



**정답과
풀이**

빠른 정답

I. 함수의 극한과 연속

1 함수의 극한

6쪽 ~ 19쪽

- 001 $\square$: 1, 1
 003 0
 005 -1
 007 5
 009 3
 011 -5
 013 ∞
 015 ∞
 017 $-\infty$
 019 $-\infty$
 021 -2
 023 0
 025 $-\infty$
 027 ∞
 029 $-\infty$
 031 1
 033 0
 035 (1) 0 (2) 2
 037 (1) 1 (2) -1
 039 (1) 0 (2) 0 (3) 0
 041 0
 043 $\square$: 1, -1, 존재하지 않는다
 045 존재하지 않는다.
 047 $\square$: -2, -1+k, -2, -1
 049 1
 051 15
 053 12
 055 $\square$: 1, -1
 057 1
 059 $\square$: 2, 3, 6
 061 -3
 063 $\frac{4}{3}$
 065 7
 067 $\frac{1}{6}$
 069 3
 071 -4
 073 $\square$: $\sqrt{x}+1, \sqrt{x}+1, \sqrt{x}+1, \sqrt{x}+1, 2$
 074 $2\sqrt{2}$
 076 4
 078 $\square$: 0, 0, 0, 3
 080 2
 082 2
 002 -1
 004 $\square$: 5, 5
 006 -1
 008 1
 010 6
 012 $\square$: ∞
 014 ∞
 016 $\square$: $-\infty$
 018 $-\infty$
 020 $\square$: 0, 0
 022 2
 024 $\square$: ∞
 026 ∞
 028 ∞
 030 $\square$: 0, 0
 032 0
 034 1
 036 (1) 0 (2) 0
 038 (1) 1 (2) -1 (3) 존재하지 않는다.
 040 $\square$: 3, 3, 3, 3
 042 1
 044 존재하지 않는다.
 046 존재하지 않는다.
 048 2
 050 $\square$: 2, 2, 4
 052 -1
 054 1
 056 1
 058 5
 060 $\frac{5}{3}$
 062 12
 064 $\square$: 2, 3, 7
 066 10
 068 $\square$: $x-1, 2$
 070 2
 072 $\frac{3}{2}$
 075 $\frac{\sqrt{3}}{6}$
 077 16
 079 4
 081 1
 083 $\square$: $\infty, -t+1, -1, -1$

- 084 -1
 086 -3
 088 0
 090 ∞
 091 $\square$: $\sqrt{x^2+5x}+x, \sqrt{x^2+5x}+x, \sqrt{x^2+5x}+x, \frac{5}{2}$
 092 $\frac{3}{4}$
 094 -3
 096 $\square$: $x, 1$
 098 $\frac{1}{8}$
 099 $\square$: $\sqrt{1+\frac{5}{x}}+1, \sqrt{1+\frac{5}{x}}+1, \sqrt{1+\frac{5}{x}}+1, \frac{5}{2}$
 100 $\frac{3}{4}$
 102 $\square$: 0, 0, 3, -4
 104 $a=1, b=0$
 106 $\square$: 0, 0, -1, 1
 108 $a=1, b=\frac{5}{4}$
 110 $\square$: 2, 2, 0, 0, 0, 1, $2x^2+x$
 112 $f(x)=x^2+6x+5$
 114 $f(x)=3x^3+x^2-9x+5$
 116 $\square$: 2, 2, 2
 118 3
 120 $\square$: 4, 4, 4
 122 3
 124 3
 085 -2
 087 0
 089 ∞
 093 1
 095 $\frac{1}{4}$
 097 $-\frac{1}{4}$
 101 1
 103 $a=6, b=8$
 105 $a=4, b=-12$
 107 $a=-1, b=3$
 109 $a=3, b=\frac{1}{6}$
 111 $f(x)=x^2+x-2$
 113 $\square$: 1, 0, -3, 3
 115 $f(x)=x^3+2x^2-13x-14$
 117 2
 119 2
 121 2
 123 -2

연산문제로 실전 능력 다지기

20쪽 ~ 23쪽

- 125 존재하지 않는다.
 127 -2
 129 ∞
 131 (1) 1 (2) -1 (3) 존재하지 않는다.
 133 0
 135 -1
 137 1
 139 5
 141 25
 143 1
 145 -7
 147 $\frac{5}{4}$
 149 8
 151 2
 153 $\frac{1}{2}$
 155 4
 157 $-\frac{3}{4}$
 159 4
 161 2
 163 $\frac{1}{4}$
 126 2
 128 ∞
 130 (1) 1 (2) 1 (3) 1
 132 (1) 2 (2) -2 (3) 존재하지 않는다.
 134 0
 136 1
 138 -6
 140 -1
 142 -3
 144 $\alpha=1, \beta=3$
 146 9
 148 5
 150 2
 152 -6
 154 $\frac{3}{4}$
 156 8
 158 6
 160 4
 162 2
 164 $-\frac{3}{2}$

- 165 2
167 $a=-1, b=-2$
169 $a=2, b=\frac{1}{4}$
171 $f(x)=2x^2-5x+3$
173 $f(x)=x^3+2x^2-3x$
175 $\frac{1}{3}$

- 166 $a=1, b=-6$
168 $a=0, b=-2$
170 $f(x)=x^2-x$
172 $f(x)=2x^2-5x+2$
174 2

2 함수의 연속

24쪽 ~ 29쪽

- 176 $\sqsubset$
178 $\sqsupset$
180 연속
182 연속
184 $\square: f(0), -1$
186 2
188 3
190 $a=-6, b=5$
192 $\square: 1, 2$
194 -1
196 $[2, \infty)$
198 $(1) \times (2) \circ (3) \times (4) \times (5) \circ (6) \circ$
199 $[-2, \infty)$
201 $(-\infty, 2), (2, \infty)$
202 $\square: \frac{x^2-x-2}{x-1}, 0, 1, (-\infty, 1), (1, \infty)$
203 $(-\infty, \infty)$
205 $(-\infty, -1), (-1, 2), (2, \infty)$
207 $(-\infty, 1), (1, \infty)$
209 $(-\infty, 1), (1, \infty)$
211 연속
213 불연속
215 최댓값: 3, 최솟값: -1
217 최댓값: $2\sqrt{3}$, 최솟값: 2
219 최댓값: 7, 최솟값: $\frac{11}{3}$
221 최댓값: 1, 최솟값: 없다.
223 최댓값: 없다., 최솟값: 4
225 최댓값: 없다., 최솟값: 2
227 최댓값: 없다., 최솟값: 없다.
229 $f(x)=x^3+3x-2$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고 $f(0)=-2<0, f(1)=2>0$
따라서 $f(0)f(1)<0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$, 즉 $x^3+3x-2=0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
230 $f(x)=x^4-6x+2$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고 $f(-1)=9>0, f(1)=-3<0$
따라서 $f(-1)f(1)<0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$, 즉 $x^4-6x+2=0$ 은 열린구간 $(-1, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
- 177 $\subset$
179 $\square: 0, 0$, 연속
181 불연속
183 불연속
185 0
187 -2
189 $\square: \frac{x^2-a}{x-1}, 1-a, 1, 2$
191 $a=1, b=\frac{1}{2}$
193 -4
195 $(-\infty, \infty)$
197 $(-\infty, -1), (-1, \infty)$
200 $(-\infty, -\frac{3}{2}), (-\frac{3}{2}, \infty)$
204 $(-\infty, \infty)$
206 $(-\infty, \infty)$
208 $(-\infty, -5), (-5, 1), (1, \infty)$
210 불연속
212 연속
214 $\square: -1, 4, 2, -5$
216 최댓값: 3, 최솟값: 0
218 최댓값: $-\frac{1}{2}$, 최솟값: -2
220 최댓값: 6, 최솟값: 2
222 최댓값: 3, 최솟값: 없다.
224 최댓값: 2, 최솟값: 없다.
226 최댓값: 없다., 최솟값: -6
228 $\square: <, >, <, (0, 1)$

연산문제로 실전 능력 다지기

30쪽 ~ 32쪽

- 231 -2, 1
233 0
235 불연속
237 불연속
239 0
241 3
243 $a=1, b=\frac{1}{2}$
245 6
247 6
249 $(-\infty, -3), (-3, \infty)$
251 $(-\infty, \infty)$
253 $(-\infty, 1), (1, 2), (2, \infty)$
255 불연속
257 연속
259 최댓값: 4, 최솟값: 2
261 $f(x)=2x^3+3x^2-4$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고 $f(0)=-4<0, f(1)=1>0$
따라서 $f(0)f(1)<0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$, 즉 $2x^3+3x^2-4=0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
262 $f(x)=x^3+2x-4$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고 $f(-1)=-7<0, f(2)=8>0$
따라서 $f(-1)f(2)<0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$, 즉 $x^3+2x-4=0$ 은 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
263 2개
232 -1, 1
234 -2, -1, 0, 1
236 불연속
238 연속
240 -2
242 $a=-4, b=-2$
244 $a=-1, b=\frac{1}{3}$
246 -5
248 $(-\infty, \infty)$
250 $(-\infty, 0), (0, 1), (1, \infty)$
252 $(-\infty, \infty)$
254 $(-\infty, 1), (1, 3), (3, \infty)$
256 연속
258 최댓값: 8, 최솟값: -1
260 최댓값: 7, 최솟값: $\frac{13}{4}$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

33쪽 ~ 36쪽

- 265 ③
267 3
269 14
271 -2
273 -2
275 1
277 $\frac{1}{3}$
279 $-\frac{1}{2}$
281 14
283 1
285 4
287 ③
289 $a=-1, b=-2$
291 $\sqsupset, \sqsubset$
293 4개
295 ③
266 4
268 $a=-4, b=2$
270 $\frac{5}{2}$
272 7
274 $-\frac{5}{2}$
276 $\frac{1}{2}$
278 ③
280 $a=-2, b=1$
282 4
284 ②
286 2
288 ④
290 10
292 ①
294 ③

II. 미분

1 미분계수와 도함수

38쪽 ~ 47쪽

- 001 $\square: f(-1), -1, -1, -4, 2$
 003 -4
 005 4
 007 $2a + \Delta x + 2$
 009 3
 011 0
 013 1
 015 -1
 017 $\square: 6, 3, \Delta x, \Delta x + 2a + 1, 2a + 1, 3, 1$
 018 0
 020 $\square: 3, 3, 3, 6$
 022 -4
 024 4
 026 4
 028 $\frac{1}{4}$
 030 $\square: \Delta x - 2, -2$
 032 -2
 034 $\square: \Delta x + 2a - 1, 2a - 1, 2a - 1, 1$
 036 3
 038 $\square: 1, -1$, 미분가능하지 않다., 연속, 미분가능하지 않다.
 039 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이고 미분가능하다.
 040 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.
 041 (1) $\square$: 불연속, 불연속, $-1, 2$
 (2) $\square$: 미분가능하지 않다., 연속, 미분가능하지 않다., $-1, 2, 3$
 042 (1) 2 (2) $1, 2, 5$
 043 $\square: -4, a(x-2), a, -x-2, -4, -4, -4, -4, 4$
 044 $a=-1, b=5$
 046 $\square: 2h, 2$
 048 3
 050 $-2x+2$
 052 2
 054 7
 056 $\square: 2$
 058 $f'(x)=10x^9$
 060 $f'(x)=4x^3$
 062 $f'(x)=0$
 064 $f'(x)=4x+3$
 066 $f'(x)=-10x^4+4x^3+6x$
 068 $f'(x)=10x^9-10x^4$
 070 5
 072 12
 074 9
 076 $\square: 2, 2x+2, 6x^2+14x+6$
 078 $y'=-18x^2+4x+15$
 080 $y'=8x^3-3x^2+6x-1$
 082 $y'=12x^3-9x^2+12x-6$
 084 3
 086 $\square: 3, 2, 3, 2, 2, 6(2x+1)^2$
 088 $f'(x)=5(x^2-3x)^4(2x-3)$
 002 -1
 004 2
 006 -3
 008 $\square: f(1), 0, 2$
 010 2
 012 $\square: 2\Delta x, \Delta x+2, 2$
 014 12
 016 6
 019 2
 021 3
 023 4
 025 $\square: f'(1), 1$
 027 $\frac{2}{3}$
 029 $\frac{1}{12}$
 031 2
 033 -1
 035 -2
 037 -3
 045 $a=6, b=4$
 047 0
 049 $2x$
 051 $\square: 2hx+h^2, 2x+h, 2x, 2$
 053 -14
 055 11
 057 $f'(x)=5x^4$
 059 $f'(x)=6x^5$
 061 $f'(x)=0$
 063 $\square: 3x^2, 2, 3x^2+2$
 065 $f'(x)=12x^3+3x^2-2$
 067 $f'(x)=21x^6+25x^4-9x^2$
 069 $f'(x)=-3x^{11}+2x^9$
 071 3
 073 -12
 075 -11
 077 $y'=12x-1$
 079 $y'=-4x^3+2x$
 081 $y'=3x^2+12x+11$
 083 -8
 085 10
 087 $f'(x)=-6(3-2x)^2$
 089 $f'(x)=4(x^2+x-1)^3(2x+1)$

- 090 $\square: 2, 2ax+b, 2a+b, -2a+b, -\frac{1}{2}, 4, -\frac{1}{2}, 4, 2$
 091 $a=-1, b=-1, c=4$
 092 $a=1, b=3, c=1$
 093 $a=-2, b=1, c=6$
 094 $\square: 0, -1, 5x^4+a, 5+a, -5, -5, -5, -1, 4$
 095 $a=-\frac{3}{2}, b=\frac{1}{2}$
 096 $a=10, b=9$
 097 $a=-3, b=2$

연산문제로 실전 능력 다지기

48쪽 ~ 50쪽

- 098 3
 099 -1
 100 5
 101 -1
 102 -5
 103 10
 104 $\frac{3}{2}$
 105 0
 106 -2
 107 $\frac{4}{3}$
 108 6
 109 -8
 110 2
 111 $\frac{1}{4}$
 112 $\frac{4}{3}$
 113 4
 114 -1
 115 -2
 116 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.
 117 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이고 미분가능하다.
 118 $-2, 1, 2$
 119 $-2, -1, 1, 2$
 120 $a=-2, b=-1$
 121 -7
 122 $f'(x)=-9x^2+2$
 123 $f'(x)=-4x^3+4x-5$
 124 $y'=8x^3-3x^2-10x+3$
 125 $y'=72x^2+52x+9$
 126 $y'=3(2x^2-x)^2(4x-1)$
 127 21
 128 13
 129 6
 130 $a=1, b=-3$
 131 $a=-1, b=5, c=-2$
 132 $a=-2, b=1$
 133 $a=-11, b=-10$

2 접선의 방정식과 평균값 정리

51쪽 ~ 55쪽

- 134 $\square: 2x+1, 5$
 135 5
 136 1
 137 6
 138 $\square: 2x-1, 4, 3, 3, 3x-1$
 139 $y=x+3$
 140 $y=-3x-3$
 141 $y=9x+6$
 142 $y=5x-3$
 143 $\square: -2, -3, -3, -5, -5, -5, -2, 3$
 144 $a=3, b=3$
 145 $a=-1, b=-2$

- 146 $a = -25, b = -31$
 148 $y = -x - 6$
 150 $y = x + 26, y = x - 6$
 151 $\square: 2t + 2, 2t + 2, 2t + 2, 2t + 2, -7, -2, -3$
 152 -6
 154 -5
 156 $y = 4x - 2$
 158 $y = 2x + 3, y = 2x - 1$
 160 $y = -2x + 4, y = -6x + 12$
 162 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$
 164 $y = x, y = -26x + 54$
 166 $\square: 0, 2x, 2c, 0$
 168 1
 170 1
- 147 $\square: 2x - 1, 1, 1, 1, -3, 3, 1, x - 4$
 149 $y = 2x + \frac{5}{3}, y = 2x + \frac{1}{3}$
 153 $3, 7$
 155 $\square: 2, 2, 2, 2, -1, 1, 2, 2, 2x - 5$
 157 $y = -x - 3$
 159 $\square: 0, 0, 0, 2, 0, 4x - 4$
 161 $y = -2x, y = -6x - 4$
 163 $y = -3x + 4, y = 24x - 50$
 165 $y = 2x + 3$
 167 1
 169 $\square: 3, -1, 2, 2$
 171 $\sqrt{3}$

연산문제로 실전 능력 다지기

56쪽 ~ 57쪽

- 172 $y = 3x - 3$
 174 $y = 2x + 4$
 176 $y = 3x - 2$
 178 $y = -2x, y = -2x + 4$
 180 -20
 182 3
 184 $y = -x - 1, y = -x + 3$
 186 $y = 4x + 2$
 188 $y = 5x + 2, y = -3x + 2$
 190 -1
 192 $\frac{5}{2}$
 194 $\sqrt{3}$
- 173 $y = -x + 3$
 175 $y = 9x - 26$
 177 $y = x$
 179 $y = -x - \frac{23}{27}, y = -x - 1$
 181 3
 183 $y = x - \frac{1}{2}$
 185 $y = -x + 3$
 187 $y = x, y = 9x - 8$
 189 $y = x$
 191 0
 193 0

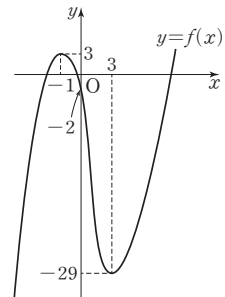
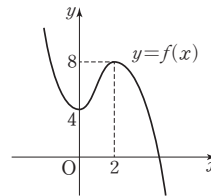
3 함수의 극대, 극소와 그래프

58쪽 ~ 64쪽

- 195 증가
 197 감소
 199 감소
 201 증가
- 196 감소
 198 $\square: <, <, >$
 200 감소
 202 감소

- 203 $\square$: 감소, 증가
 204 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 증가하고, 구간 $[-1, \infty)$ 에서 감소한다.
 205 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1], [1, \infty)$ 에서 증가하고, 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소한다.
 206 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-3, 1]$ 에서 증가하고, 구간 $(-\infty, -3], [1, \infty)$ 에서 감소한다.
 207 $\square: \geq, \leq, \leq, 0 \leq a \leq 3$
 209 $0 \leq a \leq 6$
 211 $0 \leq a \leq 3$
 213 q, s, u
 215 $-3, -1, 2$
 217 극댓값: -2 , 극솟값: -6
 219 $\square: 3, 2, 2$
 221 극댓값: $\frac{59}{16}$, 극솟값은 없다.
 223 $\square: 0, -3, -2, -3, -3, -3, -3, 0$
- 208 $0 \leq a \leq 2$
 210 $-6 \leq a \leq 0$
 212 r, t
 214 $-2, 0$
 216 $\square$: 극대, 극댓, 극소, 극솟
 218 극댓값: 19 , 극솟값: -13
 220 극댓값은 없다., 극솟값: 2
 222 극댓값: $-5, 22$, 극솟값: -10

- 224 $a = -2, b = 8$
 226 $a = -\frac{1}{3}, b = -1$
 228 6
 230 $\frac{13}{2}$
 232 $a < -2$ 또는 $a > 2$
 234 $a < -1$ 또는 $a > 1$
 236 $-1 \leq a \leq 1$
 238 $-1 \leq a \leq 1$
 240
- 225 $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{7}{2}$
 227 $\square: -3, 1, -3, -3, 1, 4, 3, 4, 4, 4$
 229 4
 231 $\square$: 서로 다른 두 실근, $>, >, -3, 3$
 233 $a < -6$ 또는 $a > 6$
 235 $\square$: 중근 또는 허근, $\leq, \leq, -6 \leq a \leq 6$
 237 $-3 \leq a \leq 3$
 239 $\square: -1, 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1$
 241



- 242
-
- 244
-
- 245
-
- 246
-
- 247 $-4 < x < -1$

- 248 $x = -4$
 250 $\circ$
 252 $\circ$
- 249 $x = -1$
 251 $\times$
 253 $\times$

- 254 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, \frac{3}{2}]$ 에서 감소하고, 구간 $[\frac{3}{2}, \infty)$ 에서 증가한다.
- 255 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1], [3, \infty)$ 에서 증가하고, 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 감소한다.
- 256 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, 0], [2, \infty)$ 에서 감소하고, 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 증가한다.
- 257 $0 \leq a \leq 6$ 258 $0 \leq a \leq 6$
- 259 $-3 \leq a \leq 0$ 260 $-1 \leq a \leq 0$
- 261 극댓값: 18, 극솟값: -14 262 극댓값: 2, 극솟값: -14
- 263 극댓값은 없다., 극솟값: -5 264 $a = -3, b = 1$
- 265 극댓값: 5, 극솟값: $\frac{9}{2}$ 266 31
- 267 0 268 $a < 1$ 또는 $a > 4$
- 269 $a < -3$ 또는 $a > 3$ 270 $a < -2$ 또는 $a > 2$
- 271 $-3 \leq a \leq 3$ 272 $0 \leq a \leq 3$
- 273 $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$ 274 $-\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$
- 275 × 276 ×
- 277 ○ 278 ×

4 포함수의 활용

67쪽 ~ 76쪽

- 279 □: 7, 5, 9, 2, 9, 1, 5 280 최댓값: 5, 최솟값: -15
- 281 최댓값: 10, 최솟값: -22 282 □: $a - 40, a, a - 8, a, a - 40, 0, -40$
- 283 $a = 2$, 최댓값: 1 284 $a = -5$, 최댓값: 15
- 285 $a = 4$, 최솟값: -4 286 □: 2, 32, 32, 32
- 287 $12\sqrt{3}$ 288 32
- 289 □: 9, 3, 9, 3, 9, 432, 3, 3, 432, 432 290 32
- 291 □: 0, 2, 0, 2, 2, -2, 세, 3, 2, -2 292 3
- 293 1 294 3
- 295 2 296 4
- 297 □: 0, 2, 0, 2, 3, -1, 세, 3 298 1
- 299 3 300 2
- 301 □: 4, 0, 4, 3, $0 < a < 4, 0, 4, a < 0$ 또는 $a > 4$
- 302 (1) $-4 < a < 0$ (2) $a = -4$ 또는 $a = 0$ (3) $a < -4$ 또는 $a > 0$
- 303 (1) $-4\sqrt{2} < a < 4\sqrt{2}$ (2) $a = -4\sqrt{2}$ 또는 $a = 4\sqrt{2}$ (3) $a < -4\sqrt{2}$ 또는 $a > 4\sqrt{2}$
- 304 (1) $-5 < a < 27$ (2) $a = -5$ 또는 $a = 27$ (3) $a < -5$ 또는 $a > 27$
- 305 (1) $-20 < a < 7$ (2) $a = -20$ 또는 $a = 7$ (3) $a < -20$ 또는 $a > 7$
- 306 □: 10, -22, 10, -22, -22, 10, -10, 22
- 307 $0 < k < 27$ 308 $-8 < k < -1$
- 309 □: $-2 - k, <, -2 - k, <, -2, 2$
- 310 $k = 0$ 또는 $k = 4$ 311 $k < 0$ 또는 $k > \frac{1}{2}$
- 312 □: $-a, <, -a, <, 0, 4$ 313 $-4 < a < 28$
- 314 $a = 0$ 또는 $a = 4$ 315 $a < -5$ 또는 $a > 27$
- 316 □: 0, 0, 0
- 317 $x^3 \geq 3x^2 - 4$ 에서 $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$

$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	2	...
$f'(x)$	0	-	0	+
$f(x)$	4	↘	0 극소	↗

$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(2) = 0$ 이므로

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$$

따라서 $x \geq 0$ 일 때, 부등식 $x^3 \geq 3x^2 - 4$ 가 성립한다.

- 318 $x^3 + 2x^2 \geq -x^2$ 에서 $x^3 + 3x^2 \geq 0$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \text{이라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 0$$

$x \geq -2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...
$f'(x)$	0	-	0	+
$f(x)$	4	↘	0 극소	↗

$x \geq -2$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x = 0$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(0) = 0$ 이므로

$$f(x) = x^3 + 3x^2 > 0$$

따라서 $x \geq -2$ 일 때, 부등식 $x^3 + 2x^2 \geq -x^2$ 이 성립한다.

- 319 $x^4 + 8 > 4x$ 에서 $x^4 - 4x + 8 > 0$

$$f(x) = x^4 - 4x + 8 \text{이라 하면}$$

$$f'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	5 극소	↗

함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(1) = 5$ 이므로

$$f(x) = x^4 - 4x + 8 \geq 5 > 0$$

따라서 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 + 8 > 4x$ 가 성립한다.

- 320 $3x^4 + 4 \geq 4x^3 + 3$ 에서 $3x^4 - 4x^3 + 1 \geq 0$

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1 \text{이라 하면}$$

$$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x - 1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	↘	1	↘	0 극소	↗

함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(1) = 0$ 이므로

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1 \geq 0$$

따라서 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $3x^4 + 4 \geq 4x^3 + 3$ 이 성립한다.

- 321 □: 1, 1, $-k - 2, 1, 1, -k - 2, 1, -k - 2, -2$

$$322 \quad k \geq 9$$

$$323 \quad k \geq 1$$

$$324 \quad \square: k - 48, k - 48, k - 48, 48$$

$$325 \quad k > 28$$

$$326 \quad k > \frac{32}{3}$$

$$327 \quad \square: k + \frac{13}{27}, k - 9, 3, k - 9, 3, k - 9, 9$$

$$328 \quad k \geq 0$$

$$329 \quad k < 0$$

$$330 \quad \square: 6t, 1, 6$$

$$331 \quad v = 20, a = 22$$

$$332 \quad v = 9, a = 12$$

$$333 \quad 4$$

$$334 \quad 18$$

$$335 \quad -29$$

$$336 \quad 3$$

$$337 \quad 1 < t < 4$$

$$338 \quad \square: 0, 0, 10, 10, 10, 10, 45$$

$$339 \quad 160 \text{ m}$$

340 32 m
 342 시간: 3, 높이: 45 m
 344 -40

341 속도: 20, 가속도: -10
 343 80 m

연산문제로 실전 능력 다지기

77쪽 ~ 79쪽

345 최댓값: 21, 최솟값: -11
 347 최댓값: 20, 최솟값: -16
 349 $a = -15$, 최솟값: -15
 351 $a=2, b=-2$
 353 4 cm
 355 $a = -16$ 또는 $a = 16$
 357 $-20 < a < 7$
 359 $a < -20$ 또는 $a > 7$
 361 $-4 < a < 0$
 363 $\frac{41}{27} < k < 11$
 365 17
 367 4
 369 $a \geq \frac{16}{3}$
 371 $a \geq 12$
 373 120 m

346 최댓값: 18, 최솟값: -2
 348 최댓값: 32, 최솟값: -27
 350 $a=4$, 최댓값: 49
 352 40개
 354 $-16 < a < 16$
 356 $a < -16$ 또는 $a > 16$
 358 $a = -20$ 또는 $a = 7$
 360 $0 < a < 16$
 362 $a > 4$
 364 26
 366 $-28 < a < 4$
 368 $a < 0$ 또는 $a > 4$
 370 27
 372 속도: 8, 가속도: 12
 374 -25

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

80쪽 ~ 84쪽

375 -2
 377 15
 379 A(2, 2)
 381 $\neg, \perp, \supset$
 383 -6
 385 4
 387 -3
 389 -12
 391 $\frac{4}{3}$
 393 $\frac{1}{2}$
 395 ④
 397 15
 399 -2
 401 10
 403 -3
 405 15
 407 26
 409 $-\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3}$
 411 -12
 413 450 m

376 1
 378 $\frac{3}{2}$
 380 1
 382 5
 384 5
 386 4
 388 -3
 390 $\frac{8}{3}$
 392 $\frac{7}{4}$
 394 -3
 396 6
 398 2
 400 13
 402 5
 404 10
 406 -16
 408 8
 410 2
 412 8
 414 155 m

III. 적분

1 부정적분

86쪽 ~ 91쪽

- 001 참
003 거짓
005 $\square: 2x+1$
007 $f(x)=5x^4-6x+1$
009 $5x+C$
011 $3x^3+C$
013 $10x+C$
015 $-x^4+C$
017 $\frac{1}{2}x^2+C$
019 $\frac{1}{13}x^{13}+C$
021 $2x^2-3x+C$
023 $\frac{1}{3}x^3-3x^2+5x+C$
025 $3x^4-3x^2+7x+C$
027 $\frac{1}{2}x^4-2x^3+C$
029 $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+5x+C$
031 $\frac{1}{4}x^4+x+C$
033 $\square: -x^2, 5, 5x$
035 $\frac{2}{3}x^3+8x+C$
037 $3x^2+12x+C$
039 $\square: x^2, 3, x$
041 $f(x)=2x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+1$
043 $f(x)=x^3+x^2-x+4$
045 $f(x)=x^3-x^2+x+1$
047 $f(x)=x^3-x^2-8x-3$
048 $\square: -6x+2, -6x+2, -3x^2+2x, 4, -3x^2+2x+4$
049 $f(x)=\frac{3}{2}x^2-4x+7$
051 $f(x)=8x^3-9x^2+2$
053 $3x^2-2x+1$
055 $\square: 2x, x^2$
057 $4x^3-x+C$
059 -7
061 $\square: 3x^2-2x, 3, 3x^2-2x+3, 4$
063 31
064 $\square: 1, x^2-2x, \frac{1}{3}x^3-x^2, 2, \frac{1}{3}x^3-x^2+2$
065 $f(x)=x^3+3x^2$
002 거짓
004 참
006 $f(x)=6x+1$
008 $f(x)=-9x^2+6x-1$
010 $3x^2+C$
012 $2x^4+C$
014 x^3+C
016 $x^{10}+C$
018 $\frac{1}{4}x^4+C$
020 $\square: x^2, x$
022 x^3-x^2+x+C
024 $2x^3-2x^2+3x+C$
026 $\square: 6x, x^3$
028 $\frac{1}{3}x^3-4x+C$
030 $\frac{4}{3}x^3-2x^2+x+C$
032 $\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x+C$
034 $2x^2+C$
036 $6x^2+C$
038 x^3+3x+C
040 $f(x)=x^2-5x+8$
042 $f(x)=x^3-2x^2+x+7$
044 $\square: 2x^2-2x, -12, 2x^2-2x-12$
046 $f(x)=x^3+3x^2-5x-2$
050 $f(x)=6x^2-2x-4$
052 $\square: \frac{1}{3}x^3-2x, x^2-2$
054 x^5-2x
056 x^3-x^2+C
058 $\square: x^3, 6$
060 $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
062 -5
066 $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-1$

- 069 $f(x)=-3x^2+6x-5$
071 x^3-2x^2+x+C
073 x^4-4x^3+C
075 x^3+C
077 $4x^3+16x+C$
079 $\frac{2}{3}x^3+2x^2+2x+C$
081 $f(x)=2x^2-x+2$
083 $f(x)=x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+7$
085 $f(x)=x^3+x^2-5x+1$
087 $f(x)=3x^2-6x+4$
089 $3x^2-x+2$
091 $4x^2+C$
093 x^3-3x+C
095 -6
097 $f(x)=x^3-x^2+3$
099 0
070 $f(x)=4x^3+6x^2+2x-3$
072 x^4-2x^3+5x+C
074 x^3+2x^2-4x+C
076 $6x^2+C$
078 $\frac{1}{3}x^3-x^2+4x+C$
080 x^3+8x+C
082 $f(x)=x^3-x^2+5x+8$
084 $f(x)=x^2-3x+4$
086 1
088 $f(x)=4x^3-8x-10$
090 $3x^5-2x^4+1$
092 x^3-3x^2+C
094 4
096 $f(x)=x^2-3x+2$
098 2

2 정적분

95쪽 ~ 103쪽

- 100 $\square: 5, 2, 10$
102 $\frac{21}{2}$
104 -6
106 0
108 0
110 $a=0$ 또는 $a=\frac{5}{3}, f(x)=6x-5$
112 $a=1, f(x)=3x^2-6x+5$
114 $a=0, f(x)=6x-4$
116 $a=-\frac{2}{3}, f(x)=6x^2+2$
118 $-\frac{21}{2}$
120 $-\frac{33}{4}$
122 $\square: 2, x^2, 4, 10, 6$
124 -30
126 -132
128 45
130 9
132 40
134 18
136 -50
101 -4
103 -4
105 0
107 0
109 $\square: 0, -1, 3x^2+1$
111 $a=1$ 또는 $a=5, f(x)=2x-6$
113 $\square: 0, 3, 3, 3x^2-3$
115 $a=3, f(x)=6x-6$
117 $\square: 3, -1, -32$
119 21
121 $-\frac{4}{3}$
123 -6
125 30
127 $\square: x^3, -4$
129 33
131 12
133 $\square: 2, 2, -\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, 0$
135 $\frac{28}{3}$
137 $\square: 2, 2, 2, \frac{14}{3}$

연산문제로 실전 능력 다지기

92쪽 ~ 94쪽

- 067 $f(x)=3$
068 $f(x)=x^3-2x^2+1$

08 빠른 정답

- 138 9
- 140 $\frac{14}{3}$
- 142 □: $-2x+1, 3x^2-4, -x^2+x, x^3-4x, 6, 9$
- 143 $\frac{19}{2}$
- 145 4
- 147 2
- 149 $\frac{8}{3}$
- 151 0
- 153 30
- 155 □: $\frac{1}{3}t^3-t^2+kt, 0, x^2-2x$
- 156 $f(x)=x^2-x+\frac{1}{3}$
- 158 □: $15x^2-4x, 5x^3-2x^2, 3, -1, 5x^3-2x^2-1, -8$
- 159 -4
- 161 □: $\int_1^x f(t)dt, xf(x), 6x-4$
- 162 $f(x)=20x^3$
- 164 □: $-1, 2, \text{극대}, \text{극소}, 2, \frac{1}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2-2t, -\frac{10}{3}$
- 165 극댓값: 1, 극솟값: $-\frac{5}{27}$
- 167 □: $x-1, F(1), f(1), 2$
- 169 -4
- 171 □: $x, F(x), f(0), -2$
- 173 -2
- 139 $\frac{38}{3}$
- 141 $\frac{5}{6}$
- 144 10
- 146 □: $-\frac{1}{2}x^2+x, \frac{1}{2}x^2-x, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1$
- 148 $\frac{1}{6}$
- 150 □: $5x^4, \frac{4}{3}x^3, -\frac{2}{3}$
- 152 20
- 154 $-\frac{8}{15}$
- 157 $f(x)=3x^2-\frac{8}{3}x$
- 160 9
- 163 $f(x)=12x^2-4$
- 166 극댓값: $\frac{28}{3}$, 극솟값: $-\frac{80}{3}$
- 168 10
- 170 23
- 172 1
- 174 10

연산문제로 실전 능력 다지기

104쪽 ~ 106쪽

- 175 -9
- 177 -2
- 179 8
- 181 $\frac{16}{3}$
- 183 $\frac{11}{2}$
- 185 $\frac{5}{6}$
- 187 $\frac{5}{2}$
- 189 1
- 191 -54
- 193 3
- 195 $f(x)=3x-6$
- 197 -1
- 199 -1
- 201 극댓값: $\frac{56}{3}$, 극솟값: $-\frac{13}{6}$
- 203 극댓값: $\frac{5}{3}$, 극솟값: -9
- 205 1
- 207 2
- 176 2
- 178 18
- 180 35
- 182 $\frac{52}{3}$
- 184 0
- 186 4
- 188 1
- 190 $\frac{20}{3}$
- 192 -2
- 194 2
- 196 3
- 198 18
- 200 6
- 202 극댓값: 20, 극솟값: -7
- 204 -3
- 206 3

3 정적분의 활용

107쪽 ~ 112쪽

- 208 □: $0, -\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{6}$
- 210 $\frac{4}{3}$
- 212 □: $0, x^2+2x, 0, \frac{1}{3}x^3+x^2, -1, \frac{1}{3}x^3+x^2, 2, \frac{22}{3}$
- 213 $\frac{31}{6}$
- 215 $\frac{29}{6}$
- 217 □: $3x^2-3, 1, x^3-3x, 6$
- 219 $\frac{31}{6}$
- 221 □: $x, x+2, \frac{1}{2}x^2+2x, \frac{9}{2}$
- 223 8
- 225 $\frac{27}{2}$
- 227 $\frac{64}{3}$
- 228 □: $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-x^2, -\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+x^2, \frac{37}{12}$
- 229 $\frac{4}{3}$
- 231 8
- 233 2
- 235 □: $2, 2, 2, 9$
- 237 $\frac{9}{2}$
- 239 21
- 241 55
- 243 18
- 245 11
- 247 9
- 249 5
- 251 6
- 209 $\frac{4}{3}$
- 211 $\frac{1}{2}$
- 214 3
- 216 $\frac{7}{2}$
- 218 2
- 220 $\frac{34}{3}$
- 222 $\frac{9}{2}$
- 224 □: $-\frac{2}{3}x^3+2x, \frac{8}{3}$
- 226 $\frac{9}{8}$
- 230 $\frac{37}{12}$
- 232 □: $2, 2, ax^2, \frac{4}{3}, 1$
- 234 6
- 236 $\frac{1}{3}$
- 238 □: $4t+1, t$
- 240 36
- 242 □: $2, 2, 2, 4$
- 244 0
- 246 □: $3t^2-1, t^3$
- 248 10
- 250 □: $-t^2+2t, 2, \frac{1}{3}t^3-t^2, \frac{2}{3}, \frac{22}{3}$
- 252 2

연산문제로 실전 능력 다지기

113쪽 ~ 115쪽

- 253 $\frac{9}{2}$
- 255 $\frac{4}{3}$
- 257 2
- 259 3
- 261 $\frac{125}{6}$
- 263 $\frac{16}{3}$
- 265 $\frac{71}{6}$
- 267 2
- 254 36
- 256 $\frac{4}{15}$
- 258 $\frac{23}{3}$
- 260 $\frac{32}{3}$
- 262 $\frac{81}{2}$
- 264 $\frac{125}{24}$
- 266 3
- 268 1

$$269 \quad \frac{27}{4}$$

$$271 \quad 4$$

$$273 \quad \frac{1}{3}$$

$$275 \quad \frac{1}{6}$$

$$277 \quad 8$$

$$279 \quad 50 \text{ m}$$

$$281 \quad 98 \text{ m}$$

$$270 \quad \frac{4}{3}$$

$$272 \quad 6$$

$$274 \quad \frac{64}{3}$$

$$276 \quad 2$$

$$278 \quad 33 \text{ m}$$

$$280 \quad 53 \text{ m}$$

$$286 \quad -2$$

$$288 \quad 4$$

$$290 \quad 5$$

$$292 \quad 20$$

$$294 \quad \frac{8}{3}$$

$$296 \quad -2$$

$$298 \quad 7$$

$$300 \quad 4$$

$$302 \quad 2$$

$$304 \quad \frac{8}{3}$$

$$306 \quad 3$$

$$308 \quad \frac{125}{3}$$

$$310 \quad 125 \text{ m}$$

$$287 \quad ③$$

$$289 \quad -1$$

$$291 \quad ①$$

$$293 \quad -2$$

$$295 \quad 24$$

$$297 \quad 9$$

$$299 \quad 3$$

$$301 \quad 2$$

$$303 \quad 36$$

$$305 \quad \frac{9}{4}$$

$$307 \quad -1$$

$$309 \quad 127.5 \text{ m}$$

$$311 \quad 509.6 \text{ m}$$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

116쪽 ~ 120쪽

$$282 \quad ③$$

$$284 \quad 15$$

$$283 \quad ②$$

$$285 \quad 15$$

I

함수의 극한과 연속

1 함수의 극한

6쪽 ~ 19쪽

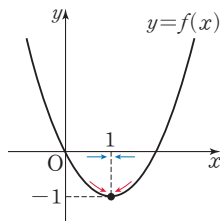
001 □: 1, 1

002 x 의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 -1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

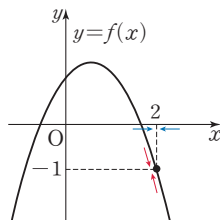
003 x 의 값이 -3에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$

004 □: 5, 5

005 $f(x) = x^2 - 2x$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 -1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x) = -1$



006 $f(x) = -x^2 + x + 1$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 -1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 2} (-x^2 + x + 1) = -1$



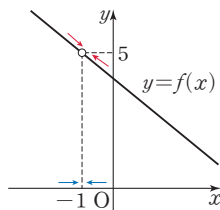
007 $f(x) = \frac{-x^2 + 3x + 4}{x + 1}$ 라 하면

$x \neq -1$ 일 때,

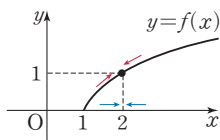
$$f(x) = \frac{-(x+1)(x-4)}{x+1} = -x+4$$

따라서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 5에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^2 + 3x + 4}{x + 1} = 5$$



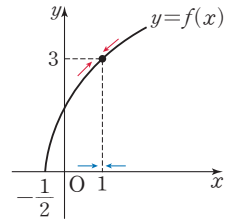
008 $f(x) = \sqrt{x-1}$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x-1} = 1$



009 $f(x) = \sqrt{6x+3}$ 이라 하면 함수

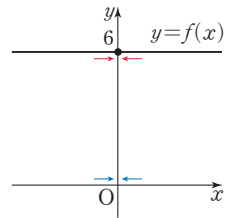
$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{6x+3} = 3$$



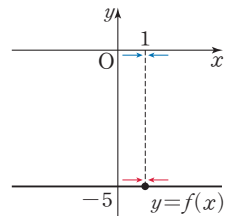
010 $f(x) = 6$ 이라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 6에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} 6 = 6$$



011 $f(x) = -5$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 -5에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} (-5) = -5$$

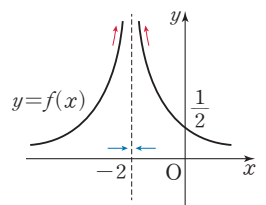


012 □: ∞

013 $f(x) = \frac{1}{|x+2|}$ 이라 하면 함수

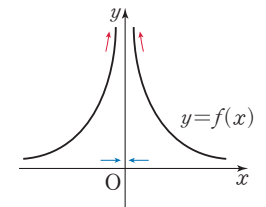
$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 -2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{|x+2|} = \infty$$



014 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 이라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

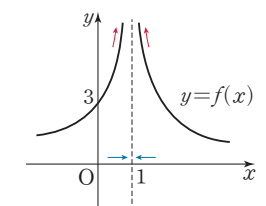
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$



015 $f(x) = \frac{3}{(x-1)^2}$ 이라 하면 함수

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(x-1)^2} = \infty$$

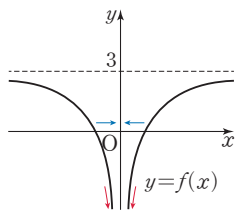


016 □: $-\infty$

017 $f(x) = 3 - \frac{1}{x^2}$ 이라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

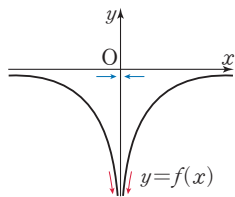
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(3 - \frac{1}{x^2} \right) = -\infty$$



018 $f(x) = -\frac{1}{|x|}$ 이라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

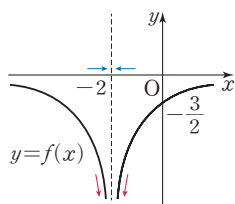
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{|x|} \right) = -\infty$$



019 $f(x) = -\frac{3}{|x+2|}$ 이라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 -2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left(-\frac{3}{|x+2|} \right) = -\infty$$

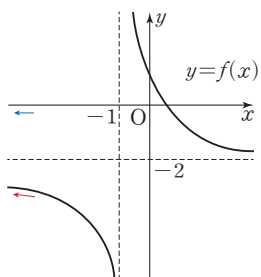


020 □: 0, 0

021 $f(x) = \frac{3}{x+1} - 2$ 라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 -2에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{x+1} - 2 \right) = -2$$

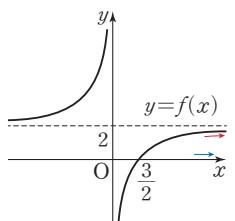


022 $f(x) = \frac{2x-3}{x}$ 이라 하면

$$f(x) = -\frac{3}{x} + 2$$

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 2에 한없이 가까워지므로

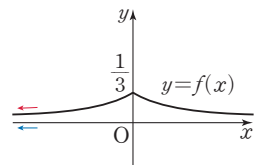
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x} = 2$$



023 $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$ 이라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2+3} = 0$$

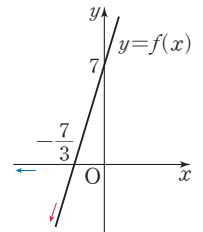


024 □: ∞

025 $f(x) = 3x+7$ 이라 하면 함수 $y=f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

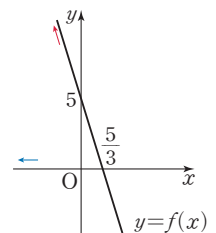
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x+7) = -\infty$$



026 $f(x) = -3x+5$ 라 하면 함수 $y=f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

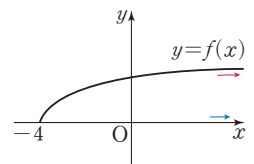
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x+5) = \infty$$



027 $f(x) = \sqrt{4+x}$ 라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

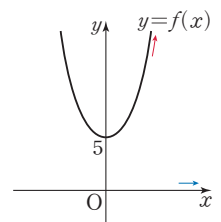
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4+x} = \infty$$



028 $f(x) = 3x^2+5$ 라 하면 함수 $y=f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

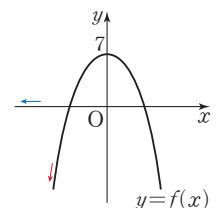
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2+5) = \infty$$



029 $f(x) = -2x^2+7$ 이라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2+7) = -\infty$$



030 □: 0, 0

- 031 x 의 값이 -2 보다 크면서 -2 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 1 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 1$$

- 032 x 의 값이 0 보다 크면서 0 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 0 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

- 033 x 의 값이 0 보다 작으면서 0 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 0 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$$

- 034 x 의 값이 1 보다 크면서 1 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 1 에 한없이 가까워지므로

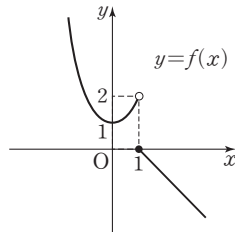
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

- 035 함수 $f(x) = \begin{cases} -x+1 & (x \geq 1) \\ x^2+1 & (x < 1) \end{cases}$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

(1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

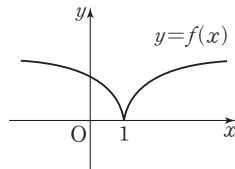


- 036 함수 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & (x > 1) \\ \sqrt{1-x} & (x \leq 1) \end{cases}$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

(1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$



- 037 (1) $x > 0$ 일 때 $|x| = x$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1$$

- (2) $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1$$

- 038 (1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$

- (3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.

- 039 (1) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$

- (3) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$$

- 040 □: 3, 3, 3

041 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1)^2 = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x+1) = 0$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

042 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 4x + 5) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x - 3) = 1$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$$

- 043 □: 1, -1 , 존재하지 않는다

044 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

045 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2+x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2+x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(x+1)}{-x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x-1) = -1$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2+x}{|x|} \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2+x}{|x|}$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+x}{|x|}$ 의 값은 존재하지 않는다.

046 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2-1}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x+1)(x-1)}{-(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x-1) = -2$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{|x-1|} \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2-1}{|x-1|}$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{|x-1|}$ 의 값은 존재하지 않는다.

- 047 □: $-2, -1+k, -2, -1$

048 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 4) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x+k) = -2+k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{의 값이 존재하려면 } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \text{이어야}$$

$$\text{하므로 } 0 = -2+k \quad \therefore k=2$$

$$\begin{aligned}
 049 \quad \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0+} (2x+k) = k \\
 \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0-} \sqrt{x^2+1} = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{의 값이 존재하려면 } \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) \text{ 이어야} \\
 \text{하므로} \\
 k &= 1
 \end{aligned}$$

$$050 \quad \square: 2, 2, 4$$

$$051 \quad \lim_{x \rightarrow 1} 5g(x) = 5 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5 \times 3 = 15$$

$$052 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \{3-2f(x)\} = \lim_{x \rightarrow 1} 3 - 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3 - 2 \times 2 = -1$$

$$\begin{aligned}
 053 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \{3f(x) + 2g(x)\} &= 3 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \\
 &= 3 \times 2 + 2 \times 3 \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 054 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \{5f(x) - 3g(x)\} &= 5 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \\
 &= 5 \times 2 - 3 \times 3 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$055 \quad \square: 1, -1$$

$$\begin{aligned}
 056 \quad 2f(x) - 1 &= h(x) \text{라 하면} \\
 \lim_{x \rightarrow 1} h(x) &= 3 \text{이고 } f(x) = \frac{h(x)+1}{2} \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \{3-f(x)\} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ 3 - \frac{h(x)+1}{2} \right\} \\
 &= 3 - \frac{\lim_{x \rightarrow 1} h(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 1}{2} \\
 &= 3 - \frac{3+1}{2} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 057 \quad f(x) + g(x) &= h(x) \text{라 하면} \\
 \lim_{x \rightarrow 0} h(x) &= 3 \text{이고 } g(x) = h(x) - f(x) \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow 0} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \{h(x) - f(x)\} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} h(x) - \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \\
 &= 3 - 2 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 058 \quad 3f(x) - g(x) &= h(x) \text{라 하면} \\
 \lim_{x \rightarrow -1} h(x) &= 1 \text{이고 } g(x) = 3f(x) - h(x) \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow -1} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} \{3f(x) - h(x)\} \\
 &= 3 \lim_{x \rightarrow -1} f(x) - \lim_{x \rightarrow -1} h(x) \\
 &= 3 \times 2 - 1 = 5
 \end{aligned}$$

$$059 \quad \square: 2, 3, 6$$

$$\begin{aligned}
 060 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+3}{f(x)+1} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 3}{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 1} \\
 &= \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 061 \quad \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \{3-2f(x)\} &= \lim_{x \rightarrow 1} \{3g(x) - 2f(x)g(x)\} \\
 &= 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \\
 &= 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 3 = -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 062 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \{f(x)+2\} \{2g(x)-3\} \\
 = \left\{ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 2 \right\} \left\{ 2 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) - \lim_{x \rightarrow 1} 3 \right\} \\
 = (2+2) \times (2 \times 3 - 3) = 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 063 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+2}{g(x)} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} \\
 &= \frac{2+2}{3} = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$064 \quad \square: 2, 3, 7$$

$$\begin{aligned}
 065 \quad \lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 3x^2 + 7) &= \lim_{x \rightarrow 3} x^3 - 3 \lim_{x \rightarrow 3} x^2 + \lim_{x \rightarrow 3} 7 \\
 &= 3^3 - 3 \times 3^2 + 7 = 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 066 \quad \lim_{x \rightarrow 2} (x+3)(x^2-2) &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+3) \times \lim_{x \rightarrow 2} (x^2-2) \\
 &= (2+3) \times (2^2-2) = 10
 \end{aligned}$$

$$067 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x^2+2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x-1)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2+2)} = \frac{2-1}{2^2+2} = \frac{1}{6}$$

$$068 \quad \square: x-1, 2$$

$$069 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+3)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x+3) = 3$$

$$070 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x = 2$$

$$\begin{aligned}
 071 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 072 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x+1)(x-1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x+1}{x+1} = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$073 \quad \square: \sqrt{x}+1, \sqrt{x}+1, \sqrt{x}+1, \sqrt{x}+1, 2$$

$$\begin{aligned} 074 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x}+\sqrt{2})}{(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x}+\sqrt{2})}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x}+\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 075 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{3})(\sqrt{x}+\sqrt{3})}{(x-3)(\sqrt{x}+\sqrt{3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x}+\sqrt{3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 076 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+4}-2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x+4}+2)}{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x+4}+2)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+4}+2) = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 077 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(\sqrt{x+2}+2)}{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+2)(\sqrt{x+2}+2) \\ &= 4 \times 4 = 16 \end{aligned}$$

$$078 \quad \square: 0, 0, 0, 3$$

$$\begin{aligned} 079 \quad \text{주어진 식의 분모와 분자를 각각 } x^2 \text{으로 나누면} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2-x}{x^2+x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{4-0}{1+0} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 080 \quad \text{주어진 식의 분모와 분자를 각각 } x^2 \text{으로 나누면} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x-2}{x^2+1} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} \\ &= \frac{2+0-0}{1+0} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 081 \quad \text{주어진 식의 분모와 분자를 각각 } x \text{로 나누면} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+6}-3}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+\frac{6}{x^2}}-\frac{3}{x}}{1-\frac{2}{x}} \\ &= \frac{\sqrt{1+0}-0}{1-0} = 1 \end{aligned}$$

$$082 \quad \text{주어진 식의 분모와 분자를 각각 } x \text{로 나누면}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+\sqrt{x^2-3}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1+\sqrt{1-0}}{1+0} = 2$$

$$083 \quad \square: \infty, -t+1, -1, -1$$

$$084 \quad -x=t \text{라 하면 } x \rightarrow -\infty \text{일 때 } t \rightarrow \infty \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+3}-1}{2x+1} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4t^2+3}-1}{-2t+1} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4+\frac{3}{t^2}}-\frac{1}{t}}{-2+\frac{1}{t}} \\ &= \frac{2}{-2} = -1 \end{aligned}$$

$$085 \quad -x=t \text{라 하면 } x \rightarrow -\infty \text{일 때 } t \rightarrow \infty \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2-x}+3} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2t}{\sqrt{t^2+t}+3} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2}{\sqrt{1+\frac{1}{t}}+\frac{3}{t}} \\ &= \frac{-2}{1} = -2 \end{aligned}$$

$$086 \quad -x=t \text{라 하면 } x \rightarrow -\infty \text{일 때 } t \rightarrow \infty \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x+1}{\sqrt{x^2+1}-x} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-6t+1}{\sqrt{t^2+1}+t} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-6+\frac{1}{t}}{\sqrt{1+\frac{1}{t^2}}+1} \\ &= \frac{-6}{2} = -3 \end{aligned}$$

$$087 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{5}{x^2}} = \frac{0+0}{1+0} = 0$$

$$088 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2-2x}{x^3+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{0-0}{1+0} = 0$$

$$089 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}} = \infty$$

$$090 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-2x+5}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-\frac{2}{x}+\frac{5}{x^2}}{1+\frac{1}{x}} = \infty$$

091 □: $\sqrt{x^2+5x}+x, \sqrt{x^2+5x}+x, \sqrt{x^2+5x}+x, \frac{5}{2}$

092 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+3x}-2x)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4x^2+3x}-2x)(\sqrt{4x^2+3x}+2x)}{\sqrt{4x^2+3x}+2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{4x^2+3x}+2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{4+\frac{3}{x}}+2}$$

$$= \frac{3}{4}$$

093 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x})$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x})(\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x})}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}$$

$$= 1$$

094 $-x=t$ 라 하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+6x}+x) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{t^2-6t}-t)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{t^2-6t}-t)(\sqrt{t^2-6t}+t)}{\sqrt{t^2-6t}+t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-6t}{\sqrt{t^2-6t}+t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-6}{\sqrt{1-\frac{6}{t}}+1}$$

$$= -3$$

095 $-x=t$ 라 하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2-x}+2x) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{4t^2+t}-2t)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4t^2+t}-2t)(\sqrt{4t^2+t}+2t)}{\sqrt{4t^2+t}+2t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{\sqrt{4t^2+t}+2t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{4+\frac{1}{t}}+2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

096 □: $x, 1$

097 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{1}{x-1} \times \frac{1-x}{2(x+1)} \right\}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{2(x+1)}$$

$$= -\frac{1}{4}$$

098 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{x+2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{1}{x-2} \times \frac{x-2}{2(x+2)} \right\}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{2(x+2)}$$

$$= \frac{1}{8}$$

099 □: $\sqrt{1+\frac{5}{x}}+1, \sqrt{1+\frac{5}{x}}+1, \sqrt{1+\frac{5}{x}}+1, \frac{5}{2}$

100 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{4+\frac{3}{x}}-2 \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ x \times \frac{(\sqrt{4+\frac{3}{x}}-2)(\sqrt{4+\frac{3}{x}}+2)}{\sqrt{4+\frac{3}{x}}+2} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \times \frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{3}{x}}+2}$$

$$= \frac{3}{4}$$

101 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{1+\frac{1}{x}} - \sqrt{1-\frac{1}{x}} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ x \times \frac{(\sqrt{1+\frac{1}{x}} - \sqrt{1-\frac{1}{x}})(\sqrt{1+\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}})}{\sqrt{1+\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}}} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \times \frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}}}$$

$$= 1$$

102 □: $0, 0, 3, -4$

103 $x \rightarrow -2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2+ax+b) = 4-2a+b=0$ 이므로

$b=2a-4$

..... ㉠

㉠을 주어진 식의 좌변에 대입하면

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+ax+b}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+ax+2a-4}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x+a-2)}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x+a-2)$$

$$= a-4=2$$

$\therefore a=6, b=8$ ($\because$ ㉠)

104 $x \rightarrow -1$ 일 때 (분자) $\rightarrow 0$ 이고 0이 아닌 극한값이 존재하므로 (분모) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + ax + b) = 1 - a + b = 0$ 이므로

$$b = a - 1$$

㉠을 주어진 식의 좌변에 대입하면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+ax+b} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+ax+a-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x+a-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+a-1} \\ &= \frac{1}{a-2} = -1\end{aligned}$$

$$\therefore a=1, b=0 \quad (\because \text{㉠})$$

105 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분자) $\rightarrow 0$ 이고 0이 아닌 극한값이 존재하므로 (분모) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax + b) = 4 + 2a + b = 0$ 이므로

$$b = -2a - 4$$

㉠을 주어진 식의 좌변에 대입하면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+ax+b} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2+ax-2a-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+a+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+a+2} \\ &= \frac{4}{a+4} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore a=4, b=-12 \quad (\because \text{㉠})$$

106 □: 0, 0, -1, 1

107 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - 2) = 4 + 2a - 2 = 0$ 이므로 $a = -1$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-2}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) \\ &= 3 = b\end{aligned}$$

108 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - 6) = 4 + 2a - 6 = 0$ 이므로 $a = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-6}{x^2-4} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x+2} \\ &= \frac{5}{4} = b\end{aligned}$$

109 $x \rightarrow 0$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+9} - a) = 3 - a = 0$ 이므로 $a = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-a}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+9}-3)(\sqrt{x+9}+3)}{x(\sqrt{x+9}+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+9}+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9}+3} \\ &= \frac{1}{6} = b\end{aligned}$$

110 □: 2, 2, 0, 0, 0, 1, $2x^2+x$

111 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2+3} = 1$ 에서 $f(x)$ 는 이차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하자.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$ 에서 $x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$$1 + a + b = 0 \quad \therefore b = -a - 1$$

..... ㉠

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-a-1}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+a+1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+a+1) \\ &= a+2=3\end{aligned}$$

$$\therefore a=1, b=-2 \quad (\because \text{㉠})$$

$$\therefore f(x) = x^2 + x - 2$$

112 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2+2x-3} = 1$ 에서 $f(x)$ 는 이차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하자.

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 4$ 에서 $x \rightarrow -1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$$1 - a + b = 0 \quad \therefore b = a - 1$$

..... ㉠

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+ax+a-1}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+a-1)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (x+a-1) \\ &= a-2=4\end{aligned}$$

$$\therefore a=6, b=5 \quad (\because \text{㉠})$$

$$\therefore f(x) = x^2 + 6x + 5$$

113 □: 1, 0, -3, 3

114 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^3}{x^2} = 1$ 에서 $f(x) - 3x^3$ 은 이차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $f(x) - 3x^3 = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하면 $f(x) = 3x^3 + x^2 + ax + b$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$ 에서 $x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 + x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$$4 + a + b = 0 \quad \therefore b = -a - 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + x^2 + ax - a - 4}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x^2 + 4x + a + 4)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 4x + a + 4) \\ &= a + 11 = 2 \end{aligned}$$

따라서 $a = -9, b = 5$ ($\because \textcircled{1}$)이므로

$$f(x) = 3x^3 + x^2 - 9x + 5$$

115 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = 2$ 에서 $f(x) - x^3$ 은 이차항의 계수가 2인 이차함수이므로 $f(x) - x^3 = 2x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하면 $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 7$ 에서 $x \rightarrow -1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 2x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$$1 - a + b = 0 \quad \therefore b = a - 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + ax + a - 1}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 + x + a - 1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + a - 1}{x - 1} \\ &= \frac{a - 1}{-2} = 7 \end{aligned}$$

따라서 $a = -13, b = -14$ ($\because \textcircled{1}$)이므로

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 13x - 14$$

116 □: 2, 2, 2

117 $\frac{2x^2 - 3}{x^2 + 7} \leq f(x) \leq \frac{2x^2 + 1}{x^2}$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 7} = 2, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2} = 2$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

118 $\frac{3x^2 - x}{x^2 + 3} < f(x) < \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 2}$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x}{x^2 + 3} = 3, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 2} = 3$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$$

119 $2 - \frac{1}{x} < f(x) < 2 + \frac{2}{x}$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right) = 2, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{2}{x}\right) = 2$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

120 □: 4, 4, 4

121 $x > 0$ 에서 $x^2 + 1 > 0$ 이므로

$2x^2 - 3 \leq (x^2 + 1)f(x) \leq 2x^2 + 5$ 의 각 변을 $x^2 + 1$ 로 나누면

$$\frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1} \leq f(x) \leq \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 1}$$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1} = 2, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 1} = 2$ 이므로 함수의 극한의

대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

122 $x > 0$ 이므로 $3x - 2 \leq xf(x) \leq 3x + 6$ 의 각 변을 x 로 나누면

$$\frac{3x - 2}{x} \leq f(x) \leq \frac{3x + 6}{x}$$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{x} = 3, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 6}{x} = 3$ 이므로 함수의 극한의

대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$$

123 $x > 0$ 에서 $3x^2 + 2 > 0$ 이므로

$-6x^2 - 5 < f(x) < -6x^2 + 3$ 의 각 변을 $3x^2 + 2$ 로 나누면

$$\frac{-6x^2 - 5}{3x^2 + 2} < \frac{f(x)}{3x^2 + 2} < \frac{-6x^2 + 3}{3x^2 + 2}$$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^2 - 5}{3x^2 + 2} = -2, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^2 + 3}{3x^2 + 2} = -2$ 이므로 함수

의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x^2 + 2} = -2$$

124 $x > 0$ 이므로 $\frac{3x^2 - 1}{x + 3} \leq f(x) \leq \frac{6x^2}{2x + 1}$ 의 각 변을 x 로 나누면

$$\frac{3x^2 - 1}{x(x + 3)} \leq \frac{f(x)}{x} \leq \frac{6x^2}{x(2x + 1)}$$

$$\therefore \frac{3x^2 - 1}{x^2 + 3x} \leq \frac{f(x)}{x} \leq \frac{6x^2}{2x^2 + x}$$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{x^2 + 3x} = 3, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2}{2x^2 + x} = 3$ 이므로 함수의 극한의

대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 3$$

125 $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = 0$

즉 $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.

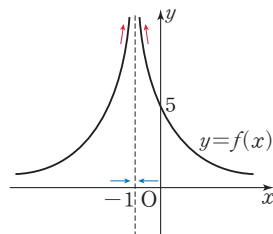
126 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = 2$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

127 $\lim_{x \rightarrow -3+} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow -3-} f(x) = -2$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -2$

128 $f(x) = \frac{5}{|x+1|}$ 라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 -1 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

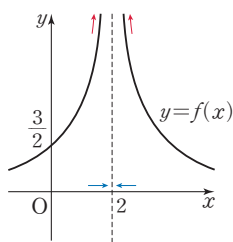
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5}{|x+1|} = \infty$



129 $f(x) = \frac{3}{|2-x|}$ 이라 하면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 의 값이 2 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{|2-x|} = \infty$



130 (1) $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} (x^2 + 1) = 1$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} (-x^2 + 1) = 1$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = 1$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

131 (1) $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x-1}{x-1} = 1$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.

132 (1) $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{x^2 - 2x}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{x(x-2)}{x-2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2+} x = 2$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{x^2 - 2x}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{x(x-2)}{-(x-2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2-} (-x) = -2$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.

133 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} x = 0, \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} (-x) = 0$

즉 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

134 $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} (x-2) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} \{-(x-2)^2\} = 0$

즉 $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

135 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} \{-(x+1)^2\} = -1$

$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} \{-(x-1)^2\} = -1$

즉 $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = -1$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

136 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 의 값이 존재하므로

$\lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-} f(x) \quad \therefore a = 1$

137 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} (x-1) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} (-x+k) = -1+k$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하려면 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 이어야 하므로

$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$

138 $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} (x^3 - 4) = -5$

$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1-} (-x+k) = 1+k$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ 의 값이 존재하려면 $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1-} f(x)$ 이어야 하므로

$-5 = 1 + k \quad \therefore k = -6$

139 $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} (x^2 - 1) = 3$

$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} (-x+k) = -2+k$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 존재하려면 $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 이어야 하므로

$3 = -2 + k \quad \therefore k = 5$

140 $\lim_{x \rightarrow 1} \{3f(x) + 2g(x)\} = 3\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

$= 3 \times 3 + 2 \times (-5)$

$= -1$

141 $\lim_{x \rightarrow 1} \{5f(x) - 2g(x)\} = 5\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - 2\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

$= 5 \times 3 - 2 \times (-5)$

$= 25$

142 $4f(x)-3=h(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} h(x) &= -15 \text{이고 } f(x) = \frac{h(x)+3}{4} \\ \therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x)+3}{4} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} h(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 3}{4} \\ &= \frac{-15+3}{4} = -3\end{aligned}$$

143 $f(x)-g(x)=h(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} h(x) &= 3 \text{이고 } g(x) = f(x) - h(x) \\ \therefore \lim_{x \rightarrow 0} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) - h(x)\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0} h(x) \\ &= 4 - 3 = 1\end{aligned}$$

144 $\lim_{x \rightarrow 2} \{f(x)+g(x)\}=4$ 에서 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha + \beta &= 4 && \dots\dots \textcircled{1} \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x)g(x) &= 3 \text{에서 } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3 \\ \therefore \alpha\beta &= 3 && \dots\dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \alpha &= 1, \beta = 3 \quad (\because \alpha, \beta \text{는 } \alpha < \beta \text{인 정수})\end{aligned}$$

145 $\lim_{x \rightarrow 2} \{2f(x)-3g(x)\} = 2\lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

$$\begin{aligned}&= 2\alpha - 3\beta \\ &= 2 \times 1 - 3 \times 3 \\ &= -7\end{aligned}$$

146 $\lim_{x \rightarrow 2} \{f(x)+2\} \{2g(x)-3\}$

$$\begin{aligned}&= \left\{ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 2 \right\} \left\{ 2\lim_{x \rightarrow 2} g(x) - 3 \right\} \\ &= (\alpha + 2)(2\beta - 3) \\ &= (1+2) \times (2 \times 3 - 3) \\ &= 9\end{aligned}$$

147 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)+3}{3g(x)-5} = \frac{2\lim_{x \rightarrow 2} f(x)+3}{3\lim_{x \rightarrow 2} g(x)-5} = \frac{2\alpha+3}{3\beta-5}$

$$= \frac{2 \times 1 + 3}{3 \times 3 - 5} = \frac{5}{4}$$

148 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x^2 + 5) = 2^3 - 2 \times 2^2 + 5 = 5$

149 $\lim_{x \rightarrow 1} (x+7)(2x^2-1) = 8 \times (2-1) = 8$

150 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{10x-4}{x^2+2} = \frac{10 \times 1 - 4}{1^2 + 2} = 2$

151 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x+1)(x-1)}{x-1}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} x(x+1) = 2$$

152 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-4x-5}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-5)}{x+1}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow -1} (x-5) \\ &= -6\end{aligned}$$

153 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-3x^2+4x-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2-2x+2)}{(x+1)(x-1)}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+2}{x+1} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

154 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+4x^2+x-6}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2+2x-3)}{(x+2)(x-2)}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+2x-3}{x-2} \\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

155 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x}+2) = 4\end{aligned}$$

156 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)(\sqrt{x+3}+2) \\ &= 2 \times 4 = 8\end{aligned}$$

157 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3x}-2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2+3x}-2x)(\sqrt{x^2+3x}+2x)}{(x-1)(\sqrt{x^2+3x}+2x)}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x^2+3x}{(x-1)(\sqrt{x^2+3x}+2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x^2+3x}+2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x}{\sqrt{x^2+3x}+2x} \\ &= -\frac{3}{4}\end{aligned}$$

158 주어진 식의 분모와 분자를 각각 x^2 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2-4x+1}{x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{5}{x^2}} = 6$$

159 $-x=t$ 라 하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2+x}{x^2+x-3} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4t^2-t}{t^2-t-3}$$

앞의 식의 분모와 분자를 각각 t^2 으로 나누면

$$(\text{주어진 식}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{1}{t}}{1 - \frac{1}{t} - \frac{3}{t^2}} = 4$$

160 주어진 식의 분모와 분자를 각각 x^3 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 7x^2 + 3x}{x^3 + x - 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{7}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2} - \frac{5}{x^3}} = 4$$

161 $-x=t$ 라 하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + x - 2}{x^3 + 1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2t^3 - t - 2}{-t^3 + 1}$$

위의 식의 분모와 분자를 각각 t^3 으로 나누면

$$(\text{주어진 식}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-2 - \frac{1}{t^2} - \frac{2}{t^3}}{-1 + \frac{1}{t^3}} = 2$$

162 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 4x} - x)(\sqrt{x^2 + 4x} + x)}{\sqrt{x^2 + 4x} + x}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 4x} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{\sqrt{1 + \frac{4}{x}} + 1}$$

$$= 2$$

163 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4x^2 + x} - 2x)(\sqrt{4x^2 + x} + 2x)}{\sqrt{4x^2 + x} + 2x}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + x} + 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{4 + \frac{1}{x}} + 2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

164 $-x=t$ 라 하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 1} + x)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{t^2 - 3t - 1} - t)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{t^2 - 3t - 1} - t)(\sqrt{t^2 - 3t - 1} + t)}{\sqrt{t^2 - 3t - 1} + t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-3t - 1}{\sqrt{t^2 - 3t - 1} + t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-3 - \frac{1}{t}}{\sqrt{1 - \frac{3}{t} - \frac{1}{t^2}} + 1}$$

$$= -\frac{3}{2}$$

165 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x})$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x})(\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x})}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + \sqrt{1 - \frac{2}{x}}}$$

$$= 2$$

166 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 5$ 에서 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값

이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax + b) = 4 + 2a + b = 0 \text{이므로}$$

$$b = -2a - 4$$

..... ㉠

㉠을 주어진 식의 좌변에 대입하면

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 2a - 4}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + a + 2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (x + a + 2)$$

$$= a + 4 = 5$$

$$\therefore a = 1, b = -6 (\because \text{㉠})$$

167 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 + ax + b} = -\frac{1}{3}$ 에서 $x \rightarrow -1$ 일 때 (분자) $\rightarrow 0$ 이고

0이 아닌 극한값이 존재하므로 (분모) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + ax + b) = 1 - a + b = 0 \text{이므로}$$

$$b = a - 1$$

..... ㉡

㉡을 주어진 식의 좌변에 대입하면

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 + ax + b} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 + ax + a - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{(x + 1)(x + a - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x + a - 1}$$

$$= \frac{1}{a - 2}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -1, b = -2 (\because \text{㉡})$$

168 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 - bx^2 + 3}{x^2 + 2x} = 2$ 에서 $x \rightarrow \infty$ 일 때 극한값이 존재하므로

$$a = 0$$

즉 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-bx^2 + 3}{x^2 + 2x} = 2$ 에서 분모와 분자를 각각 x^2 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-b + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}} = -b = 2 \quad \therefore b = -2$$

169 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-a}{x} = b$ 에서 $x \rightarrow 0$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이

존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+4}-a) = 2-a=0$ 이므로 $a=2$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-a}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)}{x(\sqrt{x+4}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} \\ &= \frac{1}{4} \\ &= b \end{aligned}$$

170 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2+3} = 1$ 에서 $f(x)$ 는 이차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하자.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$ 에서 $x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$1+a+b=0 \quad \therefore b=-a-1$ ㉠

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-a-1}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+a+1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+a+1) \\ &= a+2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$\therefore a=-1, b=0$ ($\because$ ㉠)

$\therefore f(x) = x^2 - x$

171 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2+1} = 2$ 에서 $f(x)$ 는 이차항의 계수가 2인 이차함수이므로 $f(x) = 2x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하자.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -1$ 에서 $x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이

존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$2+a+b=0 \quad \therefore b=-a-2$ ㉡

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2+ax-a-2}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x+a+2)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (2x+a+2) \\ &= a+4 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$\therefore a=-5, b=3$ ($\because$ ㉡)

$\therefore f(x) = 2x^2 - 5x + 3$

172 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2-x+1} = 1$ 에서 $f(x)$ 는 이차항의 계수가 2인 이차함수이므로 $f(x) = 2x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하자.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2-x-2} = 1$ 에서 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이

존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$8+2a+b=0 \quad \therefore b=-2a-8$ ㉢

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2-x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2+ax-2a-8}{x^2-x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+a+4)}{(x+1)(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+a+4}{x+1} \\ &= \frac{a+8}{3} = 1 \end{aligned}$$

$\therefore a=-5, b=2$ ($\because$ ㉢)

$\therefore f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

173 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)-x^3}{x^2} = 2$ 에서 $f(x)-x^3$ 은 이차항의 계수가 2인 이차함수이므로 $f(x)-x^3 = 2x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하면 $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -3$ 에서 $x \rightarrow 0$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이

존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^3 + 2x^2 + ax + b) = 0$ 이므로

$b=0$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+2x^2+ax}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x^2+2x+a)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (x^2+2x+a) \\ &= a = -3 \end{aligned}$$

$\therefore f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$

174 $x^2+3 > 0$ 이므로 주어진 식의 각 변을 x^2+3 으로 나누면

$$\frac{2x^2-3}{x^2+3} \leq f(x) \leq \frac{2x^2+5}{x^2+3}$$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3}{x^2+3} = 2, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+5}{x^2+3} = 2$ 이므로 함수의 극한의

대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

175 $3x^2+1 > 0$ 이므로 주어진 식의 각 변을 $3x^2+1$ 로 나누면

$$\frac{x^2+x-1}{3x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{x^2+x+4}{3x^2+1}$$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x-1}{3x^2+1} = \frac{1}{3}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x+4}{3x^2+1} = \frac{1}{3}$ 이므로 함수의

극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{3}$$

176 $x = -2$ 에서 극한값이 존재하지 않는다. $\Rightarrow \perp$

177 $x = 0$ 에서 극한값은 존재하지만 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$ 이다. $\Rightarrow \sqsubset$

178 $x = 3$ 에서 함수값이 존재하지 않는다.
즉 함수 $y = f(x)$ 는 $x = 3$ 에서 정의되어 있지 않다. $\Rightarrow \neg$

179 $\square$: 0, 0, 연속

180 함수 $f(x) = |x - 1|$ 의 그래프는

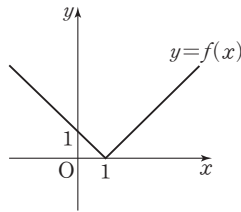
오른쪽 그림과 같다.

(i) $f(1) = 0$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} |x - 1| = 0$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

따라서 함수 $y = f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.



181 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 의

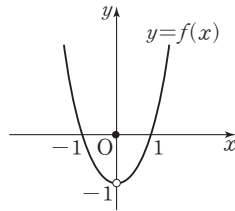
그래프는 오른쪽 그림과 같다.

(i) $f(0) = 0$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 1) = -1$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$

따라서 함수 $y = f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 불연속이다.



182 함수 $f(x) = \begin{cases} 0 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.

(i) $f(0) = 0$

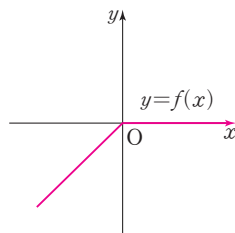
(ii) $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} 0 = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} x = 0$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$

따라서 함수 $y = f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 연속이다.



183 함수 $f(x) = \begin{cases} -x + 2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$ 의

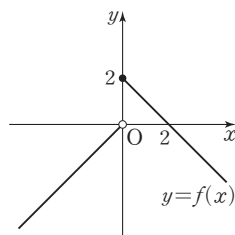
그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} (-x + 2) = 2$

$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} x = 0$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$

따라서 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $y = f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 불연속이다.



184 $\square$: $f(0)$, -1

185 함수 $f(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속하려면 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ 이어야 하

므로 $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = a$

$\therefore a = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$

186 함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속하려면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이어야 하

므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = a$

$\therefore a = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$

187 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속하려면

$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = f(2)$ 이어야 한다.

$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} (x + a) = 2 + a$

$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} (-x + 2) = 0$

$f(2) = 0$

이므로 $2 + a = 0 \quad \therefore a = -2$

188 함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속하려면

$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = f(1)$ 이어야 한다.

$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} (-x + a) = -1 + a$

$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} (x^2 + x) = 2$

$f(1) = 2$

이므로 $-1 + a = 2 \quad \therefore a = 3$

189 $\square$: $\frac{x^2 - a}{x - 1}$, $1 - a$, 1 , 2

190 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속하려면 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ 이어야 하

므로

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + a}{x - 2} = b$

$x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + x + a) = 0$ 이므로

$6 + a = 0 \quad \therefore a = -6$

$\therefore b = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 3)(x - 2)}{x - 2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3) = 5$

191 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 연속하려면 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이

어야 하므로

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x + 2} - a}{x + 1} = b$

$x \rightarrow -1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{x+2}-a) = 0$ 이므로

$$1-a=0 \quad \therefore a=1$$

$$\begin{aligned} \therefore b &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2}-1}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt{x+2}-1)(\sqrt{x+2}+1)}{(x+1)(\sqrt{x+2}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(\sqrt{x+2}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{\sqrt{x+2}+1} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

192 □: 1, 2

193 $x \neq -2$ 일 때, $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$

이때 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이므로 $x = -2$ 에서도 연속이다.

$$\begin{aligned} \therefore f(-2) &= \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) \\ &= -4 \end{aligned}$$

194 $x \neq -1$ 일 때, $f(x) = \frac{x^2+x+a}{x+1}$

이때 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이므로 $x = -1$ 에서도 연속이다.

$$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+x+a}{x+1}$$

$x \rightarrow -1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

즉 $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2+x+a) = 0$ 이므로

$$1-1+a=0 \quad \therefore a=0$$

$$\begin{aligned} \therefore f(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} x \\ &= -1 \end{aligned}$$

195 함수 $f(x) = x^2 - 3x + 2$ 의 정의역은 실수 전체의 집합이므로 구간의 기호로 나타내면 $(-\infty, \infty)$ 이다.

196 $x-2 \geq 0$ 에서 $x \geq 2$

따라서 함수 $f(x) = \sqrt{x-2}$ 의 정의역은 $x \geq 2$ 인 실수이므로 구간의 기호로 나타내면 $[2, \infty)$ 이다.

197 $x+1 \neq 0$ 에서 $x \neq -1$

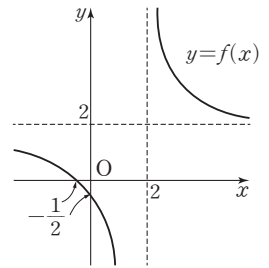
함수 $f(x) = \frac{2}{x+1} - 5$ 의 정의역은 $x \neq -1$ 인 실수이므로 구간의 기호로 나타내면 $(-\infty, -1), (-1, \infty)$ 이다.

198 함수 $f(x) = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{5}{x-2} + 2$

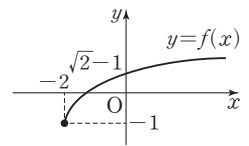
의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

즉 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 불연속이다.

- (1) × (2) ○
(3) × (4) ×
(5) ○ (6) ○



199 함수 $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 함수 $f(x)$ 가 연속인 구간은 구간 $[-2, \infty)$ 이다.

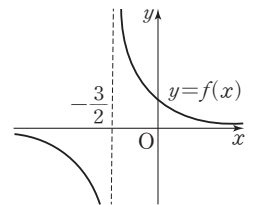


200 함수 $f(x) = \frac{5}{2x+3}$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같으므로 함수 $f(x)$

가 연속인 구간은 열린구간

$(-\infty, -\frac{3}{2}), (-\frac{3}{2}, \infty)$ 이다.

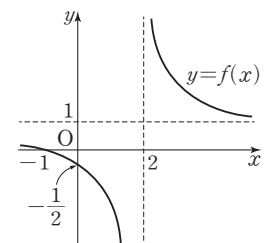


201 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 1$ 의

그래프는 오른쪽 그림과 같으므로

함수 $f(x)$ 가 연속인 구간은 열린

구간 $(-\infty, 2), (2, \infty)$ 이다.



202 □: $\frac{x^2-x-2}{x-1}, 0, 1, (-\infty, 1), (1, \infty)$

203 두 함수 $f(x) = x-1, g(x) = x^2-x-2$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

따라서 함수 $f(x)+g(x)$ 는 모든 실수, 즉 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

204 두 함수 $f(x) = x-1, g(x) = x^2-x-2$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

따라서 함수 $f(x)g(x)$ 는 모든 실수, 즉 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

205 $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x-1}{x^2-x-2} = \frac{x-1}{(x+1)(x-2)}$

함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 는 $(x+1)(x-2) \neq 0$, 즉 $x \neq -1, x \neq 2$ 인 모든 실수에서 연속이므로 열린구간 $(-\infty, -1), (-1, 2), (2, \infty)$ 에서 연속이다.

206 두 함수 $f(x)=x^2-1, g(x)=x^2-4x+3$ 은 모든 실수 x 에서 연속이다.

두 함수 $3f(x), 2g(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이므로 함수 $3f(x)-2g(x)$ 도 모든 실수, 즉 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

207
$$\frac{1}{f(x)+g(x)} = \frac{1}{2x^2-4x+2} = \frac{1}{2(x-1)^2}$$

따라서 함수 $\frac{1}{f(x)+g(x)}$ 은 $2(x-1)^2 \neq 0$, 즉 $x \neq 1$ 인 모든 실수에서 연속이므로 열린구간 $(-\infty, 1), (1, \infty)$ 에서 연속이다.

208
$$\frac{1}{g(x)-2f(x)} = \frac{1}{-x^2-4x+5} = \frac{1}{-(x+5)(x-1)}$$

따라서 함수 $\frac{1}{g(x)-2f(x)}$ 은 $-(x+5)(x-1) \neq 0$, 즉 $x \neq -5, x \neq 1$ 인 모든 실수에서 연속이므로 열린구간 $(-\infty, -5), (-5, 1), (1, \infty)$ 에서 연속이다.

209
$$\frac{f(x)+g(x)}{f(x)-g(x)} = \frac{2x^2-4x+2}{4x-4} = \frac{2x^2-4x+2}{4(x-1)}$$

따라서 함수 $\frac{f(x)+g(x)}{f(x)-g(x)}$ 는 $4(x-1) \neq 0$, 즉 $x \neq 1$ 인 모든 실수에서 연속이므로 열린구간 $(-\infty, 1), (1, \infty)$ 에서 연속이다.

210
$$f(x) = x + \frac{1}{x} = \frac{x^2+1}{x}$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 정의되지 않으므로 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 불연속이다.

211 $g(x)=2x-1, h(x)=x^2+3$ 이라 하면 두 함수 $g(x), h(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고 $h(x)=x^2+3 \neq 0$ 이므로 함수

$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ 도 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이다.

212 $g(x)=x, h(x)=|x-1|$ 이라 하면 두 함수 $g(x), h(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이므로 함수 $f(x)=g(x)h(x)$ 도 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이다.

213 함수 $f(x) = \frac{2x^2}{|x|}$ 은 $x=0$ 에서 정의되지 않으므로 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 불연속이다.

214 □: $-1, 4, 2, -5$

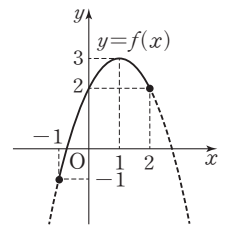
215
$$f(x) = -x^2 + 2x + 2 = -(x-1)^2 + 3$$

함수 $f(x) = -x^2 + 2x + 2$ 는 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=1$ 일 때 최대이고, 최댓값은 3

$x=-1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -1



216 함수 $f(x) = \sqrt{x-1}$ 은 닫힌구간

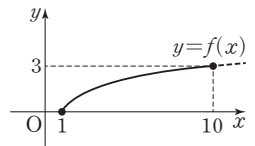
$[1, 10]$ 에서 연속이고 이 구간에서

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=10$ 일 때 최대이고, 최댓값은 3

$x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 0



217 함수 $f(x) = \sqrt{6-2x}$ 는 닫힌구간

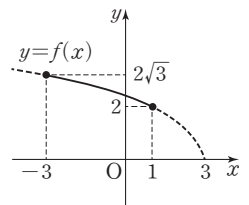
$[-3, 1]$ 에서 연속이고 이 구간에서

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=-3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $2\sqrt{3}$

$x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 2



218 함수 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ 는 닫힌구간

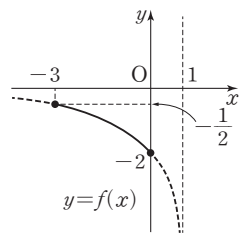
$[-3, 0]$ 에서 연속이고 이 구간에서

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=-3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $-\frac{1}{2}$

$x=0$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -2



219
$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{5}{x-2} + 2$$

함수 $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ 은 닫힌구간 $[3, 5]$

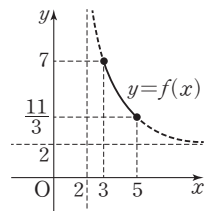
에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y=f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 7

$x=5$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\frac{11}{3}$



220 함수 $f(x) = x^2 + 2$ 는 구간 $(-1, 2]$ 에

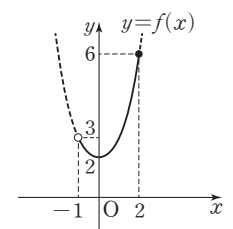
서 연속이고 이 구간에서 함수 $y=f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

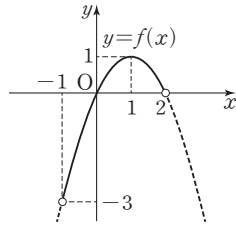
따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 6

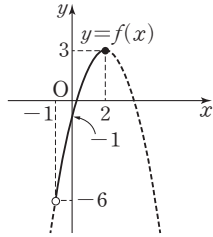
$x=0$ 일 때 최소이고, 최솟값은 2



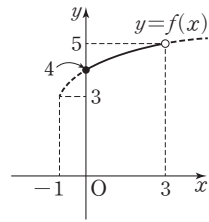
- 221 $f(x) = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1$
 함수 $f(x) = -x^2 + 2x$ 는 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최대이고, 최댓값은 1
 최솟값은 없다.



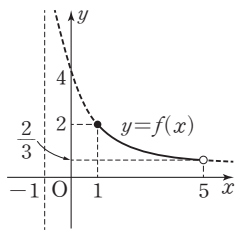
- 222 $f(x) = -x^2 + 4x - 1 = -(x-2)^2 + 3$
 함수 $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ 은 구간 $(-1, 2]$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 3
 최솟값은 없다.



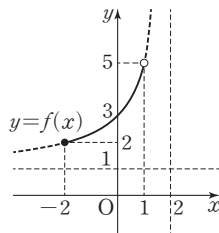
- 223 함수 $f(x) = \sqrt{x+1} + 3$ 은 구간 $[0, 3)$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 일 때 최소이고, 최솟값은 4
 최댓값은 없다.



- 224 함수 $f(x) = \frac{4}{x+1}$ 는 구간 $[1, 5)$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최대이고, 최댓값은 2
 최솟값은 없다.

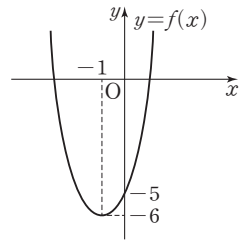


- 225 $f(x) = \frac{x-6}{x-2} = -\frac{4}{x-2} + 1$
 함수 $f(x) = \frac{x-6}{x-2}$ 은 구간 $[-2, 1)$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 2
 최댓값은 없다.

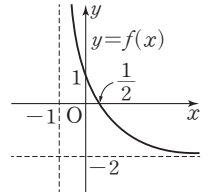


- 226 $f(x) = x^2 + 2x - 5 = (x+1)^2 - 6$

함수 $f(x) = x^2 + 2x - 5$ 는 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -6
 최댓값은 없다.



- 227 함수 $f(x) = \frac{3}{x+1} - 2$ 는 열린구간 $(-1, \infty)$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 최댓값과 최솟값은 없다.



- 228 $\square: <, >, <, (0, 1)$

- 229 $f(x) = x^3 + 3x - 2$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고
 $f(0) = -2 < 0, f(1) = 2 > 0$
 따라서 $f(0)f(1) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = 0$, 즉 $x^3 + 3x - 2 = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- 230 $f(x) = x^4 - 6x + 2$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고
 $f(-1) = 9 > 0, f(1) = -3 < 0$
 따라서 $f(-1)f(1) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = 0$, 즉 $x^4 - 6x + 2 = 0$ 은 열린구간 $(-1, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

연산문제로 실전 능력 다지기

30쪽 ~ 32쪽

- 231 $x=a$ 에서 정의되어 있지 않은 점은 $x=a$ 에서 함수값이 존재하지 않는다.
 따라서 함수 $f(x)$ 가 정의되어 있지 않는 x 의 값은 $x=-2, x=1$ 이다.

- 232 $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = 0$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1-} f(x)$
 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 1$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$
 따라서 극한값이 존재하지 않는 x 의 값은 $x=-1, x=1$ 이다.

233 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1, f(0) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$
따라서 함수값과 극한값이 같지 않는 x 의 값은 $x=0$ 이다.

234 불연속인 점은 그래프가 끊어져 있는 부분이므로 불연속인 x 의 값은 $x=-2, x=-1, x=0, x=1$ 이다.

235 $f(0)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

$$\begin{aligned} \text{236 } \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^2-1}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} (x+1) = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2-1}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(x+1)(x-1)}{-(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \{-(x+1)\} = -2 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$$

따라서 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않으므로 $x=1$ 에서 불연속이다.

237 $f(0)=0$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2-3) = -3$
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$
따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

$$\begin{aligned} \text{238 } f(2) &= 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.

239 함수 $f(x)$ 가 $x=-1$ 에서 연속이려면 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이어야 하므로 $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2+x) = a$
 $\therefore a = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2+x) = 0$

240 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이려면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이어야 하므로 $\lim_{x \rightarrow 1} (-x^2+x) = 2+a$
 $0 = 2+a \quad \therefore a = -2$

241 함수 $f(x)$ 가 $x=-1$ 에서 연속이려면 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이어야 하므로 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1} = a$
 $\therefore a = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} (x^2-x+1) = 3$

242 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이려면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이어야 하므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax+3}{x-1} = b$

$x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+ax+3) = 0 \text{이므로}$$

$$a+4=0 \quad \therefore a=-4$$

$$\begin{aligned} \therefore b &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x-3) \\ &= -2 \end{aligned}$$

243 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이려면 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ 이어야 하므로 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-a}{x} = b$

$$\text{따라서 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-a}{x} = b$$

$x \rightarrow 0$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+1}-a) = 0 \text{이므로}$$

$$1-a=0 \quad \therefore a=1$$

$$\begin{aligned} \therefore b &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x(\sqrt{x+1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

244 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이려면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이어야 하므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3+a} = b$

$$\text{따라서 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3+a} = b$$

$x \rightarrow 1$ 일 때 (분자) $\rightarrow 0$ 이고 0이 아닌 극한값이 존재하므로 (분모) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} (x^3+a) = 0 \text{이므로}$$

$$1+a=0 \quad \therefore a=-1$$

$$\begin{aligned} \therefore b &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

245 $x \neq 3$ 일 때, $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이므로 $x=3$ 에서도 연속이다.

$$\begin{aligned} \therefore f(3) &= \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6 \end{aligned}$$

246 $x \neq -2$ 일 때, $f(x) = \frac{x^2+x+a}{x+2}$

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이므로 $x = -2$ 에서도 연속이다.

$$\therefore f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x+a}{x+2}$$

$x \rightarrow -2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow -2} (x^2+x+a) = 0 \text{이므로}$$

$$2+a=0 \quad \therefore a=-2$$

$$\begin{aligned} \therefore f(-2) &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x-2}{x+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-1)}{x+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} (x-1) \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\therefore a + f(-2) = -2 + (-3) = -5$$

247 $x \neq 2$ 일 때, $f(x) = \frac{x^2+ax-8}{x-2}$

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이므로 $x = 2$ 에서도 연속이다.

$$\therefore f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-8}{x-2}$$

$x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow 2} (x^2+ax-8) = 0 \text{이므로}$$

$$2a-4=0 \quad \therefore a=2$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x-8}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+4)(x-2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+4) \\ &= 6 \end{aligned}$$

248 $x^2+2 > 0$

따라서 함수 $f(x) = \sqrt{x^2+2}$ 의 정의역은 실수 전체의 집합이므로 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

249 $x+3 \neq 0$ 에서 $x \neq -3$

따라서 함수 $f(x) = \frac{5}{x+3}$ 의 정의역은 $x \neq -3$ 인 실수 전체의 집합이므로 함수 $f(x)$ 는 열린구간 $(-\infty, -3)$, $(-3, \infty)$ 에서 연속이다.

250 $f(x) = \frac{2}{x^2-x} = \frac{2}{x(x-1)}$

$x(x-1) \neq 0$ 에서 $x \neq 0, x \neq 1$

따라서 함수 $f(x) = \frac{2}{x^2-x}$ 의 정의역은 $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수 전체의 집합이므로 함수 $f(x)$ 는 열린구간 $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$, $(1, \infty)$ 에서 연속이다.

251 두 함수 $f(x) = x-1$, $g(x) = x^2-3x+2$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

두 함수 $2f(x)$, $g(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이므로 함수 $2f(x)+g(x)$ 도 모든 실수, 즉 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

252 두 함수 $f(x) = x-1$, $g(x) = x^2-3x+2$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

따라서 함수 $f(x)g(x)$ 는 모든 실수, 즉 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

253 $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x-1}{x^2-3x+2} = \frac{x-1}{(x-1)(x-2)}$

따라서 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 는 $(x-1)(x-2) \neq 0$, 즉 $x \neq 1, x \neq 2$ 인 모든 실수에서 연속이므로 열린구간 $(-\infty, 1)$, $(1, 2)$, $(2, \infty)$ 에서 연속이다.

254 $\frac{f(x)+g(x)}{f(x)-g(x)} = \frac{x^2-2x+1}{-x^2+4x-3} = \frac{x^2-2x+1}{-(x-1)(x-3)}$

따라서 함수 $\frac{f(x)+g(x)}{f(x)-g(x)}$ 는 $-(x-1)(x-3) \neq 0$, 즉 $x \neq 1, x \neq 3$ 인 모든 실수에서 연속이므로 열린구간 $(-\infty, 1)$, $(1, 3)$, $(3, \infty)$ 에서 연속이다.

255 $f(x) = x + \frac{1}{x^2} = \frac{x^3+1}{x^2}$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 정의되지 않으므로 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 불연속이다.

256 $g(x) = x-1$, $h(x) = x^2+1$ 이라 하면 두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고 $h(x) = x^2+1 \neq 0$ 이므로 함수

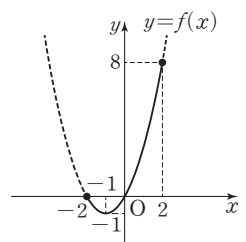
$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ 도 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이다.

257 $g(x) = |x-1|$, $h(x) = |x+1|$ 이라 하면 두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이므로 함수 $f(x) = g(x)+h(x)$ 도 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이다.

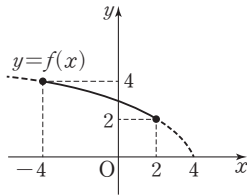
258 $f(x) = x^2+2x = (x+1)^2-1$

함수 $f(x) = x^2+2x$ 는 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

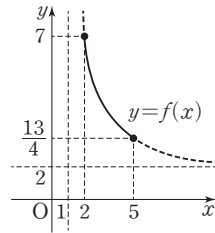
따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 8
 $x=-1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 -1



- 259** 함수 $f(x) = \sqrt{8-2x}$ 는 닫힌구간 $[-4, 2]$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = -4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 4
 $x = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 2



- 260** $f(x) = \frac{2x+3}{x-1} = \frac{5}{x-1} + 2$
함수 $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ 은 닫힌구간 $[2, 5]$ 에서 연속이고 이 구간에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 7
 $x = 5$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $\frac{13}{4}$



- 261** $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고
 $f(0) = -4 < 0$, $f(1) = 1 > 0$
따라서 $f(0)f(1) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = 0$, 즉 $2x^3 + 3x^2 - 4 = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- 262** $f(x) = x^3 + 2x - 4$ 라 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고
 $f(-1) = -7 < 0$, $f(2) = 8 > 0$
따라서 $f(-1)f(2) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = 0$, 즉 $x^3 + 2x - 4 = 0$ 은 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- 263** 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이므로 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 연속이다.
이때 $f(-2)f(-1) < 0$, $f(0)f(2) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-2, -1)$, $(0, 2)$ 에서 각각 적어도 하나의 실근을 갖는다.
따라서 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-2, 2)$ 에서 적어도 2개의 실근을 갖는다.

- 264** 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이므로 닫힌구간 $[-3, 2]$ 에서 연속이다.
이때 $f(-3)f(-2) < 0$, $f(-1)f(0) < 0$, $f(0)f(2) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-3, -2)$, $(-1, 0)$, $(0, 2)$ 에서 각각 적어도 하나의 실근을 갖는다.
따라서 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-3, 2)$ 에서 적어도 3개의 실근을 갖는다.

- 265** ㄱ. x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 1에 한없이 가까워지므로
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

ㄴ. x 의 값이 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$
ㄷ. x 의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

- 266** $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0 + 2 + 2 = 4$

- 267** $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + a) = a + 1$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2 = 2$
이때 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = b$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재한다.
즉 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 이므로
 $a + 1 = 2 \quad \therefore a = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 이므로 $b = 2$
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

- 268** $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$ 에서
 $\lim_{x \rightarrow 0} (-x + b) = 2 \quad \therefore b = 2$
이때 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 존재하므로
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + a) = a + 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x + 2) = 0$
이므로 $a + 4 = 0 \quad \therefore a = -4$

- 269** $2f(x) + g(x) = h(x)$ 라 하면
 $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 8$ 이고 $g(x) = h(x) - 2f(x)$
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \{h(x) - 2f(x)\}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} h(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
 $= 8 - 2 \times (-3)$
 $= 14$

- 270** $f(x)g(x) = h(x)$ 라 하면
 $\lim_{x \rightarrow 3} h(x) = 5$ 이고 $g(x) = \frac{h(x)}{f(x)}$
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} h(x)}{\lim_{x \rightarrow 3} f(x)} = \frac{5}{2}$

271 주어진 식의 분모와 분자를 각각 x 로 나누면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4f(x)}{3x^2 - 2f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \frac{4f(x)}{x}}{3x - \frac{2f(x)}{x}} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x + 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}}{3 \lim_{x \rightarrow 0} x - 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}} \\ &= \frac{0 + 4 \times 3}{3 \times 0 - 2 \times 3} \\ &= -2\end{aligned}$$

272 $f(x) + 2x - x^3 = g(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} g(x) &= 3 \text{이고 } f(x) = g(x) + x^3 - 2x \\ \therefore \lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \{g(x) + x^3 - 2x\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) + \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x) \\ &= 3 + (8 - 4) \\ &= 7\end{aligned}$$

273 $\frac{2f(x) + x^2}{f(x) + 1} = g(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} g(x) &= 3 \text{이고 } f(x) = \frac{x^2 - g(x)}{g(x) - 2} \\ \therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - g(x)}{g(x) - 2} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} x^2 - \lim_{x \rightarrow 1} g(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x) - \lim_{x \rightarrow 1} 2} \\ &= \frac{1 - 3}{3 - 2} = -2\end{aligned}$$

274 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - 2x + 2)}{(x+1)(x-1)}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} \\ &= -\frac{5}{2}\end{aligned}$$

275 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \\ &= \frac{2}{2} = 1\end{aligned}$$

276 주어진 식의 분모와 분자를 각각 x 로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 1}}{x + \sqrt{x^2 + x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1+0}{1+1} = \frac{1}{2}$$

277 $-x = t$ 라 하면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$ 이므로

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{\sqrt{4x^2+1} + \sqrt{x^2-1}} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1+t}{\sqrt{4t^2+1} + \sqrt{t^2-1}} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{t} + 1}{\sqrt{4 + \frac{1}{t^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{t^2}}} \\ &= \frac{0+1}{2+1} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

278 (i) $n=1$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax+3}{x^2+2x+4} = 0 \text{이므로 조건을 만족시키지 않는다.}$$

(ii) $n=2$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2+3}{x^2+2x+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}} = a = 4$$

(iii) $n \geq 3$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n+3}{x^2+2x+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^{n-2} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}}$$

이 값은 ∞ 또는 $-\infty$ 로 발산한다.

(i)~(iii)에서 $n=2, a=4$

$$\therefore a+n=4+2=6$$

279 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - x)(\sqrt{x^2 - x + 1} + x)}{\sqrt{x^2 - x + 1} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x+1}{\sqrt{x^2 - x + 1} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

280 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow 2} (2\sqrt{x-1} + a) = 2 + a = 0 \text{이므로}$$

$$a = -2$$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2\sqrt{x-1} + a}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2\sqrt{x-1} - 2}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(\sqrt{x-1} - 1)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(\sqrt{x-1} - 1)(\sqrt{x-1} + 1)}{(x-2)(\sqrt{x-1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{x-1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{x-1} + 1} \\ &= 1 = b\end{aligned}$$

281 $x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + x - a) = 4 - a = 0 \text{이므로}$$

$$a = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - a}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x+4)(x-1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+4}{x+1} \\ &= \frac{7}{2} = b \end{aligned}$$

$$\therefore ab = 4 \times \frac{7}{2} = 14$$

282 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x+3} = 2$ 에서 $f(x) - x^2$ 은 일차항의 계수가 2인 일차함수이므로 $f(x) - x^2 = 2x + a$ (a 는 상수)라 하면

$$f(x) = x^2 + 2x + a$$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = k$ 에서 $x \rightarrow 1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + a) = 0 \text{이므로}$$

$$3 + a = 0 \quad \therefore a = -3$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+3)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+3) = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore k = 4$$

283 $\frac{x^2 - 3x}{x^2 + 7} < f(x) < \frac{x^2 + 1}{x^2}$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 7} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2} = 1$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$$

284 $2x - 1 \leq f(x) \leq x^2$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1) = 2 - 1 = 1, \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) \times \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \\ &= 2 \times 1 = 2 \end{aligned}$$

285 $2x + 3 < f(x) < 2x + 5$ 의 각 변을 제곱하면

$$(2x+3)^2 < \{f(x)\}^2 < (2x+5)^2 \quad (\because x > 0)$$

$x^2 + 1 > 0$ 이므로 $\ominus$ 의 각 변을 $x^2 + 1$ 로 나누면

$$\frac{(2x+3)^2}{x^2+1} < \frac{\{f(x)\}^2}{x^2+1} < \frac{(2x+5)^2}{x^2+1}$$

..... $\ominus$

이때 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^2}{x^2+1} = 4, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+5)^2}{x^2+1} = 4$ 이므로 함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2+1} = 4$$

286 $x > 1$ 에서 $x - 1 > 0$ 이므로 주어진 부등식의 각 변을 $x - 1$ 로 나

$$\text{누면 } \frac{x^2 - 1}{x - 1} < \frac{f(x)}{x - 1} < \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 1}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} (x+1) = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(3x-1)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} (3x-1) = 2 \end{aligned}$$

함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x)}{x-1} = 2$$

287 ① $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$

② $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 2$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

③ 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 일 때 최소이고, 최솟값은 1이다.

④ 함수 $f(x)$ 는 $x=1, x=2, x=3$ 에서 불연속이므로 불연속이 되는 x 의 값의 개수는 3이다.

⑤ $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 1$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

즉 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극한값이 존재한다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

288 함수 $f(x)$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이면 $x=2$ 에서도 연속

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} (x+a) = 2+a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} (x^2 + ax) = 4 + 2a$$

$$f(2) = 2 + a$$

$$\text{이므로 } 2 + a = 4 + 2a \quad \therefore a = -2$$

289 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 연속이라면 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x+1} = -3$$

$x \rightarrow -1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + ax + b) = 0 \text{이므로}$$

$$1 - a + b = 0 \quad \therefore b = a - 1$$

..... $\ominus$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + a - 1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+a-1)}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} (x+a-1)$$

$$= a - 2 = -3$$

$$\therefore a = -1, b = -2 \quad (\because \ominus)$$

290 $x \neq 2$ 일 때, $f(x) = \frac{x^2 + ax - 10}{x - 2}$

이때 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=2$ 에서도 연속이다.

$$\therefore f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 10}{x - 2}$$

$x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - 10) = 0 \text{ 이므로}$$

$$2a - 6 = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+5)(x-2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+5) = 7 \end{aligned}$$

$$\therefore a + f(2) = 3 + 7 = 10$$

291 $\neg$. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=1$ 에서 연속이어야 한다.

$$f(1) = 2$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

즉 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

$\neg$. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=0$ 에서 연속이어야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{-x} = -1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

$$\text{ㄷ. } f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \text{ 이므로 함수 } f(x) \text{는}$$

$(x+1)(x-1)=0$, 즉 $x=-1, x=1$ 에서 정의되지 않는다.

즉 함수 $f(x)$ 는 $x=-1, x=1$ 에서 불연속이다.

ㄹ. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=0$ 에서 연속이어야 한다.

$$f(0) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) = 0$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

즉 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

따라서 모든 실수 x 에서 연속인 함수는 $\neg$, ㄹ이다.

292 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 다항함수이므로 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

$$\text{이때 } \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x+1}{x^2+6x+k} \text{ 이므로 함수 } \frac{f(x)}{g(x)} \text{ 가 구간}$$

$(-\infty, \infty)$ 에서 연속이라면 $g(x) \neq 0$, 즉 $x^2+6x+k \neq 0$ 이어야 한다.

$x^2+6x+k \neq 0$ 이라면 $x^2+6x+k > 0$ 이어야 하므로 이차방정식 $x^2+6x+k=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 9 - k < 0 \quad \therefore k > 9$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 10이다.

293 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이므로 닫힌구간 $[-3, 2]$ 에서 연속이다.

이때 $f(-3)f(-2) < 0, f(-2)f(-1) < 0, f(1)f(2) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $f(x)=0$ 은 열린구간 $(-3, -2), (-2, -1), (1, 2)$ 에서 각각 적어도 하나의 실근을 갖는다.

또 $f(0)=0$ 이므로 $x=0$ 은 방정식 $f(x)=0$ 의 실근이다.

따라서 방정식 $f(x)=0$ 은 $-3 < x < 2$ 에서 적어도 4개의 실근을 갖는다.

294 $f(x) = 2x^3 - x^2 - x - 1$ 이라 하면 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

$$f(-1) = -2 - 1 + 1 - 1 = -3, \quad f(0) = -1$$

$$f(1) = 2 - 1 - 1 - 1 = -1, \quad f(2) = 16 - 4 - 2 - 1 = 9$$

$$f(3) = 54 - 9 - 3 - 1 = 41, \quad f(4) = 128 - 16 - 4 - 1 = 107$$

$$\textcircled{1} f(-1)f(0) > 0$$

$$\textcircled{2} f(0)f(1) > 0$$

$$\textcircled{3} f(1)f(2) < 0$$

$$\textcircled{4} f(2)f(3) > 0$$

$$\textcircled{5} f(3)f(4) > 0$$

따라서 사잇값 정리에 의하여 방정식 $2x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ 의 실근이 존재하는 구간은 $\textcircled{3}$ 이다.

295 $g(x) = f(x) - x$ 라 하면 함수 $g(x)$ 는 모든 실수 x 에서 연속이다.

$$g(-1) = f(-1) + 1 = -3 + 1 = -2$$

$$g(0) = f(0) = 3$$

$$g(1) = f(1) - 1 = -2 - 1 = -3$$

$$g(2) = f(2) - 2 = 3 - 2 = 1$$

이때 $g(-1)g(0) < 0, g(0)g(1) < 0, g(1)g(2) < 0$ 이므로 사잇값 정리에 의하여 방정식 $g(x)=0$, 즉 $f(x)-x=0$ 은 열린구간 $(-1, 0), (0, 1), (1, 2)$ 에서 각각 적어도 하나의 실근을 갖는다.

따라서 방정식 $f(x)-x=0$ 은 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 적어도 3개의 실근을 갖는다.

II 미분

1

미분계수와 도함수

38쪽 ~ 47쪽

001 □: $f(-1)$, -1 , -1 , -4 , 2

002 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{(-4^2 + 3 \times 4) - 0}{4} = \frac{-4 - 0}{4} = -1$

003 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{(-5^2 + 3 \times 5) - (-2^2 + 3 \times 2)}{3}$
 $= \frac{-10 - 2}{3} = -4$

004 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{(2 \times 3 + 3) - \{2 \times (-1) + 3\}}{4}$
 $= \frac{9 - 1}{4} = 2$

005 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{(2 \times 2^2 + 1) - 1}{2} = \frac{9 - 1}{2} = 4$

006 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{(a + \Delta x) - a}$
 $= \frac{\{-3(a + \Delta x) + 2\} - (-3a + 2)}{\Delta x}$
 $= \frac{-3\Delta x}{\Delta x} = -3$

007 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{(a + \Delta x) - a}$
 $= \frac{\{(a + \Delta x)^2 + 2(a + \Delta x)\} - (a^2 + 2a)}{\Delta x}$
 $= \frac{(2a + \Delta x + 2)\Delta x}{\Delta x}$
 $= 2a + \Delta x + 2$

008 □: $f(1)$, 0 , 2

009 x 의 값이 1에서 a 까지 변할 때의 평균변화율은
 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a) - f(1)}{a - 1} = \frac{a^2 - 1}{a - 1} = \frac{(a + 1)(a - 1)}{a - 1}$
 $= a + 1$
 즉 $a + 1 = 4$ 이므로 $a = 3$

010 x 의 값이 1에서 a 까지 변할 때의 평균변화율은
 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a) - f(1)}{a - 1} = \frac{(a^2 - 2a) - (1^2 - 2)}{a - 1}$
 $= \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 1} = \frac{(a - 1)^2}{a - 1} = a - 1$
 즉 $a - 1 = 1$ 이므로 $a = 2$

011 x 의 값이 -1 에서 3까지 변할 때의 평균변화율은

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} \\ &= \frac{(-3^2 + 3a) - \{-(-1)^2 - a\}}{4} \\ &= \frac{4a - 8}{4} \\ &= a - 2 \\ \text{즉 } a - 2 &= -2 \text{이므로 } a = 0 \end{aligned}$$

012 □: $2\Delta x$, $\Delta x + 2$, 2

013 $f'(5) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(5 + \Delta x) - f(5)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(5 + \Delta x) + 2\} - (5 + 2)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta x}$
 $= 1$

014 $f'(3) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(3 + \Delta x) - f(3)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{2(3 + \Delta x)^2 - 1\} - (2 \times 3^2 - 1)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2(\Delta x)^2 + 12\Delta x}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2\Delta x + 12)$
 $= 12$

015 $f'(-1)$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1 + \Delta x) - f(-1)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(-1 + \Delta x)^2 + (-1 + \Delta x) + 2\} - \{(-1)^2 + (-1) + 2\}}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x^2 - \Delta x}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x - 1)$
 $= -1$

016 $f'(-2)$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-2 + \Delta x) - f(-2)}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{-(-2 + \Delta x)^2 + 2(-2 + \Delta x)\} - \{-(-2)^2 + 2 \times (-2)\}}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(\Delta x)^2 + 6\Delta x}{\Delta x}$
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (-\Delta x + 6)$
 $= 6$

017 □: 6 , 3 , Δx , $\Delta x + 2a + 1$, $2a + 1$, 3 , 1

018 x 의 값이 -2 에서 2 까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{f(2)-f(-2)}{2-(-2)} = \frac{0-8}{4} = -2$$

또 $x=a$ 에서의 미분계수는

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(a+\Delta x)^2-2(a+\Delta x)\}-(a^2-2a)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2+2a\Delta x-2\Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x+2a-2) \\ &= 2a-2 \end{aligned}$$

즉 $2a-2=-2$ 이므로 $a=0$

019 x 의 값이 -2 에서 a 까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{f(a)-f(-2)}{a-(-2)} = \frac{a^2+a-2}{a+2} = \frac{(a+2)(a-1)}{a+2} = a-1$$

또 $x=0$ 에서의 미분계수는

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(0+\Delta x)-f(0)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(\Delta x)^2+\Delta x\}-0}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x+1)\Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x+1) = 1 \end{aligned}$$

즉 $a-1=1$ 이므로 $a=2$

020 □: 3, 3, 3, 6

$$\begin{aligned} 021 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a)}{2h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a)}{3h} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{3}{2} f'(a) = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 022 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-2h)-f(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-2h)-f(a)}{-2h} \times (-2) \\ &= -2 f'(a) \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 023 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)-f(a-h)+f(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h)-f(a)}{-h} \\ &= f'(a) + f'(a) \\ &= 2 f'(a) = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 024 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a-h)}{2h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a)-f(a-h)+f(a)}{2h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a)}{2h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h)-f(a)}{-2h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a)}{3h} \times \frac{3}{2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h)-f(a)}{-h} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2} f'(a) + \frac{1}{2} f'(a) \\ &= 2 f'(a) = 4 \end{aligned}$$

025 □: $f'(1)$, 1

$$\begin{aligned} 026 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{f(x^2)-f(1)}{x^2-1} \times (x+1) \right\} \\ &= f'(1) \times \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) \\ &= 2 \times 2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 027 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x^3-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{f(x)-f(1)}{x-1} \times \frac{1}{x^2+x+1} \right\} \\ &= f'(1) \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2+x+1} \\ &= 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 028 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x^2-4} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \times \frac{1}{x+2} \right\} \\ &= f'(2) \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} \\ &= 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 029 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x^3-8} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \times \frac{1}{x^2+2x+4} \right\} \\ &= f'(2) \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2+2x+4} \\ &= 1 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

030 □: $\Delta x-2$, -2

031 점 $(-1, 0)$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(-1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x)-f(-1)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{-(-1+\Delta x)^2+1\}-0}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(\Delta x)^2+2\Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (-\Delta x+2) = 2 \end{aligned}$$

032 점 (1, -3)에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(1+\Delta x)^2 - 4(1+\Delta x)\} - (-3)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 - 2\Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x - 2) = -2 \end{aligned}$$

033 점 (2, 4)에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$ 와 같으므로

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{-(2+\Delta x)^2 + 3(2+\Delta x) + 2\} - 4}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(\Delta x)^2 - \Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (-\Delta x - 1) = -1 \end{aligned}$$

034 □: $\Delta x + 2a - 1, 2a - 1, 2a - 1, 1$

035 함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(a)$ 이므로

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(a+\Delta x)^2 + (a+\Delta x)\} - (a^2 + a)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 + 2a\Delta x + \Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2a + 1) = 2a + 1 \end{aligned}$$

즉 $f'(a) = 2a + 1 = -3$ 이므로 $a = -2$

036 함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(a)$ 이므로

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(a+\Delta x)^2 - 3(a+\Delta x)\} - (a^2 - 3a)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 + 2a\Delta x - 3\Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2a - 3) = 2a - 3 \end{aligned}$$

즉 $f'(a) = 2a - 3 = 3$ 이므로 $a = 3$

037 함수 $f(x)$ 의 $x=2$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$ 이므로

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(2+\Delta x)^2 + a(2+\Delta x) + 1\} - (2a + 5)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 + a\Delta x + 4\Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + a + 4) = a + 4 \end{aligned}$$

즉 $f'(2) = a + 4 = 1$ 이므로 $a = -3$

038 □: 1, -1, 미분가능하지 않다., 연속, 미분가능하지 않다.

039 (i) $x=0$ 에서의 함숫값은 $f(0)=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} x^2 = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} (-x^2) = 0$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0+} x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{x|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-} (-x) = 0$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x) - f(0)}{x}$$

즉 $f'(0)$ 의 값이 존재하므로 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

(i), (ii)에서 함수 $f(x) = x|x|$ 는 $x=0$ 에서 연속이고 미분가능하다.

040 (i) $x=1$ 에서의 함숫값은 $f(1)=0$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} (x^2 - 1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} \{-(x^2 - 1)\} = 0$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned} (ii) \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|x^2 - 1|}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} (x+1) = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|x^2 - 1|}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \{-(x+1)\} = -2 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \neq \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

즉 $f'(1)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하지 않다.

(i), (ii)에서 함수 $f(x) = |x^2 - 1|$ 은 $x=1$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

041 (1) □: 불연속, 불연속, -1, 2

(2) 미분가능하지 않다., 연속, 미분가능하지 않다., -1, 2, 3

042 (1) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 불연속이다.

(2) 함수 $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 불연속이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 미분가능하지 않다.

함수 $f(x)$ 는 $x=1, x=5$ 에서 연속이지만 뾰족점에서는

$f'(1), f'(5)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1, x=5$ 에서 미분가능하지 않다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1, x=2, x=5$ 에서 미분가능하지 않다.

043 $\square: -4, a(x-2), a, -x-2, -4, -4, -4, -4, 4$

044 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하려면 $x=1$ 에서 연속이어야 한다.

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이므로 $a+b=4$ ㉠

또 미분계수 $f'(1)$ 이 존재하려면

$\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ 이어야 한다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(3x+1)-4}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{3(x-1)}{x-1} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(ax^2+bx)-(a+b)}{x-1} \quad (\because \text{㉠}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(x-1)(ax+a+b)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} (ax+a+b) = 2a+b \end{aligned}$$

이므로 $2a+b=3$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1, b=5$

045 함수 $f(x)$ 가 $x=-1$ 에서 미분가능하려면 $x=-1$ 에서 연속이어야 한다.

즉 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이므로 $-a+b=-2$ ㉢

또 미분계수 $f'(-1)$ 이 존재하려면

$\lim_{x \rightarrow -1+} \frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)} = \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$ 이어야 한다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)} &= \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{2x^3-(-2)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{2(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+} \{2(x^2-x+1)\} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)} &= \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{(ax+b)-(-a+b)}{x+1} \quad (\because \text{㉢}) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{a(x+1)}{x+1} = a \end{aligned}$$

이므로 $a=6$

$a=6$ 을 ㉢에 대입하면 $-6+b=-2 \quad \therefore b=4$

046 $\square: 2h, 2$

047 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3-3}{h} = 0$

048 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{3(x+h)+5\}-(3x+5)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3 \end{aligned}$$

049 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(x+h)^2+1\}-(x^2+1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2hx+h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x+h) \\ &= 2x \end{aligned}$$

050 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-(x+h)^2+2(x+h)\}-(-x^2+2x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2hx-h^2+2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (-2x-h+2) \\ &= -2x+2 \end{aligned}$$

051 $\square: 2hx+h^2, 2x+h, 2x, 2$

052 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{2(x+h)+3\}-(2x+3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} \\ &= 2 \end{aligned}$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 $x=2$ 에서의 미분계수는

$f'(2)=2$

053 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{3(x+h)^2-2(x+h)\}-(3x^2-2x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6hx+3h^2-2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (6x+3h-2) \\ &= 6x-2 \end{aligned}$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 $x=-2$ 에서의 미분계수는

$f'(-2)=-12-2=-14$

054 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-3(x+h)^2+(x+h)\}-(-3x^2+x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-6hx-3h^2+h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (-6x-3h+1) \\ &= -6x+1 \end{aligned}$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 $x=-1$ 에서의 미분계수는

$f'(-1)=6+1=7$

$$\begin{aligned}
055 \quad f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{2(x+h)^2 - (x+h) + 1\} - (2x^2 - x + 1)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4hx + 2h^2 - h}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h - 1) \\
&= 4x - 1
\end{aligned}$$

따라서 함수 $f(x)$ 의 $x=3$ 에서의 미분계수는
 $f'(3) = 12 - 1 = 11$

$$056 \quad \square: 2$$

$$057 \quad f'(x) = (x^5)' = 5x^{5-1} = 5x^4$$

$$058 \quad f'(x) = (x^{10})' = 10x^{10-1} = 10x^9$$

$$059 \quad f'(x) = (x^6)' = 6x^{6-1} = 6x^5$$

$$060 \quad f'(x) = (x^4)' = 4x^{4-1} = 4x^3$$

$$061 \quad f'(x) = (-27)' = 0$$

$$062 \quad f'(x) = (2^{10})' = 0$$

$$063 \quad \square: 3x^2, 2, 3x^2 + 2$$

$$\begin{aligned}
064 \quad f'(x) &= (2x^2 + 3x - 7)' \\
&= (2x^2)' + (3x)' - (7)' \\
&= 4x + 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
065 \quad f'(x) &= (3x^4 + x^3 - 2x + 7)' \\
&= (3x^4)' + (x^3)' - (2x)' + (7)' \\
&= 12x^3 + 3x^2 - 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
066 \quad f'(x) &= (-2x^5 + x^4 + 3x^2 + 1)' \\
&= (-2x^5)' + (x^4)' + (3x^2)' + (1)' \\
&= -10x^4 + 4x^3 + 6x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
067 \quad f'(x) &= (3x^7 + 5x^5 - 3x^3 - 5)' \\
&= (3x^7)' + (5x^5)' - (3x^3)' - (5)' \\
&= 21x^6 + 25x^4 - 9x^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
068 \quad f'(x) &= (x^{10} - 2x^5 + 3)' \\
&= (x^{10})' - (2x^5)' + (3)' \\
&= 10x^9 - 10x^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
069 \quad f'(x) &= \left(-\frac{1}{4}x^{12} + \frac{1}{5}x^{10} - 6\right)' \\
&= \left(-\frac{1}{4}x^{12}\right)' + \left(\frac{1}{5}x^{10}\right)' - (6)' \\
&= -3x^{11} + 2x^9
\end{aligned}$$

$$070 \quad f'(x) = 9x^2 - 4x \text{이므로 } f'(1) = 9 - 4 = 5$$

$$071 \quad f'(x) = 10x^4 + 3 \text{이므로 } f'(0) = 3$$

$$072 \quad f'(x) = 6x^2 + 6x \text{이므로 } f'(-2) = 24 - 12 = 12$$

$$[073-075] \quad f'(x) = 2x - 2, g'(x) = 3x^2 + 2x - 2$$

$$\begin{aligned}
073 \quad f'(2) &= 4 - 2 = 2, g'(2) = 12 + 4 - 2 = 14 \text{이므로} \\
f'(2) - g'(2) &= 2 - 14 = -12
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
074 \quad f'(1) &= 2 - 2 = 0, g'(1) = 3 + 2 - 2 = 3 \text{이므로} \\
2f'(1) + 3g'(1) &= 2 \times 0 + 3 \times 3 = 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
075 \quad f'(-1) &= -2 - 2 = -4, g'(-1) = 3 - 2 - 2 = -1 \text{이므로} \\
3f'(-1) - g'(-1) &= 3 \times (-4) - (-1) = -11
\end{aligned}$$

$$076 \quad \square: 2, 2x + 2, 6x^2 + 14x + 6$$

$$\begin{aligned}
077 \quad y' &= (2x+1)'(3x-2) + (2x+1)(3x-2)' \\
&= 2(3x-2) + (2x+1) \times 3 = 12x - 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
078 \quad y' &= (-2x^2+5)'(3x-1) + (-2x^2+5)(3x-1)' \\
&= -4x(3x-1) + (-2x^2+5) \times 3 \\
&= -18x^2 + 4x + 15
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
079 \quad y' &= (x^2+2)'(3-x^2) + (x^2+2)(3-x^2)' \\
&= 2x(3-x^2) + (x^2+2) \times (-2x) \\
&= -4x^3 + 2x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
080 \quad y' &= (x^2+1)'(2x^2-x+1) + (x^2+1)(2x^2-x+1)' \\
&= 2x(2x^2-x+1) + (x^2+1)(4x-1) \\
&= 8x^3 - 3x^2 + 6x - 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
081 \quad y' &= (x+1)'(x+2)(x+3) + (x+1)(x+2)'(x+3) \\
&\quad + (x+1)(x+2)(x+3)' \\
&= (x+2)(x+3) + (x+1)(x+3) + (x+1)(x+2) \\
&= 3x^2 + 12x + 11
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
082 \quad y' &= (3x)'(x-1)(x^2+2) + 3x(x-1)'(x^2+2) \\
&\quad + 3x(x-1)(x^2+2)' \\
&= 3(x-1)(x^2+2) + 3x(x^2+2) + 3x(x-1) \times 2x \\
&= 12x^3 - 9x^2 + 12x - 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 083 \quad f'(x) &= (3x+2)'(x^3-2x^2) + (3x+2)(x^3-2x^2)' \\ &= 3(x^3-2x^2) + (3x+2)(3x^2-4x) \\ &= 12x^3-12x^2-8x \\ \therefore f'(1) &= 12-12-8=-8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 084 \quad f'(x) &= (2x^2+3)'(x-7) + (2x^2+3)(x-7)' \\ &= 4x(x-7) + (2x^2+3) \times 1 \\ &= 6x^2-28x+3 \\ \therefore f'(0) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 085 \quad f'(x) &= (2x^4+3)'(1-x^2) + (2x^4+3)(1-x^2)' \\ &= 8x^3(1-x^2) + (2x^4+3) \times (-2x) \\ &= -12x^5+8x^3-6x \\ \therefore f'(-1) &= 12-8+6=10 \end{aligned}$$

$$086 \quad \square: 3, 2, 3, 2, 2, 6(2x+1)^2$$

$$\begin{aligned} 087 \quad f'(x) &= 3(3-2x)^2(3-2x)' \\ &= 3(3-2x)^2 \times (-2) \\ &= -6(3-2x)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 088 \quad f'(x) &= 5(x^2-3x)^4(x^2-3x)' \\ &= 5(x^2-3x)^4(2x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 089 \quad f'(x) &= 4(x^2+x-1)^3(x^2+x-1)' \\ &= 4(x^2+x-1)^3(2x+1) \end{aligned}$$

$$090 \quad \square: 2, 2ax+b, 2a+b, -2a+b, -\frac{1}{2}, 4, -\frac{1}{2}, 4, 2$$

$$\begin{aligned} 091 \quad f(1) &= 2 \text{에서 } a+b+c=2 & \dots\dots \textcircled{1} \\ f(x) &= ax^2+bx+c \text{에서 } f'(x)=2ax+b \\ f'(0) &= -1 \text{에서 } b=-1 \\ f'(-2) &= 3 \text{에서 } -4a+b=-4a-1=3 \quad \therefore a=-1 \\ a=-1, b &= -1 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } -1+(-1)+c=2 \\ \therefore c &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 092 \quad f(0) &= 1 \text{에서 } c=1 \\ f(x) &= ax^2+bx+c \text{에서 } f'(x)=2ax+b \\ f'(-1) &= 1 \text{에서 } -2a+b=1 & \dots\dots \textcircled{1} \\ f'(2) &= 7 \text{에서 } 4a+b=7 & \dots\dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a &= 1, b=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 093 \quad f(-1) &= 3 \text{에서 } a-b+c=3 & \dots\dots \textcircled{1} \\ f(x) &= ax^2+bx+c \text{에서 } f'(x)=2ax+b \\ f'(-2) &= 9 \text{에서 } -4a+b=9 & \dots\dots \textcircled{2} \\ f'(3) &= -11 \text{에서 } 6a+b=-11 & \dots\dots \textcircled{3} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a &= -2, b=1 \\ \text{이 값을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } -2-1+c &= 3 \quad \therefore c=6 \end{aligned}$$

$$094 \quad \square: 0, -1, 5x^4+a, 5+a, -5, -5, -5, -1, 4$$

$$095 \quad \text{다항식 } x^3+ax^2+b \text{를 } (x-1)^2 \text{으로 나누었을 때의 몫을 } Q(x) \text{라 하면 나머지가 0이므로}$$

$$x^3+ax^2+b=(x-1)^2Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } 1+a+b=0$$

$$\therefore a+b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$3x^2+2ax=2(x-1)Q(x)+(x-1)^2Q'(x)$$

$$\text{이 식의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } 3+2a=0$$

$$\therefore a=-\frac{3}{2}$$

$$a=-\frac{3}{2} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } -\frac{3}{2}+b=-1 \quad \therefore b=\frac{1}{2}$$

$$096 \quad \text{다항식 } x^{10}+ax+b \text{를 } (x+1)^2 \text{으로 나누었을 때의 몫을 } Q(x) \text{라 하면 나머지가 0이므로}$$

$$x^{10}+ax+b=(x+1)^2Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=-1 \text{을 대입하면 } 1-a+b=0$$

$$\therefore a-b=1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$10x^9+a=2(x+1)Q(x)+(x+1)^2Q'(x)$$

$$\text{이 식의 양변에 } x=-1 \text{을 대입하면 } -10+a=0$$

$$\therefore a=10$$

$$a=10 \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } 10-b=1 \quad \therefore b=9$$

$$097 \quad \text{다항식 } x^6+ax^2+b \text{를 } (x-1)^2 \text{으로 나누었을 때의 몫을 } Q(x) \text{라 하면 나머지가 0이므로}$$

$$x^6+ax^2+b=(x-1)^2Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } 1+a+b=0$$

$$\therefore a+b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$6x^5+2ax=2(x-1)Q(x)+(x-1)^2Q'(x)$$

$$\text{이 식의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } 6+2a=0$$

$$\therefore a=-3$$

$$a=-3 \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } -3+b=-1 \quad \therefore b=2$$

연산문제로 실전 능력 다지기

48쪽 ~ 50쪽

$$\begin{aligned} 098 \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)} \\ &= \frac{(2 \times 2^2+2-5)-\{2 \times (-1)^2-1-5\}}{3} \\ &= \frac{5-(-4)}{3}=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 099 \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} \\
 &= \frac{(-2^3 + 3 \times 2 + 1) - 1}{2} \\
 &= \frac{-1 - 1}{2} = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 100 \quad x \text{의 값이 } 1 \text{에서 } a \text{까지 변할 때의 평균변화율은} \\
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(a) - f(1)}{a - 1} = \frac{(a^2 - a + 3) - 3}{a - 1} \\
 &= \frac{a(a - 1)}{a - 1} = a \\
 \therefore a &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 101 \quad x \text{의 값이 } -1 \text{에서 } 1 \text{까지 변할 때의 평균변화율은} \\
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{(a + 1) - (-a + 1)}{2} \\
 &= \frac{2a}{2} = a \\
 \therefore a &= -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 102 \quad f'(-1) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1 + \Delta x) - f(-1)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(-1 + \Delta x)^2 - 3(-1 + \Delta x)\} - 4}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 - 5\Delta x}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x - 5) = -5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 103 \quad f'(-1) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1 + \Delta x) - f(-1)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{-2(-1 + \Delta x)^2 + 6(-1 + \Delta x) + 1\} - (-7)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-2(\Delta x)^2 + 10\Delta x}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (-2\Delta x + 10) = 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 104 \quad x \text{의 값이 } 0 \text{에서 } 3 \text{까지 변할 때의 평균변화율은} \\
 \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} &= \frac{-3 - 0}{3} = -1 \\
 \text{또 } x = a \text{에서의 미분계수는} \\
 f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{-(a + \Delta x)^2 + 2(a + \Delta x)\} - (-a^2 + 2a)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(\Delta x)^2 - 2a\Delta x + 2\Delta x}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (-\Delta x - 2a + 2) \\
 &= -2a + 2 \\
 \text{즉 } -2a + 2 &= -1 \text{이므로 } a = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

105 x 의 값이 -1 에서 1 까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{0 - 2}{2} = -1$$

또 $x = a$ 에서의 미분계수는

$$\begin{aligned}
 f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(a + \Delta x)^2 - (a + \Delta x)\} - (a^2 - a)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 + 2a\Delta x - \Delta x}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2a - 1) = 2a - 1
 \end{aligned}$$

즉 $2a - 1 = -1$ 이므로 $a = 0$

$$\begin{aligned}
 106 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - h) - f(a)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - h) - f(a)}{-h} \times (-1) \\
 &= -f'(a) = -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 107 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + 2h) - f(a)}{3h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + 2h) - f(a)}{2h} \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{2}{3} f'(a) = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 108 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a - 2h)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a) - f(a - 2h) + f(a)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - 2h) - f(a)}{-h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - 2h) - f(a)}{-2h} \times 2 \\
 &= f'(a) + 2f'(a) = 3f'(a) = 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 109 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - 3h) - f(a + h)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - 3h) - f(a) - f(a + h) + f(a)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - 3h) - f(a)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a - 3h) - f(a)}{-3h} \times (-3) - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} \\
 &= -3f'(a) - f'(a) = -4f'(a) = -8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 110 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + 3h) - f(a + h)}{2h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + 3h) - f(a) - f(a + h) + f(a)}{2h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + 3h) - f(a)}{2h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{2h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + 3h) - f(a)}{3h} \times \frac{3}{2} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{3}{2} f'(a) - \frac{1}{2} f'(a) = f'(a) = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 111 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^3 - 8} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \right\} \\
 &= f'(2) \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \\
 &= 3 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 112 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{f(x) - f(2)} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{x - 2}{f(x) - f(2)} \times (x + 2) \right\} \\
 &= \frac{1}{f'(2)} \times \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) \\
 &= \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

113 점 (1, 3)에서의 접선의 기울기는

$$\begin{aligned}
 f'(1) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(1 + \Delta x)^2 + 2(1 + \Delta x)\} - 3}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 + 4\Delta x}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 4) = 4
 \end{aligned}$$

114 점 (-1, -2)에서의 접선의 기울기는

$$\begin{aligned}
 f'(-1) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1 + \Delta x) - f(-1)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{2(-1 + \Delta x)^2 + 3(-1 + \Delta x) - 1\} - (-2)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2(\Delta x)^2 - \Delta x}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2\Delta x - 1) = -1
 \end{aligned}$$

115 점 (1, 0)에서의 접선의 기울기는

$$\begin{aligned}
 f'(1) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{-(1 + \Delta x)^3 + (1 + \Delta x)\} - 0}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(\Delta x)^3 - 3(\Delta x)^2 - 2\Delta x}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \{- (\Delta x)^2 - 3\Delta x - 2\} = -2
 \end{aligned}$$

116 (i) $x=1$ 에서의 함숫값은 $f(1)=0$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} (x^2 - x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} (-x^2 + x) = 0$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x(x-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1+} x = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{-x(x-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1-} (-x) = -1
 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \neq \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

즉 $f'(1)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하지 않다.

(i), (ii)에서 함수 $f(x) = x|x-1|$ 은 $x=1$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

117 (i) $x=1$ 에서의 함숫값은 $f(1)=2$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} (x^2 + 1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} 2x = 2$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x^2 + 1) - 2}{x - 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1+} (x+1) = 2
 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{2x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

$$\text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

즉 $f'(1)$ 의 값이 존재하므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

(i), (ii)에서 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \geq 1) \\ 2x & (x < 1) \end{cases}$ 는 $x=1$ 에서 연속이고 미분가능하다.

118 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) \neq f(-2)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=-2$ 에서 불연속이다.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 불연속이다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2, x=1, x=2$ 에서 불연속이다.

119 함수 $f(x)$ 가 $x=-2, x=1, x=2$ 에서 불연속이므로

함수 $f(x)$ 는 $x=-2, x=1, x=2$ 에서 미분가능하지 않다.

함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속이지만 뽀족점에서는 $f'(-1)$ 의 값이 존재하지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 미분가능하지 않다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2, x=-1, x=1, x=2$ 에서 미분가능하지 않다.

120 함수 $f(x)$ 가 $x=-1$ 에서 미분가능하므로 $x=-1$ 에서 연속이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \text{이므로 } -a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{C}$$

또 미분계수 $f'(-1)$ 이 존재하므로

$$\lim_{x \rightarrow -1+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} \text{ 이어야 한다.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} &= \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{x^2 - 1}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+} (x-1) = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} &= \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{(ax+b) - (-a+b)}{x+1} (\because \textcircled{1}) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{a(x+1)}{x+1} = a \end{aligned}$$

이므로 $a = -2$

$$a = -2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } 2 + b = 1 \quad \therefore b = -1$$

121 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 미분가능하므로 $x = -1$ 에서 연속이다.

$$\text{즉 } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \text{ 이므로}$$

$$-3 + b = 1 - a \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 미분계수 $f'(-1)$ 이 존재하므로

$$\lim_{x \rightarrow -1+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} \text{ 이어야 한다.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} &= \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{(x^2 + ax) - (1 - a)}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{(x+1)(x-1+a)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+} (x-1+a) = -2 + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} &= \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{(3x+b) - (-3+b)}{x+1} (\because \textcircled{1}) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{3(x+1)}{x+1} = 3 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } -2 + a = 3 \quad \therefore a = 5$$

$$a = 5 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } -3 + b = -4 \quad \therefore b = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x & (x \geq -1) \\ 3x - 1 & (x < -1) \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$f(-2) = -6 - 1 = -7$$

$$\mathbf{122} \quad y' = (-3x^3 + 2x - 9)' = -9x^2 + 2$$

$$\mathbf{123} \quad f'(x) = (-x^4 + 2x^2 - 5x - 10)' = -4x^3 + 4x - 5$$

$$\begin{aligned} \mathbf{124} \quad y' &= (x^2 + x - 1)'(2x^2 - 3x) + (x^2 + x - 1)(2x^2 - 3x)' \\ &= (2x + 1)(2x^2 - 3x) + (x^2 + x - 1)(4x - 3) \\ &= 8x^3 - 3x^2 - 10x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{125} \quad y' &= (2x+1)'(3x+1)(4x+1) + (2x+1)(3x+1)'(4x+1) \\ &\quad + (2x+1)(3x+1)(4x+1)' \\ &= 2(3x+1)(4x+1) + (2x+1) \times 3 \times (4x+1) \\ &\quad + (2x+1)(3x+1) \times 4 \\ &= 2(12x^2 + 7x + 1) + 3(8x^2 + 6x + 1) + 4(6x^2 + 5x + 1) \\ &= 72x^2 + 52x + 9 \end{aligned}$$

$$\mathbf{126} \quad y' = 3(2x^2 - x)^2(2x^2 - x)' = 3(2x^2 - x)^2(4x - 1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{127} \quad f'(x) &= 10x^4 + 12x^3 - 1 \text{ 이므로} \\ f'(1) &= 10 + 12 - 1 = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{128} \quad f'(x) &= 9x^2(x^3 - 2x + 2) + (3x^3 + 1)(3x^2 - 2) \text{ 이므로} \\ f'(1) &= 9 \times 1 + 4 \times 1 = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{129} \quad f'(x) &= (x-2)(x-3)(x-4) + (x-1)(x-3)(x-4) \\ &\quad + (x-1)(x-2)(x-4) + (x-1)(x-2)(x-3) \\ \text{이므로} \\ f'(4) &= 0 + 0 + 0 + 3 \times 2 \times 1 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{130} \quad f(0) &= -3 \text{에서 } c = -3 \\ f(x) &= ax^2 + bx + c \text{에서 } f'(x) = 2ax + b \\ f'(-1) &= -5 \text{에서 } -2a + b = -5 \quad \dots\dots \textcircled{1} \\ f'(2) &= 1 \text{에서 } 4a + b = 1 \quad \dots\dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a &= 1, b = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{131} \quad f(1) &= 2 \text{에서 } a + b + c = 2 \quad \dots\dots \textcircled{1} \\ f(x) &= ax^2 + bx + c \text{에서 } f'(x) = 2ax + b \\ f'(-2) &= 9 \text{에서 } -4a + b = 9 \quad \dots\dots \textcircled{2} \\ f'(3) &= -1 \text{에서 } 6a + b = -1 \quad \dots\dots \textcircled{3} \\ \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{을 연립하여 풀면} \\ a &= -1, b = 5 \\ \text{이 값을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } -1 + 5 + c &= 2 \quad \therefore c = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{132} \quad \text{다항식 } x^6 + ax^3 + b \text{를 } (x-1)^2 \text{으로 나누었을 때의 몫을 } Q(x) \\ \text{라 하면 나머지가 0이므로} \\ x^6 + ax^3 + b &= (x-1)^2 Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1} \\ \textcircled{1} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b &= 0 \\ \therefore a + b &= -1 \quad \dots\dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면} \\ 6x^5 + 3ax^2 &= 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) \\ \text{이 식의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } 6 + 3a &= 0 \\ \therefore a &= -2 \\ a = -2 \text{를 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } -2 + b &= -1 \quad \therefore b = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{133} \quad \text{다항식 } x^{11} + ax + b \text{를 } (x+1)^2 \text{으로 나누었을 때의 몫을 } Q(x) \\ \text{라 하면 나머지가 0이므로} \\ x^{11} + ax + b &= (x+1)^2 Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1} \\ \textcircled{1} \text{의 양변에 } x=-1 \text{을 대입하면 } -1 - a + b &= 0 \\ \therefore a - b &= -1 \quad \dots\dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면} \\ 11x^{10} + a &= 2(x+1)Q(x) + (x+1)^2 Q'(x) \\ \text{이 식의 양변에 } x=-1 \text{을 대입하면 } 11 + a &= 0 \\ \therefore a &= -11 \\ a = -11 \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } -11 - b &= -1 \quad \therefore b = -10 \end{aligned}$$

2 접선의 방정식과 평균값 정리

51쪽 ~ 55쪽

134 □: $2x+1, 5$

135 $f(x)=2x^3-x+1$ 이라 하면 $f'(x)=6x^2-1$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, 0)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(-1)=6-1=5$

136 $f(x)=-x^3+2x^2+2$ 라 하면 $f'(x)=-3x^2+4x$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(1)=-3+4=1$

137 $f(x)=x^3-x^2-2x+2$ 라 하면 $f'(x)=3x^2-2x-2$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 2)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(2)=12-4-2=6$

138 □: $2x-1, 4, 3, 3, 3x-1$

139 $f(x)=-x^2-x+2$ 라 하면 $f'(x)=-2x-1$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(-1)=2-1=1$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y-2=x+1 \quad \therefore y=x+3$

140 $f(x)=x^3-6x-1$ 이라 하면 $f'(x)=3x^2-6$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, -6)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(1)=3-6=-3$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y+6=-3(x-1) \quad \therefore y=-3x-3$

141 $f(x)=x^3-3x^2+1$ 이라 하면 $f'(x)=3x^2-6x$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, -3)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(-1)=3+6=9$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y+3=9(x+1) \quad \therefore y=9x+6$

142 $f(x)=x^3+2x-1$ 이라 하면 $f'(x)=3x^2+2$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(1)=3+2=5$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y-2=5(x-1) \quad \therefore y=5x-3$

143 □: $-2, -3, -3, -5, -5, -5, -2, 3$

144 $f(x)=x^2+ax+b$ 라 하면 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로
 $f(-1)=1$ 에서 $1-a+b=1$
 $\therefore a-b=0$ ㉠

또 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 1이므로 $f'(-1)=1$

이때 $f'(x)=2x+a$ 이므로
 $f'(-1)=-2+a=1 \quad \therefore a=3$
 $a=3$ 을 ㉠에 대입하면 $3-b=0$
 $\therefore b=3$

145 $f(x)=x^3+ax^2+b$ 라 하면 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(2, 2)$ 를 지나므로

$f(2)=2$ 에서 $8+4a+b=2$
 $\therefore 4a+b=-6$ ㉡

또 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 8이므로 $f'(2)=8$

이때 $f'(x)=3x^2+2ax$ 이므로
 $f'(2)=12+4a=8 \quad \therefore a=-1$
 $a=-1$ 을 ㉡에 대입하면 $-4+b=-6 \quad \therefore b=-2$

146 $f(x)=2x^3+ax+b$ 라 하면 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(-2, 3)$ 을 지나므로

$f(-2)=3$ 에서 $-16-2a+b=3$
 $\therefore 2a-b=-19$ ㉢

또 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, 3)$ 에서의 접선의 기울기가 -1 이므로 $f'(-2)=-1$

이때 $f'(x)=6x^2+a$ 이므로
 $f'(-2)=24+a=-1 \quad \therefore a=-25$
 $a=-25$ 를 ㉢에 대입하면 $-50-b=-19 \quad \therefore b=-31$

147 □: $2x-1, 1, 1, 1, -3, 3, 1, x-4$

148 $f(x)=x^2+3x-2$ 라 하면 $f'(x)=2x+3$
점점의 좌표를 (t, t^2+3t-2) 라 하면 접선의 기울기가 -1 이므로
 $f'(t)=2t+3=-1 \quad \therefore t=-2$
따라서 점점의 좌표는 $(-2, -4)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y+4=-(x+2) \quad \therefore y=-x-6$

149 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x+1$ 이라 하면 $f'(x)=x^2+1$

점점의 좌표를 $(t, \frac{1}{3}t^3+t+1)$ 이라 하면 접선의 기울기가 2이므로
따라서 구하는 직선의 방정식은

$f'(t)=t^2+1=2, t^2=1 \quad \therefore t=-1$ 또는 $t=1$

따라서 점점의 좌표는 $(-1, -\frac{1}{3}), (1, \frac{7}{3})$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$y+\frac{1}{3}=2(x+1), y-\frac{7}{3}=2(x-1)$

$\therefore y=2x+\frac{5}{3}, y=2x+\frac{1}{3}$

150 $f(x)=x^3+3x^2-8x-1$ 이라 하면 $f'(x)=3x^2+6x-8$

접점의 좌표를 (t, t^3+3t^2-8t-1) 이라 하면 접선의 기울기가 1이므로

$$f'(t)=3t^2+6t-8=1, t^2+2t-3=0$$

$$(t+3)(t-1)=0 \quad \therefore t=-3 \text{ 또는 } t=1$$

따라서 접점의 좌표는 $(-3, 23), (1, -5)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y-23=x+3, y+5=x-1$$

$$\therefore y=x+26, y=x-6$$

151 □: $2t+2, 2t+2, 2t+2, 2t+2, -7, -2, -3$

152 $f(x)=-x^2+3x+a$ 라 하면 $f'(x)=-2x+3$

접점의 좌표를 $(t, -t^2+3t+a)$ 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기가 $f'(t)=-2t+3$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(-t^2+3t+a)=(-2t+3)(x-t)$$

$$\therefore y=(-2t+3)x+t^2+a \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

①이 $y=-x-2$ 와 일치하므로

$$-2t+3=-1, t^2+a=-2$$

$$\therefore t=2, a=-6$$

153 $f(x)=x^3+x+a$ 라 하면 $f'(x)=3x^2+1$

접점의 좌표를 (t, t^3+t+a) 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기가 $f'(t)=3t^2+1$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(t^3+t+a)=(3t^2+1)(x-t)$$

$$\therefore y=(3t^2+1)x-2t^3+a \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

①이 $y=4x+5$ 와 일치하므로

$$3t^2+1=4, -2t^3+a=5$$

$$3t^2+1=4 \text{에서 } t=-1 \text{ 또는 } t=1$$

$$a=2t^3+5 \text{에서 } t=-1 \text{일 때 } a=3, t=1 \text{일 때 } a=7$$

$$\therefore a=3 \text{ 또는 } a=7$$

154 $f(x)=x^3+2ax^2+ax-2$ 라 하면

$$f'(x)=3x^2+4ax+a$$

접점의 좌표를 (t, t^3+2at^2+at-2) 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기가 $f'(t)=3t^2+4at+a$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(t^3+2at^2+at-2)=(3t^2+4at+a)(x-t)$$

$$\therefore y=(3t^2+4at+a)x-2t^3-2at^2-2 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

①이 $y=-6x-2$ 와 일치하므로

$$3t^2+4at+a=-6 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$-2t^3-2at^2-2=-2 \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{C} \text{에서 } 2t^2(t+a)=0 \quad \therefore t=0 \text{ 또는 } t=-a$$

$$(i) t=0 \text{을 } \textcircled{B} \text{에 대입하면 } a=-6$$

$$(ii) t=-a \text{를 } \textcircled{B} \text{에 대입하면}$$

$$3a^2-4a^2+a=-6$$

$$a^2-a-6=0, (a+2)(a-3)=0$$

$$\therefore a=-2 \text{ 또는 } a=3$$

(i), (ii)에서 모든 상수 a 의 값의 합은

$$-6+(-2)+3=-5$$

155 □: $2, 2, 2, 2, -1, 1, 2, 2, 2x-5$

156 $f(x)=-x^2+2x-3$ 이라 하면 $f'(x)=-2x+2$

접점의 좌표를 $(t, -t^2+2t-3)$ 이라 하면 직선 $y=4x+1$ 과 평행한 직선의 기울기는 4이므로

$$f'(t)=-2t+2=4 \quad \therefore t=-1$$

따라서 접점의 좌표는 $(-1, -6)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y+6=4(x+1) \quad \therefore y=4x-2$$

157 $f(x)=2x^2+3x-1$ 이라 하면 $f'(x)=4x+3$

접점의 좌표를 $(t, 2t^2+3t-1)$ 이라 하면 직선 $y=x+5$ 에 수직인 직선의 기울기는 -1 이므로

$$f'(t)=4t+3=-1 \quad \therefore t=-1$$

따라서 접점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y+2=-(x+1) \quad \therefore y=-x-3$$

158 $f(x)=x^3-x+1$ 이라 하면 $f'(x)=3x^2-1$

접점의 좌표를 (t, t^3-t+1) 이라 하면 직선 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 에 수직인 직선의 기울기는 2이므로

$$f'(t)=3t^2-1=2, t^2=1$$

$$\therefore t=-1 \text{ 또는 } t=1$$

따라서 접점의 좌표는 $(-1, 1), (1, 1)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은 $y-1=2(x+1), y-1=2(x-1)$

$$\therefore y=2x+3, y=2x-1$$

159 □: $0, 0, 0, 2, 0, 4x-4$

160 $f(x)=-x^2+3$ 이라 하면 $f'(x)=-2x$

접점의 좌표를 $(t, -t^2+3)$ 이라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는 $f'(t)=-2t$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(-t^2+3)=-2t(x-t)$$

$$\therefore y=-2tx+t^2+3 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

이 직선이 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

$$0=-4t+t^2+3, t^2-4t+3=0$$

$$(t-1)(t-3)=0 \quad \therefore t=1 \text{ 또는 } t=3$$

이 값을 ①에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y=-2x+4, y=-6x+12$$

161 $f(x)=x^2-2x$ 라 하면 $f'(x)=2x-2$

접점의 좌표를 (t, t^2-2t) 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는 $f'(t)=2t-2$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(t^2-2t)=(2t-2)(x-t)$$

$$\therefore y=(2t-2)x-t^2 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

이 직선이 점 $(-1, 2)$ 를 지나므로

$$2=-2t+2-t^2, t^2+2t=0$$

$$t(t+2)=0 \quad \therefore t=0 \text{ 또는 } t=-2$$

이 값을 ①에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y=-2x, y=-6x-4$$

162 $f(x)=x^3$ 이라 하면 $f'(x)=3x^2$
 접점의 좌표를 (t, t^3) 이라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는
 $f'(t)=3t^2$ 이므로 접선의 방정식은
 $y-t^3=3t^2(x-t) \quad \therefore y=3t^2x-2t^3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 직선이 점 $(0, -\frac{1}{4})$ 을 지나므로
 $-\frac{1}{4}=-2t^3, t^3=-\frac{1}{8}=0$
 $(t-\frac{1}{2})(t^2+\frac{1}{2}t+\frac{1}{4})=0 \quad \therefore t=\frac{1}{2} (\because t^2+\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}>0)$
 이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은
 $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$

163 $f(x)=x^3-3x+4$ 라 하면 $f'(x)=3x^2-3$
 접점의 좌표를 (t, t^3-3t+4) 라 하면 이 점에서의 접선의 기울
 기는 $f'(t)=3t^2-3$ 이므로 접선의 방정식은
 $y-(t^3-3t+4)=(3t^2-3)(x-t)$
 $\therefore y=(3t^2-3)x-2t^3+4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 직선이 점 $(2, -2)$ 를 지나므로
 $-2=6t^2-6-2t^3+4, 2t^3-6t^2=0$
 $2t^2(t-3)=0 \quad \therefore t=0 \text{ 또는 } t=3$
 이 값을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은
 $y=-3x+4, y=24x-50$

164 $f(x)=-x^3+x$ 라 하면 $f'(x)=-3x^2+1$
 접점의 좌표를 $(t, -t^3+t)$ 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기
 는 $f'(t)=-3t^2+1$ 이므로 접선의 방정식은
 $y-(-t^3+t)=(-3t^2+1)(x-t)$
 $\therefore y=(-3t^2+1)x+2t^3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 직선이 점 $(2, 2)$ 를 지나므로
 $2=-6t^2+2+2t^3, 2t^3-6t^2=0$
 $2t^2(t-3)=0 \quad \therefore t=0 \text{ 또는 } t=3$
 이 값을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은
 $y=x, y=-26x+54$

165 $f(x)=x^3-x+5$ 라 하면 $f'(x)=3x^2-1$
 접점의 좌표를 (t, t^3-t+5) 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는
 $f'(t)=3t^2-1$ 이므로 접선의 방정식은
 $y-(t^3-t+5)=(3t^2-1)(x-t)$
 $\therefore y=(3t^2-1)x-2t^3+5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 직선이 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3=-2t^3+5, t^3=1$
 $(t-1)(t^2+t+1)=0 \quad \therefore t=1 (\because t^2+t+1>0)$
 이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은
 $y=2x+3$

166 $\square: 0, 2x, 2c, 0$

167 함수 $f(x)=-x^2+2x$ 는 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 연속이고 열린구
 간 $(0, 2)$ 에서 미분가능하다.
 또 $f(0)=f(2)=0$ 이므로 롤의 정리에 의하여 $f'(c)=0$ 인 c 가
 열린구간 $(0, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.
 이때 $f'(x)=-2x+2$ 이므로 $f'(c)=0$ 에서
 $-2c+2=0 \quad \therefore c=1$

168 함수 $f(x)=x^3-3x$ 는 닫힌구간 $[0, \sqrt{3}]$ 에서 연속이고 열린구
 간 $(0, \sqrt{3})$ 에서 미분가능하다.
 또 $f(0)=f(\sqrt{3})=0$ 이므로 롤의 정리에 의하여 $f'(c)=0$ 인 c
 가 열린구간 $(0, \sqrt{3})$ 에 적어도 하나 존재한다.
 이때 $f'(x)=3x^2-3$ 이므로 $f'(c)=0$ 에서
 $3c^2-3=0, 3(c+1)(c-1)=0$
 $\therefore c=1 (\because 0<c<\sqrt{3})$

169 $\square: 3, -1, 2, 2$

170 함수 $f(x)=x^2-x+2$ 는 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 연속이고 열린
 구간 $(-1, 3)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여
 $\frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=f'(c)$
 인 c 가 열린구간 $(-1, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.
 이때 $f(-1)=4, f(3)=8$ 이고 $f'(x)=2x-1$ 이므로
 $\frac{8-4}{3-(-1)}=2c-1, 1=2c-1 \quad \therefore c=1$

171 함수 $f(x)=x^3-6x$ 는 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 연속이고 열린구간
 $(0, 3)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여
 $\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=f'(c)$
 인 c 가 열린구간 $(0, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.
 이때 $f(0)=0, f(3)=9$ 이고 $f'(x)=3x^2-6$ 이므로
 $\frac{9-0}{3-0}=3c^2-6, 3=3c^2-6, c^2=3$
 $\therefore c=\sqrt{3} (\because 0<c<3)$

연산문제로 실전 능력 다지기

56쪽 ~ 57쪽

172 $f(x)=x^2-x+1$ 이라 하면 $f'(x)=2x-1$
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(2)=4-1=3$
 따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y-3=3(x-2) \quad \therefore y=3x-3$

173 $f(x)=-2x^2+3x+1$ 이라 하면 $f'(x)=-4x+3$

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(1) = -4 + 3 = -1$
 따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y - 2 = -(x - 1) \quad \therefore y = -x + 3$

174 $f(x) = x^3 - x + 2$ 라 하면 $f'(x) = 3x^2 - 1$
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(-1) = 3 - 1 = 2$
 따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y - 2 = 2(x + 1) \quad \therefore y = 2x + 4$

175 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ 이라 하면 $f'(x) = 3x^2 - 6x$
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 1)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(3) = 27 - 18 = 9$
 따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y - 1 = 9(x - 3) \quad \therefore y = 9x - 26$

176 $f(x) = x^2 - x + 2$ 라 하면 $f'(x) = 2x - 1$
 접점의 좌표를 $(t, t^2 - t + 2)$ 라 하면 접선의 기울기가 3이므로
 $f'(t) = 2t - 1 = 3 \quad \therefore t = 2$
 따라서 접점의 좌표는 $(2, 4)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - 4 = 3(x - 2) \quad \therefore y = 3x - 2$

177 $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ 라 하면 $f'(x) = 4x - 3$
 접점의 좌표를 $(t, 2t^2 - 3t + 2)$ 라 하면 접선의 기울기가 1이므로
 $f'(t) = 4t - 3 = 1 \quad \therefore t = 1$
 따라서 접점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - 1 = x - 1 \quad \therefore y = x$

178 $f(x) = -x^3 + x + 2$ 라 하면 $f'(x) = -3x^2 + 1$
 접점의 좌표를 $(t, -t^3 + t + 2)$ 라 하면 접선의 기울기가 -2이므로
 $f'(t) = -3t^2 + 1 = -2, t^2 = 1$
 $\therefore t = -1$ 또는 $t = 1$
 따라서 접점의 좌표는 $(-1, 2), (1, 2)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y - 2 = -2(x + 1), y - 2 = -2(x - 1)$
 $\therefore y = -2x, y = -2x + 4$

179 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 1$ 이라 하면 $f'(x) = 3x^2 - 4x$
 접점의 좌표를 $(t, t^3 - 2t^2 - 1)$ 이라 하면 접선의 기울기가 -1이므로
 $f'(t) = 3t^2 - 4t = -1, 3t^2 - 4t + 1 = 0$
 $(3t - 1)(t - 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{1}{3}$ 또는 $t = 1$
 따라서 접점의 좌표는 $(\frac{1}{3}, -\frac{32}{27}), (1, -2)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y + \frac{32}{27} = -(x - \frac{1}{3}), y + 2 = -(x - 1)$

$$\therefore y = -x - \frac{23}{27}, y = -x - 1$$

180 $f(x) = x^2 + ax + b$ 라 하면 $f'(x) = 2x + a$
 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로
 $f(1) = 2$ 에서 $1 + a + b = 2$
 $\therefore a + b = 1$ ㉠
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는 -2이므로
 $f'(1) = 2 + a = -2 \quad \therefore a = -4$
 $a = -4$ 를 ㉠에 대입하면 $-4 + b = 1 \quad \therefore b = 5$
 $\therefore ab = (-4) \times 5 = -20$

181 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ 라 하면 $f'(x) = 3x^2 + 2ax$
 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $f(-1) = 3$ 에서 $-1 + a + b = 3$
 $\therefore a + b = 4$ ㉠
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, 3)$ 에서의 접선의 기울기는 1이므로
 $f'(-1) = 3 - 2a = 1 \quad \therefore a = 1$
 $a = 1$ 을 ㉠에 대입하면 $1 + b = 4 \quad \therefore b = 3$
 $\therefore ab = 1 \times 3 = 3$

182 $f(x) = x^3 - 2ax + a$ 라 하면 $f'(x) = 3x^2 - 2a$
 접점의 좌표를 $(t, t^3 - 2at + a)$ 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기가 $f'(t) = 3t^2 - 2a$ 이므로 접선의 방정식은
 $y - (t^3 - 2at + a) = (3t^2 - 2a)(x - t)$
 $\therefore y = (3t^2 - 2a)x - 2t^3 + a$ ㉠
 ㉠이 $y = -3x + 1$ 과 일치하므로
 $3t^2 - 2a = -3$ ㉡
 $-2t^3 + a = 1$ ㉢
 ㉡에서 $a = 2t^3 + 1$ 을 ㉢에 대입하면
 $3t^2 - 2(2t^3 + 1) = -3$
 $4t^3 - 3t^2 - 1 = 0, (t - 1)(4t^2 + t + 1) = 0$
 $\therefore t = 1 (\because 4t^2 + t + 1 > 0)$
 $t = 1$ 을 ㉢에 대입하면 $-2 + a = 1 \quad \therefore a = 3$

183 $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ 이라 하면 $f'(x) = -4x + 3$
 접점의 좌표를 $(t, -2t^2 + 3t - 1)$ 이라 하면 직선 $y = x + 2$ 와 평행한 직선의 기울기는 1이므로
 $f'(t) = -4t + 3 = 1 \quad \therefore t = \frac{1}{2}$
 따라서 접점의 좌표는 $(\frac{1}{2}, 0)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $y = x - \frac{1}{2}$

184 $f(x) = -x^3 + 2x + 1$ 이라 하면 $f'(x) = -3x^2 + 2$
 접점의 좌표를 $(t, -t^3 + 2t + 1)$ 이라 하면 직선 $y = -x + 4$ 와 평행한 직선의 기울기는 -1이므로
 $f'(t) = -3t^2 + 2 = -1, t^2 = 1$
 $\therefore t = -1$ 또는 $t = 1$

따라서 접점의 좌표는 $(-1, 0)$, $(1, 2)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y = -(x+1), y-2 = -(x-1)$$

$$\therefore y = -x-1, y = -x+3$$

185 $f(x) = -x^2 + 3x - 1$ 이라 하면 $f'(x) = -2x + 3$

접점의 좌표를 $(t, -t^2 + 3t - 1)$ 이라 하면 직선 $y = x - 2$ 에 수직인 직선의 기울기는 -1 이므로

$$f'(t) = -2t + 3 = -1 \quad \therefore t = 2$$

따라서 접점의 좌표는 $(2, 1)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y - 1 = -(x - 2) \quad \therefore y = -x + 3$$

186 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 이라 하면 $f'(x) = -2x + 2$

접점의 좌표를 $(t, -t^2 + 2t + 1)$ 이라 하면 직선 $y = -\frac{1}{4}x + 3$ 에

수직인 직선의 기울기는 4 이므로

$$f'(t) = -2t + 2 = 4 \quad \therefore t = -1$$

따라서 접점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y + 2 = 4(x + 1) \quad \therefore y = 4x + 2$$

187 $f(x) = 2x^2 + x$ 라 하면 $f'(x) = 4x + 1$

접점의 좌표를 $(t, 2t^2 + t)$ 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는

$$f'(t) = 4t + 1 \text{이므로 접선의 방정식은}$$

$$y - (2t^2 + t) = (4t + 1)(x - t)$$

$$\therefore y = (4t + 1)x - 2t^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 = 4t + 1 - 2t^2, 2t^2 - 4t = 0$$

$$2t(t - 2) = 0 \quad \therefore t = 0 \text{ 또는 } t = 2$$

이 값을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y = x, y = 9x - 8$$

188 $f(x) = -x^2 + x - 2$ 라 하면 $f'(x) = -2x + 1$

접점의 좌표를 $(t, -t^2 + t - 2)$ 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는 $f'(t) = -2t + 1$ 이므로 접선의 방정식은

$$y - (-t^2 + t - 2) = (-2t + 1)(x - t)$$

$$\therefore y = (-2t + 1)x + t^2 - 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 = t^2 - 2, t^2 = 4 \quad \therefore t = -2 \text{ 또는 } t = 2$$

이 값을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y = 5x + 2, y = -3x + 2$$

189 $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ 이라 하면 $f'(x) = 3x^2 - 2x$

접점의 좌표를 $(t, t^3 - t^2 + 1)$ 이라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는 $f'(t) = 3t^2 - 2t$ 이므로 접선의 방정식은

$$y - (t^3 - t^2 + 1) = (3t^2 - 2t)(x - t)$$

$$\therefore y = (3t^2 - 2t)x - 2t^3 + t^2 + 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -2t^3 + t^2 + 1, 2t^3 - t^2 - 1 = 0$$

$$(t - 1)(2t^2 + t + 1) = 0 \quad \therefore t = 1 (\because 2t^2 + t + 1 > 0)$$

$t = 1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y = x$$

190 함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 은 닫힌구간 $[-2, 0]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-2, 0)$ 에서 미분가능하다.

또 $f(-2) = f(0) = -3$ 이므로 롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(-2, 0)$ 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f'(x) = 2x + 2$ 이므로 $f'(c) = 0$ 에서

$$2c + 2 = 0 \quad \therefore c = -1$$

191 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 는 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 미분가능하다.

또 $f(-1) = f(2) = 0$ 이므로 롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(-1, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f'(x) = 3x^2 - 6x$ 이므로 $f'(c) = 0$ 에서

$$3c^2 - 6c = 0, 3c(c - 2) = 0$$

$$\therefore c = 0 (\because -1 < c < 2)$$

192 함수 $f(x) = x^2 - 3x + 1$ 은 닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 연속이고 열린구간 $(1, 4)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(1, 4)$ 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f(1) = -1, f(4) = 5$ 이고 $f'(x) = 2x - 3$ 이므로

$$\frac{5 - (-1)}{4 - 1} = 2c - 3, 2 = 2c - 3$$

$$\therefore c = \frac{5}{2}$$

193 함수 $f(x) = -2x^2 - 5x + 1$ 은 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-2, 2)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(-2, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f(-2) = 3, f(2) = -17$ 이고 $f'(x) = -4x - 5$ 이므로

$$\frac{-17 - 3}{2 - (-2)} = -4c - 5, -5 = -4c - 5$$

$$\therefore c = 0$$

194 함수 $f(x) = x^3 - x$ 는 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, 3)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(0, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.

이때 $f(0) = 0, f(3) = 24$ 이고 $f'(x) = 3x^2 - 1$ 이므로

$$\frac{24 - 0}{3 - 0} = 3c^2 - 1, 8 = 3c^2 - 1, c^2 = 3$$

$$\therefore c = \sqrt{3} (\because 0 < c < 3)$$

195 증가

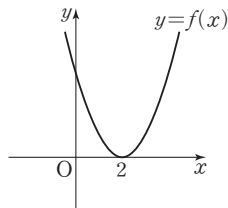
196 감소

197 감소

198 □: <, <, 증가

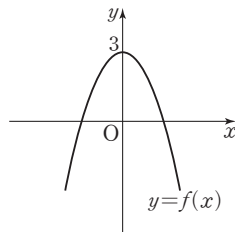
199 $x_1 < x_2 < 2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= (x_1 - 2)^2 - (x_2 - 2)^2 \\ &= x_1^2 - 4x_1 - x_2^2 + 4x_2 \\ &= (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 4) > 0 \\ \text{이므로 } f(x_1) &> f(x_2) \\ \text{따라서 함수 } f(x) &= (x - 2)^2 \text{은 열린} \\ \text{구간 } (-\infty, 2) &\text{에서 감소한다.} \end{aligned}$$



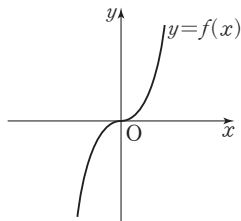
200 $0 < x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= (-2x_1^2 + 3) - (-2x_2^2 + 3) \\ &= -2(x_1^2 - x_2^2) \\ &= -2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) > 0 \\ \text{이므로 } f(x_1) &> f(x_2) \\ \text{따라서 함수 } f(x) &= -2x^2 + 3 \text{은 열} \\ \text{린구간 } (0, \infty) &\text{에서 감소한다.} \end{aligned}$$



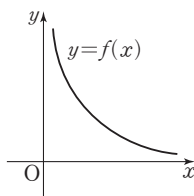
201 $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= x_1^3 - x_2^3 \\ &= (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) < 0 \\ \text{이므로 } f(x_1) &< f(x_2) \\ \text{따라서 함수 } f(x) &= x^3 \text{은 구간} \\ [0, \infty) &\text{에서 증가한다.} \end{aligned}$$



202 $0 < x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \\ &= \frac{x_2 - x_1}{x_1x_2} > 0 \\ \text{이므로 } f(x_1) &> f(x_2) \\ \text{따라서 함수 } f(x) &= \frac{1}{x} \text{은 열린구간} \\ (0, \infty) &\text{에서 감소한다.} \end{aligned}$$



203 □: 감소, 증가

204 $f(x) = -3x^2 - 6x + 2$ 에서 $f'(x) = -6x - 6$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	5	↘

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 증가하고, 구간 $[-1, \infty)$ 에서 감소한다.

205 $f(x) = x^3 - 3x + 2$ 에서 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1]$, $[1, \infty)$ 에서 증가하고, 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소한다.

206 $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 2$ 에서

$$f'(x) = -3x^2 - 6x + 9 = -3(x+3)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	-25	↗	7	↘

따라서 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-3, 1]$ 에서 증가하고, 구간 $(-\infty, -3]$, $[1, \infty)$ 에서 감소한다.

207 □: $\geq, \leq, \leq, 0 \leq a \leq 3$

208 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2ax^2 + 8ax + 5$ 에서

$$f'(x) = x^2 + 4ax + 8a$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4a^2 - 8a \leq 0, 4a(a-2) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2$$

209 $f(x) = 2x^3 - ax^2 + ax + 3$ 에서

$$f'(x) = 6x^2 - 2ax + a$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 6a \leq 0, a(a-6) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 6$$

210 $f(x) = -x^3 + ax^2 + 2ax + 5$ 에서
 $f'(x) = -3x^2 + 2ax + 2a$
 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 + 6a \leq 0, a(a+6) \leq 0$$

$$\therefore -6 \leq a \leq 0$$

211 $f(x) = -x^3 + ax^2 - ax$ 에서
 $f'(x) = -3x^2 + 2ax - a$
 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3a \leq 0, a(a-3) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 3$$

212 r, t

213 q, s, u

214 $-2, 0$

215 $-3, -1, 2$

216 □: 극대, 극댓, 극소, 극솟

217 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	-2 극대	↘	-6 극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=0$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(0) = -2$

$x=2$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(2) = -6$

218 $f(x) = -x^3 + 12x + 3$ 에서
 $f'(x) = -3x^2 + 12 = -3(x+2)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	-13 극소	↗	19 극대	↘

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=2$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(2) = 19$

$x=-2$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(-2) = -13$

219 □: 3, 2, 2

220 $f(x) = x^4 - 4x + 5$ 에서
 $f'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2 + x + 1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	2 극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(1) = 2$, 극댓값은 없다.

221 $f(x) = -x^4 + 2x^3 - 2x + 3$ 에서
 $f'(x) = -4x^3 + 6x^2 - 2 = -2(x-1)^2(2x+1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\frac{1}{2}$	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	↗	$\frac{59}{16}$ 극대	↘	2	↘

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때 극대이고, 극댓값은

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{59}{16}, \text{ 극솟값은 없다.}$$

222 $f(x) = -3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 24x + 3$ 에서
 $f'(x) = -12x^3 + 24x^2 + 12x - 24$
 $= -12(x+1)(x-1)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	↗	22 극대	↘	-10 극소	↗	-5 극대	↘

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x = -1$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(-1) = 22$

$x = 2$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(2) = -5$

$x = 1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(1) = -10$

223 □: 0, -3, -2, -3, -3, -3, -3, 0

224 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 에서 $f'(x) = 4x^3 + 2ax$
 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극솟값 7을 가지므로
 $f'(-1) = 0, f(-1) = 7$

$$f'(-1)=0 \text{에서 } -4-2a=0 \quad \therefore a=-2$$

$$f(-1)=7 \text{에서 } 1+a+b=7$$

$$\therefore a+b=6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a=-2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } -2+b=6 \quad \therefore b=8$$

225 $f(x)=x^3+ax^2+b$ 에서 $f'(x)=3x^2+2ax$
함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 극솟값 3을 가지므로
 $f'(1)=0, f(1)=3$

$$f'(1)=0 \text{에서 } 3+2a+b=0 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$$

$$f(1)=3 \text{에서 } 1+a+b=3 \quad \therefore a+b=2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a=-\frac{3}{2} \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } -\frac{3}{2}+b=2$$

$$\therefore b=\frac{7}{2}$$

226 $f(x)=ax^3+bx^2+3x+5$ 에서 $f'(x)=3ax^2+2bx+3$
함수 $f(x)$ 가 $x=-3$ 에서 극솟값, $x=1$ 에서 극댓값을 가지므로
 $f'(-3)=0, f'(1)=0$

$$f'(-3)=0 \text{에서 } 27a-6b+3=0 \quad \therefore 9a-2b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$f'(1)=0 \text{에서 } 3a+2b+3=0 \quad \therefore 3a+2b=-3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=-\frac{1}{3}, b=-1$$

227 □: $-3, 1, -3, -3, 1, 4, 3, 4, 4, 4$

228 $f(x)=x^3+ax^2+bx+2$ 에서 $f'(x)=3x^2+2ax+b$
함수 $f(x)$ 가 $x=3$ 에서 극솟값 2를 가지므로
 $f'(3)=0, f(3)=2$

$$f'(3)=0 \text{에서 } 27+6a+b=0 \quad \therefore 6a+b=-27 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(3)=2 \text{에서 } 27+9a+3b+2=2 \quad \therefore 3a+b=-9 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=-6, b=9$$

$$\text{즉 } f(x)=x^3-6x^2+9x+2 \text{이므로}$$

$$f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=3$$

$$\text{함수 } f(x) \text{의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.}$$

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	6 극대	$\searrow$	2 극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(1)=6$

229 $f(x)=-2x^3+ax^2+b$ 에서 $f'(x)=-6x^2+2ax$
함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 극댓값 5를 가지므로
 $f'(1)=0, f(1)=5$

$$f'(1)=0 \text{에서 } -6+2a=0 \quad \therefore a=3$$

$$f(1)=5 \text{에서 } -2+a+b=5 \quad \therefore a+b=7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a=3 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } 3+b=7$$

$$\therefore b=4$$

$$\text{즉 } f(x)=-2x^3+3x^2+4 \text{이므로}$$

$$f'(x)=-6x^2+6x=-6x(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=1$$

$$\text{함수 } f(x) \text{의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.}$$

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	4 극소	$\nearrow$	5 극대	$\searrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(0)=4$

230 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 에서 $f'(x)=3x^2+2ax+b$
함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 극댓값 7을 갖고, $x=1$ 에서 극솟값을 가지므로 $f'(0)=0, f'(1)=0, f(0)=7$

$$f'(0)=0 \text{에서 } b=0$$

$$f'(1)=0 \text{에서 } 3+2a+b=0 \quad \therefore 2a+b=-3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(0)=7 \text{에서 } c=7$$

$$b=0 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } 2a=-3 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$$

$$\text{즉 } f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2+7 \text{이므로}$$

$$f'(x)=3x^2-3x=3x(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=1$$

$$\text{함수 } f(x) \text{의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.}$$

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	7 극대	$\searrow$	$\frac{13}{2}$ 극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(1)=\frac{13}{2}$

231 □: 서로 다른 두 실근, $>, >, -3, 3$

232 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+ax^2-4x+5$ 에서
 $f'(x)=-x^2+2ax-4$
삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-4>0, (a+2)(a-2)>0$$

$$\therefore a<-2 \text{ 또는 } a>2$$

233 $f(x)=x^3-ax^2+12x+7$ 에서
 $f'(x)=3x^2-2ax+12$
삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-36>0, (a+6)(a-6)>0$$

$$\therefore a<-6 \text{ 또는 } a>6$$

234 $f(x) = x^3 + ax^2 + \frac{1}{3}x$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + \frac{1}{3}$$

삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 1 > 0, (a+1)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -1 \text{ 또는 } a > 1$$

235 $\square$: 중근 또는 허근, $\leq, \leq, -6 \leq a \leq 6$

236 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2ax^2 - 4x + 1$ 에서

$$f'(x) = -x^2 + 4ax - 4$$

삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x) = 0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4a^2 - 4 \leq 0, 4(a+1)(a-1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 1$$

237 $f(x) = -x^3 + ax^2 - 3x + 5$ 에서

$$f'(x) = -3x^2 + 2ax - 3$$

삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x) = 0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 9 \leq 0, (a+3)(a-3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 3$$

238 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3x - 5$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 6ax + 3$$

삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x) = 0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 9a^2 - 9 \leq 0, 9(a+1)(a-1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 1$$

239 $\square$: $-1, 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1$

240 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4$ 에서

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	4 극소	$\nearrow$	8 극대	$\searrow$

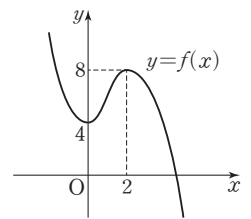
즉 함수 $f(x)$ 는

$x=2$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(2)=8$

$x=0$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(0)=4$

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.



241 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	3 극대	$\searrow$	-29 극소	$\nearrow$

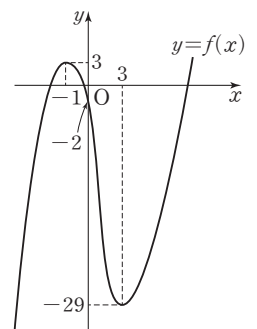
즉 함수 $f(x)$ 는

$x=-1$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(-1)=3$

$x=3$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(3)=-29$

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.



242 $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3$ 에서

$$f'(x) = 12x^2 - 12x = 12x(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	3 극대	$\searrow$	1 극소	$\nearrow$

즉 함수 $f(x)$ 는

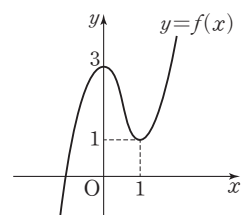
$x=0$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(0)=3$

$x=1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(1)=1$

$x=1$ 에서 극솟값 1을 갖는다.

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.



243 $\square$: $-1, 0, 1, 2, 1$

244 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ 에서

$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x+1)(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$	1 극대	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$

즉 함수 $f(x)$ 는

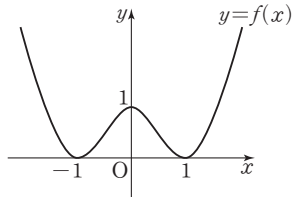
$x=0$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(0)=1$

$x=-1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(-1)=0$

$x=1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(1)=0$

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래

프는 오른쪽과 같다.



245 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$ 에서

$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x-1)$

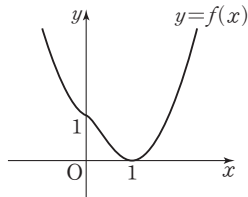
$f'(x) = 0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	1	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$

즉 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으므로 $x=0$ 에서 극값을 갖지 않고, $x=1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(1)=0$

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽과 같다.



246 $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 1$ 에서

$f'(x) = -2x^3 + 6x^2 - 4x = -2x(x-1)(x-2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	1 극대	$\searrow$	$\frac{1}{2}$ 극소	$\nearrow$	1 극대	$\searrow$

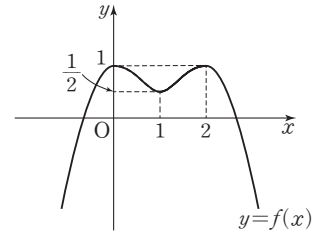
즉 함수 $f(x)$ 는

$x=0$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(0)=1$

$x=2$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(2)=1$

$x=1$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(1)=\frac{1}{2}$

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽과 같다.



247 $f'(x) > 0$ 인 x 의 값의 범위는 $-4 < x < -1$

248 $f'(x)$ 의 부호가 음(-)에서 양(+)으로 바뀌는 x 의 값은 $x = -4$

249 $f'(x)$ 의 부호가 양(+)에서 음(-)으로 바뀌는 x 의 값은 $x = -1$

250 열린구간 $(-3, 1)$ 에서 $f'(x) > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다.

251 $x=2$ 에서 $f'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으므로 $x=2$ 에서 극값을 갖지 않는다.

252 $x=1$ 에서 $f'(x)$ 의 부호가 양(+)에서 음(-)으로 바뀌므로 $x=1$ 에서 극댓값을 갖는다.
따라서 함수 $f(x)$ 는 열린구간 $(0, 3)$ 에서 극댓값을 갖는다.

253 열린구간 $(3, \infty)$ 에서 $f'(x) > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다.

연산문제로 실전 능력 다지기

65쪽 ~ 66쪽

254 $f(x) = x^2 - 3x + 7$ 에서 $f'(x) = 2x - 3$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = \frac{3}{2}$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$\frac{3}{2}$	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	$\frac{19}{4}$	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, \frac{3}{2})$ 에서 감소하고, 구간 $(\frac{3}{2}, \infty)$ 에서 증가한다.

255 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 3$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	7	↘	-25	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1]$, $[3, \infty)$ 에서 증가하고, 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 감소한다.

256 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 5$ 에서

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	5	↗	9	↘

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, 0]$, $[2, \infty)$ 에서 감소하고, 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 증가한다.

257 $f(x) = x^3 - ax^2 + 2ax + 5$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 2ax + 2a$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 6a \leq 0, a(a-6) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 6$$

258 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + ax - 5$ 에서

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax + a$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 6a \leq 0, a(a-6) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 6$$

259 $f(x) = -x^3 + ax^2 + ax$ 에서

$$f'(x) = -3x^2 + 2ax + a$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 + 3a \leq 0, a(a+3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 0$$

260 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 + ax + 1$ 에서

$$f'(x) = -x^2 + 2ax + a$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 0$ 이어야 한다.

즉 이차방정식 $f'(x)$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 + a \leq 0, a(a+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 0$$

261 $f(x) = x^3 - 12x + 2$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x+2)(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	18 극대	↘	-14 극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x = -2$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(-2) = 18$

$x = 2$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(2) = -14$

262 $f(x) = x^4 - 8x^2 + 2$ 에서

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x+2)(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	0	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘	-14 극소	↗	2 극대	↘	-14 극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x = 0$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(0) = 2$

$x = -2$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(-2) = -14$

$x = 2$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(2) = -14$

263 $f(x) = x^4 + 2x^2 - 5$ 에서

$$f'(x) = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	-5 극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = 0$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(0) = -5$, 극댓값은 없다.

264 $f(x) = x^3 + ax + b$ 에서 $f'(x) = 3x^2 + a$

함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극댓값 3을 가지므로

$$f'(-1) = 0, f(-1) = 3$$

$$f'(-1) = 0 \text{에서 } 3 + a = 0 \quad \therefore a = -3$$

$$f(-1) = 3 \text{에서 } -1 - a + b = 3 \quad \therefore a - b = -4 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$a = -3 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } -3 - b = -4$$

$$\therefore b = 1$$

265 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ 에서 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 극댓값, $x=1$ 에서 극솟값을 가지므로
 $f'(0)=0$, $f'(1)=0$
 $f'(0)=0$ 에서 $b=0$
 $f'(1)=0$ 에서 $3+2a+b=0 \quad \therefore 2a+b=-3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $b=0$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $2a=-3$
 $\therefore a=-\frac{3}{2}$
 즉 $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5$ 이므로 함수 $f(x)$ 의
 극댓값은 $f(0)=5$
 극솟값은 $f(1)=\frac{9}{2}$

266 $f(x) = x^3 + ax + b$ 에서 $f'(x) = 3x^2 + a$
 함수 $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 극솟값 -1 을 가지므로
 $f'(2)=0$, $f(2)=-1$
 $f'(2)=0$ 에서 $12+a=0 \quad \therefore a=-12$
 $f(2)=-1$ 에서 $8+2a+b=-1 \quad \therefore 2a+b=-9 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $a=-12$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $-24+b=-9$
 $\therefore b=15$
 즉 $f(x) = x^3 - 12x + 15$ 이므로
 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x+2)(x-2)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-2$ 또는 $x=2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	31 극대	$\searrow$	-1 극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2$ 일 때 극대이고, 극댓값은 $f(-2)=31$

267 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 3$ 에서 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 극댓값 1 을 가지므로
 $f'(1)=0$, $f(1)=1$
 $f'(1)=0$ 에서 $3+2a+b=0 \quad \therefore 2a+b=-3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $f(1)=1$ 에서 $a+b-2=1 \quad \therefore a+b=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-6$, $b=9$
 즉 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ 이므로
 $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=3$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	1 극대	$\searrow$	-3 극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 일 때 극소이고, 극솟값 m 은 $m=f(3)=-3$
 $\therefore a+b+m=-6+9+(-3)=0$

268 $f(x) = 3x^3 + (a+2)x^2 + ax + 1$ 에서
 $f'(x) = 9x^2 + 2(a+2)x + a$
 함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 서로 다른
 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D
 라 하면
 $\frac{D}{4} = (a+2)^2 - 9a > 0$, $a^2 - 5a + 4 > 0$
 $(a-1)(a-4) > 0 \quad \therefore a < 1$ 또는 $a > 4$

269 $f(x) = -x^3 + ax^2 - 3x + 2$ 에서
 $f'(x) = -3x^2 + 2ax - 3$
 함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 서로 다른
 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D
 라 하면
 $\frac{D}{4} = a^2 - 9 > 0$, $(a+3)(a-3) > 0$
 $\therefore a < -3$ 또는 $a > 3$

270 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 - 4x + 5$ 에서
 $f'(x) = -x^2 + 2ax - 4$
 함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 서로 다
 른 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을
 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$, $(a+2)(a-2) > 0$
 $\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$

271 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 2$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + 3$
 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 중
 근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식
 을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = a^2 - 9 \leq 0$, $(a+3)(a-3) \leq 0$
 $\therefore -3 \leq a \leq 3$

272 $f(x) = x^3 + ax^2 + ax + 2$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + a$
 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 중
 근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식
 을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = a^2 - 3a \leq 0$, $a(a-3) \leq 0$
 $\therefore 0 \leq a \leq 3$

273 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2ax^2 - x + 7$ 에서
 $f'(x) = -x^2 + 4ax - 1$

함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4a^2 - 1 \leq 0, (2a+1)(2a-1) \leq 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$$

274 $f(x) = -x^3 + 2ax^2 - 3x + 5$ 에서

$$f'(x) = -3x^2 + 4ax - 3$$

함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4a^2 - 9 \leq 0, (2a+3)(2a-3) \leq 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$$

275 열린구간 $(-3, -2)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 열린구간 $(-3, 0)$ 에서 증가하지 않는다.

276 열린구간 $(0, 1)$ 에서 $f'(x) > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 열린구간 $(0, 2)$ 에서 감소하지 않는다.

277 $x=1$ 에서 $f'(x)$ 의 부호가 양(+)에서 음(-)으로 바뀌므로 $x=1$ 에서 극대이다.

278 $x=2$ 에서 $f'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으므로 $x=2$ 에서 극값을 갖지 않는다.

4 도함수의 활용

67쪽 ~ 76쪽

279 □: 7, 5, 9, 2, 9, 1, 5

280 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ 에서

$$f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=2 \quad (\because 1 \leq x \leq 4)$$

닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	2	...	4
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	3	↗	5 극대	↘	-15

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(2)=5$

$x=4$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(4)=-15$

281 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	-1	...	3
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	3	↗	10 극대	↘	-22

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=-1$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(-1)=10$

$x=3$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(3)=-22$

282 □: $a-40, a, a-8, a, a-40, 0, -40$

283 $f(x) = -ax^3 + 3x^2$ 에서

$$f'(x) = -3ax^2 + 6x = -3x(ax-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=\frac{2}{a}$$

$a > 1$ 이므로 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	$\frac{2}{a}$	...	2
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	0	↗	$\frac{4}{a^2}$ 극대	↘	$12-8a$

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=\frac{2}{a}$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f\left(\frac{2}{a}\right)=\frac{4}{a^2}$

$x=2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(2)=12-8a$

즉 $12-8a=-4$ 이므로 $a=2$ 이고 최댓값은 $\frac{4}{a^2}=1$

284 $f(x) = x^3 + 3x^2 + a$ 에서

$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 0$

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...	2
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	$a+4$	$\searrow$	a 극소	$\nearrow$	$a+20$

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(2) = a+20$

$x=0$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(0) = a$

즉 $a = -5$ 이고 최댓값은 $a+20 = 15$

285 $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + a$ 에서

$f'(x) = 3x^2 + 12x - 15 = 3(x+5)(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ ($\because -1 \leq x \leq 2$)

닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	...	1	...	2
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$a+20$	$\searrow$	$a-8$ 극소	$\nearrow$	$a+2$

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x=-1$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(-1) = a+20$

$x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(1) = a-8$

즉 $a+20=24$ 이므로 $a=4$ 이고 최솟값은 $a-8 = -4$

286 □: 2, 32, 32, 32

287 $A(a, 9-a^2)$ 이라 하면 $0 < a < 3$

이때 $\overline{AB} = 2a$, $\overline{AD} = 9-a^2$ 이므로 직사각형 ABCD의 넓이를 $f(a)$ 라 하면

$f(a) = 2a(9-a^2) = -2a^3 + 18a$

$f'(a) = -6a^2 + 18 = -6(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})$

$f'(a) = 0$ 에서 $a = \sqrt{3}$ ($\because 0 < a < 3$)

열린구간 $(0, 3)$ 에서 함수 $f(a)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

a	0	...	$\sqrt{3}$	...	3
$f'(a)$		+	0	-	
$f(a)$		$\nearrow$	$12\sqrt{3}$ 극대	$\searrow$	

함수 $f(a)$ 는 $a = \sqrt{3}$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}$

따라서 직사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $12\sqrt{3}$ 이다.

288 $C(a, 6a-a^2)$ 이라 하면 $0 < a < 3$

이때 $\overline{CB} = 6-2a$, $\overline{OA} = 6$ 이므로 사다리꼴 OABC의 넓이를 $f(a)$ 라 하면

$f(a) = \frac{1}{2}(6+6-2a) \times (6a-a^2) = a^3 - 12a^2 + 36a$

$f'(a) = 3a^2 - 24a + 36 = 3(a-2)(a-6)$

$f'(a) = 0$ 에서 $a = 2$ ($\because 0 < a < 3$)

열린구간 $(0, 3)$ 에서 함수 $f(a)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

a	0	...	2	...	3
$f'(a)$		+	0	-	
$f(a)$		$\nearrow$	32 극대	$\searrow$	

함수 $f(a)$ 는 $a=2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(2) = 32$

따라서 사다리꼴 OABC의 넓이의 최댓값은 32이다.

289 □: 9, 3, 9, 3, 9, 432, 3, 3, 432, 432

290 만들어진 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $12-2x$ ($0 < x < 6$)인

정삼각형이고, 높이는 $\frac{1}{\sqrt{3}}x$ 이다.

상자의 부피를 $f(x)$ 라 하면

$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(12-2x)^2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}x = x^3 - 12x^2 + 36x$

$f'(x) = 3x^2 - 24x + 36 = 3(x-2)(x-6)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 2$ ($\because 0 < x < 6$)

$0 < x < 6$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	2	...	6
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		$\nearrow$	32 극대	$\searrow$	

함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(2) = 32$

따라서 상자의 부피의 최댓값은 32이다.

291 □: 0, 2, 0, 2, 2, -2, 세, 3, 2, -2

292 $f(x) = x^3 - 12x + 6$ 이라 하면

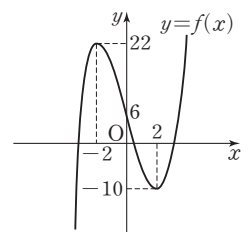
$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x+2)(x-2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	22 극대	$\searrow$	-10 극소	$\nearrow$

오른쪽 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 세 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.



293 $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 라 하면

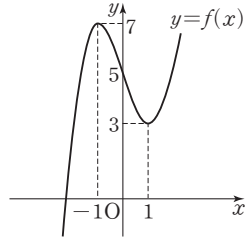
$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	7 극대	↘	3 극소	↗

오른쪽 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만나므로 주어진 방정식의 실근의 개수는 1이다.



294 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 3$ 이라 하면

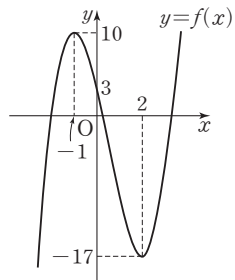
$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	10 극대	↘	-17 극소	↗

오른쪽 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 세 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.



295 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ 이라 하면

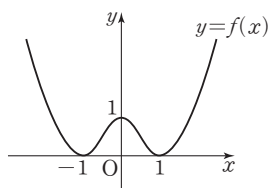
$$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x+1)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘	0 극소	↗	1 극대	↘	0 극소	↗

오른쪽 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.



296 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ 이라 하면

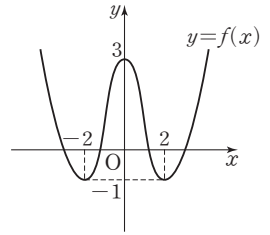
$$f'(x) = x^3 - 4x = x(x+2)(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	0	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘	-1 극소	↗	3 극대	↘	-1 극소	↗

오른쪽 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 네 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.



297 □: 0, 2, 0, 2, 3, -1, 세, 3

298 $x^3 - 6x^2 + 4x + 1 = -5x - 2$ 에서 $x^3 - 6x^2 + 9x + 3 = 0$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3 \text{이라 하면}$$

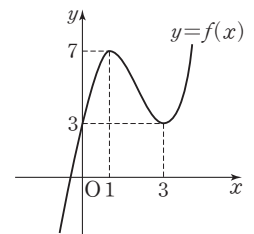
$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	7 극대	↘	3 극소	↗

오른쪽 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만나므로 주어진 방정식의 실근의 개수는 1이다.



299 $x^3 + x^2 - 6x = -x^3 + x^2 - 1$ 에서 $2x^3 - 6x + 1 = 0$

$$f(x) = 2x^3 - 6x + 1 \text{이라 하면}$$

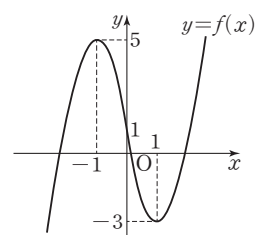
$$f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x+1)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	5 극대	↘	-3 극소	↗

오른쪽 그림에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 세 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.



300 $x^4 - x^3 + 2x - 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x$ 에서 $x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 1 = 0$

$f(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 1$ 이라 하면

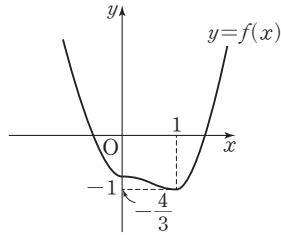
$f'(x) = 4x^3 - 4x^2 = 4x^2(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$					

오른쪽 그림에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.



301 $\square$: 4, 0, 4, 3, $0 < a < 4$, 0, 4, $a < 0$ 또는 $a > 4$

302 $x^3 - 3x^2 - a = 0$ 에서

$x^3 - 3x^2 = a$

$f(x) = x^3 - 3x^2$ 이라 하면

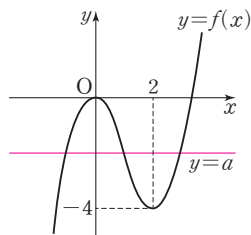
$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

방정식 ①의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점의 개수와 같으므로 오른쪽 그림에서



(1) 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $-4 < a < 0$

(2) 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값은 $a = -4$ 또는 $a = 0$

(3) 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -4$ 또는 $a > 0$

303 $x^3 - 6x - a = 0$ 에서

$x^3 - 6x = a$

$f(x) = x^3 - 6x$ 라 하면

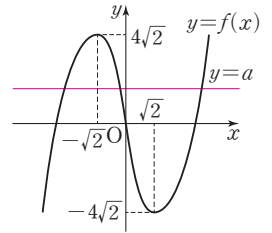
$f'(x) = 3x^2 - 6 = 3(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -\sqrt{2}$ 또는 $x = \sqrt{2}$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\sqrt{2}$	...	$\sqrt{2}$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

방정식 ①의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점의 개수와 같으므로 오른쪽 그림에서



(1) 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $-4\sqrt{2} < a < 4\sqrt{2}$

(2) 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값은 $a = -4\sqrt{2}$ 또는 $a = 4\sqrt{2}$

(3) 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -4\sqrt{2}$ 또는 $a > 4\sqrt{2}$

304 $x^3 - 3x^2 - 9x + a = 0$ 에서

$-x^3 + 3x^2 + 9x = a$

..... ①

$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x$ 라 하면

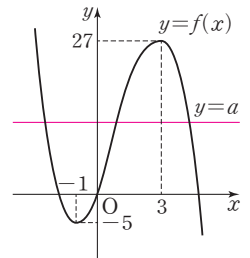
$f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 = -3(x+1)(x-3)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 3$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

방정식 ①의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점의 개수와 같으므로 오른쪽 그림에서



(1) 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $-5 < a < 27$

(2) 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값은 $a = -5$ 또는 $a = 27$

(3) 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -5$ 또는 $a > 27$

305 $2x^3 + 3x^2 - 12x + a = 0$ 에서

$-2x^3 - 3x^2 + 12x = a$

..... ①

$f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x$ 라 하면

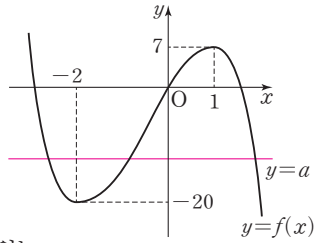
$f'(x) = -6x^2 - 6x + 12 = -6(x+2)(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$					

방정식 ①의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점의 개수와 같으므로 오른쪽 그림에서



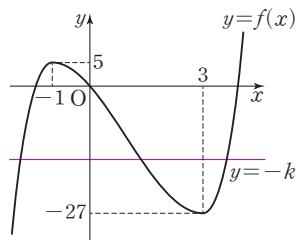
- (1) 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $-20 < a < 7$
- (2) 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값은 $a = -20$ 또는 $a = 7$
- (3) 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -20$ 또는 $a > 7$

306 □: 10, -22, 10, -22, -22, 10, -10, 22

307 $x^3 - 3x^2 - 9x + k = 0$ 에서 $x^3 - 3x^2 - 9x = -k$
 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 3$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	5 극대	↘	-27 극소	↗

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=-k$ 의 교점의 x 좌표가 두 개는 서로 다른 양수, 한 개는 음수가 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 오른쪽 그림에서

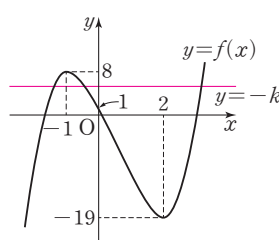


$$-27 < -k < 0 \quad \therefore 0 < k < 27$$

308 $2x^3 - x^2 - 7x + 1 = 2x^2 + 5x - k$ 에서
 $2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 = -k$
 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ 이라 하면
 $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	8 극대	↘	-19 극소	↗

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=-k$ 의 교점의 x 좌표가 한 개는 양수, 두 개는 서로 다른 음수가 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 오른쪽 그림에서



$$1 < -k < 8 \\ \therefore -8 < k < -1$$

309 □: $-2-k, <, -2-k, <, -2, 2$

310 $f(x) = x^3 + 3x^2 - k$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 0$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	0	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$4-k$ 극대	↘	$-k$ 극소	↗

삼차방정식 $f(x) = 0$ 이 중근과 다른 한 실근을 가지려면
 (극댓값) $\times$ (극솟값) $= 0$ 이어야 하므로
 $(4-k)(-k) = 0 \quad \therefore k = 0$ 또는 $k = 4$

311 $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + k$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 - 3x = 3x(x-1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	k 극대	↘	$k - \frac{1}{2}$ 극소	↗

삼차방정식 $f(x) = 0$ 이 한 실근과 두 허근을 가지려면
 (극댓값) $\times$ (극솟값) > 0 이어야 하므로
 $k(k - \frac{1}{2}) > 0 \quad \therefore k < 0$ 또는 $k > \frac{1}{2}$

312 □: $-a, <, -a, <, 0, 4$

313 $x^3 + x^2 - 4x + 1 = -2x^2 + 5x + a$ 에서
 $x^3 + 3x^2 - 9x + 1 - a = 0$
 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1 - a$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -3$ 또는 $x = 1$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$28-a$ 극대	↘	$-4-a$ 극소	↗

삼차방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가지려면
 (극댓값) $\times$ (극솟값) < 0 이어야 하므로
 $(28-a)(-4-a) < 0 \quad \therefore -4 < a < 28$

314 두 곡선 $y = x^3 - 2x^2$, $y = x^2 - a$ 가 서로 다른 두 점에서 만나려면 방정식 $x^3 - 2x^2 = x^2 - a$, 즉 $x^3 - 3x^2 + a = 0$ 이 중근과 다른 한 실근을 가져야 한다.
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 라 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	a 극대	$\searrow$	$-4+a$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 중근과 다른 한 실근을 가지려면

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) = 0 \text{이어야 하므로}$$

$$a(-4+a) = 0 \quad \therefore a=0 \text{ 또는 } a=4$$

- 315** 두 곡선 $y=x^3-x^2$, $y=2x^2+9x-a$ 가 오직 한 점에서 만나려면 방정식 $x^3-x^2=2x^2+9x-a$, 즉 $x^3-3x^2-9x+a=0$ 이 한 실근과 두 허근을 가져야 한다.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + a \text{라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$a+5$ 극대	$\searrow$	$a-27$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 한 실근과 두 허근을 가지려면

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) > 0 \text{이어야 하므로}$$

$$(a+5)(a-27) > 0 \quad \therefore a < -5 \text{ 또는 } a > 27$$

- 316** □: 0, 0, 0

- 317** $x^3 \geq 3x^2 - 4$ 에서 $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \text{라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	2	...
$f'(x)$	0	-	0	+
$f(x)$	4	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$

$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$f(2) = 0 \text{이므로}$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$$

따라서 $x \geq 0$ 일 때, 부등식 $x^3 \geq 3x^2 - 4$ 가 성립한다.

- 318** $x^3 + 2x^2 \geq -x^2$ 에서 $x^3 + 3x^2 \geq 0$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \text{이라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=-2 \text{ 또는 } x=0$$

$x \geq -2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...
$f'(x)$	0	-	0	+
$f(x)$	4	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$

$x \geq -2$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$f(0) = 0 \text{이므로 } f(x) = x^3 + 3x^2 \geq 0$$

따라서 $x \geq -2$ 일 때, 부등식 $x^3 + 2x^2 \geq -x^2$ 이 성립한다.

- 319** $x^4 + 8 > 4x$ 에서 $x^4 - 4x + 8 > 0$

$$f(x) = x^4 - 4x + 8 \text{이라 하면}$$

$$f'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2+x+1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	5 극소	$\nearrow$

함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(1)=5$ 이므로

$$f(x) = x^4 - 4x + 8 \geq 5 > 0$$

따라서 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 + 8 > 4x$ 가 성립한다.

- 320** $3x^4 + 4 \geq 4x^3 + 3$ 에서 $3x^4 - 4x^3 + 1 \geq 0$

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1 \text{이라 하면}$$

$$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	1	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$

함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(1)=0$ 이므로

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1 \geq 0$$

따라서 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $3x^4 + 4 \geq 4x^3 + 3$ 이 성립한다.

- 321** □: 1, 1, $-k-2$, 1, 1, $-k-2$, 1, $-k-2$, -2

- 322** $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + k$ 라 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3 = (3x-1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=3 (\because x \geq 2)$$

$x \geq 2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	2	...	3	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$k-6$	$\searrow$	$k-9$ 극소	$\nearrow$

$x \geq 2$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$f(3) = k-9$$

이때 $f(x) \geq 0$ 이라면 $f(3) \geq 0$ 이어야 하므로
 $k-9 \geq 0 \quad \therefore k \geq 9$

- 323** $x^3 - 2x^2 + 3x \geq -x^2 + 4x - k$ 에서 $x^3 - x^2 - x + k \geq 0$
 $f(x) = x^3 - x^2 - x + k$ 라 하면
 $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = (3x+1)(x-1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ ($\because x \geq 0$)
 $x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	k	$\searrow$	$k-1$ 극소	$\nearrow$

$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은
 $f(1) = k-1$
 이때 $f(x) \geq 0$ 이라면 $f(1) \geq 0$ 이어야 하므로
 $k-1 \geq 0 \quad \therefore k \geq 1$

- 324** □: $k-48, k-48, k-48, 48$

- 325** $f(x) = x^4 - 4x^3 + k - 1$ 이라 하면
 $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 3$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	3	...
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	$k-1$	$\searrow$	$k-28$ 극소	$\nearrow$

함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(3) = k-28$
 이때 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이 성립하려면
 $f(3) > 0$ 이어야 하므로
 $k-28 > 0 \quad \therefore k > 28$

- 326** $f(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + k$ 라 하면
 $f'(x) = 4x^3 - 4x^2 - 8x = 4x(x+1)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	0	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	$k-\frac{5}{3}$ 극소	$\nearrow$	k 극대	$\searrow$	$k-\frac{32}{3}$ 극소	$\nearrow$

함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(2) = k - \frac{32}{3}$
 이때 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이 성립하려면
 $f(2) > 0$ 이어야 하므로
 $k - \frac{32}{3} > 0 \quad \therefore k > \frac{32}{3}$

- 327** □: $k + \frac{13}{27}, k-9, 3, k-9, 3, k-9, 9$

- 328** $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하면
 $h(x) = x^3 + x + 1 - (x^2 + 2x - k)$
 $= x^3 - x^2 - x + 1 + k$
 $h'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = (3x+1)(x-1)$
 $h'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ ($\because x \geq 0$)
 $x \geq 0$ 에서 함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...
$h'(x)$		-	0	+
$h(x)$	$k+1$	$\searrow$	k 극소	$\nearrow$

$x \geq 0$ 에서 함수 $h(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $h(1) = k$
 이때 $h(x) \geq 0$ 이라면 $h(1) \geq 0$ 이어야 하므로
 $k \geq 0$

- 329** $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하면
 $h(x) = 3x^4 + x^2 + 1 - (-4x^3 + x^2 + k) = 3x^4 + 4x^3 + 1 - k$
 $h'(x) = 12x^3 + 12x^2 = 12x^2(x+1)$
 $h'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 0$
 함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	0	...
$h'(x)$	-	0	+	0	+
$h(x)$	$\searrow$	$-k$ 극소	$\nearrow$	$1-k$	$\nearrow$

함수 $h(x)$ 는 $x = -1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $h(-1) = -k$
 이때 $h(x) > 0$ 이라면 $h(-1) > 0$ 이어야 하므로
 $-k > 0 \quad \therefore k < 0$

- 330** □: $6t, 1, 6$

- 331** $x = 2t^3 - t^2$ 에서
 $v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 2t, a = \frac{dv}{dt} = 12t - 2$
 시간 $t = 2$ 에서의 속도와 가속도는
 $v = 6 \times 2^2 - 2 \times 2 = 20, a = 12 \times 2 - 2 = 22$

- 332** $x = t^3 - 3t^2$ 에서
 $v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 6t, a = \frac{dv}{dt} = 6t - 6$
 시간 $t = 3$ 에서의 속도와 가속도는
 $v = 3 \times 3^2 - 6 \times 3 = 9, a = 6 \times 3 - 6 = 12$

- [333-335]** 시간 t 에서의 점 P의 속도를 v , 가속도를 a 라 하면
 $x = t^3 - 6t^2 + 3$ 에서
 $v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 12t, a = \frac{dv}{dt} = 6t - 12$

333 속도가 0일 때의 시각은 $3t^2 - 12t = 0$ 에서
 $3t(t-4)=0 \quad \therefore t=4 (\because t>0)$

334 점 P의 속도가 15일 때의 시각은 $3t^2 - 12t = 15$ 에서
 $3t^2 - 12t - 15 = 0, 3(t+1)(t-5)=0$
 $\therefore t=5 (\because t>0)$
 따라서 시각 $t=5$ 에서의 점 P의 가속도는
 $6 \times 5 - 12 = 18$

335 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 속도는 0이므로
 $3t^2 - 12t = 0$ 에서 $3t(t-4)=0$
 $\therefore t=4 (\because t>0)$
 따라서 시각 $t=4$ 에서의 점 P의 위치는
 $4^3 - 6 \times 4^2 + 3 = -29$

336 두 점 P, Q의 속도를 각각 v_P, v_Q 라 하면
 $v_P = 3t^2 - 2t, v_Q = 6t^2 - 10t - 3$
 $v_P = v_Q$ 에서 $3t^2 - 2t = 6t^2 - 10t - 3$
 $3t^2 - 8t - 3 = 0, (3t+1)(t-3)=0$
 $\therefore t=3 (\because t>0)$

337 두 점 P, Q의 속도를 각각 v_P, v_Q 라 하면
 $v_P = 6t - 6, v_Q = 2t - 8$
 두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이면 $v_P v_Q < 0$ 이므로
 $(6t-6)(2t-8) < 0, (t-1)(t-4) < 0$
 $\therefore 1 < t < 4$

338 □: 0, 0, 10, 10, 10, 10, 45

339 자동차가 브레이크를 건 후 t 초 후의 속도를 v 라 하면
 $v = \frac{dx}{dt} = 16 - 0.8t$
 자동차가 정지할 때의 속도는 0이므로
 $16 - 0.8t = 0$ 에서 $t = 20$
 따라서 20초 동안 자동차가 움직인 거리는
 $16 \times 20 - 0.4 \times 20^2 = 160$ (m)

340 열차가 제동을 건 후 t 초 후의 속도를 v 라 하면
 $v = \frac{dx}{dt} = 24 - 6t^2$
 열차가 정지할 때의 속도는 0이므로
 $24 - 6t^2 = 0$ 에서 $t^2 = 4 \quad \therefore t = 2 (\because t>0)$
 따라서 2초 동안 열차가 움직인 거리는
 $24 \times 2 - 2 \times 2^3 = 32$ (m)

341 t 초 후의 공의 속도를 v , 가속도를 a 라 하면
 $v = \frac{dh}{dt} = 30 - 10t, a = \frac{dv}{dt} = -10$
 따라서 $t=1$ 일 때의 공의
 속도는 $30 - 10 \times 1 = 20$, 가속도는 -10

342 최고 높이에 도달하는 순간의 속도는 0이므로
 $30 - 10t = 0 \quad \therefore t = 3$
 따라서 공이 최고 높이에 도달하는 것은 3초 후이고,
 그때의 높이는
 $30 \times 3 - 5 \times 3^2 = 45$ (m)

343 t 초 후의 물체의 속도를 v 라 하면
 $v = \frac{dh}{dt} = 20 - 10t$
 최고 높이에 도달하는 순간의 속도는 0이므로
 $20 - 10t = 0 \quad \therefore t = 2$
 따라서 물체가 도달할 수 있는 최고 높이는
 $60 + 20 \times 2 - 5 \times 2^2 = 80$ (m)

344 물체가 지면에 떨어지는 순간의 높이는 0이므로
 $60 + 20t - 5t^2 = 0, t^2 - 4t - 12 = 0$
 $(t+2)(t-6) = 0 \quad \therefore t = 6 (\because t>0)$
 따라서 6초 후의 물체의 속도는
 $20 - 10 \times 6 = -40$

연산문제로 실전 능력 다지기

77쪽 ~ 79쪽

345 $f(x) = x^3 - 12x + 5$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x+2)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 2$
 닫힌구간 $[-3, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-3	...	-2	...	2
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	14	↗	21 극대	↘	-11

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = -2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(-2) = 21$
 $x = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(2) = -11$

346 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$
 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	2	...	4
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	2	↘	-2 극소	↗	18

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(4) = 18$
 $x = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(2) = -2$

- 347** $f(x) = 3x^2 - x^3$ 에서
 $f'(x) = 6x - 3x^2 = 3x(2-x)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$
 닫힌구간 $[-2, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...	2	...	4
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	20	$\searrow$	0 극소	$\nearrow$	4 극대	$\searrow$	-16

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = -2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(-2) = 20$
 $x = 4$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(4) = -16$

- 348** $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$ 에서
 $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x+1)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 2$
 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	2	...	3
$f'(x)$	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	$\nearrow$	5 극대	$\searrow$	-27 극소	$\nearrow$	32

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(3) = 32$
 $x = 2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(2) = -27$

- 349** $f(x) = x^3 + 3x^2 + a$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 0$
 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	0	...	2
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	$a+4$	$\searrow$	a 극소	$\nearrow$	$a+20$

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(2) = a + 20$
 $x = 0$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(0) = a$
 즉 $a + 20 = 5$ 이므로 $a = -15$ 이고 최솟값은 -15

- 350** $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + a$ 에서
 $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x+2)(x-1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 1$
 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	1	...	3
$f'(x)$	0	-	0	+	
$f(x)$	$a+20$	$\searrow$	$a-7$ 극소	$\nearrow$	$a+45$

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 3$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(3) = a + 45$
 $x = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(1) = a - 7$
 즉 $a - 7 = -3$ 이므로 $a = 4$ 이고 최댓값은 $a + 45 = 49$

- 351** $f(x) = -ax^3 + 3ax^2 + b$ 에서
 $f'(x) = -3ax^2 + 6ax = -3ax(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 2$ ($\because 1 \leq x \leq 3$)
 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	2	...	3
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$2a+b$	$\nearrow$	$4a+b$ 극대	$\searrow$	b

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 2$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(2) = 4a + b$
 $x = 3$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(3) = b$
 즉 $4a + b = 6$, $b = -2$ 이므로 $a = 2$

- 352** 제품 한 개에 1200원씩 판매하므로 하루에 x 개를 생산하여 얻은 이익을 $f(x)$ 라 하면
 $f(x) = 1200x - p(x)$
 $= 1200x - (x^3 - 60x^2 + 1200x + 5000)$
 $= -x^3 + 60x^2 - 5000$
 $f'(x) = -3x^2 + 120x = -3x(x-40)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 40$ ($\because x > 0$)
 $x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	40	...
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		$\nearrow$	27000 극대	$\searrow$

함수 $f(x)$ 는 $x = 40$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(40) = 27000$
 따라서 하루에 40개를 생산하면 이익이 최대가 된다.

- 353** 밑면의 한 변의 길이를 x cm ($0 < x < 6$)라 하면 높이는 $(12 - 2x)$ cm이다.
 직육면체의 부피를 $f(x)$ 라 하면
 $f(x) = x^2(12 - 2x) = -2x^3 + 12x^2$
 $f'(x) = -6x^2 + 24x = -6x(x-4)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 4$ ($\because 0 < x < 6$)
 $0 < x < 6$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	4	...	6
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		$\nearrow$	64 극대	$\searrow$	

함수 $f(x)$ 는 $x = 4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(4) = 64$
 따라서 직육면체의 부피의 최댓값은 64 cm^3 이고, 그때의 밑면의 한 변의 길이는 4 cm 이다.

[354~356] $x^3 - 6x^2 - a + 16 = 0$ 에서 $x^3 - 6x^2 + 16 = a$ ㉠

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 16$ 이라 하면

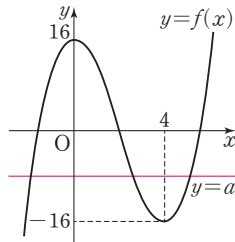
$$f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x - 4)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 4$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	4	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	16 극대	↘	-16 극소	↗

방정식 ㉠의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 의 교점의 개수와 같으므로 오른쪽 그림에서



354 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $-16 < a < 16$

355 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값은 $a = -16$ 또는 $a = 16$

356 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -16$ 또는 $a > 16$

[357~359] $2x^3 - 3x^2 - 12x - a = 0$ 에서 $2x^3 - 3x^2 - 12x = a$ ㉡

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ 라 하면

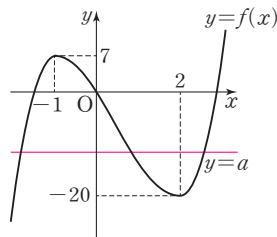
$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x + 1)(x - 2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	7 극대	↘	-20 극소	↗

방정식 ㉡의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 의 교점의 개수와 같으므로 오른쪽 그림에서



357 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $-20 < a < 7$

358 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값은 $a = -20$ 또는 $a = 7$

359 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -20$ 또는 $a > 7$

360 $x^3 - 12x - a = 0$ 에서 $x^3 - 12x = a$
 $f(x) = x^3 - 12x$ 라 하면

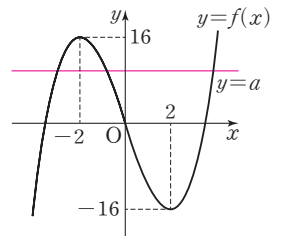
$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x + 2)(x - 2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	16 극대	↘	-16 극소	↗

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 의 교점의 x 좌표가 한 개는 양수, 두 개는 서로 다른 음수가 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 오른쪽 그림에서



$$0 < a < 16$$

361 $x^3 - 3x^2 - a = 0$ 에서 $x^3 - 3x^2 = a$

$f(x) = x^3 - 3x^2$ 이라 하면

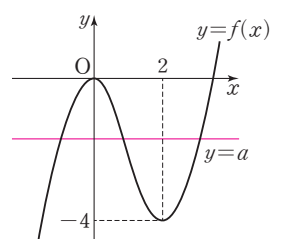
$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	0 극대	↘	-4 극소	↗

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 의 교점의 x 좌표가 두 개는 서로 다른 양수, 한 개는 음수가 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 오른쪽 그림에서



$$-4 < a < 0$$

362 $2x^3 - 6x - a = 0$ 에서 $2x^3 - 6x = a$

$f(x) = 2x^3 - 6x$ 라 하면

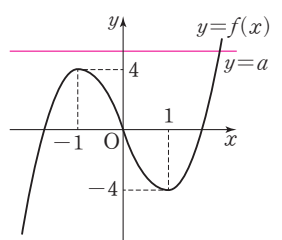
$$f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x + 1)(x - 1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	4 극대	↘	-4 극소	↗

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 의 교점의 x 좌표가 오직 한 개만 양수가 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 오른쪽 그림에서



$$a > 4$$

363 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 3 + k$ 라 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 4 = (3x+2)(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\frac{2}{3}$	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$-\frac{41}{27}+k$ 극대	$\searrow$	$-11+k$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) < 0 이어야 하므로

$$\left(-\frac{41}{27}+k\right)(-11+k) < 0$$

$$\therefore \frac{41}{27} < k < 11$$

364 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 2 + k$ 라 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$3+k$ 극대	$\searrow$	$-29+k$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) $= 0$ 이어야 하므로

$$(3+k)(-29+k) = 0$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 29$$

따라서 모든 k 의 값의 합은

$$-3 + 29 = 26$$

365 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2k$ 라 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=4$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	4	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$2k$ 극대	$\searrow$	$-32+2k$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 한 실근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) > 0 이어야 하므로

$$2k(-32+2k) > 0$$

$$\therefore k < 0 \text{ 또는 } k > 16$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 17이다.

366 $x^3 - 4x + 1 = -3x^2 + 5x - a$ 에서

$$x^3 + 3x^2 - 9x + 1 + a = 0$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1 + a \text{라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x = -3 \text{ 또는 } x=1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$28+a$ 극대	$\searrow$	$-4+a$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) < 0 이어야 하므로

$$(28+a)(-4+a) < 0 \quad \therefore -28 < a < 4$$

367 두 곡선 $y = x^3 + 4x$, $y = 6x^2 - 5x + a$ 가 서로 다른 두 점에서 만나려면 방정식 $x^3 + 4x = 6x^2 - 5x + a$, 즉 $x^3 - 6x^2 + 9x - a = 0$ 이 중근과 다른 한 실근을 가져야 한다.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - a \text{라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$4-a$ 극대	$\searrow$	$-a$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 중근과 다른 한 실근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) $= 0$ 이어야 하므로

$$(4-a)(-a) = 0 \quad \therefore a = 4 \quad (\because a > 0)$$

368 두 곡선 $y = x^3 - 2x^2$, $y = x^2 - a$ 가 오직 한 점에서 만나려면 방정식 $x^3 - 2x^2 = x^2 - a$, 즉 $x^3 - 3x^2 + a = 0$ 이 한 실근과 두 허근을 가져야 한다.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + a \text{라 하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	a 극대	$\searrow$	$-4+a$ 극소	$\nearrow$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 한 실근과 두 허근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) > 0 이어야 하므로

$$a(-4+a) > 0 \quad \therefore a < 0 \text{ 또는 } a > 4$$

369 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + a$ 라 하면

$$f'(x) = x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=2 \quad (\because x \geq 0)$$

$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	2	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	a	$\searrow$	$a - \frac{16}{3}$ 극소	$\nearrow$

$x \geq 0$ 에서 함수 $f(x)$ 는

$$x=2 \text{ 일 때 최소이고, 최솟값은 } f(2)=a-\frac{16}{3}$$

이때 $f(x) \geq 0$ 이라면 $f(2) \geq 0$ 이어야 하므로

$$a-\frac{16}{3} \geq 0 \quad \therefore a \geq \frac{16}{3}$$

370 $f(x)=x^3-6x^2+a+5$ 라 하면

$$f'(x)=3x^2-12x=3x(x-4)$$

$$f'(x)=0 \text{ 에서 } x=4 \quad (\because x \geq 2)$$

$x \geq 2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	2	...	4	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$a-11$	$\searrow$	$a-27$ 극소	$\nearrow$

$x \geq 2$ 에서 함수 $f(x)$ 는

$$x=4 \text{ 일 때 최소이고, 최솟값은 } f(4)=a-27$$

이때 $f(x) \geq 0$ 이라면 $f(4) \geq 0$ 이어야 하므로

$$a-27 \geq 0 \quad \therefore a \geq 27$$

따라서 실수 a 의 최솟값은 27이다.

371 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-8x+a$ 라 하면

$$f'(x)=x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$$

$$f'(x)=0 \text{ 에서 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	$a-12$ 극소	$\nearrow$

함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(2)=a-12$

이때 $f(x) \geq 0$ 이라면 $f(2) \geq 0$ 이어야 하므로

$$a-12 \geq 0 \quad \therefore a \geq 12$$

372 점 P가 원점을 지날 때는 $x=0$ 이므로

$$t^3-6t^2+8t=0, \quad t(t-2)(t-4)=0$$

$$\therefore t=0 \text{ 또는 } t=2 \text{ 또는 } t=4$$

즉 점 P는 $t=4$ 일 때 마지막으로 원점을 통과한다.

점 P의 속도를 v , 가속도를 a 라 하면

$$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-12t+8, \quad a=\frac{dv}{dt}=6t-12$$

따라서 시각 $t=4$ 에서의 점 P의 속도와 가속도는

$$v=3 \times 4^2-12 \times 4+8=8, \quad a=6 \times 4-12=12$$

373 열차가 제동을 건 후 t 초 후의 속도를 v 라 하면

$$v=\frac{dx}{dt}=12-0.6t$$

열차가 정지할 때의 속도는 0이므로

$$12-0.6t=0 \text{ 에서 } t=20$$

따라서 20초 동안 열차가 움직인 거리는

$$12 \times 20 - 0.3 \times 20^2 = 120 \text{ (m)}$$

374 물체가 지면에 떨어지는 순간의 높이는 0이므로

$$20+15t-5t^2=0$$

$$(t+1)(t-4)=0 \quad \therefore t=4 \quad (\because t > 0)$$

이때 물체의 속도를 v 라 하면

$$v=\frac{dh}{dt}=15-10t$$

따라서 4초 후의 물체의 속도는

$$15-10 \times 4 = -25$$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

80쪽 ~ 84쪽

375 x 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율은

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(3)-f(1)}{3-1} \\ &= \frac{(12+3a)-(4+a)}{2} \\ &= \frac{2a+8}{2} = a+4 \end{aligned}$$

$$\text{즉 } a+4=2 \text{ 이므로 } a=-2$$

376 x 의 값이 -1에서 2까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)} = \frac{7-(-2)}{3} = 3$$

또 $x=a$ 에서의 미분계수는

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(a+\Delta x)^3-1\}-(a^3-1)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(\Delta x)^2+3a\Delta x+3a^2\}\Delta x}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \{(\Delta x)^2+3a\Delta x+3a^2\} = 3a^2 \end{aligned}$$

$$\text{즉 } 3a^2=3 \text{ 이므로 } a^2=1$$

$$\therefore a=1 \quad (\because -1 < a < 2)$$

377 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a-2h)}{h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a)-f(a-2h)+f(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)-f(a)}{3h} \times 3 + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-2h)-f(a)}{-2h} \times 2 \\ &= 3f'(a) + 2f'(a) \\ &= 5f'(a) = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
378 \quad & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{f(x) - f(1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x-1}{f(x) - f(1)} \times \frac{x^3 - 1}{x-1} \right\} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{1}{\frac{f(x) - f(1)}{x-1}} \times \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x-1} \right\} \\
&= \frac{1}{f'(1)} \times \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) \\
&= \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

379 점 A(a, b)는 곡선 $f(x) = 2x^2 - 3x$ 위의 점이므로
 $b = 2a^2 - 3a$ ㉠

점 A(a, b)에서의 접선의 기울기가 5이므로

$$\begin{aligned}
f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{2(a + \Delta x)^2 - 3(a + \Delta x)\} - (2a^2 - 3a)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2(\Delta x)^2 + 4a\Delta x - 3\Delta x}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2\Delta x + 4a - 3) \\
&= 4a - 3
\end{aligned}$$

즉 $4a - 3 = 5$ 이므로 $a = 2$
 $a = 2$ 를 ㉠에 대입하면
 $b = 8 - 6 = 2$
 $\therefore A(2, 2)$

380 x의 값이 0에서 2까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 1}{2} = 5$$

함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 접선의 기울기 $f'(a)$ 는

$$\begin{aligned}
f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(a + \Delta x)^2 + 3(a + \Delta x) + 1\} - (a^2 + 3a + 1)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 + 2a\Delta x + 3\Delta x}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2a + 3) \\
&= 2a + 3
\end{aligned}$$

즉 $2a + 3 = 5$ 이므로 $a = 1$

381 $\neg$. $\lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 의 값이 존재한다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 불연속인 점은 $x=3, x=5$ 의 2개이다.
 ㄷ. 함수 $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점은 $x=1, x=3, x=5$ 의 3개이다.
 ㄹ. 접선의 기울기 $f'(x)$ 가 0이 되는 점은 -1 과 1 사이에 1개 밖에 없다. $x=1, x=3, x=5$ 인 경우는 미분가능하지 않으므로 $f'(x)$ 가 정의되지 않는다.
 따라서 옳은 것은 $\neg, ㄴ, ㄷ$ 이다.

382 함수 $f(x)$ 가 모든 실수에서 미분가능하므로 $x=1$ 에서 미분가능하고 연속이어야 한다.
 즉 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이므로 $2 + b = 1 + a$ ㉠

또 미분계수 $f'(1)$ 이 존재하므로

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{이다.} \\
\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x^3 + ax) - (1 + a)}{x - 1} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1 + a)}{x - 1} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1+} (x^2 + x + 1 + a) = a + 3 \\
\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(2x + b) - (2 + b)}{x - 1} \quad (\because \text{㉠}) \\
&= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2
\end{aligned}$$

이므로 $a + 3 = 2 \quad \therefore a = -1$
 $a = -1$ 을 ㉠에 대입하면 $2 + b = 0 \quad \therefore b = -2$
 $\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + (-2)^2 = 5$

383 $f'(x) = 3x^2 + a$ 이므로 $f'(1) = -3$ 에서
 $3 + a = -3 \quad \therefore a = -6$

384 $f(0) = 2$ 에서 $c = 2$
 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에서 $f'(x) = 2ax + b$
 $f'(1) = 4$ 에서 $2a + b = 4$ ㉠
 $f'(2) = 6$ 에서 $4a + b = 6$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$
 $\therefore a + b + c = 1 + 2 + 2 = 5$

385 다항식 $x^{20} + ax^2 + b$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 나머지가 $4x - 5$ 이므로
 $x^{20} + ax^2 + b = (x-1)^2 Q(x) + 4x - 5$ ㉠
 ㉠의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $1 + a + b = -1$
 $\therefore a + b = -2$ ㉡
 ㉠의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $20x^{19} + 2ax = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + 4$
 이 식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $20 + 2a = 4$
 $\therefore a = -8$
 이 값을 ㉡에 대입하면 $-8 + b = -2 \quad \therefore b = 6$
 $\therefore a + 2b = -8 + 12 = 4$

386 $f(x) = 2x^3 - x + 3$ 이라 하면 $f'(x) = 6x^2 - 1$
 곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $(-1, 2), (0, 3)$ 에서의 접선의 기울기는 각각
 $f'(-1) = 6 - 1 = 5$
 $f'(0) = 0 - 1 = -1$
 따라서 $\alpha = 5, \beta = -1$ 이므로
 $\alpha + \beta = 5 + (-1) = 4$

- 387** $f(x) = -x^3 + 2x$ 라 하면 $f'(x) = -3x^2 + 2$
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, -1)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(-1) = -3 + 2 = -1$
즉 접선의 방정식은
 $y + 1 = -(x + 1) \quad \therefore y = -x - 2$
따라서 이 직선이 점 $(1, k)$ 를 지나므로
 $k = -1 - 2 = -3$
- 388** $f(x) = x^3 - x^2 + ax - 1$ 이라 하면 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(2, 5)$ 를 지나므로
 $f(2) = 5$ 에서 $8 - 4 + 2a - 1 = 5$
 $2a + 3 = 5 \quad \therefore a = 1$
즉 $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ 이므로 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 5)$ 에서의 접선의 기울기는
 $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$ 에서 $f'(2) = 12 - 4 + 1 = 9$
즉 접선의 방정식은
 $y - 5 = 9(x - 2) \quad \therefore y = 9x - 13$
따라서 $a = 1, b = 9, c = -13$ 이므로
 $a + b + c = 1 + 9 + (-13) = -3$
- 389** $f(x) = -x^3 + ax - 4$ 라 하면 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, c)$ 를 지나므로
 $f(1) = c$ 에서 $-1 + a - 4 = c \quad \therefore a - c = 5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
또 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, c)$ 에서의 접선의 기울기가 3이므로 $f'(1) = 3$
이때 $f'(x) = -3x^2 + a$ 이므로
 $f'(1) = -3 + a = 3 \quad \therefore a = 6$
 $a = 6$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $6 - c = 5 \quad \therefore c = 1$
이때 곡선 $y = 3x + b$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로
 $1 = 3 + b \quad \therefore b = -2$
 $\therefore abc = 6 \times (-2) \times 1 = -12$
- 390** $f(x) = x^3 - 4x^2$ 이라 하면 $f'(x) = 3x^2 - 8x$
접점의 좌표를 $(t, t^3 - 4t^2)$ 이라 하면 접선의 기울기가 2이므로
 $f'(t) = 3t^2 - 8t = 2 \quad \therefore 3t^2 - 8t - 2 = 0$
이때 두 접선의 접점의 x 좌표 α, β 는 이차방정식
 $3t^2 - 8t - 2 = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = -\frac{-8}{3} = \frac{8}{3}$
- 391** $f(x) = x^3, g(x) = ax^2 + b$ 라 하면 점 $(1, 1)$ 에서 만나므로
 $f(1) = g(1)$ 에서 $a + b = 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
이때 $f'(x) = 3x^2, g'(x) = 2ax$ 이고 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 서로 수직이므로
 $f'(1) \times g'(1) = -1$ 에서 $3 \times 2a = -1 \quad \therefore a = -\frac{1}{6}$
 $a = -\frac{1}{6}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $-\frac{1}{6} + b = 1 \quad \therefore b = \frac{7}{6}$
 $\therefore b - a = \frac{7}{6} - \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{4}{3}$

- 392** $f(x) = x^2 + 2$ 라 하면 $f'(x) = 2x$
접점의 좌표를 $(t, t^2 + 2)$ 라 하면 이 점에서의 접선의 기울기는
 $f'(t) = 2t$ 이므로 접선의 방정식은
 $y - (t^2 + 2) = 2t(x - t)$
 $\therefore y = 2tx - t^2 + 2$
이 직선이 점 $(0, a)$ 를 지나므로 $a = -t^2 + 2$
 $\therefore t^2 + a - 2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
이차방정식 $\textcircled{1}$ 의 두 근을 t_1, t_2 라 하면 두 접선의 기울기는 $2t_1, 2t_2$ 이고 두 접선이 서로 수직이므로
 $2t_1 \times 2t_2 = -1 \quad \therefore t_1 t_2 = -\frac{1}{4} \quad \dots\dots \textcircled{2}$
또 $\textcircled{1}$ 에서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $t_1 t_2 = a - 2 \quad \dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 $a - 2 = -\frac{1}{4} \quad \therefore a = \frac{7}{4}$
- 393** 함수 $f(x) = x^3 - ax^2$ 은 닫힌구간 $[0, a]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, a)$ 에서 미분가능하다.
또 $f(a) = f(0) = 0$ 이므로 롤의 정리에 의하여
 $f'(c) = 0$ 인 c 의 값 $\frac{1}{3}$ 이 열린구간 $(0, a)$ 에 존재한다.
이때 $f'(x) = 3x^2 - 2ax$ 이므로
 $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$
 $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}a = 0, \frac{2}{3}a = \frac{1}{3}$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$
- 394** 함수 $f(x) = x^3 - 4x$ 는 닫힌구간 $[-3, 3]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-3, 3)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여
 $\frac{f(3) - f(-3)}{3 - (-3)} = f'(c)$
인 c 가 열린구간 $(-3, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.
이때 $f(-3) = -15, f(3) = 15$ 이고 $f'(x) = 3x^2 - 4$ 이므로
 $\frac{15 - (-15)}{3 - (-3)} = 3c^2 - 4, 3c^2 - 4 = 5, c^2 = 3$
 $\therefore c = -\sqrt{3}$ 또는 $c = \sqrt{3}$
따라서 모든 실수 c 의 값의 곱은
 $-\sqrt{3} \times \sqrt{3} = -3$
- 395** $f(x) = x^3 - 3x$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 1$
함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.
- | | | | | | |
|---------|---------|------------------|---------|------------------|------------|
| x | $\dots$ | -1 | $\dots$ | 1 | $\dots$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | | $\nearrow$
극대 | | $\searrow$
극소 | $\nearrow$ |
- 따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1], [1, \infty)$ 에서 증가하고, 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소한다.

396 $f(x) = x^3 - ax^2 + (a+6)x + 3$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 - 2ax + a + 6$
 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이어야 한다.
 즉 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = a^2 - 3(a+6) \leq 0, a^2 - 3a - 18 \leq 0$
 $(a+3)(a-6) \leq 0 \quad \therefore -3 \leq a \leq 6$
 따라서 정수 a 의 최댓값은 6이다.

397 $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 1$ 에서
 $f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = -6(x+1)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	-6 극소	$\nearrow$	21 극대	$\searrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 2$ 일 때 극대이고, 극댓값 M 은 $M = f(2) = 21$
 $x = -1$ 일 때 극소이고, 극솟값 m 은 $m = f(-1) = -6$
 $\therefore M + m = 21 + (-6) = 15$

398 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 에서 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
 함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 극댓값, $x = 3$ 에서 극솟값 -1을 가지므로
 $f'(1) = 0, f'(3) = 0, f(3) = -1$
 $f'(1) = 0$ 에서 $3 + 2a + b = 0 \quad \therefore 2a + b = -3 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $f'(3) = 0$ 에서 $27 + 6a + b = 0 \quad \therefore 6a + b = -27 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $f(3) = -1$ 에서 $27 + 9a + 3b + c = -1 \quad \cdots \textcircled{3}$
 $\therefore 9a + 3b + c = -28 \quad \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{4}$ 을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 9, c = -1$
 $\therefore a + b + c = -6 + 9 + (-1) = 2$

399 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 에서 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
 함수 $f(x)$ 가 $x = 1, x = 3$ 에서 극값을 가지므로
 $f'(1) = 0, f'(3) = 0$
 $f'(1) = 0$ 에서 $3 + 2a + b = 0 \quad \therefore 2a + b = -3 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $f'(3) = 0$ 에서 $27 + 6a + b = 0 \quad \therefore 6a + b = -27 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 9$
 $\therefore f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + c$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$c+4$ 극대	$\searrow$	c 극소	$\nearrow$

함수 $f(x)$ 는 $x = 3$ 일 때 극소이고, 극솟값은 $f(3) = c$ 이므로
 $c = -6$

따라서 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 6$ 이고 $x = 1$ 일 때 극대이고, 극댓값은
 $f(1) = c + 4 = -6 + 4 = -2$

400 $f(x) = x^3 + kx^2 + 4kx + 3$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 + 2kx + 4k$
 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = k^2 - 12k > 0, k(k-12) > 0$
 $\therefore k < 0$ 또는 $k > 12$
 따라서 자연수 k 의 최솟값은 13이다.

401 $f(x) = x^3 + kx^2 + 3kx + 2$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 + 2kx + 3k$
 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식 $f'(x) = 0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = k^2 - 9k \leq 0, k(k-9) \leq 0$
 $\therefore 0 \leq k \leq 9$
 따라서 정수 k 의 값은 0, 1, 2, $\cdots$, 9이므로 그 개수는 10이다.

402 $f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 1$ 에서
 $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 4x + 12 = 4(x+1)(x-1)(x-3)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ 또는 $x = 3$ ($\therefore 0 \leq x \leq 4$)
 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$	4
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	6 극대	$\searrow$	-10 극소	$\nearrow$	15

따라서 함수 $f(x)$ 는
 $x = 4$ 일 때 최대이고, 최댓값은 $f(4) = 15$
 $x = 3$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(3) = -10$
 따라서 최댓값과 최솟값의 합은
 $15 + (-10) = 5$

403 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 에서
 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$
 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극댓값 1을 가지므로
 $f'(-1) = 0, f(-1) = 1$
 $f'(-1) = 0$ 에서 $3 - 2a + b = 0 \quad \therefore 2a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $f(-1) = 1$ 에서 $-1 + a - b - 1 = 1 \quad \therefore a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 0, b = -3$
 즉 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이므로 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$
 $f'(x) = 1$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 1$
 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내

면 다음과 같다.

x	-2	...	-1	...	1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-3	↗	1 극대	↘	-3 극소	↗	1

따라서 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=-2, x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(-2)=f(1)=-3$

404 $2x^3-12x^2+18x+1-a=0$ 에서

$$2x^3-12x^2+18x+1=a$$

..... ㉠

$f(x)=2x^3-12x^2+18x+1$ 이라 하면

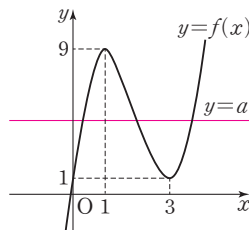
$$f'(x)=6x^2-24x+18=6(x-1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	9 극대	↘	1 극소	↗

방정식 ㉠의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점의 개수와 같으므로 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 오른쪽 그림에서



$$1 < a < 9$$

따라서 정수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은 $8+2=10$

405 $x^3+x^2-4x-7=x^2+8x+a$ 에서

$$x^3-12x-7=a$$

$f(x)=x^3-12x-7$ 이라 하면

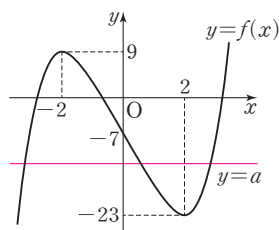
$$f'(x)=3x^2-12=3(x+2)(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-2 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	9 극대	↘	-23 극소	↗

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점의 x 좌표가 한 개는 음수, 두 개는 서로 다른 양수가 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 오른쪽 그림에서



$$-23 < a < -7$$

따라서 정수 a 의 값은 $-22, -21, -20, \dots, -8$ 이므로 그 개수는 15이다.

406 $f(x)=2x^3-6x-k$ 라 하면

$$f'(x)=6x^2-6=6(x+1)(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$4-k$ 극대	↘	$-4-k$ 극소	↗

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) < 0 이어야 하므로

$$(4-k)(-4-k)=0$$

$$\therefore k=-4 \text{ 또는 } k=4$$

따라서 모든 실수 k 의 값의 곱은

$$-4 \times 4 = -16$$

407 $x^3-4x^2-6x=-x^2+3x-a$ 에서

$$x^3-3x^2-9x+a=0$$

$f(x)=x^3-3x^2-9x+a$ 라 하면

$$f'(x)=3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$a+5$ 극대	↘	$a-27$ 극소	↗

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근을 가지려면
(극댓값) $\times$ (극솟값) < 0 이어야 하므로

$$(a+5)(a-27) < 0 \quad \therefore -5 < a < 27$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 26이다.

408 $2x^3+3x^2-2x > 10x-k$ 에서 $2x^3+3x^2-12x+k > 0$

$f(x)=2x^3+3x^2-12x+k$ 라 하면

$$f'(x)=6x^2+6x-12=6(x+2)(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \quad (\because 0 < x < 2)$$

$0 < x < 2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...	2
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		↘	$k-7$ 극소	↗	

$0 < x < 2$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최소이고, 최솟값은 $f(1)=k-7$

이때 $f(x) > 0$ 이라면 $f(1) > 0$ 이어야 하므로

$$k-7 > 0 \quad \therefore k > 7$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 8이다.

409 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-8a^3x+108$ 이라 하면

(i) $a=0$ 일 때

$$\frac{1}{4}x^4+108 \geq 0 \text{이므로 주어진 부등식은 성립한다.}$$

(ii) $a \neq 0$ 일 때

$$f'(x) = x^3 - 8a^3 = (x - 2a)(x^2 + 2ax + 4a^2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 2a$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	$2a$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	$-12a^4 + 108$ 극소	$\nearrow$

$f(x)$ 는 $x = 2a$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$f(2a) = -12a^4 + 108$$

이때 $f(x) \geq 0$ 이라면 $f(2a) \geq 0$ 이어야 하므로

$$-12a^4 + 108 \geq 0, a^4 - 9 \leq 0$$

$$(a + \sqrt{3})(a - \sqrt{3})(a^2 + 3) \leq 0$$

$$\therefore -\sqrt{3} \leq a < 0 \text{ 또는 } 0 < a \leq \sqrt{3} \quad (\because a \neq 0)$$

(i), (ii)에서 $-\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3}$

410 $h(x) = f(x) - g(x)$ 이라 하면

$$h(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3 - k$$

$$h'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x - 1)$$

$$h'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

$x \geq 0$ 에서 함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$h'(x)$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$-k + 3$	$\searrow$	$-k + 2$ 극소	$\nearrow$

$x \geq 0$ 에서 함수 $h(x)$ 는 $x = 1$ 일 때 최소이고, 최솟값은

$$f(1) = -k + 2$$

이때 $h(x) \geq 0$ 이라면 $h(1) \geq 0$ 이어야 하므로

$$-k + 2 \geq 0 \quad \therefore k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

411 시각 t 에서의 점 P의 속도를 v , 가속도를 a 라 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 12t, a = \frac{dv}{dt} = 6t - 12$$

가속도가 0일 때의 시각은

$$6t - 12 = 0 \text{에서 } t = 2$$

따라서 시각 $t = 2$ 에서의 점 P의 속도는

$$3 \times 2^2 - 12 \times 2 = -12$$

412 두 점 P, Q의 속도를 각각 v_P, v_Q 라 하면

$$v_P = t^2 + 4, v_Q = 4t$$

$$v_P = v_Q \text{에서 } t^2 + 4 = 4t$$

$$t^2 - 4t + 4 = 0, (t - 2)^2 = 0$$

$$\therefore t = 2$$

$t = 2$ 일 때, 두 점 P, Q의 위치는 각각

$$\frac{1}{3} \times 2^3 + 4 \times 2 - \frac{2}{3} = 10$$

$$2 \times 2^2 - 6 = 2$$

이므로 두 점 사이의 거리는

$$10 - 2 = 8$$

413 열차의 속도를 v 라 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = 60 - 4t$$

열차가 정지할 때의 속도는 0이므로

$$60 - 4t = 0 \quad \therefore t = 15$$

따라서 15초 동안 열차가 움직인 거리는

$$60 \times 15 - 2 \times 15^2 = 450$$

이므로 목적지로부터 450 m의 지점에서 제동을 걸어야 한다.

414 t 초 후의 물체의 속도를 v 라 하면

$$v = \frac{dh}{dt} = 50 - 10t$$

최고 높이에 도달하는 순간의 속도는 0이므로

$$50 - 10t = 0 \quad \therefore t = 5$$

따라서 물체가 최고 높이에 도달했을 때 지면으로부터 높이는

$$30 + 50 \times 5 - 5 \times 5^2 = 155 \text{ (m)}$$

III 적분

1

부정적분

86쪽 ~ 91쪽

001 $(2x+5)'=2$ 이므로 $2x+5$ 는 2의 부정적분이다. (참)

002 $(x^2+1)'=2x$ 이므로 x^2+1 은 $2x+1$ 의 부정적분이 아니다. (거짓)

003 $(x^3)'=3x^2$ 이므로 x^3 은 $3x^2+2$ 의 부정적분이 아니다. (거짓)

004 $(x^3+5x-2)'=3x^2+5$ 이므로 x^3+5x-2 는 $3x^2+5$ 의 부정적분이다. (참)

005 □: $2x+1$

006 $\int f(x)dx=3x^2+x+C$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $f(x)=(3x^2+x+C)'=6x+1$

007 $\int f(x)dx=x^5-3x^2+x+C$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $f(x)=(x^5-3x^2+x+C)'=5x^4-6x+1$

008 $\int f(x)dx=-3x^3+3x^2-x+C$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $f(x)=(-3x^3+3x^2-x+C)'=-9x^2+6x-1$

009 $(5x)'=5$ 이므로 $\int 5dx=5x+C$

010 $(3x^2)'=6x$ 이므로 $\int 6xdx=3x^2+C$

011 $(3x^3)'=9x^2$ 이므로 $\int 9x^2dx=3x^3+C$

012 $(2x^4)'=8x^3$ 이므로 $\int 8x^3dx=2x^4+C$

013 $\int 10dx=10x+C$

014 $\int 3x^2dx=x^3+C$

015 $\int (-4x^3)dx=-x^4+C$

016 $\int 10x^9dx=x^{10}+C$

017 $\int xdx=\frac{1}{2}x^2+C$

018 $\int x^3dx=\frac{1}{4}x^4+C$

019 $\int x^{12}dx=\frac{1}{13}x^{13}+C$

020 □: x^2, x

021 $\int (4x-3)dx=4\int xdx-3\int dx=2x^2-3x+C$

022 $\int (3x^2-2x+1)dx=3\int x^2dx-2\int xdx+\int 1dx$
 $=x^3-x^2+x+C$

023 $\int (x^2-6x+5)dx=\int x^2dx-6\int xdx+\int 5dx$
 $=\frac{1}{3}x^3-3x^2+5x+C$

024 $\int (6x^2-4x+3)dx=6\int x^2dx-4\int xdx+\int 3dx$
 $=2x^3-2x^2+3x+C$

025 $\int (12x^3-6x+7)dx=12\int x^3dx-6\int xdx+\int 7dx$
 $=3x^4-3x^2+7x+C$

026 □: $6x, x^3$

027 $\int 2x^2(x-3)dx=\int (2x^3-6x^2)dx=\frac{1}{2}x^4-2x^3+C$

028 $\int (x+2)(x-2)dx=\int (x^2-4)dx=\frac{1}{3}x^3-4x+C$

029 $\int (x+1)(x^2+5)dx=\int (x^3+x^2+5x+5)dx$
 $=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+5x+C$

030 $\int (2x-1)^2dx=\int (4x^2-4x+1)dx$
 $=\frac{4}{3}x^3-2x^2+x+C$

$$031 \int (x+1)(x^2-x+1)dx = \int (x^3+1)dx = \frac{1}{4}x^4 + x + C$$

$$032 \int (x+1)(x-1)(x-2)dx = \int (x^3-2x^2-x+2)dx \\ = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + C$$

$$033 \square: -x^2, 5, 5x$$

$$034 \int (x+1)^2 dx - \int (x-1)^2 dx \\ = \int \{(x^2+2x+1) - (x^2-2x+1)\} dx \\ = \int 4x dx = 2x^2 + C$$

$$035 \int (x+2)^2 dx + \int (x-2)^2 dx \\ = \int \{(x^2+4x+4) + (x^2-4x+4)\} dx \\ = \int (2x^2+8) dx = \frac{2}{3}x^3 + 8x + C$$

$$036 \int (3x+1)^2 dx - \int (3x-1)^2 dx \\ = \int \{(9x^2+6x+1) - (9x^2-6x+1)\} dx \\ = \int 12x dx = 6x^2 + C$$

$$037 \int (x+2)dx + \int 2(x+2)dx + \int 3(x+2)dx \\ = \int \{(x+2) + (2x+4) + (3x+6)\} dx \\ = \int (6x+12) dx = 3x^2 + 12x + C$$

$$038 \int (x^2+1)dx + \int 4(x^2+1)dx - \int 2(x^2+1)dx \\ = \int \{(x^2+1) + (4x^2+4) - (2x^2+2)\} dx \\ = \int (3x^2+3) dx = x^3 + 3x + C$$

$$039 \square: x^2, 3, x$$

$$040 f'(x) = 2x - 5 \text{ 이므로} \\ f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x-5) dx = x^2 - 5x + C \\ \text{이때 } f(2) = 2 \text{ 이므로} \\ 4 - 10 + C = 2 \quad \therefore C = 8 \\ \therefore f(x) = x^2 - 5x + 8$$

$$041 f'(x) = 6x^2 - 5x - 2 \text{ 이므로} \\ f(x) = \int f'(x) dx = \int (6x^2 - 5x - 2) dx \\ = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + C \\ \text{이때 } f(0) = 1 \text{ 이므로 } C = 1 \\ \therefore f(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + 1$$

$$042 f'(x) = 3x^2 - 4x + 1 \text{ 이므로} \\ f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 4x + 1) dx \\ = x^3 - 2x^2 + x + C \\ \text{이때 } f(-1) = 3 \text{ 이므로} \\ -1 - 2 - 1 + C = 3 \quad \therefore C = 7 \\ \therefore f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 7$$

$$043 f'(x) = (x+1)(3x-1) \text{ 이므로} \\ f(x) = \int f'(x) dx = \int (x+1)(3x-1) dx \\ = \int (3x^2 + 2x - 1) dx \\ = x^3 + x^2 - x + C \\ \text{이때 } f(1) = 5 \text{ 이므로} \\ 1 + 1 - 1 + C = 5 \quad \therefore C = 4 \\ \therefore f(x) = x^3 + x^2 - x + 4$$

$$044 \square: 2x^2 - 2x, -12, 2x^2 - 2x - 12$$

$$045 \text{ 곡선 } y=f(x) \text{ 위의 점 } (x, f(x)) \text{ 에서의 접선의 기울기가 } \\ 3x^2 - 2x + 1 \text{ 이므로 } f'(x) = 3x^2 - 2x + 1 \\ \therefore f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 2x + 1) dx \\ = x^3 - x^2 + x + C \\ \text{곡선 } y=f(x) \text{ 가 점 } (1, 2) \text{ 를 지나므로 } f(1) = 2 \\ 1 - 1 + 1 + C = 2 \quad \therefore C = 1 \\ \therefore f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$$

$$046 \text{ 곡선 } y=f(x) \text{ 위의 점 } (x, f(x)) \text{ 에서의 접선의 기울기가 } \\ 3x^2 + 6x - 5 \text{ 이므로 } f'(x) = 3x^2 + 6x - 5 \\ \therefore f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 + 6x - 5) dx \\ = x^3 + 3x^2 - 5x + C \\ \text{곡선 } y=f(x) \text{ 가 점 } (0, -2) \text{ 를 지나므로 } f(0) = -2 \\ \therefore C = -2 \\ \therefore f(x) = x^3 + 3x^2 - 5x - 2$$

$$047 \text{ 곡선 } y=f(x) \text{ 위의 점 } (x, f(x)) \text{ 에서의 접선의 기울기가 } \\ 3x^2 - 2x - 8 \text{ 이므로 } f'(x) = 3x^2 - 2x - 8$$

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 2x - 8) dx \\ &= x^3 - x^2 - 8x + C\end{aligned}$$

곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로 $f(-2)=1$
 $-8-4+16+C=1 \quad \therefore C=-3$
 $\therefore f(x)=x^3-x^2-8x-3$

048 □: $-6x+2, -6x+2, -3x^2+2x, 4, -3x^2+2x+4$

049 $F(x)=xf(x)-x^3+2x^2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x)=f(x)+xf'(x)-3x^2+4x$$

$$f(x) \text{의 한 부정적분이 } F(x) \text{이므로 } F'(x)=f(x)$$

$$\text{즉 } f(x)=f(x)+xf'(x)-3x^2+4x \text{이므로}$$

$$xf'(x)=3x^2-4x \quad \therefore f'(x)=3x-4$$

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= \int f'(x) dx = \int (3x-4) dx \\ &= \frac{3}{2}x^2 - 4x + C\end{aligned}$$

$$\text{이때 } f(2)=5 \text{이므로 } 6-8+C=5 \quad \therefore C=7$$

$$\therefore f(x)=\frac{3}{2}x^2-4x+7$$

050 $F(x)=xf(x)-4x^3+x^2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x)=f(x)+xf'(x)-12x^2+2x$$

$$f(x) \text{의 한 부정적분이 } F(x) \text{이므로 } F'(x)=f(x)$$

$$\text{즉 } f(x)=f(x)+xf'(x)-12x^2+2x \text{이므로}$$

$$xf'(x)=12x^2-2x \quad \therefore f'(x)=12x-2$$

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= \int f'(x) dx = \int (12x-2) dx \\ &= 6x^2 - 2x + C\end{aligned}$$

$$\text{이때 } f(1)=0 \text{이므로 } 6-2+C=0 \quad \therefore C=-4$$

$$\therefore f(x)=6x^2-2x-4$$

051 $F(x)=xf(x)-6x^3(x-1)$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x)=f(x)+xf'(x)-18x^2(x-1)-6x^3$$

$$=f(x)+xf'(x)-24x^3+18x^2$$

$$f(x) \text{의 한 부정적분이 } F(x) \text{이므로 } F'(x)=f(x)$$

$$\text{즉 } f(x)=f(x)+xf'(x)-24x^3+18x^2 \text{이므로}$$

$$xf'(x)=24x^3-18x^2 \quad \therefore f'(x)=24x^2-18x$$

$$\therefore f(x)=\int f'(x) dx = \int (24x^2-18x) dx = 8x^3-9x^2+C$$

$$\text{이때 } f(1)=1 \text{이므로 } 8-9+C=1 \quad \therefore C=2$$

$$\therefore f(x)=8x^3-9x^2+2$$

052 □: $\frac{1}{3}x^3-2x, x^2-2$

053 $\frac{d}{dx} \left\{ \int (3x^2-2x+1) dx \right\} = \frac{d}{dx} (x^3-x^2+x+C)$
 $= 3x^2-2x+1$

054 $\frac{d}{dx} \left\{ \int (x^5-2x) dx \right\} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{6}x^6-x^2+C \right) = x^5-2x$

055 □: $2x, x^2$

056 $\int \left\{ \frac{d}{dx} (x^3-x^2+3) \right\} dx = \int (3x^2-2x) dx = x^3-x^2+C$

057 $\int \left\{ \frac{d}{dx} (4x^3-x+5) \right\} dx = \int (12x^2-1) dx = 4x^3-x+C$

058 □: $x^3, 6$

059 $f(x)=\int (2x^3-5) dx$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left\{ \int (2x^3-5) dx \right\} = 2x^3-5$$

$$\therefore f'(-1) = -2-5 = -7$$

060 $f(x)=\int (x+2)(2x-1) dx$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left\{ \int (x+2)(2x-1) dx \right\} = (x+2)(2x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{을 만족시키는 } x \text{의 값은}$$

$$(x+2)(2x-1)=0 \text{에서 } x=-2 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

061 □: $3x^2-2x, 3, 3x^2-2x+3, 4$

062 $f(x)=\int \left\{ \frac{d}{dx} (3x^5+2x^3-1) \right\} dx = 3x^5+2x^3-1+C$

$$\text{이때 } f(1)=5 \text{이므로 } 3+2-1+C=5 \quad \therefore C=1$$

$$\text{따라서 } f(x)=3x^5+2x^3 \text{이므로}$$

$$f(-1) = -3-2 = -5$$

063 $f(x)=\int \left\{ \frac{d}{dx} (6x^2+4x-3) \right\} dx = 6x^2+4x-3+C$

$$\text{이때 } f(-1)=1 \text{이므로 } 6-4-3+C=1 \quad \therefore C=2$$

$$\text{따라서 } f(x)=6x^2+4x-1 \text{이므로}$$

$$f(2)=24+8-1=31$$

064 □: $1, x^2-2x, \frac{1}{3}x^3-x^2, 2, \frac{1}{3}x^3-x^2+2$

065 함수 $y=f'(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-2, 0$ 이므로

$$f'(x)=ax(x+2) \quad (a>0) \text{라 하면}$$

$$f(x)=\int f'(x) dx = \int (ax^2+2ax) dx = \frac{a}{3}x^3+ax^2+C$$

$$\text{이때 함수 } y=f'(x) \text{의 그래프에서 함수 } f(x) \text{는 } x=-2 \text{에서}$$

$$\text{극대이고 } x=0 \text{에서 극소이므로 } f(-2)=4, f(0)=0$$

$$f(0)=0 \text{에서 } C=0$$

$$f(-2)=4\text{에서 } -\frac{8}{3}a+4a+C=4$$

$$\frac{4}{3}a=4 \quad \therefore a=3$$

$$\therefore f(x)=x^3+3x^2$$

066 함수 $y=f'(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 0, 2이므로

$f'(x)=ax(x-2)$ ($a<0$)라 하면

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int(ax^2-2ax)dx=\frac{a}{3}x^3-ax^2+C$$

이때 함수 $y=f'(x)$ 의 그래프에서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이고 $x=0$ 에서 극소이므로 $f(2)=1$, $f(0)=-1$

$$f(0)=-1\text{에서 } C=-1$$

$$f(2)=1\text{에서 } \frac{8}{3}a-4a+C=1$$

$$-\frac{4}{3}a=2 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$$

$$\therefore f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-1$$

연산문제로 실전 능력 다지기

92쪽 ~ 94쪽

067 $\int f(x)dx=3x+C$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x)=3$$

068 $\int f(x)dx=\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+x+C$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x)=x^3-2x^2+1$$

069 $\int f(x)dx=-x^3+3x^2-5x+C$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x)=-3x^2+6x-5$$

070 $\int f(x)dx=x^4+2x^3+x^2-3x+C$ 의 양변을 x 에 대하여 미분

하면

$$f(x)=4x^3+6x^2+2x-3$$

071 $\int(3x^2-4x+1)dx=x^3-2x^2+x+C$

072 $\int(4x^3-6x^2+5)dx=x^4-2x^3+5x+C$

073 $\int 4x^2(x-3)dx=\int(4x^3-12x^2)dx=x^4-4x^3+C$

074 $\int(x+2)(3x-2)dx=\int(3x^2+4x-4)dx$
 $=x^3+2x^2-4x+C$

075 $\int(4x^2-2)dx+\int(-x^2+2)dx$

$$=\int\{(4x^2-2)+(-x^2+2)\}dx$$

$$=\int 3x^2dx=x^3+C$$

076 $\int(x+3)^2dx-\int(x-3)^2dx$

$$=\int\{(x^2+6x+9)-(x^2-6x+9)\}dx$$

$$=\int 12xdx=6x^2+C$$

077 $\int(x+2)^3dx-\int(x-2)^3dx$

$$=\int\{(x^3+6x^2+12x+8)-(x^3-6x^2+12x-8)\}dx$$

$$=\int(12x^2+16)dx=4x^3+16x+C$$

078 $\int \frac{x^3+8}{x+2}dx=\int \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2}dx$

$$=\int(x^2-2x+4)dx$$

$$=\frac{1}{3}x^3-x^2+4x+C$$

079 $\int(x+1)^2dx-\int 2(x+1)^2dx+\int 3(x+1)^2dx$

$$=\int\{(x^2+2x+1)-(2x^2+4x+2)+(3x^2+6x+3)\}dx$$

$$=\int(2x^2+4x+2)dx=\frac{2}{3}x^3+2x^2+2x+C$$

080 $\int(x^2+1)dx+\int 3(x^2+2)dx-\int(x^2-1)dx$

$$=\int\{(x^2+1)+(3x^2+6)-(x^2-1)\}dx$$

$$=\int(3x^2+8)dx=x^3+8x+C$$

081 $f'(x)=4x-1$ 이므로

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int(4x-1)dx$$

$$=2x^2-x+C$$

이때 $f(1)=3$ 이므로

$$2-1+C=3 \quad \therefore C=2$$

$$\therefore f(x)=2x^2-x+2$$

082 $f'(x)=3x^2-2x+5$ 이므로

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int(3x^2-2x+5)dx$$

$$=x^3-x^2+5x+C$$

이때 $f(-1)=1$ 이므로
 $-1-1-5+C=1 \quad \therefore C=8$
 $\therefore f(x)=x^3-x^2+5x+8$

083 $f'(x)=(x-1)(3x+2)=3x^2-x-2$ 이므로
 $f(x)=\int f'(x)dx=\int(3x^2-x-2)dx$
 $=x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+C$
 이때 $f(0)=7$ 이므로 $C=7$
 $\therefore f(x)=x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+7$

084 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $2x-3$ 이므로 $f'(x)=2x-3$
 $\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int(2x-3)dx=x^2-3x+C$
 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로 $f(1)=2$
 $1-3+C=2 \quad \therefore C=4$
 $\therefore f(x)=x^2-3x+4$

085 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $3x^2+2x-5$ 이므로 $f'(x)=3x^2+2x-5$
 $\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int(3x^2+2x-5)dx$
 $=x^3+x^2-5x+C$
 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로 $f(1)=-2$
 $1+1-5+C=-2 \quad \therefore C=1$
 $\therefore f(x)=x^3+x^2-5x+1$

086 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $6x^2-2$ 이므로 $f'(x)=6x^2-2$
 $\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int(6x^2-2)dx=2x^3-2x+C$
 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $f(0)=1 \quad \therefore C=1$
 따라서 $f(x)=2x^3-2x+1$ 이므로
 $f(-1)=-2+2+1=1$

087 $F(x)=xf(x)-2x^3+3x^2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $F'(x)=f(x)+xf'(x)-6x^2+6x$
 $f(x)$ 의 한 부정적분이 $F(x)$ 이므로 $F'(x)=f(x)$
 즉 $f(x)=f(x)+xf'(x)-6x^2+6x$ 이므로
 $xf'(x)=6x^2-6x \quad \therefore f'(x)=6x-6$
 $\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int(6x-6)dx$
 $=3x^2-6x+C$
 이때 $f(1)=1$ 이므로
 $3-6+C=1 \quad \therefore C=4$
 $\therefore f(x)=3x^2-6x+4$

088 $F(x)=xf(x)-x^2(3x^2-4)$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $F'(x)=f(x)+xf'(x)-2x(3x^2-4)-x^2 \times 6x$
 $=f(x)+xf'(x)-12x^3+8x$
 $f(x)$ 의 한 부정적분이 $F(x)$ 이므로 $F'(x)=f(x)$
 즉 $f(x)=f(x)+xf'(x)-12x^3+8x$ 이므로
 $xf'(x)=12x^3-8x \quad \therefore f'(x)=12x^2-8$
 $\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int(12x^2-8)dx$
 $=4x^3-8x+C$
 이때 $f(2)=6$ 이므로
 $32-16+C=6 \quad \therefore C=-10$
 $\therefore f(x)=4x^3-8x-10$

089 $\frac{d}{dx}\left\{\int(3x^2-x+2)dx\right\}=\frac{d}{dx}\left(x^3-\frac{1}{2}x^2+2x+C\right)$
 $=3x^2-x+2$

090 $\frac{d}{dx}\left\{\int(3x^5-2x^4+1)dx\right\}=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^6-\frac{2}{5}x^5+x+C\right)$
 $=3x^5-2x^4+1$

091 $\int\left\{\frac{d}{dx}(4x^2-3)\right\}dx=\int 8xdx=4x^2+C$

092 $\int\left\{\frac{d}{dx}(x^3-3x^2+1)\right\}dx=\int(3x^2-6x)dx=x^3-3x^2+C$

093 $\int\left\{\frac{d}{dx}(x^3-3x+5)\right\}dx=\int(3x^2-3)dx=x^3-3x+C$

094 $f(x)=\int(x^3-a)dx$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $f'(x)=\frac{d}{dx}\left\{\int(x^3-a)dx\right\}=x^3-a$
 이때 $f'(1)=-3$ 이므로
 $1-a=-3 \quad \therefore a=4$

095 $f(x)=\int(x^3-x^2+2x-2)dx$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $f'(x)=\frac{d}{dx}\left\{\int(x^3-x^2+2x-2)dx\right\}=x^3-x^2+2x-2$
 $\therefore f'(-1)=-1-1-2-2=-6$

096 $f(x)=\int\left\{\frac{d}{dx}(x^2-3x)\right\}dx=x^2-3x+C$
 이때 $f(0)=2$ 이므로 $C=2$
 $\therefore f(x)=x^2-3x+2$

097 $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx}(x^3 - x^2 + 1) \right\} dx = x^3 - x^2 + 1 + C$

이때 $f(1) = 3$ 이므로

$$1 - 1 + 1 + C = 3 \quad \therefore C = 2$$

$$\therefore f(x) = x^3 - x^2 + 3$$

098 $f(x) = \frac{d}{dx} \left\{ \int (3x^5 - 2x + 1) dx \right\} = 3x^5 - 2x + 1$

$$\therefore f(1) = 3 - 2 + 1 = 2$$

099 $f(x) = \frac{d}{dx} \left\{ \int (3x^5 + 4x^2 - 1) dx \right\} = 3x^5 + 4x^2 - 1$

$$\therefore f(-1) = -3 + 4 - 1 = 0$$

2 정적분

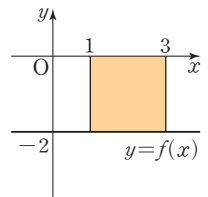
95쪽 ~ 103쪽

100 □: 5, 2, 10

101 정적분 $\int_1^3 (-2) dx$ 의 값은

함수 $f(x) = -2$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

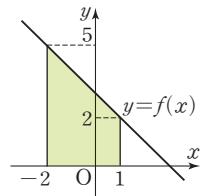
$$\int_1^3 (-2) dx = -(2 \times 2) = -4$$



102 정적분 $\int_{-2}^1 (-x+3) dx$ 의 값은

함수 $f(x) = -x+3$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=-2$, $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

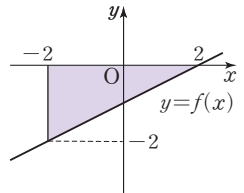
$$\int_{-2}^1 (-x+3) dx = \frac{1}{2} \times (5+2) \times 3 = \frac{21}{2}$$



103 정적분 $\int_{-2}^2 \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) dx$ 의 값은

함수 $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=-2$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

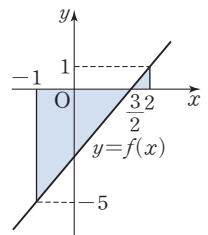
$$\int_{-2}^2 \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) dx = -\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) = -4$$



104 정적분 $\int_{-1}^2 (2x-3) dx$ 의 값은

함수 $f(x) = 2x-3$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=-1$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

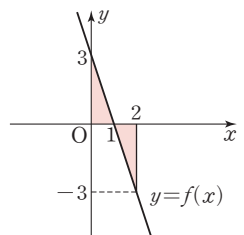
$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 (2x-3) dx \\ = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 \right) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = -6 \end{aligned}$$



105 정적분 $\int_0^2 (-3x+3) dx$ 의 값은

함수 $f(x) = -3x+3$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

$$\begin{aligned} \int_0^2 (-3x+3) dx \\ = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 3 \right) = 0 \end{aligned}$$



106 $\int_2^2 (x^2 + 2x - 5) dx = 0$

$$107 \int_{-3}^{-3} (-3x^3 + 3x^2 - x + 1) dx = 0$$

$$108 \int_2^2 (3x^2 - x + 5) dx = 0$$

$$109 \square: 0, -1, 3x^2 + 1$$

$$110 \int_a^x f(t) dt = 3x^2 - 5x \text{의 양변에 } x=a \text{를 대입하면}$$

$$\int_a^a f(t) dt = 3a^2 - 5a = 0$$

$$a(3a - 5) = 0 \quad \therefore a = 0 \text{ 또는 } a = \frac{5}{3}$$

$$\int_a^x f(t) dt = 3x^2 - 5x \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 6x - 5$$

$$111 \int_a^x f(t) dt = x^2 - 6x + 5 \text{의 양변에 } x=a \text{를 대입하면}$$

$$\int_a^a f(t) dt = a^2 - 6a + 5 = 0$$

$$(a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

$$\int_a^x f(t) dt = x^2 - 6x + 5 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 2x - 6$$

$$112 \int_a^x f(t) dt = x^3 - 3x^2 + 5x - 3 \text{의 양변에 } x=a \text{를 대입하면}$$

$$\int_a^a f(t) dt = a^3 - 3a^2 + 5a - 3 = 0$$

$$(a-1)(a^2 - 2a + 3) = 0 \quad \therefore a = 1 \quad (\because a^2 - 2a + 3 > 0)$$

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 - 3x^2 + 5x - 3 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 5$$

$$113 \square: 0, 3, 3, 3x^2 - 3$$

$$114 \int_0^x f(t) dt = 3x^2 - 4x + a \text{의 양변에 } x=0 \text{을 대입하면}$$

$$\int_0^0 f(t) dt = a = 0 \quad \therefore a = 0$$

$$\int_0^x f(t) dt = 3x^2 - 4x \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 6x - 4$$

$$115 \int_1^x f(t) dt = ax^2 - 6x + a \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면}$$

$$\int_1^1 f(t) dt = a - 6 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$\int_1^x f(t) dt = 3x^2 - 6x + 3 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 6x - 6$$

$$116 \int_{-1}^x f(t) dt = 2x^3 - 3ax + 4 \text{의 양변에 } x=-1 \text{을 대입하면}$$

$$\int_{-1}^{-1} f(t) dt = -2 + 3a + 4 = 0 \quad \therefore a = -\frac{2}{3}$$

$$\int_{-1}^x f(t) dt = 2x^3 + 2x + 4 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 6x^2 + 2$$

$$117 \square: 3, -1, -32$$

$$118 \int_{-1}^2 (t^2 + t - 5) dt = \left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - 5t \right]_{-1}^2$$

$$= \left(\frac{8}{3} + 2 - 10 \right) - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 5 \right) = -\frac{21}{2}$$

$$119 \int_0^3 (t^2 - 2t + 7) dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 + 7t \right]_0^3$$

$$= (9 - 9 + 21) - (0 - 0 + 0) = 21$$

$$120 \int_{-2}^1 x(x^2 + 3) dx = \int_{-2}^1 (x^3 + 3x) dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 \right]_{-2}^1$$

$$= \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right) - (4 + 6) = -\frac{33}{4}$$

$$121 \int_{-1}^1 \{-2x(x-1)\} dx = \int_{-1}^1 (-2x^2 + 2x) dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2 \right]_{-1}^1$$

$$= \left(-\frac{2}{3} + 1 \right) - \left(\frac{2}{3} + 1 \right) = -\frac{4}{3}$$

$$122 \square: 2, x^2, 4, 10, 6$$

$$123 \int_2^{-1} (2x+1) dx = -\int_{-1}^2 (2x+1) dx = -\left[x^2 + x \right]_{-1}^2$$

$$= -\{(4+2) - (1-1)\} = -6$$

$$124 \int_3^{-2} (3x^2 - 4x + 1) dx = -\int_{-2}^3 (3x^2 - 4x + 1) dx$$

$$= -\left[x^3 - 2x^2 + x \right]_{-2}^3$$

$$= -\{(27-18+3) - (-8-8-2)\}$$

$$= -30$$

$$125 \int_3^{-3} (4x^3 - 5) dx = -\int_{-3}^3 (4x^3 - 5) dx = -\left[x^4 - 5x \right]_{-3}^3$$

$$= -\{(81-15) - (81+15)\} = 30$$

$$126 \int_2^{-4} (-2x^3 - x + 1) dx = -\int_{-4}^2 (-2x^3 - x + 1) dx$$

$$= -\left[-\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + x \right]_{-4}^2$$

$$= -\{(-8-2+2) - (-128-8-4)\}$$

$$= -132$$

$$127 \square: x^3, -4$$

$$\begin{aligned}
 128 \int_{-1}^2 5(x^2 - 2x + 3)dx &= \int_{-1}^2 (5x^2 - 10x + 15)dx \\
 &= \left[\frac{5}{3}x^3 - 5x^2 + 15x \right]_{-1}^2 \\
 &= \frac{70}{3} - \left(-\frac{65}{3} \right) = 45
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 129 \int_0^3 (x^2 - 6x + 9)dx + \int_0^3 (2x^2 + 6x - 7)dx \\
 &= \int_0^3 (3x^2 + 2)dx \\
 &= \left[x^3 + 2x \right]_0^3 \\
 &= 33 - 0 = 33
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 130 \int_{-1}^2 (x^2 - x + 3)dx + \int_{-1}^2 (-x^2 + 3x - 1)dx \\
 &= \int_{-1}^2 (2x + 2)dx \\
 &= \left[x^2 + 2x \right]_{-1}^2 \\
 &= 8 - (-1) = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 131 \int_{-1}^2 (4x^2 + x + 5)dx - \int_{-1}^2 (x^2 - x + 5)dx \\
 &= \int_{-1}^2 (3x^2 + 2x)dx \\
 &= \left[x^3 + x^2 \right]_{-1}^2 \\
 &= 12 - 0 = 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 132 \int_{-3}^2 (x^2 + x + 5)dx - \int_{-3}^2 (x^2 + x - 3)dx \\
 &= \int_{-3}^2 8dx = \left[8x \right]_{-3}^2 \\
 &= 16 - (-24) = 40
 \end{aligned}$$

$$133 \square: 2, 2, -\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, 0$$

$$\begin{aligned}
 134 \int_0^2 (x^2 + 3)dx + \int_2^3 (x^2 + 3)dx \\
 &= \int_0^3 (x^2 + 3)dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 + 3x \right]_0^3 = 18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 135 \int_{-2}^1 (x^2 + x + 1)dx + \int_1^2 (x^2 + x + 1)dx \\
 &= \int_{-2}^2 (x^2 + x + 1)dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x \right]_{-2}^2 \\
 &= \frac{20}{3} - \left(-\frac{8}{3} \right) = \frac{28}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 136 \int_{-1}^1 (2x - 3x^2)dx + \int_1^3 (2x - 3x^2)dx + \int_3^4 (2x - 3x^2)dx \\
 &= \int_{-1}^3 (2x - 3x^2)dx + \int_3^4 (2x - 3x^2)dx \\
 &= \int_{-1}^4 (2x - 3x^2)dx \\
 &= \left[x^2 - x^3 \right]_{-1}^4 \\
 &= -48 - 2 \\
 &= -50
 \end{aligned}$$

$$137 \square: 2, 2, 2, \frac{14}{3}$$

$$\begin{aligned}
 138 \int_{-1}^0 (3x^2 - 2x + 1)dx - \int_2^0 (3x^2 - 2x + 1)dx \\
 &= \int_{-1}^0 (3x^2 - 2x + 1)dx + \int_0^2 (3x^2 - 2x + 1)dx \\
 &= \int_{-1}^2 (3x^2 - 2x + 1)dx \\
 &= \left[x^3 - x^2 + x \right]_{-1}^2 \\
 &= 6 - (-3) \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 139 \int_1^2 x(x+1)dx - \int_3^2 x(x+1)dx \\
 &= \int_1^2 x(x+1)dx + \int_2^3 x(x+1)dx \\
 &= \int_1^3 x(x+1)dx \\
 &= \int_1^3 (x^2 + x)dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_1^3 \\
 &= \frac{27}{2} - \frac{5}{6} \\
 &= \frac{38}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 140 \int_2^4 (x^2 - 2)dx - \int_3^4 (x^2 - 2)dx + \int_1^2 (x^2 - 2)dx \\
 &= \int_2^4 (x^2 - 2)dx + \int_4^3 (x^2 - 2)dx + \int_1^2 (x^2 - 2)dx \\
 &= \int_2^3 (x^2 - 2)dx + \int_1^2 (x^2 - 2)dx \\
 &= \int_1^3 (x^2 - 2)dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x \right]_1^3 \\
 &= 3 - \left(-\frac{5}{3} \right) \\
 &= \frac{14}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
141 \quad & \int_0^2 \frac{x^3}{x+1} dx - \int_1^2 \frac{x^3}{x+1} dx + \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx \\
&= \int_0^2 \frac{x^3}{x+1} dx + \int_2^1 \frac{x^3}{x+1} dx + \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx \\
&= \int_0^1 \frac{x^3}{x+1} dx + \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx \\
&= \int_0^1 \frac{x^3+1}{x+1} dx \\
&= \int_0^1 \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} dx \\
&= \int_0^1 (x^2-x+1) dx \\
&= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x \right]_0^1 = \frac{5}{6}
\end{aligned}$$

$$142 \quad \square: -2x+1, 3x^2-4, -x^2+x, x^3-4x, 6, 9$$

$$\begin{aligned}
143 \quad & \int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 1 dx + \int_1^4 x dx \\
&= \left[x \right]_{-1}^1 + \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_1^4 \\
&= 2 + \frac{15}{2} = \frac{19}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
144 \quad & \int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 (1-2x) dx + \int_0^2 (x+1) dx \\
&= \left[x - x^2 \right]_{-2}^0 + \left[\frac{1}{2}x^2 + x \right]_0^2 \\
&= 6 + 4 = 10
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
145 \quad & \int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 (-x^2-2x) dx + \int_0^2 (-x^2+3x) dx \\
&= \left[-\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^2 \\
&= \frac{2}{3} + \frac{10}{3} = 4
\end{aligned}$$

$$146 \quad \square: -\frac{1}{2}x^2+x, \frac{1}{2}x^2-x, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1$$

$$\begin{aligned}
147 \quad & \text{단한구간 } [0, 2] \text{에서} \\
& |x^2-1| = \begin{cases} -x^2+1 & (0 \leq x \leq 1) \\ x^2-1 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases} \\
& \therefore \int_0^2 |x^2-1| dx \\
&= \int_0^1 (-x^2+1) dx + \int_1^2 (x^2-1) dx \\
&= \left[-\frac{1}{3}x^3+x \right]_0^1 + \left[\frac{1}{3}x^3-x \right]_1^2 \\
&= \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
148 \quad & \text{단한구간 } [-1, 2] \text{에서} \\
& x|x-1| = \begin{cases} -x^2+x & (-1 \leq x \leq 1) \\ x^2-x & (1 \leq x \leq 2) \end{cases} \\
& \therefore \int_{-1}^2 x|x-1| dx \\
&= \int_{-1}^1 (-x^2+x) dx + \int_1^2 (x^2-x) dx \\
&= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^1 + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 \\
&= -\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1}{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
149 \quad & \text{단한구간 } [0, 3] \text{에서} \\
& |(x-1)(x-3)| = \begin{cases} x^2-4x+3 & (0 \leq x \leq 1) \\ -x^2+4x-3 & (1 \leq x \leq 3) \end{cases} \\
& \therefore \int_0^3 |(x-1)(x-3)| dx \\
&= \int_0^1 (x^2-4x+3) dx + \int_1^3 (-x^2+4x-3) dx \\
&= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x \right]_1^3 \\
&= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}
\end{aligned}$$

$$150 \quad \square: 5x^4, \frac{4}{3}x^3, -\frac{2}{3}$$

$$151 \quad \int_{-5}^5 \underbrace{(3x^3-x)}_{\text{기함수}} dx = 0$$

$$\begin{aligned}
152 \quad & \int_{-2}^2 (4x^3+3x^2-2x+1) dx \\
&= \int_{-2}^2 \underbrace{(4x^3-2x)}_{\text{기함수}} dx + \int_{-2}^2 \underbrace{(3x^2+1)}_{\text{우함수}} dx \\
&= 0 + 2 \int_0^2 (3x^2+1) dx \\
&= 2 \left[x^3+x \right]_0^2 \\
&= 2 \times 10 = 20
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
153 \quad & \int_{-3}^3 (4x^5-3x^3+x^2-7x+2) dx \\
&= \int_{-3}^3 \underbrace{(4x^5-3x^3-7x)}_{\text{기함수}} dx + \int_{-3}^3 \underbrace{(x^2+2)}_{\text{우함수}} dx \\
&= 0 + 2 \int_0^3 (x^2+2) dx \\
&= 2 \left[\frac{1}{3}x^3+2x \right]_0^3 \\
&= 2 \times 15 = 30
\end{aligned}$$

$$154 \int_{-1}^1 2x(x^3-x+1)dx$$

$$= \int_{-1}^1 (2x^4 - 2x^2 + 2x)dx$$

$$= \int_{-1}^1 \underbrace{(2x^4 - 2x^2)}_{\text{우함수}} dx + \int_{-1}^1 \underbrace{2x}_{\text{기함수}} dx$$

$$= 2 \int_0^1 (2x^4 - 2x^2)dx + 0$$

$$= 2 \left[\frac{2}{5}x^5 - \frac{2}{3}x^3 \right]_0^1$$

$$= 2 \times \left(-\frac{4}{15} \right) = -\frac{8}{15}$$

$$155 \square: \frac{1}{3}t^3 - t^2 + kt, 0, x^2 - 2x$$

$$156 \int_0^1 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수})$$

$$\text{라 하면 } f(x) = x^2 - x + 2k$$

$$\text{이것을 } \ominus \text{에 대입하면}$$

$$k = \int_0^1 f(t)dt = \int_0^1 (t^2 - t + 2k)dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 2kt \right]_0^1 = 2k - \frac{1}{6}$$

$$\text{즉 } k = 2k - \frac{1}{6} \text{이므로 } k = \frac{1}{6}$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x + \frac{1}{3}$$

$$157 \int_0^2 f(t)dt = k \quad (k \text{는 상수})$$

$$\text{라 하면 } f(x) = 3x^2 - kx$$

$$\text{이것을 } \ominus \text{에 대입하면}$$

$$k = \int_0^2 f(t)dt = \int_0^2 (3t^2 - kt)dt$$

$$= \left[t^3 - \frac{k}{2}t^2 \right]_0^2 = -2k + 8$$

$$\text{즉 } k = -2k + 8 \text{이므로 } k = \frac{8}{3}$$

$$\therefore f(x) = 3x^2 - \frac{8}{3}x$$

$$158 \square: 15x^2 - 4x, 5x^3 - 2x^2, 3, -1, 5x^3 - 2x^2 - 1, -8$$

$$159 \text{ 주어진 식의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$2xf(x) + x^2 f'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2xf(x)$$

$$\text{즉 } f'(x) = 4x - 3 \text{이므로}$$

$$f(x) = 2x^2 - 3x + C \quad (C \text{는 적분상수})$$

$$\text{주어진 식의 양변에 } x = -1 \text{을 대입하면}$$

$$f(-1) = 1 + 1 + 2 \int_{-1}^{-1} tf(t)dt = 2 + 0 = 2$$

$$\ominus \text{의 양변에 } x = -1 \text{을 대입하면}$$

$$f(-1) = 2 + 3 + C = 2 \quad \therefore C = -3$$

$$\text{따라서 } f(x) = 2x^2 - 3x - 3 \text{이므로}$$

$$f(1) = 2 - 3 - 3 = -4$$

$$160 \text{ 주어진 식의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) + xf'(x) = 6x^2 - 2x + f(x)$$

$$\text{즉 } f'(x) = 6x - 2 \text{이므로}$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + C \quad (C \text{는 적분상수})$$

$$\text{이때 } f(0) = 1 \text{이므로 } C = 1$$

$$\text{따라서 } f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \text{이므로}$$

$$f(2) = 12 - 4 + 1 = 9$$

$$161 \square: \int_1^x f(t)dt, xf(x), 6x - 4$$

$$162 \int_1^x (x-t)f(t)dt = x^5 - 5x + 4 \text{에서}$$

$$x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x tf(t)dt = x^5 - 5x + 4$$

$$\text{이 식의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$\int_1^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = 5x^4 - 5$$

$$\therefore \int_1^x f(t)dt = 5x^4 - 5$$

$$\text{이 식의 양변을 다시 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 20x^3$$

$$163 \int_1^x (x-t)f(t)dt = x^4 - 2x^2 + 1 \text{에서}$$

$$x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x tf(t)dt = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$\text{이 식의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$\int_1^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = 4x^3 - 4x$$

$$\therefore \int_1^x f(t)dt = 4x^3 - 4x$$

$$\text{이 식의 양변을 다시 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f(x) = 12x^2 - 4$$

$$164 \square: -1, 2, \text{극대, 극소}, 2, \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 2t, -\frac{10}{3}$$

$$165 f(x) = \int_0^x (3t^2 + 2t - 1)dt \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1 = (x+1)(3x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\text{함수 } f(x) \text{의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.}$$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	$\frac{1}{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

$$\text{따라서 함수 } f(x) \text{는}$$

$$x = -1 \text{일 때 극대이고, 극댓값은}$$

$$f(-1) = \int_0^{-1} (3t^2 + 2t - 1)dt = \left[t^3 + t^2 - t \right]_0^{-1} = 1$$

$x = \frac{1}{3}$ 일 때 극소이고, 극솟값은

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \int_0^{\frac{1}{3}} (3t^2 + 2t - 1)dt = \left[t^3 + t^2 - t\right]_0^{\frac{1}{3}} = -\frac{5}{27}$$

166 $f(x) = \int_0^x (t^2 - 2t - 8)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = x^2 - 2x - 8 = (x+2)(x-4)$$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 4$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x = -2$ 일 때 극대이고, 극댓값은

$$f(-2) = \int_0^{-2} (t^2 - 2t - 8)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 - 8t\right]_0^{-2} = \frac{28}{3}$$

$x = 4$ 일 때 극소이고, 극솟값은

$$f(4) = \int_0^4 (t^2 - 2t - 8)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 - 8t\right]_0^4 = -\frac{80}{3}$$

167 □: $x-1$, $F(1)$, $f(1)$, 2

168 $f(t) = t^2 + 3t$ 라 하고 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x (t^2 + 3t)dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{[F(t)]_2^x}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x-2} = F'(2) \\ &= f(2) = 4 + 6 = 10 \end{aligned}$$

169 $f(t) = t^2 - 2t - 3$ 이라 하고 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x (t^2 - 2t - 3)dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[F(t)]_1^x}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1} = F'(1) \\ &= f(1) = 1 - 2 - 3 = -4 \end{aligned}$$

170 $f(t) = 2t^2 + 2t - 1$ 이라 하고 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \int_3^x (2t^2 + 2t - 1)dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \int_3^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{[F(t)]_3^x}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{F(x) - F(3)}{x-3} = F'(3) \\ &= f(3) = 18 + 6 - 1 = 23 \end{aligned}$$

171 □: x , $F(x)$, $f(0)$, -2

172 $f(t) = (2t+1)^2$ 이라 하고 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (2t+1)^2 dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[F(t)]_0^x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(0)}{x} = F'(0) \\ &= f(0) = 1 \end{aligned}$$

173 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ 이라 하고 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} (2x^3 - 3x^2 - 1)dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} f(x)dx = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[F(x)]_1^{1+h}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1)}{h} = F'(1) \\ &= f(1) = 2 - 3 - 1 = -2 \end{aligned}$$

174 $f(x) = x^2 + 1$ 이라 하고 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+2h} (x^2 + 1)dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+2h} f(x)dx = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[F(x)]_2^{2+2h}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+2h) - F(2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+2h) - F(2)}{2h} \times 2 \\ &= 2F'(2) = 2f(2) \\ &= 2 \times (4 + 1) = 10 \end{aligned}$$

연산문제로 실전 능력 다지기

104쪽 ~ 106쪽

$$\begin{aligned} \text{175 } \int_{-1}^2 (x^2 + 2x - 5)dx &= \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 5x\right]_{-1}^2 \\ &= -\frac{10}{3} - \frac{17}{3} = -9 \end{aligned}$$

$$\text{176 } \int_0^2 (4x^3 - 3x^2 + 2x - 5)dx = \left[x^4 - x^3 + x^2 - 5x\right]_0^2 = 2$$

$$\text{177 } \int_{-1}^1 (x^5 - 3x^2 + 5x)dx = 2 \int_0^1 (-3x^2)dx = 2 \left[-x^3\right]_0^1 = -2$$

$$\begin{aligned}
 178 \int_0^3 (x^2 - x) dx + \int_0^3 (2x^2 + x - 3) dx &= \int_0^3 (3x^2 - 3) dx \\
 &= \left[x^3 - 3x \right]_0^3 \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 179 \int_{-2}^2 (x^2 - x + 3) dx - \int_{-2}^2 (x^2 + 3x + 1) dx &= \int_{-2}^2 (-4x + 2) dx \\
 &= 2 \int_0^2 2 dx \\
 &= 2 \left[2x \right]_0^2 \\
 &= 2 \times 4 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 180 \int_{-3}^2 (x^2 + x + 5) dx + \int_{-3}^2 (2x^2 - x - 5) dx &= \int_{-3}^2 3x^2 dx \\
 &= \left[x^3 \right]_{-3}^2 \\
 &= 8 - (-27) \\
 &= 35
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 181 \int_{-1}^1 (x^2 - x) dx + \int_1^3 (x^2 - x) dx &= \int_{-1}^3 (x^2 - x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^3 \\
 &= \frac{9}{2} - \left(-\frac{5}{6} \right) \\
 &= \frac{16}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 182 \int_{-2}^1 (x^2 + 3) dx - \int_2^1 (x^2 + 3) dx \\
 &= \int_{-2}^1 (x^2 + 3) dx + \int_1^2 (x^2 + 3) dx \\
 &= \int_{-2}^2 (x^2 + 3) dx \\
 &= 2 \int_0^2 (x^2 + 3) dx \\
 &= 2 \left[\frac{1}{3}x^3 + 3x \right]_0^2 \\
 &= 2 \times \frac{26}{3} \\
 &= \frac{52}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 183 \int_{-1}^2 f(x) dx &= \int_{-1}^0 (-x + 1) dx + \int_0^2 (x + 1) dx \\
 &= \left[-\frac{1}{2}x^2 + x \right]_{-1}^0 + \left[\frac{1}{2}x^2 + x \right]_0^2 \\
 &= \frac{3}{2} + 4 = \frac{11}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 184 \int_{-1}^3 f(x) dx &= \int_{-1}^1 x dx + \int_1^3 (2 - x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^1 + \left[2x - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^3 \\
 &= 0 + 0 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 185 \int_0^2 f(x) dx &= \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2 - x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 + \left[2x - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 \\
 &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 186 \int_{-1}^1 f(x) dx &= \int_{-1}^0 (2x + 3) dx + \int_0^1 (3 - 3x^2) dx \\
 &= \left[x^2 + 3x \right]_{-1}^0 + \left[3x - x^3 \right]_0^1 \\
 &= 2 + 2 = 4
 \end{aligned}$$

187 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서

$$\begin{aligned}
 |2 - x| &= \begin{cases} 2 - x & (0 \leq x \leq 2) \\ -2 + x & (2 \leq x \leq 3) \end{cases} \\
 \therefore \int_0^3 |2 - x| dx &= \int_0^2 (2 - x) dx + \int_2^3 (-2 + x) dx \\
 &= \left[2x - \frac{1}{2}x^2 \right]_0^2 + \left[-2x + \frac{1}{2}x^2 \right]_2^3 \\
 &= 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

188 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서

$$\begin{aligned}
 |x^2 - x| &= \begin{cases} x^2 - x & (-1 \leq x \leq 0) \\ -x^2 + x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases} \\
 \therefore \int_{-1}^1 |x^2 - x| dx &= \int_{-1}^0 (x^2 - x) dx + \int_0^1 (-x^2 + x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 \\
 &= \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 1
 \end{aligned}$$

189 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서

$$\begin{aligned}
 |x^2 - 3x + 2| &= \begin{cases} -x^2 + 3x - 2 & (1 \leq x \leq 2) \\ x^2 - 3x + 2 & (2 \leq x \leq 3) \end{cases} \\
 \therefore \int_1^3 |x^2 - 3x + 2| dx \\
 &= \int_1^2 (-x^2 + 3x - 2) dx + \int_2^3 (x^2 - 3x + 2) dx \\
 &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x \right]_1^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_2^3 \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 190 \int_{-2}^2 (7x^3 - x^2 - 2x + 3) dx &= 2 \int_0^2 (-x^2 + 3) dx \\
 &= 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + 3x \right]_0^2 \\
 &= 2 \times \frac{10}{3} = \frac{20}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 191 \int_{-3}^3 (4x^5 - 3x^2 - 7x) dx &= 2 \int_0^3 (-3x^2) dx = 2 \left[-x^3 \right]_0^3 \\
 &= 2 \times (-27) = -54
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 192 \int_0^1 (8x^7 - 5x^4 + 3x^2 + 2x - 1) dx \\
 &\quad - \int_0^{-1} (8x^7 - 5x^4 + 3x^2 + 2x - 1) dx \\
 &= \int_0^1 (8x^7 - 5x^4 + 3x^2 + 2x - 1) dx \\
 &\quad + \int_{-1}^0 (8x^7 - 5x^4 + 3x^2 + 2x - 1) dx \\
 &= \int_{-1}^1 (8x^7 - 5x^4 + 3x^2 + 2x - 1) dx \\
 &= 2 \int_0^1 (-5x^4 + 3x^2 - 1) dx \\
 &= 2 \left[-x^5 + x^3 - x \right]_0^1 \\
 &= 2 \times (-1) = -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 193 \int_a^x f(t) dt &= x^2 - 3x - 4 \text{의 양변에 } x=a \text{를 대입하면} \\
 \int_a^a f(t) dt &= a^2 - 3a - 4 = 0 \\
 (a+1)(a-4) &= 0 \quad \therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 4 \\
 \text{따라서 모든 상수 } a \text{의 값의 합은} \\
 -1 + 4 &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 194 \int_{-1}^x f(t) dt &= x^2 - ax + 3 \text{의 양변에 } x = -1 \text{을 대입하면} \\
 \int_{-1}^{-1} f(t) dt &= 1 + a + 3 = 0 \quad \therefore a = -4 \\
 \int_{-1}^x f(t) dt &= x^2 + 4x + 3 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면} \\
 f(x) &= 2x + 4 \quad \therefore f(1) = 2 + 4 = 6 \\
 \therefore a + f(1) &= -4 + 6 = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 195 \int_0^2 f(t) dt &= k \text{ (} k \text{는 상수)} \quad \dots\dots \textcircled{1} \\
 \text{라 하면 } f(x) &= 3x + k \\
 \text{이것을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \\
 k &= \int_0^2 f(t) dt = \int_0^2 (3t + k) dt \\
 &= \left[\frac{3}{2}t^2 + kt \right]_0^2 = 2k + 6 \\
 \text{즉 } k &= 2k + 6 \text{이므로 } k = -6 \\
 \therefore f(x) &= 3x - 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 196 \int_0^2 f(t) dt &= k \text{ (} k \text{는 상수)} \quad \dots\dots \textcircled{1} \\
 \text{라 하면 } f(x) &= x^3 - 6x^2 + 2kx \\
 \text{이것을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \\
 k &= \int_0^2 f(t) dt = \int_0^2 (t^3 - 6t^2 + 2kt) dt \\
 &= \left[\frac{1}{4}t^4 - 2t^3 + kt^2 \right]_0^2 = 4k - 12 \\
 \text{즉 } k &= 4k - 12 \text{이므로 } k = 4 \\
 \text{따라서 } f(x) &= x^3 - 6x^2 + 8x \text{이므로} \\
 f(1) &= 1 - 6 + 8 = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 197 \int_0^1 f'(t) dt &= k \text{ (} k \text{는 상수)} \quad \dots\dots \textcircled{1} \\
 \text{라 하면 } f(x) &= x^3 - 2x + 2k \\
 \text{즉 } f'(x) &= 3x^2 - 2 \text{이므로 이것을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \\
 k &= \int_0^1 f'(t) dt = \int_0^1 (3t^2 - 2) dt \\
 &= \left[t^3 - 2t \right]_0^1 = -1 \\
 \therefore k &= -1 \\
 \text{따라서 } f(x) &= x^3 - 2x - 2 \text{이므로} \\
 f(-1) &= -1 + 2 - 2 = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 198 \int_1^x tf(t) dt &= 5x^3 - 2ax^2 + 1 \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면} \\
 \int_1^1 tf(t) dt &= 5 - 2a + 1 = 0 \quad \therefore a = 3 \\
 \int_1^x tf(t) dt &= 5x^3 - 6x^2 + 1 \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면} \\
 xf(x) &= 15x^2 - 12x \quad \therefore f(x) = 15x - 12 \\
 \therefore f(2) &= 30 - 12 = 18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 199 \text{ 주어진 식의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면} \\
 2xf(x) + x^2f'(x) &= 6x^5 - 8x^3 + 2xf(x) \\
 \text{즉 } f'(x) &= 6x^3 - 8x \text{이므로} \\
 f(x) &= \frac{3}{2}x^4 - 4x^2 + C \text{ (} C \text{는 적분상수)} \quad \dots\dots \textcircled{1} \\
 \text{주어진 식의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면} \\
 f(1) &= 1 - 2 + 0 = -1 \\
 \textcircled{1} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면} \\
 f(1) &= \frac{3}{2} - 4 + C = -1 \quad \therefore C = \frac{3}{2} \\
 \text{따라서 } f(x) &= \frac{3}{2}x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2} \text{이므로} \\
 f(-1) &= \frac{3}{2} - 4 + \frac{3}{2} = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 200 \int_1^x (x-t)f(t) dt &= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \text{에서} \\
 x \int_1^x f(t) dt - \int_1^x tf(t) dt &= x^3 - 3x^2 + 3x - 1
 \end{aligned}$$

이 식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\int_1^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = 3x^2 - 6x + 3$$

$$\therefore \int_1^x f(t)dt = 3x^2 - 6x + 3$$

이 식의 양변을 다시 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 6x - 6$$

$$\therefore f(2) = 12 - 6 = 6$$

201 $f(x) = \int_0^x (t^2 + 3t - 4)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = x^2 + 3x - 4 = (x+4)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-4	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x = -4$ 일 때 극대이고, 극댓값은

$$f(-4) = \int_0^{-4} (t^2 + 3t - 4)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 - 4t \right]_0^{-4} = \frac{56}{3}$$

$x = 1$ 일 때 극소이고, 극솟값은

$$f(1) = \int_0^1 (t^2 + 3t - 4)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 - 4t \right]_0^1 = -\frac{13}{6}$$

202 $f(x) = \int_0^x (6t^2 + 6t - 12)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x+2)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x = -2$ 일 때 극대이고, 극댓값은

$$f(-2) = \int_0^{-2} (6t^2 + 6t - 12)dt = \left[2t^3 + 3t^2 - 12t \right]_0^{-2} = 20$$

$x = 1$ 일 때 극소이고, 극솟값은

$$f(1) = \int_0^1 (6t^2 + 6t - 12)dt = \left[2t^3 + 3t^2 - 12t \right]_0^1 = -7$$

203 $f(x) = \int_0^x (t^2 - 2t - 3)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는

$x = -1$ 일 때 극대이고, 극댓값은

$$f(-1) = \int_0^{-1} (t^2 - 2t - 3)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 - 3t \right]_0^{-1} = \frac{5}{3}$$

$x = 3$ 일 때 극소이고, 극솟값은

$$f(3) = \int_0^3 (t^2 - 2t - 3)dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2 - 3t \right]_0^3 = -9$$

204 $f(t) = 6t^2 + 5t - 3$ 이라 하고 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (6t^2 + 5t - 3)dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[F(t)]_0^x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(0)}{x} = F'(0) \\ &= f(0) = -3 \end{aligned}$$

205 $f(t) = t^3 - 2t^2 + t + 1$ 이라 하고 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x (t^3 - 2t^2 + t + 1)dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t)dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[F(t)]_1^x}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1} = F'(1) \\ &= f(1) = 1 - 2 + 1 + 1 = 1 \end{aligned}$$

206 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이라 하고 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} (x^2 + x + 1)dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} f(x)dx = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[F(x)]_1^{1+h}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1)}{h} = F'(1) \\ &= f(1) = 1 + 1 + 1 = 3 \end{aligned}$$

207 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{2h}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1) + f(1) - f(1-h)}{2h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h)}{-2h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \times \frac{1}{2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{-h} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}f'(1) + \frac{1}{2}f'(1) \\ &= f'(1) \end{aligned}$$

이때 $f(x) = \int_1^x (3t^2 - 2t + 1)dt$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{2h} = f'(1) = 3 - 2 + 1 = 2$$

208 □: $0, -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2, \frac{1}{6}$

209 곡선 $y=x^2-2x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

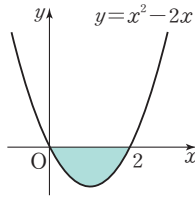
$$x^2-2x=0 \text{에서 } x(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

이때 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = -\int_0^2 (x^2-2x)dx = -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 = \frac{4}{3}$$



210 곡선 $y=-x^2+4x-3$ 과 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2+4x-3=0 \text{에서 } (x-1)(x-3)=0$$

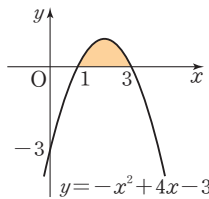
$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

이때 $1 \leq x \leq 3$ 에서 $y \geq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_1^3 (-x^2+4x-3)dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x\right]_1^3 = \frac{4}{3}$$



211 곡선 $y=x^3-x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^3-x=0 \text{에서 } x(x+1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=0 \text{ 또는 } x=1$$

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $y \geq 0$,

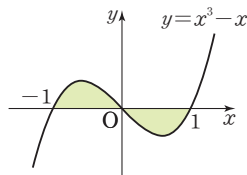
$0 \leq x \leq 1$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_{-1}^0 (x^3-x)dx - \int_0^1 (x^3-x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^0 - \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right]_0^1$$

$$= \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$



212 □: $0, x^2+2x, 0, \frac{1}{3}x^3+x^2, -1, \frac{1}{3}x^3+x^2, 2, \frac{22}{3}$

213 곡선 $y=x^2-x-2$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2-x-2=0 \text{에서 } (x+1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

이때 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $y \leq 0$, $2 \leq x \leq 3$ 에

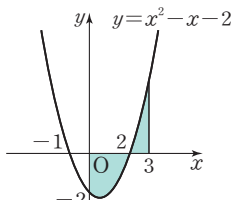
서 $y \geq 0$ 이므로 구하는 도형의 넓이를

S 라 하면

$$S = -\int_0^2 (x^2-x-2)dx + \int_2^3 (x^2-x-2)dx$$

$$= -\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_2^3$$

$$= -\left(-\frac{10}{3}\right) + \frac{11}{6} = \frac{31}{6}$$



214 곡선 $y=x^2+3x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2+3x=0 \text{에서 } x(x+3)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=0$$

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $y \leq 0$,

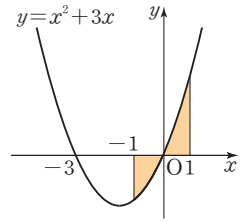
$0 \leq x \leq 1$ 에서 $y \geq 0$ 이므로 구하는

도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = -\int_{-1}^0 (x^2+3x)dx + \int_0^1 (x^2+3x)dx$$

$$= -\left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2\right]_{-1}^0 + \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2\right]_0^1$$

$$= -\left(-\frac{7}{6}\right) + \frac{11}{6} = 3$$



215 곡선 $y=-x^2+3x-2$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2+3x-2=0 \text{에서}$$

$$(x-1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$$

이때 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y \leq 0$,

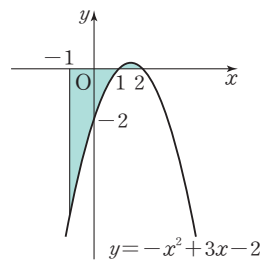
$1 \leq x \leq 2$ 에서 $y \geq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = -\int_{-1}^1 (-x^2+3x-2)dx + \int_1^2 (-x^2+3x-2)dx$$

$$= -\left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x\right]_{-1}^1 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x\right]_1^2$$

$$= -\left(-\frac{14}{3}\right) + \frac{1}{6} = \frac{29}{6}$$



216 곡선 $y=x^3-4x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^3-4x=0 \text{에서}$$

$$x(x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $y \geq 0$,

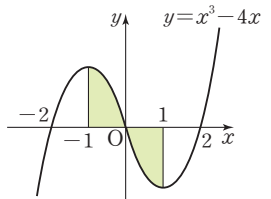
$0 \leq x \leq 1$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_{-1}^0 (x^3-4x)dx - \int_0^1 (x^3-4x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2\right]_{-1}^0 - \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2\right]_0^1$$

$$= \frac{7}{4} - \left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{7}{2}$$



217 □: $3x^2-3, 1, x^3-3x, 6$

218 곡선 $y=x^2-1$ 과 x 축의 교점의 x 좌표는

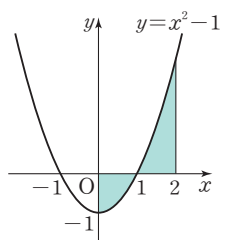
$$x^2-1=0 \text{에서 } (x+1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

이때 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $y \leq 0$,

$1 \leq x \leq 2$ 에서 $y \geq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면



$$\begin{aligned}
 S &= -\int_0^1 (x^2-1)dx + \int_1^2 (x^2-1)dx \\
 &= -\left[\frac{1}{3}x^3-x\right]_0^1 + \left[\frac{1}{3}x^3-x\right]_1^2 \\
 &= -\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{3} = 2
 \end{aligned}$$

219 곡선 $y = -x^2 - x + 2$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2 - x + 2 = 0 \text{에서}$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

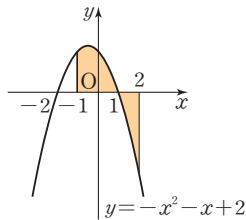
$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

이때 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y \geq 0$,

$1 \leq x \leq 2$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-1}^1 (-x^2 - x + 2)dx - \int_1^2 (-x^2 - x + 2)dx \\
 &= \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x\right]_{-1}^1 - \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x\right]_1^2 \\
 &= \frac{10}{3} - \left(-\frac{11}{6}\right) = \frac{31}{6}
 \end{aligned}$$



220 곡선 $y = x^2 - 4x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2 - 4x = 0 \text{에서 } x(x-4) = 0$$

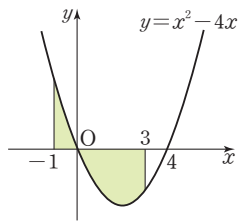
$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 4$$

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $y \geq 0$,

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-1}^0 (x^2 - 4x)dx - \int_0^3 (x^2 - 4x)dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2\right]_{-1}^0 - \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2\right]_0^3 \\
 &= \frac{7}{3} - (-9) = \frac{34}{3}
 \end{aligned}$$



221 □: $x, x+2, \frac{1}{2}x^2+2x, \frac{9}{2}$

222 곡선 $y = -x^2 + 1$ 과 직선 $y = x - 1$ 의 교점의 x 좌표는

$$-x^2 + 1 = x - 1 \text{에서}$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

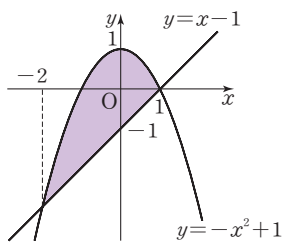
$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

이때 $-2 \leq x \leq 1$ 에서

$-x^2 + 1 \geq x - 1$ 이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-2}^1 \{-x^2 + 1 - (x - 1)\}dx = \int_{-2}^1 (-x^2 - x + 2)dx \\
 &= \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x\right]_{-2}^1 = \frac{9}{2}
 \end{aligned}$$



223 곡선 $y = x^3 - 3x$ 와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^3 - 3x = x \text{에서 } x^3 - 4x = 0$$

$$x(x+2)(x-2) = 0$$

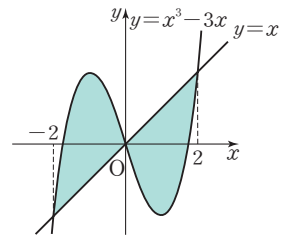
$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $-2 \leq x \leq 0$ 에서

$$x^3 - 3x \geq x, 0 \leq x \leq 2 \text{에서}$$

$x^3 - 3x \leq x$ 이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-2}^0 (x^3 - 3x - x)dx + \int_0^2 \{x - (x^3 - 3x)\}dx \\
 &= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x)dx + \int_0^2 (-x^3 + 4x)dx \\
 &= \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2\right]_{-2}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + 2x^2\right]_0^2 \\
 &= 4 + 4 = 8
 \end{aligned}$$



224 □: $-\frac{2}{3}x^3 + 2x, \frac{8}{3}$

225 두 곡선 $y = 2x^2 - 8$,

$y = -x^2 + 3x - 2$ 의 교점의

x 좌표는

$$2x^2 - 8 = -x^2 + 3x - 2 \text{에서}$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

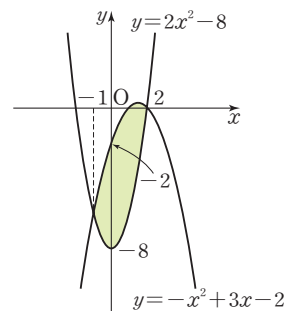
$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $-1 \leq x \leq 2$ 에서

$$2x^2 - 8 \leq -x^2 + 3x - 2 \text{이므로}$$

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-1}^2 \{-x^2 + 3x - 2 - (2x^2 - 8)\}dx \\
 &= \int_{-1}^2 (-3x^2 + 3x + 6)dx \\
 &= \left[-x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x\right]_{-1}^2 = \frac{27}{2}
 \end{aligned}$$



226 두 곡선 $y = -x^2 + 1, y = x^2 - x$ 의

교점의 x 좌표는

$$-x^2 + 1 = x^2 - x \text{에서}$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(2x+1)(x-1) = 0$$

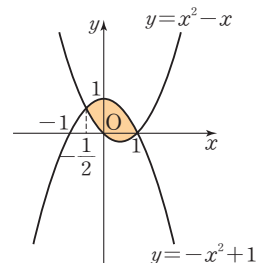
$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

이때 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 에서

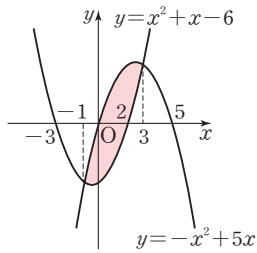
$$-x^2 + 1 \geq x^2 - x \text{이므로}$$

구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-\frac{1}{2}}^1 \{-x^2 + 1 - (x^2 - x)\}dx = \int_{-\frac{1}{2}}^1 (-2x^2 + x + 1)dx \\
 &= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x\right]_{-\frac{1}{2}}^1 = \frac{9}{8}
 \end{aligned}$$



227 두 곡선 $y = -x^2 + 5x$,
 $y = x^2 + x - 6$ 의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 5x = x^2 + x - 6$ 에서
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x+1)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$
 이때 $-1 \leq x \leq 3$ 에서



$$-x^2 + 5x \geq x^2 + x - 6 \text{ 이므로 구하는 도형의 넓이를 } S \text{ 라 하면}$$

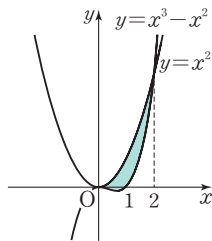
$$S = \int_{-1}^3 \{-x^2 + 5x - (x^2 + x - 6)\} dx$$

$$= \int_{-1}^3 (-2x^2 + 4x + 6) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 6x \right]_{-1}^3 = \frac{64}{3}$$

228 □: $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2, -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2, \frac{37}{12}$

229 두 곡선 $y = x^3 - x^2$, $y = x^2$ 의 교점의
 x 좌표는
 $x^3 - x^2 = x^2$ 에서 $x^3 - 2x^2 = 0$
 $x^2(x-2) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
 이때 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $x^3 - x^2 \leq x^2$ 이므로
 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

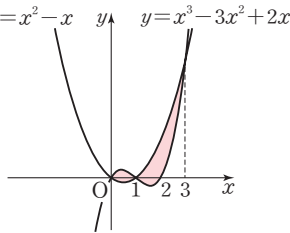


$$S = \int_0^2 \{x^2 - (x^3 - x^2)\} dx$$

$$= \int_0^2 (-x^3 + 2x^2) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right]_0^2 = \frac{4}{3}$$

230 두 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x$, $y = x^2 - x$ 의 교점의 x 좌표는
 $x^3 - 3x^2 + 2x = x^2 - x$ 에서
 $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$
 $x(x-1)(x-3) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$



이때 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $x^3 - 3x^2 + 2x \geq x^2 - x$, $1 \leq x \leq 3$ 에서
 $x^3 - 3x^2 + 2x \leq x^2 - x$ 이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_0^1 \{x^3 - 3x^2 + 2x - (x^2 - x)\} dx$$

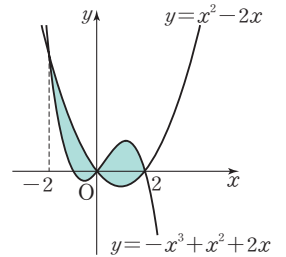
$$+ \int_1^3 \{x^2 - x - (x^3 - 3x^2 + 2x)\} dx$$

$$= \int_0^1 (x^3 - 4x^2 + 3x) dx + \int_1^3 (-x^3 + 4x^2 - 3x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_1^3$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12}$$

231 두 곡선 $y = -x^3 + x^2 + 2x$,
 $y = x^2 - 2x$ 의 교점의 x 좌표는
 $-x^3 + x^2 + 2x = x^2 - 2x$ 에서
 $x^3 - 4x = 0$
 $x(x+2)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 2$
 이때 $-2 \leq x \leq 0$ 에서



$$-x^3 + x^2 + 2x \leq x^2 - 2x, 0 \leq x \leq 2 \text{에서}$$

$$-x^3 + x^2 + 2x \geq x^2 - 2x \text{ 이므로 구하는 도형의 넓이를 } S \text{ 라 하면}$$

$$S = \int_{-2}^0 \{x^2 - 2x - (-x^3 + x^2 + 2x)\} dx$$

$$+ \int_0^2 \{-x^3 + x^2 + 2x - (x^2 - 2x)\} dx$$

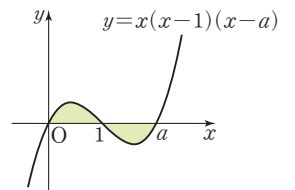
$$= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_0^2 (-x^3 + 4x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right]_{-2}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 \right]_0^2$$

$$= 4 + 4 = 8$$

232 □: $2, 2, ax^2, \frac{4}{3}, 1$

233 곡선 $y = x(x-1)(x-a)$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는
 $x(x-1)(x-a) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = a$
 오른쪽 그림에서 색칠한 두
 도형의 넓이가 같으므로



$$\int_0^a x(x-1)(x-a) dx = 0$$

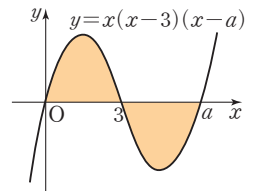
$$\int_0^a \{x^3 - (a+1)x^2 + ax\} dx = 0$$

$$\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{a+1}{3}x^3 + \frac{a}{2}x^2 \right]_0^a = 0$$

$$-\frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{6}a^3 = 0, a^4 - 2a^3 = 0$$

$$a^3(a-2) = 0 \quad \therefore a = 2 (\because a > 1)$$

234 곡선 $y = x(x-3)(x-a)$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는
 $x(x-3)(x-a) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = a$
 오른쪽 그림에서 색칠한 두 도형의
 넓이가 같으므로



$$\int_0^a x(x-3)(x-a) dx = 0$$

$$\int_0^a \{x^3 - (a+3)x^2 + 3ax\} dx = 0$$

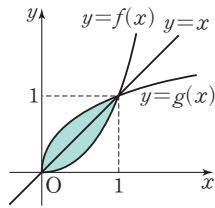
$$\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{a+3}{3}x^3 + \frac{3a}{2}x^2 \right]_0^a = 0$$

$$-\frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{2}a^3 = 0, a^4 - 6a^3 = 0$$

$$a^3(a-6) = 0 \quad \therefore a = 6 (\because a > 3)$$

235 □: $2, 2, 2, 9$

- 236 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 2배와 같다.

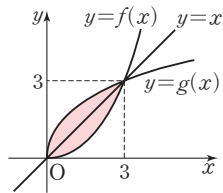


곡선 $y=x^2$ 과 직선 $y=x$ 의 교점의 x 좌표는 $x^2=x$ 에서 $x(x-1)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=1$

따라서 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^1 (x - x^2) dx \\ &= 2 \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 \\ &= 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

- 237 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 2배와 같다.



곡선 $y=\frac{1}{9}x^3$ 과 직선 $y=x$ 의 교점의 x 좌표는

$\frac{1}{9}x^3=x$ 에서 $x(x^2-9)=0$, $x(x+3)(x-3)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=3$ ($\because x \geq 0$)

따라서 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^3 \left(x - \frac{1}{9}x^3 \right) dx \\ &= 2 \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{36}x^4 \right]_0^3 \\ &= 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

- 238 □: $4t+1, t$

239 $0 + \int_0^3 v(t) dt = 0 + \int_0^3 (4t+1) dt$
 $= \left[2t^2 + t \right]_0^3 = 21$

240 $0 + \int_0^4 v(t) dt = 0 + \int_0^4 (4t+1) dt$
 $= \left[2t^2 + t \right]_0^4 = 36$

241 $0 + \int_0^5 v(t) dt = 0 + \int_0^5 (4t+1) dt$
 $= \left[2t^2 + t \right]_0^5 = 55$

- 242 □: 2, 2, 2, 4

- 243 시각 $t=0$ 에서의 점 P의 위치가 -3 이므로 시각 $t=3$ 에서의 점 P의 위치는

$$\begin{aligned} -3 + \int_0^3 (3t^2 - 2t + 1) dt &= -3 + \left[t^3 - t^2 + t \right]_0^3 \\ &= -3 + 21 = 18 \end{aligned}$$

- 244 시각 $t=0$ 에서의 점 P의 위치가 0이므로 시각 $t=3$ 에서의 점 P의 위치는

$$0 + \int_0^3 (2t - t^2) dt = \left[t^2 - \frac{1}{3}t^3 \right]_0^3 = 0$$

- 245 시각 $t=0$ 에서의 점 P의 위치가 5이므로 시각 $t=2$ 에서의 점 P의 위치는

$$\begin{aligned} 5 + \int_0^2 (5 + 2t - 3t^2) dt &= 5 + \left[5t + t^2 - t^3 \right]_0^2 \\ &= 5 + 6 = 11 \end{aligned}$$

- 246 □: $3t^2-1, t^3$

- 247 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\int_0^3 (6t^2 - 18t + 12) dt = \left[2t^3 - 9t^2 + 12t \right]_0^3 = 9$$

- 248 시각 $t=1$ 에서 $t=2$ 까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\int_1^2 (3t^2 + 2t) dt = \left[t^3 + t^2 \right]_1^2 = 10$$

- 249 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\begin{aligned} \int_0^3 |2t-2| dt &= \int_0^1 (-2t+2) dt + \int_1^3 (2t-2) dt \\ &= \left[-t^2 + 2t \right]_0^1 + \left[t^2 - 2t \right]_1^3 \\ &= 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

- 250 □: $-t^2+2t, 2, \frac{1}{3}t^3-t^2, \frac{2}{3}, \frac{22}{3}$

- 251 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} \int_0^2 |3t^2-3| dt &= \int_0^1 (-3t^2+3) dt + \int_1^2 (3t^2-3) dt \\ &= \left[-t^3 + 3t \right]_0^1 + \left[t^3 - 3t \right]_1^2 \\ &= 2 + 4 = 6 \end{aligned}$$

- 252 시각 $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} \int_1^3 |2t-t^2| dt &= \int_1^2 (2t-t^2) dt + \int_2^3 (-2t+t^2) dt \\ &= \left[t^2 - \frac{1}{3}t^3 \right]_1^2 + \left[-t^2 + \frac{1}{3}t^3 \right]_2^3 \\ &= \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2 \end{aligned}$$

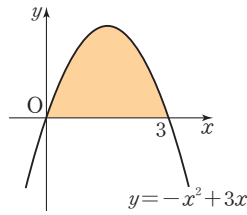
253 곡선 $y = -x^2 + 3x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2 + 3x = 0 \text{에서 } x(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $y \geq 0$ 이므로
구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^3 = \frac{9}{2} \end{aligned}$$



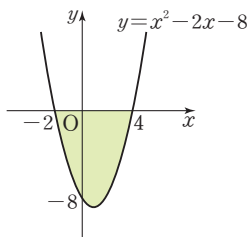
254 곡선 $y = x^2 - 2x - 8$ 과 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{에서 } (x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

이때 $-2 \leq x \leq 4$ 에서 $y \leq 0$ 이므로
구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= -\int_{-2}^4 (x^2 - 2x - 8) dx \\ &= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x \right]_{-2}^4 = 36 \end{aligned}$$

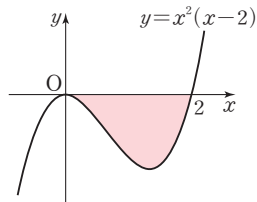


255 곡선 $y = x^2(x-2)$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2(x-2) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $y \leq 0$ 이므로
구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= -\int_0^2 x^2(x-2) dx \\ &= -\int_0^2 (x^3 - 2x^2) dx \\ &= -\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 \right]_0^2 \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$



256 곡선 $y = x^2(x+1)(x-1)$ 과 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2(x+1)(x-1) = 0 \text{에서}$$

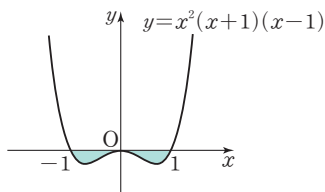
$$x = -1 \text{ 또는 } x = 0$$

$$\text{또는 } x = 1$$

이때 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y \leq 0$

이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= -\int_{-1}^1 x^2(x+1)(x-1) dx \\ &= -\int_{-1}^1 (x^4 - x^2) dx \\ &= -\left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 \right]_{-1}^1 \\ &= -\left(-\frac{4}{15} \right) = \frac{4}{15} \end{aligned}$$



257 곡선 $y = x^2 + 2x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2 + 2x = 0 \text{에서 } x(x+2) = 0$$

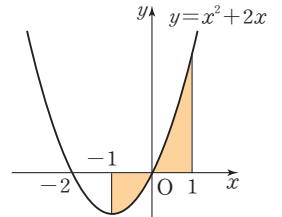
$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 0$$

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $y \leq 0$,

$0 \leq x \leq 1$ 에서 $y \geq 0$ 이므로 구하는

도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= -\int_{-1}^0 (x^2 + 2x) dx + \int_0^1 (x^2 + 2x) dx \\ &= -\left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_{-1}^0 + \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^1 \\ &= -\left(-\frac{2}{3} \right) + \frac{4}{3} = 2 \end{aligned}$$



258 곡선 $y = x^2 - 4x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2 - 4x = 0 \text{에서 } x(x-4) = 0$$

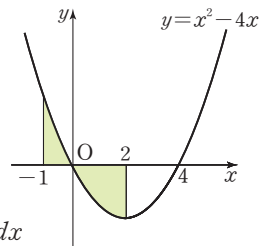
$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 4$$

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $y \geq 0$,

$0 \leq x \leq 2$ 에서 $y \leq 0$ 이므로 구하는

도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^0 (x^2 - 4x) dx - \int_0^2 (x^2 - 4x) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \right]_{-1}^0 - \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{7}{3} - \left(-\frac{16}{3} \right) = \frac{23}{3} \end{aligned}$$



259 곡선 $y = -x^2 + 3x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2 + 3x = 0 \text{에서 } x(x-3) = 0$$

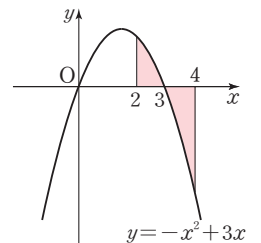
$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $2 \leq x \leq 3$ 에서 $y \geq 0$,

$3 \leq x \leq 4$ 에서 $y \leq 0$ 이므로 구하는 도

형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \int_2^3 (-x^2 + 3x) dx - \int_3^4 (-x^2 + 3x) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_2^3 - \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_3^4 \\ &= \frac{7}{6} - \left(-\frac{11}{6} \right) = 3 \end{aligned}$$



260 곡선 $y = -x^2 + 1$ 과 직선

$y = -3$ 의 교점의 x 좌표는

$$-x^2 + 1 = -3 \text{에서 } x^2 - 4 = 0$$

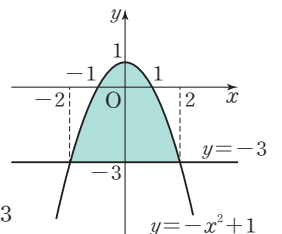
$$(x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $-x^2 + 1 \geq -3$

이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 \{-x^2 + 1 - (-3)\} dx = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x \right]_{-2}^2 = \frac{32}{3} \end{aligned}$$



261 곡선 $y=x^2+1$ 과 직선 $y=x+7$ 의

교점의 x 좌표는

$$x^2+1=x+7 \text{에서 } x^2-x-6=0$$

$$(x+2)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

이때 $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $x^2+1 \leq x+7$

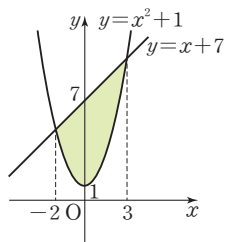
이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_{-2}^3 \{x+7-(x^2+1)\} dx$$

$$= \int_{-2}^3 (-x^2+x+6) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x \right]_{-2}^3$$

$$= \frac{125}{6}$$



262 곡선 $y=x^3-4x$ 와 직선

$y=5x$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^3-4x=5x \text{에서 } x^3-9x=0$$

$$x(x+3)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=0$$

$$\text{또는 } x=3$$

이때 $-3 \leq x \leq 0$ 에서

$$x^3-4x \geq 5x, 0 \leq x \leq 3 \text{에서}$$

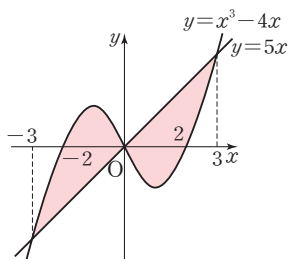
$x^3-4x \leq 5x$ 이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_{-3}^0 (x^3-4x-5x) dx + \int_0^3 \{5x-(x^3-4x)\} dx$$

$$= \int_{-3}^0 (x^3-9x) dx + \int_0^3 (-x^3+9x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 \right]_{-3}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{9}{2}x^2 \right]_0^3$$

$$= \frac{81}{4} + \frac{81}{4} = \frac{81}{2}$$



263 두 곡선 $y=-x^2+1$,

$y=3x^2-3$ 의 교점의 x 좌표는

$$-x^2+1=3x^2-3 \text{에서}$$

$$x^2-1=0$$

$$(x+1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

이때 $-1 \leq x \leq 1$ 에서

$$-x^2+1 \geq 3x^2-3 \text{이므로}$$

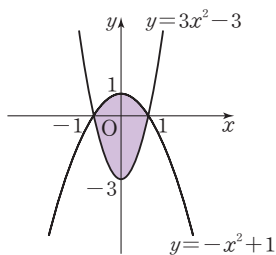
구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_{-1}^1 \{-x^2+1-(3x^2-3)\} dx$$

$$= \int_{-1}^1 (-4x^2+4) dx$$

$$= \left[-\frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^1$$

$$= \frac{16}{3}$$



264 두 곡선 $y=-x^2+1$,

$y=x^2+x-2$ 의 교점의 x 좌표는

$$-x^2+1=x^2+x-2 \text{에서}$$

$$2x^2+x-3=0$$

$$(2x+3)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=1$$

이때 $-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$ 에서 $-x^2+1 \geq x^2+x-2$ 이므로 구하는 도형

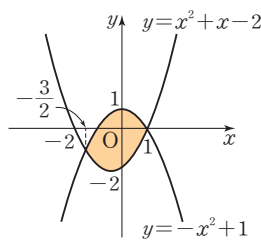
의 넓이를 S 라 하면

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^1 \{-x^2+1-(x^2+x-2)\} dx$$

$$= \int_{-\frac{3}{2}}^1 (-2x^2-x+3) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x \right]_{-\frac{3}{2}}^1$$

$$= \frac{125}{24}$$



265 두 곡선 $y=x^3-4x^2+3x$,

$y=x^2-x$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^3-4x^2+3x=x^2-x \text{에서}$$

$$x^3-5x^2+4x=0$$

$$x(x-1)(x-4)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1 \text{ 또는 } x=4$$

이때 $0 \leq x \leq 1$ 에서

$$x^3-4x^2+3x \geq x^2-x, 1 \leq x \leq 4 \text{에서 } x^3-4x^2+3x \leq x^2-x$$

이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

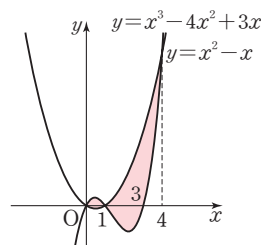
$$S = \int_0^1 \{x^3-4x^2+3x-(x^2-x)\} dx$$

$$+ \int_1^4 \{x^2-x-(x^3-4x^2+3x)\} dx$$

$$= \int_0^1 (x^3-5x^2+4x) dx + \int_1^4 (-x^3+5x^2-4x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 - 2x^2 \right]_1^4$$

$$= \frac{7}{12} + \frac{45}{4} = \frac{71}{6}$$



266 곡선 $y=ax-x^2$ 과 x 축의 교점의

x 좌표는

$$ax-x^2=0 \text{에서 } x^2-ax=0$$

$$x(x-a)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=a$$

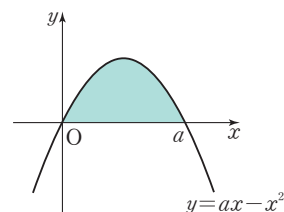
$a>0$ 이므로 오른쪽 그림에서 곡

선 $y=ax-x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\int_0^a (ax-x^2) dx = \left[\frac{a}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^a = \frac{a^3}{6}$$

$$\approx \frac{a^3}{6} = \frac{9}{2} \text{이므로 } a^3=27$$

$$\therefore a=3$$



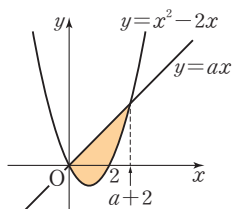
- 267 곡선 $y=x^2-2x$ 와 직선 $y=ax$ 의
교점의 x 좌표는
 $x^2-2x=ax$ 에서 $x\{x-(a+2)\}=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=a+2$

$a>0$ 이므로 오른쪽 그림에서 곡선
 $y=x^2-2x$ 와 직선 $y=ax$ 로 둘러싸인
도형의 넓이는

$$\begin{aligned}\int_0^{a+2} \{ax - (x^2-2x)\} dx &= \int_0^{a+2} \{(a+2)x - x^2\} dx \\ &= \left[\frac{a+2}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right]_0^{a+2} \\ &= \frac{(a+2)^3}{6}\end{aligned}$$

$$\approx \frac{(a+2)^3}{6} = \frac{32}{3} \text{ 이므로 } (a+2)^3 = 64$$

$$a+2=4 \quad \therefore a=2$$



- 268 두 곡선 $y=-2x^2+4x$,
 $y=ax^2-2ax$ 의 교점의 x 좌표는
 $-2x^2+4x=ax^2-2ax$ 에서
 $(a+2)x^2-2(a+2)x=0$
 $(a+2)x(x-2)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=2$

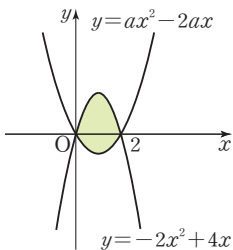
이때 $0 \leq x \leq 2$ 에서

$-2x^2+4x \geq ax^2-2ax$ ($\because a>0$)이므로 두 곡선

$y=-2x^2+4x$, $y=ax^2-2ax$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\begin{aligned}\int_0^2 \{-2x^2+4x - (ax^2-2ax)\} dx &= \int_0^2 (a+2)(-x^2+2x) dx \\ &= (a+2) \left[-\frac{1}{3} x^3 + x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{4(a+2)}{3}\end{aligned}$$

$$\approx \frac{4(a+2)}{3} = 4 \text{ 이므로 } a+2=3 \quad \therefore a=1$$



- 269 $f(x)=x^3-3$ 이라 하면 $f'(x)=3x^2$
 $\therefore f'(-1)=3$

즉 점 $(-1, -4)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y+4=3(x+1) \quad \therefore y=3x-1$$

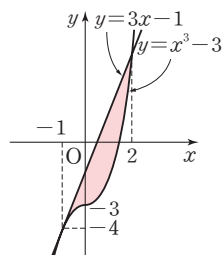
곡선 $y=x^3-3$ 과 직선 $y=3x-1$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^3-3=3x-1 \text{ 에서 } x^3-3x-2=0$$

$$(x+1)^2(x-2)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 오른쪽 그림에서 구하는 도형의 넓이는

$$\begin{aligned}\int_{-1}^2 \{3x-1 - (x^3-3)\} dx &= \int_{-1}^2 (-x^3+3x+2) dx \\ &= \left[-\frac{1}{4} x^4 + \frac{3}{2} x^2 + 2x \right]_{-1}^2 \\ &= \frac{27}{4}\end{aligned}$$



- 270 $f(x)=x^3-2x^2+x$ 라 하면 $f'(x)=3x^2-4x+1$
 $\therefore f'(0)=1$

즉 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식은 $y=x$

곡선 $y=x^3-2x^2+x$ 와 직선 $y=x$ 의 교점의 x 좌표는

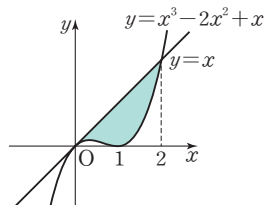
$$x^3-2x^2+x=x \text{ 에서 } x^2(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 오른쪽 그림에서 구하는

도형의 넓이는

$$\begin{aligned}\int_0^2 \{x - (x^3-2x^2+x)\} dx &= \int_0^2 (-x^3+2x^2) dx \\ &= \left[-\frac{1}{4} x^4 + \frac{2}{3} x^3 \right]_0^2 \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

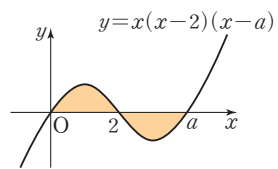


- 271 곡선 $y=x(x-2)(x-a)$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는
 $x(x-2)(x-a)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$ 또는 $x=a$

오른쪽 그림에서 색칠한 두 도형

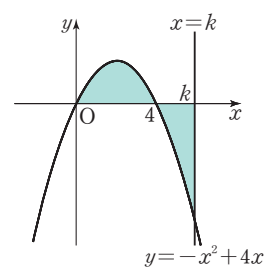
의 넓이가 같으므로

$$\begin{aligned}\int_0^a x(x-2)(x-a) dx &= 0 \\ \int_0^a \{x^3 - (a+2)x^2 + 2ax\} dx &= 0 \\ \left[\frac{1}{4} x^4 - \frac{a+2}{3} x^3 + ax^2 \right]_0^a &= 0 \\ -\frac{a^4}{12} + \frac{a^3}{3} &= 0, a^4 - 4a^3 = 0 \\ a^3(a-4) &= 0 \quad \therefore a=4 \quad (\because a>2)\end{aligned}$$



- 272 오른쪽 그림에서 곡선 $y=-x^2+4x$
와 x 축 및 직선 $x=k$ 로 둘러싸인
두 도형의 넓이가 같으므로

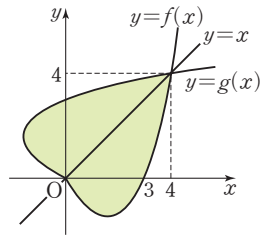
$$\begin{aligned}\int_0^k (-x^2+4x) dx &= 0 \\ \left[-\frac{1}{3} x^3 + 2x^2 \right]_0^k &= 0 \\ -\frac{k^3}{3} + 2k^2 &= 0, k^3 - 6k^2 = 0 \\ k^2(k-6) &= 0 \quad \therefore k=6 \quad (\because k>4)\end{aligned}$$



- 273 두 도형 A, B의 넓이가 같으므로

$$\begin{aligned}\int_0^1 (-x^2+x-kx) dx &= 0 \\ \int_0^1 \{-x^2+(1-k)x\} dx &= 0 \\ \left[-\frac{1}{3} x^3 + \frac{1-k}{2} x^2 \right]_0^1 &= 0 \\ \frac{1}{6} - \frac{k}{2} &= 0 \quad \therefore k = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

- 274 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 2배와 같다.



곡선 $y=x^2-3x$ 와 직선 $y=x$ 의 교점의 x 좌표는

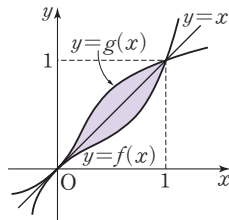
$$x^2-3x=x \text{에서 } x(x-4)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=4$$

따라서 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^4 \{x - (x^2 - 3x)\} dx = 2 \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx \\ &= 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^4 \\ &= 2 \times \frac{32}{3} = \frac{64}{3} \end{aligned}$$

- 275 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 2배와 같다.



곡선 $y=x^3-x^2+x$ 와 직선 $y=x$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^3-x^2+x=x \text{에서 } x^2(x-1)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^1 \{x - (x^3 - x^2 + x)\} dx = 2 \int_0^1 (-x^3 + x^2) dx \\ &= 2 \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 \\ &= 2 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

- 276 시각 $t=0$ 에서의 점 P의 위치가 0이므로 시각 $t=2$ 에서의 점 P의 위치는

$$0 + \int_0^2 (3t^2 - 12t + 9) dt = \left[t^3 - 6t^2 + 9t \right]_0^2 = 2$$

- 277 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} &\int_0^3 |3t^2 - 12t + 9| dt \\ &= \int_0^1 (3t^2 - 12t + 9) dt + \int_1^3 (-3t^2 + 12t - 9) dt \\ &= \left[t^3 - 6t^2 + 9t \right]_0^1 + \left[-t^3 + 6t^2 - 9t \right]_1^3 \\ &= 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

- 278 물체를 쏘아 올린 후 5초가 지났을 때 지면으로부터의 높이는

$$8 + \int_0^5 (30 - 10t) dt = 8 + \left[30t - 5t^2 \right]_0^5 = 8 + 25 = 33 \text{ (m)}$$

- 279 물체를 쏘아 올린 후 4초 동안 물체가 움직인 거리는

$$\begin{aligned} \int_0^4 |30 - 10t| dt &= \int_0^3 (30 - 10t) dt + \int_3^4 (-30 + 10t) dt \\ &= \left[30t - 5t^2 \right]_0^3 + \left[-30t + 5t^2 \right]_3^4 \\ &= 45 + 5 = 50 \text{ (m)} \end{aligned}$$

- 280 물체가 최고 높이에 도달했을 때의 속도는 0이므로 $v(t)=0$ 에서 $30-10t=0 \quad \therefore t=3$

따라서 $t=3$ 일 때 최고 높이에 도달하므로 구하는 높이는

$$8 + \int_0^3 (30 - 10t) dt = 8 + \left[30t - 5t^2 \right]_0^3 = 8 + 45 = 53 \text{ (m)}$$

- 281 물체가 도달할 수 있는 최고 높이는 53 m이므로 물체가 지면에 도달할 때까지 움직인 거리는

$$(53 - 8) + 53 = 98 \text{ (m)}$$

빈출문제 풀고 실전 능력 완성하기

116쪽 ~ 120쪽

- 282 $\int (2x-1)f(x)dx = 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + C$ 의 양변을 x 에 대하여

미분하면

$$(2x-1)f(x) = 6x^2 - x - 1$$

$$(2x-1)f(x) = (3x+1)(2x-1)$$

$$\therefore f(x) = 3x+1$$

$$\therefore f(2) = 6+1=7$$

$$\begin{aligned} 283 \quad f(x) &= \int \frac{x^3}{x-1} dx + \int \frac{1}{1-x} dx \\ &= \int \frac{x^3}{x-1} dx - \int \frac{1}{x-1} dx \\ &= \int \frac{x^3-1}{x-1} dx \\ &= \int \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1} dx \\ &= \int (x^2+x+1) dx \\ &= \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C \end{aligned}$$

$$\text{이때 } f(0) = \frac{1}{6} \text{이므로 } C = \frac{1}{6}$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{6} \text{이므로}$$

$$f(1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{6} = 2$$

$$\begin{aligned} 284 \quad f(x) &= \int f'(x) dx = \int (4x^3 + ax^2 + 1) dx \\ &= x^4 + \frac{a}{3}x^3 + x + C \end{aligned}$$

이때 $f(0)=5$ 이므로 $C=5$

즉 $f(x)=x^4+\frac{a}{3}x^3+x+5$ 이고 $f(-1)=6$ 이므로

$$1-\frac{a}{3}-1+5=6, \quad -\frac{a}{3}=1 \quad \therefore a=-3$$

따라서 $f(x)=x^4-x^3+x+5$ 이므로

$$f(2)=16-8+2+5=15$$

285 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 x^3 에 정비례하므로 $f'(x)=kx^3$ (k 는 상수)이라 하면

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int kx^3dx=\frac{k}{4}x^4+C$$

곡선 $y=f(x)$ 가 두 점 $(0, -1), (1, 0)$ 을 지나므로

$$f(0)=-1 \text{에서 } C=-1$$

$$f(1)=0 \text{에서 } \frac{k}{4}+C=0 \quad \therefore k=4$$

따라서 $f(x)=x^4-1$ 이므로

$$f(-2)=16-1=15$$

286 $F(x)=xf(x)+2x^3-5x^2+4$

의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x)=f(x)+xf'(x)+6x^2-10x$$

$f(x)$ 의 한 부정적분이 $F(x)$ 이므로 $F'(x)=f(x)$

즉 $f(x)=f(x)+xf'(x)+6x^2-10x$ 이므로

$$xf'(x)=-6x^2+10x$$

$$\therefore f'(x)=-6x+10$$

$$\therefore f(x)=\int f'(x)dx=\int (-6x+10)dx$$

$$=-3x^2+10x+C$$

$F(1)=-2$ 이므로 $\ominus$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$F(1)=f(1)+2-5+4$$

$$-2=f(1)+1 \quad \therefore f(1)=-3$$

$$f(1)=-3+10+C=-3 \text{이므로}$$

$$C=-10$$

따라서 $f(x)=-3x^2+10x-10$ 이므로

$$f(2)=-12+20-10=-2$$

287 $\frac{d}{dx}\left\{\int (x-2)f(x)dx\right\}=2x^2-x+k$ 에서

$$(x-2)f(x)=2x^2-x+k$$

양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$0=8-2+k \quad \therefore k=-6$$

$$(x-2)f(x)=2x^2-x-6 \text{에서}$$

$$(x-2)f(x)=(2x+3)(x-2)$$

$$\therefore f(x)=2x+3$$

$$\therefore f(3)=6+3=9$$

288 함수 $y=f'(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 0, 4이므로

$f'(x)=ax(x-4)$ ($a>0$)라 하면

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int (ax^2-4ax)dx=\frac{a}{3}x^3-2ax^2+C$$

이때 함수 $y=f'(x)$ 의 그래프에서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극

대이고 $x=4$ 에서 극소이므로 $f(0)=4, f(4)=-4$

$f(0)=4$ 에서 $C=4$

$$f(4)=-4 \text{에서 } \frac{64}{3}a-32a+C=-4$$

$$-\frac{32}{3}a=-8 \quad \therefore a=\frac{3}{4}$$

$$\text{따라서 } f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+4 \text{이므로}$$

$$f(6)=54-54+4=4$$

289 $\int_a^x f(t)dt=4x^3+4x^2-3x$ 의 양변에 $x=a$ 를 대입하면

$$\int_a^a f(t)dt=4a^3+4a^2-3a=0$$

$$a(4a^2+4a-3)=0, \quad a(2a+3)(2a-1)=0$$

$$\therefore a=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } a=0 \text{ 또는 } a=\frac{1}{2}$$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은

$$-\frac{3}{2}+0+\frac{1}{2}=-1$$

290 $\int_1^x (t+1)f(t)dt=x^3-3x+a$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$\int_1^1 (t+1)f(t)dt=1-3+a=0 \quad \therefore a=2$$

$\int_1^x (t+1)f(t)dt=x^3-3x+2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$(x+1)f(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$$

$$\text{즉 } f(x)=3x-3 \text{이므로 } f(2)=6-3=3$$

$$\therefore a+f(2)=2+3=5$$

291 $\int_{-1}^2 (x^3-2x+k)dx=2$ 에서

$$\left[\frac{1}{4}x^4-x^2+kx\right]_{-1}^2=2$$

$$3k+\frac{3}{4}=2, \quad 3k=\frac{5}{4}$$

$$\therefore k=\frac{5}{12}$$

292 $\int_{-2}^0 f(x)dx+\int_0^4 f(x)dx-\int_2^4 f(x)dx$

$$=\int_{-2}^0 f(x)dx+\int_0^4 f(x)dx+\int_4^2 f(x)dx$$

$$=\int_{-2}^0 f(x)dx+\int_0^2 f(x)dx$$

$$=\int_{-2}^2 f(x)dx=\int_{-2}^2 (3x^2-4x+1)dx$$

$$=\left[x^3-2x^2+x\right]_{-2}^2$$

$$=20$$

$$\begin{aligned}
 293 \int_{-2}^2 f(x) dx &= \int_{-2}^0 (x^2 + 3x) dx + \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_{-2}^0 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 \\
 &= -\frac{10}{3} + \frac{4}{3} \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

294 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서

$$\begin{aligned}
 |x(x-2)| &= \begin{cases} -x^2+2x & (0 \leq x \leq 2) \\ x^2-2x & (2 \leq x \leq 3) \end{cases} \\
 \therefore \int_0^3 |x(x-2)| dx &= \int_0^2 (-x^2+2x) dx + \int_2^3 (x^2-2x) dx \\
 &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\
 &= \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$

295 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이므로 함수 $y = f(x)$ 는 그 그래프가 y 축에 대하여 대칭인 우함수이다.

$$\begin{aligned}
 \therefore \int_{-3}^3 (x^5 + 4x^2 - 2x) f(x) dx \\
 &= \int_{-3}^3 \underbrace{x^5 f(x)}_{\text{기함수}} dx + 4 \int_{-3}^3 \underbrace{x^2 f(x)}_{\text{우함수}} dx - 2 \int_{-3}^3 \underbrace{xf(x)}_{\text{기함수}} dx \\
 &= 0 + 8 \int_0^3 x^2 f(x) dx - 0 \\
 &= 8 \times 3 \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

$$296 \int_{-1}^1 f(t) dt = k \quad (k \text{는 상수}) \quad \dots \textcircled{1}$$

라 하면 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned}
 k &= \int_{-1}^1 f(t) dt = \int_{-1}^1 (t^3 - 3t^2 + k) dt \\
 &= \left[\frac{1}{4}t^4 - t^3 + kt \right]_{-1}^1 = 2k - 2
 \end{aligned}$$

즉 $k = 2k - 2$ 이므로 $k = 2$

따라서 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 이므로

$$f(-1) = -1 - 3 + 2 = -2$$

$$297 (x-1) \int_1^x f(t) dt = x^3 + ax^2 + bx - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\int_1^x f(t) dt + (x-1)f(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 양변에 각각 $x=1$ 을 대입하면

$$0 = 1 + a + b - 2 \quad \therefore a + b = 1$$

$$0 = 3 + 2a + b \quad \therefore 2a + b = -3$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -4$, $b = 5$

$$\therefore b - a = 5 - (-4) = 9$$

$$298 f(x) = \int_0^x (6t^2 - 6t - 12) dt \text{의 양변을 } x \text{에 대하여 미분하면}$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	-1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$		↗	극대	↘	

이때

$$f(-2) = \int_0^{-2} (6t^2 - 6t - 12) dt = \left[2t^3 - 3t^2 - 12t \right]_0^{-2} = -4$$

$$f(-1) = \int_0^{-1} (6t^2 - 6t - 12) dt = \left[2t^3 - 3t^2 - 12t \right]_0^{-1} = 7$$

$$f(2) = \int_0^2 (6t^2 - 6t - 12) dt = \left[2t^3 - 3t^2 - 12t \right]_0^2 = -20$$

이므로 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 7이다.

299 $f(t) = (3t-2)(2t-1)$ 이라 하고 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라 하면

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} \int_2^x f(t) dt &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{[F(t)]_2^x}{x^2 - 4} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x^2 - 4} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{F(x) - F(2)}{x - 2} \times \frac{1}{x + 2} \right\} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x - 2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x + 2} \\
 &= \frac{1}{4} F'(2) = \frac{1}{4} f(2) \\
 &= \frac{1}{4} \times 4 \times 3 = 3
 \end{aligned}$$

300 $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned}
 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{1-h}^{1+h} f(x) dx \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[F(x)]_{1-h}^{1+h}}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1-h)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1) + F(1) - F(1-h)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1) - F(1-h)}{-h} \\
 &= F'(1) + F'(1) = 2F'(1) \\
 &= 2f(1) = 2 \times (3 - 2 + 1) \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

301 곡선 $y = -x^2 + ax$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2 + ax = 0 \text{에서 } x(x-a) = 0$$

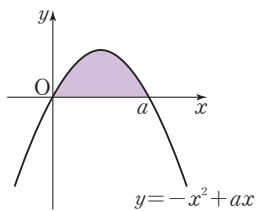
$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=a$$

$0 \leq x \leq a$ 에서 $y \geq 0$ 이므로 곡선 $y = -x^2 + ax$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\int_0^a (-x^2 + ax) dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{a}{2}x^2 \right]_0^a = \frac{a^3}{6}$$

$$\approx \frac{a^3}{6} = \frac{4}{3} \text{이므로 } a^3 = 8$$

$$\therefore a = 2$$



302 곡선 $y = x^2 + 2x$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2 + 2x = 0 \text{에서 } x(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 0$$

$k > 0$ 이므로 곡선 $y = x^2 + 2x$ 와 x 축 및 두 직선 $x = -1$, $x = k$ 로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $y \leq 0$,

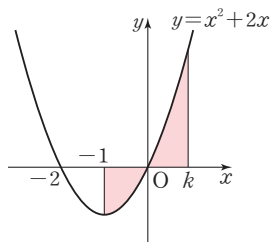
$0 \leq x \leq k$ 에서 $y \geq 0$ 이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^0 (-x^2 - 2x) dx + \int_0^k (x^2 + 2x) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_{-1}^0 + \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^k \\ &= \frac{k^3}{3} + k^2 + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\approx \frac{k^3}{3} + k^2 + \frac{2}{3} = \frac{22}{3} \text{이므로}$$

$$k^3 + 3k^2 - 20 = 0, (k-2)(k^2 + 5k + 10) = 0$$

$$\therefore k = 2$$



303 곡선 $y = x^2 + 3x$ 와 직선 $y = x + 8$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^2 + 3x = x + 8 \text{에서}$$

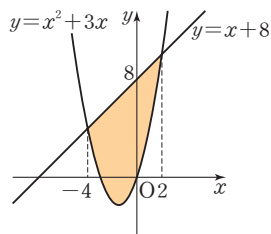
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $-4 \leq x \leq 2$ 에서 $x^2 + 3x \leq x + 8$ 이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \int_{-4}^2 \{x + 8 - (x^2 + 3x)\} dx \\ &= \int_{-4}^2 (-x^2 - 2x + 8) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 8x \right]_{-4}^2 \\ &= 36 \end{aligned}$$



304 두 곡선 $y = x^2 - 3x$, $y = -x^2 + 5x - 6$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^2 - 3x = -x^2 + 5x - 6 \text{에서}$$

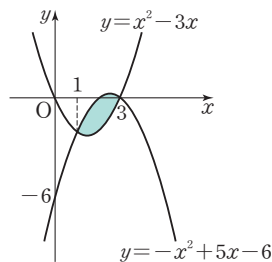
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $1 \leq x \leq 3$ 에서 $x^2 - 3x \leq -x^2 + 5x - 6$ 이므로 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 \{-x^2 + 5x - 6 - (x^2 - 3x)\} dx \\ &= \int_1^3 (-2x^2 + 8x - 6) dx \\ &= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 6x \right]_1^3 = \frac{8}{3} \end{aligned}$$



305 두 곡선 $y = x^3 - 2x$, $y = x^2$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^3 - 2x = x^2 \text{에서 } x^3 - x^2 - 2x = 0$$

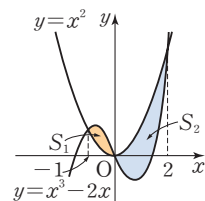
$$x(x^2 - x - 2) = 0, x(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $x^3 - 2x \geq x^2$,

$0 \leq x \leq 2$ 에서 $x^3 - 2x \leq x^2$ 이므로

$$\begin{aligned} S_2 - S_1 &= \int_0^2 \{x^2 - (x^3 - 2x)\} dx - \int_{-1}^0 (x^3 - 2x - x^2) dx \\ &= \int_0^2 (-x^3 + x^2 + 2x) dx - \int_{-1}^0 (x^3 - x^2 - 2x) dx \\ &= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 - \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_{-1}^0 \\ &= \frac{8}{3} - \frac{5}{12} = \frac{9}{4} \end{aligned}$$



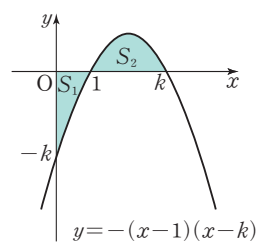
306 곡선 $y = -(x-1)(x-k)$ 와 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-(x-1)(x-k) = 0 \text{에서}$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = k$$

오른쪽 그림에서 $S_1 = S_2$ 이므로

$$\begin{aligned} \int_0^k \{-(x-1)(x-k)\} dx &= 0 \\ \int_0^k \{-x^2 + (k+1)x - k\} dx &= 0 \\ \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{k+1}{2}x^2 - kx \right]_0^k &= 0 \\ \frac{1}{6}k^3 - \frac{1}{2}k^2 &= 0 \\ k^3 - 3k^2 &= 0, k^2(k-3) = 0 \\ \therefore k &= 3 (\because k > 1) \end{aligned}$$



307 $y = -x^2 + 4x + a = -(x-2)^2 + a + 4$ 이므로

곡선 $y = -x^2 + 4x + a$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이다.

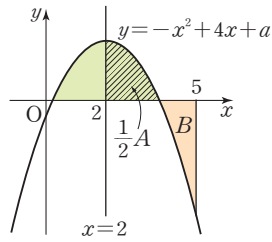
$$A : B = 2 : 1 \text{이므로 } A = 2B$$

이때 넓이가 A 인 도형은 직선 $x=2$ 에 의하여 이등분되므로 오른쪽 그림과 같이 넓이가 B 인 도형과 빗금친 도형의 넓이가 같다.

$$\text{즉 } \int_2^5 (-x^2 + 4x + a) dx = 0 \text{ 이}$$

$$\text{므로 } \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + ax \right]_2^5 = 0$$

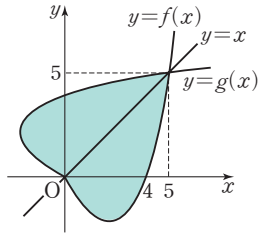
$$3 + 3a = 0 \quad \therefore a = -1$$



308 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 2배와 같다.

곡선 $y=x^2-4x$ 와 직선 $y=x$ 의 교점의 x 좌표는 $x^2-4x=x$ 에서 $x^2-5x=0$
 $x(x-5)=0 \quad \therefore x=0$ 또는 $x=5$
 따라서 구하는 도형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^5 \{x - (x^2 - 4x)\} dx \\ &= 2 \int_0^5 (-x^2 + 5x) dx \\ &= 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 \right]_0^5 \\ &= \frac{125}{3} \end{aligned}$$



309 물체를 쏘아 올린 후 5초가 지났을 때 지면으로부터의 높이는

$$\begin{aligned} 5 + \int_0^5 (49 - 9.8t) dt &= 5 + \left[49t - 4.9t^2 \right]_0^5 \\ &= 5 + 122.5 \\ &= 127.5 \text{ (m)} \end{aligned}$$

310 물체가 최고 높이에 도달했을 때의 속도는 0이므로 $v(t)=0$ 에서

$$40 - 10t = 0 \quad \therefore t = 4$$

따라서 $t=4$ 일 때 최고 높이에 도달하므로 구하는 높이는

$$\begin{aligned} 45 + \int_0^4 (40 - 10t) dt &= 45 + \left[40t - 5t^2 \right]_0^4 \\ &= 45 + 80 \\ &= 125 \text{ (m)} \end{aligned}$$

311 공을 쏘아 올린 후 12초 동안 움직인 거리는

$$\begin{aligned} &\int_0^{12} |98 - 9.8t| dt \\ &= \int_0^{10} (98 - 9.8t) dt + \int_{10}^{12} (-98 + 9.8t) dt \\ &= \left[98t - 4.9t^2 \right]_0^{10} + \left[-98t + 4.9t^2 \right]_{10}^{12} \\ &= 490 + 19.6 \\ &= 509.6 \text{ (m)} \end{aligned}$$