}$
246 1
248 34
250 22
252 58
254 15
256 3025
258 465
260 2445
262 $\frac{n(n^2+6n+11)}{3}$
264 $\frac{n(2n^2-3n-23)}{6}$
266 $\frac{n(n+1)(n-1)(n-2)}{4}$
268 171
270 484
272 □: $3k, 10, 20, 570$
274 275
276 □: 2, 2, 2046
278 $\frac{3^{11}+107}{2}$
280 $\frac{3}{2} - \frac{1}{2^{10}} - \frac{1}{2 \times 3^{10}}$
282 $\frac{10^{10}-91}{9}$
284 $\frac{2(10^{11}-100)}{81}$
286 $2^{12}-13$
288 $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$
290 $\frac{10}{11}$
292 $\frac{29}{88}$
294 $\frac{29}{45}$
296 $a_n = \frac{2}{n(n+1)}$
298 □: $\sqrt{k}, \sqrt{9}, 2$
300 $\frac{\sqrt{13}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$
302 4
304 10
306 □: 2, -4, 258
308 $2 - \frac{11}{2^9}$
310 $26 \times 2^{11} + 8$

연산문제로 실전 능력 다지기

161쪽 ~ 162쪽

- 312 $\sum_{k=1}^{10} k$
314 $\sum_{k=1}^{10} k^2$
- 313 $\sum_{k=1}^{10} (2k-1)$
315 $\sum_{k=1}^8 k^3$

$$316 \sum_{k=1}^{25} (2k)^2$$

$$318 1$$

$$320 79$$

$$322 120$$

$$324 2685$$

$$326 -123$$

$$328 597$$

$$330 \frac{20}{21}$$

$$332 \sqrt{21}-1$$

$$334 \frac{13 \times 3^8 + 3}{2}$$

$$317 29$$

$$319 -16$$

$$321 26$$

$$323 420$$

$$325 1295$$

$$327 273$$

$$329 \frac{175}{132}$$

$$331 \frac{9}{10}$$

$$333 3\sqrt{2}$$

$$335 \frac{4^7 - 22}{9}$$

4 수학적 귀납법

163쪽 ~ 168쪽

$$336 11$$

$$338 -6$$

$$340 8$$

$$342 a_n = 3n + 2$$

$$344 a_n = 4n - 2$$

$$346 a_n = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$348 \square: 2, 1, 2, 29$$

$$350 45$$

$$352 \square: 6, a_1, \frac{2}{7}$$

$$354 28$$

$$356 \square: 7, 7, 55$$

$$358 63$$

$$360 1, 2, 1, 2, 1$$

$$362 1, 0, 1, 0, 1$$

$$364 \bigcirc$$

$$366 \times$$

$$368 \times$$

$$337 81$$

$$339 35$$

$$341 9$$

$$343 a_n = -3n + 10$$

$$345 a_n = -2^{n-1}$$

$$347 a_n = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$349 22$$

$$351 64$$

$$353 \frac{3}{4}$$

$$355 \frac{1}{13}$$

$$357 17$$

$$359 245$$

$$361 1, 2, 1, 3, 1$$

$$363 \bigcirc$$

$$365 \bigcirc$$

$$367 \bigcirc$$

$$369 \square: k+1, k+1, k+1, \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$370 k^2, 2k+1, 2k+1, 2k+1$$

$$371 (k+1)^2, (k+1)^2, (k+1)^2, 6, 2, 2, 3, 1$$

$$372 (i) n=1 \text{ 일 때, (좌변)} = \frac{1}{2}, (\text{우변}) = \frac{1}{2}$$

따라서 $n=1$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$$

㉠의 양변에 $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ 을 더하면

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{k+1}{k+2} = \frac{k+1}{(k+1)+1}$$

..... ㉡

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

$$373 \square: 2, 2N, 7N-5^{k-1}$$

$$374 (i) n=2 \text{ 일 때, } 2^3-2=6=3 \times 2 \text{ 이므로 } 3 \text{ 의 배수이다.}$$

(ii) $n=k (k \geq 2)$ 일 때, k^3-k 가 3의 배수라 가정하면

$$k^3-k=3N (N \text{ 은 자연수}) \text{ 으로 놓을 수 있다.}$$

이때 $n=k+1$ 이면

$$(k+1)^3-(k+1)=k^3+3k^2+2k=(k^3-k)+3(k^2+k) \\ =3N+3(k^2+k)=3(N+k^2+k)$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 n^3-n 은 3의 배수이다.

(i), (ii)에서 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 n^3-n 은 3의 배수이다.

$$375 \square: \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+1}, k, \frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$$

$$376 1+h, kh^2, k+1$$

$$377 k+1, k+1, k+1, 2$$

$$378 (i) n=5 \text{ 일 때, (좌변)} = 2^5=32, (\text{우변}) = 5^2=25 \text{ 이므로}$$

(좌변) > (우변), 즉 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n=k (k \geq 5)$ 일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면 $2^k > k^2$ ㉠

㉠의 양변에 2를 곱하면 $2^{k+1} > 2k^2$

그런데 $k \geq 5$ 이면 $k^2-2k-1=(k-1)^2-2 > 0$ 이므로 $k^2 > 2k+1$

$$\therefore 2^{k+1} > 2k^2 = k^2 + k^2$$

$$> k^2 + 2k + 1$$

$$= (k+1)^2$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

연산문제로 실전 능력 다지기

169쪽

$$379 88$$

$$380 43$$

$$381 729$$

$$382 \frac{1}{256}$$

$$383 \frac{14}{5}$$

$$384 24$$

$$385 (k+1)^3, (k+1)^3, (k+1)^3, 4k+4, 2$$

비출문제 풀고 실전 능력 완성하기

170쪽 ~ 173쪽

$$386 37$$

$$387 \textcircled{5}$$

$$388 7$$

$$389 16$$

$$390 8$$

$$391 530$$

$$392 390$$

$$393 -287$$

$$394 31$$

$$395 \text{ 제9항}$$

$$396 \text{ 제7항}$$

$$397 6$$

$$398 a=4, b=8$$

$$399 42$$

$$400 -9$$

$$401 272.7 \text{ 만 원}$$

$$402 47$$

$$403 30$$

$$404 \textcircled{2}$$

$$405 1430$$

$$406 \frac{3^{11}-23}{4}$$

$$407 \frac{5}{22}$$

$$408 1$$

$$409 \frac{3}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{1}{3^8}$$

$$410 145$$

$$411 \frac{1}{39}$$

$$412 \frac{63}{32}$$

$$413 (k+1)(k+2), (k+1)(k+2), (k+1)(k+2), k, 3$$

I

지수함수와 로그함수

1 지수

6쪽 ~ 16쪽

001 □: 2, $-1 \pm \sqrt{3}i$

002 -27 의 세제곱근을 x 라 하면 $x^3 = -27$ 에서
 $x^3 + 27 = 0, (x+3)(x^2 - 3x + 9) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

003 16 의 네제곱근을 x 라 하면 $x^4 = 16$ 에서
 $x^4 - 16 = 0, (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = \pm 2i$ 또는 $x = \pm 2$

004 81 의 네제곱근을 x 라 하면 $x^4 = 81$ 에서
 $x^4 - 81 = 0, (x^2 + 9)(x + 3)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = \pm 3i$ 또는 $x = \pm 3$

005 □: 3, -1

006 125 의 세제곱근 중 실수인 것은
 $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

007 256 의 네제곱근 중 실수인 것은
 $\pm \sqrt[4]{256} = \pm \sqrt[4]{4^4} = \pm 4$

008 $\frac{1}{16}$ 의 네제곱근 중 실수인 것은
 $\pm \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \pm \frac{1}{2}$

009 $\times$
 5 의 세제곱근은 $x^3 = 5$ 의 근이므로 3개이다.

010 $\times$
 25 의 네제곱근은 $x^4 = 25$ 의 근이므로 4개이다.

011 $\times$
 27 의 세제곱근 중 실수인 것은 3이므로 1개이다.

012 $\times$
 -16 의 네제곱근 중 실수인 것은 없다.

013 ○

014 ○

015 □: 2, 3, 2

016 $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \frac{1}{4}$

017 $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

018 $\sqrt[3]{-\frac{1}{125}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{5}\right)^3} = -\frac{1}{5}$

019 $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

020 $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

021 $\sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4} = \frac{1}{5}$

022 $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

023 $\sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$

024 □: $\times, 125, 3, 5$

025 $\sqrt[4]{8} \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8 \times 2} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

026 $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{250}{2}} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

027 $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{243}{3}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

028 $(\sqrt[3]{5})^6 = \sqrt[3]{5^6} = \sqrt[3]{(5^2)^3} = 5^2 = 25$

029 $(\sqrt[4]{4})^6 = \sqrt[4]{4^6} = \sqrt[4]{(2^2)^6} = \sqrt[4]{2^{12}} = \sqrt[4]{(2^3)^4} = 2^3 = 8$

030 $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

031 $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}} = \sqrt[9]{2^9} = 2$

032 □: 3, 4, 3, 2

033 $\sqrt[12]{3^{16}} \times \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{3^4} \times \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{3^4 \times 3^5} = \sqrt[3]{3^9}$
 $= \sqrt[3]{(3^3)^3} = 3^3 = 27$

034 $\sqrt[8]{5^{12}} \times \sqrt[12]{2^{36}} = \sqrt[5]{5^3} \times \sqrt[12]{2^{18}} = \sqrt[5]{5^3} \times \sqrt[2]{2^3} = \sqrt[5]{5^3 \times 2^3}$
 $= \sqrt[5]{1000} = 10\sqrt[5]{10}$

035 $\sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$
 $= \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

$$036 \sqrt[3]{\frac{729}{256}} = \sqrt[3]{\frac{9^3}{4^4}} = \sqrt[3]{\frac{9}{4}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} 037 \sqrt{\frac{16}{27}} \times \sqrt[3]{\frac{27}{2}} &= \frac{\sqrt{2^4}}{\sqrt[4]{3^3}} \times \frac{\sqrt[12]{3^3}}{\sqrt[6]{2}} = \frac{\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[4]{3^3}} \times \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[6]{2}} \\ &= \sqrt{\frac{2^4}{2}} \times \sqrt[4]{\frac{3}{3^3}} = \sqrt{2^3} \times \sqrt[4]{\frac{1}{3^2}} \\ &= \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 038 \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{\frac{243}{9}} &= \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{\frac{243}{9}} = \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{27} \\ &= \sqrt[3]{4^3} + \sqrt[3]{3^3} = 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 039 \frac{\sqrt[5]{64} \sqrt[5]{16} - \sqrt[3]{27}}{\sqrt[4]{64}} &= \frac{\sqrt[5]{1024} - \sqrt[3]{27}}{\sqrt[4]{4^3}} = \frac{\sqrt[5]{4^5} - \sqrt{3}}{\sqrt[4]{4}} \\ &= \frac{4 - \sqrt{3}}{\sqrt[4]{2^2}} = \frac{4 - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

$$040 \sqrt[5]{a^3} \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5]{a^3 \times a^2} = \sqrt[5]{a^5} = a$$

$$041 \frac{\sqrt[3]{a^{13}}}{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[3]{\frac{a^{13}}{a^4}} = \sqrt[3]{a^9} = \sqrt[3]{(a^3)^3} = a^3$$

$$042 (\sqrt[4]{a^3})^8 = \sqrt[4]{(a^3)^8} = \sqrt[4]{a^{24}} = \sqrt[4]{(a^6)^4} = a^6$$

$$043 \sqrt[3]{5\sqrt{a^{45}}} = \sqrt[3]{5(a^9)^5} = \sqrt[3]{a^9} = \sqrt[3]{(a^3)^3} = a^3$$

$$044 \sqrt[4]{a^6 b^2} \times \sqrt{a^3 b^5} = \sqrt[4]{a^6 b^2} \times \sqrt[4]{a^3 b^5} = \sqrt[4]{a^6 b^6} = a^3 b^3$$

$$\begin{aligned} 045 \sqrt{a^3 b^9} \div \sqrt[4]{a^2 b^6} &= \sqrt[4]{a^3 b^9} \div \sqrt[4]{a^2 b^6} = \sqrt[4]{\frac{a^3 b^9}{a^2 b^6}} \\ &= \sqrt[4]{a^1 b^3} = ab^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 046 \sqrt[3]{ab^2} \times \sqrt[6]{ab^5} \div \sqrt{ab} &= \sqrt[6]{a^2 b^4} \times \sqrt[6]{ab^5} \div \sqrt[6]{a^3 b^3} \\ &= \sqrt[6]{\frac{a^2 b^4 \times ab^5}{a^3 b^3}} = \sqrt[6]{b^6} \\ &= b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 047 \sqrt[6]{a^2 b^3} \times \sqrt[3]{a^2 b} \div \sqrt[12]{a^6 b^{10}} &= \sqrt[6]{a^2 b^3} \times \sqrt[6]{a^4 b^2} \div \sqrt[6]{a^3 b^5} \\ &= \sqrt[6]{\frac{a^2 b^3 \times a^4 b^2}{a^3 b^5}} = \sqrt[6]{a^3} \\ &= \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$048 \square: 6, 8, 200, 12$$

$$049 2a^5 \times 6a^2 \div 3a^3 = 12a^7 \div 3a^3 = 4a^4$$

$$050 (3a^2 b^3)^2 \times (-2a^3 b)^3 = 9a^4 b^6 \times (-8a^9 b^3) = -72a^{13} b^9$$

$$051 (6a^3 b^4)^2 \div (3a^4 b^2)^3 = 36a^6 b^8 \times \frac{1}{27a^{12} b^6} = \frac{4b^2}{3a^6}$$

$$\begin{aligned} 052 \left(\frac{2a^3}{b^2}\right)^3 \div \left(\frac{b^4}{3a^2}\right)^2 &= \frac{8a^9}{b^6} \div \frac{b^8}{9a^4} = \frac{8a^9}{b^6} \times \frac{9a^4}{b^8} \\ &= \frac{72a^{13}}{b^{14}} \end{aligned}$$

$$053 4^0 + (-5)^0 = 1 + 1 = 2$$

$$054 (-3)^0 - 2^{-2} = 1 - \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} 055 (-2)^{-3} + (-3)^{-2} &= \frac{1}{(-2)^3} + \frac{1}{(-3)^2} \\ &= -\frac{1}{8} + \frac{1}{9} = -\frac{1}{72} \end{aligned}$$

$$056 \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^3} = \frac{1}{\frac{27}{125}} = \frac{125}{27}$$

$$057 \left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{3}{2}\right)^4} = \frac{1}{\frac{81}{16}} = \frac{16}{81}$$

$$\begin{aligned} 058 (-5)^{-2} + \left(\frac{5}{3}\right)^{-3} &= \frac{1}{(-5)^2} + \frac{1}{\left(\frac{5}{3}\right)^3} = \frac{1}{25} + \frac{1}{\frac{125}{27}} \\ &= \frac{5}{125} + \frac{27}{125} = \frac{32}{125} \end{aligned}$$

$$059 a^3 \times a^{-2} = a^{3-2} = a$$

$$060 a^5 \times a^2 \div a^8 = a^{5+2-8} = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$061 (a^{-3})^3 = a^{(-3) \times 3} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$$

$$062 (a^{-2})^{-4} = a^{(-2) \times (-4)} = a^8$$

$$063 (a^{-2})^5 \times (a^3)^{-4} = a^{-10} \times a^{-12} = a^{-22} = \frac{1}{a^{22}}$$

$$064 (a^{-3})^{-4} \div (a^5)^{-3} = a^{12} \div a^{-15} = a^{12-(-15)} = a^{27}$$

$$\begin{aligned} 065 (a^5)^{-2} \times (a^{-3})^{-4} \div (a^{-2})^2 &= a^{-10} \times a^{12} \div a^{-4} \\ &= a^{-10+12-(-4)} = a^6 \end{aligned}$$

$$066 2^{\frac{5}{3}}$$

$$067 3^{\frac{1}{4}}$$

$$068 5^{-\frac{2}{3}}$$

$$069 a^{\frac{3}{4}}$$

$$070 \sqrt[3]{a} = (a^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}}$$

$$071 \frac{1}{\sqrt[3]{a^4}} = \frac{1}{a^{\frac{4}{3}}} = a^{-\frac{4}{3}}$$

$$072 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

$$073 4^{-\frac{3}{4}} = (2^2)^{-\frac{3}{4}} = 2^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2^3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$074 \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

$$075 \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{4}} = (3^{-2})^{-\frac{3}{4}} = 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}$$

$$076 (81^{-\frac{1}{3}})^{\frac{9}{4}} = 81^{-\frac{3}{4}} = (3^4)^{-\frac{3}{4}} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$077 \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{4}{3}} \right\}^{\frac{9}{4}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{8}{27}$$

$$078 9^{-\frac{3}{2}} \times 36^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{-\frac{3}{2}} \times (6^2)^{\frac{1}{2}} = 3^{-3} \times 6 = \frac{6}{3^3} = \frac{2}{9}$$

$$079 81^{-\frac{3}{4}} \div 125^{\frac{2}{3}} = (3^4)^{-\frac{3}{4}} \div (5^3)^{\frac{2}{3}} = 3^{-3} \div 5^{-2} \\ = \frac{1}{3^3} \div \frac{1}{5^2} = \frac{1}{3^3} \times 5^2 = \frac{25}{27}$$

$$080 16^{-\frac{3}{2}} \times 64^{\frac{3}{2}} \div 27^{-\frac{1}{3}} = (2^4)^{-\frac{3}{2}} \times (2^6)^{\frac{3}{2}} \div (3^3)^{-\frac{1}{3}} \\ = 2^{-6} \times 2^9 \div 3^{-1} = 2^3 \div \frac{1}{3} \\ = 8 \times 3 = 24$$

$$081 a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$$

$$082 a^{\frac{2}{5}} \div a^{-\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{5} - (-\frac{1}{2})} = a^{\frac{9}{10}}$$

$$083 a^{\frac{1}{2}} \times a^{-\frac{2}{3}} \div a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{2} + (-\frac{2}{3}) - \frac{3}{4}} = a^{-\frac{11}{12}}$$

$$084 (a^{\frac{1}{3}})^{-\frac{3}{5}} \times (a^{\frac{3}{2}})^{\frac{4}{9}} = a^{-\frac{1}{5}} \times a^{\frac{2}{3}} = a^{-\frac{1}{5} + \frac{2}{3}} = a^{\frac{7}{15}}$$

$$085 \square: \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{13}{12}$$

$$086 (\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[4]{a^3})^{\frac{2}{3}} = (a^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{3}{4}})^{\frac{2}{3}} = (a^{\frac{17}{12}})^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{17}{18}}$$

$$087 \sqrt[4]{a^3 \sqrt{a}} = \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{1}{12}} = a^{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = a^{\frac{1}{3}}$$

$$088 \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}} = \sqrt{a} \times \sqrt[4]{a} \times \sqrt[8]{a} = a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{1}{8}} \\ = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = a^{\frac{7}{8}}$$

$$089 \sqrt[4]{3 \sqrt{a \sqrt{a}}} = \sqrt[4]{3} \times \sqrt[24]{a} = a^{\frac{1}{12}} \times a^{\frac{1}{24}} = a^{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = a^{\frac{1}{8}}$$

$$090 \sqrt{a^3 \sqrt[3]{a^4 \sqrt[4]{a^3}}} = \sqrt{a} \times \sqrt[6]{a} \times \sqrt[24]{a^3} = a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{6}} \times a^{\frac{1}{8}} \\ = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}} = a^{\frac{19}{24}}$$

$$091 \square: +, 3\sqrt{2}, \sqrt{2}$$

$$092 5^{\sqrt{3}+1} \div 5^{\sqrt{3}-2} = 5^{\sqrt{3}+1-(\sqrt{3}-2)} = 5^3 = 125$$

$$093 (8^{\sqrt{2}})^{\frac{\sqrt{6}}{3}} = 8^{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = (2^3)^{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = 2^{2\sqrt{3}}$$

$$094 3^{\sqrt{6}} \times 5^{\sqrt{6}} = (3 \times 5)^{\sqrt{6}} = 15^{\sqrt{6}}$$

$$095 (2^{\sqrt{8}} \times 3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{16}} \times 3^2 = 2^4 \times 3^2 = 144$$

$$096 a^{\sqrt{3}} \times a^{\sqrt{12}} = a^{\sqrt{3}+2\sqrt{3}} = a^{3\sqrt{3}}$$

$$097 a^{\sqrt{32}} \times a^{\sqrt{8}} \div a^{\sqrt{18}} = a^{4\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3\sqrt{2}} = a^{3\sqrt{2}}$$

$$098 (a^{2\sqrt{2}} \times b^{3\sqrt{2}})^{\frac{3}{\sqrt{2}}} = (a^{2\sqrt{2}})^{\frac{3}{\sqrt{2}}} \times (b^{3\sqrt{2}})^{\frac{3}{\sqrt{2}}} = a^6 b^9$$

$$099 \left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\frac{1}{18}}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{6}}} = \frac{(a^{\sqrt{3}})^{\frac{2}{\sqrt{6}}}}{(b^{\frac{1}{18}})^{\frac{2}{\sqrt{6}}}} = \frac{a^{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}}{b^{\frac{1}{9\sqrt{3}}}} = a^{\sqrt{2}} b^{-\frac{1}{9\sqrt{3}}}$$

$$100 \square: a$$

$$101 (a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})^2 - (a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}})^2 = a + 2 + a^{-1} - (a - 2 + a^{-1}) \\ = 4$$

$$102 (a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}a^{-\frac{1}{3}} + a^{-\frac{2}{3}}) \\ = (a^{\frac{1}{3}})^3 + (a^{-\frac{1}{3}})^3 = a + a^{-1}$$

$$103 (a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}a^{-\frac{1}{3}} + a^{-\frac{2}{3}}) \\ = (a^{\frac{1}{3}})^3 - (a^{-\frac{1}{3}})^3 = a - a^{-1}$$

$$104 (a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}})^3 + (a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}})^3 \\ = a + 3a^{\frac{1}{3}} + 3a^{-\frac{1}{3}} + a^{-1} + (a - 3a^{\frac{1}{3}} + 3a^{-\frac{1}{3}} - a^{-1}) \\ = 2a + 6a^{-\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned}
 105 \quad & a^{\frac{1}{4}}=A, a^{-\frac{1}{4}}=B \text{라 하면} \\
 & (a^{\frac{1}{4}}-a^{-\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}}+a^{-\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}) \\
 & = (A-B)(A+B)(A^2+B^2) \\
 & = (A^2-B^2)(A^2+B^2) \\
 & = A^4-B^4 \\
 & = (a^{\frac{1}{4}})^4 - (a^{-\frac{1}{4}})^4 \quad \left[\begin{array}{l} A=a^{\frac{1}{4}}, B=a^{-\frac{1}{4}} \text{을 대입} \\ \leftarrow \end{array} \right. \\
 & = a-a^{-1}
 \end{aligned}$$

$$106 \quad \square: 2, 7$$

$$\begin{aligned}
 107 \quad & a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=3 \text{의 양변을 세제곱하면} \\
 & a^{\frac{3}{2}}+3(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})+a^{-\frac{3}{2}}=27 \\
 & \therefore a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}=27-3 \times 3=18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 108 \quad & a+a^{-1}=7 \text{의 양변을 제곱하면} \\
 & a^2+2+a^{-2}=49 \quad \therefore a^2+a^{-2}=47
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 109 \quad & (a-a^{-1})^2=(a+a^{-1})^2-4=7^2-4=45 \\
 & \therefore a-a^{-1}=3\sqrt{5} \quad (\because a>1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 110 \quad & a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}=2 \text{의 양변을 제곱하면} \\
 & a-2+a^{-1}=4 \quad \therefore a+a^{-1}=6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 111 \quad & a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}=2 \text{의 양변을 세제곱하면} \\
 & a^{\frac{3}{2}}-3(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})-a^{-\frac{3}{2}}=8 \\
 & \therefore a^{\frac{3}{2}}-a^{-\frac{3}{2}}=8+3 \times 2=14
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 112 \quad & a+a^{-1}=6 \text{의 양변을 제곱하면} \\
 & a^2+2+a^{-2}=36 \quad \therefore a^2+a^{-2}=34
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 113 \quad & (a-a^{-1})^2=(a+a^{-1})^2-4=6^2-4=32 \\
 & \therefore a-a^{-1}=4\sqrt{2} \quad (\because a>1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 114 \quad & a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}=4 \text{의 양변을 제곱하면} \\
 & a^{\frac{2}{3}}+2+a^{-\frac{2}{3}}=16 \quad \therefore a^{\frac{2}{3}}+a^{-\frac{2}{3}}=14
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 115 \quad & a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}=4 \text{의 양변을 세제곱하면} \\
 & a+3(a^{\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}})+a^{-1}=64 \\
 & \therefore a+a^{-1}=64-3 \times 4=52
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 116 \quad & (a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2=a+a^{-1}+2=52+2=54 \\
 & \therefore a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{54}=3\sqrt{6} \quad (\because a>0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 117 \quad & (a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2=a+a^{-1}+2=11+2=13 \\
 & \therefore a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{13} \quad (\because a>0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 118 \quad & a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{13} \text{의 양변을 세제곱하면} \\
 & a^{\frac{3}{2}}+3(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})+a^{-\frac{3}{2}}=13\sqrt{13} \\
 & \therefore a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}=13\sqrt{13}-3\sqrt{13}=10\sqrt{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 119 \quad & a+a^{-1}=11 \text{의 양변을 제곱하면} \\
 & a^2+2+a^{-2}=121 \quad \therefore a^2+a^{-2}=119
 \end{aligned}$$

$$120 \quad \square: 3, 3, 2$$

$$\begin{aligned}
 121 \quad & \text{주어진 식의 분모, 분자에 } a^{3x} \text{을 곱하면} \\
 & \frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}=\frac{a^{3x}(a^{3x}+a^{-3x})}{a^{3x}(a^x-a^{-x})}=\frac{a^{6x}+1}{a^{4x}-a^{2x}}=\frac{(a^{2x})^3+1}{(a^{2x})^2-a^{2x}} \\
 & =\frac{27+1}{9-3}=\frac{14}{3}
 \end{aligned}$$

다른 풀이

주어진 식의 분모, 분자에 a^x 을 곱하면

$$\frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}=\frac{a^x(a^{3x}+a^{-3x})}{a^x(a^x-a^{-x})}=\frac{a^{4x}+a^{-2x}}{a^{2x}-1}=\frac{9+\frac{1}{3}}{3-1}=\frac{14}{3}$$

$$\begin{aligned}
 122 \quad & \text{주어진 식의 분모, 분자에 } a^{3x} \text{을 곱하면} \\
 & \frac{a^{3x}+a^{-x}}{a^x+a^{-3x}}=\frac{a^{3x}(a^{3x}+a^{-x})}{a^{3x}(a^x+a^{-3x})}=\frac{a^{6x}+a^{2x}}{a^{4x}+1}=\frac{(a^{2x})^3+a^{2x}}{(a^{2x})^2+1} \\
 & =\frac{27+3}{9+1}=3
 \end{aligned}$$

다른 풀이

주어진 식의 분모, 분자에 a^x 을 곱하면

$$\frac{a^{3x}+a^{-x}}{a^x+a^{-3x}}=\frac{a^x(a^{3x}+a^{-x})}{a^x(a^x+a^{-3x})}=\frac{a^{4x}+1}{a^{2x}+a^{-2x}}=\frac{9+1}{3+\frac{1}{3}}=3$$

$$\begin{aligned}
 123 \quad & \text{주어진 식의 분모, 분자에 } a^{3x} \text{을 곱하면} \\
 & \frac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^{3x}+a^{-3x}}=\frac{a^{3x}(a^{3x}-a^{-3x})}{a^{3x}(a^{3x}+a^{-3x})}=\frac{a^{6x}-1}{a^{6x}+1}=\frac{(a^{2x})^3-1}{(a^{2x})^3+1} \\
 & =\frac{27-1}{27+1}=\frac{13}{14}
 \end{aligned}$$

$$124 \quad \square: 3, 2$$

$$\begin{aligned}
 125 \quad & a^{2x}=(a^x)^2=2 \text{에서 } a^x=\sqrt{2} \quad (\because a>0) \\
 & \therefore a^x-a^{-x}=a^x-(a^x)^{-1}=\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}} \\
 & =\frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 126 \quad & a^{3x}+a^{-3x}=(a^x)^3+(a^x)^{-3}=2\sqrt{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}} \\
 & =\frac{9\sqrt{2}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 127 \quad & a^{4x}-a^{-4x}=(a^{2x})^2-(a^{2x})^{-2}=2^2-2^{-2} \\
 & =4-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}
 \end{aligned}$$

128 □: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}, 1$

129 $5^x = 30$ 에서 $5 = 30^{\frac{1}{x}}$

$6^y = 30$ 에서 $6 = 30^{\frac{1}{y}}$

⑦ × ㉠을 하면

$30 = 30^{\frac{1}{x}} \times 30^{\frac{1}{y}} = 30^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

130 $25^x = 10$ 에서 $25 = 10^{\frac{1}{x}}$

$4^y = 10$ 에서 $4 = 10^{\frac{1}{y}}$

⑦ × ㉠을 하면

$100 = 10^{\frac{1}{x}} \times 10^{\frac{1}{y}}, 10^2 = 10^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$

131 $8^x = 6$ 에서 $8 = 6^{\frac{1}{x}}$

$27^y = 6$ 에서 $27 = 6^{\frac{1}{y}}$

⑦ × ㉠을 하면

$216 = 6^{\frac{1}{x}} \times 6^{\frac{1}{y}}, 6^3 = 6^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3$

132 $15^x = 5$ 에서 $15 = 5^{\frac{1}{x}}$

$3^y = 5$ 에서 $3 = 5^{\frac{1}{y}}$

⑦ ÷ ㉠을 하면

$5 = 5^{\frac{1}{x}} \div 5^{\frac{1}{y}} = 5^{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$

$\therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$

133 $18^x = 27$ 에서 $18 = 27^{\frac{1}{x}} = (3^3)^{\frac{1}{x}} = 3^{\frac{3}{x}}$

$2^y = 9$ 에서 $2 = 9^{\frac{1}{y}} = (3^2)^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{2}{y}}$

⑦ ÷ ㉠을 하면

$9 = 3^{\frac{3}{x}} \div 3^{\frac{2}{y}}, 3^2 = 3^{\frac{3}{x} - \frac{2}{y}}$

$\therefore \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 2$

134 $5^x = 81$ 에서 $5 = 81^{\frac{1}{x}} = (3^4)^{\frac{1}{x}} = 3^{\frac{4}{x}}$

$15^y = 27$ 에서 $15 = 27^{\frac{1}{y}} = (3^3)^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{3}{y}}$

⑦ ÷ ㉠을 하면

$\frac{1}{3} = 3^{\frac{4}{x}} \div 3^{\frac{3}{y}}, 3^{-1} = 3^{\frac{4}{x} - \frac{3}{y}}$

$\therefore \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = -1$

135 $9^x = 32$ 에서 $9 = 32^{\frac{1}{x}} = (2^5)^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{5}{x}}$

$36^y = 16$ 에서 $36 = 16^{\frac{1}{y}} = (2^4)^{\frac{1}{y}} = 2^{\frac{4}{y}}$

⑦ ÷ ㉠을 하면

$\frac{1}{4} = 2^{\frac{5}{x}} \div 2^{\frac{4}{y}}, 2^{-2} = 2^{\frac{5}{x} - \frac{4}{y}}$

$\therefore \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$

136 □: $<, <$

137 $\sqrt[3]{5} = \sqrt[12]{5^4} = \sqrt[12]{625}, \sqrt[4]{8} = \sqrt[12]{8^3} = \sqrt[12]{512}$ 이므로
 $\sqrt[12]{625} > \sqrt[12]{512} \quad \therefore \sqrt[3]{5} > \sqrt[4]{8}$

138 $\sqrt[4]{3} = \sqrt[20]{3^5} = \sqrt[20]{243}, \sqrt[5]{4} = \sqrt[20]{4^4} = \sqrt[20]{256}$ 이므로
 $\sqrt[20]{243} < \sqrt[20]{256} \quad \therefore \sqrt[4]{3} < \sqrt[4]{4}$

139 $\sqrt[3]{2} = \sqrt[24]{2^8} = \sqrt[24]{256}, \sqrt[4]{\sqrt{6}} = \sqrt[8]{6} = \sqrt[24]{6^3} = \sqrt[24]{216}$ 이므로
 $\sqrt[24]{256} > \sqrt[24]{216} \quad \therefore \sqrt[3]{2} > \sqrt[4]{\sqrt{6}}$

140 $\sqrt[6]{3} = \sqrt[12]{3} = \sqrt[60]{3^5} = \sqrt[60]{243},$
 $\sqrt[5]{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[15]{4} = \sqrt[60]{4^4} = \sqrt[60]{256}$ 이므로
 $\sqrt[60]{243} < \sqrt[60]{256} \quad \therefore \sqrt[6]{3} < \sqrt[5]{\sqrt[3]{4}}$

141 □: $12, 7^3, 343, 343, <, <$

142 $\sqrt[3]{6}, \sqrt{5}, \sqrt[6]{26}$ 에서 3, 2, 6의 최소공배수가 6이므로
 $\sqrt[3]{6} = \sqrt[6]{6^2} = \sqrt[6]{36}, \sqrt{5} = \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{125}, \sqrt[6]{26}$
따라서 $26 < 36 < 125$ 이므로
 $\sqrt[6]{26} < \sqrt[3]{6} < \sqrt{5}$

143 $\sqrt[3]{2}, \sqrt[6]{5}, \sqrt[9]{10}$ 에서 3, 6, 9의 최소공배수가 18이므로
 $\sqrt[3]{2} = \sqrt[18]{2^6} = \sqrt[18]{64}, \sqrt[6]{5} = \sqrt[18]{5^3} = \sqrt[18]{125}, \sqrt[9]{10} = \sqrt[18]{10^2} = \sqrt[18]{100}$
따라서 $64 < 100 < 125$ 이므로
 $\sqrt[3]{2} < \sqrt[9]{10} < \sqrt[6]{5}$

144 □: $<, <$

145 $2^{15} = (2^5)^3 = 32^3, 5^6 = (5^2)^3 = 25^3$ 이므로
 $32^3 > 25^3 \quad \therefore 2^{15} > 5^6$

146 $3^{20}, 6^{15}, 8^{10}$ 에서 20, 15, 10의 최대공약수가 5이므로
 $3^{20} = (3^4)^5 = 81^5, 6^{15} = (6^3)^5 = 216^5, 8^{10} = (8^2)^5 = 64^5$
따라서 $64 < 81 < 216$ 이므로
 $8^{10} < 3^{20} < 6^{15}$

연산문제로 실전 능력 다지기

17쪽 ~ 18쪽

147 $\frac{\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{49}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{\sqrt[3]{7 \times 49}}{\sqrt[4]{4^4}} = \frac{\sqrt[3]{7^3}}{\sqrt[4]{4^4}} = \frac{7}{4}$

$$148 \quad (\sqrt[12]{3^5})^2 \times (\sqrt[12]{3^2})^7 = \sqrt[12]{(3^5)^2} \times \sqrt[12]{(3^2)^7} = \sqrt[12]{3^{10}} \times \sqrt[12]{3^{14}} \\ = \sqrt[12]{3^{10} \times 3^{14}} = \sqrt[12]{3^{24}} = \sqrt[12]{(3^2)^{12}} \\ = 3^2 = 9$$

$$149 \quad \sqrt[4]{3\sqrt{16}} \times \sqrt[6]{2\sqrt{56}} = \sqrt[12]{16} \times \sqrt[12]{256} = \sqrt[12]{2^4} \times \sqrt[12]{2^8} \\ = \sqrt[12]{2^4 \times 2^8} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2$$

$$150 \quad \sqrt{\frac{\sqrt[5]{5^{30}}}{\sqrt[3]{7^{12}}}} = \frac{\sqrt[5]{5^{30}}}{\sqrt[3]{7^{12}}} = \frac{10\sqrt[5]{5^{30}}}{\sqrt[6]{7^{12}}} = \frac{10(\sqrt[5]{5^3})^{10}}{\sqrt[6]{(7^2)^6}} \\ = \frac{5^3}{7^2} = \frac{125}{49}$$

$$151 \quad \sqrt{\frac{\sqrt[3]{1024}}{\sqrt[6]{27}}} \div \sqrt{\frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{27}}} = \frac{\sqrt[3]{1024}}{\sqrt[6]{27}} \div \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[4]{27}} = \frac{\sqrt[6]{1024}}{\sqrt[12]{27}} \div \frac{\sqrt[6]{16}}{\sqrt[12]{27}} \\ = \frac{\sqrt[6]{1024}}{\sqrt[12]{27}} \times \frac{\sqrt[12]{27}}{\sqrt[6]{16}} = \frac{\sqrt[6]{1024}}{\sqrt[6]{16}} \\ = \sqrt[6]{\frac{2^{10}}{2^4}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$152 \quad \sqrt[7]{a^{11}} \times \sqrt[14]{a^6} = \sqrt[7]{a^{11}} \times \sqrt[7]{a^3} = \sqrt[7]{a^{11} \times a^3} = \sqrt[7]{a^{14}} \\ = \sqrt[7]{(a^2)^7} = a^2$$

$$153 \quad \frac{10\sqrt[6]{a^6}}{(\sqrt[5]{a^4})^2} = \frac{5\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^8}} = \sqrt[5]{\frac{a^3}{a^8}} = \sqrt[5]{\frac{1}{a^5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{a}\right)^5} = \frac{1}{a}$$

$$154 \quad \sqrt[3]{4\sqrt[4]{a^7}} \times \sqrt[4]{3\sqrt[3]{a^5}} = \sqrt[12]{a^7} \times \sqrt[12]{a^5} = \sqrt[12]{a^7 \times a^5} \\ = \sqrt[12]{a^{12}} = a$$

$$155 \quad \sqrt[3]{5\sqrt[34]{a^6b^6}} \div \sqrt[5]{3\sqrt[4]{a^6b^{21}}} = \sqrt[15]{a^{34}b^6} \div \sqrt[15]{a^4b^{21}} = \frac{\sqrt[15]{a^{34}b^6}}{\sqrt[15]{a^4b^{21}}} \\ = \sqrt[15]{\frac{a^{34}b^6}{a^4b^{21}}} = \sqrt[15]{\frac{a^{30}}{b^{15}}} = \sqrt[15]{\left(\frac{a^2}{b}\right)^{15}} \\ = \frac{a^2}{b}$$

$$156 \quad \frac{\sqrt[3]{a^4b} \times \sqrt[3]{a^2b^4}}{\sqrt[4]{3\sqrt[4]{a^6b^6}}} = \frac{\sqrt[6]{a^4b} \times \sqrt[6]{a^2b^4}}{\sqrt[12]{a^6b^6}} = \frac{\sqrt[6]{a^4b} \times \sqrt[6]{a^2b^4}}{\sqrt[6]{a^2b^3}} \\ = \sqrt[6]{\frac{a^4b \times a^2b^4}{a^2b^3}} = \sqrt[6]{a^6b^6} \\ = \sqrt[6]{(ab)^6} = ab$$

$$157 \quad \left(\frac{5}{2}\right)^0 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = 1 + \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4}$$

$$158 \quad (3^{-\frac{2}{3}})^6 \times \left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}\right\}^4 = 3^{-4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-6} = \frac{1}{3^4} \times \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^6} \\ = \frac{1}{3^4} \times \frac{3^6}{2^6} = \frac{3^2}{2^6} = \frac{9}{64}$$

$$159 \quad 32^{-\frac{3}{5}} \div 27^{-\frac{2}{3}} = (2^5)^{-\frac{3}{5}} \div (3^3)^{-\frac{2}{3}} = 2^{-3} \div 3^{-2} \\ = \frac{1}{2^3} \div \frac{1}{3^2} = \frac{3^2}{2^3} = \frac{9}{8}$$

$$160 \quad (2^{\frac{5\sqrt{3}}{3}})^{\frac{\sqrt{6}}{3}} \times 2^{2-3\sqrt{2}} \div 2^{2\sqrt{2}-1} = 2^{\frac{5\sqrt{2}}{2}} \times 2^{2-3\sqrt{2}} \div 2^{2\sqrt{2}-1} \\ = 2^{\frac{5\sqrt{2}}{2} + 2 - 3\sqrt{2} - (2\sqrt{2}-1)} \\ = 2^3 = 8$$

$$161 \quad (a^3)^{-2} \times (a^{-5})^{-4} \div (a^{-2})^7 = a^{-6} \times a^{20} \div a^{-14} \\ = a^{-6+20-(-14)} \\ = a^{28}$$

$$162 \quad a^{\frac{2}{3}} \times (a^{\frac{10}{7}})^{\frac{14}{15}} = a^{\frac{2}{3}} \times a^{\frac{4}{3}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{4}{3}} = a^2$$

$$163 \quad (a^6)^{-\frac{1}{3}} \div (a^{-3/2})^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = a^{-2} \div a^{-3} = \frac{1}{a^2} \div \frac{1}{a^3} \\ = \frac{a^3}{a^2} = a$$

$$164 \quad a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = 3 \text{의 양변을 제곱하면} \\ a - 2 + a^{-1} = 9 \quad \therefore a + a^{-1} = 11 \\ a + a^{-1} = 11 \text{의 양변을 제곱하면} \\ a^2 + 2 + a^{-2} = 121 \quad \therefore a^2 + a^{-2} = 119$$

$$165 \quad \text{주어진 식의 분모, 분자에 } a^x \text{을 곱하면} \\ \frac{a^{3x} - a^{-x}}{a^x - a^{-3x}} = \frac{a^x(a^{3x} - a^{-x})}{a^x(a^x - a^{-3x})} = \frac{a^{4x} - 1}{a^{2x} - a^{-2x}} = \frac{(a^{2x})^2 - 1}{a^{2x} - (a^{2x})^{-1}} \\ = \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2} - 2} = \frac{1}{2}$$

$$166 \quad \frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}} = \frac{a^x(a^x + a^{-x})}{a^x(a^x - a^{-x})} = \frac{a^{2x} + 1}{a^{2x} - 1} = 5 \\ a^{2x} + 1 = 5a^{2x} - 5, 4a^{2x} = 6 \quad \therefore a^{2x} = \frac{3}{2} \\ \therefore a^{2x} + a^{-2x} = a^{2x} + (a^{2x})^{-1} = \frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{13}{6}$$

$$167 \quad 8^x = 10 \text{에서 } 8 = 10^{\frac{1}{x}} \quad \dots\dots \textcircled{A} \\ 125^y = 10 \text{에서 } 125 = 10^{\frac{1}{y}} \quad \dots\dots \textcircled{B} \\ \textcircled{A} \times \textcircled{B} \text{을 하면} \\ 1000 = 10^{\frac{1}{x}} \times 10^{\frac{1}{y}}, 10^3 = 10^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \\ \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3$$

$$168 \quad 20^x = 8 \text{에서 } 20 = 8^{\frac{1}{x}} = (2^3)^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{3}{x}} \quad \dots\dots \textcircled{A} \\ 5^y = 16 \text{에서 } 5 = 16^{\frac{1}{y}} = (2^4)^{\frac{1}{y}} = 2^{\frac{4}{y}} \quad \dots\dots \textcircled{B} \\ \textcircled{A} \div \textcircled{B} \text{을 하면} \\ 4 = 2^{\frac{3}{x}} \div 2^{\frac{4}{y}}, 2^2 = 2^{\frac{3}{x} - \frac{4}{y}} \\ \therefore \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 2$$

169 $\sqrt[9]{10}, \sqrt[6]{7}, \sqrt{2}$ 에서 9, 6, 2의 최소공배수가 18이므로
 $\sqrt[9]{10} = \sqrt[18]{10^2} = \sqrt[18]{100}, \sqrt[6]{7} = \sqrt[18]{7^3} = \sqrt[18]{343},$
 $\sqrt{2} = \sqrt[18]{2^9} = \sqrt[18]{512}$
 따라서 $100 < 343 < 512$ 이므로
 $\sqrt[9]{10} < \sqrt[6]{7} < \sqrt{2}$

170 $\sqrt[4]{3}, \sqrt{\sqrt[3]{12}} = \sqrt[12]{12}, \sqrt[6]{4}$ 에서 4, 12, 6의 최소공배수가 12이므로
 $\sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27}, \sqrt[12]{12}, \sqrt[6]{4} = \sqrt[12]{4^2} = \sqrt[12]{16}$
 따라서 $12 < 16 < 27$ 이므로
 $\sqrt{\sqrt[3]{12}} < \sqrt[6]{4} < \sqrt[4]{3}$

2 로그

19쪽 ~ 32쪽

171 $\log_3 27 = 3$

172 $\log_2 32 = 5$

173 $\log_{10} 10000 = 4$

174 $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

175 $\log_3 \frac{1}{81} = -4$

176 $\log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2}$

177 $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

178 $2^6 = 64$

179 $7^2 = 49$

180 $2^{-4} = \frac{1}{16}$

181 $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

182 □: 2, 2, 10

183 $\log_4 \frac{1}{64} = x$ 에서 $4^x = \frac{1}{64}$

이때 $\frac{1}{64} = 4^{-3}$ 이므로 $4^x = 4^{-3} \quad \therefore x = -3$

184 $\log_5 x = 3$ 에서 $x = 5^3 = 125$

185 $\log_3 x = -4$ 에서 $x = 3^{-4} = \frac{1}{81}$

186 $\log_x 100000 = 5$ 에서 $x^5 = 100000$

이때 $100000 = 10^5$ 이므로 $x^5 = 10^5 \quad \therefore x = 10$

187 $\log_x 9 = -2$ 에서 $x^{-2} = 9, \frac{1}{x^2} = 9, x^2 = \frac{1}{9}$

이때 $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$ 이므로 $x^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \therefore x = \frac{1}{3}$

188 □: 0, -1

189 진수의 조건에서 $(x-1)(x-4) > 0 \quad \therefore x < 1$ 또는 $x > 4$

190 진수의 조건에서 $x^2 - x - 12 > 0$
 $(x+3)(x-4) > 0 \quad \therefore x < -3 \text{ 또는 } x > 4$

191 밑의 조건에서 $x+2 > 0, x+2 \neq 1$
 즉 $x > -2, x \neq -1$ 이므로 $-2 < x < -1$ 또는 $x > -1$

192 밑의 조건에서 $x-1 > 0, x-1 \neq 1$
 즉 $x > 1, x \neq 2$ 이므로 $1 < x < 2$ 또는 $x > 2$

193 밑의 조건에서 $x+3 > 0, x+3 \neq 1$
 즉 $x > -3, x \neq -2$ 이므로
 $-3 < x < -2$ 또는 $x > -2$ ㉠
 또 진수의 조건에서 $x-1 > 0$
 $\therefore x > 1$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면
 $x > 1$

194 밑의 조건에서 $x-2 > 0, x-2 \neq 1$
 즉 $x > 2, x \neq 3$ 이므로
 $2 < x < 3$ 또는 $x > 3$ ㉠
 또 진수의 조건에서 $x^2 - 8x + 15 > 0$
 $(x-3)(x-5) > 0 \quad \therefore x < 3 \text{ 또는 } x > 5$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면
 $2 < x < 3$ 또는 $x > 5$

195 $\log_a M = m, \log_a N = n$ 이라 하면
 $a^m = M, a^n = \boxed{N}$
 $MN = a^m \times \boxed{a^n} = a^{\boxed{m+n}}$ 이므로
 $\log_a MN = m + n = \log_a M + \log_a N$

196 $\log_a M = m, \log_a N = n$ 이라 하면
 $a^m = M, a^n = \boxed{N}$
 $\frac{M}{N} = \frac{a^m}{\boxed{a^n}} = a^{\boxed{m-n}}$ 이므로
 $\log_a \frac{M}{N} = m - n = \log_a M - \log_a N$

197 $\log_a M = m$ 이라 하면 $M = \boxed{a^m}$
 $M^k = (\boxed{a^m})^k = \boxed{a^{mk}}$ 에서 $\log_a M^k = \boxed{mk}$ 이므로
 $\log_a M^k = k \log_a M$

198 0

199 1

200 2

201 -4

202 $\frac{3}{7}$

203 $2 \log_5 \sqrt{5} = \log_5 (\sqrt{5})^2 = \log_5 5 = 1$

204 $\log_{12} \frac{1}{144} = \log_{12} \left(\frac{1}{12} \right)^2 = \log_{12} 12^{-2} = -2$

205 $\log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 25^{\frac{1}{3}} = \log_5 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$

206 $\log_2 \sqrt[3]{16} = \log_2 16^{\frac{1}{3}} = \log_2 2^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$

207 $\log_{10} \sqrt{0.01} = \log_{10} (10^{-2})^{\frac{1}{2}} = \log_{10} 10^{-1} = -1$

208 □: $\times, 12, 1$

209 $\log_6 2 + \log_6 18 = \log_6 (2 \times 18) = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$

210 $\log_2 24 + \log_2 \frac{1}{3} = \log_2 \left(24 \times \frac{1}{3} \right) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$

211 $\log_3 36 + \log_3 \frac{1}{4} = \log_3 \left(36 \times \frac{1}{4} \right) = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

212 $\log_5 \sqrt{125} + \log_5 \sqrt{5} = \log_5 (\sqrt{125} \times \sqrt{5}) = \log_5 \sqrt{625}$
 $= \log_5 25 = \log_5 5^2 = 2$

213 $\log_2 \sqrt[3]{128} + \log_2 \sqrt[3]{4} = \log_2 (\sqrt[3]{128} \times \sqrt[3]{4}) = \log_2 \sqrt[3]{512}$
 $= \log_2 2^{\frac{9}{3}} = \log_2 2^3 = 3$

214 $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{6}} \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \right) = \log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6} = 1$

215 $\log_{\frac{1}{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} + \log_{\frac{1}{3}} 2\sqrt{3} = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} \right) = \log_{\frac{1}{3}} 3$
 $= \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} = -1$

216 □: 16, 4, 4

217 $\log_3 63 - \log_3 7 = \log_3 \frac{63}{7} = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

218 $\log_6 72 - \log_6 \frac{1}{3} = \log_6 \left(72 \div \frac{1}{3} \right) = \log_6 (72 \times 3)$
 $= \log_6 216 = \log_6 6^3 = 3$

$$\begin{aligned} 219 \log_8 \frac{1}{2} - \log_8 \frac{1}{128} &= \log_8 \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{128} \right) = \log_8 \left(\frac{1}{2} \times 128 \right) \\ &= \log_8 64 = \log_8 8^2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 220 \log_5 \sqrt{125} - \log_5 \sqrt{5} &= \log_5 \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \log_5 \sqrt{25} \\ &= \log_5 5 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 221 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} - \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{24} &= \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{24} \right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3} \times 24 \right) \\ &= \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} \right)^{-3} = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 222 \frac{1}{2} \log_2 12 + \log_2 \sqrt{6} - \log_2 \frac{3}{2} \\ &= \log_2 12^{\frac{1}{2}} + \log_2 \sqrt{6} - \log_2 \frac{3}{2} \\ &= \log_2 \sqrt{12} + \log_2 \sqrt{6} - \log_2 \frac{3}{2} \\ &= \log_2 \left(\sqrt{12} \times \sqrt{6} \div \frac{3}{2} \right) \\ &= \log_2 4\sqrt{2} \quad \left(\sqrt{72} \div \frac{3}{2} = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{2} \right) \\ &= \log_2 2^{\frac{5}{2}} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$223 \square: 3, 3, 3, 3, 3a$$

$$\begin{aligned} 224 \log_{10} 60 &= \log_{10} (2 \times 3 \times 10) \\ &= \log_{10} 2 + \log_{10} 3 + \log_{10} 10 \\ &= a + b + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 225 \log_{10} \frac{8}{27} &= \log_{10} \frac{2^3}{3^3} = \log_{10} 2^3 - \log_{10} 3^3 \\ &= 3 \log_{10} 2 - 3 \log_{10} 3 \\ &= 3a - 3b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 226 \log_{10} \frac{9}{32} &= \log_{10} \frac{3^2}{2^5} = \log_{10} 3^2 - \log_{10} 2^5 \\ &= 2 \log_{10} 3 - 5 \log_{10} 2 \\ &= 2b - 5a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 227 \log_{10} 5 &= \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2 \\ &= 1 - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 228 \log_{10} \frac{1}{125} &= \log_{10} 5^{-3} = -3 \log_{10} \frac{10}{2} \\ &= -3(\log_{10} 10 - \log_{10} 2) \\ &= -3(1 - a) \\ &= 3a - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 229 \log_{10} \sqrt{72} &= \log_{10} 72^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{10} 72 \\ &= \frac{1}{2} \log_{10} (2^3 \times 3^2) \\ &= \frac{1}{2} (3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3) \\ &= \frac{1}{2} (3a + 2b) = \frac{3}{2}a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 230 \log_{10} \sqrt[3]{15} &= \log_{10} 15^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_{10} 15 \\ &= \frac{1}{3} \log_{10} \frac{3 \times 5}{2} \\ &= \frac{1}{3} (\log_{10} 3 + \log_{10} 5 - \log_{10} 2) \\ &= \frac{1}{3} (b + 1 - a) \\ &= -\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$231 \square: 2, 3, 1$$

$$\begin{aligned} 232 \log_2 9 \times \log_3 8 &= \frac{\log_{10} 9}{\log_{10} 2} \times \frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 3} \\ &= \frac{\log_{10} 3^2}{\log_{10} 2} \times \frac{\log_{10} 2^3}{\log_{10} 3} \\ &= \frac{2 \log_{10} 3}{\log_{10} 2} \times \frac{3 \log_{10} 2}{\log_{10} 3} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 233 \log_2 \sqrt{5} \times \log_{25} 8 &= \frac{\log_{10} \sqrt{5}}{\log_{10} 2} \times \frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 25} \\ &= \frac{\log_{10} 5^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} 2} \times \frac{\log_{10} 2^3}{\log_{10} 5^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2} \times \frac{3 \log_{10} 2}{2 \log_{10} 5} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 234 \log_5 3 \times \log_2 5 \times \log_3 2 \\ &= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 5} \times \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2} \times \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 235 \log_3 49 \times \log_5 27 \times \log_7 \sqrt{5} \\ &= \frac{\log_{10} 49}{\log_{10} 3} \times \frac{\log_{10} 27}{\log_{10} 5} \times \frac{\log_{10} \sqrt{5}}{\log_{10} 7} \\ &= \frac{\log_{10} 7^2}{\log_{10} 3} \times \frac{\log_{10} 3^3}{\log_{10} 5} \times \frac{\log_{10} 5^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} 7} \\ &= \frac{2 \log_{10} 7}{\log_{10} 3} \times \frac{3 \log_{10} 3}{\log_{10} 5} \times \frac{1}{2} \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 7} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$236 \log_{25} 3 \times \log_{16} 5 \times \log_9 32$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 25} \times \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 16} \times \frac{\log_{10} 32}{\log_{10} 9} \\ &= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 5^2} \times \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2^4} \times \frac{\log_{10} 2^5}{\log_{10} 3^2} \\ &= \frac{\log_{10} 3}{2 \log_{10} 5} \times \frac{\log_{10} 5}{4 \log_{10} 2} \times \frac{5 \log_{10} 2}{2 \log_{10} 3} \\ &= \frac{5}{16} \end{aligned}$$

$$237 \square: 9, 9, 216, 3, 3$$

$$238 \log_3 63 - \frac{1}{\log_7 3} = \log_3 63 - \log_3 7 = \log_3 \frac{63}{7} = \log_3 3^2 = 2$$

$$239 (\log_2 15 - \log_2 3)(\log_5 24 - \log_5 3)$$

$$\begin{aligned} &= \log_2 \frac{15}{3} \times \log_5 \frac{24}{3} \\ &= \log_2 5 \times \log_5 8 \\ &= \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2} \times \frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 5} \\ &= \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2} \times \frac{3 \log_{10} 2}{\log_{10} 5} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$240 (\log_2 3 + \log_2 9)(\log_3 4 - \log_3 8)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} + \frac{\log_{10} 9}{\log_{10} 2} \right) \left(\frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 3} - \frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 3} \right) \\ &= \left(\frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} + \frac{2 \log_{10} 3}{2 \log_{10} 2} \right) \left(\frac{2 \log_{10} 2}{\log_{10} 3} - \frac{3 \log_{10} 2}{2 \log_{10} 3} \right) \\ &= \frac{2 \log_{10} 3 + 2 \log_{10} 3}{2 \log_{10} 2} \times \frac{4 \log_{10} 2 - 3 \log_{10} 2}{2 \log_{10} 3} \\ &= \frac{2 \log_{10} 3}{\log_{10} 2} \times \frac{\log_{10} 2}{2 \log_{10} 3} = 1 \end{aligned}$$

$$241 (\log_3 5 - \log_9 125)(\log_{25} 27 + \log_5 9)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} - \frac{\log_{10} 125}{\log_{10} 9} \right) \left(\frac{\log_{10} 27}{\log_{10} 25} + \frac{\log_{10} 9}{\log_{10} 5} \right) \\ &= \left(\frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} - \frac{3 \log_{10} 5}{2 \log_{10} 3} \right) \left(\frac{3 \log_{10} 3}{2 \log_{10} 5} + \frac{2 \log_{10} 3}{\log_{10} 5} \right) \\ &= \frac{2 \log_{10} 5 - 3 \log_{10} 5}{2 \log_{10} 3} \times \frac{3 \log_{10} 3 + 4 \log_{10} 3}{2 \log_{10} 5} \\ &= \frac{-\log_{10} 5}{2 \log_{10} 3} \times \frac{7 \log_{10} 3}{2 \log_{10} 5} = -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$242 \square: 2, \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned} 243 \log_3 12 &= \frac{\log_{10} 12}{\log_{10} 3} = \frac{\log_{10} (2^2 \times 3)}{\log_{10} 3} \\ &= \frac{2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3}{\log_{10} 3} \\ &= \frac{2a+b}{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 244 \log_6 18 &= \frac{\log_{10} 18}{\log_{10} 6} = \frac{\log_{10} (2 \times 3^2)}{\log_{10} (2 \times 3)} \\ &= \frac{\log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3}{\log_{10} 2 + \log_{10} 3} \\ &= \frac{a+2b}{a+b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 245 \log_{12} 72 &= \frac{\log_{10} 72}{\log_{10} 12} = \frac{\log_{10} (2^3 \times 3^2)}{\log_{10} (2^2 \times 3)} \\ &= \frac{3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3}{2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3} \\ &= \frac{3a+2b}{2a+b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 246 \log_4 \sqrt{54} &= \log_4 54^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_4 54 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\log_{10} 54}{\log_{10} 4} = \frac{\log_{10} (2 \times 3^3)}{2 \log_{10} 2^2} \\ &= \frac{\log_{10} 2 + 3 \log_{10} 3}{4 \log_{10} 2} \\ &= \frac{a+3b}{4a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 247 \log_5 5 &= \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 6} = \frac{\log_{10} \frac{10}{2}}{\log_{10} (2 \times 3)} \\ &= \frac{\log_{10} 10 - \log_{10} 2}{\log_{10} 2 + \log_{10} 3} \\ &= \frac{1-a}{a+b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 248 \log_5 24 &= \frac{\log_{10} 24}{\log_{10} 5} = \frac{\log_{10} (2^3 \times 3)}{\log_{10} \frac{10}{2}} \\ &= \frac{3 \log_{10} 2 + \log_{10} 3}{\log_{10} 10 - \log_{10} 2} \\ &= \frac{3a+b}{1-a} \end{aligned}$$

$$249 \square: a, b, x+y$$

$$250 \log_{10} \frac{b^2}{a} = \log_{10} b^2 - \log_{10} a = 2 \log_{10} b - \log_{10} a = 2y - x$$

$$251 \log_a b^2 = \frac{\log_{10} b^2}{\log_{10} a} = \frac{2 \log_{10} b}{\log_{10} a} = \frac{2y}{x}$$

$$252 \log_b \sqrt{a} = \log_b a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_b a = \frac{1}{2} \times \frac{\log_{10} a}{\log_{10} b} = \frac{x}{2y}$$

$$253 \square: 2, 7, 4, 4, 4a-b$$

$$\begin{aligned} 254 \log_7 \frac{12}{7} &= \log_7 12 - \log_7 7 = \log_7 (2^2 \times 3) - 1 \\ &= 2 \log_7 2 + \log_7 3 - 1 = 2a + b - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 255 \log_6 24 &= \frac{\log_7 24}{\log_7 6} = \frac{\log_7 (2^3 \times 3)}{\log_7 (2 \times 3)} \\ &= \frac{3 \log_7 2 + \log_7 3}{\log_7 2 + \log_7 3} = \frac{3a+b}{a+b} \end{aligned}$$

$$256 \log_a b^n = \frac{\log_a b^n}{\log_a a^m} = \frac{n \log_a b}{m \log_a a} = \frac{n}{m} \log_a b$$

$$\begin{aligned} 257 a^{\log_c b} &= K \text{라 하고 양변에 밑을 } c \text{로 하는 로그를 취하면} \\ \log_c a^{\log_c b} &= \log_c K \text{에서} \\ \log_c b \times \log_c a &= \log_c K \\ \text{또 } \log_c a \times \log_c b &= \log_c K \text{에서} \\ \log_c b^{\log_c a} &= \log_c K \\ \text{즉 } K &= b^{\log_c a} \text{이므로} \\ a^{\log_c b} &= b^{\log_c a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 258 a^{\log_a b} &= b^{\log_a a} \text{이므로} \\ a^{\log_a b} &= b \quad (\because \log_a a = 1) \end{aligned}$$

$$259 \square: 3, 7, \frac{3}{2}$$

$$260 \log_8 256 = \log_{2^3} 2^8 = \frac{8}{3} \log_2 2 = \frac{8}{3}$$

$$261 \log_{81} 27 = \log_{3^4} 3^3 = \frac{3}{4} \log_3 3 = \frac{3}{4}$$

$$262 \log_9 3\sqrt{3} = \log_{3^2} 3^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{2} \log_3 3 = \frac{3}{4}$$

$$263 5^{\log_5 4} = 4^{\log_5 5} = 4$$

$$264 2^{\log_4 9} = 9^{\log_4 2} = 9^{\frac{1}{2} \log_2 2} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

$$265 27^{\log_5 2} = 2^{\log_5 27} = 2^{\log_5 3^3} = 2^{3 \log_5 3} = 2^3 = 8$$

$$266 81^{\log_5 4} = 4^{\log_5 81} = 4^{\log_5 9^2} = 4^{2 \log_5 9} = 4^2 = 16$$

$$\begin{aligned} 267 \log_8 81 + \log_4 3 &= \log_{2^3} 3^4 + \log_{2^2} 3 \\ &= \frac{4}{3} \log_2 3 + \frac{1}{2} \log_2 3 \\ &= \frac{11}{6} \log_2 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 268 \log_3 \sqrt[3]{16} + \log_9 \sqrt{8} &= \log_3 \sqrt[3]{2^4} + \log_{3^2} \sqrt{2^3} \\ &= \log_3 2^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{2} \log_3 2^{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{4}{3} \log_3 2 + \frac{3}{4} \log_3 2 \\ &= \frac{25}{12} \log_3 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 269 \log_{\frac{1}{2}} 10 + \log_{\frac{1}{4}} 25 &= \log_{2^{-1}} 10 + \log_{2^{-2}} 5^2 \\ &= -\log_2 (2 \times 5) + \frac{2}{-2} \log_2 5 \\ &= -(\log_2 2 + \log_2 5) - \log_2 5 \\ &= -1 - 2 \log_2 5 \end{aligned}$$

$$270 2^{\log_5 9 - \log_5 3} = 2^{\log_5 \frac{9}{3}} = 2^{\log_5 3} = 3$$

$$271 3^{\log_5 15 + \log_{\frac{1}{3}} 7} = 3^{\log_5 15 - \log_3 7} = 3^{\log_5 \frac{15}{7}} = \frac{15}{7}$$

$$\begin{aligned} 272 5^{\log_5 \frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{5}} 2\sqrt{2}} &= 5^{-2 \log_5 2 + 3 \log_5 2} = 5^{\log_5 2} = 2 \\ &\quad \log_{\frac{1}{5}} 2\sqrt{2} = \log_{5^{-1}} 2^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{-1} \log_5 2 = -\frac{3}{2} \log_5 2 \end{aligned}$$

$$273 \square: 18, \alpha + \beta, 18, 2, 2$$

$$\begin{aligned} 274 \text{ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여} \\ \alpha + \beta &= -4, \alpha\beta = -12 \\ \therefore \log_3 (\alpha^{-1} + \beta^{-1}) &= \log_3 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) = \log_3 \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\ &= \log_3 \frac{-4}{-12} = \log_3 \frac{1}{3} \\ &= \log_3 3^{-1} = -1 \end{aligned}$$

$$275 \square: 4, 2, 4, 2, 2$$

$$\begin{aligned} 276 \text{ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여} \\ \log_2 \alpha + \log_2 \beta &= 3, \log_2 \alpha \times \log_2 \beta = 1 \\ \therefore \log_a \beta + \log_b \alpha &= \frac{\log_2 \beta}{\log_2 \alpha} + \frac{\log_2 \alpha}{\log_2 \beta} = \frac{(\log_2 \alpha)^2 + (\log_2 \beta)^2}{\log_2 \alpha \times \log_2 \beta} \\ &= \frac{(\log_2 \alpha + \log_2 \beta)^2 - 2 \log_2 \alpha \times \log_2 \beta}{\log_2 \alpha \times \log_2 \beta} \\ &= \frac{3^2 - 2 \times 1}{1} = 7 \end{aligned}$$

$$277 1$$

$$278 2$$

$$279 3$$

$$280 -1$$

$$281 -2$$

$$282 -3$$

$$283 \log 10\sqrt{10} = \log 10^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$284 \log \sqrt[4]{1000} = \log 10^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$$

285 □: 10, 10, 0.4969, 1, 1.4969

286 $\log 3140 = \log (3.14 \times 10^3) = \log 3.14 + \log 10^3$
 $= 0.4969 + 3 = 3.4969$

287 $\log 0.314 = \log (3.14 \times 10^{-1}) = \log 3.14 + \log 10^{-1}$
 $= 0.4969 - 1 = -0.5031$

288 $\log 0.0314 = \log (3.14 \times 10^{-2}) = \log 3.14 + \log 10^{-2}$
 $= 0.4969 - 2 = -1.5031$

289 0.6274

290 $\log 41.6 = \log (4.16 \times 10) = \log 4.16 + \log 10$
 $= 0.6191 + 1 = 1.6191$

291 $\log 43200 = \log (4.32 \times 10^4) = \log 4.32 + \log 10^4$
 $= 0.6355 + 4 = 4.6355$

292 $\log 0.415 = \log (4.15 \times 10^{-1}) = \log 4.15 + \log 10^{-1}$
 $= 0.6180 - 1 = -0.3820$

293 $\log 0.00435 = \log (4.35 \times 10^{-3}) = \log 4.35 + \log 10^{-3}$
 $= 0.6385 - 3 = -2.3615$

294 □: 0.3010, 0.6020

295 $\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2$
 $= 1 - 0.3010 = 0.6990$

296 $\log 6 = \log (2 \times 3) = \log 2 + \log 3$
 $= 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$

297 $\log 8 = \log 2^3 = 3 \log 2 = 3 \times 0.3010 = 0.9030$

298 $\log 9 = \log 3^2 = 2 \log 3 = 2 \times 0.4771 = 0.9542$

299 $\log \frac{5}{2} = \log \frac{10}{4} = \log 10 - 2 \log 2$
 $= 1 - 2 \times 0.3010 = 1 - 0.6020$
 $= 0.3980$

300 $\log \frac{3}{5} = \log \frac{2 \times 3}{10} = \log 2 + \log 3 - \log 10$
 $= 0.3010 + 0.4771 - 1$
 $= -0.2219$

301 $\log \frac{5}{6} = \log \frac{10}{2^2 \times 3} = \log 10 - (2 \log 2 + \log 3)$
 $= 1 - (2 \times 0.3010 + 0.4771)$
 $= -0.0791$

302 $\log N = 0.3456$
 $\therefore$ 정수 부분: 0, 소수 부분: 0.3456

303 $\log N = 2.7341 = 2 + 0.7341$
 $\therefore$ 정수 부분: 2, 소수 부분: 0.7341

304 $\log N = -1.4157 = -2 + (1 - 0.4157)$
 $= -2 + 0.5843$
 $\therefore$ 정수 부분: -2, 소수 부분: 0.5843

305 $\log N = -3.2841 = -4 + (1 - 0.2841)$
 $= -4 + 0.7159$
 $\therefore$ 정수 부분: -4, 소수 부분: 0.7159

306 $\log 517 = \log (5.17 \times 10^2) = 2 + \log 5.17$
 $= 2 + 0.7135$
 $\therefore$ 정수 부분: 2, 소수 부분: 0.7135

307 $\log 517000 = \log (5.17 \times 10^5) = 5 + \log 5.17$
 $= 5 + 0.7135$
 $\therefore$ 정수 부분: 5, 소수 부분: 0.7135

308 $\log 0.517 = \log (5.17 \times 10^{-1}) = -1 + \log 5.17$
 $= -1 + 0.7135$
 $\therefore$ 정수 부분: -1, 소수 부분: 0.7135

309 $\log 0.00517 = \log (5.17 \times 10^{-3}) = -3 + \log 5.17$
 $= -3 + 0.7135$
 $\therefore$ 정수 부분: -3, 소수 부분: 0.7135

310 23.5는 정수 부분이 두 자리인 수이므로 $\log 23.5$ 의 정수 부분은 1이다.

311 523.85는 정수 부분이 세 자리인 수이므로 $\log 523.85$ 의 정수 부분은 2이다.

312 0.7은 소수점 아래 첫째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나므로 $\log 0.7$ 의 정수 부분은 -1이다.

313 0.0362는 소수점 아래 둘째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나므로 $\log 0.0362$ 의 정수 부분은 -2이다.

314 □: 3, 4

- 315 $\log 2^{20} = 20 \log 2 = 20 \times 0.3010 = 6.020$
 $\log 2^{20}$ 의 정수 부분이 6이므로 2^{20} 은 7자리 정수이다.
- 316 $\log 2^{30} = 30 \log 2 = 30 \times 0.3010 = 9.030$
 $\log 2^{30}$ 의 정수 부분이 9이므로 2^{30} 은 10자리 정수이다.
- 317 $\log 3^{10} = 10 \log 3 = 10 \times 0.4771 = 4.771$
 $\log 3^{10}$ 의 정수 부분이 4이므로 3^{10} 은 5자리 정수이다.
- 318 $\log 3^{20} = 20 \log 3 = 20 \times 0.4771 = 9.542$
 $\log 3^{20}$ 의 정수 부분이 9이므로 3^{20} 은 10자리 정수이다.
- 319 $\log 12^{10} = 10 \log 12 = 10 \log (2^2 \times 3)$
 $= 10(2 \log 2 + \log 3)$
 $= 10 \times (2 \times 0.3010 + 0.4771)$
 $= 10.791$
 $\log 12^{10}$ 의 정수 부분이 10이므로 12^{10} 은 11자리 정수이다.
- 320 □: -4, 4
- 321 $\log 2^{-20} = -20 \log 2 = -20 \times 0.3010 = -6.020$
 $= -7 + 0.980$
 $\log 2^{-20}$ 의 정수 부분이 -7이므로 2^{-20} 은 소수점 아래 7번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.
- 322 $\log 0.2^{10} = 10 \log \frac{2}{10} = 10(\log 2 - \log 10)$
 $= 10 \times (0.3010 - 1) = -6.990$
 $= -7 + 0.010$
 $\log 0.2^{10}$ 의 정수 부분이 -7이므로 0.2^{10} 은 소수점 아래 7번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.
- 323 $\log 0.6^{20} = 20 \log \frac{2 \times 3}{10} = 20(\log 2 + \log 3 - \log 10)$
 $= 20 \times (0.3010 + 0.4771 - 1)$
 $= -4.438 = -5 + 0.562$
 $\log 0.6^{20}$ 의 정수 부분이 -5이므로 0.6^{20} 은 소수점 아래 5번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.
- 324 $\log \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{40} = \log (3^{-\frac{1}{2}})^{40} = -20 \log 3$
 $= -20 \times 0.4771 = -9.542$
 $= -10 + 0.458$
 $\log \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{40}$ 의 정수 부분이 -10이므로 소수점 아래 10번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.
- 325 $\log 23.4 = \log (2.34 \times 10) = 1 + \log 2.34 = 1 + 0.3692$
 $\therefore$ 소수 부분: 0.3692

- 326 $\log 234 = \log (2.34 \times 10^2) = 2 + \log 2.34$
 $= 2 + 0.3692$
 $\therefore$ 소수 부분: 0.3692
- 327 $\log 23400 = \log (2.34 \times 10^4) = 4 + \log 2.34$
 $= 4 + 0.3692$
 $\therefore$ 소수 부분: 0.3692
- 328 $\log 0.234 = \log (2.34 \times 10^{-1}) = -1 + \log 2.34$
 $= -1 + 0.3692$
 $\therefore$ 소수 부분: 0.3692
- 329 $\log 0.00234 = \log (2.34 \times 10^{-3}) = -3 + \log 2.34$
 $= -3 + 0.3692$
 $\therefore$ 소수 부분: 0.3692
- 330 □: $1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1$
- 331 $\log A = n + \alpha$ (n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)라 하면
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $n + \alpha = \frac{7}{3}, n\alpha = \frac{k}{3}$
이때 n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$ 이므로
 $n = 2, \alpha = \frac{1}{3}$
 $\therefore k = 3n\alpha = 3 \times 2 \times \frac{1}{3} = 2$
- 332 $\log A = n + \alpha$ (n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)라 하면
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $n + \alpha = -\frac{11}{3}, n\alpha = -\frac{k}{3}$
이때 n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$ 이므로
 $n = -4, \alpha = \frac{1}{3}$
 $\therefore k = -3n\alpha = -3 \times (-4) \times \frac{1}{3} = 4$
- 333 □: $E_B, 100, 100, 20$
- 334 [1단계] 주어진 조건을 이용하여 a 의 값 구하기
규모 4 이상인 지진이 1년에 평균 64번 발생하므로
 $\log 64 = a - 0.9 \times 4, 6 \log 2 = a - 3.6$
 $6 \times 0.3 = a - 3.6 \quad \therefore a = 5.4$
[2단계] x 에 대한 식을 세워 x 의 값 구하기
규모 x 이상인 지진이 1년에 평균 한 번 발생하므로
 $\log 1 = 5.4 - 0.9x, 0.9x = 5.4 \quad \therefore x = 6$
따라서 규모 6 이상인 지진은 1년에 평균 한 번 발생한다.

335 [1단계] 주어진 조건을 이용하여 k 의 값 구하기

초기 온도가 20°C 인 화재실에서 화재가 발생한 지 $\frac{9}{8}$ 분 후의 온도는 365°C 이므로

$$365 = 20 + k \log \left(8 \times \frac{9}{8} + 1 \right)$$

$$k \log 10 = 345 \quad \therefore k = 345$$

[2단계] a 에 대한 식을 세워 a 의 값 구하기

$T = 20 + 345 \log(8t + 1)$ 에서 화재가 발생한 지 a 분 후의 온도는 710°C 이므로

$$710 = 20 + 345 \log(8a + 1)$$

$$345 \log(8a + 1) = 690 \quad \therefore \log(8a + 1) = 2$$

$$\text{즉 } 8a + 1 = 10^2 = 100 \text{이므로}$$

$$8a = 99 \quad \therefore a = \frac{99}{8}$$

336 [1단계] 주어진 조건으로 $\log a$ 에 대한 식 나타내기

누에나방 암컷이 페로몬을 분비한 후 1초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 2인 곳에서 측정한 페로몬의 농도가 a 이므로

$$\log a = A - \frac{1}{2} \log 1 - \frac{K \times 2^2}{1} = A - 4K \quad \dots \text{㉠}$$

페로몬을 분비한 후 4초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 d 인 곳에서 측정한 페로몬의 농도가 $\frac{a}{2}$ 이므로

$$\log \frac{a}{2} = A - \frac{1}{2} \log 4 - \frac{K \times d^2}{4}$$

$$\log a - \log 2 = A - \log 2 - \frac{Kd^2}{4}$$

$$\therefore \log a = A - \frac{Kd^2}{4} \quad \dots \text{㉡}$$

[2단계] $\log a$ 에 대한 두 식에서 d 의 값 구하기

$$\text{㉠을 ㉡에 대입하면 } A - 4K = A - \frac{Kd^2}{4}$$

$$4K = \frac{Kd^2}{4}, d^2 = 16 (\because K > 0)$$

$$\therefore d = 4 (\because d > 0)$$

337 $\square$: $-0.04, 4, 7.5, 8$

338 [1단계] 매출액이 매년 $a\%$ 씩 늘어날 때, 10년 후의 매출액 구하기

10년 후의 매출액은

$$A \left(1 + \frac{a}{100} \right)^{10}$$

[2단계] 매출액이 2배가 될 때, a 의 값 구하기

$$A \left(1 + \frac{a}{100} \right)^{10} = 2A \quad \therefore \left(1 + \frac{a}{100} \right)^{10} = 2$$

양변에 상용로그를 취하면

$$10 \log \left(1 + \frac{a}{100} \right) = \log 2$$

$$\log \left(1 + \frac{a}{100} \right) = \frac{\log 2}{10} = 0.03 = \log 1.072$$

$$1 + \frac{a}{100} = 1.072, \frac{a}{100} = 0.072 \quad \therefore a = 7.2$$

따라서 매출액을 매년 7.2% 씩 늘려야 한다.

연산문제로 실전 능력 다지기

33쪽 ~ 34쪽

339 밑의 조건에서 $x - 2 > 0, x - 2 \neq 1$

$$\text{즉 } x > 2, x \neq 3 \text{이므로}$$

$$2 < x < 3 \text{ 또는 } x > 3 \quad \dots \text{㉠}$$

또 진수의 조건에서 $5 - x > 0$

$$\therefore x < 5 \quad \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$2 < x < 3 \text{ 또는 } 3 < x < 5$$

340 밑의 조건에서 $x + 1 > 0, x + 1 \neq 1$

$$\text{즉 } x > -1, x \neq 0 \text{이므로}$$

$$-1 < x < 0 \text{ 또는 } x > 0 \quad \dots \text{㉠}$$

또 진수의 조건에서 $x^2 - 2x - 8 > 0$

$$(x + 2)(x - 4) > 0 \quad \therefore x < -2 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $x > 4$

$$\begin{aligned} 341 \log_6 \frac{8}{3} + \log_6 \frac{27}{2} &= \log_6 \left(\frac{8}{3} \times \frac{27}{2} \right) = \log_6 36 \\ &= \log_6 6^2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 342 \log_2 \sqrt{48} - \log_2 \sqrt{3} &= \log_2 \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \log_2 \sqrt{16} = \log_2 4 \\ &= \log_2 2^2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 343 \log_6 45 + \log_6 20 - 2 \log_6 5 &= \log_6 45 + \log_6 20 - \log_6 5^2 \\ &= \log_6 \frac{45 \times 20}{25} = \log_6 36 \\ &= \log_6 6^2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 344 \log_{16} 25 \times \log_9 8 \times \log_5 81 \\ &= \frac{\log_{10} 25}{\log_{10} 16} \times \frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 9} \times \frac{\log_{10} 81}{\log_{10} 5} \\ &= \frac{\log_{10} 5^2}{\log_{10} 2^4} \times \frac{\log_{10} 2^3}{\log_{10} 3^2} \times \frac{\log_{10} 3^4}{\log_{10} 5} \\ &= \frac{2 \log_{10} 5}{4 \log_{10} 2} \times \frac{3 \log_{10} 2}{2 \log_{10} 3} \times \frac{4 \log_{10} 3}{\log_{10} 5} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 345 \log_{12} 16 + \frac{1}{\log_9 12} &= \log_{12} 16 + \log_{12} 9 \\ &= \log_{12} (16 \times 9) \\ &= \log_{12} 144 \\ &= \log_{12} 12^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 346 \log_9 25 + \log_{27} 625 &= \log_3 5^2 + \log_3 5^4 \\ &= \log_3 5 + \frac{4}{3} \log_3 5 \\ &= \frac{7}{3} \log_3 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 347 \quad & (\log_2 5 + \log_4 125)(\log_5 4 - \log_{25} 8) \\
 &= (\log_2 5 + \log_2 5^3)(\log_5 2^2 - \log_5 2^3) \\
 &= \left(\log_2 5 + \frac{3}{2} \log_2 5\right) \left(2 \log_5 2 - \frac{3}{2} \log_5 2\right) \\
 &= \left(\frac{5}{2} \log_2 5\right) \left(\frac{1}{2} \log_5 2\right) \\
 &= \frac{5}{2} \log_2 5 \times \frac{1}{2 \log_2 5} \\
 &= \frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 348 \quad & \text{지수 부분을 먼저 간단히 하면} \\
 & \log_{\sqrt[3]{3}} \sqrt{7} + \log_{\frac{1}{3}} 5 = \log_{3^{\frac{1}{3}}} 7^{\frac{1}{2}} + \log_{3^{-1}} 5 \\
 &= \log_3 7 - \log_3 5 \\
 &= \log_3 \frac{7}{5} \\
 \therefore 3^{\log_{\sqrt[3]{3}} \sqrt{7} + \log_{\frac{1}{3}} 5} &= 3^{\log_3 \frac{7}{5}} = \frac{7}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 349 \quad & \log_7 12 = \log_7 (2^2 \times 3) = 2 \log_7 2 + \log_7 3 \\
 &= 2a + b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 350 \quad & \log_7 \frac{27}{16} = \log_7 \frac{3^3}{2^4} = 3 \log_7 3 - 4 \log_7 2 \\
 &= 3b - 4a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 351 \quad & \log_6 72 = \frac{\log_7 72}{\log_7 6} = \frac{\log_7 (2^3 \times 3^2)}{\log_7 (2 \times 3)} \\
 &= \frac{3 \log_7 2 + 2 \log_7 3}{\log_7 2 + \log_7 3} \\
 &= \frac{3a + 2b}{a + b}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 352 \quad & \log_4 \sqrt{18} = \frac{\log_7 \sqrt{18}}{\log_7 4} = \frac{\log_7 (2 \times 3^2)^{\frac{1}{2}}}{\log_7 2^2} \\
 &= \frac{\frac{1}{2}(\log_7 2 + 2 \log_7 3)}{2 \log_7 2} \\
 &= \frac{a + 2b}{4a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 353 \quad & 10^a = 2, 10^b = 3 \text{에서 } a = \log 2, b = \log 3 \text{이므로} \\
 & \log 54 = \log (2 \times 3^3) = \log 2 + 3 \log 3 = a + 3b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 354 \quad & \log_4 81 = \frac{\log 81}{\log 4} = \frac{\log 3^4}{\log 2^2} \\
 &= \frac{4 \log 3}{2 \log 2} = \frac{2b}{a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 355 \quad & \log_{12} \sqrt{6} = \frac{\log \sqrt{6}}{\log 12} = \frac{\log (2 \times 3)^{\frac{1}{2}}}{\log (2^2 \times 3)} \\
 &= \frac{\frac{1}{2}(\log 2 + \log 3)}{2 \log 2 + \log 3} \\
 &= \frac{a + b}{4a + 2b}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 356 \quad & \log 5230 = \log 5.23 + \log 10^3 \\
 &= 0.7185 + 3 \\
 &= 3.7185
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 357 \quad & \log 0.0523 = \log 5.23 + \log 10^{-2} \\
 &= 0.7185 - 2 \\
 &= -1.2815
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 358 \quad & \log 27500 = \log (2.75 \times 10^4) = 4 + \log 2.75 \\
 &= 4 + 0.4393 \\
 \therefore \text{정수 부분: } 4, \text{ 소수 부분: } 0.4393
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 359 \quad & \log 0.00275 = \log (2.75 \times 10^{-3}) = -3 + \log 2.75 \\
 &= -3 + 0.4393 \\
 \therefore \text{정수 부분: } -3, \text{ 소수 부분: } 0.4393
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 360 \quad & \log 3^{30} = 30 \log 3 = 30 \times 0.4771 = 14.313 \\
 & \log 3^{30} \text{의 정수 부분이 14이므로 } 3^{30} \text{은 15자리 정수이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 361 \quad & \log 6^{10} = 10 \log 6 = 10 \log (2 \times 3) \\
 &= 10(\log 2 + \log 3) \\
 &= 7.781 \\
 & \log 6^{10} \text{의 정수 부분이 7이므로 } 6^{10} \text{은 8자리 정수이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 362 \quad & \log 2^{-30} = -30 \log 2 = -30 \times 0.3010 \\
 &= -9.030 = -10 + 0.970 \\
 & \log 2^{-30} \text{의 정수 부분이 } -10 \text{이므로 } 2^{-30} \text{은 소수점 아래 10번째} \\
 & \text{자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.}
 \end{aligned}$$

3 지수함수

35쪽 ~ 46쪽

363 ○

364 ×

365 ×

366 ○

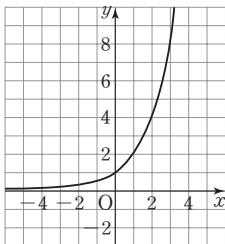
367 $f(0) = 2^0 = 1$

368 $f(2) = 2^2 = 4$

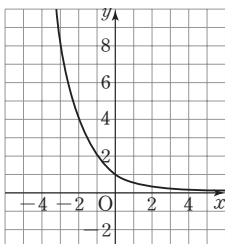
369 $f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

370 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

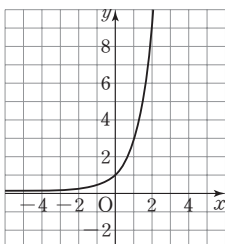
371 $y = 2^x$



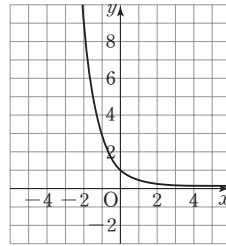
372 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



373 $y = 3^x$

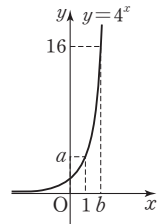


374 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

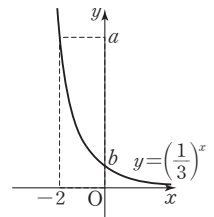


375 □: $\frac{1}{4}, 3$

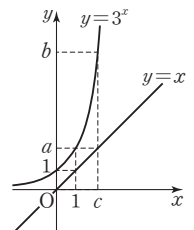
376 함수 $y = 4^x$ 의 그래프가 두 점 $(1, a), (b, 16)$ 을 지나므로
 $a = 4^1 = 4$
 $16 = 4^b$ 에서 $4^2 = 4^b$
 $\therefore b = 2$



377 함수 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 그래프가 두 점 $(-2, a), (0, b)$ 를 지나므로
 $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^{-(-2)} = 3^2 = 9$
 $b = \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$



378 직선 $y = x$ 위의 점은 x 좌표와 y 좌표가 같으므로 오른쪽 그림에서 $a = 3^1 = 3$
 $\therefore c = 3$
 $y = 3^x$ 의 그래프가 (c, b) , 즉 $(3, b)$ 를 지나므로
 $b = 3^3 = 27$
 $\therefore abc = 3 \times 27 \times 3 = 243$



379 $y = 4^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y - 3 = 4^{x-1} \quad \therefore y = 4^{x-1} + 3$

380 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y - (-1) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} \quad \therefore y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} - 1$

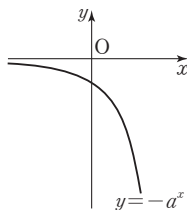
381 $y = -3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y - (-2) = -3^{x-2} \quad \therefore y = -3^{x-2} - 2$

382 $y=2^{x-1}+3$ 의 그래프는 $y=2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore$ 치역: $\{y|y>3\}$, 점근선의 방정식: $y=3$

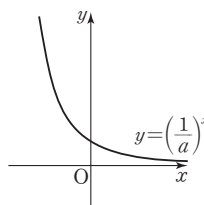
383 $y=2^{x+3}-4$ 의 그래프는 $y=2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore$ 치역: $\{y|y>-4\}$, 점근선의 방정식: $y=-4$

384 $y=4 \times 2^x - 3 = 2^{x+2} - 3$ 의 그래프는 $y=2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore$ 치역: $\{y|y>-3\}$, 점근선의 방정식: $y=-3$

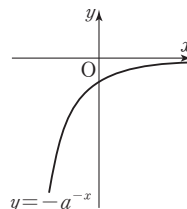
385 $y=-a^x$ 의 그래프는 $y=a^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 것이다.



386 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x = a^{-x}$ 의 그래프는 $y=a^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이다.



387 $y=-a^{-x}$ 의 그래프는 $y=a^x$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.



388 □: $-x, -y, y$

389 $y=-4^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=-4^x \quad \therefore y=4^x$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y=-4^{-x} \quad \therefore y=-\left(\frac{1}{4}\right)^x$
 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=-4^{-x} \quad \therefore y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$

390 $y=3^{-x}=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=\left(\frac{1}{3}\right)^x \quad \therefore y=-\left(\frac{1}{3}\right)^x$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \quad \therefore y=3^x$

원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \quad \therefore y=-3^x$

391 $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}=-2^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=-2^x \quad \therefore y=2^x$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y=-2^{-x} \quad \therefore y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$
 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=-2^{-x} \quad \therefore y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

392 □: $-x, 2, -3$

393 $y=-5^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y=-5^{-x}$
 $y=-5^{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-(-4)=-5^{-(x-1)} \quad \therefore y=-5^{-x+1}-4$

394 $y=3^{x-1}+2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-3=3^{(x-2)-1}+2 \quad \therefore y=3^{x-3}+5$
 $y=3^{x-3}+5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=3^{x-3}+5 \quad \therefore y=-3^{x-3}-5$

395 $y=2^{2-x}+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-(-3)=2^{2-(x-(-1))}+1 \quad \therefore y=2^{-x+1}-2$
 $y=2^{-x+1}-2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=2^{-(-x)+1}-2 \quad \therefore y=-2^{x+1}+2$

396 ○, □: 2, 2, 있다

397 ○
 함수 $y=5^{x-1}+2$ 의 그래프는 함수 $y=5^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y=5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

398 ○
 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x=5^{-x}$
 즉 함수 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ 의 그래프는 함수 $y=5^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이므로 대칭이동하여 함수 $y=5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

399 ×

$$y=5^{2x-4}=5^{2(x-2)}=25^{x-2}$$

즉 함수 $y=5^{2x-4}$ 의 그래프는 함수 $y=25^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y=5^x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

400 ○

$$y=\frac{1}{3^{2x}}=\frac{1}{(3^2)^x}=\frac{1}{9^x}=9^{-x}$$

즉 함수 $y=\frac{1}{3^{2x}}$ 의 그래프는 함수 $y=9^x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이므로 대칭이동하여 함수 $y=9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

401 ○

$$y=3 \times 9^x=9^{\frac{1}{2}} \times 9^x=9^{x+\frac{1}{2}}$$

즉 함수 $y=3 \times 9^x$ 의 그래프는 함수 $y=9^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y=9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

402 ×

$$y=9^{2x+3}=9^{2(x+\frac{3}{2})}=81^{x+\frac{3}{2}}$$

즉 함수 $y=9^{2x+3}$ 의 그래프는 함수 $y=81^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것이므로 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y=9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

403 ×

$$y=\sqrt{9^x}+1=3^x+1$$

즉 함수 $y=\sqrt{9^x}+1$ 의 그래프는 함수 $y=3^x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y=9^x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

404 □: -2, -2, 2, $\frac{1}{2}$

405 함수 $y=-2^{x+a}-b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$$y=-1 \text{ 이므로}$$

$$-b=-1 \quad \therefore b=1$$

즉 함수 $y=-2^{x+a}-1$ 의 그래프가 점 $(0, -3)$ 을 지나므로 $-3=-2^a-1, 2^a=2 \quad \therefore a=1$

406 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+a}+b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$$y=2 \text{ 이므로 } b=2$$

즉 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+a}+2$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지나므로

$$6=\left(\frac{1}{2}\right)^a+2, 2^{-a}=4$$

$$-a=2 \quad \therefore a=-2$$

407 함수 $y=-2^{-x+a}+b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$$y=4 \text{ 이므로 } b=4$$

즉 함수 $y=-2^{-x+a}+4$ 의 그래프가 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로

$$0=-2^{1+a}+4, 2^{1+a}=2^2, 1+a=2 \quad \therefore a=1$$

408 ○

409 ○

$x=0$ 을 대입하면 $y=3^0=1$ 이므로 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지난다.

410 ×

함수 $y=3^x$ 의 그래프는 밑 3이 $3>1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

411 ×

지역은 양의 실수 전체의 집합이다.

412 ×

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+1$ 의 그래프의 점근선의 방정식은 $y=1$ 이다.

413 ○

$x=1$ 을 대입하면 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2}+1=2+1=3$ 이므로 그래프는 점 $(1, 3)$ 을 지난다.

414 ×

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+1$ 의 그래프는 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0<\frac{1}{2}<1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

415 ○

416 □: 증가, 32, 1, 1, 2

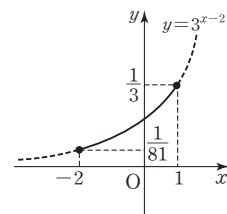
417 밑 3이 $3>1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

$-2 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $y=3^{x-2}$ 은

$x=1$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$3^{1-2}=3^{-1}=\frac{1}{3}$$

$x=-2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $3^{-2-2}=3^{-4}=\frac{1}{81}$



418 밑 5가 $5>1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

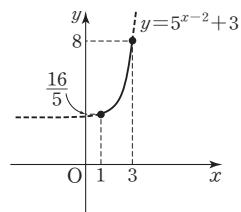
$1 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y=5^{x-2}+3$ 은

$x=3$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$5^{3-2}+3=5^1+3=8$$

$x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$5^{1-2}+3=5^{-1}+3=\frac{16}{5}$$



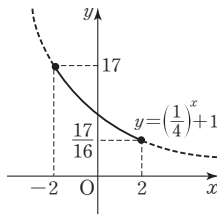
- 419 밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

$$-2 \leq x \leq 2 \text{에서 함수 } y = \left(\frac{1}{4}\right)^x + 1 \text{은}$$

$x = -2$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + 1 = 4^2 + 1 = 17$$

$$x = 2 \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 1 = \frac{1}{16} + 1 = \frac{17}{16}$$



- 420 밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

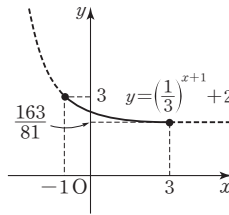
$-1 \leq x \leq 3$ 에서 함수

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 2 \text{는}$$

$x = -1$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1+1} + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$x = 3 \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } \left(\frac{1}{3}\right)^{3+1} + 2 = \frac{1}{81} + 2 = \frac{163}{81}$$



- 421 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

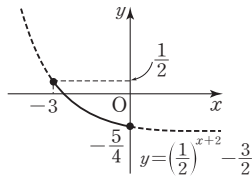
$-3 \leq x \leq 0$ 에서 함수

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - \frac{3}{2} \text{은}$$

$x = -3$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3+2} - \frac{3}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } \left(\frac{1}{2}\right)^{0+2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = -\frac{5}{4}$$



- 422 $y = 3^{2-x} + 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$

밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로 x 의 값이

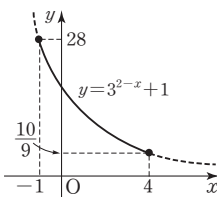
증가하면 y 의 값은 감소한다.

$-1 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = 3^{2-x} + 1$ 은

$x = -1$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$3^{2-(-1)} + 1 = 3^3 + 1 = 28$$

$$x = 4 \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } 3^{2-4} + 1 = \frac{1}{9} + 1 = \frac{10}{9}$$



- 423 □: $-5, 4, 4, 16, -5, \frac{1}{32}$

- 424 $f(x) = x^2 - 6x + 7$ 이라 하면 $f(x) = (x-3)^2 - 2$

$1 \leq x \leq 4$ 에서 $f(1) = 2, f(3) = -2, f(4) = -1$

$$\therefore -2 \leq f(x) \leq 2$$

밑 5가 $5 > 1$ 이므로 $y = 5^{f(x)}$ 은

$f(x) = 2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $5^2 = 25$

$$f(x) = -2 \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } 5^{-2} = \frac{1}{25}$$

- 425 $f(x) = x^2 + 2x - 2$ 라 하면 $f(x) = (x+1)^2 - 3$

$-3 \leq x \leq 0$ 에서 $f(-3) = 1, f(-1) = -3, f(0) = -2$

$$\therefore -3 \leq f(x) \leq 1$$

밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{f(x)}$ 은

$f(x) = -3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$

$$f(x) = 1 \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$$

- 426 $f(x) = x^2 - 4x$ 라 하면 $f(x) = (x-2)^2 - 4$

$1 \leq x \leq 4$ 에서 $f(1) = -3, f(2) = -4, f(4) = 0$

$$\therefore -4 \leq f(x) \leq 0$$

밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{f(x)}$ 은

$f(x) = -4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4} = 4^4 = 2^8 = 256$

$$f(x) = 0 \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } \left(\frac{1}{4}\right)^0 = 1$$

- 427 □: $2^x, 2, 1, 1, 0$

- 428 $y = 3^{2x} - 6 \times 3^{x-1} = (3^x)^2 - 2 \times 3^x$

$3^x = t$ ($t > 0$)라 하면 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $\frac{1}{3} \leq t \leq 3$

이때 주어진 함수는 $y = t^2 - 2t = (t-1)^2 - 1$ 이므로

$t = 3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 3

$t = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -1

- 429 $y = 2 \times 5^{x+1} - 25^x = -(5^x)^2 + 10 \times 5^x$

$5^x = t$ ($t > 0$)라 하면 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $1 \leq t \leq 5$

이때 주어진 함수는 $y = -t^2 + 10t = -(t-5)^2 + 25$ 이므로

$t = 5$ 일 때 최대이고, 최댓값은 25

$t = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 9

- 430 $y = 9^{-x} + 2 \times 3^{-x+1} + 7 = (3^{-x})^2 + 6 \times 3^{-x} + 7$

$3^{-x} = t$ ($t > 0$)라 하면 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $1 \leq t \leq 3$

이때 주어진 함수는 $y = t^2 + 6t + 7 = (t+3)^2 - 2$ 이므로

$t = 3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 34

$t = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 14

- 431 □: $0, 2, 2$

- 432 $5^{x-1} > 0, 5^{-x+3} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$y = 5^{x-1} + 5^{-x+3} \geq 2\sqrt{5^{x-1} \times 5^{-x+3}}$$

$$= 2\sqrt{5} = 10$$

(단, 등호는 $5^{x-1} = 5^{-x+3}$, 즉 $x = 2$ 일 때 성립)

따라서 함수 $y = 5^{x-1} + 5^{-x+3}$ 의 최솟값은 10이다.

- 433 $3^x > 0, \frac{1}{3^x} = 3^{-x} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$y = 2 \times 3^x + \frac{8}{3^x} \geq 2\sqrt{2 \times 3^x \times \frac{8}{3^x}}$$

$$= 2\sqrt{16} = 8 \quad \left(\text{단, 등호는 } 2 \times 3^x = \frac{8}{3^x} \text{ 일 때 성립} \right)$$

따라서 함수 $y = 2 \times 3^x + \frac{8}{3^x}$ 의 최솟값은 8이다.

434 $2^{-x} > 0, 2^{x+1} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$y = 4 \times 2^{-x} + 2^{x+1} \geq 2\sqrt{4 \times 2^{-x} \times 2^{x+1}}$$

$$= 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

(단, 등호는 $4 \times 2^{-x} = 2^{x+1}$, 즉 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

따라서 함수 $y = 4 \times 2^{-x} + 2^{x+1}$ 의 최솟값은 $4\sqrt{2}$ 이다.

435 □: 32, 5

436 $3^x = \frac{1}{27}$ 에서 $3^x = 3^{-3}$

$$\therefore x = -3$$

437 $4^{x+1} = 16$ 에서 $4^{x+1} = 4^2$

$$x+1=2 \quad \therefore x=1$$

438 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = 125$ 에서 $5^{-x+1} = 5^3$

$$-x+1=3 \quad \therefore x=-2$$

439 $2^{2x} = 2\sqrt{2}$ 에서 $2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}}$

$$2x = \frac{3}{2} \quad \therefore x = \frac{3}{4}$$

440 $3^{2x+1} = \sqrt{\frac{3}{3}}$ 에서 $3^{2x+1} = 3^{\frac{1}{2}-1}$

$$2x+1 = -\frac{1}{2} \quad \therefore x = -\frac{3}{4}$$

441 □: $2x, 2x, 2$

442 $3^{x-1} = 9^x$ 에서 $3^{x-1} = 3^{2x}$

$$x-1=2x \quad \therefore x=-1$$

443 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} = 2^{2x+1}$ 에서 $2^{-(-x+1)} = 2^{2x+1}$

$$x-1=2x+1 \quad \therefore x=-2$$

444 $0.1^{x-3} = 10^{2x}$, 즉 $\left(\frac{1}{10}\right)^{x-3} = 10^{2x}$ 에서 $10^{-(x-3)} = 10^{2x}$

$$-x+3=2x \quad \therefore x=1$$

445 $2 \times 4^{x+1} = 8^x$, 즉 $2 \times 2^{2(x+1)} = 2^{3x}$ 에서 $2^{2x+3} = 2^{3x}$

$$2x+3=3x \quad \therefore x=3$$

446 $5^x = 25 \times 5^{-x}$, 즉 $5^x = 5^2 \times 5^{-x}$ 에서 $5^x = 5^{-x+2}$

$$x^2 = -x+2, x^2+x-2=0$$

$$(x+2)(x-1)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

447 □: 3, $3^x, 1$

448 $2^{2x} + 3 \times 2^x - 10 = 0$ 에서 $(2^x)^2 + 3 \times 2^x - 10 = 0$

$$2^x = t \quad (t > 0) \text{라 하면 } t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$(t+5)(t-2) = 0 \quad \therefore t = 2 \quad (\because t > 0)$$

따라서 $2^x = 2$ 이므로

$$x = 1$$

449 $4^x - 9 \times 2^x + 8 = 0$ 에서 $(2^x)^2 - 9 \times 2^x + 8 = 0$

$$2^x = t \quad (t > 0) \text{라 하면 } t^2 - 9t + 8 = 0$$

$$(t-1)(t-8) = 0 \quad \therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 8$$

따라서 $2^x = 1$ 또는 $2^x = 8$ 이므로

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

450 $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 12 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x + 27 = 0$ 에서

$$\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x\right\}^2 - 12 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x + 27 = 0$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = t \quad (t > 0) \text{라 하면 } t^2 - 12t + 27 = 0$$

$$(t-3)(t-9) = 0 \quad \therefore t = 3 \text{ 또는 } t = 9$$

따라서 $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3$ 또는 $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9$ 이므로

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

451 $2^x + 2^{-x} = 2$ 에서 $2^x + \frac{1}{2^x} = 2$

$$2^x = t \quad (t > 0) \text{라 하면 } t + \frac{1}{t} = 2$$

양변에 t 를 곱하면

$$t^2 + 1 = 2t, t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$(t-1)^2 = 0 \quad \therefore t = 1$$

따라서 $2^x = 1$ 이므로

$$x = 0$$

452 $3^x - 2 \times 3^{2-x} = -3$ 에서 $3^x - 18 \times \frac{1}{3^x} = -3$

$$3^x = t \quad (t > 0) \text{라 하면 } t - 18 \times \frac{1}{t} = -3$$

양변에 t 를 곱하면

$$t^2 - 18 = -3t, t^2 + 3t - 18 = 0$$

$$(t+6)(t-3) = 0 \quad \therefore t = 3 \quad (\because t > 0)$$

따라서 $3^x = 3$ 이므로

$$x = 1$$

453 □: $5^x, 6, 7, 6, 7, 22$

454 $3^{2x} - 3 \times 3^x + 2 = 0$ 에서 $(3^x)^2 - 3 \times 3^x + 2 = 0$

$$3^x = t \quad (t > 0) \text{라 하면 } t^2 - 3t + 2 = 0$$

..... ㉠

주어진 방정식의 두 근이 α, β 이므로 이차방정식 ㉠의 두 근은 $3^\alpha, 3^\beta$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$3^\alpha + 3^\beta = 3, 3^\alpha \times 3^\beta = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore 9^\alpha + 9^\beta &= 3^{2\alpha} + 3^{2\beta} \\ &= (3^\alpha + 3^\beta)^2 - 2 \times 3^\alpha \times 3^\beta \\ &= 3^2 - 2 \times 2 = 5 \end{aligned}$$

455 $4^x - 2^{x+3} + 6 = 0$ 에서 $(2^x)^2 - 8 \times 2^x + 6 = 0$

$$2^x = t \ (t > 0) \text{라 하면 } t^2 - 8t + 6 = 0 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

주어진 방정식의 두 근이 α, β 이므로 이차방정식 ㉠의 두 근은 $2^\alpha, 2^\beta$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$2^\alpha + 2^\beta = 8, 2^\alpha \times 2^\beta = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 2^{2\alpha} + 2^{2\beta} &= (2^\alpha + 2^\beta)^2 - 2 \times 2^\alpha \times 2^\beta \\ &= 8^2 - 2 \times 6 = 52 \end{aligned}$$

456 □: 3^x , 양, $\frac{1}{3}$, 2, $\frac{1}{3}$

457 $4^x - 2^{x+1} + 2a + 1 = 0$ 에서 $(2^x)^2 - 2 \times 2^x + 2a + 1 = 0$

$$2^x = t \ (t > 0) \text{라 하면 } t^2 - 2t + 2a + 1 = 0 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

주어진 방정식이 서로 다른 두 실근을 가지려면 이차방정식 ㉠이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

(i) 이차방정식 ㉠의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (2a + 1) > 0, -2a > 0 \quad \therefore a < 0$$

(ii) (두 근의 합) $= 2 > 0$

(iii) (두 근의 곱) $= 2a + 1 > 0 \quad \therefore a > -\frac{1}{2}$

(i)~(iii)에서 $-\frac{1}{2} < a < 0$

458 $9^x - 2a \times 3^x + 2a + 8 = 0$ 에서 $(3^x)^2 - 2a \times 3^x + 2a + 8 = 0$

$$3^x = t \ (t > 0) \text{라 하면 } t^2 - 2at + 2a + 8 = 0 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

주어진 방정식이 서로 다른 두 실근을 가지려면 이차방정식 ㉠이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

(i) 이차방정식 ㉠의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - (2a + 8) > 0, a^2 - 2a - 8 > 0$$

$$(a + 2)(a - 4) > 0 \quad \therefore a < -2 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) (두 근의 합) $= 2a > 0 \quad \therefore a > 0$

(iii) (두 근의 곱) $= 2a + 8 > 0 \quad \therefore a > -4$

(i)~(iii)에서 $a > 4$

따라서 정수 a 의 최솟값은 5이다.

459 □: -2, 3, -2

460 $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 25$ 에서 $5^{-x} < 5^2$

밑 5가 $5 > 1$ 이므로

$$-x < 2 \quad \therefore x > -2$$

461 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} \geq \frac{1}{3}$ 에서 밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로

$$x - 4 \leq 1 \quad \therefore x \leq 5$$

462 $3^{x+2} \leq 9\sqrt{3}$ 에서 $3^{x+2} \leq 3^{\frac{5}{2}}$

밑 3이 $3 > 1$ 이므로

$$x + 2 \leq \frac{5}{2} \quad \therefore x \leq \frac{1}{2}$$

463 $\left(\frac{1}{10}\right)^{x-2} < 0.01$ 에서 $\left(\frac{1}{10}\right)^{x-2} < \left(\frac{1}{10}\right)^2$

밑 $\frac{1}{10}$ 이 $0 < \frac{1}{10} < 1$ 이므로

$$x - 2 > 2 \quad \therefore x > 4$$

464 $\frac{1}{4} < 2^x < 8$ 에서 $2^{-2} < 2^x < 2^3$

밑 2가 $2 > 1$ 이므로 $-2 < x < 3$

465 □: 1, <, >

466 $3^{x-2} > 3^{-x+4}$ 에서 밑 3이 $3 > 1$ 이므로

$$x - 2 > -x + 4, 2x > 6 \quad \therefore x > 3$$

467 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{-x+3}$ 에서 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{2(-x+3)}$

밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로

$$-x + 2 \geq -2x + 6 \quad \therefore x \geq 4$$

468 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} > \left(\frac{1}{8}\right)^{x-1}$ 에서 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3(x-1)}$

밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로

$$2x + 1 < 3x - 3 \quad \therefore x > 4$$

469 $5^{7-2x} \geq \sqrt{5}^{3x}$ 에서 $5^{7-2x} \geq 5^{\frac{3}{2}x}$

밑 5가 $5 > 1$ 이므로

$$7 - 2x \geq \frac{3}{2}x, 14 - 4x \geq 3x \quad \therefore x \leq 2$$

470 $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} < \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+1}$ 에서 $\left(\frac{3}{2}\right)^{-(x-1)} < \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+1}$

밑 $\frac{3}{2}$ 이 $\frac{3}{2} > 1$ 이므로

$$-x + 1 < 2x + 1 \quad \therefore x > 0$$

471 □: 5, 0, 5^x , 1

472 $9^x + 3^{x+1} - 18 \geq 0$ 에서 $(3^x)^2 + 3 \times 3^x - 18 \geq 0$

$3^x = t \ (t > 0)$ 라 하면

$$t^2 + 3t - 18 \geq 0, (t + 6)(t - 3) \geq 0$$

이때 $t > 0$ 에서 $t + 6 > 0$ 이므로

$$t-3 \geq 0 \quad \therefore t \geq 3$$

$$\text{즉 } 3^x \geq 3 \text{이고 밑 } 3 \text{이 } 3 > 1 \text{이므로 } x \geq 1$$

473 $4^{2x} - 2 \times 4^x - 8 < 0$ 에서 $(4^x)^2 - 2 \times 4^x - 8 < 0$
 $4^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $t^2 - 2t - 8 < 0, (t+2)(t-4) < 0$
 이때 $t > 0$ 에서 $t+2 > 0$ 이므로
 $t-4 < 0 \quad \therefore t < 4$
 즉 $4^x < 4$ 이고 밑 4 가 $4 > 1$ 이므로 $x < 1$

474 $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x - 4 \leq 0$ 에서 $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2 - 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x - 4 \leq 0$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $t^2 - 3t - 4 \leq 0, (t+1)(t-4) \leq 0$
 이때 $t > 0$ 에서 $t+1 > 0$ 이므로
 $t-4 \leq 0 \quad \therefore t \leq 4$
 즉 $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 이고 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로 $x \geq -2$

475 $9^x - 10 \times 3^{x+1} + 81 \leq 0$ 에서 $(3^x)^2 - 30 \times 3^x + 81 \leq 0$
 $3^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $t^2 - 30t + 81 \leq 0, (t-3)(t-27) \leq 0$
 $\therefore 3 \leq t \leq 27$
 즉 $3 \leq 3^x \leq 3^3$ 이고 밑 3 이 $3 > 1$ 이므로 $1 \leq x \leq 3$

476 $4^x - 5 \times 2^x + 4 < 0$ 에서 $(2^x)^2 - 5 \times 2^x + 4 < 0$
 $2^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $t^2 - 5t + 4 < 0, (t-1)(t-4) < 0$
 $\therefore 1 < t < 4$
 즉 $2^0 < 2^x < 2^2$ 이고 밑 2 가 $2 > 1$ 이므로 $0 < x < 2$

477 $\square: 2^x, 2, 2, 0, 2$

478 $\left(\frac{1}{4}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 2k > 0$ 에서 $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2k > 0$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $t^2 - 4t + 2k > 0 \quad \therefore (t-2)^2 + 2k - 4 > 0$
 이 부등식이 $t > 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 항상 성립하려면
 $2k - 4 > 0 \quad \therefore k > 2$

479 $9^x - 2 \times 3^{x+1} + k - 1 > 0$ 에서 $(3^x)^2 - 6 \times 3^x + k - 1 > 0$
 $3^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $t^2 - 6t + k - 1 > 0 \quad \therefore (t-3)^2 + k - 10 > 0$
 이 부등식이 $t > 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 항상 성립하려면
 $k - 10 > 0 \quad \therefore k > 10$

480 $4^{x+1} - 2^{x+2} \geq k$ 에서 $4 \times (2^x)^2 - 4 \times 2^x - k \geq 0$
 $2^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $4t^2 - 4t - k \geq 0 \quad \therefore 4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - k - 1 \geq 0$

이 부등식이 $t > 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 항상 성립하려면
 $-k - 1 \geq 0 \quad \therefore k \leq -1$

연산문제로 실전 능력 다지기

47쪽 ~ 48쪽

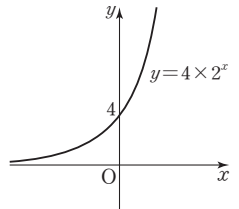
481 $y = a^x$ 의 그래프가 두 점 $A(2, 9), B(-1, b)$ 를 지나므로
 $9 = a^2$ 에서 $a = 3$ ($\because a > 0$)
 $b = a^{-1}$ 에서 $a = 3$ 이므로 $b = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

482 $y = a^x$ 의 그래프가 두 점 $A(3, 8), B\left(b, \frac{1}{4}\right)$ 을 지나므로
 $8 = a^3$ 에서 $a = 2$ ($\because a > 0$)
 $\frac{1}{4} = a^b$ 에서 $a = 2$ 이므로 $2^{-2} = 2^b \quad \therefore b = -2$

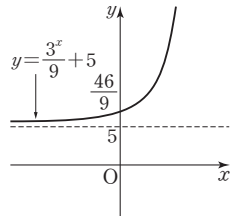
483 $y = a^x$ 의 그래프가 두 점 $A\left(-2, \frac{1}{25}\right), B(1, b)$ 를 지나므로
 $\frac{1}{25} = a^{-2}$ 에서 $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{a^2} \quad \therefore a = 5$ ($\because a > 0$)
 $b = a^1$ 에서 $a = 5$ 이므로 $b = 5$

484 $y = a^x$ 의 그래프가 두 점 $A\left(3, \frac{8}{27}\right), B(-2, b)$ 를 지나므로
 $\frac{8}{27} = a^3$ 에서 $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = a^3 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$ ($\because a > 0$)
 $b = a^{-2}$ 에서 $a = \frac{2}{3}$ 이므로 $b = \frac{9}{4}$

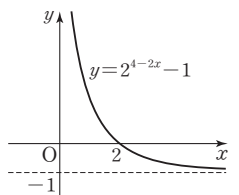
485 $y = 4 \times 2^x = 2^{x+2}$
 함수 $y = 4 \times 2^x$ 의 그래프는 함수
 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
 -2 만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽
 쪽 그림과 같다.
 $\therefore$ 치역: $\{y | y > 0\}$,
 점근선의 방정식: $y = 0$



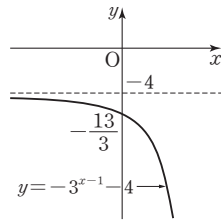
486 $y = \frac{3^x}{9} + 5 = 3^{x-2} + 5$
 함수 $y = \frac{3^x}{9} + 5$ 의 그래프는 함수
 $y = 3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2
 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이
 동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.
 $\therefore$ 치역: $\{y | y > 5\}$,
 점근선의 방정식: $y = 5$



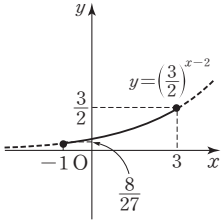
487 $y = 2^{4-2x} - 1 = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} - 1$
 함수 $y = 2^{4-2x} - 1$ 의 그래프는 함수
 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으
 로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼
 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과
 같다.
 $\therefore$ 치역: $\{y | y > -1\}$, 점근선의 방정식: $y = -1$



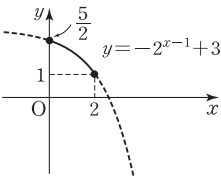
- 488 $y = -3^{x-1} - 4$ 의 그래프는 함수 $y = 3^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.
 $\therefore$ 치역: $\{y | y < -4\}$,
 점근선의 방정식: $y = -4$



- 489 밑 $\frac{3}{2}$ 이 $\frac{3}{2} > 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $-1 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{x-2}$ 은
 $x=3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $\left(\frac{3}{2}\right)^{3-2} = \frac{3}{2}$
 $x=-1$ 일 때 최소이고,
 최솟값은 $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \frac{8}{27}$



- 490 함수 $y = -2^{x-1} + 3$ 의 그래프는 함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.
 $0 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -2^{x-1} + 3$ 은
 $x=0$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $-2^{-1} + 3 = \frac{5}{2}$
 $x=2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $-2^{2-1} + 3 = 1$



- 491 $f(x) = x^2 - 4x$ 라 하면 $f(x) = (x-2)^2 - 4$
 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $f(0) = 0, f(2) = -4, f(3) = -3$
 $\therefore -4 \leq f(x) \leq 0$
 밑 2가 $2 > 1$ 이므로 $y = 2^{f(x)}$ 은
 $f(x) = 0$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $2^0 = 1$
 $f(x) = -4$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $2^{-4} = \frac{1}{16}$

- 492 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ 이라 하면 $f(x) = -(x-1)^2 + 4$
 $-2 \leq x \leq 0$ 에서 $f(-2) = -5, f(0) = 3$
 $\therefore -5 \leq f(x) \leq 3$
 밑 3이 $3 > 1$ 이므로 $y = 3^{f(x)}$ 은
 $f(x) = 3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $3^3 = 27$
 $f(x) = -5$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $3^{-5} = \frac{1}{243}$

- 493 $y = 4^x - 2^{x+2} + 5$ 에서 $y = (2^x)^2 - 4 \times 2^x + 5$
 $2^x = t$ ($t > 0$)라 하면 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $1 \leq t \leq 4$
 이때 주어진 함수는 $y = t^2 - 4t + 5 = (t-2)^2 + 1$
 $t=4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 5
 $t=2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 1

- 494 $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x - 6$ 에서 $y = -\left[\left(\frac{1}{3}\right)^x\right]^2 + 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x - 6$
 $\left(\frac{1}{3}\right)^x = t$ ($t > 0$)라 하면 $-2 \leq x \leq 1$ 에서 $\frac{1}{3} \leq t \leq 9$
 이때 주어진 함수는 $y = -t^2 + 6t - 6 = -(t-3)^2 + 3$
 $t=3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 3
 $t=9$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -33

- 495 $3^{x^2-2x} = 27$ 에서 $3^{x^2-2x} = 3^3$
 $x^2 - 2x = 3, x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x+1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -1$ 또는 $x = 3$

- 496 $2^{2x-1} = 8 \times 2^x$ 에서 $2^{2x-1} = 2^{x+3}$
 $2x-1 = x+3 \quad \therefore x = 4$

- 497 $4^x + 4 \times 2^x - 12 = 0$ 에서 $(2^x)^2 + 4 \times 2^x - 12 = 0$
 $2^x = t$ ($t > 0$)라 하면 $t^2 + 4t - 12 = 0$
 $(t+6)(t-2) = 0 \quad \therefore t = 2$ ($\because t > 0$)
 따라서 $2^x = 2$ 이므로
 $x = 1$

- 498 $2^{x^2-2x} \leq 8$ 에서 $2^{x^2-2x} \leq 2^3$
 밑 2가 $2 > 1$ 이므로
 $x^2 - 2x \leq 3, x^2 - 2x - 3 \leq 0$
 $(x+1)(x-3) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq x \leq 3$

- 499 $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+1} \geq \left(\frac{1}{4}\right)^{x+5}$ 에서 $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{2(x+5)}$
 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로
 $3x+1 \leq 2x+10 \quad \therefore x \leq 9$

- 500 $7^{2x} - 4 \times 7^x - 21 > 0$ 에서 $(7^x)^2 - 4 \times 7^x - 21 > 0$
 $7^x = t$ ($t > 0$)라 하면
 $t^2 - 4t - 21 > 0, (t+3)(t-7) > 0$
 이때 $t > 0$ 에서 $t+3 > 0$ 이므로
 $t-7 > 0 \quad \therefore t > 7$
 즉 $7^x > 7$ 이고 밑 7이 $7 > 1$ 이므로 $x > 1$

4 로그함수

49쪽 ~ 64쪽

501 $f(1) = \log_2 1 = 0$

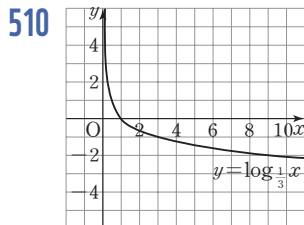
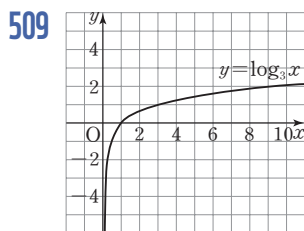
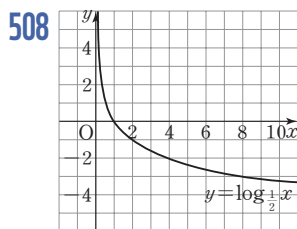
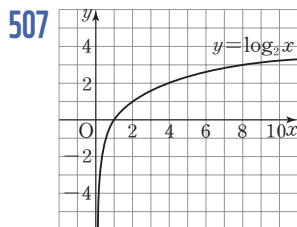
502 $f(2) = \log_2 2 = 1$

503 $f\left(\frac{1}{8}\right) = \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3$

504 $f(2) = \log_3 3 - 2 = 1 - 2 = -1$

505 $f(8) = \log_3 9 - 2 = \log_3 3^2 - 2 = 2 - 2 = 0$

506 $f\left(-\frac{2}{3}\right) = \log_3 \frac{1}{3} - 2 = \log_3 3^{-1} - 2$
 $= -1 - 2 = -3$



511 □: 3, 2, 2

512 $y = \log_2 x$ 의 그래프가 두 점 $(2, a)$, $(b, 3)$ 을 지나므로
 $a = \log_2 2 = 1$
 $3 = \log_2 b$ 에서 $b = 2^3 = 8$

513 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 의 그래프가 두 점 $(a, 1)$, $(4, b)$ 를 지나므로

$$1 = \log_{\frac{1}{4}} a \text{에서 } a = \frac{1}{4}$$

$$b = \log_{\frac{1}{4}} 4 = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = -1$$

514 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 의 그래프가 두 점 $\left(\frac{1}{9}, a\right)$, $(b, -1)$ 을 지나므로

$$a = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2$$

$$-1 = \log_{\frac{1}{3}} b \text{에서 } b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$$

515 □: 2, 2, 2, 2

516 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - 1 = \log_{\frac{1}{2}} (x + 3) \quad \therefore y = \log_{\frac{1}{2}} (x + 3) + 1$$

$$\therefore \text{정의역: } \{x | x > -3\}, \text{ 점근선의 방정식: } x = -3$$

517 $y = \log_3 (x + 2) + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - 1 = \log_3 \{(x - 3) + 2\} + 1 \quad \therefore y = \log_3 (x - 1) + 2$$

$$\therefore \text{정의역: } \{x | x > 1\}, \text{ 점근선의 방정식: } x = 1$$

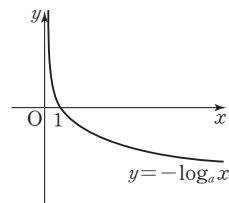
518 $y = \log_2 8x = \log_2 8 + \log_2 x$
 $= \log_2 x + 3$

즉 $y = \log_2 8x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

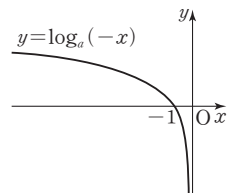
$$y - (-3) = \log_2 (x - 2) + 3 \quad \therefore y = \log_2 (x - 2)$$

$$\therefore \text{정의역: } \{x | x > 2\}, \text{ 점근선의 방정식: } x = 2$$

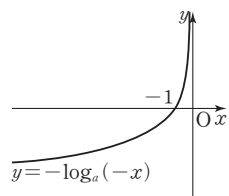
519 $y = -\log_a x$ 의 그래프는 $y = \log_a x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 것이다.



520 $y = \log_a (-x)$ 의 그래프는 $y = \log_a x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이다.



521 $y = -\log_a (-x)$ 의 그래프는 $y = \log_a x$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 것이다.



522 □: $-$, $-x$, $-x$, $-$, $-x$

523 $y = \log_2(-x)$ 의 그래프를
 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_2(-x) \quad \therefore y = -\log_2(-x)$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = \log_2 x$
 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_2 x \quad \therefore y = -\log_2 x$

524 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그래프를
 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_{\frac{1}{2}} x \quad \therefore y = -\log_{\frac{1}{2}} x$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$
 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_{\frac{1}{2}}(-x) \quad \therefore y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$

525 $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$ 의 그래프를
 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_{\frac{1}{3}}(-x) \quad \therefore y = -\log_{\frac{1}{3}}(-x)$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_{\frac{1}{3}} x \quad \therefore y = -\log_{\frac{1}{3}} x$

526 $y = \log_2(x-2) + 3$ 의 그래프를
 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_2(x-2) + 3 \quad \therefore y = -\log_2(x-2) - 3$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = \log_2(-x-2) + 3$
 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_2(-x-2) + 3 \quad \therefore y = -\log_2(-x-2) - 3$

527 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - 2$ 의 그래프를
 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - 2 \quad \therefore y = -\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + 2$
 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x+1) - 2$
 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $-y = \log_{\frac{1}{2}}(-x+1) - 2 \quad \therefore y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x+1) + 2$

528 □: -4 , 1 , 1 , 4

529 $y = \log_3(-x)$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의
 식은 $-y = \log_3 x \quad \therefore y = -\log_3 x$
 $y = -\log_3 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방
 향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y - 2 = -\log_3(x+3) \quad \therefore y = -\log_3(x+3) + 2$

530 $y = \log_2 4x + 1 = \log_2 x + \log_2 4 + 1 = \log_2 x + 3$
 즉 $y = \log_2 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방

향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y - (-3) = \log_2(x-1) + 3 \quad \therefore y = \log_2(x-1)$
 $y = \log_2(x-1)$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 그래
 프의 식은
 $-y = \log_2(-x-1) \quad \therefore y = -\log_2(-x-1)$

531 $y = \log_{\frac{1}{3}}(9x-18) + 2 = \log_{\frac{1}{3}} 9(x-2) + 2$
 $= \log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}} 9 + 2$
 $= \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$
 즉 $y = \log_{\frac{1}{3}}(9x-18) + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y - (-1) = \log_{\frac{1}{3}}\{(x-2)-2\} \quad \therefore y = \log_{\frac{1}{3}}(x-4) - 1$
 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-4) - 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래
 프의 식은
 $-y = \log_{\frac{1}{3}}(x-4) - 1 \quad \therefore y = -\log_{\frac{1}{3}}(x-4) + 1$

532 ○, □: 2 , 2 , 있다

533 ○
 $y = \log_2 \frac{2}{x} = \log_2 2 - \log_2 x = -\log_2 x + 1$
 즉 함수 $y = \log_2 \frac{2}{x}$ 의 그래프는 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 x 축
 에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것
 이므로 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프와
 겹칠 수 있다.

534 ×
 $y = \log_{\sqrt{2}} x = \log_{2^{\frac{1}{2}}} x = 2 \log_2 x$
 즉 함수 $y = \log_{\sqrt{2}} x$ 의 그래프는 평행이동 또는 대칭이동하여 함
 수 $y = \log_2 x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

535 ○
 $y = \log_3(2-x) = \log_3\{-(x-2)\}$
 즉 함수 $y = \log_3(2-x)$ 의 그래프는 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프
 를 y 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동
 한 것이므로 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그
 래프와 겹칠 수 있다.

536 ○
 $y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{x} = -(\log_3 9 - \log_3 x) = \log_3 x - 2$
 즉 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{x}$ 의 그래프는 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 y 축
 의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수
 $y = \log_3 x$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

537 ×
 $y = \log_9(x+1) = \log_{3^2}(x+1) = \frac{1}{2} \log_3(x+1)$

즉 함수 $y = \log_9(x+1)$ 의 그래프는 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

538 □: -1, 1

539 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+a) + b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$$x = -3 \text{이므로}$$

$$-a = -3 \quad \therefore a = 3$$

즉 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+3) + b$ 의 그래프가 점 $(0, -2)$ 를 지나므로 $-2 = \log_{\frac{1}{3}}3 + b, -2 = -1 + b \quad \therefore b = -1$

540 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x+a) + b$ 의 그래프의 점근선의 방정식이

$$x = 3 \text{이므로 } a = 3$$

즉 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x+3) + b$ 의 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = \log_{\frac{1}{3}}3 + b, -4 = -1 + b \quad \therefore b = -3$$

541 함수 $y = \log_2 a(b-x)$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $b = 1$

즉 함수 $y = \log_2 a(1-x)$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $2 = \log_2 a \quad \therefore a = 4$

542 ○

543 ×

정의역은 양의 실수 전체의 집합이다.

544 ×

$\log_4 1 = 0$ 이므로 점 $(1, 0)$ 을 지난다.

545 ○

546 ×

함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}9(x+1)$ 의 그래프의 점근선의 방정식은 $x = -1$ 이다.

547 ○

548 ×

$\log_{\frac{1}{3}}9(2+1) = -3$ 이므로 점 $(2, -3)$ 을 지난다.

549 ○

550 □: 증가, <

551 $2\log_3 2 = \log_3 2^2 = \log_3 4$

밑 3이 $3 > 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

이때 $5 > 4$ 이므로 $\log_3 5 > \log_3 4$

$$\therefore \log_3 5 > 2\log_3 2$$

552 밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

이때 $5 < 8$ 이므로

$$\log_{\frac{1}{4}} 5 > \log_{\frac{1}{4}} 8$$

553 □: 2, 49, 증가, <, <

554 $-\log_3 5 = \log_{3^{-1}} 5 = \log_{\frac{1}{3}} 5$

밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

이때 $6 > 5$ 이므로

$$\log_{\frac{1}{3}} 6 < \log_{\frac{1}{3}} 5 \quad \therefore \log_{\frac{1}{3}} 6 < -\log_3 5$$

555 □: 1, 1, -1, <

556 $\log_2 x - \log_2 \frac{1}{x} = \log_2 x + \log_2 x = 2\log_2 x$

이때 $0 < \log_2 x < 1$ 이므로 $0 < 2\log_2 x < 2$

$$\therefore \log_2 x > \log_2 \frac{1}{x}$$

557 $\log_2 x > 0, \log_x 2 > 0$ 이므로

$$\frac{\log_2 x}{\log_x 2} = \frac{\log_2 x}{\frac{1}{\log_2 x}} = (\log_2 x)^2$$

이때 $0 < \log_2 x < 1$ 이므로 $0 < (\log_2 x)^2 < 1$

$$\therefore \log_2 x < \log_x 2$$

558 밑 2가 $2 > 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

이때 $a > b$ 이므로

$$\log_2 a > \log_2 b$$

559 $1 = \log_a a$

밑 a 가 $a > 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

이때 $a > b$ 이므로 $\log_a a > \log_a b$

$$\therefore 1 > \log_a b$$

560 □: $x, y, 2, \log_2 x$

561 함수 $y = 2 \times 5^{x+1}$ 은 치역이 $\{y | y > 0\}$ 인 일대일대응이다.

$y = 2 \times 5^{x+1}$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면

$$x = 2 \times 5^{y+1} \quad \therefore \frac{x}{2} = 5^{y+1}$$

양변에 밑이 5인 로그를 취하면

$$\log_5 \frac{x}{2} = \log_5 5^{y+1}, \log_5 \frac{x}{2} = y + 1$$

따라서 구하는 역함수는 $y = \log_5 \frac{x}{2} - 1 \ (x > 0)$

562 함수 $y=3^{x-1}+2$ 는 치역이 $\{y|y>2\}$ 인 일대일대응이다.
 $y=3^{x-1}+2$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면
 $x=3^{y-1}+2 \quad \therefore x-2=3^{y-1}$
 양변에 밑이 3인 로그를 취하면
 $\log_3(x-2)=\log_3 3^{y-1}, \log_3(x-2)=y-1$
 따라서 구하는 역함수는 $y=\log_3(x-2)+1 (x>2)$

563 $y=\log_5 x$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면
 $x=\log_5 y \quad \therefore y=5^x$

564 $y=1-\log_3 x$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면
 $x=1-\log_3 y, \log_3 y=1-x$
 $\therefore y=3^{1-x}$

565 $y=\log_4(x-2)+1$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면
 $x=\log_4(y-2)+1, \log_4(y-2)=x-1$
 $y-2=4^{x-1} \quad \therefore y=4^{x-1}+2$

566 $f(x)=4^x$ 에서 $f^{-1}(x)=\log_4 x (x>0)$ 이므로
 $f^{-1}(2)=\log_4 2=\log_{2^2} 2=\frac{1}{2}$

다른 풀이

$f^{-1}(2)=k$ 라 하면 $f(k)=2$ 이므로
 $4^k=2, 2^{2k}=2$
 $2k=1 \quad \therefore k=\frac{1}{2}$

567 $y=3^{-x+2}-1$, 즉 $y+1=3^{-x+2}$ 에서
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $x+1=3^{-y+2}$
 양변에 밑이 3인 로그를 취하면
 $\log_3(x+1)=-y+2 \quad \therefore y=2-\log_3(x+1) (x>-1)$
 따라서 $f^{-1}(x)=2-\log_3(x+1)$ 이므로
 $f^{-1}(2)=2-\log_3 3=1$

다른 풀이

$f^{-1}(2)=k$ 라 하면 $f(k)=2$ 이므로
 $3^{-k+2}-1=2, 3^{-k+2}=3$
 $-k+2=1 \quad \therefore k=1$

568 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+1$, 즉 $y-1=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ 에서
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $x-1=\left(\frac{1}{2}\right)^{y-2}$

양변에 밑이 $\frac{1}{2}$ 인 로그를 취하면
 $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=y-2 \quad \therefore y=\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+2 (x>1)$
 따라서 $f^{-1}(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+2$ 이므로
 $f^{-1}(2)=\log_{\frac{1}{2}} 1+2=2$

다른 풀이

$f^{-1}(2)=k$ 라 하면 $f(k)=2$ 이므로
 $\left(\frac{1}{2}\right)^{k-2}+1=2, \left(\frac{1}{2}\right)^{k-2}=1$
 $k-2=0 \quad \therefore k=2$

569 $f(x)=\log_3 x$ 에서 $f^{-1}(x)=3^x$ 이므로
 $f^{-1}(3)=3^3=27$

다른 풀이

$f^{-1}(3)=k$ 라 하면 $f(k)=3$ 이므로
 $\log_3 k=3 \quad \therefore k=3^3=27$

570 $y=\log_4(x+2)+1$, 즉 $y-1=\log_4(x+2)$ 에서
 x 와 y 를 서로 바꾸면
 $x-1=\log_4(y+2), y+2=4^{x-1}$
 $\therefore y=4^{x-1}-2$

따라서 $f^{-1}(x)=4^{x-1}-2$ 이므로
 $f^{-1}(3)=4^2-2=14$

다른 풀이

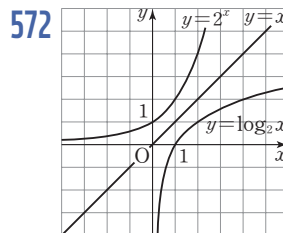
$f^{-1}(3)=k$ 라 하면 $f(k)=3$ 이므로
 $\log_4(k+2)+1=3, \log_4(k+2)=2$
 $k+2=16 \quad \therefore k=14$

571 $y=\log_{\frac{1}{3}}(1-x)$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면
 $x=\log_{\frac{1}{3}}(1-y), 1-y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

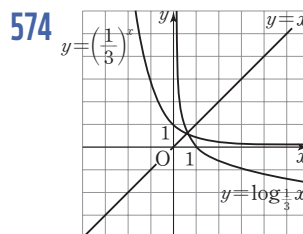
$\therefore y=1-\left(\frac{1}{3}\right)^x$
 따라서 $f^{-1}(x)=1-\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 이므로
 $f^{-1}(3)=1-\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{26}{27}$

다른 풀이

$f^{-1}(3)=k$ 라 하면 $f(k)=3$ 이므로
 $\log_{\frac{1}{3}}(1-k)=3, 1-k=\left(\frac{1}{3}\right)^3$
 $\therefore k=1-\frac{1}{27}=\frac{26}{27}$



573 함수 $y=2^x$ 의 그래프와 함수 $y=\log_2 x$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.



575 함수 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 그래프와 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

576 □: 역함수, 8, -3

577 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = \log_a x - 1$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y = f(x)$, $y = \log_a x - 1$ 은 서로 역함수 관계이다.

따라서 점 (1, 9)가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점이므로 점 (9, 1)은 함수 $y = \log_a x - 1$ 의 그래프 위의 점이다.

$$\begin{aligned} &\text{즉 } 1 = \log_a 9 - 1 \text{ 이므로} \\ &\log_a 9 = 2, a^2 = 9 \quad \therefore a = 3 \quad (\because a > 0) \end{aligned}$$

578 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+a) - 1$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y = f(x)$, $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+a) - 1$ 은 서로 역함수 관계이다.

따라서 점 (-2, 1)이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점이므로 점 (1, -2)는 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+a) - 1$ 의 그래프 위의 점이다.

$$\begin{aligned} &\text{즉 } -2 = \log_{\frac{1}{3}}(1+a) - 1 \text{ 이므로} \\ &\log_{\frac{1}{3}}(1+a) = -1, 1+a = 3 \\ &\therefore a = 2 \end{aligned}$$

579 □: 증가, 4, $\frac{1}{2}$, -1

580 밑 3이 $3 > 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

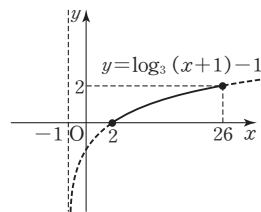
$2 \leq x \leq 26$ 에서 함수

$$y = \log_3(x+1) - 1 \text{ 은}$$

$x = 26$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$\log_3 27 - 1 = \log_3 3^3 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$x = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\log_3 3 - 1 = 1 - 1 = 0$



581 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

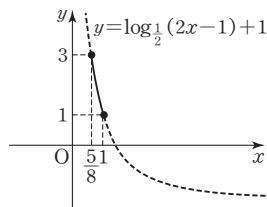
$\frac{5}{8} \leq x \leq 1$ 에서 함수

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) + 1 \text{ 은}$$

$x = \frac{5}{8}$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} + 1 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$x = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\log_{\frac{1}{2}} 1 + 1 = 1$



582 □: 4, 28, 28, 28, 4, 4, 2

583 $f(x) = (x-2)^2 + 3$ 이라 하면

$$1 \leq x \leq 5 \text{에서 } f(1) = 4, f(2) = 3, f(5) = 12$$

$$\therefore 3 \leq f(x) \leq 12$$

밑 3이 $3 > 1$ 이므로 함수 $y = \log_3 f(x)$ 는

$f(x) = 12$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $\log_3 12$

$f(x) = 3$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\log_3 3 = 1$

584 $f(x) = x^2 - 2x + 5$ 라 하면 $f(x) = (x-1)^2 + 4$

$$0 \leq x \leq 3 \text{에서 } f(0) = 5, f(1) = 4, f(3) = 8$$

$$\therefore 4 \leq f(x) \leq 8$$

밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} f(x)$ 는

$f(x) = 4$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$\log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -2$$

$f(x) = 8$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3$$

585 $f(x) = -x^2 + 4x + 23$ 이라 하면 $f(x) = -(x-2)^2 + 27$

$$1 \leq x \leq 7 \text{에서 } f(1) = 26, f(2) = 27, f(7) = 2$$

$$\therefore 2 \leq f(x) \leq 27$$

밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}} f(x)$ 는

$f(x) = 2$ 일 때 최대이고, 최댓값은

$$\log_{\frac{1}{3}} 2 = -\log_3 2$$

$f(x) = 27$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$\log_{\frac{1}{3}} 27 = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = -3$$

586 □: $\log_3 x$, 1, 4, -2, -5

587 $y = (\log_2 x)^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + 2$

$$= (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x + 2$$

$\log_2 x = t$ 라 하면 $1 \leq x \leq 16$ 에서 $0 \leq t \leq 4$

이때 주어진 함수는 $y = t^2 - 2t + 2 = (t-1)^2 + 1$ 이므로

$t = 4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 10

$t = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 1

588 $y = (\log_{\frac{1}{3}} x)(\log_3 x) + 2 \log_3 x + 4$

$$= -(\log_3 x)^2 + 2 \log_3 x + 4$$

$\log_3 x = t$ 라 하면 $1 \leq x \leq 81$ 에서 $0 \leq t \leq 4$

이때 주어진 함수는 $y = -t^2 + 2t + 4 = -(t-1)^2 + 5$ 이므로

$t = 1$ 일 때 최대이고, 최댓값은 5

$t = 4$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -4

589 $y = (\log_2 x)^2 + \log_2 2x$

$$= (\log_2 x)^2 + \log_2 x + 1$$

$\log_2 x = t$ 라 하면 $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ 에서 $-1 \leq t \leq 1$

이때 주어진 함수는 $y = t^2 + t + 1 = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로

$t=1$ 일 때 최대이고, 최댓값은 3

$t=-\frac{1}{2}$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\frac{3}{4}$

590 □: 2, 2, 2, 2, $\geq$

$$\begin{aligned} 591 \log_6 \left(x + \frac{5}{y} \right) + \log_6 \left(\frac{1}{x} + 5y \right) &= \log_6 \left(x + \frac{5}{y} \right) \left(\frac{1}{x} + 5y \right) \\ &= \log_6 \left(5xy + \frac{5}{xy} + 26 \right) \end{aligned}$$

이때 $x > 0, y > 0$ 에서 $5xy > 0, \frac{5}{xy} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$5xy + \frac{5}{xy} + 26 \geq 2\sqrt{5xy \times \frac{5}{xy}} + 26 = 36$$

(단, 등호는 $5xy = \frac{5}{xy}$, 즉 $xy = 1$ 일 때 성립)

$$\therefore \log_6 \left(5xy + \frac{5}{xy} + 26 \right) \geq \log_6 36 = 2$$

따라서 구하는 최솟값은 2이다.

$$\begin{aligned} 592 \log_{\frac{1}{2}} \left(3x + \frac{1}{y} \right) + \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{x} + y \right) &= \log_{\frac{1}{2}} \left(3x + \frac{1}{y} \right) \left(\frac{3}{x} + y \right) \\ &= \log_{\frac{1}{2}} \left(3xy + \frac{3}{xy} + 10 \right) \end{aligned}$$

이때 $x > 0, y > 0$ 에서 $3xy > 0, \frac{3}{xy} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$3xy + \frac{3}{xy} + 10 \geq 2\sqrt{3xy \times \frac{3}{xy}} + 10 = 16$$

(단, 등호는 $3xy = \frac{3}{xy}$, 즉 $xy = 1$ 일 때 성립)

$$\therefore \log_{\frac{1}{2}} \left(3xy + \frac{3}{xy} + 10 \right) \leq \log_{\frac{1}{2}} 16 = -4$$

따라서 구하는 최댓값은 -4 이다.

$$\begin{aligned} 593 \log_{\frac{1}{7}} \left(x + \frac{4}{y} \right) + \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{1}{x} + 9y \right) &= \log_{\frac{1}{7}} \left(x + \frac{4}{y} \right) \left(\frac{1}{x} + 9y \right) \\ &= \log_{\frac{1}{7}} \left(9xy + \frac{4}{xy} + 37 \right) \end{aligned}$$

이때 $x > 0, y > 0$ 에서 $9xy > 0, \frac{4}{xy} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$9xy + \frac{4}{xy} + 37 \geq 2\sqrt{9xy \times \frac{4}{xy}} + 37 = 49$$

(단, 등호는 $9xy = \frac{4}{xy}$, 즉 $xy = \frac{2}{3}$ 일 때 성립)

$$\therefore \log_{\frac{1}{7}} \left(9xy + \frac{4}{xy} + 37 \right) \leq \log_{\frac{1}{7}} 49 = -2$$

따라서 구하는 최댓값은 -2 이다.

594 □: 2, 9, 9

$$595 \log_{\frac{1}{2}} x = 4 \text{에서 } x = \left(\frac{1}{2} \right)^4 = \frac{1}{16}$$

이때 진수의 조건에서 $x > 0$

㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는

$$x = \frac{1}{16}$$

596 $\log_2 (x+4) = 5$ 에서

$$x+4=2^5=32 \quad \therefore x=28$$

..... ㉠

이때 진수의 조건에서

$$x+4>0 \quad \therefore x>-4$$

..... ㉡

㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는

$$x=28$$

597 $\log_4 (5x-3) = \frac{1}{2}$ 에서

$$5x-3=4^{\frac{1}{2}}=2, 5x=5 \quad \therefore x=1$$

..... ㉠

이때 진수의 조건에서

$$5x-3>0 \quad \therefore x>\frac{3}{5}$$

..... ㉡

㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는

$$x=1$$

598 $\log_{\frac{1}{2}} (3x-1) = -3$ 에서

$$3x-1=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=8, 3x=9 \quad \therefore x=3$$

..... ㉠

이때 진수의 조건에서

$$3x-1>0 \quad \therefore x>\frac{1}{3}$$

..... ㉡

㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는

$$x=3$$

599 □: 3, 2, 2

600 $\log_3 (2x-1) = \log_3 (x+2)$ 에서

$$2x-1=x+2 \quad \therefore x=3$$

..... ㉠

이때 진수의 조건에서

$$2x-1>0, x+2>0 \quad \therefore x>\frac{1}{2}$$

..... ㉡

㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는

$$x=3$$

601 $\log_5 (3x-2) = \log_5 (2x+1)$ 에서

$$3x-2=2x+1 \quad \therefore x=3$$

..... ㉠

이때 진수의 조건에서

$$3x-2>0, 2x+1>0 \quad \therefore x>\frac{2}{3}$$

..... ㉡

㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는

$$x=3$$

602 $\log_{\frac{1}{4}} (x+1) = \log_{\frac{1}{4}} (4-2x)$ 에서

$$x+1=4-2x, 3x=3 \quad \therefore x=1$$

..... ㉠

이때 진수의 조건에서

$$x+1>0, 4-2x>0 \quad \therefore -1<x<2$$

..... ㉡

㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는 $x=1$

603 $\log_{\frac{1}{3}}(3x+1)=\log_{\frac{1}{3}}(x+5)$ 에서
 $3x+1=x+5, 2x=4 \quad \therefore x=2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $3x+1>0, x+5>0 \quad \therefore x>-\frac{1}{3}$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는 $x=2$

604 □: $2(x-3), 2x-6, 8, 8$

605 $\log_5(2x+1)=1+\log_5(x-4)$ 에서
 $\log_5(2x+1)=\log_5 5(x-4)$
 $2x+1=5x-20, 3x=21 \quad \therefore x=7$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $2x+1>0, x-4>0 \quad \therefore x>4$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는 $x=7$

606 $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1=\log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ 에서
 $\log_{\frac{1}{2}} 2(x-1)=\log_{\frac{1}{2}}(4-x)$
 $2x-2=4-x, 3x=6 \quad \therefore x=2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x-1>0, 4-x>0 \quad \therefore 1<x<4$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는 $x=2$

607 $\log_{\frac{1}{3}}(2x-5)=\log_{\frac{1}{3}}(3x+6)+1$ 에서
 $\log_{\frac{1}{3}}(2x-5)=\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}(3x+6)$
 $2x-5=x+2 \quad \therefore x=7$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $2x-5>0, 3x+6>0 \quad \therefore x>\frac{5}{2}$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는 $x=7$

608 □: $3, 3, 3$

609 $-\log_3(x-2)=\log_{\frac{1}{3}}(8-x)$ 에서
 $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)=\log_{\frac{1}{3}}(8-x)$
 $x-2=8-x, 2x=10 \quad \therefore x=5$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x-2>0, 8-x>0 \quad \therefore 2<x<8$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는 $x=5$

610 $\log_3(x+1)=\log_{\sqrt{3}}(x-1)$ 에서
 $\log_3(x+1)=\log_3(x-1)^2$
 $x+1=(x-1)^2, x^2-3x=0$
 $x(x-3)=0 \quad \therefore x=0$ 또는 $x=3$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+1>0, x-1>0 \quad \therefore x>1$ ㉡
 ㉠에서 ㉡을 만족시키는 것은 $x=3$ 이므로 주어진 방정식의 해는 $x=3$

611 $\log_{\sqrt{2}}x-\log_2\left(x-\frac{3}{2}\right)=3$ 에서 $\log_2 x^2=\log_2\left(x-\frac{3}{2}\right)+3$
 $\log_2 x^2=\log_2 8\left(x-\frac{3}{2}\right)$
 $x^2=8x-12, x^2-8x+12=0$
 $(x-2)(x-6)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=6$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x>0, x-\frac{3}{2}>0 \quad \therefore x>\frac{3}{2}$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는 $x=2$ 또는 $x=6$

612 □: $\log_3 x, \frac{1}{3}, 27$

613 $(\log_2 x)^2-5\log_2 x+6=0$ 에서
 $\log_2 x=t$ 라 하면
 $t^2-5t+6=0, (t-2)(t-3)=0$
 $\therefore t=2$ 또는 $t=3$
 따라서 $\log_2 x=2$ 또는 $\log_2 x=3$ 이므로
 $x=2^2=4$ 또는 $x=2^3=8$

614 $(\log_{\frac{1}{2}}x)^2+3\log_{\frac{1}{2}}x+2=0$ 에서
 $\log_{\frac{1}{2}}x=t$ 라 하면
 $t^2+3t+2=0, (t+1)(t+2)=0$
 $\therefore t=-1$ 또는 $t=-2$
 따라서 $\log_{\frac{1}{2}}x=-1$ 또는 $\log_{\frac{1}{2}}x=-2$ 이므로
 $x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2$ 또는 $x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$

615 $(\log_{\sqrt{3}}x)^2-3\log_{\sqrt{3}}x^2+8=0$ 에서
 $(\log_{\sqrt{3}}x)^2-6\log_{\sqrt{3}}x+8=0$
 $\log_{\sqrt{3}}x=t$ 라 하면
 $t^2-6t+8=0, (t-2)(t-4)=0$
 $\therefore t=2$ 또는 $t=4$
 따라서 $\log_{\sqrt{3}}x=2$ 또는 $\log_{\sqrt{3}}x=4$ 이므로
 $x=(\sqrt{3})^2=3$ 또는 $x=(\sqrt{3})^4=9$

616 □: $k, k, k, 10, k, 1$

617 $(\log_3 x)^2 - k \log_3 x^2 + 1 = 0$ 에서
 $(\log_3 x)^2 - 2k \log_3 x + 1 = 0$
 $\log_3 x = t$ 라 하면 $t^2 - 2kt + 1 = 0$ ㉠
주어진 방정식의 두 근을 α, β 라 하면 이차방정식 ㉠의 두 근은
 $\log_3 \alpha, \log_3 \beta$ 이다.
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\log_3 \alpha + \log_3 \beta = 2k$
 $\log_3 \alpha \beta = 2k \quad \therefore \alpha \beta = 3^{2k}$
이때 $\alpha \beta = 81$ 이므로 $3^{2k} = 81 = 3^4$
 $2k = 4 \quad \therefore k = 2$

618 $(\log_{\frac{1}{2}} 2x)^2 + k \log_{\frac{1}{2}} x = 0$ 에서 $(\log_{\frac{1}{2}} x - 1)^2 + k \log_{\frac{1}{2}} x = 0$
 $\therefore (\log_{\frac{1}{2}} x)^2 - (2-k) \log_{\frac{1}{2}} x + 1 = 0$
 $\log_{\frac{1}{2}} x = t$ 라 하면 $t^2 - (2-k)t + 1 = 0$ ㉠
주어진 방정식의 두 근을 α, β 라 하면 이차방정식 ㉠의 두 근은
 $\log_{\frac{1}{2}} \alpha, \log_{\frac{1}{2}} \beta$ 이다.
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\log_{\frac{1}{2}} \alpha + \log_{\frac{1}{2}} \beta = 2 - k$
 $\log_{\frac{1}{2}} \alpha \beta = 2 - k \quad \therefore \alpha \beta = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-k}$
이때 $\alpha \beta = \frac{1}{8}$ 이므로 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-k} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$
 $2 - k = 3 \quad \therefore k = -1$

619 $\left(\log_2 \frac{x}{2}\right)^2 - \log_2 x - 2 = 0$ 에서 $(\log_2 x - 1)^2 - \log_2 x - 2 = 0$
 $\therefore (\log_2 x)^2 - 3 \log_2 x - 1 = 0$ ㉠
 $\log_2 x = t$ 라 하면 $t^2 - 3t - 1 = 0$
주어진 방정식의 두 근이 α, β 이므로 이차방정식 ㉠의 두 근은
 $\log_2 \alpha, \log_2 \beta$ 이다.
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\log_2 \alpha + \log_2 \beta = 3, \log_2 \alpha \beta = -1$
 $\therefore \alpha \beta = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

620 □: 2, 0, 1, 1

621 $\log_3(2x-1) < 2$ 에서 $\log_3(2x-1) < \log_3 9$
밑 3이 $3 > 1$ 이므로 $2x-1 < 9, 2x < 10 \quad \therefore x < 5$ ㉠
이때 진수의 조건에서 $2x-1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{2}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2} < x < 5$

622 $\log_{\frac{1}{4}}\left(x - \frac{1}{2}\right) \geq 2$ 에서 $\log_{\frac{1}{4}}\left(x - \frac{1}{2}\right) \geq \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16}$
밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로 $x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{16} \quad \therefore x \leq \frac{9}{16}$ ㉠
이때 진수의 조건에서 $x - \frac{1}{2} > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{2}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2} < x \leq \frac{9}{16}$

623 $\log_{\frac{1}{3}}(4x+1) > -2$ 에서 $\log_{\frac{1}{3}}(4x+1) > \log_{\frac{1}{3}} 9$
밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로
 $4x+1 < 9, 4x < 8 \quad \therefore x < 2$ ㉠
이때 진수의 조건에서
 $4x+1 > 0 \quad \therefore x > -\frac{1}{4}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $-\frac{1}{4} < x < 2$

624 $\log_2(x^2 - x - 2) < 2$ 에서 $\log_2(x^2 - x - 2) < \log_2 4$
밑 2가 $2 > 1$ 이므로
 $x^2 - x - 2 < 4, x^2 - x - 6 < 0$
 $(x+2)(x-3) < 0 \quad \therefore -2 < x < 3$ ㉠
이때 진수의 조건에서
 $x^2 - x - 2 > 0, (x+1)(x-2) > 0$
 $\therefore x < -1$ 또는 $x > 2$ ㉡
㉠, ㉡에서 $-2 < x < -1$ 또는 $2 < x < 3$

625 □: 1, 5, 6, 6

626 $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} 4$ 에서 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로
 $x-1 < 4 \quad \therefore x < 5$ ㉠
이때 진수의 조건에서
 $x-1 > 0 \quad \therefore x > 1$ ㉡
㉠, ㉡에서 $1 < x < 5$

627 $\log(2x-4) < \log(5-x)$ 에서 밑 10이 $10 > 1$ 이므로
 $2x-4 < 5-x, 3x < 9 \quad \therefore x < 3$ ㉠
이때 진수의 조건에서
 $2x-4 > 0, 5-x > 0 \quad \therefore 2 < x < 5$ ㉡
㉠, ㉡에서 $2 < x < 3$

628 $\log_{\frac{1}{3}}(3x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x+3)$ 에서 밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로
 $3x-1 \leq x+3, 2x \leq 4 \quad \therefore x \leq 2$ ㉠
이때 진수의 조건에서
 $3x-1 > 0, x+3 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{3}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{1}{3} < x \leq 2$

629 $\log_{0.2}(x-1) < \log_{0.2}(5-2x)$ 에서 밑 0.2가 $0 < 0.2 < 1$ 이므로
 $x-1 > 5-2x, 3x > 6 \quad \therefore x > 2$ ㉠
이때 진수의 조건에서
 $x-1 > 0, 5-2x > 0 \quad \therefore 1 < x < \frac{5}{2}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $2 < x < \frac{5}{2}$

630 □: 4, 20, 21, 7, 7

631 $\log_3(x-1)+1 < \log_3 x$ 에서
 $\log_3 3(x-1) < \log_3 x$
 밑 3이 $3 > 1$ 이므로
 $3x-3 < x, 2x < 3 \quad \therefore x < \frac{3}{2}$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x-1 > 0, x > 0 \quad \therefore x > 1$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $1 < x < \frac{3}{2}$

632 $\log_{\frac{1}{2}} 2x < \log_{\frac{1}{2}} (5x-1)+1$ 에서
 $\log_{\frac{1}{2}} 2x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}(5x-1)$
 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로
 $2x > \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}, \frac{x}{2} < \frac{1}{2} \quad \therefore x < 1$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $2x > 0, 5x-1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{5}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\frac{1}{5} < x < 1$

633 $\log_{\frac{1}{4}} (2x-4)+1 \geq \log_{\frac{1}{4}} (5-x)$ 에서
 $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}(2x-4) \geq \log_{\frac{1}{4}} (5-x)$
 밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로
 $\frac{1}{2}x-1 \leq 5-x, \frac{3}{2}x \leq 6 \quad \therefore x \leq 4$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $2x-4 > 0, 5-x > 0 \quad \therefore 2 < x < 5$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $2 < x \leq 4$

634 $\square: 2, 2, -2, -2$

635 $\log_2(x-1) < \log_4(3-x)$ 에서
 $\log_4(x-1)^2 < \log_4(3-x)$
 밑 4가 $4 > 1$ 이므로
 $(x-1)^2 < 3-x, x^2-x-2 < 0$
 $(x+1)(x-2) < 0 \quad \therefore -1 < x < 2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x-1 > 0, 3-x > 0 \quad \therefore 1 < x < 3$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $1 < x < 2$

636 $\log_3(2x+1) \geq \log_9(4x+5)$ 에서
 $\log_9(2x+1)^2 \geq \log_9(4x+5)$
 밑 9가 $9 > 1$ 이므로
 $(2x+1)^2 \geq 4x+5, 4x^2-4 \geq 0$
 $(x+1)(x-1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ ㉠
 이때 진수의 조건에서

$2x+1 > 0, 4x+5 > 0 \quad \therefore x > -\frac{1}{2}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $x \geq 1$

637 $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq \log_{\frac{1}{4}}(x+14)$ 에서
 $\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 \geq \log_{\frac{1}{4}}(x+14)$
 밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로
 $(x+2)^2 \leq x+14, x^2+3x-10 \leq 0$
 $(x+5)(x-2) \leq 0 \quad \therefore -5 \leq x \leq 2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+2 > 0, x+14 > 0 \quad \therefore x > -2$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $-2 < x \leq 2$

638 $-\log_{\frac{1}{10}}(x+1) > \log_{10}(3x-1)$ 에서
 $\log_{10}(x+1) > \log_{10}(3x-1)$
 밑 10이 $10 > 1$ 이므로
 $x+1 > 3x-1, 2x < 2 \quad \therefore x < 1$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+1 > 0, 3x-1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{3}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\frac{1}{3} < x < 1$

639 $\square: \log_2 x, \frac{1}{4}, 2, 0, \frac{1}{4}, 2$

640 $(\log x)^2 - \log x^2 \geq 0$ 에서 $(\log x)^2 - 2 \log x \geq 0$
 $\log x = t$ 라 하면
 $t^2 - 2t \geq 0, t(t-2) \geq 0$
 $\therefore t \leq 0$ 또는 $t \geq 2$
 즉 $\log x \leq 0$ 또는 $\log x \geq 2$ 이므로
 $\log x \leq \log 1$ 또는 $\log x \geq \log 10^2$
 밑 10이 $10 > 1$ 이므로 $x \leq 1$ 또는 $x \geq 100$ ㉠
 이때 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $0 < x \leq 1$ 또는 $x \geq 100$

641 $(\log_{\frac{1}{3}} 9x) \left(\log_3 \frac{x}{27} \right) > 0$ 에서
 $-(\log_3 9 + \log_3 x)(\log_3 x - \log_3 27) > 0$
 $\therefore (\log_3 x + 2)(\log_3 x - 3) < 0$
 $\log_3 x = t$ 라 하면
 $(t+2)(t-3) < 0 \quad \therefore -2 < t < 3$
 즉 $-2 < \log_3 x < 3$ 이므로
 $\log_3 3^{-2} < \log_3 x < \log_3 3^3$
 밑 3이 $3 > 1$ 이므로 $\frac{1}{9} < x < 27$ ㉠
 이때 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\frac{1}{9} < x < 27$

642 $(\log_4 x^2)(\log_2 8x) \leq 4$ 에서
 $(\log_2 x)(\log_2 8 + \log_2 x) \leq 4, (\log_2 x)(3 + \log_2 x) \leq 4$
 $\therefore (\log_2 x)^2 + 3\log_2 x - 4 \leq 0$
 $\log_2 x = t$ 라 하면
 $t^2 + 3t - 4 \leq 0, (t+4)(t-1) \leq 0$
 $\therefore -4 \leq t \leq 1$
 $\therefore -4 \leq \log_2 x \leq 1$ 이므로
 $\log_2 2^{-4} \leq \log_2 x \leq \log_2 2$
 $\therefore \frac{1}{16} \leq x \leq 2$ ㉠
 $\therefore$ 이때 진수의 조건에서 $x > 0$ ㉡
 $\therefore$ ㉠, ㉡에서 $\frac{1}{16} \leq x \leq 2$

643 □: 3, 3, 8, 1, 1, 8

644 $\log_{\frac{1}{2}}(\log_4 x) \geq -1$ 에서 $\log_{\frac{1}{2}}(\log_4 x) \geq \log_{\frac{1}{2}} 2$
 $\therefore \frac{1}{2} < 0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로 $\log_4 x \leq 2$
 $\therefore \log_4 x \leq \log_4 16$ 에서 $\therefore$ 4가 $4 > 1$ 이므로
 $x \leq 16$ ㉠
 $\therefore$ 이때 진수의 조건에서
 $\log_4 x > 0, x > 0$ 이므로 $x > 1$ ㉡
 $\therefore$ ㉠, ㉡에서 $1 < x \leq 16$

645 $\log_3(\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$ 에서 $\log_3(\log_{\frac{1}{2}} x) < \log_3 3$
 $\therefore$ 3이 $3 > 1$ 이므로 $\log_{\frac{1}{2}} x < 3$
 $\therefore \log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$ 에서 $\therefore \frac{1}{2} < 0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로
 $x > \frac{1}{8}$ ㉠
 $\therefore$ 이때 진수의 조건에서
 $\log_{\frac{1}{2}} x > 0, x > 0$ 이므로 $0 < x < 1$ ㉡
 $\therefore$ ㉠, ㉡에서 $\frac{1}{8} < x < 1$

646 $\log_{\frac{1}{4}}(\log_{\frac{1}{2}} x) \leq -\frac{1}{2}$ 에서 $\log_{\frac{1}{4}}(\log_{\frac{1}{2}} x) \leq \log_{\frac{1}{4}} 2$
 $\therefore \frac{1}{4} < 0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로 $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 2$
 $\therefore \log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$ 에서 $\therefore \frac{1}{2} < 0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로
 $x \leq \frac{1}{4}$ ㉠
 $\therefore$ 이때 진수의 조건에서
 $\log_{\frac{1}{2}} x > 0, x > 0$ 이므로 $0 < x < 1$ ㉡
 $\therefore$ ㉠, ㉡에서 $0 < x \leq \frac{1}{4}$

연산문제로 실전 능력 다지기

65쪽 ~ 67쪽

647 $y = \log_a x$ 의 그래프가 두 점 A(3, 1), B(9, b)를 지나므로
 $1 = \log_a 3$ 에서 $a = 3$
 $b = \log_a 9 = \log_3 9 = 2$

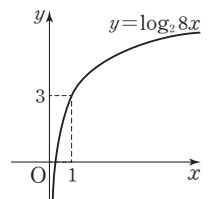
648 $y = \log_a x$ 의 그래프가 두 점 A(16, 2), B(b, -1)을 지나므로
 $2 = \log_a 16$ 에서 $a^2 = 16 \therefore a = 4 (\because a > 0)$
 $-1 = \log_a b = \log_4 b$ 에서 $b = 4^{-1} = \frac{1}{4}$

649 $y = \log_a x$ 의 그래프가 두 점 A($\sqrt{2}, \frac{1}{2}$), B(8, b)를 지나므로
 $\frac{1}{2} = \log_a \sqrt{2}$ 에서 $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \therefore a = 2$
 $b = \log_a 8 = \log_2 8 = 3$

650 $y = \log_a x$ 의 그래프가 두 점 A(100, -2), B(b, 3)을 지나므로
 $-2 = \log_a 100$ 에서 $a^{-2} = 100 \therefore a = \frac{1}{10} (\because a > 0)$
 $3 = \log_a b = \log_{\frac{1}{10}} b$ 에서 $b = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1000}$

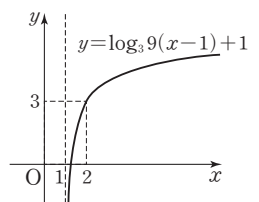
651 $y = \log_2 8x = \log_2 x + 3$

즉 함수 $y = \log_2 8x$ 의 그래프는 함수
 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로
3만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그
림과 같다.
 $\therefore$ 정의역: $\{x | x > 0\}$,
점근선의 방정식: $x = 0$



652 $y = \log_3 9(x-1) + 1 = \log_3(x-1) + 3$

즉 $y = \log_3 9(x-1) + 1$ 의 그래프
는 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축
의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으
로 3만큼 평행이동한 것이므로 오
른쪽 그림과 같다.
 $\therefore$ 정의역: $\{x | x > 1\}$,
점근선의 방정식: $x = 1$

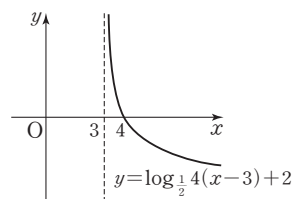


653 $y = \log_{\frac{1}{2}} 4(x-3) + 2 = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)$

즉 $y = \log_{\frac{1}{2}} 4(x-3) + 2$ 의 그
래프는 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그
래프를 x 축의 방향으로 3만큼
평행이동한 것이므로 오른쪽
그림과 같다.

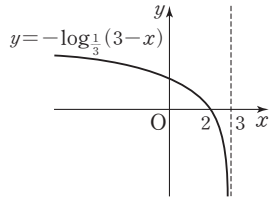
$\therefore$ 정의역: $\{x | x > 3\}$,

점근선의 방정식: $x = 3$



654 $y = -\log_3(3-x) = \log_3\{-(x-3)\}$

즉 $y = -\log_3(3-x)$ 의 그래프는
함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 y 축에
대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향
으로 3만큼 평행이동한 것이므로
오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ 정의역: $\{x|x < 3\}$,

점근선의 방정식: $x=3$

655 밑 2가 $2 > 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

이때 $7 > \sqrt{7}$ 이므로

$$\log_2 7 > \log_2 \sqrt{7}$$

656 $-\log_3 5 = \log_3 \frac{1}{5}$

밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

이때 $7 > 5$ 이므로

$$\log_{\frac{1}{3}} 7 < \log_{\frac{1}{3}} 5 \quad \therefore \log_{\frac{1}{3}} 7 < -\log_3 5$$

657 $2\log_5 3 = \log_5 9$

밑 5가 $5 > 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

이때 $6 < \sqrt{40} < 9$ 이므로

$$\log_5 6 < \log_5 \sqrt{40} < \log_5 9$$

$$\therefore \log_5 6 < \log_5 \sqrt{40} < 2\log_5 3$$

658 $4\log_{\frac{1}{4}} 2 = \log_{\frac{1}{4}} 16$

밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

이때 $\sqrt{8} < 8 < 16$ 이므로

$$\log_{\frac{1}{4}} 16 < \log_{\frac{1}{4}} 8 < \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{8}$$

$$\therefore 4\log_{\frac{1}{4}} 2 < \log_{\frac{1}{4}} 8 < \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{8}$$

659 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=\log_a x + 1$ 의 그래프가 직선
 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y=f(x)$, $y=\log_a x + 1$ 은
서로 역함수 관계이다.

따라서 점 $(0, \frac{1}{5})$ 이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점이므로 점

$(\frac{1}{5}, 0)$ 은 함수 $y=\log_a x + 1$ 의 그래프 위의 점이다.

즉 $0 = \log_a \frac{1}{5} + 1$ 이므로

$$\log_a \frac{1}{5} = -1, a^{-1} = \frac{1}{5} \quad \therefore a = 5$$

660 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=\log_2(x-1)+a$ 의 그래프
가 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y=f(x)$,
 $y=\log_2(x-1)+a$ 는 서로 역함수 관계이다.

따라서 점 $(4, 5)$ 가 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점이므로 점

$(5, 4)$ 는 함수 $y=\log_2(x-1)+a$ 의 그래프 위의 점이다.

즉 $4 = \log_2(5-1) + a$ 이므로

$$a = 4 - \log_2 4 = 4 - 2 = 2$$

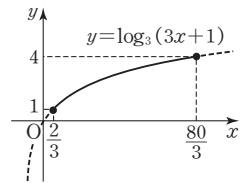
661 밑 3이 $3 > 1$ 이므로 x 의 값이 증가
하면 y 의 값도 증가한다.

$$\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{80}{3} \text{에서 함수}$$

$$y = \log_3(3x+1) \text{은}$$

$$x = \frac{80}{3} \text{일 때 최대이고, 최댓값은 } \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$x = \frac{2}{3} \text{일 때 최소이고, 최솟값은 } \log_3 3 = 1$$



662 밑 $\frac{1}{4}$ 이 $0 < \frac{1}{4} < 1$ 이므로 x 의 값이
증가하면 y 의 값은 감소한다.

$$-\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{3}{2} \text{에서 함수}$$

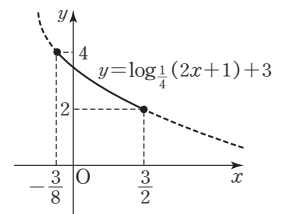
$$y = \log_{\frac{1}{4}}(2x+1) + 3 \text{은}$$

$$x = -\frac{3}{8} \text{일 때 최대이고, 최댓값은}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} + 3 = 4$$

$$x = \frac{3}{2} \text{일 때 최소이고, 최솟값은}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} 4 + 3 = 2$$



663 $f(x) = x^2 + 2x - 4$ 라 하면 $f(x) = (x+1)^2 - 5$

$$2 \leq x \leq 5 \text{에서 } f(2) = 4, f(5) = 31$$

$$\therefore 4 \leq f(x) \leq 31$$

밑 2가 $2 > 1$ 이므로 함수 $y = \log_2 f(x)$ 는

$f(x) = 31$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $\log_2 31$

$f(x) = 4$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\log_2 4 = 2$

664 $f(x) = 2x^2 + 8x - 2$ 라 하면 $f(x) = 2(x+2)^2 - 10$

$$1 \leq x \leq 3 \text{에서 } f(1) = 8, f(3) = 40$$

$$\therefore 8 \leq f(x) \leq 40$$

밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} f(x)$ 는

$f(x) = 8$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$

$f(x) = 40$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\log_{\frac{1}{2}} 40$

665 $y = (\log x)^2 + \log x^4 - 1 = (\log x)^2 + 4\log x - 1$

$$\log x = t \text{라 하면 } 0.01 \leq x \leq 1000 \text{에서 } -2 \leq t \leq 3$$

이때 주어진 함수는 $y = t^2 + 4t - 1 = (t+2)^2 - 5$ 이므로

$t = 3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 20

$t = -2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -5

666 $y = \left(\log_2 \frac{x}{8}\right)(\log_2 2x)$

$$= (\log_2 x - \log_2 8)(\log_2 2 + \log_2 x)$$

$$= (\log_2 x - 3)(1 + \log_2 x)$$

$$= (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x - 3$$

$\log_2 x = t$ 라 하면 $1 \leq x \leq 16$ 에서 $0 \leq t \leq 4$

이때 주어진 함수는 $y = t^2 - 2t - 3 = (t-1)^2 - 4$ 이므로

$t=4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 5
 $t=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -4

667 $\log_2(3x+2)=3$ 에서
 $3x+2=2^3=8, 3x=6 \quad \therefore x=2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $3x+2>0 \quad \therefore x>-\frac{2}{3}$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는
 $x=2$

668 $\log_2\{\log_3(\log_2 x)\}=1$ 에서
 $\log_3(\log_2 x)=2, \log_2 x=3^2=9$
 $\therefore x=2^9=512$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $\log_3(\log_2 x)>0, \log_2 x>0, x>0$
 $\therefore x>2$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는
 $x=512$

669 $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)=\log_{\frac{1}{3}}(4x-2)$ 에서
 $x+1=4x-2, 3x=3 \quad \therefore x=1$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+1>0, 4x-2>0 \quad \therefore x>\frac{1}{2}$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는
 $x=1$

670 $\log_2(x+1)+\log_2(x-2)=2$ 에서
 $\log_2(x+1)(x-2)=\log_2 4$
 $(x+1)(x-2)=4, x^2-x-6=0$
 $(x+2)(x-3)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+1>0, x-2>0 \quad \therefore x>2$ ㉡
 ㉠에서 ㉡을 만족시키는 것은 $x=3$ 이므로 주어진 방정식의 해는
 $x=3$

671 $\log_{\sqrt{2}}(x+1)-\log_2(x+1)=1$ 에서
 $\log_{\sqrt{2}}(x+1)=\log_2(x+1)+1$
 $\log_2(x+1)^2=\log_2 2(x+1)$
 $(x+1)^2=2(x+1), x^2-1=0$
 $(x+1)(x-1)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=1$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+1>0 \quad \therefore x>-1$ ㉡
 ㉠에서 ㉡을 만족시키는 것은 $x=1$ 이므로 주어진 방정식의 해는
 $x=1$

672 $2\left(\log_2 \frac{x}{2}\right)^2=3(1-\log_2 x)$ 에서
 $2(\log_2 x-1)^2=3-3\log_2 x$

$2(\log_2 x)^2-\log_2 x-1=0$
 $\log_2 x=t$ 라 하면
 $2t^2-t-1=0, (2t+1)(t-1)=0$
 $\therefore t=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } t=1$
 따라서 $\log_2 x=-\frac{1}{2}$ 또는 $\log_2 x=1$ 이므로
 $x=2^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $x=2$

673 $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>-2$ 에서
 $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>\log_{\frac{1}{2}} 4$
 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0<\frac{1}{2}<1$ 이므로
 $x+2<4 \quad \therefore x<2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+2>0 \quad \therefore x>-2$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $-2< x < 2$

674 $\log_5(x+3)>\log_5(2x-5)$ 에서
 밑 5가 $5>1$ 이므로
 $x+3>2x-5 \quad \therefore x<8$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x+3>0, 2x-5>0 \quad \therefore x>\frac{5}{2}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\frac{5}{2}< x < 8$

675 $\log_2 x+\log_2(x+2)\leq 3$ 에서
 $\log_2 x(x+2)\leq \log_2 8$
 밑 2가 $2>1$ 이므로
 $x(x+2)\leq 8, x^2+2x-8\leq 0$
 $(x+4)(x-2)\leq 0 \quad \therefore -4\leq x\leq 2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x>0, x+2>0 \quad \therefore x>0$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $0< x \leq 2$

676 $\log_4(x-1)<\log_2(x-1)$ 에서
 $\log_4(x-1)<\log_4(x-1)^2$
 밑 4가 $4>1$ 이므로
 $x-1<(x-1)^2, x^2-3x+2>0$
 $(x-1)(x-2)>0 \quad \therefore x<1 \text{ 또는 } x>2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x-1>0 \quad \therefore x>1$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $x>2$

677 $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2>6-\log_{\frac{1}{2}} x$ 에서
 $(\log_{\frac{1}{2}} x)^2+\log_{\frac{1}{2}} x-6>0$
 $\log_{\frac{1}{2}} x=t$ 라 하면
 $t^2+t-6>0, (t+3)(t-2)>0$

$$\therefore t < -3 \text{ 또는 } t > 2$$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{2}} x < -3 \text{ 또는 } \log_{\frac{1}{2}} x > 2 \text{ 이므로}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \text{ 또는 } \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{및 } \frac{1}{2} \text{ 이 } 0 < \frac{1}{2} < 1 \text{ 이므로 } x > 8 \text{ 또는 } x < \frac{1}{4}$$

..... ㉠

$$\text{이때 진수의 조건에서 } x > 0$$

..... ㉡

$$\text{㉠, ㉡에서 } 0 < x < \frac{1}{4} \text{ 또는 } x > 8$$

678 $\log_2(\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$ 에서 $\log_2(\log_{\frac{1}{2}} x) < \log_2 2$

$$\text{및 } 2 > 1 \text{ 이므로}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x < 2$$

$$\text{즉 } \log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} \text{에서 및 } \frac{1}{2} \text{ 이 } 0 < \frac{1}{2} < 1 \text{ 이므로}$$

$$x > \frac{1}{4}$$

..... ㉠

$$\text{이때 진수의 조건에서}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 0, x > 0 \text{ 이므로 } 0 < x < 1$$

..... ㉡

$$\text{㉠, ㉡에서 } \frac{1}{4} < x < 1$$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

68쪽 ~ 74쪽

679 $\sqrt[4]{a^4 b} \times \sqrt[6]{a^4 b} \div \sqrt[3]{a^5 b^2} = \sqrt[6]{a^{12} b^3} \times \sqrt[6]{a^4 b} \div \sqrt[6]{a^{10} b^4}$

$$= \sqrt[6]{\frac{a^{12} b^3 \times a^4 b}{a^{10} b^4}} = \sqrt[6]{a^6}$$

$$= a$$

680 $\frac{(a^4)^{-3} \times (a^{-2})^{-8}}{(a^{-7})^3} = \frac{a^{-12} \times a^{16}}{a^{-21}}$

$$= a^{-12+16-(-21)}$$

$$= a^{25}$$

681 $\sqrt[4]{a^2} \sqrt[3]{a} \sqrt{a} = \sqrt[4]{a^2} \times \sqrt[12]{a} \times \sqrt[24]{a} = a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{12}} \times a^{\frac{1}{24}}$

$$= a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = a^{\frac{5}{8}}$$

$$\text{따라서 } p=8, q=5 \text{ 이므로}$$

$$p+q=8+5=13$$

682 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 5$ 의 양변을 제곱하면

$$a^{\frac{3}{2}} + 3(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}) + a^{-\frac{3}{2}} = 125$$

$$a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} = 125 - 3 \times 5 = 110$$

$$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 5$$
의 양변을 제곱하면

$$a + 2 + a^{-1} = 25 \quad \therefore a + a^{-1} = 23$$

$$\therefore \frac{a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} - 10}{a + a^{-1} - 3} = \frac{100}{20} = 5$$

683 주어진 식의 분모, 분자에 a^{3x} 을 곱하면

$$\frac{a^{3x} + a^{-3x} + a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} = \frac{a^{3x}(a^{3x} + a^{-3x} + a^x - a^{-x})}{a^{3x}(a^x + a^{-x})}$$

$$= \frac{a^{6x} + 1 + a^{4x} - a^{2x}}{a^{4x} + a^{2x}}$$

$$= \frac{(a^{2x})^3 + 1 + (a^{2x})^2 - a^{2x}}{(a^{2x})^2 + a^{2x}}$$

$$= \frac{125 + 1 + 25 - 5}{25 + 5} = \frac{73}{15}$$

$$\text{따라서 } m=73, n=15 \text{ 이므로}$$

$$m-n=73-15=58$$

684 (1) $\frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}} = \frac{2^x(2^x - 2^{-x})}{2^x(2^x + 2^{-x})} = \frac{2^{2x} - 1}{2^{2x} + 1} = \frac{1}{3}$

$$3 \times 2^{2x} - 3 = 2^{2x} + 1, 2 \times 2^{2x} = 4 \quad \therefore 2^{2x} = 2$$

$$\therefore 4^x + 4^{-x} = 2^{2x} + (2^{2x})^{-1} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

(2) $2^{2x} = (2^x)^2 = 2$ 에서 $2^x = \sqrt{2} (\because 2^x > 0)$

$$\therefore 2^x + 2^{-x} = 2^x + (2^x)^{-1} = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(3) $8^x - 8^{-x} = (2^x)^3 - (2^x)^{-3} = 2\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$

685 $9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 36$ 에서 $3 = 36^{\frac{1}{2x}}$

..... ㉠

$$8^y = (2^3)^y = 2^{3y} = 36$$
에서 $2 = 36^{\frac{1}{3y}}$

..... ㉡

$$\text{㉠} \times \text{㉡을 하면}$$

$$6 = 36^{\frac{1}{2x}} \times 36^{\frac{1}{3y}} = 36^{\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y}}$$

$$\therefore \frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{2}$$

686 $2^x = \sqrt{10}$ 에서 $2 = (\sqrt{10})^{\frac{1}{x}}$

..... ㉠

$$\left(\frac{1}{5}\right)^y = \sqrt{10}$$
에서 $\frac{1}{5} = (\sqrt{10})^{\frac{1}{y}}$

..... ㉡

$$\text{㉠} \div \text{㉡을 하면}$$

$$10 = (\sqrt{10})^{\frac{1}{x}} \div (\sqrt{10})^{\frac{1}{y}}$$

$$(\sqrt{10})^2 = (\sqrt{10})^{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$$

$$\therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$$

687 $A = \sqrt[3]{\sqrt{6}} = \sqrt[6]{6}, B = \sqrt[3]{2}, C = \sqrt[3]{\sqrt{10}} = \sqrt[12]{10}$ 에서

$$6, 3, 12 \text{의 최소공배수가 } 12 \text{ 이므로}$$

$$A = \sqrt[12]{6^2} = \sqrt[12]{36}, B = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{16}, C = \sqrt[12]{10}$$

$$\text{따라서 } 10 < 16 < 36 \text{ 이므로 } \sqrt[12]{10} < \sqrt[12]{16} < \sqrt[12]{36}$$

$$\therefore C < B < A$$

688 밑의 조건에서 $x-1 > 0, x-1 \neq 1$

$$\text{즉 } x > 1, x \neq 2 \text{ 이므로 } 1 < x < 2 \text{ 또는 } x > 2$$

..... ㉠

$$\text{또 진수의 조건에서 } -x^2 + 2x + 24 > 0$$

$$x^2 - 2x - 24 < 0, (x+4)(x-6) < 0$$

$$\therefore -4 < x < 6$$

..... ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$1 < x < 2 \text{ 또는 } 2 < x < 6$$

따라서 정수 x 의 값은 3, 4, 5이므로 그 개수는 3이다.

$$\begin{aligned} 689 \log_{xy} a &= \frac{1}{\log_a xy} = \frac{1}{\log_a x + \log_a y} \\ &= \frac{1}{3+5} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 690 \log_{12} \sqrt{24} &= \log_{12} 24^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{12} 24 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\log_{10} 24}{\log_{10} 12} = \frac{\log_{10} (2^3 \times 3)}{2 \log_{10} (2^2 \times 3)} \\ &= \frac{3 \log_{10} 2 + \log_{10} 3}{2(2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3)} = \frac{3a+b}{4a+2b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 691 3^a &= 2, 3^b = 5 \text{에서 } a = \log_3 2, b = \log_3 5 \\ \therefore \log_{18} 15 &= \frac{\log_3 15}{\log_3 18} = \frac{\log_3 (3 \times 5)}{\log_3 (2 \times 3^2)} \\ &= \frac{\log_3 3 + \log_3 5}{\log_3 2 + 2 \log_3 3} = \frac{b+1}{a+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 692 \log_7 \sqrt{8} + \log_{49} \frac{1}{10} + \frac{3}{2} \log_7 \sqrt[3]{20} \\ &= \log_7 \sqrt{2^3} + \log_{7^2} 10^{-1} + \frac{3}{2} \log_7 (2^2 \times 5)^{\frac{1}{3}} \\ &= \log_7 2^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} (\log_7 2 + \log_7 5) + \frac{1}{2} (2 \log_7 2 + \log_7 5) \\ &= \frac{3}{2} \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 5 + \log_7 2 + \frac{1}{2} \log_7 5 \\ &= 2 \log_7 2 \\ \text{즉 } a \log_7 b &= 2 \log_7 2 \text{에서 } \log_7 b^a = \log_7 2^2 \text{이므로} \\ b^a &= 2^2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 693 \log 108 &= \log (2^2 \times 3^3) = 2 \log 2 + 3 \log 3 \\ &= 2 \times 0.3010 + 3 \times 0.4771 \\ &= 2.0333 \\ \text{즉 } a &= 2, b = 0.0333 \text{이므로} \\ ab &= 2 \times 0.0333 = 0.0666 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 694 \log N \text{의 정수 부분이 } 2 \text{이므로 } N \text{은 세 자리 자연수이다.} \\ \text{따라서 자연수 } N \text{의 개수는} \\ 999 - 100 + 1 &= 900 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 695 \log 0.201, \log 2.01, \log 201, \log 201000 \text{은 진수의 숫자의 배} \\ \text{열이 } 201 \text{로 모두 같으므로 소수 부분이 모두 같지만,} \\ \log 0.0021 \text{은 진수의 숫자 배열이 } 21 \text{로 } 201 \text{과 다르므로 나머지} \\ \text{상용로그와 소수 부분이 다르다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 696 \log N &= n + \alpha \quad (n \text{은 정수, } 0 \leq \alpha < 1) \text{라 하면} \\ \text{이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여} \\ n + \alpha &= -\frac{5}{2}, n\alpha = \frac{k}{2} \end{aligned}$$

이때 n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$ 이므로

$$n = -3, \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\therefore k = 2n\alpha = 2 \times (-3) \times \frac{1}{2} = -3$$

$$\begin{aligned} 697 [1\text{단계}] \text{ 주어진 조건을 이용하여 } x \text{에 대한 식 세우기} \\ \text{기어를 1단 높일 때마다 속력은 } 15\% \text{씩 증가하므로 6단 기어일} \\ \text{때의 속력은 1단 기어일 때의 속력의 } 1.15^5 \text{배이다.} \\ \therefore x = 1.15^5 \quad \dots\dots \text{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2\text{단계}] x \text{의 값 구하기} \\ \text{㉠의 양변에 상용로그를 취하면} \\ \log x &= \log 1.15^5 = 5 \log 1.15 \\ &= 5 \times 0.06 = 0.3 \\ \text{이때 } \log 2 &= 0.3 \text{이므로} \\ \log x &= \log 2 \quad \therefore x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 698 [1\text{단계}] 2018년 1월의 가구 수를 100a로 놓고, n년 후 1월의 가 \\ \text{구 수와 주택 수 구하기} \\ 2018년 1월의 주택보급률이 80\%이므로 2018년 1월의 가구 수 \\ \text{를 } 100a \text{라 하면 2018년 1월의 주택 수는 } 80a \text{이다.} \\ n \text{년 후 1월의 이 도시의 가구 수와 주택 수는} \\ 100a \times 1.03^n, 80a \times 1.05^n \\ [2\text{단계}] n \text{년 후 1월의 주택보급률 구하기} \\ n \text{년 후 1월의 주택보급률은} \\ \frac{80a \times 1.05^n}{100a \times 1.03^n} \times 100 (\%) \\ [3\text{단계}] \text{ 주택보급률이 } 90\% \text{ 이상이 되도록 식 세우기} \\ \text{주택보급률이 } 90\% \text{ 이상이 되려면 } \frac{80a \times 1.05^n}{100a \times 1.03^n} \times 100 \geq 90 \\ \therefore 8 \times 1.05^n \geq 9 \times 1.03^n \quad \dots\dots \text{㉡} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [4\text{단계}] \text{ 주택보급률이 } 90\% \text{ 이상이 되는 해 구하기} \\ \text{㉡의 양변에 상용로그를 취하면} \\ \log (8 \times 1.05^n) &\geq \log (9 \times 1.03^n) \\ \log 8 + \log 1.05^n &\geq \log 9 + \log 1.03^n \\ 3 \log 2 + n \log 1.05 &\geq 2 \log 3 + n \log 1.03 \\ n(\log 1.05 - \log 1.03) &\geq 2 \log 3 - 3 \log 2 \\ \therefore n &\geq \frac{2 \log 3 - 3 \log 2}{\log 1.05 - \log 1.03} \\ &= \frac{2 \times 0.4771 - 3 \times 0.3010}{0.0212 - 0.0128} \\ &= \frac{0.0512}{0.0084} = 6.09\dots \end{aligned}$$

따라서 1월의 주택보급률이 처음으로 90% 이상이 되는 해는 7년 후인 2025년이다.

$$\begin{aligned} 699 f(0) &= 16 \text{에서 } \left(\frac{1}{2}\right)^{-k} = 16 \\ 2^k &= 2^4 \quad \therefore k = 4 \\ \text{따라서 } f(x) &= \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} \text{이므로} \\ f(2) &= \left(\frac{1}{2}\right)^{2-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4 \end{aligned}$$

700 $y=2^{x-1}-1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y-b=2^{(x-a)-1}-1 \quad \therefore y=2^{x-1-a}-1+b$
 이 식이 $y=2^x$ 과 일치하므로
 $-1-a=0, -1+b=0 \quad \therefore a=-1, b=1$
 $\therefore a+b=-1+1=0$

701 $y=2^x+a$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
 $y=2^{-x}+a$
 이 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지나므로
 $4=2^{-1}+a \quad \therefore a=\frac{7}{2}$
 $y=2^x+\frac{7}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=2^{x-b}+\frac{7}{2}$
 이 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지나므로
 $4=2^{1-b}+\frac{7}{2}, \frac{1}{2}=2^{1-b}$
 $-1=1-b \quad \therefore b=2$
 $\therefore 2ab=2 \times \frac{7}{2} \times 2=14$

702 ① $x=0$ 을 대입하면 $y=3^0+1=2$ 이므로 그래프는 점 $(0, 2)$ 를 지난다.
 ② 그래프의 점근선의 방정식은 $y=1$ 이다.
 ③ 정의역은 실수 전체의 집합이다.
 ④ $3^{-x}=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 이고 밑 $\frac{1}{3}$ 이 $0 < \frac{1}{3} < 1$ 이므로 함수 $y=3^{-x}+1$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 ⑤ 함수 $y=3^{-x}+1$ 의 그래프는 함수 $y=3^x+1$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

703 $y=2^{-3x} \times 3^x=\left(\frac{1}{8}\right)^x \times 3^x=\left(\frac{3}{8}\right)^x$
 밑 $\frac{3}{8}$ 이 $0 < \frac{3}{8} < 1$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 $-2 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y=2^{-3x} \times 3^x$ 은
 $x=-2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $2^6 \times 3^{-2}=\frac{64}{9}$
 $x=3$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $2^{-9} \times 3^3=\frac{27}{512}$
 따라서 $M=\frac{64}{9}, m=\frac{27}{512}$ 이므로
 $Mm=\frac{64}{9} \times \frac{27}{512}=\frac{3}{8}$

704 $f(x)=x^2-2x=(x-1)^2-1$
 $-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(-1)=3, f(1)=-1, f(2)=0$
 $\therefore -1 \leq f(x) \leq 3$
 $(g \circ f)(x)=g(f(x))=\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)}$ 이고 밑 $\frac{1}{2}$ 이 $0 < \frac{1}{2} < 1$ 이므로

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)}$ 은 $f(x)=3$ 일 때 최솟값 $\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$ 을 갖는다.

이때 $f(x)=3$ 에서 $x^2-2x=3$
 $x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1 (\because -1 \leq x \leq 2)$

따라서 $a=-1, b=\frac{1}{8}$ 이므로

$$\frac{a}{b}=\frac{-1}{\frac{1}{8}}=-8$$

705 $y=4^x-2^{x+2}+a$ 에서 $y=(2^x)^2-4 \times 2^x+a$
 $2^x=t (t>0)$ 라 하면 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $1 \leq t \leq 4$
 주어진 함수는 $y=t^2-4t+a=(t-2)^2+a-4$
 $t=2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $a-4$
 즉 $a-4=-3$ 이므로 $a=1$
 $t=4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 a 이므로 $M=1$
 $\therefore a+M=1+1=2$

706 점 $P(a, b)$ 가 직선 $3x+2y-4=0$ 위의 점이므로
 $3a+2b-4=0 \quad \therefore 3a+2b=4$
 이때 $8^a > 0, 4^b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여
 $8^a+4^b=2^{3a}+2^{2b} \geq 2\sqrt{2^{3a} \times 2^{2b}}$
 $=2\sqrt{2^{3a+2b}}$
 $=2\sqrt{2^4}=8$ (단, 등호는 $2^{3a}=2^{2b}$ 일 때 성립)
 따라서 구하는 최솟값은 8이다.

707 $10^x=\left(\frac{1}{1000}\right)^{1-x}$ 에서 $10^x=\left(\frac{1}{10^3}\right)^{1-x}$
 $10^x=10^{-3(1-x)}, x=-3+3x$
 $2x=3 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$
 따라서 $\alpha=\frac{3}{2}$ 이므로
 $4^\alpha+27^{\frac{1}{\alpha}}=2^{2\alpha}+3^{\frac{3}{\alpha}}=2^3+3^2=\frac{3}{\alpha}=3 \times \frac{1}{\alpha}=3 \times \frac{2}{3}=2$
 $=8+9=17$

708 $a^{2x}-10a^x+9=0$ 에서 $(a^x)^2-10a^x+9=0$
 $a^x=t (t>0)$ 라 하면 $t^2-10t+9=0$ ①
 주어진 방정식의 두 근을 α, β 라 하면 이차방정식 ①의 두 근은 a^α, a^β 이다.
 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $a^\alpha \times a^\beta=9 \quad \therefore a^{\alpha+\beta}=9$
 이때 $\alpha+\beta=2$ 이므로 $a^2=9$
 $\therefore a=3 (\because a>0)$

709 $3^{x^2-x} \leq 9^{5+x}$ 에서 $9^{5+x}=3^{2(5+x)}=3^{10+2x}$ 이므로
 $3^{x^2-x} \leq 3^{10+2x}$
 밑 3이 $3 > 1$ 이므로
 $x^2-x \leq 10+2x, x^2-3x-10 \leq 0$
 $(x+2)(x-5) \leq 0 \quad \therefore -2 \leq x \leq 5$
 따라서 정수 x 의 값은 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 이므로 그 개수는 8이다.

710 $f(2) = \log_2 2 + k \log_2 8$

$$= 1 + k \log_2 2^3$$

$$= 1 + 3k$$

$$f(16) = \log_2 16 + k \log_2 8$$

$$= \log_2 2^4 + k \log_2 2^3$$

$$= 4 + \frac{3}{4}k$$

$$f(2) = f(16) \text{에서 } 1 + 3k = 4 + \frac{3}{4}k$$

$$\frac{9}{4}k = 3 \quad \therefore k = \frac{4}{3}$$

711 점 B의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 1이므로 점 A의 좌표는 $(a, 1)$ 이다.

이때 점 A는 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 점이므로

$$1 = \log_2 a \quad \therefore a = 2$$

따라서 점 A의 좌표는 $(2, 1)$ 이고, $\overline{AD} = 1$ 이므로 점 D의 좌표는 $(3, 1)$ 이다.

712 $\log_{\frac{1}{2}} 4(x+1) = \log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} (x+1)$

$$= \log_{\frac{1}{2}} (x+1) - 2$$

즉 $y = \log_{\frac{1}{2}} 4(x+1)$ 의 그래프는 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a = -1$, $b = -2$ 이므로

$$a + b = -1 + (-2) = -3$$

713 ① 정의역은 $\{x | x > 3\}$, 치역은 $\{y | y \text{는 실수}\}$ 이다.

② 그래프의 점근선의 방정식은 $x = 3$ 이다.

③ 밑 5가 $5 > 1$ 이므로 함수 $y = \log_5 (x-3) - 1$ 은 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

④ $x = 4$ 를 대입하면 $y = \log_5 (4-3) - 1 = -1$ 이므로 그래프는 점 $(4, -1)$ 을 지난다.

⑤ 함수 $y = -\log_5 (x-3) + 2$ 의 그래프는 함수 $y = \log_5 (x-3) - 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 평행이동 또는 대칭이동하여 함수 $y = \log_5 (x-3) - 1$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

714 $\neg$. $0 < a < 1$, $0 < b < 1$ 일 때, 함수 $y = \log_b x$ 는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고, 점 $(1, 0)$ 을 지나므로 $\log_b a > 0$

$\cup$. $a > b > 1$ 의 각 변에 밑이 a ($a > 1$)인 로그를 취하면

$$\log_a a > \log_a b > \log_a 1 \quad \therefore 1 > \log_a b > 0$$

$a > b > 1$ 의 각 변에 밑이 b ($b > 1$)인 로그를 취하면

$$\log_b a > \log_b b > \log_b 1 \quad \therefore \log_b a > 1$$

따라서 $\log_a b < 1 < \log_b a$ 이므로 $\log_a b < \log_b a$

$$\cap$$
. $a > b > 1$ 일 때, $\log_a b^2 = \frac{2}{2} \log_a b = \log_a b$

따라서 옳은 것은 $\neg$, $\cup$ 이다.

715 $f(g(x)) = x$ 이므로 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 서로 역함수 관계이다.

$$f(x) = 4 \log_3 (x+3) + 1, \text{ 즉 } y = 4 \log_3 (x+3) + 1 \text{에서}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면

$$x = 4 \log_3 (y+3) + 1, \frac{x-1}{4} = \log_3 (y+3)$$

$$y+3 = 3^{\frac{x-1}{4}} \quad \therefore y = 3^{\frac{x-1}{4}} - 3$$

$$\text{따라서 } g(x) = 3^{\frac{x-1}{4}} - 3 \text{이므로}$$

$$g(9) = 3^2 - 3 = 6$$

다른 풀이

$$g(x) = f^{-1}(x) \text{에서}$$

$$g(9) = f^{-1}(9) = k \text{라 하면 } f(k) = 9 \text{이므로}$$

$$4 \log_3 (k+3) + 1 = 9, \log_3 (k+3) = 2$$

$$k+3 = 3^2 \quad \therefore k = 6$$

716 함수 $y = \log_2 (4x-20)$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$-y = \log_2 (4x-20) \quad \therefore y = -\log_2 (4x-20)$$

함수 $y = -\log_2 (4x-20)$ 의 그래프를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프는 함수 $y = -\log_2 (4x-20)$ 의 역함수의 그래프이다.

함수 $y = -\log_2 (4x-20)$ 의 역함수는

$$y = -\log_2 (4x-20) \text{에서 } x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면}$$

$$x = -\log_2 (4y-20), \log_2 (4y-20) = -x$$

$$4y-20 = 2^{-x} \quad \therefore y = \frac{1}{4} \times 2^{-x} + 5$$

$$\text{따라서 } m = \frac{1}{4}, n = 5 \text{이므로}$$

$$4mn = 4 \times \frac{1}{4} \times 5 = 5$$

717 $f(x) = x^2 - 6x + 10$ 이라 하면 $f(x) = (x-3)^2 + 1$

$$4 \leq x \leq 6 \text{에서 } f(4) = 2, f(6) = 10$$

$$\therefore 2 \leq f(x) \leq 10$$

밑 a 가 $a > 1$ 이므로 함수 $y = \log_a f(x)$ 는 $f(x) = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 1이다.

$$\text{즉 } \log_a 2 = 1 \text{이므로 } a = 2$$

718 $y = \left(\log_3 \frac{x}{3} \right) \left(\log_3 \frac{x}{27} \right) = (\log_3 x - \log_3 3)(\log_3 x - \log_3 27)$

$$= (\log_3 x - 1)(\log_3 x - 3)$$

$$= (\log_3 x)^2 - 4 \log_3 x + 3$$

이때 $\log_3 x = t$ 라 하면 $1 \leq x \leq 27$ 에서 $0 \leq t \leq 3$

주어진 함수는 $y = t^2 - 4t + 3 = (t-2)^2 - 1$ 이므로

$t = 0$ 일 때 최대이고, 최댓값은 3

$t = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -1

따라서 $M = 3$, $m = -1$ 이므로

$$M - m = 3 - (-1) = 4$$

719 $\log_2 \{ \log_2 (\log_2 x) \} = 1$ 에서

$$\log_2 (\log_2 x) = 2, \log_2 x = 2^2 = 4$$

$\therefore x=2^4=16$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $\log_2(\log_2 x) > 0, \log_2 x > 0, x > 0 \quad \therefore x > 2$ ㉡
 ㉠은 ㉡을 만족시키므로 주어진 방정식의 해는
 $x=16$

720 $\log_6 x + \log_6(x+1) = 1$ 에서 $\log_6 x(x+1) = \log_6 6$
 $x^2 + x = 6, x^2 + x - 6 = 0$
 $(x+3)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -3$ 또는 $x = 2$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x > 0, x+1 > 0 \quad \therefore x > 0$ ㉡
 ㉠에서 ㉡을 만족시키는 것은 $x=2$ 이므로 주어진 방정식의 해는
 $x=2$

721 $x^2 + x \log a^2 + \log a^3 + 4 = 0$ 에서
 $x^2 + 2x \log a + 3 \log a + 4 = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 중근을 가지므로
 $\frac{D}{4} = (\log a)^2 - (3 \log a + 4) = 0$
 $\therefore (\log a)^2 - 3 \log a - 4 = 0$
 $\log a = t$ 라 하면
 $t^2 - 3t - 4 = 0, (t+1)(t-4) = 0$
 $\therefore t = -1$ 또는 $t = 4$
 따라서 $\log a = -1$ 또는 $\log a = 4$ 이므로
 $a = 10^{-1} = \frac{1}{10}$ 또는 $a = 10^4 = 10000$

722 $2 \log_a(x-3) \geq \log_a(x+3)$ 에서
 $\log_a(x-3)^2 \geq \log_a(x+3)$
 밑 a 가 $0 < a < 1$ 이므로
 $(x-3)^2 \leq x+3, x^2 - 7x + 6 \leq 0$
 $(x-1)(x-6) \leq 0 \quad \therefore 1 \leq x \leq 6$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $x-3 > 0, x+3 > 0 \quad \therefore x > 3$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $3 < x \leq 6$
 따라서 정수 x 의 값은 4, 5, 6이므로 그 개수는 3이다.

주의

$2 \log_a(x-3)$ 과 $\log_a(x-3)^2$ 에서 진수의 조건은 서로 다르다.

즉 $2 \log_a(x-3)$ 에서 진수의 조건은 $x > 3$ 이고,
 $\log_a(x-3)^2$ 에서 진수의 조건은 $x \neq 3$ 이다.

723 $\log_2(5-x) + \log_2(5+x) > 4$ 에서
 $\log_2(5-x)(5+x) > \log_2 16$
 밑 2가 $2 > 1$ 이므로
 $(5-x)(5+x) > 16, x^2 - 9 < 0$
 $(x+3)(x-3) < 0 \quad \therefore -3 < x < 3$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $5-x > 0, 5+x > 0 \quad \therefore -5 < x < 5$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $-3 < x < 3$
 따라서 정수 x 의 값은 -2, -1, 0, 1, 2이므로 그 개수는 5이다.

724 이차방정식 $x^2 - 2(1 + \log_2 a)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 실근을 가지므로
 $\frac{D}{4} = \{-(1 + \log_2 a)\}^2 - 1 \geq 0$
 $\therefore (\log_2 a)^2 + 2 \log_2 a \geq 0$
 $\log_2 a = t$ 라 하면
 $t^2 + 2t \geq 0, t(t+2) \geq 0$
 $\therefore t \leq -2$ 또는 $t \geq 0$
 즉 $\log_2 a \leq -2$ 또는 $\log_2 a \geq 0$ 이므로
 $\log_2 a \leq \log_2 \frac{1}{4}$ 또는 $\log_2 a \geq \log_2 1$
 밑 2가 $2 > 1$ 이므로 $a \leq \frac{1}{4}$ 또는 $a \geq 1$ ㉠
 이때 진수의 조건에서 $a > 0$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $0 < a \leq \frac{1}{4}$ 또는 $a \geq 1$

725 $f(x) = \log_3 x$ 에서 $f(f(x)) = f(\log_3 x) = \log_3(\log_3 x)$ 이므로
 $f(f(x)) < 1$ 에서 $\log_3(\log_3 x) < 1$
 즉 $\log_3(\log_3 x) < \log_3 3$ 에서 밑 3이 $3 > 1$ 이므로
 $\log_3 x < 3$
 $\log_3 x < \log_3 27$ 에서 밑 3이 $3 > 1$ 이므로
 $x < 27$ ㉠
 이때 진수의 조건에서
 $\log_3 x > 0, x > 0 \quad \therefore x > 1$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $1 < x < 27$
 따라서 정수 x 의 값은 2, 3, 4, ..., 26이므로 그 개수는 25이다.

II 삼각함수

1 삼각함수

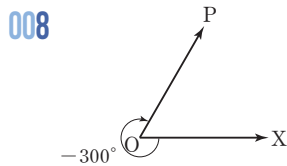
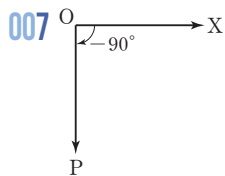
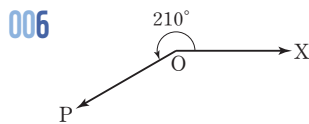
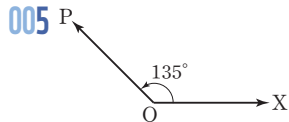
76쪽 ~ 89쪽

001 ○

002 ×

003 ×

004 ○



009 $360^\circ \times n + 120^\circ$ (n 은 정수)

010 $360^\circ \times n + 300^\circ$ (n 은 정수)

011 $360^\circ \times n + 90^\circ$ (n 은 정수)

012 $360^\circ \times n + 45^\circ$ (n 은 정수)

013 $360^\circ \times n + 60^\circ$ (n 은 정수)

014 $360^\circ \times n + 120^\circ$ (n 은 정수)

015 $360^\circ \times n + 280^\circ$ (n 은 정수)

016 $360^\circ \times n + 240^\circ$ (n 은 정수)

017 $360^\circ \times n + 30^\circ$ (n 은 정수)

018 $360^\circ \times n$ (n 은 정수)

019 $360^\circ \times n + 240^\circ$ (n 은 정수)

020 $360^\circ \times n + 20^\circ$ (n 은 정수)

021 □: 160, 2

022 제2사분면의 각

023 $550^\circ = 360^\circ + 190^\circ$ 이므로 제3사분면의 각이다.

024 $-640^\circ = 360^\circ \times (-2) + 80^\circ$ 이므로 제1사분면의 각이다.

025 $690^\circ = 360^\circ + 330^\circ$ 이므로 제4사분면의 각이다.

026 $-1230^\circ = 360^\circ \times (-4) + 210^\circ$ 이므로 제3사분면의 각이다.

027 □: 180, 45, 1, 225

028 α 가 제3사분면의 각이므로

$$360^\circ \times n + 180^\circ < \alpha < 360^\circ \times n + 270^\circ$$

$$\therefore 180^\circ \times n + 90^\circ < \frac{\alpha}{2} < 180^\circ \times n + 135^\circ$$

(i) $n = 2k$ (k 는 정수)일 때

$$360^\circ \times k + 90^\circ < \frac{\alpha}{2} < 360^\circ \times k + 135^\circ \text{이므로}$$

$\frac{\alpha}{2}$ 는 제2사분면의 각이다.

(ii) $n = 2k + 1$ (k 는 정수)일 때,

$$360^\circ \times k + 270^\circ < \frac{\alpha}{2} < 360^\circ \times k + 315^\circ \text{이므로}$$

$\frac{\alpha}{2}$ 는 제4사분면의 각이다.

(i), (ii)에서 각 θ 는 제2사분면 또는 제4사분면의 각이다.

029 α 가 제1사분면의 각이므로

$$360^\circ \times n < \alpha < 360^\circ \times n + 90^\circ$$

$$\therefore 120^\circ \times n < \frac{\alpha}{3} < 120^\circ \times n + 30^\circ$$

(i) $n = 3k$ (k 는 정수)일 때

$$360^\circ \times k < \frac{\alpha}{3} < 360^\circ \times k + 30^\circ \text{이므로}$$

$\frac{\alpha}{3}$ 는 제1사분면의 각이다.

(ii) $n = 3k + 1$ (k 는 정수)일 때

$$360^\circ \times k + 120^\circ < \frac{\alpha}{3} < 360^\circ \times k + 150^\circ \text{이므로}$$

$\frac{\alpha}{3}$ 는 제2사분면의 각이다.

(iii) $n=3k+2$ (k 는 정수)일 때

$$360^\circ \times k + 240^\circ < \frac{\alpha}{3} < 360^\circ \times k + 270^\circ \text{이므로}$$

$\frac{\alpha}{3}$ 는 제3사분면의 각이다.

(i)~(iii)에서 각 θ 는 제1사분면 또는 제2사분면 또는 제3사분면의 각이다.

030 $405^\circ = 360^\circ + 45^\circ$ 이고, 135° 와 45° 는 y 축에 대하여 대칭이다.
즉 135° 와 405° 는 y 축에 대하여 대칭이다. $\Rightarrow \ominus$

참고

$$135^\circ + 405^\circ = 540^\circ = 360^\circ + 180^\circ$$

031 $765^\circ = 360^\circ \times 2 + 45^\circ$ 이고, 225° 와 45° 는 일직선 위에 있고 방향이 반대이다.
즉 225° 와 765° 는 일직선 위에 있고 방향이 반대이다. $\Rightarrow \oplus$

참고

$$765^\circ - 225^\circ = 540^\circ = 360^\circ + 180^\circ$$

032 $370^\circ = 360^\circ + 10^\circ$, $800^\circ = 360^\circ \times 2 + 80^\circ$ 이고, 10° 와 80° 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.
즉 370° 와 800° 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다. $\Rightarrow \oplus$

참고

$$370^\circ + 800^\circ = 1170^\circ = 360^\circ \times 3 + 90^\circ$$

033 $-324^\circ = 360^\circ \times (-1) + 36^\circ$, $756^\circ = 360^\circ \times 2 + 36^\circ$ 이므로
 -324° 와 756° 는 일치한다. $\Rightarrow \ominus$

참고

$$756^\circ - (-324^\circ) = 1080^\circ = 360^\circ \times 3$$

034 $-405^\circ = 360^\circ \times (-1) - 45^\circ$, $765^\circ = 360^\circ \times 2 + 45^\circ$ 이고, -45° 와 45° 는 x 축에 대하여 대칭이다.
즉 -405° 와 765° 는 x 축에 대하여 대칭이다. $\Rightarrow \ominus$

참고

$$-405^\circ + 765^\circ = 360^\circ$$

035 $\alpha - 30^\circ = 360^\circ \times n$ 이므로
 $\alpha = 360^\circ \times n + 30^\circ$ (n 은 정수)

036 $\alpha + 10^\circ - 160^\circ = 360^\circ \times n$ 이므로
 $\alpha = 360^\circ \times n + 150^\circ$ (n 은 정수)

037 $(2\alpha - 45^\circ) - (\alpha + 45^\circ) = 360^\circ \times n$ 이므로
 $\alpha = 360^\circ \times n + 90^\circ$ (n 은 정수)

038 □: 12, 30, 60

039 2α 와 20α 를 나타내는 동경이 일치하므로

$$20\alpha - 2\alpha = 18\alpha = 360^\circ \times n$$

$$\therefore \alpha = 20^\circ \times n \text{ (n 은 정수)}$$

이때 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 이므로

$$\alpha = 20^\circ \text{ 또는 } \alpha = 40^\circ \text{ 또는 } \alpha = 60^\circ \text{ 또는 } \alpha = 80^\circ$$

040 -11α 와 9α 를 나타내는 동경이 일치하므로

$$9\alpha - (-11\alpha) = 20\alpha = 360^\circ \times n$$

$$\therefore \alpha = 18^\circ \times n \text{ (n 은 정수)}$$

이때 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 이므로

$$\alpha = 18^\circ \text{ 또는 } \alpha = 36^\circ \text{ 또는 } \alpha = 54^\circ \text{ 또는 } \alpha = 72^\circ$$

041 $\alpha + 90^\circ = 360^\circ \times n$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n - 90^\circ$$

$$\therefore \alpha = 360^\circ \times n + 270^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

042 $(\alpha + 10^\circ) + (-160^\circ) = 360^\circ \times n$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n + 150^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

043 $(2\alpha + 75^\circ) + (45^\circ - \alpha) = 360^\circ \times n$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n - 120^\circ$$

$$\therefore \alpha = 360^\circ \times n + 240^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

044 $\alpha + 45^\circ = 360^\circ \times n + 180^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n + 135^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

045 $-120^\circ + (\alpha - 75^\circ) = 360^\circ \times n + 180^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n + 375^\circ$$

$$\therefore \alpha = 360^\circ \times n + 15^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

046 $(3\alpha - 60^\circ) + (30^\circ - 2\alpha) = 360^\circ \times n + 180^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n + 210^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

047 $\alpha + 70^\circ = 360^\circ \times n + 90^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n + 20^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

048 $(\alpha - 30^\circ) + 260^\circ = 360^\circ \times n + 90^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n - 140^\circ$$

$$\therefore \alpha = 360^\circ \times n + 220^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

049 $(-2\alpha + 45^\circ) + (3\alpha + 45^\circ) = 360^\circ \times n + 90^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n \text{ (n 은 정수)}$$

050 $\alpha - (-160^\circ) = 360^\circ \times n + 180^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n + 20^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

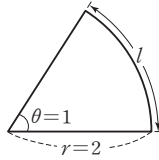
051 $(\alpha + 100^\circ) - (-30^\circ) = 360^\circ \times n + 180^\circ$ 이므로

$$\alpha = 360^\circ \times n + 50^\circ \text{ (n 은 정수)}$$

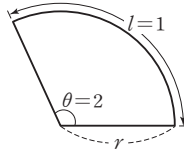
052 $(2\alpha + 90^\circ) - (\alpha - 80^\circ) = 360^\circ \times n + 180^\circ$ 이므로
 $\alpha = 360^\circ \times n + 10^\circ$ (n 은 정수)

053 $\square: 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

054 $r=2$ 인 원에서 중심각의 크기가 1라디안인
부채꼴의 호의 길이는 2이다.
 $\therefore l=2$



055 반지름의 길이가 r 인 원에서 중심각의
크기가 2라디안인 부채꼴의 호의 길이는
 $2r$ 이므로
 $2r=1 \quad \therefore r=\frac{1}{2}$



056 $30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$

057 $45^\circ = 45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$

058 $60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$

059 $90^\circ = 90 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$

060 $180^\circ = 180 \times \frac{\pi}{180} = \pi$

061 $72^\circ = 72 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2}{5}\pi$

062 $135^\circ = 135 \times \frac{\pi}{180} = \frac{3}{4}\pi$

063 $150^\circ = 150 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5}{6}\pi$

064 $210^\circ = 210 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7}{6}\pi$

065 $270^\circ = 270 \times \frac{\pi}{180} = \frac{3}{2}\pi$

066 $\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 30^\circ$

067 $\frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{5} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 36^\circ$

068 $\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 45^\circ$

069 $\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 90^\circ$

070 $\pi = \pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 180^\circ$

071 $\frac{7}{6}\pi = \frac{7}{6}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 210^\circ$

072 $\frac{3}{2}\pi = \frac{3}{2}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 270^\circ$

073 $2\pi = 2\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 360^\circ$

074 $3\pi = 3\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 540^\circ$

075 $5\pi = 5\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 900^\circ$

076 반지름의 길이가 r 인 원의 둘레의 길이는 $2\pi r$ 이고,
부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
 $2\pi r : l = 2\pi : \theta$

$2\pi l = 2\pi r \theta \quad \therefore l = r\theta$

077 $\square: 4, \frac{\pi}{6}$

078 $\frac{3}{4}\pi = 3\theta \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

079 $\pi = r \times \frac{\pi}{4} \quad \therefore r = 4$

080 $3\pi = r \times \frac{\pi}{6} \quad \therefore r = 18$

081 $l = 1 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

082 $l = 3 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$

083 반지름의 길이가 r 인 원의 넓이는 πr^2 이고, 부채꼴의 넓이는
중심각의 크기에 정비례하므로

$\pi r^2 : S = 2\pi : \theta$

$2\pi S = \pi r^2 \theta \quad \therefore S = \frac{1}{2}r^2\theta$

084 $S = \frac{1}{2} \times 1^2 \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$

085 $S = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \frac{\pi}{12} = \frac{2}{3}\pi$

086 $S = \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

087 $S = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \frac{\pi}{4} = 2\pi$

088 $S = \frac{1}{2} \times 5^2 \times \frac{2}{5} \pi = 5\pi$

089 $S = \frac{1}{2} \times 3^2 \times \frac{\pi}{7} = \frac{9}{14} \pi$

090 부채꼴의 중심각의 크기를 θ 라 하면

$$l = r\theta, S = \frac{1}{2} r^2 \theta \text{ 이므로}$$

$$S = \frac{1}{2} r \times \boxed{r\theta} = \frac{1}{2} rl$$

091 $S = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{6}{5} \pi = \frac{6}{5} \pi$

092 $S = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{2} \pi = 3\pi$

093 $S = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{5}{4} \pi = \frac{15}{8} \pi$

094 $S = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

095 $\square: 2, 8, 8, 8$

096 부채꼴의 호의 길이를 l 이라 하면

$$l = 14 - 2r \quad (0 < r < 7) \text{ 이므로}$$

$$S = \frac{1}{2} rl = \frac{1}{2} r(14 - 2r) = -r^2 + 7r$$

$$= -\left(r - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{49}{4}$$

따라서 S 는 $r = \frac{7}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{49}{4}$ 를 가지므로 넓이가 최대

일 때의 반지름의 길이는 $\frac{7}{2}$ 이다.

097 부채꼴의 호의 길이를 l 이라 하면

$$l = 22 - 2r \quad (0 < r < 11) \text{ 이므로}$$

$$S = \frac{1}{2} rl = \frac{1}{2} r(22 - 2r) = -r^2 + 11r$$

$$= -\left(r - \frac{11}{2}\right)^2 + \frac{121}{4}$$

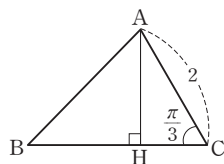
따라서 S 는 $r = \frac{11}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{121}{4}$ 을 가지므로 넓이가 최

대일 때의 반지름의 길이는 $\frac{11}{2}$ 이다.

098 $\square: \sin \frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}$

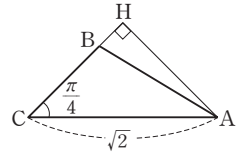
099 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AH} = 2 \sin \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$



100 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 선분 BC의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AH} = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$



101 $\square: \sqrt{3}, 2, 1, \sqrt{3}$

102 $\triangle AHC$ 에서 $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overline{AH}}{\sqrt{6}} \quad \therefore \overline{AH} = \sqrt{3}$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\sin \theta = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \theta = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

103 $\triangle AHC$ 에서 $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$

$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} \quad \therefore \overline{AH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\sin \theta = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

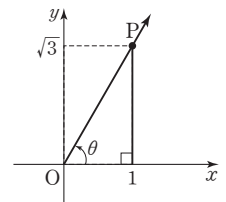
$$\cos \theta = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

104 $\square: 1, 2, 2$

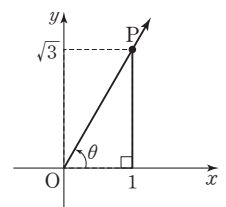
105 오른쪽 그림에서 $\overline{OP} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

$$\therefore \cos \theta = \frac{1}{2}$$

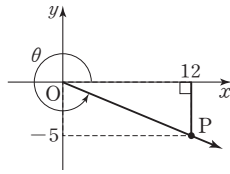


106 오른쪽 그림에서

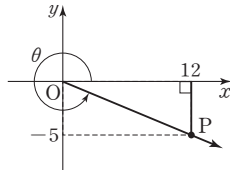
$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



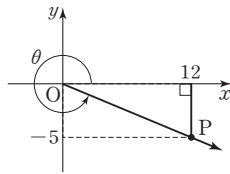
107 오른쪽 그림에서
 $OP = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13$
 $\therefore \sin \theta = \frac{-5}{13} = -\frac{5}{13}$



108 오른쪽 그림에서
 $OP = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13$
 $\therefore \cos \theta = \frac{12}{13}$



109 오른쪽 그림에서
 $\tan \theta = \frac{-5}{12} = -\frac{5}{12}$



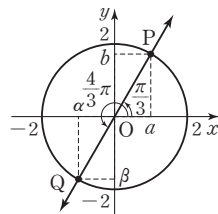
110 $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{a}{2}$ 이므로
 $a = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

111 $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{b}{2}$ 이므로
 $b = 2 \sin \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

112 두 점 P, Q는 원점에 대하여 대칭이므로
 $\alpha = -a = -1$

113 두 점 P, Q는 원점에 대하여 대칭이므로
 $\beta = -b = -\sqrt{3}$

114 두 동경 OP, OQ가 이루는 각의 크기가 π 이므로 동경 OQ가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는
 $\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{4}{3}\pi$
 $\therefore \sin \frac{4}{3}\pi = \frac{\beta}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



115 $\cos \frac{4}{3}\pi = \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{2}$

116 $\tan \frac{4}{3}\pi = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3}$

삼각함수			
점 P	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
117 (1, 2)	+	+	+
118 (-2, 1)	+	-	-

119	(-1, -2)	-	-	+
120	(2, -1)	-	+	-

121 제3사분면

122 제4사분면

123 제2사분면

124 제1사분면

125 □: <, <, >

126 각 θ 가 제3사분면의 각이므로 $\sin \theta < 0, \tan \theta > 0$
 $\therefore \sin \theta \tan \theta < 0$

127 각 θ 가 제3사분면의 각이므로 $\cos \theta < 0, \tan \theta > 0$
 $\therefore \cos \theta \tan \theta < 0$

128 각 θ 가 제3사분면의 각이므로 $\sin \theta < 0, \cos \theta < 0$
 $\therefore \frac{\cos \theta}{\sin \theta} > 0$

129 각 θ 가 제3사분면의 각이므로 $\sin \theta < 0, \cos \theta < 0, \tan \theta > 0$
 $\therefore \frac{\sin \theta \cos \theta}{\tan \theta} > 0$

130 각 θ 가 제4사분면의 각이므로 $\sin \theta < 0, \cos \theta > 0$
 $\therefore \sin \theta \cos \theta < 0$

131 각 θ 가 제4사분면의 각이므로 $\tan \theta < 0, \sin \theta < 0$
 $\therefore \frac{\tan \theta}{\sin \theta} > 0$

132 각 θ 가 제4사분면의 각이므로 $\cos \theta > 0, \tan \theta < 0$
 $\therefore \cos \theta \tan \theta < 0$

133 각 θ 가 제4사분면의 각이므로 $\sin \theta < 0, \cos \theta > 0$
 $\therefore \sin \theta - \cos \theta < 0$

134 (1) $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

(2) $\overline{OP} = r$ 에서 $\overline{OP}^2 = r^2$ 이므로

$$x^2 + y^2 = r^2$$

이때 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ 이므로

$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta = r^2$$

$$\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

135 □: $-\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}$

136 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

이때 θ 는 제2사분면의 각이므로

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} (\because \sin \theta > 0)$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\sqrt{3}$$

137 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{5}{12}$ 이므로 $\sin \theta = -\frac{5}{12} \cos \theta$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{이므로 } \left(-\frac{5}{12} \cos \theta\right)^2 + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{169}{144} \cos^2 \theta = 1, \cos^2 \theta = \frac{144}{169}$$

이때 θ 는 제2사분면의 각이므로

$$\cos \theta = -\frac{12}{13} (\because \cos \theta < 0)$$

$$\therefore \sin \theta = -\frac{5}{12} \cos \theta = -\frac{5}{12} \times \left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{5}{13}$$

138 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$$

이때 θ 는 제3사분면의 각이므로

$$\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3} (\because \cos \theta < 0)$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

139 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

이때 θ 는 제3사분면의 각이므로

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{7}}{4} (\because \sin \theta < 0)$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

140 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{11}}{5}$ 이므로 $\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{11}} \sin \theta$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{이므로 } \sin^2 \theta + \left(\frac{5}{\sqrt{11}} \sin \theta\right)^2 = 1$$

$$\frac{36}{11} \sin^2 \theta = 1, \sin^2 \theta = \frac{11}{36}$$

이때 θ 는 제3사분면의 각이므로

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{11}}{6} (\because \sin \theta < 0)$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{5}{\sqrt{11}} \sin \theta = \frac{5}{\sqrt{11}} \times \left(-\frac{\sqrt{11}}{6}\right) = -\frac{5}{6}$$

141 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

이때 θ 는 제4사분면의 각이므로

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3} (\because \cos \theta > 0)$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

142 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

이때 θ 는 제4사분면의 각이므로

$$\sin \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3} (\because \sin \theta < 0)$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$$

143 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{1}{2}$ 이므로 $\sin \theta = -\frac{1}{2} \cos \theta$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{이므로 } \left(-\frac{1}{2} \cos \theta\right)^2 + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{5}{4} \cos^2 \theta = 1, \cos^2 \theta = \frac{4}{5}$$

이때 θ 는 제4사분면의 각이므로

$$\cos \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5} (\because \cos \theta > 0)$$

$$\therefore \sin \theta = -\frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

144 □: $\sin \theta, \sin \theta, \frac{3}{7}$

145 $\cos \theta = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{\sin \theta}{\tan \theta} &= \sin \theta \div \tan \theta = \sin \theta \div \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \sin \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cos \theta = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

146 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ 이므로

$$\begin{aligned} 1 + \tan^2 \theta &= 1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{1}{\cos^2 \theta} = \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)^2 \\ &= 3^2 = 9 \end{aligned}$$

147 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{2}$ 이므로 $2 \sin \theta = \cos \theta$

$$\therefore \cos \theta - 2 \sin \theta = 0$$

148 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{\tan \theta}{\cos \theta} &= \tan \theta \div \cos \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{\sin \theta}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\frac{4}{5}}{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{9}{25}} = \frac{20}{9} \end{aligned}$$

149 □: $1, -\frac{8}{9}, -\frac{4}{9}$

150 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ 의 양변을 제곱하면

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9}$$

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9}$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = -\frac{8}{9}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{4}{9}$$

..... ㉠

$$\therefore \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{4}{9}} = -\frac{3}{4}$$

151 $\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}$

$$= \frac{1}{(\sin \theta \cos \theta)^2}$$

$$= \frac{1}{\left(-\frac{4}{9}\right)^2} = \frac{81}{16} \quad (\because 150 \text{ ㉠})$$

152 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{1}{-\frac{4}{9}} = -\frac{9}{4} \quad (\because 150 \text{ ㉠})$$

153 $(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta$

$$= 1 - 2 \times \left(-\frac{4}{9}\right) \quad (\because 150 \text{ ㉠})$$

$$= \frac{17}{9}$$

154 $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

$$= (\sin \theta + \cos \theta)^3 - 3 \sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta)$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 3 \times \left(-\frac{4}{9}\right) \times \frac{1}{3} \quad (\because 150 \text{ ㉠})$$

$$= \frac{1}{27} + \frac{4}{9} = \frac{13}{27}$$

155 □: $1, <, -\sqrt{2}$

156 $(\cos \theta - \sin \theta)^2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2 \cos \theta \sin \theta$

$$= 1 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 2$$

이때 θ 는 제2사분면의 각이므로
 $\sin \theta > 0, \cos \theta < 0 \quad \therefore \cos \theta - \sin \theta < 0$

$$\therefore \cos \theta - \sin \theta = -\sqrt{2}$$

..... ㉠

$$\therefore \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{-\sqrt{2}}{-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$$

157 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$$

158 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$

$$= (\sin \theta - \cos \theta)^3 + 3 \sin \theta \cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)$$

$$= (\sqrt{2})^3 + 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \sqrt{2} \quad (\because 156 \text{ ㉠})$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

159 $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta$

$$= 1 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = 0$$

160 □: $\sqrt{2}, 2, 2, \frac{1}{2}$

161 $x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x + k = 0$ 의 두 근이 $\sin \theta, \cos \theta$ 이므로 근과 계수의 관
 계에 의하여

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

..... ㉠

$$\sin \theta \cos \theta = k$$

㉠의 양변을 제곱하면

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$1 + 2k = \frac{1}{2} \quad \therefore k = -\frac{1}{4}$$

162 $x^2 + kx + \frac{1}{3} = 0$ 의 두 근이 $\sin \theta, \cos \theta$ 이므로 근과 계수의 관
 계에 의하여

$$\sin \theta + \cos \theta = -k$$

..... ㉠

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{3}$$

㉠의 양변을 제곱하면

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = k^2$$

$$1 + 2 \times \frac{1}{3} = k^2 \quad \therefore k = \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3} \quad (\because k > 0)$$

163 $x^2 + kx + \frac{1}{4} = 0$ 의 두 근이 $\sin \theta, \cos \theta$ 이므로 근과 계수의 관
 계에 의하여

$$\sin \theta + \cos \theta = -k$$

..... ㉠

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

㉠의 양변을 제곱하면

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = k^2$$

$$1 + 2 \times \frac{1}{4} = k^2 \quad \therefore k = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (\because k > 0)$$

164 $360^\circ \times n + 150^\circ$ (n 은 정수)

165 $-240^\circ = -360^\circ + 120^\circ$ 이므로
 $-240^\circ = 360^\circ \times n + 120^\circ$ (n 은 정수)

166 $\alpha - 200^\circ = 360^\circ \times n$ 이므로
 $\alpha = 360^\circ \times n + 200^\circ$ (n 은 정수)

167 $\alpha + \frac{7}{6}\pi = 2n\pi$ 이므로 $\alpha = 2n\pi - \frac{7}{6}\pi$
 이때 $-\frac{7}{6}\pi = -2\pi + \frac{5}{6}\pi$ 이므로
 $\alpha = 2n\pi + \frac{5}{6}\pi$ (n 은 정수)

168 $\alpha + \left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2n\pi + \pi$ 이므로
 $\alpha = 2n\pi + \frac{7}{6}\pi$ (n 은 정수)

169 $l = r\theta$ 에서 $\frac{4}{3}\pi = r \times \frac{\pi}{6}$ $\therefore r = 8$

170 $l = r\theta$ 에서 $2\pi = r \times \frac{\pi}{9}$ $\therefore r = 18$
 $\therefore S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2} \times 18 \times 2\pi = 18\pi$

171 $S = \frac{1}{2}rl$ 에서 $6\pi = \frac{1}{2} \times r \times \pi$ $\therefore r = 12$
 $l = r\theta$ 에서 $\pi = 12 \times \theta$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{12}$

172 부채꼴의 호의 길이를 l 이라 하면
 $l = 10 - 2r$ ($0 < r < 5$)이므로
 $S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(10 - 2r) = -r^2 + 5r$
 $= -\left(r - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$
 따라서 S 는 $r = \frac{5}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{25}{4}$ 를 가지므로 넓이가 최대일 때
 의 반지름의 길이는 $\frac{5}{2}$ 이다.

173 부채꼴의 호의 길이를 l 이라 하면
 $l = 18 - 2r$ ($0 < r < 9$)이므로
 $S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(18 - 2r) = -r^2 + 9r$
 $= -\left(r - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{4}$
 따라서 S 는 $r = \frac{9}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{81}{4}$ 을 가지므로 넓이가 최대일 때
 의 반지름의 길이는 $\frac{9}{2}$ 이다.

174 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 이므로 $\cos \theta < 0$
 $\therefore \sqrt{\cos^2 \theta} = |\cos \theta| = -\cos \theta$

175 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 이므로 $\sin \theta > 0$
 $\therefore \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{\sin^2 \theta} = |\sin \theta| = \sin \theta$

176 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 이므로 $\sin \theta > 0$, $\cos \theta < 0$
 $\therefore \sin \theta - \cos \theta > 0$
 $\therefore \sqrt{1 - 2\sin \theta \cos \theta} = \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta}$
 $= \sqrt{(\sin \theta - \cos \theta)^2}$
 $= |\sin \theta - \cos \theta|$
 $= \sin \theta - \cos \theta$

177 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로
 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{24}{25}$
 이때 θ 는 제1사분면의 각이므로
 $\cos \theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ ($\because \cos \theta > 0$)
 $\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2\sqrt{6}}{5}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$

178 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -2$ 이므로 $\sin \theta = -2\cos \theta$
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로 $(-2\cos \theta)^2 + \cos^2 \theta = 1$
 $5\cos^2 \theta = 1$, $\cos^2 \theta = \frac{1}{5}$
 이때 θ 는 제2사분면의 각이므로
 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ ($\because \cos \theta < 0$)

179 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 이므로
 $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$
 이때 θ 는 제4사분면의 각이므로
 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{7}}{3}$ ($\because \sin \theta < 0$)

180 $\frac{\tan \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

181 $\tan^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$ 이므로 $\frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$
 $\therefore 1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$
 $= \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$
 $= \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$

$$182 \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 3 \text{이므로 } \sin \theta = 3 \cos \theta \quad \dots \textcircled{A}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{이므로 } (3 \cos \theta)^2 + \cos^2 \theta = 1$$

$$10 \cos^2 \theta = 1 \quad \therefore \cos^2 \theta = \frac{1}{10} \quad \dots \textcircled{B}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\sin \theta - \cos \theta)^2 &= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1 - 2 \times 3 \cos \theta \cos \theta \quad (\because \textcircled{A}) \\ &= 1 - 6 \cos^2 \theta \\ &= 1 - 6 \times \frac{1}{10} \quad (\because \textcircled{B}) \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$183 \sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{의 양변을 제곱하면}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{8}$$

$$1 - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{8}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{7}{16}$$

$$\begin{aligned} 184 \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\ &= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \end{aligned}$$

$$\text{이때 } \sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2} \text{의 양변을 제곱하면}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4} \quad \therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{-\frac{3}{8}} = -\frac{8}{3}$$

$$\begin{aligned} 185 (\cos \theta - \sin \theta)^2 &= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1 - 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{이때 } \theta \text{는 제4사분면의 각이므로}$$

$$\sin \theta < 0, \cos \theta > 0 \quad \therefore \cos \theta - \sin \theta > 0$$

$$\therefore \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

2 삼각함수의 그래프

92쪽 ~ 109쪽

$$186 \square: \pi, 0, 0$$

$$187 \text{ 함수 } f(x) \text{의 주기가 3이므로}$$

$$f(x+3) = f(x)$$

$$\therefore f(7) = f(4+3) = f(4) = f(1+3) = f(1) = 2$$

다른 풀이

$$\text{함수 } f(x) \text{의 주기가 3이므로}$$

$$f(x+n \times 3) = f(x) \quad (n \text{은 정수})$$

$$\therefore f(7) = f(1+2 \times 3) = f(1) = 2$$

$$188 f(x+2\pi) = f(x) \text{이므로}$$

$$f\left(\frac{13}{2}\pi\right) = f\left(\frac{9}{2}\pi + 2\pi\right) = f\left(\frac{9}{2}\pi\right)$$

$$= f\left(\frac{5}{2}\pi + 2\pi\right) = f\left(\frac{5}{2}\pi\right)$$

$$= f\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi\right) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 1$$

$$189 f(x+4) = f(x) \text{이므로}$$

$$f(18) = f(14+4) = f(14) = f(10+4) = f(10) = f(6+4)$$

$$= f(6) = f(2+4) = f(2) = 3$$

$$190 f(x+6) = f(x) \text{이므로}$$

$$f(25) = f(19+6) = f(19) = f(13+6) = f(13) = f(7+6)$$

$$= f(7) = f(1+6) = f(1) = 1$$

$$191 \text{ 정의역은 실수 전체의 집합이다. } \Rightarrow \times$$

$$192 -1 \leq \sin x \leq 1 \text{이므로 } \sin x = 2 \text{인 실수 } x \text{는 존재하지 않는다.}$$

$$\Rightarrow \times$$

$$193 \text{ 함수 } y = \sin x \text{의 그래프는 점 } \left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right) \text{을 지나고 원점에 대하여}$$

$$\text{대칭이므로 점 } \left(-\frac{\pi}{6}, -\frac{1}{2}\right) \text{을 지난다.}$$

$$\therefore \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \bigcirc$$

$$194 \text{ 함수 } y = \sin x \text{의 주기가 } 2\pi \text{이므로}$$

$$\sin \frac{9}{4}\pi = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \bigcirc$$

$$195 -1 \leq \sin x \leq 1 \text{이므로 함수 } y = \sin x \text{의 최댓값은 } 1 \text{이고, 최솟값은 } -1 \text{이다. } \Rightarrow \bigcirc$$

$$196 \square: \frac{\pi}{2}, \pi$$

197 함수 $y = \sin x$ 의 그래프는 직선 $x = \frac{3}{2}\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{x_1 + x_4}{2} = \frac{3}{2}\pi \quad \therefore x_1 + x_4 = 3\pi$$

198 함수 $y = \sin x$ 의 그래프는 직선 $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{5}{2}\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore x_1 + x_2 = \pi$$

$$\frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{5}{2}\pi \quad \therefore x_3 + x_4 = 5\pi$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \pi + 5\pi = 6\pi$$

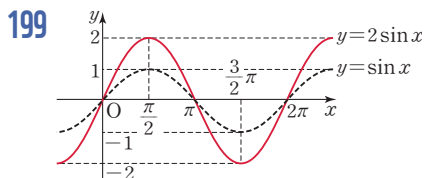
다른 풀이

함수 $y = \sin x$ 의 그래프는 직선 $x = \frac{3}{2}\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{x_1 + x_4}{2} = \frac{3}{2}\pi \quad \therefore x_1 + x_4 = 3\pi$$

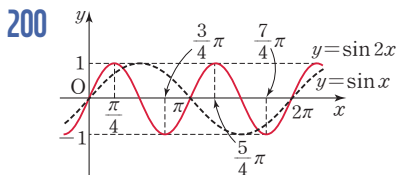
$$\frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{3}{2}\pi \quad \therefore x_2 + x_3 = 3\pi$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3\pi + 3\pi = 6\pi$$



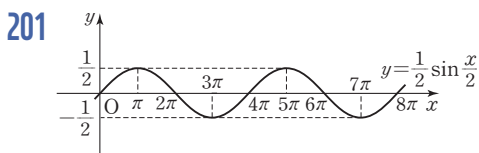
치역: $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$

주기: 2π



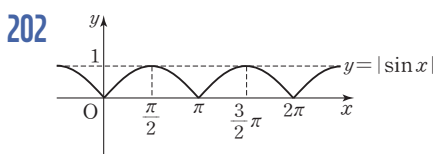
치역: $\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$

주기: π



치역: $\left\{y \mid -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}\right\}$

주기: 4π



치역: $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$

주기: π

참고

함수 $y = |\sin x|$ 의 그래프는 함수 $y = \sin x$ 의 그래프에서 $y \geq 0$ 인 부분은 그대로 그리고, $y < 0$ 인 부분은 x 축에 대하여 대칭이동하여 그린다.

203 함수 $y = \frac{3}{2} \sin x$ 에서

$$-\frac{3}{2} \leq \frac{3}{2} \sin x \leq \frac{3}{2} \text{이므로 최댓값은 } \frac{3}{2}, \text{ 최솟값은 } -\frac{3}{2}$$

주기는 2π

204 함수 $y = \frac{5}{2} \sin 4x$ 에서

$$-\frac{5}{2} \leq \frac{5}{2} \sin 4x \leq \frac{5}{2} \text{이므로 최댓값은 } \frac{5}{2}, \text{ 최솟값은 } -\frac{5}{2}$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

205 함수 $y = 4 \sin 3x$ 에서

$$-4 \leq 4 \sin 3x \leq 4 \text{이므로 최댓값은 } 4, \text{ 최솟값은 } -4$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$$

206 함수 $y = -3 \sin \frac{1}{2}x$ 에서

$$-3 \leq -3 \sin \frac{1}{2}x \leq 3 \text{이므로 최댓값은 } 3, \text{ 최솟값은 } -3$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

207 함수 $y = -\frac{1}{2} \sin 6x$ 에서

$$-\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin 6x \leq \frac{1}{2} \text{이므로 최댓값은 } \frac{1}{2}, \text{ 최솟값은 } -\frac{1}{2}$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

208 $-1 \leq \sin \pi x \leq 1$ 이므로 $0 \leq |\sin \pi x| \leq 1$

$$\therefore 0 \leq 2|\sin \pi x| \leq 2$$

즉 최댓값은 2, 최솟값은 0

함수 $y = \sin \pi x$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ 이므로 $y = 2|\sin \pi x|$ 의 주기는 1이다.

209 $\square: 3, 5, 4, \frac{\pi}{2}$

210 함수 $y = \sqrt{2} \sin \pi x - \sqrt{2}$ 에서

$$\text{최댓값은 } \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$$

$$\text{최솟값은 } -\sqrt{2} - \sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

211 함수 $y = \frac{1}{3} \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ 에서

최댓값은 $\frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$

최솟값은 $-\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$

주기는 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

212 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $0 \leq |\sin x| \leq 1$

$\therefore -\frac{1}{4} \leq |\sin x| - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4}$

즉 최댓값은 $\frac{3}{4}$, 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

주기는 π

213 정의역은 실수 전체의 집합이다. $\Rightarrow \times$

214 최댓값은 $2+1=3$, 최솟값은 $-2+1=-1 \Rightarrow \times$

215 치역은 $\{y \mid -1 \leq y \leq 3\} \Rightarrow \times$

216 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow \times$

217 함수 $y = 2 \sin 2x + 1$ 의 그래프는 함수 $y = 2 \sin 2x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다. $\Rightarrow \bigcirc$

218 $f(1) = \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \Rightarrow \times$

219 최댓값은 $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, 최솟값은 $-1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \bigcirc$

220 치역은 $\left\{y \mid -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\right\} \Rightarrow \times$

221 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다. $\Rightarrow \bigcirc$

222 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2}$ 이므로 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 함수 $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동한 것이다. $\Rightarrow \bigcirc$

223 $\square$: 8, 4, 4, 8, 4, 4, 5

224 주기가 3π 이고 $b > 0$ 이므로 $\frac{2\pi}{b} = 3\pi \therefore b = \frac{2}{3}$

$f(0) = 1$ 에서 $a \sin 0 + c = 1 \therefore c = 1$

따라서 $f(x) = a \sin \frac{2}{3}x + 1$ 의 최댓값이 5이고 $a > 0$ 이므로

$a + 1 = 5 \therefore a = 4$

225 주기가 π 이고 $b > 0$ 이므로

$\frac{2\pi}{b} = \pi \therefore b = 2$

최댓값이 3이고 $a > 0$ 이므로 $a + c = 3$ ㉠

최솟값이 -1 이고 $a > 0$ 이므로 $-a + c = -1$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 2, c = 1$

226 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 $b > 0$ 이므로

$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{2} \therefore b = 4$

최댓값이 6이고 $a > 0$ 이므로 $a + c = 6$ ㉠

최솟값이 0이고 $a > 0$ 이므로 $-a + c = 0$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 3, c = 3$

227 정의역은 실수 전체의 집합이다. $\Rightarrow \times$

228 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $\cos x = \frac{3}{2}$ 인 실수 x 는 존재하지 않는다. $\Rightarrow \times$

229 함수 $y = \cos x$ 의 그래프는 점 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2}\right)$ 을 지나고 y 축에 대하여 대칭이므로 점 $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2}\right)$ 을 지난다. $\therefore \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \bigcirc$

230 함수 $y = \cos x$ 의 주기가 2π 이므로 $\cos \frac{13}{6}\pi = \cos\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \times$

231 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 함수 $y = \cos x$ 의 최댓값은 1이고, 최솟값은 -1 이다. $\Rightarrow \bigcirc$

232 $\square$: $\pi, 2\pi$

233 함수 $y = \cos x$ 의 그래프는 직선 $x = 2\pi$ 에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_2 + x_3}{2} = 2\pi \therefore x_2 + x_3 = 4\pi$

234 함수 $y = \cos x$ 의 그래프는 직선 $x = \pi, x = 3\pi$ 에 대하여 대칭이므로 $\frac{x_1 + x_2}{2} = \pi \therefore x_1 + x_2 = 2\pi$
 $\frac{x_3 + x_4}{2} = 3\pi \therefore x_3 + x_4 = 6\pi$
 $\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2\pi + 6\pi = 8\pi$

다른 풀이

함수 $y = \cos x$ 의 그래프는 직선 $x = 2\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{x_1 + x_4}{2} = 2\pi \quad \therefore x_1 + x_4 = 4\pi$$

$$\frac{x_2 + x_3}{2} = 2\pi \quad \therefore x_2 + x_3 = 4\pi$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\pi + 4\pi = 8\pi$$

235 234에서 $x_1 + x_2 = 2\pi$ 이므로 $x_2 = 2\pi - x_1$

함수 $y = \cos x$ 의 그래프는 직선 $x = 2\pi$ 에 대하여 대칭이므로

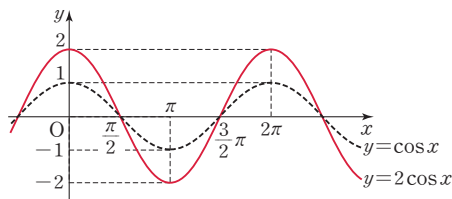
$$\frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{2\pi - x_1 + x_3}{2} = 2\pi$$

$$2\pi - x_1 + x_3 = 4\pi \quad \therefore x_3 - x_1 = 2\pi$$

$$\therefore \cos(x_3 - x_1) = \cos 2\pi = 1$$

236 $x_1 + x_4 = 4\pi$ 이므로 $\cos(x_1 + x_4) = \cos 4\pi = 1$

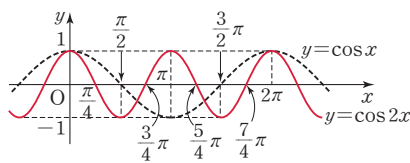
237



치역: $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$

주기: 2π

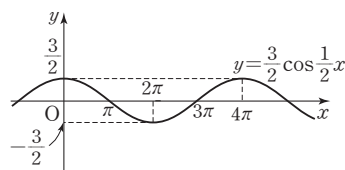
238



치역: $\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$

주기: π

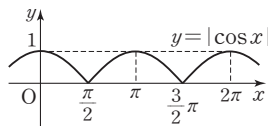
239



치역: $\left\{y \mid -\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\right\}$

주기: 4π

240



치역: $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$

주기: π

241 함수 $y = \frac{5}{2} \cos x$ 에서

$$-\frac{5}{2} \leq \frac{5}{2} \cos x \leq \frac{5}{2} \text{이므로 최댓값은 } \frac{5}{2}, \text{ 최솟값은 } -\frac{5}{2}$$

주기는 2π

242 함수 $y = 4 \cos 3x$ 에서

$$-4 \leq 4 \cos 3x \leq 4 \text{이므로 최댓값은 } 4, \text{ 최솟값은 } -4$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$$

243 함수 $y = 5 \cos 2x$ 에서

$$-5 \leq 5 \cos 2x \leq 5 \text{이므로 최댓값은 } 5, \text{ 최솟값은 } -5$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{2} = \pi$$

244 함수 $y = 7 \cos 6x$ 에서

$$-7 \leq 7 \cos 6x \leq 7 \text{이므로 최댓값은 } 7, \text{ 최솟값은 } -7$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

245 함수 $y = -2 \cos \frac{1}{3}x$ 에서

$$-2 \leq -2 \cos \frac{1}{3}x \leq 2 \text{이므로 최댓값은 } 2, \text{ 최솟값은 } -2$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

246 $-1 \leq \cos 2x \leq 1$ 이므로 $0 \leq |\cos 2x| \leq 1$

$$\therefore 0 \leq \frac{1}{2} |\cos 2x| \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{즉 최댓값은 } \frac{1}{2}, \text{ 최솟값은 } 0$$

$$\text{주기는 } \frac{\pi}{2}$$

247 $\square: -\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}, 2\pi$

248 함수 $y = \sqrt{3} \cos \pi x - \sqrt{3}$ 에서

$$\text{최댓값은 } \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{최솟값은 } -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

249 함수 $y = 2 \cos \left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3} \right) - 2$ 에서

$$\text{최댓값은 } 2 - 2 = 0$$

$$\text{최솟값은 } -2 - 2 = -4$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

250 함수 $y = 4 \cos (2x - \pi) + 1$ 에서

$$\text{최댓값은 } 4 + 1 = 5$$

$$\text{최솟값은 } -4 + 1 = -3$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{2} = \pi$$

251 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $0 \leq |\cos x| \leq 1$

$$\therefore \frac{1}{3} \leq |\cos x| + \frac{1}{3} \leq \frac{4}{3}$$

즉 최댓값은 $\frac{4}{3}$, 최솟값은 $\frac{1}{3}$

주기는 π

252 정의역은 실수 전체의 집합이다. $\Rightarrow \times$

253 최댓값은 $3+1=4$, 최솟값은 $-3+1=-2 \Rightarrow \times$

254 치역은 $\{y | -2 \leq y \leq 4\} \Rightarrow \bigcirc$

255 주기는 $\frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow \times$

256 함수 $y=3\cos 2x+1$ 의 그래프는 함수 $y=3\cos 2x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다. $\Rightarrow \bigcirc$

257 최댓값은 $\sqrt{2}-1$, 최솟값은 $-\sqrt{2}-1 \Rightarrow \times$

258 치역은 $\{y | -\sqrt{2}-1 \leq y \leq \sqrt{2}-1\} \Rightarrow \times$

259 주기는 $\frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi \Rightarrow \bigcirc$

260 $f\left(-\frac{5}{6}\pi\right) = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{2} - 1 = 0 - 1 = -1 \Rightarrow \bigcirc$

261 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 함수 $y=\sqrt{2}\cos(-x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{\pi}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이 아니다. $\Rightarrow \times$

262 $\square$: 2, 1, 1, 2, -1

263 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 $b>0$ 이므로

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore b=4$$

최댓값이 1이고 $a>0$ 이므로 $a+c=1$

즉 $f(x)=a\cos 4x+c$ 이고 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)=-2$ 이므로

$$a\cos\frac{\pi}{2}+c=-2 \quad \therefore c=-2$$

①을 ①에 대입하면

$$a-2=1 \quad \therefore a=3$$

264 주기가 2π 이고 $b>0$ 이므로

$$\frac{2\pi}{b} = 2\pi \quad \therefore b=1$$

최댓값이 4이고 $a>0$ 이므로 $a+c=4$

최솟값이 -2 이고 $a>0$ 이므로 $-a+c=-2$

①, ②를 연립하여 풀면 $a=3, c=1$

265 주기가 3π 이고 $b>0$ 이므로

$$\frac{2\pi}{b} = 3\pi \quad \therefore b=\frac{2}{3}$$

최댓값이 3이고 $a>0$ 이므로 $a+c=3$

최솟값이 -1 이고 $a>0$ 이므로 $-a+c=-1$

①, ②를 연립하여 풀면 $a=2, c=1$

266 정의역은 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$ (n 은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다. $\Rightarrow \times$

267 치역은 실수 전체의 집합이다. $\Rightarrow \times$

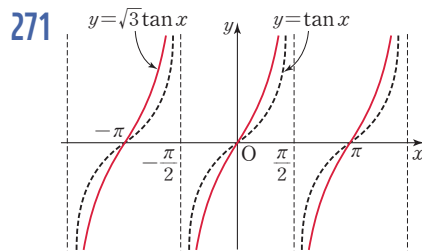
268 함수 $y=\tan x$ 의 주기가 π 이므로

$$\tan\frac{13}{3}\pi = \tan\left(\frac{\pi}{3}+4\pi\right) = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow \bigcirc$$

269 함수 $y=\tan x$ 의 그래프는 점 $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ 을 지나고 원점에 대하여 대칭이므로 점 $\left(-\frac{\pi}{4}, -1\right)$ 을 지난다.

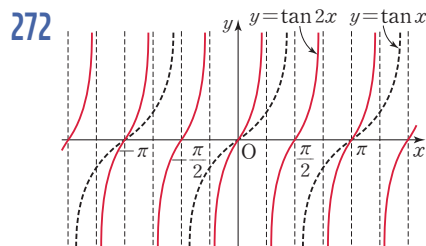
$$\therefore \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1 \Rightarrow \bigcirc$$

270 최댓값, 최솟값은 없다. $\Rightarrow \times$



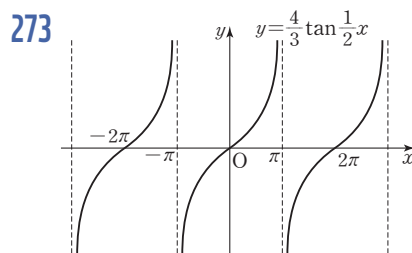
치역: 실수 전체의 집합

주기: π



치역: 실수 전체의 집합

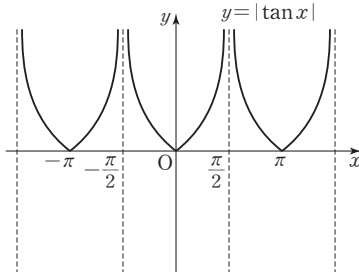
주기: $\frac{\pi}{2}$



치역: 실수 전체의 집합

주기: 2π

274



치역: $\{y | y \geq 0\}$

주기: π

275 점근선의 방정식은 $3x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서

$$x = \frac{n}{3}\pi + \frac{\pi}{6} \quad (n \text{은 정수})$$

주기: $\frac{\pi}{3}$

276 점근선의 방정식은 $2x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서

$$x = \frac{n}{2}\pi + \frac{\pi}{4} \quad (n \text{은 정수})$$

주기: $\frac{\pi}{2}$

277 점근선의 방정식은 $4x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서

$$x = \frac{n}{4}\pi + \frac{\pi}{8} \quad (n \text{은 정수})$$

주기: $\frac{\pi}{4}$

278 점근선의 방정식은 $\frac{1}{4}x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서

$$x = 4n\pi + 2\pi \quad (n \text{은 정수})$$

주기: $\frac{\pi}{1} = 4\pi$

279 점근선의 방정식은 $\frac{2}{3}x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서

$$x = \frac{3n}{2}\pi + \frac{3}{4}\pi \quad (n \text{은 정수})$$

주기: $\frac{\pi}{2} = \frac{3}{2}\pi$

280 점근선의 방정식은 $\frac{1}{2}x = n\pi + \frac{\pi}{2}$ 에서

$$x = 2n\pi + \pi \quad (n \text{은 정수})$$

주기: $\frac{\pi}{1} = 2\pi$

281 □: 실수, π , 1

282 치역은 실수 전체의 집합

주기: $\frac{\pi}{1} = 2\pi$

283 치역은 실수 전체의 집합

주기: $\frac{\pi}{3}$

284 치역은 실수 전체의 집합

주기: $\frac{\pi}{1} = 3\pi$

285 치역은 실수 전체의 집합

주기: $\frac{\pi}{|-3|} = \frac{\pi}{3}$

286 $|\tan \frac{1}{2}x| \geq 0$ 이므로 $|\tan \frac{1}{2}x| + 1 \geq 1$

즉 치역은 $\{y | y \geq 1\}$

주기: $\frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$

287 □: π , 1, 1, 1, 2

288 주기가 2π 이고 $b > 0$ 이므로

$$\frac{\pi}{b} = 2\pi \quad \therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = a \tan \frac{1}{2}x + c$$

$f(0) = -1$ 에서

$$a \tan 0 + c = -1 \quad \therefore c = -1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 에서

$$a \tan \frac{\pi}{4} + c = 1 \quad \therefore a + c = 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

⑦을 ⑧에 대입하면

$$a - 1 = 1 \quad \therefore a = 2$$

289 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 $b > 0$ 이므로

$$\frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore f(x) = a \tan 2x + c$$

$f(0) = 2$ 에서

$$a \tan 0 + c = 2 \quad \therefore c = 2 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 5$ 에서

$$a \tan \frac{\pi}{4} + c = 5 \quad \therefore a + c = 5 \quad \dots\dots \textcircled{10}$$

⑨을 ⑩에 대입하면

$$a + 2 = 5 \quad \therefore a = 3$$

290 □: $-, -\frac{1}{3}$

$$291 \sin(-\theta) = -\sin\theta = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$292 \cos(-\theta) = \cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$293 \tan(-\theta) = -\tan\theta = -\sqrt{2}$$

$$294 \square: -, -\frac{1}{4}$$

$$295 \sin(\pi+\theta) = -\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$296 \cos(\pi+\theta) = -\cos\theta = -\frac{3}{4}$$

$$297 \tan(\pi+\theta) = \tan\theta = \frac{2}{3}$$

$$298 \square: \sin\theta, \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$299 \sin(\pi-\theta) = \sin\theta = \frac{3}{4}$$

$$300 \cos(\pi-\theta) = -\cos\theta = -\frac{4}{5}$$

$$301 \tan(\pi-\theta) = -\tan\theta = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$302 \square: -, -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$303 \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\sin\theta = -\frac{\sqrt{14}}{6}$$

$$304 \sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \cos\theta = \frac{5}{6}$$

$$305 \tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\frac{1}{\tan\theta} = -\frac{7}{\sqrt{15}} = -\frac{7\sqrt{15}}{15}$$

$$306 \square: \sin\theta, \frac{1}{3}$$

$$307 \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \sin\theta = \frac{8}{17}$$

$$308 \sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \cos\theta = \frac{12}{13}$$

$$309 \tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$310 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$311 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\tan\frac{\pi}{4} = -1$$

$$312 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$313 \sin\frac{2}{3}\pi = \sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{2}{3}\pi = \cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan\frac{2}{3}\pi = \tan\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

다른 풀이

$$\sin\frac{2}{3}\pi = \sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{2}{3}\pi = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan\frac{2}{3}\pi = \tan\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\tan\frac{\pi}{6}} = -\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = -\sqrt{3}$$

$$314 \sin\frac{3}{4}\pi = \sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\frac{3}{4}\pi = \cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\frac{3}{4}\pi = \tan\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right) = -\tan\frac{\pi}{4} = -1$$

다른 풀이

$$\sin\frac{3}{4}\pi = \sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\frac{3}{4}\pi = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\frac{3}{4}\pi = \tan\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\tan\frac{\pi}{4}} = -1$$

$$315 \sin\frac{5}{6}\pi = \sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\cos\frac{5}{6}\pi = \cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\frac{5}{6}\pi = \tan\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

다른 풀이

$$\sin\frac{5}{6}\pi = \sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{5}{6}\pi = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{5}{6}\pi = \tan \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{1}{\tan \frac{\pi}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$316 \quad \sin \frac{7}{6}\pi = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{7}{6}\pi = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{7}{6}\pi = \tan \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$317 \quad \sin \frac{5}{4}\pi = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{5}{4}\pi = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \frac{5}{4}\pi = \tan \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$318 \quad \sin \frac{4}{3}\pi = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{4}{3}\pi = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{4}{3}\pi = \tan \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$319 \quad \square: \cos 89^\circ, \cos^2 89^\circ, 44, \frac{91}{2}$$

$$320 \quad \cos 10^\circ = \cos (90^\circ - 80^\circ) = \sin 80^\circ$$

$$\cos 20^\circ = \cos (90^\circ - 70^\circ) = \sin 70^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \cos (90^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ$$

$$\cos 40^\circ = \cos (90^\circ - 50^\circ) = \sin 50^\circ$$

이때

$$\cos^2 10^\circ + \cos^2 80^\circ = \sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ = 1$$

$$\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ = \sin^2 70^\circ + \cos^2 70^\circ = 1$$

$$\cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ = \sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$$

$$\cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ = \sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ = 1$$

이므로

$$\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cdots + \cos^2 80^\circ$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1$$

$$= 4$$

$$321 \quad \cos 2^\circ = \cos (90^\circ - 88^\circ) = \sin 88^\circ$$

$$\cos 4^\circ = \cos (90^\circ - 86^\circ) = \sin 86^\circ$$

$$\cos 6^\circ = \cos (90^\circ - 84^\circ) = \sin 84^\circ$$

$$\vdots$$

$$\cos 44^\circ = \cos (90^\circ - 46^\circ) = \sin 46^\circ$$

이때

$$\cos^2 2^\circ + \cos^2 88^\circ = \sin^2 88^\circ + \cos^2 88^\circ = 1$$

$$\cos^2 4^\circ + \cos^2 86^\circ = \sin^2 86^\circ + \cos^2 86^\circ = 1$$

$$\cos^2 6^\circ + \cos^2 84^\circ = \sin^2 84^\circ + \cos^2 84^\circ = 1$$

$$\vdots$$

$$\cos^2 44^\circ + \cos^2 46^\circ = \sin^2 46^\circ + \cos^2 46^\circ = 1$$

이므로

$$\cos^2 2^\circ + \cos^2 4^\circ + \cos^2 6^\circ + \cdots + \cos^2 90^\circ$$

$$= 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 + \cos^2 90^\circ = 22$$

└────────── 22개 ─────────┘

$$322 \quad \tan 1^\circ = \tan (90^\circ - 89^\circ) = \frac{1}{\tan 89^\circ}$$

$$\tan 2^\circ = \tan (90^\circ - 88^\circ) = \frac{1}{\tan 88^\circ}$$

$$\tan 3^\circ = \tan (90^\circ - 87^\circ) = \frac{1}{\tan 87^\circ}$$

$$\vdots$$

$$\tan 44^\circ = \tan (90^\circ - 46^\circ) = \frac{1}{\tan 46^\circ}$$

이때

$$\tan 1^\circ \times \tan 89^\circ = \frac{1}{\tan 89^\circ} \times \tan 89^\circ = 1$$

$$\tan 2^\circ \times \tan 88^\circ = \frac{1}{\tan 88^\circ} \times \tan 88^\circ = 1$$

$$\tan 3^\circ \times \tan 87^\circ = \frac{1}{\tan 87^\circ} \times \tan 87^\circ = 1$$

$$\vdots$$

$$\tan 44^\circ \times \tan 46^\circ = \frac{1}{\tan 46^\circ} \times \tan 46^\circ = 1$$

이므로

$$\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \cdots \times \tan 89^\circ$$

$$= 1 \times 1 \times 1 \times \cdots \times 1 \times \tan 45^\circ = 1$$

└────────── 44개 ─────────┘

$$323 \quad \square: 2, 0$$

$$324 \quad -1 \leq \cos x \leq 1 \text{ 이므로 } -2 \leq 2 \cos x \leq 2$$

$$\therefore -1 \leq 2 \cos x + 1 \leq 3$$

따라서 최댓값은 3, 최솟값은 -1이다.

$$325 \quad -1 \leq \sin x \leq 1 \text{ 이므로 } -3 \leq -3 \sin x \leq 3$$

$$\therefore -2 \leq -3 \sin x + 1 \leq 4$$

따라서 최댓값은 4, 최솟값은 -2이다.

$$326 \quad \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = -\sin x \text{ 이므로 } y = \sin x + 1$$

이때 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로

$$0 \leq \sin x + 1 \leq 2$$

따라서 최댓값은 2, 최솟값은 0이다.

$$327 \quad \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \cos x \text{ 이므로 } y = 2 \cos x - 1$$

이때 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $-2 \leq 2 \cos x \leq 2$

$$\therefore -3 \leq 2 \cos x - 1 \leq 1$$

따라서 최댓값은 1, 최솟값은 -3이다.

$$328 \quad \square: 1, 5, 1$$

329 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $-2 \leq \sin x - 1 \leq 0$

$0 \leq |\sin x - 1| \leq 2 \quad \therefore 0 \leq 2|\sin x - 1| \leq 4$

따라서 최댓값은 4, 최솟값은 0이다.

330 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $-3 \leq \sin x - 2 \leq -1$

$1 \leq |\sin x - 2| \leq 3 \quad \therefore 2 \leq 2|\sin x - 2| + 1 \leq 4$

따라서 최댓값은 4, 최솟값은 2이다.

331 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $-3 \leq \cos x - 2 \leq -1$

$1 \leq |\cos x - 2| \leq 3 \quad \therefore 2 \leq 2|\cos x - 2| \leq 6$

따라서 최댓값은 6, 최솟값은 2이다.

332 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $0 \leq |\cos x| \leq 1$

$-2 \leq -2|\cos x| \leq 0 \quad \therefore 1 \leq -2|\cos x| + 3 \leq 3$

따라서 최댓값은 3, 최솟값은 1이다.

333 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $-1 \leq -\sin x \leq 1$

$-\frac{1}{2} \leq -\sin x + \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2}, 0 \leq \left| -\sin x + \frac{1}{2} \right| \leq \frac{3}{2}$

$-\frac{3}{2} \leq -\left| -\sin x + \frac{1}{2} \right| \leq 0$

$\therefore -\frac{1}{2} \leq -\left| -\sin x + \frac{1}{2} \right| + 1 \leq 1$

따라서 최댓값은 1, 최솟값은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

334 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $-2 \leq -2\cos x \leq 2$

$-1 \leq -2\cos x + 1 \leq 3, 0 \leq |-2\cos x + 1| \leq 3$

$\therefore 2 \leq |-2\cos x + 1| + 2 \leq 5$

따라서 최댓값은 5, 최솟값은 2이다.

335 □: 1, 1

336 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로

$y = -\cos^2 x + 4\sin x - 2$

$= -(1 - \sin^2 x) + 4\sin x - 2$

$= \sin^2 x + 4\sin x - 3$

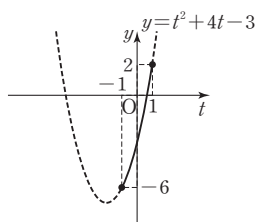
$\sin x = t$ 라 하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$y = t^2 + 4t - 3 = (t+2)^2 - 7$

오른쪽 그림에서

최댓값은 $t=1$ 일 때 2

최솟값은 $t=-1$ 일 때 -6



337 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ 이므로

$y = \sin^2 x + 2\cos x - 1$

$= 1 - \cos^2 x + 2\cos x - 1$

$= -\cos^2 x + 2\cos x$

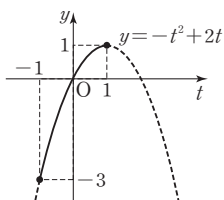
$\cos x = t$ 라 하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$y = -t^2 + 2t = -(t-1)^2 + 1$

오른쪽 그림에서

최댓값은 $t=1$ 일 때 1

최솟값은 $t=-1$ 일 때 -3



338 $\tan x = t$ 라 하면

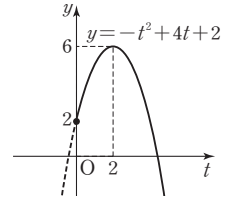
$0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 에서 $t \geq 0$ 이고

$y = -t^2 + 4t + 2 = -(t-2)^2 + 6$

오른쪽 그림에서

최댓값은 $t=2$ 일 때 6

최솟값은 없다.

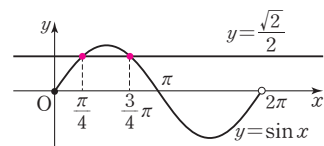


339 □: $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{3}$

340 $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ 에서 $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

주어진 방정식의 해는 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $y = \sin x$ 의 그래프와

직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 교점의 x 좌표와 같다.



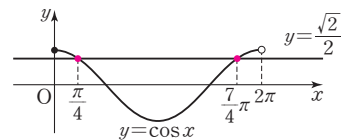
따라서 구하는 방정식의 해는

$x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{3\pi}{4}$

341 $\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{1}{2} = 0$ 에서 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

주어진 방정식의 해는 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $y = \cos x$ 의 그래프와

직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 교점의 x 좌표와 같다.



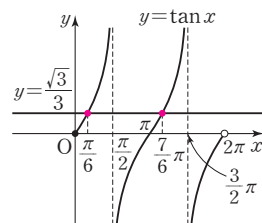
따라서 구하는 방정식의 해는

$x = \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{7\pi}{4}$

342 $3\tan x - \sqrt{3} = 0$ 에서 $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

주어진 방정식의 해는 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $y = \tan x$ 의 그래프와

직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 교점의 x 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

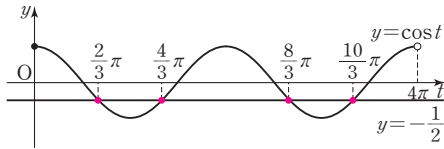
$x = \frac{\pi}{6}$ 또는 $x = \frac{7\pi}{6}$

343 □: $-\frac{1}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{12}$

344 $2x = t$ 라 하면 주어진 방정식은 $\cos t = -\frac{1}{2}$

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } 0 \leq 2x < 4\pi \quad \therefore 0 \leq t < 4\pi$$

즉 $\cos t = -\frac{1}{2}$ 의 해는 $0 \leq t < 4\pi$ 에서 함수 $y = \cos t$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 의 교점의 t 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

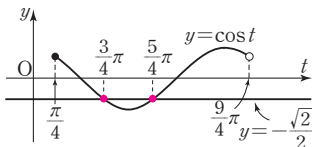
$$t = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } t = \frac{4}{3}\pi \text{ 또는 } t = \frac{8}{3}\pi \text{ 또는 } t = \frac{10}{3}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{5}{3}\pi$$

345 $x + \frac{\pi}{4} = t$ 라 하면 주어진 방정식은 $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } \frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi \quad \therefore \frac{\pi}{4} \leq t < \frac{9}{4}\pi$$

즉 $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 해는 $\frac{\pi}{4} \leq t < \frac{9}{4}\pi$ 에서 함수 $y = \cos t$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 의 교점의 t 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

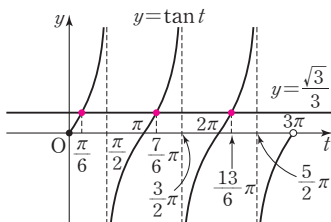
$$t = \frac{3}{4}\pi \text{ 또는 } t = \frac{5}{4}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \pi$$

346 $\frac{3}{2}x = t$ 라 하면 주어진 방정식은 $\tan t = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } 0 \leq \frac{3}{2}x < 3\pi \quad \therefore 0 \leq t < 3\pi$$

즉 $\tan t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 해는 $0 \leq t < 3\pi$ 에서 함수 $y = \tan t$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 교점의 t 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

$$t = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } t = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } t = \frac{13}{6}\pi$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{9} \text{ 또는 } x = \frac{5}{9}\pi \text{ 또는 } x = \frac{13}{9}\pi$$

347 □: 1, 1, $\frac{7}{6}\pi$, 1, $\frac{7}{6}\pi$

348 $\cos x = t$ 라 하면

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } -1 \leq \cos x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

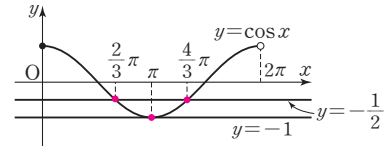
$$2t^2 + 3t + 1 = 0, (2t+1)(t+1) = 0$$

$$\therefore t = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -1$$

$$\text{즉 } \cos x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } \cos x = -1 \text{ 이므로}$$

$$(i) \cos x = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

$$(ii) \cos x = -1 \text{ 일 때, } x = \pi$$



$$(i), (ii) \text{에서 } x = \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}\pi$$

349 $3\sin^2 x - \cos^2 x = 0$ 에서 $3\sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = 0$

$$\therefore 4\sin^2 x - 1 = 0$$

$$\sin x = t \text{라 하면}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

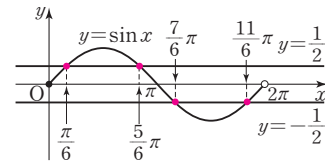
$$4t^2 - 1 = 0, (2t+1)(2t-1) = 0$$

$$\therefore t = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } t = \frac{1}{2}$$

$$\text{즉 } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } \sin x = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$(i) \sin x = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

$$(ii) \sin x = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi$$



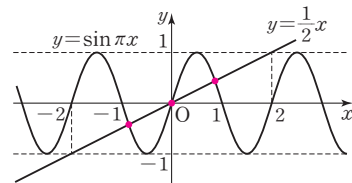
(i), (ii)에서

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

350 □: 7, 7

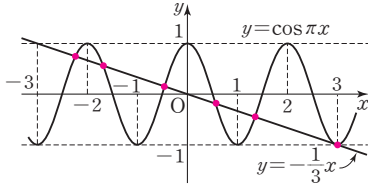
351 방정식 $\sin \pi x = \frac{1}{2}x$ 의 실근은 함수 $y = \sin \pi x$ 의 그래프와 직선

$y = \frac{1}{2}x$ 의 교점의 x 좌표와 같다.



위의 그림에서 함수 $y = \sin \pi x$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 의 교점의 개수는 3이므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- 352 방정식 $\cos \pi x = -\frac{1}{3}x$ 의 실근은 함수 $y = \cos \pi x$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{1}{3}x$ 의 교점의 x 좌표와 같다.



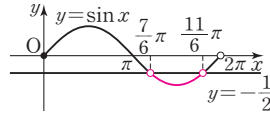
위의 그림에서 함수 $y = \cos \pi x$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{1}{3}x$ 의 교점의 개수는 6이므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

353 □: $\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}$

- 354 $2 \sin x + 1 < 0$ 에서 $\sin x < -\frac{1}{2}$

부등식 $\sin x < -\frac{1}{2}$ 의 해는 함수 $y = \sin x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 보다 아래쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

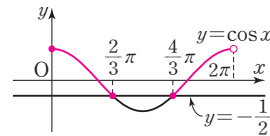
$$\frac{7}{6}\pi < x < \frac{11}{6}\pi$$



- 355 $2 \cos x + 1 \geq 0$ 에서 $\cos x \geq -\frac{1}{2}$

부등식 $\cos x \geq -\frac{1}{2}$ 의 해는 함수 $y = \cos x$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 과 만나거나 직선보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi \text{ 또는 } \frac{4}{3}\pi \leq x < 2\pi$$



356 □: $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}\pi, 2\pi$

- 357 $\sin x = t$ 라 하면

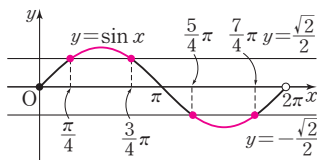
$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

$$t^2 - \frac{1}{2} \geq 0, \left(t + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(t - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \geq 0$$

$$\therefore t \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 또는 } t \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{즉 } \sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 또는 } \sin x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}\pi \text{ 또는 } \frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$$



- 358 $2 \cos^2 x - 3 \sin x < 0$ 에서

$$2(1 - \sin^2 x) - 3 \sin x < 0$$

$$\therefore 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 > 0$$

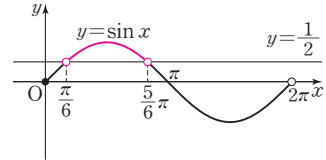
$$\sin x = t \text{라 하면}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

$$2t^2 + 3t - 2 > 0, (2t - 1)(t + 2) > 0$$

$$\therefore t > \frac{1}{2} (\because t + 2 \geq 1)$$

$$\text{즉 } \sin x > \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$$



- 359 $-\cos^2 x - \sin x + 1 \leq 0$ 에서

$$-(1 - \sin^2 x) - \sin x + 1 \leq 0$$

$$\therefore \sin^2 x - \sin x \leq 0$$

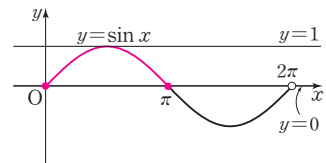
$$\sin x = t \text{라 하면}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

$$t^2 - t \leq 0, t(t - 1) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq t \leq 1$$

$$\text{즉 } 0 \leq \sin x \leq 1 \text{ 이므로 } 0 \leq x \leq \pi$$



연산문제로 실전 능력 다지기

110쪽 ~ 112쪽

- 360 $-1 \leq \sin 3x \leq 1$ 에서 $-2 \leq 2 \sin 3x \leq 2$ 이므로

$$\text{치역은 } \{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$$

- 361 $-1 \leq \cos \pi x \leq 1$ 에서 $-3 \leq 3 \cos \pi x \leq 3$

$$\therefore -5 \leq 3 \cos \pi x - 2 \leq 1$$

$$\text{치역은 } \{y \mid -5 \leq y \leq 1\}$$

$$\text{주기는 } \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

362 $|\tan \pi x| \geq 0$ 이므로

치역은 $\{y | y \geq 0\}$

주기는 $\frac{\pi}{\pi} = 1$

363 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 에서 $-2 \leq 2 \sin x \leq 2$

$-3 \leq 2 \sin x - 1 \leq 1 \quad \therefore 0 \leq |2 \sin x - 1| \leq 3$

치역은 $\{y | 0 \leq y \leq 3\}$

주기는 2π

364 주기가 $\frac{\pi}{3}$ 이고 $b > 0$ 이므로

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{3} \quad \therefore b = 6$$

최댓값이 4이고 $a > 0$ 이므로 $a + c = 4$

..... ㉠

즉 $f(x) = a \sin 6x + c$ 이고 $f\left(\frac{\pi}{36}\right) = 3$ 이므로

$$a \sin \frac{\pi}{6} + c = 3 \quad \therefore \frac{1}{2}a + c = 3$$

..... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 2, c = 2$$

365 주기가 $\frac{\pi}{6}$ 이고 $b > 0$ 이므로

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{6} \quad \therefore b = 12$$

최솟값이 -2 이고 $a > 0$ 이므로 $-a + c = -2$

..... ㉠

즉 $f(x) = a \cos 12x + c$ 이고 $f\left(\frac{\pi}{24}\right) = 1$ 이므로

$$a \cos \frac{\pi}{2} + c = 1 \quad \therefore c = 1$$

..... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$$-a + 1 = -2 \quad \therefore a = 3$$

366 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 $b > 0$ 이므로

$$\frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore b = 2$$

$\therefore f(x) = a \tan 2x + c$

$$f(0) = 1 \text{에서 } a \tan 0 + c = 1 \quad \therefore c = 1$$

..... ㉠

$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4$ 에서

$$a \tan \frac{\pi}{3} + c = 4 \quad \therefore \sqrt{3}a + c = 4$$

..... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\sqrt{3}a + 1 = 4 \quad \therefore a = \sqrt{3}$$

367 $\sin \frac{13}{6}\pi = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin \frac{13}{6}\pi + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

368 $\sin \frac{7}{3}\pi = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\tan \frac{4}{3}\pi = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\cos \frac{2}{3}\pi = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin \frac{7}{3}\pi \tan \frac{4}{3}\pi - \cos \frac{2}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 2$$

369 $\sin \frac{2}{3}\pi = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos \frac{5}{6}\pi = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \frac{2}{3}\pi \cos \frac{5}{6}\pi + \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-1) \\ &= -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

370 $\cos \frac{19}{6}\pi = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\tan \frac{5}{4}\pi = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{\cos \frac{19}{6}\pi + \tan \frac{5}{4}\pi}{\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3} - 2$$

371 $\sin \frac{5}{4}\pi = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\tan \frac{2}{3}\pi = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \frac{\sin \frac{5}{4}\pi \tan \frac{2}{3}\pi}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\sqrt{3})}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\sqrt{3}$$

372 $\sin 10^\circ = \sin(90^\circ - 80^\circ) = \cos 80^\circ$

$$\sin 20^\circ = \sin(90^\circ - 70^\circ) = \cos 70^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \sin(90^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ$$

$$\sin 40^\circ = \sin(90^\circ - 50^\circ) = \cos 50^\circ$$

이때

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = \cos^2 80^\circ + \sin^2 80^\circ = 1$$

$$\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ = \cos^2 70^\circ + \sin^2 70^\circ = 1$$

$$\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ = \cos^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$$

$$\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ = \cos^2 50^\circ + \sin^2 50^\circ = 1$$

이므로

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cdots + \sin^2 90^\circ$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + \sin^2 90^\circ$$

$$= 4 + 1 = 5$$

373 $\cos 1^\circ = \cos(90^\circ - 89^\circ) = \sin 89^\circ$

$$\cos 2^\circ = \cos(90^\circ - 88^\circ) = \sin 88^\circ$$

$$\cos 3^\circ = \cos(90^\circ - 87^\circ) = \sin 87^\circ$$

$\vdots$

$$\cos 44^\circ = \cos(90^\circ - 46^\circ) = \sin 46^\circ$$

이때

$$\begin{aligned}\cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ &= \sin^2 89^\circ + \cos^2 89^\circ = 1 \\ \cos^2 2^\circ + \cos^2 88^\circ &= \sin^2 88^\circ + \cos^2 88^\circ = 1 \\ \cos^2 3^\circ + \cos^2 87^\circ &= \sin^2 87^\circ + \cos^2 87^\circ = 1 \\ &\vdots \\ \cos^2 44^\circ + \cos^2 46^\circ &= \sin^2 46^\circ + \cos^2 46^\circ = 1 \\ \text{이므로} \\ \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \cdots + \cos^2 89^\circ \\ &= \underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{44\text{개}} + \cos^2 45^\circ \\ &= 44 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{89}{2}\end{aligned}$$

374 $\tan 1^\circ = \tan(90^\circ - 89^\circ) = \frac{1}{\tan 89^\circ}$

$\tan 3^\circ = \tan(90^\circ - 87^\circ) = \frac{1}{\tan 87^\circ}$

$\tan 5^\circ = \tan(90^\circ - 85^\circ) = \frac{1}{\tan 85^\circ}$

$\vdots$

$\tan 43^\circ = \tan(90^\circ - 47^\circ) = \frac{1}{\tan 47^\circ}$

이때

$\tan 1^\circ \times \tan 89^\circ = \frac{1}{\tan 89^\circ} \times \tan 89^\circ = 1$

$\tan 3^\circ \times \tan 87^\circ = \frac{1}{\tan 87^\circ} \times \tan 87^\circ = 1$

$\tan 5^\circ \times \tan 85^\circ = \frac{1}{\tan 85^\circ} \times \tan 85^\circ = 1$

$\vdots$

$\tan 43^\circ \times \tan 47^\circ = \frac{1}{\tan 47^\circ} \times \tan 47^\circ = 1$

이므로

$$\begin{aligned}\tan 1^\circ \times \tan 3^\circ \times \tan 5^\circ \times \cdots \times \tan 89^\circ \\ &= \underbrace{1 \times 1 \times 1 \times \cdots \times 1}_{22\text{개}} \times \tan 45^\circ \\ &= 1\end{aligned}$$

375 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $-3 \leq 3 \sin x \leq 3$

$\therefore -5 \leq 3 \sin x - 2 \leq 1$

따라서 최댓값은 1, 최솟값은 -5이다.

376 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 이므로 $0 \leq |\cos x| \leq 1$

$0 \leq 3|\cos x| \leq 3 \quad \therefore 4 \leq 3|\cos x| + 4 \leq 7$

따라서 최댓값은 7, 최솟값은 4이다.

377 $-1 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $-3 \leq \sin x - 2 \leq -1$

$1 \leq |\sin x - 2| \leq 3 \quad \therefore \frac{3}{2} \leq \frac{3}{2}|\sin x - 2| \leq \frac{9}{2}$

따라서 최댓값은 $\frac{9}{2}$, 최솟값은 $\frac{3}{2}$ 이다.

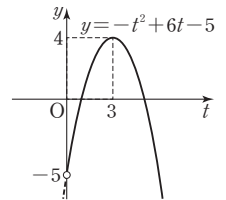
378 $\tan x = t$ 라 하면 $t > 0$ 이고

$y = -t^2 + 6t - 5 = -(t-3)^2 + 4$

오른쪽 그림에서

최댓값은 $t=3$ 일 때 4

최솟값은 없다.



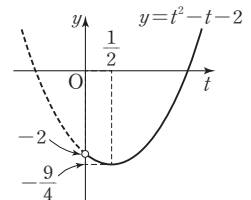
379 $\tan x = t$ 라 하면 $t > 0$ 이고

$y = t^2 - t - 2 = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

오른쪽 그림에서

최댓값은 없다.

최솟값은 $t = \frac{1}{2}$ 일 때 $-\frac{9}{4}$



380 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ 이므로

$y = \sin^2 x - \cos x$

$= 1 - \cos^2 x - \cos x$

$= -\cos^2 x - \cos x + 1$

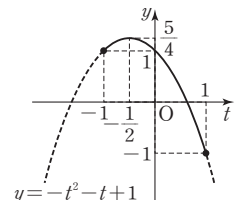
$\cos x = t$ 라 하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$y = -t^2 - t + 1 = -\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$

오른쪽 그림에서

최댓값은 $t = -\frac{1}{2}$ 일 때 $\frac{5}{4}$

최솟값은 $t = 1$ 일 때 -1



381 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ 이므로

$y = -2 \sin^2 x + \cos x + 1$

$= -2(1 - \cos^2 x) + \cos x + 1$

$= 2 \cos^2 x + \cos x - 1$

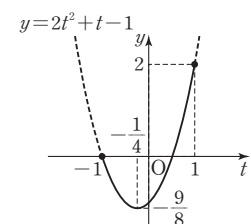
$\cos x = t$ 라 하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$y = 2t^2 + t - 1 = 2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$

오른쪽 그림에서

최댓값은 $t = 1$ 일 때 2

최솟값은 $t = -\frac{1}{4}$ 일 때 $-\frac{9}{8}$



382 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ 이므로

$y = -\cos^2 x + \sin x + 3$

$= -(1 - \sin^2 x) + \sin x + 3$

$= \sin^2 x + \sin x + 2$

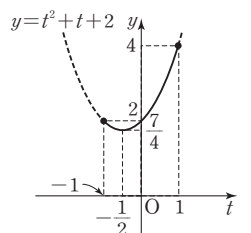
$\sin x = t$ 라 하면 $-1 \leq t \leq 1$ 이고

$y = t^2 + t + 2 = \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$

오른쪽 그림에서

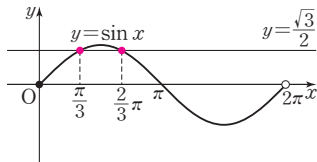
최댓값은 $t = 1$ 일 때 4

최솟값은 $t = -\frac{1}{2}$ 일 때 $\frac{7}{4}$



383 주어진 방정식의 해는 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $y = \sin x$ 의 그래프와

직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 교점의 x 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2\pi}{3}$$

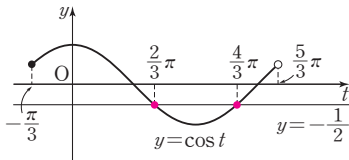
384 $x - \frac{\pi}{3} = t$ 라 하면 주어진 방정식은 $\cos t = -\frac{1}{2}$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 에서 } -\frac{\pi}{3} \leq x - \frac{\pi}{3} < \frac{5\pi}{3}$$

$$\therefore -\frac{\pi}{3} \leq t < \frac{5\pi}{3}$$

즉 $\cos t = -\frac{1}{2}$ 의 해는 $-\frac{\pi}{3} \leq t < \frac{5\pi}{3}$ 에서 함수 $y = \cos t$ 의 그

래프와 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 의 교점의 t 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

$$t = \frac{2\pi}{3} \text{ 또는 } t = \frac{4\pi}{3}$$

$$\therefore x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{5\pi}{3}$$

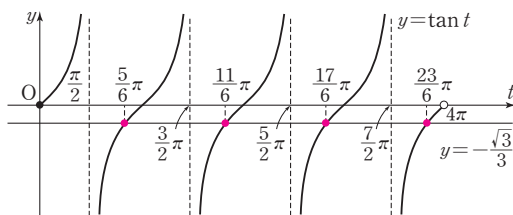
385 $\sqrt{3}\tan 2x + 1 = 0$ 에서 $\tan 2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$2x = t \text{ 라 하면 주어진 방정식은 } \tan t = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 에서 } 0 \leq 2x < 4\pi \quad \therefore 0 \leq t < 4\pi$$

즉 $\tan t = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 해는 $0 \leq t < 4\pi$ 에서 함수 $y = \tan t$ 의 그

래프와 직선 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 교점의 t 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

$$t = \frac{5\pi}{6} \text{ 또는 } t = \frac{11\pi}{6} \text{ 또는 } t = \frac{17\pi}{6} \text{ 또는 } t = \frac{23\pi}{6}$$

$$\therefore x = \frac{5\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{11\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{17\pi}{12} \text{ 또는 } x = \frac{23\pi}{12}$$

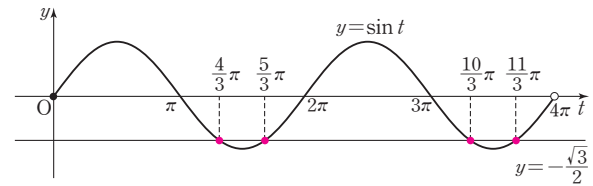
386 $2\sin 2x = -\sqrt{3}$ 에서 $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$2x = t \text{ 라 하면 주어진 방정식은 } \sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 에서 } 0 \leq 2x < 4\pi \quad \therefore 0 \leq t < 4\pi$$

즉 $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 해는 $0 \leq t < 4\pi$ 에서 함수 $y = \sin t$ 의 그래프

와 직선 $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 교점의 t 좌표와 같다.



따라서 구하는 방정식의 해는

$$t = \frac{4\pi}{3} \text{ 또는 } t = \frac{5\pi}{3} \text{ 또는 } t = \frac{10\pi}{3} \text{ 또는 } t = \frac{11\pi}{3}$$

$$\therefore x = \frac{2\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{5\pi}{6} \text{ 또는 } x = \frac{5\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{11\pi}{6}$$

387 $\cos x = t$ 라 하면

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 에서 } -1 \leq \cos x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

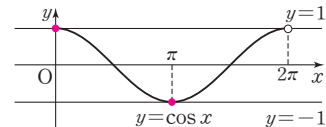
$$t^2 - 1 = 0, (t+1)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 1$$

즉 $\cos x = -1$ 또는 $\cos x = 1$ 이므로

(i) $\cos x = -1$ 일 때, $x = \pi$

(ii) $\cos x = 1$ 일 때, $x = 0$



(i), (ii)에서

$$x = 0 \text{ 또는 } x = \pi$$

388 $\tan x = t$ 라 하면

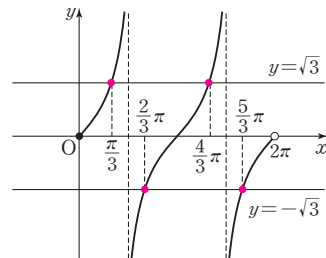
$$t^2 - 3 = 0, (t+\sqrt{3})(t-\sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore t = -\sqrt{3} \text{ 또는 } t = \sqrt{3}$$

즉 $\tan x = -\sqrt{3}$ 또는 $\tan x = \sqrt{3}$ 이므로

(i) $\tan x = -\sqrt{3}$ 일 때, $x = \frac{2\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{5\pi}{3}$

(ii) $\tan x = \sqrt{3}$ 일 때, $x = \frac{\pi}{3}$ 또는 $x = \frac{4\pi}{3}$



(i), (ii)에서

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{4\pi}{3} \text{ 또는 } x = \frac{5\pi}{3}$$

389 $\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$ 에서

$$1 - \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\therefore \sin^2 x - \sin x = 0$$

$\sin x = t$ 라 하면

$$0 \leq x < 2\pi \text{ 에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

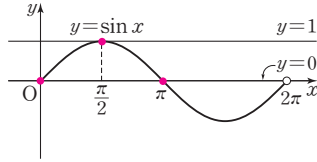
$$t^2 - t = 0, t(t-1) = 0$$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } t = 1$$

즉 $\sin x = 0$ 또는 $\sin x = 1$ 이므로

(i) $\sin x = 0$ 일 때, $x = 0$ 또는 $x = \pi$

(ii) $\sin x = 1$ 일 때, $x = \frac{\pi}{2}$



(i), (ii)에서

$$x = 0 \text{ 또는 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \pi$$

$$390 \quad -\sin^2 x + \cos x + 1 = 0 \text{에서}$$

$$-(1 - \cos^2 x) + \cos x + 1 = 0$$

$$\therefore \cos^2 x + \cos x = 0$$

$\cos x = t$ 라 하면

$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } -1 \leq \cos x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

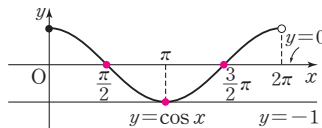
$$t^2 + t = 0, t(t+1) = 0$$

$$\therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 0$$

즉 $\cos x = -1$ 또는 $\cos x = 0$ 이므로

(i) $\cos x = -1$ 일 때, $x = \pi$

(ii) $\cos x = 0$ 일 때, $x = \frac{\pi}{2}$ 또는 $x = \frac{3\pi}{2}$



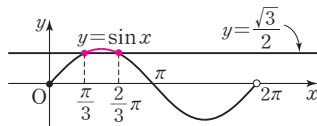
(i), (ii)에서

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } x = \pi \text{ 또는 } x = \frac{3\pi}{2}$$

$$391 \quad \text{주어진 부등식의 해는 함수 } y = \sin x \text{의 그래프가 직선 } y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

과 만나거나 직선보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$$

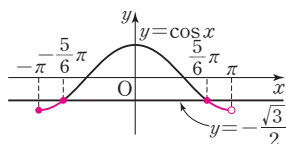


$$392 \quad \text{주어진 부등식의 해는 함수 } y = \cos x \text{의 그래프가 직선}$$

$y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 과 만나거나 직선보다 아래쪽에 있는 부분의 x 의 값의

범위이므로

$$-\pi \leq x \leq -\frac{5\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{5\pi}{6} \leq x < \pi$$



$$393 \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{에서 } \cos x > 0 \text{이므로}$$

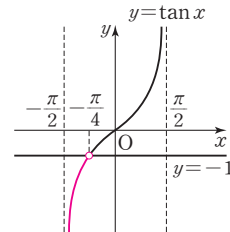
$\cos x + \sin x < 0$ 의 양변을 $\cos x$ 로 나누면

$$1 + \frac{\sin x}{\cos x} < 0 \quad \therefore \tan x < -1$$

즉 부등식 $\tan x < -1$ 의 해는 함수 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선

$y = -1$ 보다 아래쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4}$$



$$394 \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{에서 } \cos x > 0 \text{이므로}$$

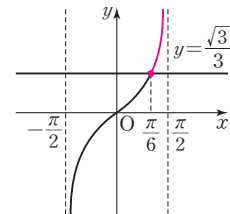
$\cos x \leq \sqrt{3} \sin x$ 의 양변을 $\cos x$ 로 나누면

$$1 \leq \frac{\sqrt{3} \sin x}{\cos x} \quad \therefore \tan x \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

즉 부등식 $\tan x \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$ 의 해는 함수 $y = \tan x$ 의 그래프가 직선

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 과 만나거나 직선보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위

$$\text{이므로 } \frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{2}$$



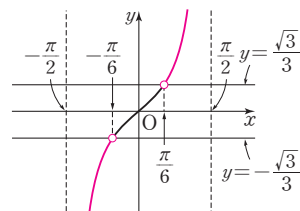
$$395 \quad \tan x = t \text{라 하면}$$

$$3t^2 - 1 > 0, (\sqrt{3}t + 1)(\sqrt{3}t - 1) > 0$$

$$\therefore t < -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 또는 } t > \frac{\sqrt{3}}{3}$$

즉 $\tan x < -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 또는 $\tan x > \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로

$$-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2}$$



$$396 \quad -2\cos^2 x - 3\sin x + 3 \leq 0 \text{에서}$$

$$-2(1 - \sin^2 x) - 3\sin x + 3 \leq 0$$

$$\therefore 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 \leq 0$$

$\sin x = t$ 라 하면

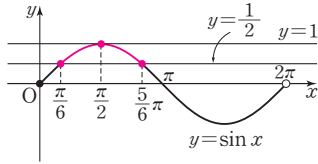
$$0 \leq x < 2\pi \text{에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

$$2t^2 - 3t + 1 \leq 0, (2t-1)(t-1) \leq 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} \leq t \leq 1$$

$$\text{즉 } \frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}\pi$$



$$397 \quad -2\cos^2 x + \sin x + 2 \leq 0 \text{에서}$$

$$-2(1 - \sin^2 x) + \sin x + 2 \leq 0$$

$$\therefore 2\sin^2 x + \sin x \leq 0$$

$$\sin x = t \text{라 하면}$$

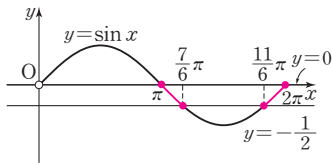
$$0 < x \leq 2\pi \text{에서 } -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq t \leq 1$$

$$2t^2 + t \leq 0, t(2t+1) \leq 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq t \leq 0$$

$$\text{즉 } -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 0 \text{ 이므로}$$

$$\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{11}{6}\pi \leq x \leq 2\pi$$



$$398 \quad -2\sin^2 x + 3\cos x + 3 \geq 0 \text{에서}$$

$$-2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x + 3 \geq 0$$

$$\therefore 2\cos^2 x + 3\cos x + 1 \geq 0$$

$$\cos x = t \text{라 하면}$$

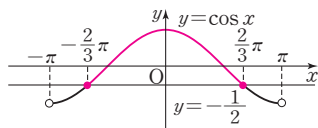
$$-\pi < x < \pi \text{에서 } -1 < \cos x \leq 1 \quad \therefore -1 < t \leq 1$$

$$2t^2 + 3t + 1 \geq 0, (2t+1)(t+1) \geq 0$$

$$\text{이때 } t+1 > 0 \text{ 이므로 } t \geq -\frac{1}{2}$$

$$\text{즉 } \cos x \geq -\frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$-\frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$$



3 사인법칙과 코사인법칙

113쪽 ~ 123쪽

$$399 \quad \square: x, 5\sqrt{2}, 5\sqrt{3}$$

$$400 \quad \text{사인법칙에 의하여 } \frac{5}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 135^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{5}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore x = 5\sqrt{2}$$

$$401 \quad \text{사인법칙에 의하여 } \frac{6}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin x^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin x^\circ} \quad \therefore \sin x^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 30 \quad (\because 0 < x < 135)$$

$$402 \quad \square: \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{2}$$

$$403 \quad \text{사인법칙에 의하여 } \frac{5}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 30^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{c}{\frac{1}{2}} \quad \therefore c = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$404 \quad A + B + C = 180^\circ \text{ 이므로 } A = 60^\circ$$

$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin 45^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore a = 4\sqrt{6}$$

$$405 \quad A + B + C = 180^\circ \text{ 이므로 } B = 45^\circ$$

$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{6}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore b = 2\sqrt{6}$$

$$406 \quad A + B + C = 180^\circ \text{ 이므로 } B = 45^\circ$$

$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{10}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \therefore c = 5\sqrt{6}$$

$$407 \quad \square: 2, 30^\circ$$

$$408 \quad \text{사인법칙에 의하여 } \frac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin C} \text{ 이므로}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\sin C} \quad \therefore \sin C = 1$$

$$\therefore C = 90^\circ \quad (\because 0^\circ < C < 120^\circ)$$

409 사인법칙에 의하여 $\frac{3\sqrt{2}}{\sin A} = \frac{6}{\sin 135^\circ}$ 이므로

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sin A} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \therefore \sin A = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A = 30^\circ (\because 0^\circ < A < 45^\circ)$$

410 사인법칙에 의하여 $\frac{2}{\sin B} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}$ 이므로

$$\frac{2}{\sin B} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \therefore \sin B = \frac{1}{2}$$

$$\therefore B = 30^\circ (\because 0^\circ < B < 60^\circ)$$

411 □: 2, 2, 1

412 $A+B+C=180^\circ$ 이므로 $A=45^\circ$

사인법칙에 의하여 $\frac{2}{\sin 45^\circ} = 2R$ 이므로

$$\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R \quad \therefore R = \sqrt{2}$$

413 사인법칙에 의하여 $\frac{a}{\sin 120^\circ} = 2 \times 10$ 이므로

$$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 20 \quad \therefore a = 10\sqrt{3}$$

414 사인법칙에 의하여 $\frac{12\sqrt{2}}{\sin B} = 2 \times 12$ 이므로

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

이때 $0^\circ < B < 180^\circ$ 이므로

$$B = 45^\circ \text{ 또는 } B = 135^\circ$$

415 □: 8, 4

416 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$3 \times \frac{b}{2R} - \frac{c}{2R} = \frac{a}{2R} \text{ 이므로}$$

$$3b - c = a, 3b = a + c = 9$$

$$\therefore b = 3$$

417 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$R = 3, \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$a + b + c = 2\sqrt{3}R = 2\sqrt{3} \times 3 = 6\sqrt{3}$$

418 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$R = 5, a + b + c = 15 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \sin A + \sin B + \sin C &= \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a+b+c}{2R} \\ &= \frac{15}{2 \times 5} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

419 □: 3, 4, 5, $\frac{9}{20}$

420 $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 2 : 4 : 3$ 이므로

$$a = 2k, b = 4k, c = 3k (k > 0) \text{ 라 하면}$$

$$\frac{ac}{b^2} = \frac{2k \times 3k}{(4k)^2} = \frac{3}{8}$$

421 $A+B+C=180^\circ$ 이고 $A : B : C = 1 : 2 : 3$ 이므로

$$A = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$$

$$B = 180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ$$

$$C = 180^\circ \times \frac{3}{6} = 90^\circ$$

$$\therefore \sin A : \sin B : \sin C = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : 1 = 1 : \sqrt{3} : 2$$

이때 $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$$a = k, b = \sqrt{3}k, c = 2k (k > 0) \text{ 라 하면}$$

$$\frac{ab}{c^2} = \frac{k \times \sqrt{3}k}{(2k)^2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

422 $A+B+C=180^\circ$ 이고 $A : B : C = 2 : 1 : 1$ 이므로

$$A = 180^\circ \times \frac{2}{4} = 90^\circ$$

$$B = 180^\circ \times \frac{1}{4} = 45^\circ$$

$$C = 180^\circ \times \frac{1}{4} = 45^\circ$$

$$\therefore \sin A : \sin B : \sin C = 1 : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} : 1 : 1$$

이때 $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = \sqrt{2} : 1 : 1$ 이므로

$$a = \sqrt{2}k, b = k, c = k (k > 0) \text{ 라 하면}$$

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{k^2}{\sqrt{2}k \times k} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

423 $a + b - 2c = 0$

..... ㉠

$$a - 3b + c = 0$$

..... ㉡

㉠ - ㉡을 하면

$$4b - 3c = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{4}c$$

..... ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$$a + \frac{3}{4}c - 2c = 0 \quad \therefore a = \frac{5}{4}c$$

$$\text{따라서 } a : b : c = \frac{5}{4}c : \frac{3}{4}c : c = 5 : 3 : 4 \text{ 이므로}$$

$$\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c = 5 : 3 : 4$$

424 $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 7 : 6 : 5$ 이므로

$$a + b = 7k, b + c = 6k, c + a = 5k (k > 0)$$

..... ㉠

라 하고 세 식을 변끼리 더하면

$$2a + 2b + 2c = 18k \quad \therefore a + b + c = 9k$$

..... ㉡

㉡에서 ㉠의 각 식을 빼면

$$a = 3k, b = 4k, c = 2k$$

$$\begin{aligned}\therefore \sin A : \sin B : \sin C &= a : b : c \\ &= 3k : 4k : 2k \\ &= 3 : 4 : 2\end{aligned}$$

425 □: c, c, c

426 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 - \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = 0$$

$$a^2 - b^2 = 0, (a+b)(a-b) = 0$$

$$\therefore a = b (\because a+b > 0)$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $a = b$ 인 이등변삼각형이다.

427 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 + \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = \left(\frac{c}{2R}\right)^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

428 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R} \text{ 이므로}$$

$$a \times \frac{a}{2R} = b \times \frac{b}{2R} = c \times \frac{c}{2R}$$

$$a^2 = b^2 = c^2 \quad \therefore a = b = c$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

429 □: 20, 21, $\sqrt{21}$

430 코사인법칙에 의하여

$$x^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$= (3\sqrt{2})^2 + 4^2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 4 \times \cos 45^\circ$$

$$= 18 + 16 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 34 - 24$$

$$= 10$$

$$\therefore x = \sqrt{10} (\because x > 0)$$

431 코사인법칙에 의하여

$$x^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$= 4^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \cos 30^\circ$$

$$= 16 + 12 - 2 \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 28 - 24$$

$$= 4$$

$$\therefore x = 2 (\because x > 0)$$

432 코사인법칙에 의하여

$$x^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$= 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos 120^\circ$$

$$= 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 34 + 15$$

$$= 49$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

433 코사인법칙에 의하여

$$x^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$= 3^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} \times \cos 135^\circ$$

$$= 9 + 8 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= 17 + 12$$

$$= 29$$

$$\therefore x = \sqrt{29} (\because x > 0)$$

434 코사인법칙에 의하여

$$x^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$= 7^2 + 8^2 - 2 \times 7 \times 8 \times \cos 120^\circ$$

$$= 49 + 64 - 2 \times 7 \times 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 113 + 56$$

$$= 169$$

$$\therefore x = 13 (\because x > 0)$$

435 코사인법칙에 의하여

$$x^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$= 2^2 + (3\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times 3\sqrt{3} \times \cos 150^\circ$$

$$= 4 + 27 - 2 \times 2 \times 3\sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 31 + 18$$

$$= 49$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

436 □: 6, 9, 3

437 코사인법칙에 의하여

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$= (3\sqrt{2})^2 + 2^2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 2 \times \cos 45^\circ$$

$$= 18 + 4 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 22 - 12 = 10$$

$$\therefore a = \sqrt{10} (\because a > 0)$$

438 코사인법칙에 의하여

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$= (\sqrt{3})^2 + 2^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 2 \times \cos 30^\circ$$

$$= 3 + 4 - 2 \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 7 - 6 = 1$$

$$\therefore b = 1 (\because b > 0)$$

439 코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ &= 5^2 + 3^2 - 2 \times 5 \times 3 \times \cos 120^\circ \\ &= 25 + 9 - 2 \times 5 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 34 + 15 \\ &= 49 \\ \therefore b &= 7 \quad (\because b > 0) \end{aligned}$$

440 코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\ &= 5^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \times 5 \times 4\sqrt{2} \times \cos 135^\circ \\ &= 25 + 32 - 2 \times 5 \times 4\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= 57 + 40 \\ &= 97 \\ \therefore c &= \sqrt{97} \quad (\because c > 0) \end{aligned}$$

441 □: $\frac{7}{8}$

442 $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{6^2 + 4^2 - 5^2}{2 \times 6 \times 4} = \frac{9}{16}$

443 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{5^2 + 3^2 - 7^2}{2 \times 5 \times 3} = -\frac{1}{2}$
 $\therefore C = 120^\circ \quad (\because 0^\circ < C < 180^\circ)$

444 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{2^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{6})^2}{2 \times 2 \times (\sqrt{3}+1)} = \frac{1}{2}$
 $\therefore A = 60^\circ \quad (\because 0^\circ < A < 180^\circ)$

445 □: $\frac{5}{8}, \frac{5}{8}, 39, \sqrt{39}$

446 $\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned} \cos B &= \frac{7^2 + 10^2 - 7^2}{2 \times 7 \times 10} = \frac{5}{7} \\ \triangle ABD \text{에서} \\ x^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{BD} \times \cos B \\ &= 7^2 + 6^2 - 2 \times 7 \times 6 \times \frac{5}{7} = 25 \\ \therefore x &= 5 \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

447 $\triangle ADC$ 에서

$$\begin{aligned} \cos C &= \frac{4^2 + 8^2 - 7^2}{2 \times 4 \times 8} = \frac{31}{64} \\ \triangle ABC \text{에서} \\ x^2 &= \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \times \overline{BC} \times \overline{AC} \times \cos C \\ &= 8^2 + 8^2 - 2 \times 8 \times 8 \times \frac{31}{64} = 66 \\ \therefore x &= \sqrt{66} \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

448 □: $ab, >$

449 $a \cos C = c \cos A$ 에서

$$\begin{aligned} a \times \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} &= c \times \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \text{이므로} \\ a^2 + b^2 - c^2 &= b^2 + c^2 - a^2, 2a^2 - 2c^2 = 0 \\ a^2 - c^2 &= 0, (a+c)(a-c) = 0 \\ \therefore a &= c \quad (\because a+c > 0) \end{aligned}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $a=c$ 인 이등변삼각형이다.

450 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$\begin{aligned} \sin B \cos C &= \sin C \cos B \text{에서} \\ \frac{b}{2R} \times \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} &= \frac{c}{2R} \times \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \text{이므로} \\ a^2 + b^2 - c^2 &= c^2 + a^2 - b^2, 2b^2 - 2c^2 = 0 \\ b^2 - c^2 &= 0, (b+c)(b-c) = 0 \\ \therefore b &= c \quad (\because b+c > 0) \end{aligned}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $b=c$ 인 이등변삼각형이다.

451 □: $\sqrt{6}, \sqrt{6}, \sqrt{6}, 45^\circ, 75^\circ$

다른 풀이

$$\begin{aligned} a^2 &= 2^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - 2 \times 2 \times (\sqrt{3}+1) \times \cos 60^\circ = 6 \text{이므로} \\ a &= \sqrt{6} \quad (\because a > 0) \\ \text{사인법칙에 의하여 } \frac{\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} &= \frac{2}{\sin B} \text{이므로} \\ \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} &= \frac{2}{\sin B} \quad \therefore \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \therefore B &= 45^\circ \quad (\because 0^\circ < B < 120^\circ) \\ \therefore C &= 180^\circ - A - B = 75^\circ \end{aligned}$$

452 $b^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - 2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3}+1) \times \cos 45^\circ = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} b &= 2 \quad (\because b > 0) \\ \cos C &= \frac{(\sqrt{3}+1)^2 + 2^2 - (\sqrt{2})^2}{2 \times (\sqrt{3}+1) \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{이므로} \\ C &= 30^\circ \quad (\because 0^\circ < C < 135^\circ) \\ \therefore A &= 180^\circ - B - C = 105^\circ \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} b^2 &= (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - 2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3}+1) \times \cos 45^\circ = 4 \text{이므로} \\ b &= 2 \quad (\because b > 0) \\ \text{사인법칙에 의하여 } \frac{2}{\sin 45^\circ} &= \frac{\sqrt{2}}{\sin C} \text{이므로} \\ \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sin C} \quad \therefore \sin C = \frac{1}{2} \\ \therefore C &= 30^\circ \quad (\because 0^\circ < C < 135^\circ) \\ \therefore A &= 180^\circ - B - C = 105^\circ \end{aligned}$$

453 $B = 180^\circ - A - C = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$

$$\text{사인법칙에 의하여 } \frac{2\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ} \text{이므로}$$

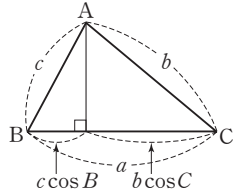
$$c = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} \times \sin 60^\circ = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore a &= b \cos C + c \cos B \\ &= 2\sqrt{2} \cos 60^\circ + 2\sqrt{3} \cos 45^\circ \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{6}\end{aligned}$$

참고

453에서 a 의 값은 다음을 이용하여 구한다.

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{에서} \\ a &= b \cos C + c \cos B \\ b &= c \cos A + a \cos C \\ c &= a \cos B + b \cos A\end{aligned}$$



454 □: $45^\circ, 3\sqrt{2}$

455 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{6} \times \sin 135^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3}$

456 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sin 120^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

457 □: $60^\circ, \frac{\sqrt{3}}{2}, 4$

458 $S = \frac{1}{2} \times c \times \sqrt{6} \times \sin 150^\circ = \sqrt{3}$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times c \times \sqrt{6} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3} \quad \therefore c = 2\sqrt{2}$

459 $S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 \times \sin C = 3$ 이므로
 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore C = 60^\circ (\because 0^\circ < C < 90^\circ)$

460 $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{2} \times \sin B = 6$ 이므로
 $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore B = 135^\circ (\because 90^\circ < B < 180^\circ)$

461 □: 9, 9, 9, 9, $3\sqrt{15}$

462 $s = \frac{5+7+6}{2} = 9$ 이므로
 $\triangle ABC = \sqrt{9(9-5)(9-7)(9-6)} = 6\sqrt{6}$

463 $s = \frac{7+3+6}{2} = 8$ 이므로
 $\triangle ABC = \sqrt{8(8-7)(8-3)(8-6)} = 4\sqrt{5}$

464 $s = \frac{8+9+7}{2} = 12$ 이므로
 $\triangle ABC = \sqrt{12(12-8)(12-9)(12-7)} = 12\sqrt{5}$

465 □: 6, 4, $\frac{5}{2}$

466 $s = \frac{5+6+9}{2} = 10$ 이므로
 $\triangle ABC = \sqrt{10(10-5)(10-6)(10-9)} = 10\sqrt{2}$
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면
 $\triangle ABC = \frac{5 \times 6 \times 9}{4R} = 10\sqrt{2}$
 $\therefore R = \frac{27\sqrt{2}}{8}$

467 코사인법칙에 의하여
 $a^2 = 2^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3} \times \cos 30^\circ = 1$
 $\therefore a = 1 (\because a > 0)$
 이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면
 $\triangle ABC = \frac{1 \times 2 \times \sqrt{3}}{4R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\therefore R = 1$

468 코사인법칙에 의하여
 $a^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 2 \times 2\sqrt{2} \times \cos 45^\circ = 4$
 $\therefore a = 2 (\because a > 0)$
 이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 2$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면
 $\triangle ABC = \frac{2 \times 2 \times 2\sqrt{2}}{4R} = 2$
 $\therefore R = \sqrt{2}$

469 □: 6, $\frac{1}{2}$, 6

470 $\triangle ABC$ 에서 코사인법칙에 의하여
 $\overline{AC}^2 = (\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \cos 60^\circ = 9$
 $\therefore \overline{AC} = 3 (\because \overline{AC} > 0)$
 $\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{2} \times \sin 45^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= \frac{3+3\sqrt{3}}{2}$

471 $\triangle ABC$ 에서 코사인법칙에 의하여
 $\overline{AC}^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \cos 60^\circ = 49$
 $\therefore \overline{AC} = 7 (\because \overline{AC} > 0)$

$$\begin{aligned}
\therefore \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\
&= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 7 \times 6 \times \sin 30^\circ \\
&= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 7 \times 6 \times \frac{1}{2} \\
&= 10\sqrt{3} + \frac{21}{2}
\end{aligned}$$

472 $\triangle ABC$ 에서 코사인법칙에 의하여
 $\overline{AC}^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \times 3 \times 4 \times \cos 60^\circ = 13$
 $\therefore \overline{AC} = \sqrt{13}$ ($\because \overline{AC} > 0$)
 이때 $\triangle ACD$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{AD} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = 3$
 $\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \\
&= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \\
&= 3\sqrt{3} + 3
\end{aligned}$$

473 $\triangle ABC$ 에서 사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}
\frac{2\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} &= \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} \text{이므로} \\
\overline{AC} &= \frac{2\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} \times \sin 60^\circ = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \\
\therefore \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\
&= \frac{1}{2} \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times 2\sqrt{2} \times \sin 60^\circ \\
&\quad + \frac{1}{2} \times 3 \times 2\sqrt{3} \times \sin 30^\circ \\
&= \frac{1}{2} \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 3 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \\
&= 3 + \frac{5\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}$$

474 $\triangle ABD$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned}
\overline{AD} &= \overline{AB} = 2\sqrt{2} \\
\therefore \overline{BD} &= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4 \\
\text{이때 } \angle DBC &= 45^\circ \text{이므로} \\
\overline{BC} &= 4 \cos 45^\circ + 4\sqrt{2} \cos 30^\circ = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\
\therefore \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\
&= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \times 4 \times \sin 45^\circ \\
&= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\
&= 8 + 4\sqrt{3}
\end{aligned}$$

475 $\triangle BCD$ 는 직각삼각형이므로

$$\begin{aligned}
\overline{BD} &= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \\
\triangle ABD \text{에서 } s &= \frac{5+5+4}{2} = 7 \text{이므로} \\
\triangle ABD &= \sqrt{7(7-5)(7-5)(7-4)} = 2\sqrt{21}
\end{aligned}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\begin{aligned}
\therefore \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\
&= 2\sqrt{21} + 6
\end{aligned}$$

476 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로

$$\begin{aligned}
\overline{AC} &= \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \\
\triangle ACD \text{에서 } s &= \frac{7+8+13}{2} = 14 \text{이므로} \\
\triangle ACD &= \sqrt{14(14-7)(14-8)(14-13)} = 14\sqrt{3} \\
\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 \\
\therefore \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD = 30 + 14\sqrt{3}
\end{aligned}$$

477 $\square$: $\overline{BC}$, 4, 4, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $6\sqrt{3}$

478 $\overline{AD} = \overline{AB} = 6$ 이므로

$$\begin{aligned}
\square ABCD &= 6 \times 6 \times \sin 135^\circ \\
&= 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}
\end{aligned}$$

479 $\overline{BH} = 2 \cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}
\overline{BC} &= 2\overline{BH} = 2\sqrt{2} \\
\therefore \square ABCD &= 2\sqrt{2} \times 2 \times \sin 45^\circ \\
&= 2\sqrt{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4
\end{aligned}$$

480 $\square$: 8, 30° , 8, $\frac{1}{2}$, 10

481 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 두 대각선의 길이가 같다.
 즉 $\overline{AC} = \overline{BD} = 6$ 이므로

$$\begin{aligned}
\square ABCD &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ \\
&= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}
\end{aligned}$$

482 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 6 \times \sin 135^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 9$

연산문제로 실전 능력 다지기

124쪽 ~ 125쪽

483 $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$

사인법칙에 의하여 $\frac{3}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ}$ 이므로

$$c = \frac{3}{\sin 60^\circ} \times \sin 45^\circ = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{6}$$

484 $A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 30^\circ - 15^\circ = 135^\circ$
 사인법칙에 의하여 $\frac{5}{\sin 30^\circ} = \frac{a}{\sin 135^\circ}$ 이므로

$$a = \frac{5}{\sin 30^\circ} \times \sin 135^\circ = \frac{5}{\frac{1}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

485 사인법칙에 의하여 $\frac{5}{\sin B} = \frac{5\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}$ 이므로

$$\frac{5}{\sin B} = \frac{5\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \therefore \sin B = \frac{1}{2}$$

 $\therefore B = 30^\circ$ ($\because 0^\circ < B < 120^\circ$)
 $\therefore A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$

486 사인법칙에 의하여 $\frac{3\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\sin B}$ 이므로

$$\frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sin B} \quad \therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

 $\therefore B = 60^\circ$ 또는 $B = 120^\circ$ ($\because 0^\circ < B < 135^\circ$)
 (i) $B = 60^\circ$ 일 때
 $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$
 (ii) $B = 120^\circ$ 일 때
 $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 45^\circ - 120^\circ = 15^\circ$
 (i), (ii)에서 $C = 75^\circ$ 또는 $C = 15^\circ$

487 $A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 15^\circ - 45^\circ = 120^\circ$
 사인법칙에 의하여 $\frac{3}{\sin 120^\circ} = 2R$ 이므로

$$\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \quad \therefore R = \sqrt{3}$$

488 사인법칙에 의하여 $\frac{\sqrt{2}}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C} = 2 \times 1$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin B} = 2$$
 에서 $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\therefore B = 45^\circ$ 또는 $B = 135^\circ$ ($\because 0^\circ < B < 180^\circ$)

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin C} = 2$$
 에서 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\therefore C = 60^\circ$ ($\because 0^\circ < C < 90^\circ$)
 그런데 $B + C < 180^\circ$ 이어야 하므로 $B = 45^\circ$
 $\therefore A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$

489 $2\sin A = \sin B + \sin C$ 에서

$$2 \times \frac{a}{2R} = \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R}$$

 $2a = b + c \quad \therefore b = 2a - c = 2$

490 $\sin A + \sin B - 2\sin C = \sqrt{2}$ 에서

$$\frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} - 2 \times \frac{c}{2R} = \sqrt{2}$$

 $2\sqrt{2}R = a + b - 2c = 4 \quad \therefore R = \sqrt{2}$

491 $A + B + C = 180^\circ$ 이고 $A : B : C = 1 : 3 : 2$ 이므로

$$A = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$$

$$B = 180^\circ \times \frac{3}{6} = 90^\circ$$

$$C = 180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ$$

$\therefore \sin A : \sin B : \sin C = \sin 30^\circ : \sin 90^\circ : \sin 60^\circ$

$$= \frac{1}{2} : 1 : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1 : 2 : \sqrt{3}$$

이때 $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 1 : 2 : \sqrt{3}$ 이므로
 $a = k, b = 2k, c = \sqrt{3}k$ ($k > 0$) 라 하면

$$\frac{c^2}{ab} = \frac{(\sqrt{3}k)^2}{k \times 2k} = \frac{3}{2}$$

492 $a - 2b + c = 0$ ㉠
 $4a - 4b + c = 0$ ㉡
 ㉠ - ㉡ 을 하면
 $3a - 2b = 0 \quad \therefore a = \frac{2}{3}b$ ㉢

㉢ 을 ㉠ 에 대입하면

$$\frac{2}{3}b - 2b + c = 0 \quad \therefore c = \frac{4}{3}b$$

 따라서 $a : b : c = \frac{2}{3}b : b : \frac{4}{3}b = 2 : 3 : 4$ 이므로
 $\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c = 2 : 3 : 4$

493 코사인법칙에 의하여

$$c^2 = (3 + \sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \times (3 + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \times \cos 60^\circ$$

$$= 12 + 6\sqrt{3} + 12 - 2 \times (3 + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= 18$$

 $\therefore c = 3\sqrt{2}$ ($\because c > 0$)

494 코사인법칙에 의하여

$$a^2 = (2\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times 3 \times \cos 45^\circ$$

$$= 8 + 9 - 2 \times 2\sqrt{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 17 - 12 = 5$$

 $\therefore a = \sqrt{5}$ ($\because a > 0$)

495 $\cos A = \frac{4^2 + 7^2 - 5^2}{2 \times 4 \times 7} = \frac{5}{7}$

496 $a : b : c = 4 : 5 : \sqrt{21}$ 이므로
 $a = 4k, b = 5k, c = \sqrt{21}k$ ($k > 0$) 라 하면

$$\cos C = \frac{(4k)^2 + (5k)^2 - (\sqrt{21}k)^2}{2 \times 4k \times 5k} = \frac{1}{2}$$

 $\therefore C = 60^\circ$ ($\because 0^\circ < C < 180^\circ$)

497 $\triangle ABD$ 에서 $\cos B = \frac{6^2 + 5^2 - 4^2}{2 \times 6 \times 5} = \frac{3}{4}$

△ABC에서
 $x^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \cos B$
 $= 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \times \frac{3}{4}$
 $= 46$
 $\therefore x = \sqrt{46} (\because x > 0)$

498 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle DAC = \theta$ 라 하면

△ABC에서
 $\cos \theta = \frac{6^2 + x^2 - 4^2}{2 \times 6 \times x} = \frac{x^2 + 20}{12x}$

△ACD에서
 $\cos \theta = \frac{4^2 + x^2 - 3^2}{2 \times 4 \times x} = \frac{x^2 + 7}{8x}$

㉠, ㉡에서 $\frac{x^2 + 20}{12x} = \frac{x^2 + 7}{8x}$ 이므로
 $2x^2 + 40 = 3x^2 + 21, x^2 = 19$
 $\therefore x = \sqrt{19} (\because x > 0)$

499 △ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$a \times \frac{a}{2R} = b \times \frac{b}{2R} + c \times \frac{c}{2R}$
 $\therefore a^2 = b^2 + c^2$
따라서 △ABC는 $A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

500 △ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} = \frac{c}{2R} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \right)$
 $a + b = c \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \right)$
 $a + b = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$
 $2ab(a + b) = a(b^2 + c^2 - a^2) + b(c^2 + a^2 - b^2)$
 $a^3 + a^2b + (b^2 - c^2)a + b^3 - bc^2 = 0$
 $a^3 + a^2b + (b^2 - c^2)a + (b^2 - c^2)b = 0$
 $a^2(a + b) + (b^2 - c^2)(a + b) = 0$
 $(a + b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0$
이때 $a + b > 0$ 이므로 $a^2 + b^2 - c^2 = 0$
 $\therefore c^2 = a^2 + b^2$
따라서 △ABC는 $C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

501 코사인법칙에 의하여

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$ 이므로
 $7^2 = 3^2 + a^2 - 2 \times 3 \times a \times \cos 60^\circ$
 $a^2 - 3a - 40 = 0, (a + 5)(a - 8) = 0$
 $\therefore a = 8 (\because a > 0)$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 6\sqrt{3}$

502 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

△ABC에서 코사인법칙에 의하여
 $\overline{AC}^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \times 4 \times 8 \times \cos 60^\circ$
 $= 48$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} (\because \overline{AC} > 0)$

△ABC에서 $\angle ACB = \theta$ 라 하면

사인법칙에 의하여 $\frac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\sin \theta}$ 이므로

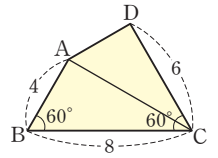
$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sin \theta} \quad \therefore \sin \theta = \frac{1}{2}$

$\therefore \theta = 30^\circ (\because 0^\circ < \theta < 60^\circ)$

즉 $\angle ACD = 60^\circ - \theta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ 이므로

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 \times \sin 30^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 \times \frac{1}{2}$
 $= 14\sqrt{3}$



503 $\overline{AD} = x$ 라 하면 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

$\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times x \times 3 \times \sin 60^\circ$
 $+ \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \sin 60^\circ$

$\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times x \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}x}{4} + \frac{3\sqrt{3}x}{2}, 18 = 3x + 6x$

$18 = 9x \quad \therefore x = 2, \text{ 즉 } \overline{AD} = 2$

504 세 변의 길이가 5, 7, 8이므로 $s = \frac{5+7+8}{2} = 10$

$\therefore \triangle ABC = \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)} = 10\sqrt{3}$

따라서 △ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\triangle ABC = \frac{5 \times 7 \times 8}{4R} = 10\sqrt{3} \quad \therefore R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

505 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COD : \angle DOA$

$= \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DA} = 4 : 3 : 8 : 9$

$\therefore \angle AOB = 360^\circ \times \frac{4}{24} = 60^\circ, \angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{24} = 45^\circ,$

$\angle COD = 360^\circ \times \frac{8}{24} = 120^\circ, \angle DOA = 360^\circ \times \frac{9}{24} = 135^\circ$

$\therefore \square ABCD = \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 45^\circ$
 $+ \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 135^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $+ \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$
 $= 8(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

506 ② $210^\circ = 210 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7}{6}\pi$

507 부채꼴의 반지름의 길이를 r , 중심각의 크기를 θ , 호의 길이를 l , 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}rl \text{에서 } 4\pi = \frac{1}{2} \times r \times 2\pi \quad \therefore r = 4$$

이때 $l = r\theta$ 이므로 $2\pi = 4\theta$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{2}$$

508 부채꼴의 호의 길이를 l , 넓이를 S 라 하면

$l + 2r = 12$ 이므로 $l = 12 - 2r$ ($0 < r < 6$)

$$\therefore S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(12 - 2r)$$

$$= -r^2 + 6r$$

$$= -(r - 3)^2 + 9$$

즉 $r = 3$ 일 때 부채꼴의 넓이가 최대이므로

$$l = 12 - 2 \times 3 = 6$$

이때 $l = r\theta$ 이므로 $6 = 3\theta \quad \therefore \theta = 2$

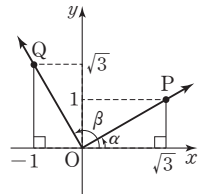
$$\therefore r + \theta = 3 + 2 = 5$$

509 오른쪽 그림에서

$$\overline{OP} = \overline{OQ} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \text{이므로}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

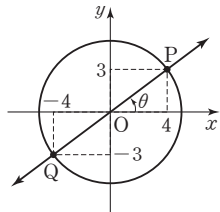


510 두 점 P, Q는 원점에 대하여 대칭이므로 점 P의 좌표는 P(4, 3)

$$\text{즉 } \overline{OP} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{이므로}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}, \tan \theta = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin \theta \tan \theta = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$



511 $\frac{\sqrt{\cos \theta}}{\sqrt{\sin \theta}} = -\sqrt{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}$ 에서 $\cos \theta > 0$, $\sin \theta < 0$ 이므로 θ 는 제4사분면의 각이다.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{이므로}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

이때 θ 는 제4사분면의 각이므로

$$\sin \theta = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore \sin \theta - \tan \theta = -\frac{4}{5} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{15}$$

참고

$$(1) \sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab} \text{일 때, } a \leq 0, b \leq 0$$

$$(2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}} \text{일 때, } a \geq 0, b < 0$$

512 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ 의 양변을 제곱하면

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}, \quad 2 \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

$$\therefore \sin^4 \theta + \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= 1^2 - 2(\sin \theta \cos \theta)^2$$

$$= 1 - 2 \times \left(-\frac{3}{8}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{9}{32} = \frac{23}{32}$$

513 이차방정식 $x^2 - 2\sqrt{2}x + k = 0$ 의 두 근이 $\frac{1}{\sin \theta}, \frac{1}{\cos \theta}$ 이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$$\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = 2\sqrt{2} \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = k \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

①의 양변에 $\sin \theta \cos \theta$ 를 곱하면

$$\sin \theta + \cos \theta = 2\sqrt{2} \sin \theta \cos \theta$$

②에서 $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{k}$ 이므로

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{k}$$

위의 식의 양변을 제곱하면

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{8}{k^2}$$

$$\therefore 1 + \frac{2}{k} = \frac{8}{k^2}$$

위의 식의 양변에 k^2 을 곱하면

$$k^2 + 2k - 8 = 0, \quad (k + 4)(k - 2) = 0$$

$$\therefore k = 2 \quad (\because 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{에서 } k > 0)$$

514 $f(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에 x 대신 $x+1$ 을 대입하면

$$f(x+2) = f(x) \text{이므로}$$

$$f(123) = f(121) = f(119) = \dots = f(3) = 1$$

$$f(456) = f(454) = f(452) = \dots = f(4) = -2$$

$$\therefore f(123) - f(456) = 1 - (-2) = 3$$

515 함수 $f(x) = \sin x$ 의 그래프는 직선 $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{5}{2}\pi$ 에 대하여

대칭이므로

$$\frac{a+b}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore a+b = \pi$$

$$\frac{c+d}{2} = \frac{5}{2}\pi \quad \therefore c+d = 5\pi$$

따라서 $a+b+c+d=\pi+5\pi=6\pi$ 이므로
 $f(a+b+c+d)=\sin 6\pi=0$

다른 풀이

함수 $f(x)=\sin x$ 의 그래프는 직선 $x=\frac{3}{2}\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{a+d}{2}=\frac{3}{2}\pi \quad \therefore a+d=3\pi$$

$$\frac{b+c}{2}=\frac{3}{2}\pi \quad \therefore b+c=3\pi$$

따라서 $a+b+c+d=3\pi+3\pi=6\pi$ 이므로

$$f(a+b+c+d)=\sin 6\pi=0$$

516 함수 $y=a \sin b\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 의 주기는

$$\frac{5}{4}\pi-\frac{\pi}{4}=\pi$$

즉 주기가 π 이고 $b>0$ 이므로

$$\frac{2\pi}{b}=\pi \quad \therefore b=2$$

최댓값이 3이고 $a>0$ 이므로 $a=3$

517 함수 $y=\cos 2x$ 의 그래프는 직선 $x=\frac{\pi}{2}, x=\pi$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{a+b}{2}=\frac{\pi}{2} \quad \therefore a+b=\pi$$

$$\frac{b+c}{2}=\pi \quad \therefore b+c=2\pi$$

따라서 $a+2b+c=\pi+2\pi=3\pi$ 이므로

$$\cos(a+2b+c)=\cos 3\pi=\cos(\pi+2\pi) \\ =\cos \pi=-1$$

518 함수 $y=a \cos(bx-c)$ 의 주기는

$$\frac{5}{4}\pi-\frac{\pi}{4}=\pi$$

즉 주기가 π 이고 $b>0$ 이므로

$$\frac{2\pi}{b}=\pi \quad \therefore b=2$$

최댓값이 4이고 $a>0$ 이므로 $a=4$

따라서 함수 $y=4 \cos(2x-c)$ 의 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$\cos(-c)=\cos c=0 \quad \therefore c=\frac{\pi}{2} \quad (\because 0<c<\pi)$$

519 ① 정의역은 $x=\frac{n}{3}\pi+\frac{\pi}{6}$ (n 은 정수)를 제외한 실수 전체의 집합이다.

② 치역은 실수 전체의 집합이다.

$$\textcircled{3} x=\frac{\pi}{18} \text{를 대입하면 } y=\sqrt{3} \tan \frac{\pi}{6}=\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}=1$$

즉 그래프는 점 $\left(\frac{\pi}{18}, 1\right)$ 을 지난다.

④ 주기는 $\frac{\pi}{3}$ 이다.

⑤ 그래프는 함수 $y=\tan x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{3}$ 배, y 축의 방향으로 $\sqrt{3}$ 배 한 것과 같다.
 따라서 옳은 것은 ③이다.

520 ① 그래프는 함수 $y=\tan x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{3}$ 배, y 축의 방향으로 2배 한 것을 평행이동하면 겹칠 수 있다.

② 주기는 $\frac{\pi}{3}$ 이다.

$$\textcircled{3} y=2 \tan(3x-\pi)+1=2 \tan 3\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+1 \text{이므로 그래프}$$

는 함수 $y=2 \tan 3x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것과 같다.

$$\textcircled{4} x=\pi \text{를 대입하면 } y=2 \tan 2\pi+1=1$$

즉 그래프는 점 $(\pi, 1)$ 을 지난다.

⑤ 최댓값과 최솟값은 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

521 함수 $y=\tan(ax+b)$ 의 주기는

$$\frac{\pi}{3}-\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2}{3}\pi$$

즉 주기가 $\frac{2}{3}\pi$ 이고 $a>0$ 이므로

$$\frac{\pi}{a}=\frac{2}{3}\pi \quad \therefore a=\frac{3}{2}$$

따라서 $y=\tan\left(\frac{3}{2}x+b\right)$ 의 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$\tan b=0 \quad \therefore b=\pi \quad (\because 0<b<2\pi)$$

522 $\theta=\frac{\pi}{50}$ 이므로

$$\sin^2 \theta+\sin^2 2\theta+\sin^2 3\theta+\cdots+\sin^2 24\theta$$

$$=\sin^2 \frac{\pi}{50}+\sin^2 \frac{2}{50}\pi+\sin^2 \frac{3}{50}\pi+\cdots+\sin^2 \frac{24}{50}\pi$$

이때

$$\sin \frac{\pi}{50}=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{24}{50}\pi\right)=\cos \frac{24}{50}\pi$$

$$\sin \frac{2}{50}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{23}{50}\pi\right)=\cos \frac{23}{50}\pi$$

$$\sin \frac{3}{50}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{22}{50}\pi\right)=\cos \frac{22}{50}\pi$$

$\vdots$

$$\sin \frac{12}{50}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{13}{50}\pi\right)=\cos \frac{13}{50}\pi$$

이므로

$$\sin^2 \frac{\pi}{50}+\sin^2 \frac{24}{50}\pi=\cos^2 \frac{24}{50}\pi+\sin^2 \frac{24}{50}\pi=1$$

$$\sin^2 \frac{2}{50}\pi+\sin^2 \frac{23}{50}\pi=\cos^2 \frac{23}{50}\pi+\sin^2 \frac{23}{50}\pi=1$$

$$\sin^2 \frac{3}{50}\pi+\sin^2 \frac{22}{50}\pi=\cos^2 \frac{22}{50}\pi+\sin^2 \frac{22}{50}\pi=1$$

$\vdots$

$$\sin^2 \frac{12}{50}\pi+\sin^2 \frac{13}{50}\pi=\cos^2 \frac{13}{50}\pi+\sin^2 \frac{13}{50}\pi=1$$

$$\therefore (\text{주어진 식})=\sin^2 \frac{\pi}{50}+\sin^2 \frac{2}{50}\pi+\sin^2 \frac{3}{50}\pi$$

$$+\cdots+\sin^2 \frac{24}{50}\pi$$

$$=1 \times 12$$

$$=12$$

523 $y = 4\cos^2 x + 4\sin x - 5$
 $= 4(1 - \sin^2 x) + 4\sin x - 5$
 $= -4\sin^2 x + 4\sin x - 1$
 $\sin x = t$ 라 하면 $0 \leq t \leq 1$ 이고

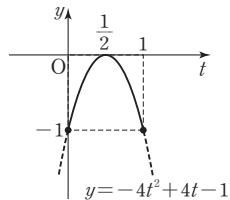
$y = -4t^2 + 4t - 1 = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2$

오른쪽 그림에서

최댓값 M 은 $t = \frac{1}{2}$ 일 때 $M = 0$

최솟값 m 은 $t = 0$ 또는 $t = 1$ 일 때
 $m = -1$

$\therefore M + m = 0 + (-1) = -1$



524 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2x - \cos \theta = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = 1^2 - (-\cos \theta) = 1 + \cos \theta = 0$

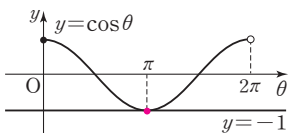
$\therefore \cos \theta = -1$

즉 구하는 θ 의 값은 $0 \leq \theta < 2\pi$

에서 함수 $y = \cos \theta$ 의 그래프

와 직선 $y = -1$ 의 교점의 θ 좌표와 같으므로

$\theta = \pi$



525 $-\pi < x < \pi$ 에서 $-\frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2}$ 이므로 $\cos \frac{x}{2} \neq 0$

$\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 0$ 에서 $\sin \frac{x}{2} = -\cos \frac{x}{2}$

$\frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = -1 \quad \therefore \tan \frac{x}{2} = -1$

$\frac{x}{2} = t$ 라 하면 $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$ 이고

$\tan t = -1$

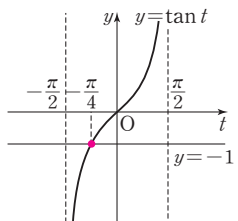
방정식 $\tan t = -1$ 의 해는

$-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$ 에서 함수 $y = \tan t$ 의

그래프와 직선 $y = -1$ 의 교점의 t

좌표와 같으므로 $t = -\frac{\pi}{4}$

즉 $\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4}$ 이므로 $x = -\frac{\pi}{2}$



526 $2\cos^2 x = 1 - \sin x$ 에서 $2(1 - \sin^2 x) = 1 - \sin x$

$\therefore 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

$\sin x = t$ 라 하면

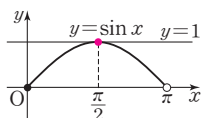
$0 \leq x < \pi$ 에서 $0 \leq \sin x \leq 1 \quad \therefore 0 \leq t \leq 1$

$2t^2 - t - 1 = 0, (2t+1)(t-1) = 0$

$\therefore t = 1$ ($\because 0 \leq t \leq 1$)

즉 $\sin x = 1$ 이므로 오른쪽 그림에서

$x = \frac{\pi}{2}$



527 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\cos x > 0$ 이므로

$\cos x \leq \sin x$ 의 양변을 $\cos x$ 로 나누면

$1 \leq \frac{\sin x}{\cos x} \quad \therefore \tan x \geq 1$

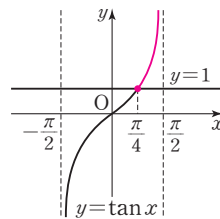
부등식 $\tan x \geq 1$ 의 해는 함수 $y = \tan x$

의 그래프가 직선 $y = 1$ 과 만나거나 직선보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범

위이므로 $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$

따라서 $\alpha = \frac{\pi}{4}, \beta = \frac{\pi}{2}$ 이므로

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$



528 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x \cos \theta + 1 = 0$ 이 실근을 가지므로 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = (-2\cos \theta)^2 - 1 = 4\cos^2 \theta - 1 \geq 0$

$\cos \theta = t$ 라 하면

$0 \leq \theta < \pi$ 에서 $-1 < \cos \theta \leq 1 \quad \therefore -1 < t \leq 1$

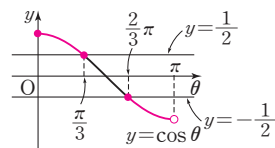
$4t^2 - 1 \geq 0, (2t+1)(2t-1) \geq 0$

$\therefore t \leq -\frac{1}{2}$ 또는 $t \geq \frac{1}{2}$

즉 $\cos \theta \leq -\frac{1}{2}$ 또는 $\cos \theta \geq \frac{1}{2}$

이므로 오른쪽 그림에서

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ 또는 $\frac{2\pi}{3} \leq \theta < \pi$



529 사인법칙에 의하여 $\frac{4}{\sin 30^\circ} = \frac{8}{\sin C}$ 이므로

$\frac{4}{1} = \frac{8}{\sin C} \quad \therefore \sin C = 1$

$\therefore C = 90^\circ$ ($\because 0^\circ < C < 150^\circ$)

따라서 $\triangle ABC$ 는 c 를 빗변으로 하는 직각삼각형이므로

$b = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$

530 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

사인법칙에 의하여 $\frac{6}{\sin 60^\circ} = 2R$ 이므로

$\frac{6}{\sqrt{3}} = 2R \quad \therefore R = 2\sqrt{3}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는

$\pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi$

531 코사인법칙에 의하여

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$ 이므로

$(2\sqrt{3})^2 = 2^2 + a^2 - 2 \times 2 \times a \times \cos 60^\circ$

$12 = 4 + a^2 - 2 \times 2 \times a \times \frac{1}{2}$

$a^2 - 2a - 8 = 0, (a+2)(a-4) = 0$

$\therefore a = 4$ ($\because a > 0$)

532 $a:b:c=4:7:5$ 이므로

$a=4k, b=7k, c=5k (k>0)$ 라 하면

$$\cos B = \frac{(5k)^2 + (4k)^2 - (7k)^2}{2 \times 5k \times 4k} = \frac{-8k^2}{40k^2} = -\frac{1}{5}$$

533 $\overline{BM} = \overline{BN} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, \overline{MN} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\triangle MBN$ 에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos \theta = \frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}{2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

534 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$\sin A \cos A = \sin B \cos B$ 에서

$$\frac{a}{2R} \times \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{b}{2R} \times \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$a^2(b^2 + c^2 - a^2) = b^2(c^2 + a^2 - b^2)$$

$$a^2c^2 - b^2c^2 - a^4 + b^4 = 0$$

$$(a^2 - b^2)c^2 - (a^4 - b^4) = 0$$

$$(a^2 - b^2)c^2 - (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = 0$$

$$(a^2 - b^2)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

$$(a-b)(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

$$\therefore a=b \text{ 또는 } c^2 = a^2 + b^2 (\because a+b>0)$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $a=b$ 인 이등변삼각형 또는 $C=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

535 주어진 삼각형의 꼭짓점을 각각

A, B, C 라 하고, 늘어난 변의 꼭짓점을 B', C' 이라 하자.

또 $\overline{AC}=b, \overline{AB}=c$ 라 하면 $\overline{AC'}=0.9b, \overline{AB'}=1.1c$

처음 삼각형의 넓이가 100이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{AB} \times \sin A = \frac{1}{2} bc \sin A = 100$$

따라서 색칠한 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AC'} \times \overline{AB'} \times \sin A = \frac{1}{2} \times 0.9b \times 1.1c \times \sin A$$

$$= \frac{1}{2} bc \sin A \times 0.9 \times 1.1$$

$$= 100 \times 0.9 \times 1.1$$

$$= 99$$

536 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}, \overline{OC}$ 를 그으면

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA$$

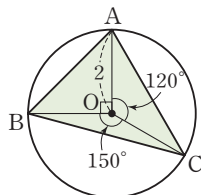
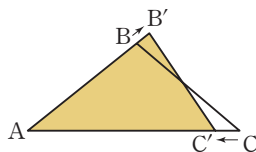
$$= \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}$$

$$= 3 : 5 : 4$$

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ \times \frac{3}{12} = 90^\circ$$

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$$

$$\angle COA = 360^\circ \times \frac{4}{12} = 120^\circ$$



$\therefore \triangle ABC$

$$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COA$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 150^\circ + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 120^\circ$$

$$= 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 + 1 + \sqrt{3}$$

$$= 3 + \sqrt{3}$$

537 $s = \frac{5+7+8}{2} = 10$ 이므로

$$\triangle ABC = \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)} = 10\sqrt{3}$$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} r(5+7+8) = 10\sqrt{3}$$

$$10r = 10\sqrt{3} \quad \therefore r = \sqrt{3}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

538 $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}, \overline{BO}$ 를 그으면

중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이

므로

$$\angle AOB = 2\angle ACB = 150^\circ$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 120^\circ$$

$$\angle COA = 2\angle CBA = 90^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$

$$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COA$$

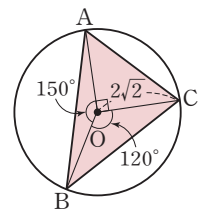
$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 150^\circ + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 120^\circ$$

$$+ \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 4$$

$$= 2 + 2\sqrt{3} + 4$$

$$= 6 + 2\sqrt{3}$$



539 $B=\theta$ 라 하면 원에 내접하는 사각형의 두 대각의 크기의 합이 180° 이므로

$$D = 180^\circ - \theta$$

이때 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC}^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \times 2 \times 3 \times \cos \theta$$

$$= 13 - 12 \cos \theta$$

..... ㉠

$\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AC}^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \times 1 \times 2 \times \cos (180^\circ - \theta)$$

$$= 5 + 4 \cos \theta$$

..... ㉡

㉠, ㉡에서

$$13 - 12 \cos \theta = 5 + 4 \cos \theta$$

$$16 \cos \theta = 8 \quad \therefore \cos \theta = \frac{1}{2}$$

이때 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 이므로 $\theta = 60^\circ$

$$\begin{aligned}
 \therefore \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\
 &= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \sin 120^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

540 $\overline{AE} = a, \overline{BE} = b$ 라 하면
 $\overline{CE} = \overline{AE} = a, \overline{DE} = \overline{BE} = b$
 $\triangle ABE$ 에서 코사인법칙에 의하여
 $3^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos 60^\circ$

$$\therefore a^2 + b^2 - ab = 9 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$\triangle EBC$ 에서 코사인법칙에 의하여

$$5^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ$$

$$\therefore a^2 + b^2 + ab = 25 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 을 하면

$$-2ab = -16 \quad \therefore ab = 8$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 2a \times 2b \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2a \times 2b \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3}ab$$

$$= \sqrt{3} \times 8$$

$$= 8\sqrt{3}$$

III 수열

1

등차수열

132쪽 ~ 141쪽

001 □: 3, 4, 9

002 2, 4, 8, 16, 32

003 0, 2, 0, 2, 0

004 2, 5, 10, 17, 26

005 2, 6, 12, 20, 30

006 $1, \frac{6}{5}, \frac{9}{7}, \frac{4}{3}, \frac{15}{11}$

007 □: 3, 12, 5, 24

008 $a_1 = -1 = (-1)^1, a_2 = 1 = (-1)^2, a_3 = -1 = (-1)^3,$
 $a_4 = 1 = (-1)^4$ 이므로
 $a_5 = (-1)^5 = -1, a_8 = (-1)^8 = 1$

009 $a_1 = 2 = 2^1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 8 = 2^3, a_4 = 16 = 2^4$ 이므로
 $a_5 = 2^5 = 32, a_8 = 2^8 = 256$

010 $a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}, a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}, a_3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1},$
 $a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$ 이므로 $a_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}, a_8 = \frac{8}{8+1} = \frac{8}{9}$

011 □: 4, 3, 2, $2n$

012 $a_1 = 1 = 1^2, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$
 $\therefore a_n = n^2$

013 $a_1 = 1 \times 2 = 1 \times (1+1), a_2 = 2 \times 3 = 2 \times (2+1),$
 $a_3 = 3 \times 4 = 3 \times (3+1), a_4 = 4 \times 5 = 4 \times (4+1), \dots$
 $\therefore a_n = n(n+1)$

014 $a_1 = \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 1 + 1}, a_2 = \frac{3}{5} = \frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 2 + 1},$
 $a_3 = \frac{5}{7} = \frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 3 + 1}, a_4 = \frac{7}{9} = \frac{2 \times 4 - 1}{2 \times 4 + 1}, \dots$
 $\therefore a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$

015 □: 2, 5

016 $2 - 6 = -4$ 에서 공차는 -4

017 $a_5 - a_4 = 13 - 8 = 5$ 에서 공차는 5

018 $a_4 - a_3 = 11 - 21 = -10$ 에서 공차는 -10

019 $7 - 4 = 3$ 에서 공차가 3이므로
 4, 7, 10, 13, 16, ...

020 $26 - 20 = 6$ 에서 공차가 6이므로
 2, 8, 14, 20, 26, ...

021 $22 - 25 = -3$ 에서 공차가 -3 이므로
 25, 22, 19, 16, 13, ...

022 $-13 - (-6) = -7$ 에서 공차가 -7 이므로
 15, 8, 1, $-6, -13, \dots$

023 □: 2, $3n$

024 $a_n = 4 + (n-1) \times 7 = 7n - 3$

025 $a_n = -7 + (n-1) \times 2 = 2n - 9$

026 $a_n = 3 + (n-1) \times (-2) = -2n + 5$

027 $a_n = 32 + (n-1) \times (-4) = -4n + 36$

028 □: 5, 3, 2

029 첫째항이 3, 공차가 4이므로
 $a_n = 3 + (n-1) \times 4 = 4n - 1$

030 첫째항이 -5 , 공차가 2이므로
 $a_n = -5 + (n-1) \times 2 = 2n - 7$

031 첫째항이 7, 공차가 -6 이므로
 $a_n = 7 + (n-1) \times (-6) = -6n + 13$

032 첫째항이 -3 , 공차가 -5 이므로
 $a_n = -3 + (n-1) \times (-5) = -5n + 2$

033 □: 2, 3, $-14, 8$

034 $a_2 = a + d = 5$ ㉠
 $a_6 = a + 5d = 25$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a = 0, d = 5$

035 $a_3 = a + 2d = 31$ ㉠
 $a_6 = a + 5d = -8$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a = 57, d = -13$

036 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_3 = a + 2d = 7$ ㉠
 $a_6 = a + 5d = 19$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -1, d = 4$
 $\therefore a_n = -1 + (n-1) \times 4 = 4n - 5$

037 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_4 = a + 3d = -2$ ㉠
 $a_9 = a + 8d = 23$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -17, d = 5$
 $\therefore a_n = -17 + (n-1) \times 5 = 5n - 22$

038 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_2 = a + d = 25$ ㉠
 $a_8 = a + 7d = 1$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 29, d = -4$
 $\therefore a_n = 29 + (n-1) \times (-4) = -4n + 33$

039 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_5 = a + 4d = 21$ ㉠
 $a_{12} = a + 11d = -7$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 37, d = -4$
 $\therefore a_n = 37 + (n-1) \times (-4) = -4n + 41$

040 $\square: 2, 2, 1, 1, 6$

041 $a_3 : a_5 = 2 : 3$ 에서 $3a_3 = 2a_5$
 공차를 d 라 하면
 $3(4 + 2d) = 2(4 + 4d) \quad \therefore d = 2$
 따라서 $a_n = 4 + (n-1) \times 2 = 2n + 2$ 이므로
 $a_7 = 2 \times 7 + 2 = 16$

042 $a_3 : a_8 = 2 : 5$ 에서 $5a_3 = 2a_8$
 공차를 d 라 하면
 $5(4 + 2d) = 2(4 + 7d) \quad \therefore d = 3$
 따라서 $a_n = 4 + (n-1) \times 3 = 3n + 1$ 이므로
 $a_5 = 3 \times 5 + 1 = 16$

043 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_2 + a_4 = 10$ 에서
 $(a + d) + (a + 3d) = 10 \quad \therefore a + 2d = 5$ ㉠
 $a_6 + a_{10} = 20$ 에서
 $(a + 5d) + (a + 9d) = 20 \quad \therefore a + 7d = 10$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 3, d = 1$
 따라서 $a_n = 3 + (n-1) \times 1 = n + 2$ 이므로
 $a_{12} = 12 + 2 = 14$

044 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_2 + a_5 = 12$ 에서
 $(a + d) + (a + 4d) = 12 \quad \therefore 2a + 5d = 12$ ㉠
 $a_6 + a_9 = 28$ 에서
 $(a + 5d) + (a + 8d) = 28 \quad \therefore 2a + 13d = 28$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 1, d = 2$
 따라서 $a_n = 1 + (n-1) \times 2 = 2n - 1$ 이므로
 $a_8 = 2 \times 8 - 1 = 15$

045 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_3 + a_7 = 24$ 에서
 $(a + 2d) + (a + 6d) = 24 \quad \therefore a + 4d = 12$ ㉠
 $a_{14} + a_{18} = 68$ 에서
 $(a + 13d) + (a + 17d) = 68 \quad \therefore a + 15d = 34$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 4, d = 2$
 따라서 $a_n = 4 + (n-1) \times 2 = 2n + 2$ 이므로
 $a_9 = 2 \times 9 + 2 = 20$

046 $\square: 0, 9$

047 공차가 4이므로
 $a_n = -51 + (n-1) \times 4 = 4n - 55$
 $a_n > 0$ 에서 $4n - 55 > 0$
 $4n > 55 \quad \therefore n > \frac{55}{4} = 13.75$
 따라서 처음으로 양수가 되는 항은 제 14항이다.

048 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_4 = a + 3d = -34$ ㉠
 $a_6 = a + 5d = -26$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -46, d = 4$
 $\therefore a_n = -46 + (n-1) \times 4 = 4n - 50$
 $a_n > 0$ 에서 $4n - 50 > 0$
 $4n > 50 \quad \therefore n > \frac{25}{2} = 12.5$
 따라서 처음으로 양수가 되는 항은 제 13항이다.

049 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면
 $a_3 = a + 2d = -35$ ㉠
 $a_{15} = a + 14d = 49$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -49, d = 7$
 $\therefore a_n = -49 + (n-1) \times 7 = 7n - 56$
 $a_n > 0$ 에서 $7n - 56 > 0$
 $7n > 56 \quad \therefore n > 8$
 따라서 처음으로 양수가 되는 항은 제 9항이다.

050 $a_n < 0$ 에서 $-6n + 40 < 0$

$$6n > 40 \quad \therefore n > \frac{20}{3} = 6.6\cdots$$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제7항이다.

051 공차가 -4 이므로

$$a_n = 72 + (n-1) \times (-4) = -4n + 76$$

$$a_n < 0 \text{에서 } -4n + 76 < 0$$

$$4n > 76 \quad \therefore n > 19$$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제20항이다.

052 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 52 \quad \text{..... ㉠}$$

$$a_7 = a + 6d = 32 \quad \text{..... ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a = 62, d = -5$$

$$\therefore a_n = 62 + (n-1) \times (-5) = -5n + 67$$

$$a_n < 0 \text{에서 } -5n + 67 < 0$$

$$5n > 67 \quad \therefore n > \frac{67}{5} = 13.4$$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제14항이다.

053 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_5 = a + 4d = 25 \quad \text{..... ㉠}$$

$$a_{23} = a + 22d = -11 \quad \text{..... ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a = 33, d = -2$$

$$\therefore a_n = 33 + (n-1) \times (-2) = -2n + 35$$

$$a_n < 0 \text{에서 } -2n + 35 < 0$$

$$2n > 35 \quad \therefore n > \frac{35}{2} = 17.5$$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제18항이다.

054 □: 10, 9, $\frac{2}{3}$

055 29는 제7항이므로

$$29 = 5 + 6d \quad \therefore d = 4$$

056 -2 는 제8항이므로

$$-2 = \frac{3}{2} + 7d \quad \therefore d = -\frac{1}{2}$$

057 □: 3, 2, 13

058 17은 제 $(n+2)$ 항이므로

$$17 = -25 + (n+1) \times 2 \quad \therefore n = 20$$

059 □: $-3, 4$

060 세 수 $x, 2x, 9$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2x = \frac{x+9}{2}, 4x = x+9$$

$$3x = 9 \quad \therefore x = 3$$

061 세 수 $x+1, 3x-2, 2x-1$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$3x-2 = \frac{(x+1)+(2x-1)}{2}, 6x-4=3x$$

$$3x=4 \quad \therefore x=\frac{4}{3}$$

062 세 수 $3x, x^2-2, 2x^2+5$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2(x^2-2)=3x+(2x^2+5)$$

$$3x=-9 \quad \therefore x=-3$$

063 □: $4a+29, a-1, 2a+5, -18$

064 $f(x)=x^2+ax+9$ 를 $x+2, x+1, x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 각각 $f(-2), f(-1), f(1)$ 이므로

$$f(-2) = -2a+13$$

$$f(-1) = -a+10$$

$$f(1) = a+10$$

따라서 세 수 $-2a+13, -a+10, a+10$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2(-a+10) = (-2a+13) + (a+10)$$

$$\therefore a = -3$$

065 $f(x)=x^2+ax+3a$ 를 $x+1, x-1, x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 각각 $f(-1), f(1), f(2)$ 이므로

$$f(-1) = 2a+1$$

$$f(1) = 4a+1$$

$$f(2) = 5a+4$$

따라서 세 수 $2a+1, 4a+1, 5a+4$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2(4a+1) = (2a+1) + (5a+4)$$

$$\therefore a = 3$$

066 □: 4, $\pm 2, 2, 4, 6$

067 세 수를 $a-d, a, a+d$ 라 하면

세 수의 합이 9이므로

$$(a-d) + a + (a+d) = 9$$

$$3a = 9 \quad \therefore a = 3$$

즉 세 수는 $3-d, 3, 3+d$ 이고, 세 수의 곱이 -48 이므로

$$(3-d) \times 3 \times (3+d) = -48$$

$$9-d^2 = -16 \quad \therefore d = \pm 5$$

따라서 구하는 세 수는 $-2, 3, 8$ 이다.

068 세 수를 $a-d, a, a+d$ 라 하면

세 수의 합이 -3 이므로

$$(a-d) + a + (a+d) = -3$$

$$3a = -3 \quad \therefore a = -1$$

즉 세 수는 $-1-d, -1, -1+d$ 이고, 세 수의 곱이 15이므로

$$(-1-d) \times (-1) \times (-1+d) = 15$$

$$d^2 - 1 = 15 \quad \therefore d = \pm 4$$

따라서 구하는 세 수는 $-5, -1, 3$ 이다.

069 □: $\pm 2, -4, 0, 4, 8$

070 네 수를 $a-3d, a-d, a+d, a+3d$ 라 하면

네 수의 합이 28이므로

$$(a-3d) + (a-d) + (a+d) + (a+3d) = 28$$

$$4a = 28 \quad \therefore a = 7$$

즉 네 수는 $7-3d, 7-d, 7+d, 7+3d$ 이고, 가운데 두 수의 곱이 가장 작은 수와 가장 큰 수의 곱보다 72가 크므로

$$(7-d)(7+d) = (7-3d)(7+3d) + 72$$

$$49 - d^2 = 49 - 9d^2 + 72 \quad \therefore d = \pm 3$$

따라서 구하는 네 수는 $-2, 4, 10, 16$ 이다.

071 □: 10, 2

072 $S_{10} = \frac{10\{2 \times 2 + (10-1) \times 3\}}{2} = 155$

073 $S_{12} = \frac{12\{2 \times 4 + (12-1) \times 3\}}{2} = 246$

074 $S_{12} = \frac{12\{2 \times 15 + (12-1) \times (-3)\}}{2} = -18$

075 $S_{10} = \frac{10\{2 \times 10 + (10-1) \times (-1)\}}{2} = 55$

076 $S_{12} = \frac{12\{2 \times (-7) + (12-1) \times 2\}}{2} = 48$

077 □: 3, 17

078 $S_{15} = \frac{15(2+18)}{2} = 150$

079 $S_8 = \frac{8(-3+12)}{2} = 36$

080 $S_{13} = \frac{13\{-8+(-6)\}}{2} = -91$

081 $S_{10} = \frac{10(1+19)}{2} = 100$

082 $S_{40} = \frac{40(-1+21)}{2} = 400$

083 $S_{10} = \frac{10(3+7)}{2} = 50$

084 $S_{20} = \frac{20\left(-\frac{1}{2} + \frac{21}{2}\right)}{2} = 100$

085 □: 3, $7d, 5$

086 $S_{12} = \frac{12\{2 \times 2 + (12-1)d\}}{2} = 6(4+11d)$

$$S_{12} = 156 \text{이므로}$$

$$6(4+11d) = 156, 4+11d = 26 \quad \therefore d = 2$$

087 $S_9 = \frac{9\{2 \times 17 + (9-1)d\}}{2} = 9(17+4d)$

$$S_9 = 81 \text{이므로}$$

$$9(17+4d) = 81, 17+4d = 9 \quad \therefore d = -2$$

088 $S_{15} = \frac{15\{2 \times 23 + (15-1)d\}}{2} = 15(23+7d)$

$$S_{15} = -75 \text{이므로}$$

$$15(23+7d) = -75, 23+7d = -5 \quad \therefore d = -4$$

089 □: 9, 18

090 $S_{14} = \frac{14(7+a_{14})}{2} = 196 \text{이므로}$

$$7+a_{14} = 28 \quad \therefore a_{14} = 21$$

091 $S_{16} = \frac{16(23+a_{16})}{2} = 56 \text{이므로}$

$$23+a_{16} = 7 \quad \therefore a_{16} = -16$$

092 $S_{21} = \frac{21(42+a_{21})}{2} = -63 \text{이므로}$

$$42+a_{21} = -6 \quad \therefore a_{21} = -48$$

093 □: -2, 13, 210

094 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_{10} = 50 \text{에서}$$

$$\frac{10\{2a + (10-1)d\}}{2} = 50 \quad \therefore 2a + 9d = 10 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$S_{20} = 200 \text{에서}$$

$$\frac{20\{2a + (20-1)d\}}{2} = 200 \quad \therefore 2a + 19d = 20 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{2}, d = 1$$

$$\therefore S_{30} = \frac{30\left\{2 \times \frac{1}{2} + (30-1) \times 1\right\}}{2} = 450$$

095 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_8 = 56 \text{에서}$$

$$\frac{8\{2a + (8-1)d\}}{2} = 56 \quad \therefore 2a + 7d = 14 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$S_{18} = -54 \text{에서}$$

$$\frac{18\{2a + (18-1)d\}}{2} = -54 \quad \therefore 2a + 17d = -6 \quad \cdots \textcircled{B}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=14, d=-2$$

$$\therefore S_{24} = \frac{24\{2 \times 14 + (24-1) \times (-2)\}}{2} = -216$$

096 □: 13, 제7항, 49

097 $a_n = 22 + (n-1) \times (-5) = 27 - 5n$ 이므로

$$a_n > 0 \text{ 이려면 } 27 - 5n > 0 \quad \therefore n < \frac{27}{5} = 5.4$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제5항까지 양수이고, 제6항부터 음수이므로
첫째항부터 제5항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n 의 최댓값은

$$S_5 = \frac{5\{2 \times 22 + (5-1) \times (-5)\}}{2} = 60$$

098 $a_n = 35 + (n-1) \times (-4) = 39 - 4n$ 이므로

$$a_n > 0 \text{ 이려면 } 39 - 4n > 0 \quad \therefore n < \frac{39}{4} = 9.75$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제9항까지 양수이고, 제10항부터 음수이므로
첫째항부터 제9항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n 의 최댓값은

$$S_9 = \frac{9\{2 \times 35 + (9-1) \times (-4)\}}{2} = 171$$

099 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = 23 \text{ 에서 } a + 2d = 23 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$a_6 = 14 \text{ 에서 } a + 5d = 14 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=29, d=-3$$

$$\therefore a_n = 29 + (n-1) \times (-3) = 32 - 3n$$

$$a_n > 0 \text{ 이려면 } 32 - 3n > 0 \quad \therefore n < \frac{32}{3} = 10.6\dots$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제10항까지 양수이고, 제11항부터 음수이므로
첫째항부터 제10항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n 의 최댓값은

$$S_{10} = \frac{10\{2 \times 29 + (10-1) \times (-3)\}}{2} = 155$$

100 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = 29 \text{ 에서 } a + 2d = 29 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$a_7 = 13 \text{ 에서 } a + 6d = 13 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=37, d=-4$$

$$\therefore a_n = 37 + (n-1) \times (-4) = 41 - 4n$$

$$a_n > 0 \text{ 이려면 } 41 - 4n > 0 \quad \therefore n < \frac{41}{4} = 10.25$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제10항까지 양수이고, 제11항부터 음수이므로
첫째항부터 제10항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n 의 최댓값은

$$S_{10} = \frac{10\{2 \times 37 + (10-1) \times (-4)\}}{2} = 190$$

101 □: 4, 제9항, -153

102 $a_n = -11 + (n-1) \times 2 = 2n - 13$ 이므로

$$a_n < 0 \text{ 이려면 } 2n - 13 < 0 \quad \therefore n < \frac{13}{2} = 6.5$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제6항까지 음수이고, 제7항부터 양수이므로
첫째항부터 제6항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n 의 최솟값은

$$S_6 = \frac{6\{2 \times (-11) + (6-1) \times 2\}}{2} = -36$$

103 $a_n = -37 + (n-1) \times 5 = 5n - 42$ 이므로

$$a_n < 0 \text{ 이려면 } 5n - 42 < 0 \quad \therefore n < \frac{42}{5} = 8.4$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제8항까지 음수이고, 제9항부터 양수이므로
첫째항부터 제8항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n 의 최솟값은

$$S_8 = \frac{8\{2 \times (-37) + (8-1) \times 5\}}{2} = -156$$

104 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = -25 \text{ 에서 } a + 2d = -25 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$a_7 = -17 \text{ 에서 } a + 6d = -17 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=-29, d=2$$

$$\therefore a_n = -29 + (n-1) \times 2 = 2n - 31$$

$$a_n < 0 \text{ 이려면 } 2n - 31 < 0 \quad \therefore n < \frac{31}{2} = 15.5$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제15항까지 음수이고, 제16항부터 양수이므로
첫째항부터 제15항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n 의 최솟값은

$$S_{15} = \frac{15\{2 \times (-29) + (15-1) \times 2\}}{2} = -225$$

105 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_4 = -17 \text{ 에서 } a + 3d = -17 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$a_7 = -8 \text{ 에서 } a + 6d = -8 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=-26, d=3$$

$$\therefore a_n = -26 + (n-1) \times 3 = 3n - 29$$

$$a_n < 0 \text{ 이려면 } 3n - 29 < 0 \quad \therefore n < \frac{29}{3} = 9.6\dots$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제9항까지 음수이고, 제10항부터 양수이므로
첫째항부터 제9항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n 의 최솟값은

$$S_9 = \frac{9\{2 \times (-26) + (9-1) \times 3\}}{2} = -126$$

106 □: 3, S_6 , 7

107 $S_n = 2n^2 - n$ 에서

$$a_1 = S_1 = 1$$

$$a_7 = S_7 - S_6 = (2 \times 7^2 - 7) - (2 \times 6^2 - 6) = 25$$

108 $S_n = n^2 + n + 1$ 에서

$$a_1 = S_1 = 3$$

$$a_7 = S_7 - S_6$$

$$= (7^2 + 7 + 1) - (6^2 + 6 + 1)$$

$$= 14$$

109 $S_n = 3n^2 - 2n + 1$ 에서

$$a_1 = S_1 = 2$$

$$a_7 = S_7 - S_6$$

$$= (3 \times 7^2 - 2 \times 7 + 1) - (3 \times 6^2 - 2 \times 6 + 1)$$

$$= 37$$

110 □: $S_{n-1}, 2n+2, 2n+2$

111 $a_1 = S_1 = 0$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n^2 - n - \{(n-1)^2 - (n-1)\}$$

$$= n^2 - n - (n^2 - 3n + 2)$$

$$= 2n - 2 \quad (n \geq 2)$$

..... ㉠

$a_1 = 0$ 와 ㉠에 $n=1$ 을 대입한 값이 같으므로

$$a_n = 2n - 2 \quad (n \geq 1)$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항부터 등차수열을 이룬다.

112 $a_1 = S_1 = 4$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (n+1)^2 - n^2$$

$$= 2n + 1 \quad (n \geq 2)$$

..... ㉡

$a_1 = 4$ 와 ㉡에 $n=1$ 을 대입한 값이 다르므로 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 4이고 제2항부터 공차가 2인 등차수열을 이룬다.

113 $a_1 = S_1 = 3$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 2n^2 - n + 2 - \{2(n-1)^2 - (n-1) + 2\}$$

$$= 2n^2 - n + 2 - (2n^2 - 5n + 5)$$

$$= 4n - 3 \quad (n \geq 2)$$

..... ㉢

$a_1 = 3$ 과 ㉢에 $n=1$ 을 대입한 값이 다르므로 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3이고 제2항부터 공차가 4인 등차수열을 이룬다.

115 첫째항이 -3 , 공차가 3이므로

$$a_n = -3 + (n-1) \times 3 = 3n - 6$$

$$a_{10} = 3 \times 10 - 6 = 24$$

116 첫째항이 $\frac{1}{2}$, 공차가 1이므로

$$a_n = \frac{1}{2} + (n-1) \times 1 = n - \frac{1}{2}$$

$$a_{10} = 10 - \frac{1}{2} = \frac{19}{2}$$

117 첫째항이 -13 , 공차가 4이므로

$$a_n = -13 + (n-1) \times 4 = 4n - 17$$

$$a_{10} = 4 \times 10 - 17 = 23$$

118 첫째항이 $\sqrt{2}$, 공차가 2이므로

$$a_n = \sqrt{2} + (n-1) \times 2 = 2n - 2 + \sqrt{2}$$

$$a_{10} = 2 \times 10 - 2 + \sqrt{2} = 18 + \sqrt{2}$$

119 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a_1 + 2d = 11 + 2d = 5 \quad \therefore d = -3$$

$$\therefore a_7 = a_1 + 6d = 11 + 6 \times (-3) = -7$$

120 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 35$$

..... ㉣

$$a_7 = a + 6d = 71$$

..... ㉤

㉣, ㉤을 연립하여 풀면

$$a = 17, d = 9$$

따라서 $a_n = 17 + (n-1) \times 9 = 9n + 8$ 이므로

$$a_{10} = 98$$

121 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_5 = 6 \text{에서 } a + 4d = 6$$

..... ㉥

$$a_2 + a_4 = 4 \text{에서}$$

$$(a+d) + (a+3d) = 4 \quad \therefore a + 2d = 2$$

..... ㉦

㉥, ㉦을 연립하여 풀면

$$a = -2, d = 2$$

따라서 $a_n = -2 + (n-1) \times 2 = 2n - 4$ 이므로

$$a_6 = 8$$

122 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_2 = 6 \text{에서 } a + d = 6$$

..... ㉧

$$a_7 - a_5 = -4 \text{에서 } (a+6d) - (a+4d) = -4$$

$$2d = -4 \quad \therefore d = -2$$

$$d = -2 \text{를 } ㉧ \text{에 대입하여 풀면 } a = 8$$

따라서 $a_n = 8 + (n-1) \times (-2) = -2n + 10$ 이므로

$$a_{10} = -10$$

123 공차가 -4 이므로

$$a_n = 39 + (n-1) \times (-4) = -4n + 43$$

114 첫째항이 2, 공차가 3이므로

$$a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$$

$$a_{10} = 3 \times 10 - 1 = 29$$

$$a_n < 0 \text{에서 } -4n + 43 < 0$$

$$4n > 43 \quad \therefore n > \frac{43}{4} = 10.75$$

따라서 처음으로 음수가 되는 항은 제 11 항이다.

124 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 15 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$a_7 = a + 6d = 31 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 7, d = 4$$

$$\therefore a_n = 7 + (n-1) \times 4 = 4n + 3$$

$$a_n > 100 \text{에서 } 4n + 3 > 100$$

$$4n > 97 \quad \therefore n > \frac{97}{4} = 24.25$$

따라서 처음으로 100보다 커지는 항은 제 25 항이다.

125 공차를 d 라 하면 수열 18, x , y , z , 38은 첫째항이 18, 제 5항이 38인 등차수열이므로

$$38 = 18 + 4d \text{에서 } d = 5$$

$$\text{따라서 } x = 18 + 5 = 23, y = 18 + 2 \times 5 = 28, z = 18 + 3 \times 5 = 33 \text{ 이므로}$$

$$x + y + z = 84$$

126 세 수 -2 , $x-1$, 6이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2(x-1) = -2 + 6, 2x - 2 = 4$$

$$2x = 6 \quad \therefore x = 3$$

127 세 수 $2x-3$, x^2 , $3x+6$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2x^2 = (2x-3) + (3x+6) \text{에서}$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0, (2x+1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 3 (\because x > 0)$$

128 세 수를 $a-d$, a , $a+d$ 라 하면

세 수의 합이 6이므로

$$(a-d) + a + (a+d) = 6$$

$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$

따라서 세 수는 $2-d$, 2, $2+d$ 이고, 세 수의 곱이 -10 이므로

$$(2-d) \times 2 \times (2+d) = -10$$

$$4 - d^2 = -5, d^2 = 9$$

$$\therefore d = \pm 3$$

따라서 구하는 세 수는 -1 , 2, 5이다.

129 세 수를 $a-d$, a , $a+d$ 라 하면

세 수의 합이 9이므로

$$(a-d) + a + (a+d) = 9$$

$$3a = 9 \quad \therefore a = 3$$

따라서 세 수는 $3-d$, 3, $3+d$ 이고, 세 수의 곱이 15이므로

$$(3-d) \times 3 \times (3+d) = 15$$

$$9 - d^2 = 5, d^2 = 4$$

$$\therefore d = \pm 2$$

따라서 구하는 세 수는 1, 3, 5이다.

130 첫째항이 15, 공차가 -3 인 등차수열이므로

$$S_n = \frac{n\{2 \times 15 + (n-1) \times (-3)\}}{2}$$

$$= \frac{n(33-3n)}{2}$$

$$= \frac{3n(11-n)}{2}$$

131 $a_n = -30 + (n-1) \times 4 = 4n - 34$

$$a_n < 0 \text{이라면 } 4n - 34 < 0$$

$$\therefore n < \frac{17}{2} = 8.5$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제 8항까지 음수이고, 제 9항부터 양수이므로 첫째항부터 제 8항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n 의 최솟값은

$$S_8 = \frac{8\{2 \times (-30) + (8-1) \times 4\}}{2}$$

$$= -128$$

132 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = 20 \text{에서 } a + 2d = 20 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$a_{10} = -1 \text{에서 } a + 9d = -1 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 26, d = -3$$

$$\therefore a_n = 26 + (n-1) \times (-3) = -3n + 29$$

$$a_n > 0 \text{이라면 } -3n + 29 > 0$$

$$\therefore n < \frac{29}{3} = 9.6\dots$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제 9항까지 양수이고, 제 10항부터 음수이므로 첫째항부터 제 9항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n 의 최댓값은

$$S_9 = \frac{9\{2 \times 26 + (9-1) \times (-3)\}}{2}$$

$$= 126$$

133 $a_1 = S_1 = 1$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (n-2)^2 - (n-3)^2$$

$$= n^2 - 4n + 4 - (n^2 - 6n + 9)$$

$$= 2n - 5 \quad (n \geq 2) \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$a_1 = 1$ 과 $\textcircled{㉠}$ 에 $n = 1$ 을 대입한 값이 다르므로

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_1 = 1, a_n = 2n - 5 \quad (n \geq 2)$$

134 $a_1 = S_1 = -2$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - 3n - \{(n-1)^2 - 3(n-1)\} \\ &= n^2 - 3n - (n^2 - 5n + 4) \\ &= 2n - 4 \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

..... ㉠

$a_1 = -2$ 와 ㉠에 $n=1$ 을 대입한 값이 같으므로
수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은
 $a_n = 2n - 4 \quad (n \geq 1)$

135 $a_1 = S_1 = 6$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 2n^2 + n + 3 - \{2(n-1)^2 + (n-1) + 3\} \\ &= 2n^2 + n + 3 - (2n^2 - 3n + 4) \\ &= 4n - 1 \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

..... ㉡

$a_1 = 6$ 과 ㉡에 $n=1$ 을 대입한 값이 다르므로
수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은
 $a_1 = 6, a_n = 4n - 1 \quad (n \geq 2)$

2 등비수열

144쪽 ~ 150쪽

136 6

137 -2

138 $4 \div 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

139 $\frac{32}{243} \div \left(-\frac{8}{27}\right) = \frac{32}{243} \times \left(-\frac{27}{8}\right) = -\frac{4}{9}$

140 공비가 4이므로
1, 4, 16, 64, 256, ...

141 공비가 $\frac{1}{2}$ 이므로
8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, ...

142 공비가 -2 이므로
2, -4, 8, -16 , 32 , ...

143 공비가 $-\frac{2}{3}$ 이므로
 $1, -\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \dots$

144 $\square: 2$

145 $a_n = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-5}$

146 $a_n = 3 \times (-2)^{n-1}$

147 $a_n = 32 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

148 $\square: 3, 2$

149 첫째항이 11, 공비가 11이므로
 $a_n = 11 \times 11^{n-1} = 11^n$

150 첫째항이 64, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 이므로
 $a_n = 64 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = (-1)^{n-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-7}$

151 첫째항이 3, 공비가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로
 $a_n = 3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-3}$

152 □: $r^4, r^2, 4, \frac{3}{8}$

153 $a_4 = ar^3 = 18$ ㉠

$a_6 = ar^5 = 162$ ㉡

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r^2 = \frac{162}{18} = 9 \quad \therefore r = 3 (\because r > 0)$

$r = 3$ 을 ㉠에 대입하여 풀면 $a = \frac{2}{3}$

154 $a_4 = ar^3 = 8$ ㉠

$a_7 = ar^6 = 1$ ㉡

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r^3 = \frac{1}{8} \quad \therefore r = \frac{1}{2}$

$r = \frac{1}{2}$ 을 ㉠에 대입하여 풀면 $a = 64$

155 $a_3 = ar^2 = 6$ ㉠

$a_8 = ar^7 = 192$ ㉡

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r^5 = \frac{192}{6} = 32 \quad \therefore r = 2$

$r = 2$ 를 ㉠에 대입하여 풀면 $a = \frac{3}{2}$

156 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면 ㉠

$a_5 = ar^4 = 21$ ㉡

$a_7 = ar^6 = 84$ ㉢

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r^2 = 4$

이때 각 항이 모두 양수이므로 $r = 2$

$r = 2$ 를 ㉠에 대입하여 풀면 $a = \frac{21}{16}$

따라서 $a_n = \frac{21}{16} \times 2^{n-1}$ 이므로

$a_{10} = \frac{21}{16} \times 2^9 = 672$

157 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면 ㉠

$a_3 = ar^2 = 9$ ㉡

$a_6 = ar^5 = 27\sqrt{3}$ ㉢

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r^3 = \frac{27\sqrt{3}}{9} = 3\sqrt{3} \quad \therefore r = \sqrt{3}$

$r = \sqrt{3}$ 을 ㉠에 대입하여 풀면 $a = 3$

따라서 $a_n = 3 \times (\sqrt{3})^{n-1}$ 이므로

$a_9 = 3 \times (\sqrt{3})^8 = 243$

158 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면 ㉠

$a_5 = ar^4 = 8$ ㉡

$a_7 = ar^6 = 32$ ㉢

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r^2 = 4$

이때 각 항이 모두 양수이므로 $r = 2$

$r = 2$ 를 ㉠에 대입하여 풀면 $a = \frac{1}{2}$

따라서 $a_n = \frac{1}{2} \times 2^{n-1}$ 이므로

$a_{11} = \frac{1}{2} \times 2^{10} = 512$

159 □: $27, 27, 27, 3, 3^{n-1}, 18$

160 공비를 $r (r > 0)$ 라 하면

$a_4 : a_6 = 1 : 4$ 에서 $4a_4 = a_6$

$4 \times 3r^3 = 3r^5, r^2 = 4 \quad \therefore r = 2 (\because r > 0)$

따라서 $a_n = 3 \times 2^{n-1}$ 이므로

$a_5 = 3 \times 2^4 = 48$

161 첫째항을 a , 공비를 $r (a > 0, r > 0)$ 라 하면

$a_3 = 9$ 에서 $ar^2 = 9$ ㉠

$a_2 : a_5 = 8 : 1$ 에서 $a_2 = 8a_5$

$ar = 8ar^4, r^3 = \frac{1}{8} \quad \therefore r = \frac{1}{2}$

$r = \frac{1}{2}$ 을 ㉠에 대입하여 풀면 $a = 36$

따라서 $a_n = 36 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 이므로

$a_7 = 36 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{9}{16}$

162 첫째항을 a , 공비를 $r (a > 0, r > 0)$ 라 하면

$a_2 + a_3 = 4$ 에서

$ar + ar^2 = 4 \quad \therefore ar(1+r) = 4$ ㉠

$a_4 + a_5 = 36$ 에서

$ar^3 + ar^4 = 36 \quad \therefore ar^3(1+r) = 36$ ㉡

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r^2 = 9 \quad \therefore r = 3 (\because r > 0)$

$\therefore a_6 + a_7 = ar^5 + ar^6 = ar^5(1+r)$

$= r^2 \times ar^3(1+r)$

$= 9 \times 36 = 324$

다른 풀이

$a_4 + a_5 = r^2(a_2 + a_3) = r^2 \times 4 = 36 \quad \therefore r^2 = 9$

$\therefore a_6 + a_7 = r^2(a_4 + a_5) = 9 \times 36 = 324$

163 첫째항을 a , 공비를 $r (a > 0, r > 0)$ 라 하면

$a_3 + a_5 = 10$ 에서

$ar^2 + ar^4 = 10 \quad \therefore ar^2(1+r^2) = 10$ ㉠

$a_4 + a_6 = 20$ 에서

$ar^3 + ar^5 = 20 \quad \therefore ar^3(1+r^2) = 20$ ㉡

㉠ ÷ ㉡을 하면 $r = 2$

$r = 2$ 를 ㉠에 대입하여 풀면 $a = \frac{1}{2}$

따라서 $a_n = \frac{1}{2} \times 2^{n-1} = 2^{n-2}$ 이므로

$a_{10} = 2^8 = 256$

164 첫째항을 a , 공비를 $r (a > 0, r > 0)$ 라 하면

$a_1 + a_2 = 15$ 에서

$a + ar = 15 \quad \therefore a(1+r) = 15$ ㉠

$a_3 + a_4 = 60$ 에서

$$ar^2 + ar^3 = 60 \quad \therefore ar^2(1+r) = 60 \quad \dots\dots \textcircled{D}$$

$$\textcircled{D} \div \textcircled{C} \text{을 하면 } r^2 = 4 \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$r = 2 \text{를 } \textcircled{A} \text{에 대입하여 풀면 } a = 5$$

$$\text{따라서 } a_n = 5 \times 2^{n-1} \text{이므로}$$

$$a_5 = 5 \times 2^4 = 80$$

165 □: 4, 4, 16, 2, $\frac{1}{2}$, 1, 2

166 공비를 r ($r > 0$)라 하면 수열 $\frac{3}{2}, a, b, c, 24$ 는 첫째항이 $\frac{3}{2}$, 제5항이 24인 등비수열이므로

$$24 = \frac{3}{2} \times r^4 \text{에서 } r^4 = 16$$

$$r^2 = 4 \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\text{따라서 } a = \frac{3}{2} \times 2 = 3, b = \frac{3}{2} \times 2^2 = 6, c = \frac{3}{2} \times 2^3 = 12 \text{이므로}$$

$$a + b + c = 3 + 6 + 12 = 21$$

167 공비를 r ($r > 0$)라 하면 수열 $\frac{2}{3}, a, b, c, 54$ 는 첫째항이 $\frac{2}{3}$, 제5항이 54인 등비수열이므로

$$54 = \frac{2}{3} \times r^4 \text{에서 } r^4 = 81$$

$$r^2 = 9 \quad \therefore r = 3 \quad (\because r > 0)$$

$$\text{따라서 } a = \frac{2}{3} \times 3 = 2, b = \frac{2}{3} \times 3^2 = 6, c = \frac{2}{3} \times 3^3 = 18 \text{이므로}$$

$$abc = 2 \times 6 \times 18 = 216$$

168 수열 1, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, 1024$ 는 첫째항이 1, 제 $(n+2)$ 항이 1024인 등비수열이고, 공비가 2이므로

$$1024 = 1 \times 2^{n+1} \text{에서 } 2^{n+1} = 1024$$

$$\text{이때 } 1024 = 2^{10} \text{이므로}$$

$$n+1 = 10 \quad \therefore n = 9$$

169 □: 2, ± 4

170 세 수 $x, x+1, 4$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(x+1)^2 = 4x, x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = 1$$

171 세 수 $x-2, x+2, x+7$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(x+2)^2 = (x-2)(x+7), x^2 + 4x + 4 = x^2 + 5x - 14$$

$$4x + 4 = 5x - 14 \quad \therefore x = 18$$

172 세 수 $x+1, 2x, 4x-3$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$4x^2 = (x+1)(4x-3), 4x^2 = 4x^2 + x - 3$$

$$x - 3 = 0 \quad \therefore x = 3$$

173 세 수 x, x^2-2, x^3 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(x^2-2)^2 = x^4, x^4 - 4x^2 + 4 = x^4$$

$$-4x^2 + 4 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$$

174 □: $a+9, 4a^2, \pm 2a, b=2a, 6$

175 세 수 $-4, a, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2a = -4 + b \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{세 수 } a, b, 16a \text{가 이 순서대로 등비수열을 이루므로}$$

$$b^2 = 16a^2 \quad \therefore b = \pm 4a$$

$$\text{이때 } a, b \text{는 모두 양수이므로 } a, b \text{는 서로 같은 부호이다.}$$

$$\text{따라서 } b = 4a \text{이고 이를 } \textcircled{A} \text{에 대입하면}$$

$$2a = -4 + 4a \quad \therefore a = 2, b = 8$$

176 세 수 $a, 3, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$6 = a + b \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{세 수 } 3, a, b \text{가 이 순서대로 등비수열을 이루므로}$$

$$a^2 = 3b \quad \therefore b = \frac{a^2}{3}$$

$$b = \frac{a^2}{3} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면}$$

$$6 = a + \frac{a^2}{3}, a^2 + 3a - 18 = 0$$

$$(a+6)(a-3) = 0 \quad \therefore a = -6 \text{ 또는 } a = 3$$

$$\text{이때 } a = 3 \text{이면 } b = 3 \text{이 되므로 } a, b \text{는 서로 다른 수라는 조건에 모순된다.}$$

$$\therefore a = -6, b = 12$$

177 □: 2, 1

178 첫째항이 $\frac{2}{27}$, 공비가 3이므로

$$S_n = \frac{\frac{2}{27} \times (3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{3^n - 1}{27}$$

179 첫째항이 $\frac{1}{2}$, 공비가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$S_n = \frac{\frac{1}{2} \times \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right\}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

180 첫째항이 2, 공비가 -3 이므로

$$S_n = \frac{2 \times \{ 1 - (-3)^n \}}{1 - (-3)} = \frac{1 - (-3)^n}{2}$$

181 첫째항이 $\frac{3}{2}$, 공비가 $-\frac{2}{3}$ 이므로

$$S_n = \frac{\frac{3}{2} \times \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{3} \right)^n \right\}}{1 - \left(-\frac{2}{3} \right)} = \frac{9}{10} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{3} \right)^n \right\}$$

182 첫째항이 4, 공비가 1이므로

$$S_n = 4n$$

183 $S_{10} = \frac{-3 \times \{ 1 - (-2)^{10} \}}{1 - (-2)} = 2^{10} - 1 = 1023$

$$184 \quad S_{10} = \frac{2 \times \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{3}} = 3 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{10} \right\}$$

$$\begin{aligned} 185 \quad S_{10} &= \frac{\sqrt{2} \times \{ (\sqrt{2})^{10} - 1 \}}{\sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{2}(2^5 - 1)}{\sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{2}(2^5 - 1)(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} \\ &= 31(2 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 186 \quad S_{10} &= \frac{\frac{1}{9} \times \{ (\sqrt{3})^{10} - 1 \}}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{3^5 - 1}{9(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{(3^5 - 1)(\sqrt{3} + 1)}{9(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \\ &= \frac{121(\sqrt{3} + 1)}{9} \end{aligned}$$

$$187 \quad \square: 2, 3, 1$$

$$188 \quad a_n = 5 \times 2^{n-2} = \frac{5}{2} \times 2^{n-1} \text{에서 첫째항이 } \frac{5}{2}, \text{ 공비가 } 2 \text{이므로}$$

$$S_n = \frac{\frac{5}{2} \times (2^n - 1)}{2 - 1} = \frac{5(2^n - 1)}{2}$$

$$189 \quad a_n = 2^{2n-1} = 2 \times 2^{2(n-1)} = 2 \times 4^{n-1} \text{에서 첫째항이 } 2, \text{ 공비가 } 4 \text{이므로}$$

$$S_n = \frac{2 \times (4^n - 1)}{4 - 1} = \frac{2(4^n - 1)}{3}$$

$$190 \quad a_n = \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} \text{에서 첫째항이 } \frac{1}{3}, \text{ 공비가 } \frac{1}{3} \text{이므로}$$

$$S_n = \frac{\frac{1}{3} \times \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right\}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right\}$$

$$191 \quad \square: r^5, r^{10}, 3, 2, 2, 2, 70$$

$$192 \quad \text{첫째항을 } a, \text{ 공비를 } r \text{라 하면}$$

$$S_3 = 6 \text{에서 } \frac{a(r^3 - 1)}{r - 1} = 6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$S_6 = 18 \text{에서 } \frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^3 - 1)(r^3 + 1)}{r - 1} = 18 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{을 하면 } r^3 + 1 = 3 \quad \therefore r^3 = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore S_9 &= \frac{a(r^9 - 1)}{r - 1} \\ &= \frac{a(r^3 - 1)(r^6 + r^3 + 1)}{r - 1} \\ &= 6(2^2 + 2 + 1) = 42 \end{aligned}$$

$$193 \quad \text{첫째항을 } a, \text{ 공비를 } r \text{라 하면}$$

$$S_{10} = 5 \text{에서 } \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$S_{20} = 20 \text{에서 } \frac{a(r^{20} - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^{10} - 1)(r^{10} + 1)}{r - 1} = 20 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{을 하면 } r^{10} + 1 = 4 \quad \therefore r^{10} = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{30} &= \frac{a(r^{30} - 1)}{r - 1} \\ &= \frac{a(r^{10} - 1)(r^{20} + r^{10} + 1)}{r - 1} \\ &= 5(3^2 + 3 + 1) = 65 \end{aligned}$$

$$194 \quad \square: S_1, S_4, 3, 3^6$$

$$195 \quad S_n = 2^{n+1} - 5 \text{에서}$$

$$a_1 = S_1 = 2^2 - 5 = -1$$

$$a_5 = S_5 - S_4 = (2^6 - 5) - (2^5 - 5) = 2^6 - 2^5 = 32$$

$$196 \quad S_n = 10 \times 2^n - 10 \text{에서}$$

$$a_1 = S_1 = 10 \times 2 - 10 = 10$$

$$\begin{aligned} a_5 &= S_5 - S_4 = (10 \times 2^5 - 10) - (10 \times 2^4 - 10) \\ &= 10(2^5 - 2^4) = 160 \end{aligned}$$

$$197 \quad S_n = \frac{3}{2^n} - 3 \text{에서}$$

$$a_1 = S_1 = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= S_5 - S_4 = \left(\frac{3}{2^5} - 3 \right) - \left(\frac{3}{2^4} - 3 \right) \\ &= \frac{3}{2^5} - \frac{3}{2^4} = \frac{3-6}{2^5} = -\frac{3}{2^5} = -\frac{3}{32} \end{aligned}$$

$$198 \quad S_n = 5 \times \left(\frac{1}{2} \right)^n - 5 \text{에서}$$

$$a_1 = S_1 = 5 \times \frac{1}{2} - 5 = -\frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= S_5 - S_4 = \left\{ 5 \times \left(\frac{1}{2} \right)^5 - 5 \right\} - \left\{ 5 \times \left(\frac{1}{2} \right)^4 - 5 \right\} \\ &= 5 \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^5 - \left(\frac{1}{2} \right)^4 \right\} = -\frac{5}{32} \end{aligned}$$

$$199 \quad S_n = 3 \times \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1} - \frac{3}{2} \text{에서}$$

$$a_1 = S_1 = 3 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \frac{3}{2} = -\frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= S_5 - S_4 = \left\{ 3 \times \left(\frac{1}{2} \right)^6 - \frac{3}{2} \right\} - \left\{ 3 \times \left(\frac{1}{2} \right)^5 - \frac{3}{2} \right\} \\ &= 3 \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^6 - \left(\frac{1}{2} \right)^5 \right\} = -\frac{3}{64} \end{aligned}$$

$$200 \quad \square: S_{n-1}, 2^{n-1}, 2^{n-1}, 1$$

$$201 \quad a_1 = S_1 = 15 - 3 = 12$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 3 \times 5^n - 3 - (3 \times 5^{n-1} - 3)$$

$$= 12 \times 5^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

$$\dots\dots \textcircled{1}$$

$a_1=12$ 와 ㉠에 $n=1$ 을 대입한 값이 같으므로
 $a_n=12 \times 5^{n-1} (n \geq 1)$
 따라서 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항부터 등비수열을 이룬다.

202 $a_1=S_1=2+1=3$
 $a_n=S_n-S_{n-1}$
 $=2^n+1-(2^{n-1}+1)$
 $=2^{n-1} (n \geq 2)$ ㉠
 $a_1=3$ 과 ㉠에 $n=1$ 을 대입한 값이 다르므로 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3이고 제2항부터 공비가 2인 등비수열을 이룬다.

203 $a_1=S_1=3^2=9$
 $a_n=S_n-S_{n-1}$
 $=3^{n+1}-3^n$
 $=2 \times 3^n (n \geq 2)$ ㉠
 $a_1=9$ 와 ㉠에 $n=1$ 을 대입한 값이 다르므로 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 9이고 제2항부터 공비가 3인 등비수열을 이룬다.

204 □: 0.05, 10000

205 $10000(1+0.06)^{10}=10000 \times 1.06^{10}=10000 \times 1.79$
 $=17900(\text{원})$

206 $10000(1+0.07)^{12}=10000 \times 1.07^{12}=10000 \times 2.25$
 $=22500(\text{원})$

207 □: 1.05^8 , 1.48

208 $10(1+0.06)+10(1+0.06)^2+\dots+10(1+0.06)^{11}$
 $=\frac{10 \times 1.06(1.06^{11}-1)}{1.06-1}$
 $=\frac{10 \times 1.06(1.9-1)}{0.06}$
 $=159(\text{만 원})$

209 $10(1+0.08)+10(1+0.08)^2+\dots+10(1+0.08)^{12}$
 $=\frac{10 \times 1.08(1.08^{12}-1)}{1.08-1}$
 $=\frac{10 \times 1.08(2.52-1)}{0.08}$
 $=205.2(\text{만 원})$

연산문제로 실전 능력 다지기

151쪽 ~ 152쪽

210 첫째항이 2, 공비가 $\frac{1}{2}$ 이므로
 $a_n=2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$
 $a_{10}=\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{1}{2^8}$

211 첫째항이 9, 공비가 -3 이므로
 $a_n=9 \times (-3)^{n-1}=(-1)^{n-1} \times 3^{n+1}$
 $a_{10}=(-1)^9 \times 3^{11}=-3^{11}$

212 첫째항이 $\frac{3}{4}$, 공비가 2이므로
 $a_n=\frac{3}{4} \times 2^{n-1}=3 \times 2^{n-3}$
 $a_{10}=3 \times 2^7$

213 첫째항이 $-\frac{1}{27}$, 공비가 9이므로
 $a_n=-\frac{1}{27} \times 9^{n-1}=-3^{2n-5}$
 $a_{10}=-3^{15}$

214 첫째항이 $2\sqrt{2}$, 공비가 $-\sqrt{2}$ 이므로
 $a_n=2\sqrt{2} \times (-\sqrt{2})^{n-1}=(-1)^{n-1} \times (\sqrt{2})^{n+2}$
 $a_{10}=(-1)^9 \times (\sqrt{2})^{12}=-64$

215 공비를 r 라 하면
 $a_1+a_3=15$ 에서 $3+3r^2=15$
 $3r^2=12 \quad \therefore r^2=4$
 $\therefore a_7=a_1 \times r^6=a_1 \times (r^2)^3=3 \times 4^3=192$

216 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면
 $a_4=12$ 에서 $ar^3=12$ ㉠
 $a_7=96$ 에서 $ar^6=96$ ㉡
 $\text{㉠} \div \text{㉡}$ 을 하면 $r^3=8 \quad \therefore r=2$
 $r=2$ 를 ㉠에 대입하여 풀면 $a=\frac{3}{2}$
 따라서 $a_n=\frac{3}{2} \times 2^{n-1}$ 이므로
 $a_{10}=\frac{3}{2} \times 2^9=768$

217 첫째항을 a , 공비를 $r (a>0, r>0)$ 라 하면
 $a_3=2a_4$ 에서 $ar^2=2ar^3 \quad \therefore r=\frac{1}{2} (\because a>0, r>0)$
 $a_3+a_5=25$ 에서 $a \times \left(\frac{1}{2}\right)^2+a \times \left(\frac{1}{2}\right)^4=25$
 $\frac{5}{16}a=25 \quad \therefore a=80$
 따라서 $a_n=80 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 이므로
 $a_6=80 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{5}{2}$

218 첫째항을 a , 공비를 $r (a>0, r>0)$ 라 하면
 $a_3=8$ 에서 $ar^2=8$ ㉠
 $a_2:a_4=2:5$ 에서 $5a_2=2a_4$
 $5ar=2ar^3 \quad \therefore r^2=\frac{5}{2} (\because a>0, r>0)$
 $r^2=\frac{5}{2}$ 를 ㉠에 대입하여 풀면 $a=\frac{16}{5}$

$$\begin{aligned}\therefore a_9 &= a \times r^8 = a \times (r^2)^4 \\ &= \frac{16}{5} \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 = 125\end{aligned}$$

219 공비를 r ($r > 0$)라 하면 수열 $\frac{1}{8}, a, b, c, 32$ 는 첫째항이 $\frac{1}{8}$, 제5항

이 32인 등비수열이므로

$$32 = \frac{1}{8} \times r^4 \text{에서 } r^4 = 256$$

$$r^2 = 16 \quad \therefore r = 4 \quad (\because r > 0)$$

$$\text{따라서 } a = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{8} \times 4^2 = 2, c = \frac{1}{8} \times 4^3 = 8 \text{이므로}$$

$$abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$$

220 세 수 $x-2, x, 2x+3$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$x^2 = (x-2)(2x+3), x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0 \quad \therefore x = 3 \quad (\because x > 0)$$

221 세 수 $4, x, y$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2x = 4 + y$$

..... ㉠

세 수 $x, y, 4$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$y^2 = 4x \quad \therefore x = \frac{y^2}{4}$$

$$x = \frac{y^2}{4} \text{을 ㉠에 대입하면}$$

$$\frac{y^2}{2} = 4 + y, y^2 - 2y - 8 = 0$$

$$(y+2)(y-4) = 0 \quad \therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 4$$

이때 $y = 4$ 이면 $x = 4$ 가 되므로 x, y 는 서로 다른 수라는 조건에 모순된다.

$$\therefore x = 1, y = -2$$

222 $f(x)$ 를 $x-2, x-1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 각각

$$f(2), f(1), f(-2) \text{이다.}$$

$$f(2) = a, f(1) = a-1, f(-2) = a+8$$

세 수 $a, a-1, a+8$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(a-1)^2 = a(a+8), a^2 - 2a + 1 = a^2 + 8a$$

$$10a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{10}$$

223 $f(x)$ 를 $x-2, x-1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 각각

$$f(2), f(1), f(-2) \text{이다.}$$

$$f(2) = -a+2, f(1) = -a, f(-2) = -a+6$$

세 수 $-a+2, -a, -a+6$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(-a)^2 = (-a+2)(-a+6), a^2 = a^2 - 8a + 12$$

$$8a = 12 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

224 첫째항이 -27 , 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이므로

$$S_n = \frac{-27 \times \left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}}{1 - \frac{1}{3}} = -\frac{81}{2} \left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}$$

225 공비를 r 라 하면

$$a_6 - 2a_5 = 0 \text{에서 } 2r^5 - 2 \times 2r^4 = 0$$

$$2r^4(r-2) = 0 \quad \therefore r = 2 \quad (\because r \neq 0)$$

$$\therefore S_n = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2^{n+1} - 2$$

226 $a_1 = S_1 = 6 - 3 = 3$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 3 \times 2^n - 3 - (3 \times 2^{n-1} - 3)$$

$$= 3 \times 2^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

..... ㉠

$a_1 = 3$ 과 ㉠에 $n=1$ 을 대입한 값이 같으므로

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = 3 \times 2^{n-1} \quad (n \geq 1)$$

227 $a_1 = S_1 = 6 - 1 = 5$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 2 \times 3^n - 1 - (2 \times 3^{n-1} - 1)$$

$$= 4 \times 3^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

..... ㉠

$a_1 = 5$ 와 ㉠에 $n=1$ 을 대입한 값이 다르므로

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_1 = 5, a_n = 4 \times 3^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

228 $10(1+0.07) + 10(1+0.07)^2 + \cdots + 10(1+0.07)^9$

$$= \frac{10 \times 1.07(1.07^9 - 1)}{1.07 - 1}$$

$$= \frac{10 \times 1.07(1.84 - 1)}{0.07}$$

$$= 128.4 \text{(만 원)}$$

229 $10(1+0.02) + 10(1+0.02)^2 + \cdots + 10(1+0.02)^{36}$

$$= \frac{10 \times 1.02(1.02^{36} - 1)}{1.02 - 1}$$

$$= \frac{10 \times 1.02(2.04 - 1)}{0.02}$$

$$= 530.4 \text{(만 원)}$$

230 $10(1+0.01) + 10(1+0.01)^2 + \cdots + 10(1+0.01)^{12}$

$$= \frac{10 \times 1.01(1.01^{12} - 1)}{1.01 - 1}$$

$$= \frac{10 \times 1.01(1.13 - 1)}{0.01}$$

$$= 131.3 \text{(만 원)}$$

$$231 \sum_{k=1}^{10} 2k$$

$$232 \sum_{k=1}^{12} (4k-3)$$

$$233 \sum_{k=1}^{15} k^2$$

$$234 \sum_{k=1}^{10} 2^k$$

$$235 \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k}$$

$$236 \sum_{k=1}^{10} k(11-k)$$

$$237 \sum_{k=1}^{10} 3k = 3 + 6 + 9 + \cdots + 30$$

$$238 \sum_{k=1}^{10} (5k+1) = 6 + 11 + 16 + \cdots + 51$$

$$239 \sum_{k=1}^7 3^k = 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^7$$

$$240 \sum_{k=1}^{10} (k+1)(k+2) = 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \cdots + 11 \times 12$$

$$241 \sum_{k=4}^{10} (2k+1) = 9 + 11 + 13 + \cdots + 21$$

$$242 \sum_{k=5}^{12} k^2 = 5^2 + 6^2 + 7^2 + \cdots + 12^2$$

$$243 \sum_{k=3}^{10} (2k-1)(2k+1) = 5 \times 7 + 7 \times 9 + 9 \times 11 + \cdots + 19 \times 21$$

$$244 \sum_{k=3}^8 \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \cdots + \frac{1}{8 \times 9}$$

$$245 \square: \sum_{k=1}^{10} b_k, 3, 5$$

$$\begin{aligned} 246 \sum_{k=1}^{10} (3a_k - 4b_k) &= 3 \sum_{k=1}^{10} a_k - 4 \sum_{k=1}^{10} b_k \\ &= 3 \times 3 - 4 \times 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 247 \sum_{k=1}^{10} (4a_k + 3b_k - 2) &= 4 \sum_{k=1}^{10} a_k + 3 \sum_{k=1}^{10} b_k - \sum_{k=1}^{10} 2 \\ &= 4 \times 3 + 3 \times 2 - 2 \times 10 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 248 \sum_{k=1}^{10} (8a_k - 5b_k + 2) &= 8 \sum_{k=1}^{10} a_k - 5 \sum_{k=1}^{10} b_k + \sum_{k=1}^{10} 2 \\ &= 8 \times 3 - 5 \times 2 + 2 \times 10 = 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 249 \sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + 3a_k) &= \sum_{k=1}^{10} a_k^2 + 3 \sum_{k=1}^{10} a_k \\ &= 6 + 3 \times 3 = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 250 \sum_{k=1}^{10} (3a_k^2 - 2a_k + 1) &= 3 \sum_{k=1}^{10} a_k^2 - 2 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 1 \\ &= 3 \times 6 - 2 \times 3 + 1 \times 10 = 22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 251 \sum_{k=1}^{10} (a_k + 2)^2 &= \sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + 4a_k + 4) \\ &= \sum_{k=1}^{10} a_k^2 + 4 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 4 \\ &= 6 + 4 \times 3 + 4 \times 10 = 58 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 252 \sum_{k=1}^{10} (3a_k - 2)^2 &= \sum_{k=1}^{10} (9a_k^2 - 12a_k + 4) \\ &= 9 \sum_{k=1}^{10} a_k^2 - 12 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 4 \\ &= 9 \times 6 - 12 \times 3 + 4 \times 10 = 58 \end{aligned}$$

$$253 \sum_{k=11}^{20} a_k = \sum_{k=1}^{20} a_k - \sum_{k=1}^{10} a_k = 30 - 10 = 20$$

$$254 \sum_{k=16}^{20} a_k = \sum_{k=1}^{20} a_k - \sum_{k=1}^{15} a_k = 55 - 40 = 15$$

$$255 \square: 10, 1, 385$$

$$256 \sum_{k=1}^{10} k^3 = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2 = 3025$$

$$\begin{aligned} 257 \sum_{k=1}^{10} (2k-1) &= 2 \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 1 \\ &= 2 \times \frac{10(10+1)}{2} - 1 \times 10 \\ &= 110 - 10 = 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 258 \sum_{k=1}^{10} (k^2 + 2k - 3) &= \sum_{k=1}^{10} k^2 + 2 \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 3 \\ &= \frac{10(10+1)(20+1)}{6} + 2 \times \frac{10(10+1)}{2} - 3 \times 10 \\ &= 385 + 110 - 30 \\ &= 465 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 259 \sum_{k=1}^{10} k(k+1) &= \sum_{k=1}^{10} (k^2 + k) \\ &= \sum_{k=1}^{10} k^2 + \sum_{k=1}^{10} k \\ &= \frac{10(10+1)(20+1)}{6} + \frac{10(10+1)}{2} \\ &= 385 + 55 = 440 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
260 \quad & \sum_{k=1}^{10} (k^3 - 2k^2 + 4k - 3) \\
&= \sum_{k=1}^{10} k^3 - 2 \sum_{k=1}^{10} k^2 + 4 \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 3 \\
&= \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2 - 2 \times \frac{10(10+1)(20+1)}{6} \\
&\quad + 4 \times \frac{10(10+1)}{2} - 3 \times 10 \\
&= 3025 - 770 + 220 - 30 \\
&= 2445
\end{aligned}$$

$$261 \quad \square: 3, 3, n, 3, 5$$

$$\begin{aligned}
262 \quad & \sum_{k=1}^n (k^2 + 3k + 2) \\
&= \sum_{k=1}^n k^2 + 3 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 2 \\
&= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 3 \times \frac{n(n+1)}{2} + 2 \times n \\
&= \frac{n}{6} \{ (n+1)(2n+1) + 9(n+1) + 12 \} \\
&= \frac{n}{6} (2n^2 + 12n + 22) \\
&= \frac{n(n^2 + 6n + 11)}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
263 \quad & \sum_{k=1}^n (2k-1)^2 \\
&= \sum_{k=1}^n (4k^2 - 4k + 1) \\
&= 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \\
&= 4 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 4 \times \frac{n(n+1)}{2} + 1 \times n \\
&= \frac{n}{6} \{ 4(n+1)(2n+1) - 12(n+1) + 6 \} \\
&= \frac{n}{6} (8n^2 - 2) \\
&= \frac{n(4n^2 - 1)}{3} \\
&= \frac{n(2n+1)(2n-1)}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
264 \quad & \sum_{k=1}^n (k+1)(k-3) \\
&= \sum_{k=1}^n (k^2 - 2k - 3) \\
&= \sum_{k=1}^n k^2 - 2 \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^n 3 \\
&= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 2 \times \frac{n(n+1)}{2} - 3 \times n \\
&= \frac{n}{6} \{ (n+1)(2n+1) - 6(n+1) - 18 \} \\
&= \frac{n(2n^2 - 3n - 23)}{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
265 \quad & \sum_{k=1}^n k^2 (k+1) \\
&= \sum_{k=1}^n (k^3 + k^2) \\
&= \sum_{k=1}^n k^3 + \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\
&= \frac{n(n+1)}{12} \{ 3n(n+1) + 2(2n+1) \} \\
&= \frac{n(n+1)(3n^2 + 7n + 2)}{12} \\
&= \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
266 \quad & \sum_{k=1}^n k(k-1)(k-2) \\
&= \sum_{k=1}^n (k^3 - 3k^2 + 2k) \\
&= \sum_{k=1}^n k^3 - 3 \sum_{k=1}^n k^2 + 2 \sum_{k=1}^n k \\
&= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 - 3 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2 \times \frac{n(n+1)}{2} \\
&= \frac{n(n+1)}{4} \{ n(n+1) - 2(2n+1) + 4 \} \\
&= \frac{n(n+1)(n^2 - 3n + 2)}{4} \\
&= \frac{n(n+1)(n-1)(n-2)}{4}
\end{aligned}$$

$$267 \quad \square: 2, 11, 60, -4, 64$$

$$\begin{aligned}
268 \quad & \sum_{k=2}^{10} (3k+1) = \sum_{k=1}^{10} (3k+1) - \sum_{k=1}^1 (3k+1) \\
&= \left(3 \times \frac{10 \times 11}{2} + 1 \times 10 \right) - 4 \\
&= 175 - 4 \\
&= 171
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
269 \quad & \sum_{k=4}^{10} (k^2 - k) \\
&= \sum_{k=1}^{10} (k^2 - k) - \sum_{k=1}^3 (k^2 - k) \\
&= \left(\frac{10 \times 11 \times 21}{6} - \frac{10 \times 11}{2} \right) - \left(\frac{3 \times 4 \times 7}{6} - \frac{3 \times 4}{2} \right) \\
&= 330 - 8 \\
&= 322
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
270 \quad & \sum_{k=3}^{10} k(k+2) \\
&= \sum_{k=3}^{10} (k^2 + 2k) \\
&= \sum_{k=1}^{10} (k^2 + 2k) - \sum_{k=1}^2 (k^2 + 2k) \\
&= \left(\frac{10 \times 11 \times 21}{6} + 2 \times \frac{10 \times 11}{2} \right) - \left(\frac{2 \times 3 \times 5}{6} + 2 \times \frac{2 \times 3}{2} \right) \\
&= 495 - 11 \\
&= 484
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
271 \quad \sum_{k=6}^{10} (2k+1)^2 &= \sum_{k=6}^{10} (4k^2 + 4k + 1) \\
&= \sum_{k=1}^{10} (4k^2 + 4k + 1) - \sum_{k=1}^5 (4k^2 + 4k + 1) \\
&= \left(4 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + 4 \times \frac{10 \times 11}{2} + 1 \times 10 \right) \\
&\quad - \left(4 \times \frac{5 \times 6 \times 11}{6} + 4 \times \frac{5 \times 6}{2} + 1 \times 5 \right) \\
&= 1770 - 285 \\
&= 1485
\end{aligned}$$

$$272 \quad \square: 3k, 10, 20, 570$$

$$\begin{aligned}
273 \quad \text{일반항이 } 2n(n+3) \text{ 이므로} \\
\sum_{k=1}^{10} 2k(k+3) &= \sum_{k=1}^{10} (2k^2 + 6k) \\
&= 2 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + 6 \times \frac{10 \times 11}{2} \\
&= 770 + 330 \\
&= 1100
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
274 \quad \text{일반항이 } n(12-n) \text{ 이므로} \\
\sum_{k=1}^{10} k(12-k) &= \sum_{k=1}^{10} (12k - k^2) \\
&= 12 \times \frac{10 \times 11}{2} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6} \\
&= 660 - 385 \\
&= 275
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
275 \quad \text{일반항이 } 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ 이므로} \\
\sum_{k=1}^{10} \frac{k(k+1)}{2} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{10} (k^2 + k) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{10 \times 11 \times 21}{6} + \frac{10 \times 11}{2} \right) \\
&= \frac{1}{2} (385 + 55) \\
&= 220
\end{aligned}$$

$$276 \quad \square: 2, 2, 2046$$

$$\begin{aligned}
277 \quad \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{2}{3} \right)^k &= \frac{\frac{2}{3} \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{10} \right]}{1 - \frac{2}{3}} \\
&= 2 \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{10} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
278 \quad \sum_{k=1}^{10} (k+3^k) &= \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} 3^k \\
&= \frac{10 \times 11}{2} + \frac{3(3^{10}-1)}{3-1} \\
&= \frac{3^{11}+107}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
279 \quad \sum_{k=1}^{10} (4^k - k^2) &= \sum_{k=1}^{10} 4^k - \sum_{k=1}^{10} k^2 \\
&= \frac{4(4^{10}-1)}{4-1} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6} \\
&= \frac{4^{11}-1159}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
280 \quad \sum_{k=1}^{10} \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^k + \left(\frac{1}{3} \right)^k \right\} &= \frac{\frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \right]}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{10} \right]}{1 - \frac{1}{3}} \\
&= 1 - \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{10}} \right) \\
&= \frac{3}{2} - \frac{1}{2^{10}} - \frac{1}{2 \times 3^{10}}
\end{aligned}$$

$$281 \quad \square: 10^3, 10^n - 1$$

$$\begin{aligned}
282 \quad \sum_{k=1}^9 (10^k - 1) &= \frac{10(10^9-1)}{10-1} - 1 \times 9 \\
&= \frac{10^{10}-91}{9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
283 \quad 2 &= \frac{2}{9} \times 9 = \frac{2}{9} (10-1) \\
22 &= \frac{2}{9} \times 99 = \frac{2}{9} (10^2-1) \\
222 &= \frac{2}{9} \times 999 = \frac{2}{9} (10^3-1) \\
&\vdots \\
\text{이므로 } a_n &= \frac{2(10^n-1)}{9}
\end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}
a_1 &= 2 \\
a_2 &= 2+20=2+2 \times 10 \\
a_3 &= 2+20+200=2+2 \times 10+2 \times 10^2 \\
&\vdots \\
a_n &= 2+2 \times 10+\dots+2 \times 10^{n-1} \\
&= 2(1+10+\dots+10^{n-1}) \\
&= 2 \times \frac{1 \times (10^n-1)}{10-1} \\
&= \frac{2(10^n-1)}{9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
284 \quad \sum_{k=1}^{10} a_k &= \sum_{k=1}^{10} \frac{2(10^k-1)}{9} \\
&= \frac{2}{9} \left(\sum_{k=1}^{10} 10^k - \sum_{k=1}^{10} 1 \right) \\
&= \frac{2}{9} \left\{ \frac{10(10^{10}-1)}{10-1} - 1 \times 10 \right\} \\
&= \frac{2}{9} \times \frac{10^{11}-100}{9} \\
&= \frac{2(10^{11}-100)}{81}
\end{aligned}$$

$$285 \quad a_n = 1+2+2^2+2^3+\dots+2^{n-1} = \frac{1 \times (2^n-1)}{2-1} = 2^n - 1$$

$$286 \sum_{k=1}^{11} a_k = \sum_{k=1}^{11} (2^k - 1) = \frac{2(2^{11} - 1)}{2 - 1} - 1 \times 11 = 2^{12} - 13$$

$$287 \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{(n+2) - n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$$

$$288 \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+2 - (n+1)} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \\ = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$$

$$289 \frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{2}{n+3 - (n+1)} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right) \\ = \frac{2}{2} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right) \\ = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3}$$

$$290 \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k(k+1)} \\ = \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ = \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) \\ = 1 - \frac{1}{11} \\ = \frac{10}{11}$$

$$291 \sum_{k=1}^7 \frac{1}{(k+2)(k+3)} \\ = \sum_{k=1}^7 \left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3} \right) \\ = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \\ = \frac{1}{3} - \frac{1}{10} \\ = \frac{7}{30}$$

$$292 \sum_{k=1}^9 \frac{1}{(k+1)(k+3)} \\ = \sum_{k=1}^9 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+3} \right) \\ = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \right. \\ \left. + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} \right) \right\} \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{11} - \frac{1}{12} \right) \\ = \frac{29}{88}$$

$$293 \square: k+2, 2, 12, \frac{5}{12}$$

$$294 \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{8 \times 10} \\ = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{k(k+2)} \\ = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \\ = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \right. \\ \left. + \cdots + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) \right\} \\ = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \\ = \frac{29}{45}$$

$$295 \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{19 \times 21} \\ = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \\ = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) \\ = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{21} \right) \right\} \\ = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{21} \right) \\ = \frac{10}{21}$$

$$296 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2} \\ \therefore a_n = \frac{1}{1+2+3+\cdots+n} \\ = \frac{2}{n(n+1)}$$

$$297 \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} \frac{2}{k(k+1)} \\ = 2 \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ = 2 \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) \right\} \\ = 2 \left(1 - \frac{1}{11} \right) \\ = \frac{20}{11}$$

$$298 \square: \sqrt{k}, \sqrt{9}, 2$$

$$299 \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{\sqrt{k+3} + \sqrt{k+2}} \\ = \sum_{k=1}^{10} \frac{\sqrt{k+3} - \sqrt{k+2}}{(\sqrt{k+3} + \sqrt{k+2})(\sqrt{k+3} - \sqrt{k+2})} \\ = \sum_{k=1}^{10} (\sqrt{k+3} - \sqrt{k+2}) \\ = (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + (\sqrt{5} - \sqrt{4}) + (\sqrt{6} - \sqrt{5}) + \cdots + (\sqrt{13} - \sqrt{12}) \\ = \sqrt{13} - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}
300 \quad & \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{\sqrt{k+3} + \sqrt{k+1}} \\
&= \sum_{k=1}^{10} \frac{\sqrt{k+3} - \sqrt{k+1}}{(\sqrt{k+3} + \sqrt{k+1})(\sqrt{k+3} - \sqrt{k+1})} \\
&= \sum_{k=1}^{10} \frac{\sqrt{k+3} - \sqrt{k+1}}{2} \\
&= \frac{1}{2} \{ (\sqrt{4} - \sqrt{2}) + (\sqrt{5} - \sqrt{3}) + (\sqrt{6} - \sqrt{4}) \\
&\quad + \cdots + (\sqrt{12} - \sqrt{10}) + (\sqrt{13} - \sqrt{11}) \} \\
&= \frac{\sqrt{13} + \sqrt{12} - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} \\
&= \frac{\sqrt{13} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
301 \quad & \sum_{k=1}^{11} \frac{1}{\sqrt{2k+3} + \sqrt{2k+1}} \\
&= \sum_{k=1}^{11} \frac{\sqrt{2k+3} - \sqrt{2k+1}}{(\sqrt{2k+3} + \sqrt{2k+1})(\sqrt{2k+3} - \sqrt{2k+1})} \\
&= \sum_{k=1}^{11} \frac{\sqrt{2k+3} - \sqrt{2k+1}}{2} \\
&= \frac{1}{2} \{ (\sqrt{5} - \sqrt{3}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) + (\sqrt{9} - \sqrt{7}) \\
&\quad + \cdots + (\sqrt{25} - \sqrt{23}) \} \\
&= \frac{\sqrt{25} - \sqrt{3}}{2} \\
&= \frac{5 - \sqrt{3}}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
302 \quad & \frac{1}{\sqrt{2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3+2}} + \frac{1}{\sqrt{4+3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{25+24}} \\
&= \sum_{k=1}^{24} \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}} \\
&= \sum_{k=1}^{24} \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{(\sqrt{k+1} + \sqrt{k})(\sqrt{k+1} - \sqrt{k})} \\
&= \sum_{k=1}^{24} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}) \\
&= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{25} - \sqrt{24}) \\
&= \sqrt{25} - 1 \\
&= 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
303 \quad & \frac{2}{\sqrt{3+1}} + \frac{2}{\sqrt{5+3}} + \frac{2}{\sqrt{7+5}} + \cdots + \frac{2}{\sqrt{81+79}} \\
&= \sum_{k=1}^{40} \frac{2}{\sqrt{2k+1} + \sqrt{2k-1}} \\
&= \sum_{k=1}^{40} \frac{2(\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1})}{(\sqrt{2k+1} + \sqrt{2k-1})(\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1})} \\
&= \sum_{k=1}^{40} (\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1}) \\
&= (\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{5} - \sqrt{3}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) + \cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{79}) \\
&= \sqrt{81} - 1 \\
&= 8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
304 \quad & \frac{3}{\sqrt{4+1}} + \frac{3}{\sqrt{7+4}} + \frac{3}{\sqrt{10+7}} + \cdots + \frac{3}{\sqrt{121+118}} \\
&= \sum_{k=1}^{40} \frac{3}{\sqrt{3k+1} + \sqrt{3k-2}} \\
&= \sum_{k=1}^{40} \frac{3(\sqrt{3k+1} - \sqrt{3k-2})}{(\sqrt{3k+1} + \sqrt{3k-2})(\sqrt{3k+1} - \sqrt{3k-2})} \\
&= \sum_{k=1}^{40} (\sqrt{3k+1} - \sqrt{3k-2}) \\
&= (\sqrt{4} - 1) + (\sqrt{7} - \sqrt{4}) + (\sqrt{10} - \sqrt{7}) + \cdots + (\sqrt{121} - \sqrt{118}) \\
&= \sqrt{121} - 1 \\
&= 10
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
305 \quad & \frac{1}{\sqrt{5+2}} + \frac{1}{\sqrt{8+5}} + \frac{1}{\sqrt{11+8}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{50+47}} \\
&= \sum_{k=1}^{16} \frac{1}{\sqrt{3k+2} + \sqrt{3k-1}} \\
&= \sum_{k=1}^{16} \frac{\sqrt{3k+2} - \sqrt{3k-1}}{(\sqrt{3k+2} + \sqrt{3k-1})(\sqrt{3k+2} - \sqrt{3k-1})} \\
&= \sum_{k=1}^{16} \frac{\sqrt{3k+2} - \sqrt{3k-1}}{3} \\
&= \frac{1}{3} \{ (\sqrt{5} - \sqrt{2}) + (\sqrt{8} - \sqrt{5}) + (\sqrt{11} - \sqrt{8}) \\
&\quad + \cdots + (\sqrt{50} - \sqrt{47}) \} \\
&= \frac{\sqrt{50} - \sqrt{2}}{3} \\
&= \frac{4\sqrt{2}}{3}
\end{aligned}$$

$$306 \quad \square: 2, -4, 258$$

$$\begin{aligned}
307 \quad & S = 1 \times 2 + 3 \times 2^2 + 5 \times 2^3 + \cdots + 15 \times 2^8 \\
& - 2S = \frac{1 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \cdots + 13 \times 2^8 + 15 \times 2^9}{-S = \frac{2 + 2 \times 2^2 + 2 \times 2^3 + \cdots + 2 \times 2^8 - 15 \times 2^9}{= 2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^9 - 15 \times 2^9}} \\
& = 2 + \frac{2^3(2^7 - 1)}{2 - 1} - 15 \times 2^9 \\
& = -6 + 2^{10} - 15 \times 2^9 \\
& \therefore S = 15 \times 2^9 - 2^{10} + 6 = 13 \times 2^9 + 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
308 \quad & S = 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + 9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 \\
& - \frac{1}{2}S = \frac{1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 + 9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{\frac{1}{2}S = \frac{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^9 - 9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{= \frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^9 \right\}}{1 - \frac{1}{2}} - 9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10}} \\
& = 1 - \frac{11}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 \\
& \therefore S = 2 - \frac{11}{2^9}
\end{aligned}$$

$$309 \quad \square: 3^{11}, -\frac{19}{2}, \frac{19}{4}$$

310 우변의 식을 풀면

$$\begin{aligned}
 S &= 2 \times 2 + 5 \times 2^2 + 8 \times 2^3 + \cdots + 29 \times 2^{10} \\
 S &= 2 \times 2 + 5 \times 2^2 + 8 \times 2^3 + \cdots + 29 \times 2^{10} \\
 -) 2S &= 2 \times 2^2 + 5 \times 2^3 + \cdots + 26 \times 2^{10} + 29 \times 2^{11} \\
 -S &= 2 \times 2 + 3 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \cdots + 3 \times 2^{10} - 29 \times 2^{11} \\
 &= 4 + 3 \times \frac{4(2^9 - 1)}{2 - 1} - 29 \times 2^{11} \\
 &= -8 - 26 \times 2^{11} \\
 \therefore S &= 26 \times 2^{11} + 8
 \end{aligned}$$

311 우변의 식을 풀면

$$\begin{aligned}
 S &= 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots + 10 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \\
 S &= 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots + 10 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \\
 -) \frac{1}{4}S &= 1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots + 9 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10} + 10 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{11} \\
 \frac{3}{4}S &= \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{4}\right)^{10} - 10 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{11} \\
 &= \frac{\frac{1}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{4}} - 10 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{11} \\
 &= \frac{1}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \right\} - 10 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{11} \\
 \therefore S &= \frac{4}{9} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \right\} - \frac{40}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{11} = \frac{4}{9} - \frac{34}{9} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10}
 \end{aligned}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

161쪽 ~ 162쪽

312 $\sum_{k=1}^{10} k$

313 $\sum_{k=1}^{10} (2k-1)$

314 $\sum_{k=1}^{10} k^2$

315 $\sum_{k=1}^8 k^3$

316 $\sum_{k=1}^{25} (2k)^2$

317 $\sum_{k=1}^{10} (3a_k + 2) = 3 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 2$
 $= 3 \times 3 + 2 \times 10$
 $= 29$

318 $\sum_{k=1}^{10} (a_k^2 - 2a_k) = \sum_{k=1}^{10} a_k^2 - 2 \sum_{k=1}^{10} a_k$
 $= 7 - 2 \times 3 = 1$

319 $\sum_{k=1}^{10} (3a_k^2 + a_k - 4) = 3 \sum_{k=1}^{10} a_k^2 + \sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{10} 4$
 $= 3 \times 7 + 3 - 4 \times 10$
 $= -16$

320 $\sum_{k=1}^{10} (a_k - 3)^2 = \sum_{k=1}^{10} (a_k^2 - 6a_k + 9)$
 $= \sum_{k=1}^{10} a_k^2 - 6 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 9$
 $= 7 - 6 \times 3 + 9 \times 10$
 $= 79$

321 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - 1)^2 = \sum_{k=1}^{10} (4a_k^2 - 4a_k + 1)$
 $= 4 \sum_{k=1}^{10} a_k^2 - 4 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 1$
 $= 4 \times 7 - 4 \times 3 + 1 \times 10$
 $= 26$

322 $\sum_{k=1}^{10} (2k+1) = 2 \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} 1$
 $= 2 \times \frac{10 \times 11}{2} + 1 \times 10$
 $= 110 + 10$
 $= 120$

323 $\sum_{k=1}^{10} (k-1)(k+2) = \sum_{k=1}^{10} (k^2 + k - 2)$
 $= \sum_{k=1}^{10} k^2 + \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 2$
 $= \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + \frac{10 \times 11}{2} - 2 \times 10$
 $= 385 + 55 - 20$
 $= 420$

324 $\sum_{k=1}^{10} (k^3 - k^2 + k - 1)$
 $= \sum_{k=1}^{10} k^3 - \sum_{k=1}^{10} k^2 + \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 1$
 $= \left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2 - \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + \frac{10 \times 11}{2} - 1 \times 10$
 $= 3025 - 385 + 55 - 10$
 $= 2685$

325 $\sum_{k=1}^{10} (k-2)^3$
 $= \sum_{k=1}^{10} (k^3 - 6k^2 + 12k - 8)$
 $= \sum_{k=1}^{10} k^3 - 6 \sum_{k=1}^{10} k^2 + 12 \sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} 8$
 $= \left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2 - 6 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + 12 \times \frac{10 \times 11}{2} - 8 \times 10$
 $= 3025 - 2310 + 660 - 80$
 $= 1295$

$$\begin{aligned}
326 \quad \sum_{k=3}^8 (-5k+7) &= \sum_{k=1}^8 (-5k+7) - \sum_{k=1}^2 (-5k+7) \\
&= \left(-5 \times \frac{8 \times 9}{2} + 7 \times 8\right) - \left(-5 \times \frac{2 \times 3}{2} + 7 \times 2\right) \\
&= -124 - (-1) \\
&= -123
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
327 \quad \sum_{k=4}^{10} (k^2 - 2k) &= \sum_{k=1}^{10} (k^2 - 2k) - \sum_{k=1}^3 (k^2 - 2k) \\
&= \left(\frac{10 \times 11 \times 21}{6} - 2 \times \frac{10 \times 11}{2}\right) - \left(\frac{3 \times 4 \times 7}{6} - 2 \times \frac{3 \times 4}{2}\right) \\
&= 275 - 2 \\
&= 273
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
328 \quad \sum_{k=2}^{10} (2k^2 - 3k - 1) &= \sum_{k=1}^{10} (2k^2 - 3k - 1) - \sum_{k=1}^1 (2k^2 - 3k - 1) \\
&= \left(2 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} - 3 \times \frac{10 \times 11}{2} - 1 \times 10\right) - (-2) \\
&= 595 - (-2) \\
&= 597
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
329 \quad \sum_{k=1}^{10} \frac{2}{k(k+2)} &= \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right) \\
&= \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \\
&\quad + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12}\right) \\
&= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{11} - \frac{1}{12} \\
&= \frac{175}{132}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
330 \quad \sum_{k=1}^{10} \frac{2}{(2k-1)(2k+1)} &= \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1}\right) \\
&= \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{21}\right) \\
&= 1 - \frac{1}{21} \\
&= \frac{20}{21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
331 \quad \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10} &= \sum_{k=1}^9 \frac{1}{k(k+1)} \\
&= \sum_{k=1}^9 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) \\
&= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\
&= 1 - \frac{1}{10} \\
&= \frac{9}{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
332 \quad \sum_{k=1}^{10} \frac{2}{\sqrt{2k+1} + \sqrt{2k-1}} &= \sum_{k=1}^{10} \frac{2(\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1})}{(\sqrt{2k+1} + \sqrt{2k-1})(\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1})} \\
&= \sum_{k=1}^{10} (\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1}) \\
&= (\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{5} - \sqrt{3}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) + \cdots + (\sqrt{21} - \sqrt{19}) \\
&= \sqrt{21} - 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
333 \quad \sum_{k=1}^{10} \frac{3}{\sqrt{3k+2} + \sqrt{3k-1}} &= \sum_{k=1}^{10} \frac{3(\sqrt{3k+2} - \sqrt{3k-1})}{(\sqrt{3k+2} + \sqrt{3k-1})(\sqrt{3k+2} - \sqrt{3k-1})} \\
&= \sum_{k=1}^{10} (\sqrt{3k+2} - \sqrt{3k-1}) \\
&= (\sqrt{5} - \sqrt{2}) + (\sqrt{8} - \sqrt{5}) + (\sqrt{11} - \sqrt{8}) + \cdots + (\sqrt{32} - \sqrt{29}) \\
&= \sqrt{32} - \sqrt{2} \\
&= 4\sqrt{2} - \sqrt{2} \\
&= 3\sqrt{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
334 \quad S &= 2 \times 3 + 4 \times 3^2 + 6 \times 3^3 + \cdots + 14 \times 3^7 \\
-) 3S &= \frac{2 \times 3^2 + 4 \times 3^3 + \cdots + 12 \times 3^7 + 14 \times 3^8}{-2S = 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + 2 \times 3^3 + \cdots + 2 \times 3^7 - 14 \times 3^8} \\
&= 2 \times \frac{3(3^7 - 1)}{3 - 1} - 14 \times 3^8 \\
&= 3^8 - 3 - 14 \times 3^8 \\
&= -13 \times 3^8 - 3 \\
\therefore S &= \frac{13 \times 3^8 + 3}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
335 \quad S &= 6 \times 4^0 + 5 \times 4^1 + 4 \times 4^2 + \cdots + 1 \times 4^5 \\
-) 4S &= \frac{6 \times 4^1 + 5 \times 4^2 + \cdots + 2 \times 4^5 + 1 \times 4^6}{-3S = \frac{6}{4} - \frac{5}{4} - \frac{4}{4} - \cdots - \frac{2}{4} - \frac{1}{4}} \\
&= 6 - \frac{4(4^6 - 1)}{4 - 1} \\
&= \frac{22}{3} - \frac{4^7}{3} \\
\therefore S &= \frac{4^7 - 22}{9}
\end{aligned}$$

336 $a_{n+1}=a_n+4$ 에서

$$a_2=a_1+4=-5+4=-1$$

$$a_3=a_2+4=-1+4=3$$

$$a_4=a_3+4=3+4=7$$

$$\therefore a_5=a_4+4=7+4=11$$

337 $a_{n+1}=3a_n$ 에서

$$a_2=3a_1=3 \times 1=3$$

$$a_3=3a_2=3 \times 3=9$$

$$a_4=3a_3=3 \times 9=27$$

$$\therefore a_5=3a_4=3 \times 27=81$$

338 $a_{n+1}=2a_n+n$ 에서

$$a_2=2a_1+1=2 \times (-2)+1=-3$$

$$a_3=2a_2+2=2 \times (-3)+2=-4$$

$$a_4=2a_3+3=2 \times (-4)+3=-5$$

$$\therefore a_5=2a_4+4=2 \times (-5)+4=-6$$

339 $a_{n+1}=3a_n+2n$ 에서

$$a_2=3a_1+2=3 \times (-1)+2=-1$$

$$a_3=3a_2+4=3 \times (-1)+4=1$$

$$a_4=3a_3+6=3 \times 1+6=9$$

$$\therefore a_5=3a_4+8=3 \times 9+8=35$$

340 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ 에서

$$a_3=a_2+a_1=2+1=3$$

$$a_4=a_3+a_2=3+2=5$$

$$\therefore a_5=a_4+a_3=5+3=8$$

341 $a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n$ 에서

$$a_3=2a_2-a_1=2 \times 3-1=5$$

$$a_4=2a_3-a_2=2 \times 5-3=7$$

$$\therefore a_5=2a_4-a_3=2 \times 7-5=9$$

342 $a_{n+1}=a_n+3$ 에서 주어진 수열은 공차가 3인 등차수열이다.이때 첫째항이 $a_1=5$ 이므로

$$a_n=5+(n-1) \times 3=3n+2$$

343 $a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n$ 에서 주어진 수열은 등차수열이고, 공차는 $a_2-a_1=4-7=-3$ 이때 첫째항이 $a_1=7$ 이므로

$$a_n=7+(n-1) \times (-3)=-3n+10$$

344 $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ 에서 주어진 수열은 등차수열이고, 공차는

$$a_2-a_1=6-2=4$$

이때 첫째항이 $a_1=2$ 이므로

$$a_n=2+(n-1) \times 4=4n-2$$

345 $a_{n+1}=2a_n$ 에서 주어진 수열은 공비가 2인 등비수열이다.이때 첫째항이 $a_1=-1$ 이므로

$$a_n=-1 \times 2^{n-1}=-2^{n-1}$$

346 $\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=\frac{a_{n+1}}{a_n}$ 에서 주어진 수열은 등비수열이고, 공비는 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2}$ 이때 첫째항이 $a_1=6$ 이므로

$$a_n=6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

347 $a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$ 에서 주어진 수열은 등비수열이고, 공비는 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{3}{2}$ 이때 첫째항이 $a_1=2$ 이므로

$$a_n=2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

348 □: 2, 1, 2, 29

349 $a_{n+1}=a_n+n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., 6을 차례로 대입한 후 변끼리 더하면

$$a_2=a_1+1$$

$$a_3=a_2+2$$

$$a_4=a_3+3$$

⋮

$$+) \quad a_7=a_6+6$$

$$a_7=a_1+\sum_{k=1}^6 k$$

$$=1+\frac{6 \times 7}{2}$$

$$=1+21$$

$$=22$$

350 $a_{n+1}=a_n+2n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., 6을 차례로 대입한 후 변끼리 더하면

$$a_2=a_1+2 \times 1$$

$$a_3=a_2+2 \times 2$$

$$a_4=a_3+2 \times 3$$

⋮

$$+) \quad a_7=a_6+2 \times 6$$

$$a_7=a_1+\sum_{k=1}^6 2k$$

$$=3+2 \times \frac{6 \times 7}{2}$$

$$=3+42$$

$$=45$$

351 $a_{n+1}=a_n+3n+1$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., 6을 차례로 대입한 후 변끼리 더하면

$$\begin{aligned}
a_2 &= a_1 + 3 \times 1 + 1 \\
a_3 &= a_2 + 3 \times 2 + 1 \\
a_4 &= a_3 + 3 \times 3 + 1 \\
&\vdots \\
+) \quad a_7 &= a_6 + 3 \times 6 + 1 \\
a_7 &= a_1 + \sum_{k=1}^6 (3k+1) \\
&= -5 + 3 \times \frac{6 \times 7}{2} + 1 \times 6 \\
&= -5 + 63 + 6 \\
&= 64
\end{aligned}$$

352 □: 6, $a_1, \frac{2}{7}$

353 $a_{n+1} = \frac{n+1}{n+2} a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., 6을 차례로 대입한 후 변끼리 곱하면

$$\begin{aligned}
a_2 &= \frac{2}{3} a_1 \\
a_3 &= \frac{3}{4} a_2 \\
a_4 &= \frac{4}{5} a_3 \\
&\vdots \\
\times) \quad a_7 &= \frac{7}{8} a_6 \\
a_7 &= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{7}{8} \times a_1 \\
&= \frac{2}{8} \times 3 \\
&= \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

354 $a_{n+1} = \frac{n+2}{n} a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., 6을 차례로 대입한 후 변끼리 곱하면

$$\begin{aligned}
a_2 &= \frac{3}{1} a_1 \\
a_3 &= \frac{4}{2} a_2 \\
a_4 &= \frac{5}{3} a_3 \\
&\vdots \\
\times) \quad a_7 &= \frac{8}{6} a_6 \\
a_7 &= \frac{3}{1} \times \frac{4}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} \times \frac{7}{5} \times \frac{8}{6} \times a_1 \\
&= \frac{7 \times 8}{2} \times 1 \\
&= 28
\end{aligned}$$

355 $a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n+1} a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, ..., 6을 차례로 대입한 후 변끼리 곱하면

$$\begin{aligned}
a_2 &= \frac{1}{3} a_1 \\
a_3 &= \frac{3}{5} a_2 \\
a_4 &= \frac{5}{7} a_3 \\
&\vdots \\
\times) \quad a_7 &= \frac{11}{13} a_6 \\
a_7 &= \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \cdots \times \frac{11}{13} \times a_1 \\
&= \frac{1}{13} \times 1 \\
&= \frac{1}{13}
\end{aligned}$$

356 □: 7, 7, 55

357 $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n - 1$ 에서

$$\begin{aligned}
a_2 &= 2a_1 - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3 \\
a_3 &= 2a_2 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5 \\
a_4 &= 2a_3 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9 \\
\therefore a_5 &= 2a_4 - 1 = 2 \times 9 - 1 = 17
\end{aligned}$$

358 $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$ 에서

$$\begin{aligned}
a_2 &= 2a_1 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7 \\
a_3 &= 2a_2 + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15 \\
a_4 &= 2a_3 + 1 = 2 \times 15 + 1 = 31 \\
\therefore a_5 &= 2a_4 + 1 = 2 \times 31 + 1 = 63
\end{aligned}$$

359 $a_1 = 5, a_{n+1} = 3a_n - 4$ 에서

$$\begin{aligned}
a_2 &= 3a_1 - 4 = 3 \times 5 - 4 = 11 \\
a_3 &= 3a_2 - 4 = 3 \times 11 - 4 = 29 \\
a_4 &= 3a_3 - 4 = 3 \times 29 - 4 = 83 \\
\therefore a_5 &= 3a_4 - 4 = 3 \times 83 - 4 = 245
\end{aligned}$$

360 $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (n \text{은 홀수}) \\ a_n - 1 & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$ 에서

$$\begin{aligned}
a_2 &= a_1 + 1 = 1 + 1 = 2 \\
a_3 &= a_2 - 1 = 2 - 1 = 1 \\
a_4 &= a_3 + 1 = 1 + 1 = 2 \\
a_5 &= a_4 - 1 = 2 - 1 = 1 \\
\therefore 1, 2, 1, 2, 1
\end{aligned}$$

361 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = \begin{cases} a_n & (n \text{은 홀수}) \\ a_n + 1 & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$ 에서

$$\begin{aligned}
a_3 &= a_1 = 1 \\
a_4 &= a_2 + 1 = 2 + 1 = 3 \\
a_5 &= a_3 = 1 \\
\therefore 1, 2, 1, 3, 1
\end{aligned}$$

362 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + (-1)^n$ 에서

$$\begin{aligned}
 a_2 &= a_1 + (-1)^1 = 1 + (-1) = 0 \\
 a_3 &= a_2 + (-1)^2 = 0 + 1 = 1 \\
 a_4 &= a_3 + (-1)^3 = 1 + (-1) = 0 \\
 a_5 &= a_4 + (-1)^4 = 0 + 1 = 1 \\
 \therefore & 1, 0, 1, 0, 1
 \end{aligned}$$

363 ○

$p(1)$ 이 참이면
 $p(3), p(5), p(7), \dots, p(2n+1)$ (n 은 자연수)
 이 모두 참이므로 모든 홀수 k 에 대하여 $p(k)$ 는 참이다.

364 ○

$p(2)$ 가 참이면
 $p(2), p(4), p(6), \dots, p(2n)$ (n 은 자연수)
 이 모두 참이므로 모든 짝수 k 에 대하여 $p(k)$ 는 참이다.

365 ○

363, 364에서 $p(1), p(2)$ 가 참이면 모든 자연수 k 에 대하여 $p(k)$ 는 참이다.

366 ×

$p(1)$ 이 참이면
 $p(2), p(2^2), p(2^3), \dots, p(2^n)$ (n 은 자연수)
 이 모두 참이지만 84는 2의 거듭제곱이 아니므로 $p(84)$ 가 참인지는 알 수 없다.

367 ○

$p(3)$ 이 참이면
 $p(2 \times 3), p(2 \times 2 \times 3) = p(2^2 \times 3),$
 $p(2 \times 2^2 \times 3) = p(2^3 \times 3), \dots, p(2^n \times 3)$ (n 은 자연수)
 이 모두 참이므로 $p(96) = p(2^5 \times 3)$ 은 참이다.

368 ×

소수 k 에 대하여 $p(k)$ 가 참이면
 $p(2k), p(2^2 \times k), p(2^3 \times k), \dots, p(2^n \times k)$ (n 은 자연수)
 가 모두 참이지만 9는 $2^n \times k$ (n 은 자연수, k 는 소수) 꼴로 나타낼 수 없으므로 $p(9)$ 가 참인지는 알 수 없다.

369 □: $k+1, k+1, k+1, \frac{(k+1)(k+2)}{2}$

370 (i) $n=1$ 일 때

$$(좌변) = 1, (우변) = 1^2 = 1$$

따라서 $n=1$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1+3+5+\dots+(2k-1) = k^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $2k+1$ 을 더하면

$$\begin{aligned}
 1+3+5+\dots+(2k-1) + (2k+1) \\
 = k^2 + (2k+1) = (k+1)^2
 \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

371 (i) $n=1$ 일 때

$$(좌변) = 1, (우변) = \frac{1 \times 2 \times 3}{6} = 1$$

따라서 $n=1$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $(k+1)^2$ 을 더하면

$$\begin{aligned}
 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 \\
 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 \\
 = \frac{1}{6}(k+1)\{k(2k+1) + 6(k+1)\} \\
 = \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3) \\
 = \frac{(k+1)\{(k+1)+1\}\{2(k+1)+1\}}{6}
 \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

372 (i) $n=1$ 일 때

$$(좌변) = \frac{1}{2}, (우변) = \frac{1}{2}$$

따라서 $n=1$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ 을 더하면

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\
 = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\
 = \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} \\
 = \frac{k+1}{k+2} = \frac{k+1}{(k+1)+1}
 \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

373 □: $2, 2N, 7N - 5^{k-1}$

374 (i) $n=2$ 일 때

$$2^3 - 2 = 6 = 3 \times 2 \text{이므로 } 3 \text{의 배수이다.}$$

(ii) $n=k$ ($k \geq 2$)일 때, $k^3 - k$ 가 3의 배수라 가정하면

$$k^3 - k = 3N \quad (N \text{은 자연수}) \text{으로 놓을 수 있다.}$$

이때 $n=k+1$ 이면

$$\begin{aligned}
 (k+1)^3 - (k+1) &= k^3 + 3k^2 + 2k \\
 &= (k^3 - k) + 3(k^2 + k) \\
 &= 3N + 3(k^2 + k) \\
 &= 3(N + k^2 + k)
 \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 n^3-n 은 3의 배수이다.

(i), (ii)에서 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 n^3-n 은 3의 배수이다.

$$375 \square: \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+1}, k, \frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$$

376 (i) $n=2$ 일 때

(좌변) $= (1+h)^2 = 1+2h+h^2$, (우변) $= 1+2h$ 이므로

(좌변) $>$ (우변), 즉 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ ($k \geq 2$)일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$(1+h)^k > 1+kh \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $\boxed{1+h}$ 를 곱하면

$$\begin{aligned} (1+h)^{k+1} &> (1+kh)(1+h) \\ &= 1+(k+1)h + \boxed{kh^2} \\ &> 1+(\boxed{k+1})h \quad (\because kh^2 > 0) \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

377 (i) $n=4$ 일 때

(좌변) $= 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$, (우변) $= 2^4 = 16$ 이므로

(좌변) $>$ (우변), 즉 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ ($k \geq 4$)일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times k > 2^k \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $\boxed{k+1}$ 을 곱하면

$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times k \times (\boxed{k+1}) &> 2^k \times (\boxed{k+1}) \\ &> 2^{k+1} \\ (\because k \geq 4 \text{이므로 } k+1 &> \boxed{2}) \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 $n \geq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

378 (i) $n=5$ 일 때

(좌변) $= 2^5 = 32$, (우변) $= 5^2 = 25$ 이므로

(좌변) $>$ (우변), 즉 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ ($k \geq 5$)일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$2^k > k^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 2를 곱하면 $2^{k+1} > 2k^2$

그런데 $k \geq 5$ 이면 $k^2 - 2k - 1 = (k-1)^2 - 2 > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} k^2 &> 2k+1 \\ \therefore 2^{k+1} &> 2k^2 = k^2 + k^2 \\ &> k^2 + 2k+1 \\ &= (k+1)^2 \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

379 $a_{n+1} = a_n - 3$ 에서 주어진 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다.

이때 첫째항이 $a_1 = 100$ 이므로

$$a_n = 100 + (n-1) \times (-3) = -3n + 103$$

$$\therefore a_5 = -3 \times 5 + 103 = 88$$

380 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 에서 주어진 수열은 등차수열이고, 공차는

$$a_2 - a_1 = 19 - 11 = 8$$

이때 첫째항이 $a_1 = 11$ 이므로

$$a_n = 11 + (n-1) \times 8 = 8n + 3$$

$$\therefore a_5 = 8 \times 5 + 3 = 43$$

381 $a_{n+1} = 3a_n$ 에서 주어진 수열은 공비가 3인 등비수열이다.

이때 첫째항이 $a_1 = 9$ 이므로

$$a_n = 9 \times 3^{n-1} = 3^{n+1}$$

$$\therefore a_5 = 3^6 = 729$$

382 $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 에서 수열은 등비수열이고, 공비는 $\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{4}$

이때 첫째항이 $a_1 = 1$ 이므로

$$a_n = 1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_5 = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$$

383 $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)} = a_n + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ 의 n 에 1, 2, 3, 4를

차례로 대입한 후 변끼리 더하면

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + 1 - \frac{1}{2} \\ a_3 &= a_2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ a_4 &= a_3 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ + \quad a_5 &= a_4 + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \\ \hline a_5 &= a_1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \\ &= 2 + 1 - \frac{1}{5} = \frac{14}{5} \end{aligned}$$

384 $a_{n+1} = \frac{n+2}{n+1} a_n$ 의 n 에 1, 2, 3, 4를 차례로 대입한 후 변끼리 곱

하면

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{3}{2} a_1 \\ a_3 &= \frac{4}{3} a_2 \\ a_4 &= \frac{5}{4} a_3 \\ \times \quad a_5 &= \frac{6}{5} a_4 \\ \hline a_5 &= \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times a_1 \\ &= \frac{6}{2} \times 8 = 24 \end{aligned}$$

385 (i) $n=1$ 일 때

$$(\text{좌변})=1, (\text{우변})=\left(\frac{1 \times 2}{2}\right)^2=1$$

따라서 $n=1$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3=\left\{\frac{k(k+1)}{2}\right\}^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $(k+1)^3$ 을 더하면

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3+(k+1)^3$$

$$=\left\{\frac{k(k+1)}{2}\right\}^2+(k+1)^3$$

$$=\frac{(k+1)^2(k^2+4k+4)}{4}$$

$$=\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$$

$$=\left\{\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right\}^2$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

170쪽 ~ 173쪽

386 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_2=a+d=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a_6=a+5d=21 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=1, d=4$$

따라서 $a_n=1+(n-1) \times 4=4n-3$ 이므로

$$a_{10}=4 \times 10-3=37$$

387 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_2=4a_1\text{에서}$$

$$a+d=4a \quad \therefore d=3a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a_4+a_5=46\text{에서}$$

$$(a+3d)+(a+4d)=46 \quad \therefore 2a+7d=46 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=2, d=6$$

따라서 $a_n=2+(n-1) \times 6=6n-4$ 이므로

$$a_{10}=6 \times 10-4=56$$

388 10은 제 $(n+2)$ 항이므로 공차를 d 라 하면

$$10=2+(n+1)d \quad \therefore d=\frac{8}{n+1}$$

공차가 자연수이려면 $n+1$ 이 8의 약수이어야 하므로

$$n+1\text{의 값은 } 1, 2, 4, 8 \quad \therefore n=1, 3, 7 \quad (\because n\text{은 자연수})$$

따라서 자연수 n 의 최댓값은 7이다.

389 세 수 5, a , 11이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$a=\frac{5+11}{2}=8$$

세 수 a , 5, b 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$5=\frac{a+b}{2}=\frac{8+b}{2} \quad \therefore b=2$$

$$\therefore ab=8 \times 2=16$$

390 삼차방정식 $x^3-3x^2-6x+k=0$ 의 세 실근을 $a-d$, a , $a+d$

라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(a-d)+a+(a+d)=3$$

$$3a=3 \quad \therefore a=1$$

즉 세 실근은 $1-d$, 1 , $1+d$

$$(1-d) \times 1 + 1 \times (1+d) + (1-d)(1+d) = -6\text{에서}$$

$$3-d^2=-6, d^2=9 \quad \therefore d=\pm 3$$

따라서 삼차방정식의 세 실근은 -2 , 1 , 4 이므로

$$-2 \times 1 \times 4 = -k \quad \therefore k=8$$

391 첫째항부터 제10항까지의 합이 130, 제11항부터 제20항까지

의 합이 330이므로 첫째항부터 제20항까지의 합은 460이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d , 첫째항부터 제 n 항까지

의 합을 S_n 이라 하면

$$S_{10}=130\text{에서 } \frac{10\{2a+(10-1)d\}}{2}=130$$

$$\therefore 2a+9d=26 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$S_{20}=460\text{에서 } \frac{20\{2a+(20-1)d\}}{2}=460$$

$$\therefore 2a+19d=46 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=4, d=2$$

$$\text{이때 } S_{30}=\frac{30\{2 \times 4+(30-1) \times 2\}}{2}=990\text{이므로}$$

제21항부터 제30항까지의 합은

$$S_{30}-S_{20}=990-460=530$$

392 첫째항이 75, 공차가 -8 이므로

$$a_n=75+(n-1) \times (-8)=83-8n$$

$$a_n>0\text{이려면 } 83-8n>0\text{에서 } n<\frac{83}{8}=10.375$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제10항까지 양수이고, 제11항부터 음수이

므로 첫째항부터 제10항까지의 합이 최대이다.

따라서 S_n 의 최댓값은

$$S_{10}=\frac{10\{2 \times 75+(10-1) \times (-8)\}}{2}=390$$

393 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_6=-25\text{에서 } a+5d=-25 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a_{17}=8\text{에서 } a+16d=8 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = -40, d = 3$$

$$\therefore a_n = -40 + (n-1) \times 3 = 3n - 43$$

$$a_n < 0 \text{ 이려면 } 3n - 43 < 0 \text{ 에서 } n < \frac{43}{3} = 14.3 \dots$$

즉 등차수열 $\{a_n\}$ 은 제 14 항까지 음수이고, 제 15 항부터 양수이므로 첫째항부터 제 14 항까지의 합이 최소이다.

따라서 S_n 의 최솟값은

$$S_{14} = \frac{14\{2 \times (-40) + (14-1) \times 3\}}{2} = -287$$

$$394 \quad S_n = 2n^2 + n - 3 \text{ 에서}$$

$$a_1 = S_1 = 2 \times 1^2 + 1 - 3 = 0$$

$$a_8 = S_8 - S_7 = 2 \times 8^2 + 8 - 3 - (2 \times 7^2 + 7 - 3) = 31$$

$$\therefore a_1 + a_8 = 0 + 31 = 31$$

$$395 \quad \text{첫째항을 } a, \text{ 공비를 } r \text{ 라 하면}$$

$$a_3 = ar^2 = 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a_6 = ar^5 = 81 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{ 을 하면 } r^3 = 27 \quad \therefore r = 3$$

$$r = 3 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하여 풀면 } a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{3} \times 3^{n-1} = 3^{n-2}$$

$$\text{이때 } 3^6 = 729, 3^7 = 2187 \text{ 이므로}$$

$$n-2 \geq 7 \quad \therefore n \geq 9$$

따라서 처음으로 1000보다 커지는 항은 제 9 항이다.

$$396 \quad a_2 + a_4 = 30 \text{ 에서}$$

$$ar + ar^3 = 30 \quad \therefore ar(1+r^2) = 30 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a_3 + a_5 = 15 \text{ 에서}$$

$$ar^2 + ar^4 = 15 \quad \therefore ar^2(1+r^2) = 15 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{ 을 하면 } r = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하여 풀면 } a = 48$$

$$\therefore a_n = 48 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3 \times 2^{5-n}$$

$$\text{이때 } a_6 = \frac{3}{2}, a_7 = \frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

처음으로 1보다 작아지는 항은 제 7 항이다.

$$397 \quad f(x) = x^2 + x + a \text{ 를 } x-1, x-2, x-3 \text{ 으로 나눈 나머지는}$$

$$\text{각각 } f(1) = a+2, f(2) = a+6, f(3) = a+12$$

세 수 $a+2, a+6, a+12$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(a+6)^2 = (a+2)(a+12), 12a+36 = 14a+24$$

$$2a = 12 \quad \therefore a = 6$$

$$398 \quad \text{세 수 } 2, a, b \text{ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로}$$

$$a^2 = 2b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

세 수 $a, b, 12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2b = a + 12 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면}$$

$$a^2 = a + 12, a^2 - a - 12 = 0$$

$$(a+3)(a-4) = 0$$

$$\therefore a = 4 \quad (\because a > 0)$$

$$a = 4 \text{ 를 } \textcircled{2} \text{ 에 대입하여 풀면}$$

$$b = 8$$

$$399 \quad \text{첫째항을 } a, \text{ 공비를 } r \text{ 라 하면}$$

$$S_4 = 6 \text{ 에서 } \frac{a(r^4-1)}{r-1} = 6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$S_8 = 18 \text{ 에서 } \frac{a(r^8-1)}{r-1} = \frac{a(r^4-1)(r^4+1)}{r-1} = 18 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{ 을 하면 } r^4 + 1 = 3 \quad \therefore r^4 = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{12} &= \frac{a(r^{12}-1)}{r-1} \\ &= \frac{a(r^4-1)(r^8+r^4+1)}{r-1} \\ &= 6(2^2+2+1) \\ &= 42 \end{aligned}$$

$$400 \quad \text{(i) } n=1 \text{ 일 때}$$

$$a_1 = S_1 = a + 3$$

$$\text{(ii) } n \geq 2 \text{ 일 때}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= a \times 3^{n-1} + 3 - (a \times 3^{n-2} + 3)$$

$$= 2a \times 3^{n-2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열을 이루려면 $\textcircled{1}$ 에 $n=1$ 을 대입한 것과 $a_1 = a + 3$ 이 같아야 하므로

$$\frac{2a}{3} = a + 3, -\frac{a}{3} = 3 \quad \therefore a = -9$$

$$401 \quad 10(1+0.01) + 10(1+0.01)^2 + \dots + 10(1+0.01)^{24}$$

$$= \frac{10 \times 1.01(1.01^{24}-1)}{1.01-1}$$

$$= \frac{10 \times 1.01(1.27-1)}{0.01}$$

$$= 272.7 \text{ (만 원)}$$

$$402 \quad \sum_{k=1}^{10} (4a_k - 3b_k + 2) = 4 \sum_{k=1}^{10} a_k - 3 \sum_{k=1}^{10} b_k + \sum_{k=1}^{10} 2$$

$$= 4 \times 12 - 3 \times 7 + 2 \times 10$$

$$= 47$$

$$403 \quad \sum_{k=1}^{10} (2a_k + 1) = 30 \text{ 에서 } 2 \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 1 = 30$$

$$2 \sum_{k=1}^{10} a_k + 1 \times 10 = 30 \quad \therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = 10$$

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + a_k + 1) = \sum_{k=1}^{10} a_k^2 + \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 1$$

$$= \sum_{k=1}^{10} a_k^2 + 10 + 1 \times 10$$

$$= \sum_{k=1}^{10} a_k^2 + 20$$

$$= 50$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 30$$

$$\begin{aligned} 404 \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 &= \sum_{k=1}^n k^2 \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 140$$

$$n(n+1)(2n+1) = 840, n(n+1)(2n+1) = 7 \times 8 \times 15$$

$$\therefore n = 7$$

$$405 \quad 1 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 6 + 7 \times 8 + \cdots + 19 \times 20$$

$$= \sum_{k=1}^{10} (2k-1) \times 2k$$

$$= \sum_{k=1}^{10} (4k^2 - 2k)$$

$$= 4 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} - 2 \times \frac{10 \times 11}{2}$$

$$= 1540 - 110$$

$$= 1430$$

$$406 \quad \text{주어진 수열의 일반항을 } a_n \text{이라 하면}$$

$$a_n = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1}$$

$$= \frac{1 \times (3^n - 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{3^n - 1}{2}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} \frac{3^k - 1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{3(3^{10} - 1)}{3 - 1} - 1 \times 10 \right\}$$

$$= \frac{3^{11} - 23}{4}$$

$$407 \quad \text{주어진 수열의 일반항을 } a_n \text{이라 하면}$$

$$a_n = \frac{1}{(2n+1)^2 - 1}$$

$$= \frac{1}{(2n+1-1)(2n+1+1)}$$

$$= \frac{1}{4n(n+1)}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{4k(k+1)}$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \right.$$

$$\left. + \cdots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{11} \right)$$

$$= \frac{5}{22}$$

$$408 \quad a_n = 16 + (n-1) \times 2 = 2n + 14 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{a_{10}} + \sqrt{a_{11}}}$$

$$= \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}}$$

$$= \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{\sqrt{2k+14} + \sqrt{2k+16}}$$

$$= \sum_{k=1}^{10} \frac{\sqrt{2k+16} - \sqrt{2k+14}}{(\sqrt{2k+16} + \sqrt{2k+14})(\sqrt{2k+16} - \sqrt{2k+14})}$$

$$= \sum_{k=1}^{10} \frac{\sqrt{2k+16} - \sqrt{2k+14}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (\sqrt{18} - \sqrt{16}) + (\sqrt{20} - \sqrt{18}) + (\sqrt{22} - \sqrt{20})$$

$$+ \cdots + (\sqrt{36} - \sqrt{34}) \}$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{36} - \sqrt{16})$$

$$= 1$$

$$409$$

$$S_9 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \cdots + \frac{9}{3^9}$$

$$- \left) \frac{1}{3} S_9 = \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \cdots + \frac{8}{3^9} + \frac{9}{3^{10}} \right.$$

$$\frac{2}{3} S_9 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{3^9} - \frac{9}{3^{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^9 \right\}}{1 - \frac{1}{3}} - \frac{9}{3^{10}}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^9 \right\} - \frac{1}{3^8}$$

$$\therefore S_9 = \frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{3^9} \right) - \frac{3}{2} \times \frac{1}{3^8}$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{1}{3^8}$$

$$410 \quad a_{n+1} = a_n + n^2 \text{의 } n \text{에 } 1, 2, 3, \cdots, 7 \text{을 차례로 대입한 후 변끼리 더하면}$$

$$a_2 = a_1 + 1^2$$

$$a_3 = a_2 + 2^2$$

$$a_4 = a_3 + 3^2$$

$$\vdots$$

$$+ \left) a_8 = a_7 + 7^2 \right.$$

$$a_8 = a_1 + \sum_{k=1}^7 k^2$$

$$= 5 + \frac{7 \times 8 \times 15}{6}$$

$$= 5 + 140$$

$$= 145$$

$$411 \quad a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n+1} a_n \text{의 } n \text{에 } 1, 2, 3, \cdots, 19 \text{를 차례로 대입한 후 변끼리 곱하면}$$

$$\begin{aligned}
a_2 &= \frac{1}{3}a_1 \\
a_3 &= \frac{3}{5}a_2 \\
a_4 &= \frac{5}{7}a_3 \\
&\vdots \\
&\times \left. \begin{aligned} a_{20} &= \frac{37}{39}a_{19} \\ a_{20} &= \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \cdots \times \frac{37}{39} \times a_1 \\ &= \frac{1}{39} \times 1 = \frac{1}{39} \end{aligned} \right\}
\end{aligned}$$

412 $a_2 = \frac{1}{2}a_1 + 1 = \frac{1}{2} \times 1 + 1 = \frac{3}{2}$
 $a_3 = \frac{1}{2}a_2 + 1 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + 1 = \frac{7}{4}$
 $a_4 = \frac{1}{2}a_3 + 1 = \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} + 1 = \frac{15}{8}$
 $a_5 = \frac{1}{2}a_4 + 1 = \frac{1}{2} \times \frac{15}{8} + 1 = \frac{31}{16}$
 $\therefore a_6 = \frac{1}{2}a_5 + 1 = \frac{1}{2} \times \frac{31}{16} + 1 = \frac{63}{32}$

다른 풀이

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 \text{에서 } a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$$

즉 수열 $\{a_n - 2\}$ 는 첫째항이 $a_1 - 2 = -1$, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로

$$\begin{aligned}
a_n - 2 &= -1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad \therefore a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \\
\therefore a_6 &= 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{63}{32}
\end{aligned}$$

413 (i) $n=1$ 일 때

$$(\text{좌변}) = 2, (\text{우변}) = \frac{1 \times 2 \times 3}{3} = 2$$

따라서 $n=1$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\begin{aligned}
&1 \times 2 + 2 \times 3 + \cdots + k \times (k+1) \\
&= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} \quad \dots\dots \textcircled{1}
\end{aligned}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 $(k+1)(k+2)$ 를 더하면

$$\begin{aligned}
&1 \times 2 + 2 \times 3 + \cdots + k \times (k+1) + (k+1)(k+2) \\
&= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2) \\
&= (k+1)(k+2) \left(\frac{k}{3} + 1 \right) \\
&= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}
\end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

(i), (ii)에서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

memo

Handwriting practice lines consisting of 28 horizontal dashed lines.

memo

Handwriting practice lines consisting of 28 horizontal dashed lines.