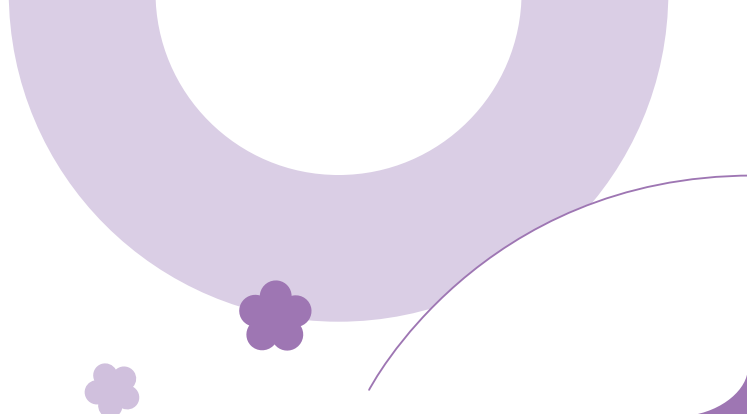
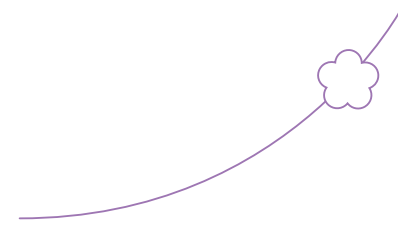




수학

중2 2학기 중간고사



정답과 풀이

본문

VI-1	이등변삼각형과 직각삼각형	2
VI-2	삼각형의 외심과 내심	9
VI-3	사각형의 성질	17
VII-1	도형의 닮음	25

대단원	마무리 문제	32
-----	--------	----

실전	모의고사	35
----	------	----

프리미엄	수학	46
------	----	----



VI 도형의 성질

1 이등변삼각형과 직각삼각형

또또! 나오는 문제

p.4~p.11

- 01 18° 02 ②, ③ 03 ④ 04 ③ 05 ② 06 ④ 07 ⑤
 08 ① 09 ⑤ 10 105° 11 ③ 12 ⑤ 13 ② 14 ⑤
 15 8 cm 16 ④ 17 ③ 18 ② 19 22 cm 20 80
 21 ② 22 ⑤ 23 ㉠, RHS 합동 24 7 cm 25 45
 26 ④ 27 ③ 28 ② 29 ④ 30 ②, ⑤ 31 ⑤ 32 ⑤
 33 30 cm² 34 12 cm 35 4 cm

또또! 실수하기 쉬운 문제

- 1 50° 1-1 69° 2 62° 2-1 57° 3 7 cm 3-1 6 cm
 4 8 cm² 4-1 ⑤

- 01 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle B = 66^\circ$
 $\triangle CDB$ 에서 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle B = 66^\circ$
 이때 $\angle DCB = 180^\circ - (66^\circ + 66^\circ) = 48^\circ$ 이므로
 $\angle ACD = 66^\circ - 48^\circ = 18^\circ$
- 02 ① $\overline{AC}$ ④ SAS ⑤ $\angle C$
- 03 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C = 3\angle x$
 이때 $\triangle ABC$ 에서 $(\angle x + 5^\circ) + 3\angle x + 3\angle x = 180^\circ$ 이므로
 $7\angle x = 175^\circ \quad \therefore \angle x = 25^\circ$
- 04 $\angle ACB = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$
 이때 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACB = 52^\circ$
 $\therefore \angle B = 180^\circ - (52^\circ + 52^\circ) = 76^\circ$
- 05 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
 이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAD = \angle B = 65^\circ$ (동위각)
- 06 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$
 이때 $\angle ABD = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$ 이므로 $\triangle ABD$ 에서
 $\angle BDC = 100^\circ + 20^\circ = 120^\circ$
- 07 ① $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C = 62^\circ$
 ②, ④ $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로
 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ, \overline{BD} = \overline{CD} = 9 \text{ cm}$
 ③ $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 180^\circ - (62^\circ + 90^\circ) = 28^\circ$
 ⑤ $\overline{AD}$ 의 길이는 알 수 없다.
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.
- 08 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\angle ADC = 90^\circ \quad \therefore x = 90$
 또 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BC} = 2 \times 4 = 8 \text{ (cm)} \quad \therefore y = 8$
 $\therefore x + y = 90 + 8 = 98$

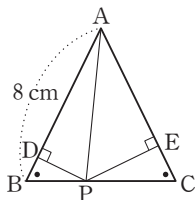
- 09 ① $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
 ② $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle ACD$
 ③, ④ $\triangle ABP$ 와 $\triangle ACP$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAP = \angle CAP, \overline{AP}$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{BP} = \overline{CP}$
 ⑤ $\angle ABP = \angle PBD$ 인지는 알 수 없다.
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.
- 10 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCB = \angle B = 35^\circ$
 $\therefore \angle ADC = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$
 $\triangle CAD$ 에서 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle A = \angle CDA = 70^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 70^\circ + 35^\circ = 105^\circ$
- 11 $\triangle DBE$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEB = \angle DBE = \angle x$
 $\therefore \angle ADE = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{EA} = \overline{ED}$ 이므로 $\angle EAD = \angle EDA = 2\angle x$
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEC = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$
 $\triangle AEC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACE = \angle AEC = 3\angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x + 3\angle x = 60^\circ$
 $4\angle x = 60^\circ \quad \therefore \angle x = 15^\circ$
- 12 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$
 따라서 $\angle DBC = \frac{1}{2} \times 62^\circ = 31^\circ$ 이고,
 $\angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$ 이므로
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle x + 31^\circ = 59^\circ \quad \therefore \angle x = 28^\circ$
- 13 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle BAD = \angle B = 34^\circ$
 $\therefore \angle ADC = 34^\circ + 34^\circ = 68^\circ$
 따라서 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ$
- 14 $\triangle EBC$ 에서 $\angle ECB = \angle B = 36^\circ$ 이므로
 $\angle DEC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$
 $\triangle CDE$ 에서 $\angle CDE = \angle DEC = 72^\circ$ 이므로
 $\angle ECD = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$
 이때 $\triangle AEC$ 는 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ACE = \angle AEC = 72^\circ$
 $\therefore \angle x = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ$
- 15 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$
 즉 $\angle A = \angle ACD$ 이므로 $\triangle ADC$ 는 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이다.

또 $\triangle ADC$ 에서 $\angle BDC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$
 즉 $\angle B = \angle BDC$ 이므로 $\triangle CDB$ 는 $\overline{CD} = \overline{CB}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC} = 8 \text{ cm}$

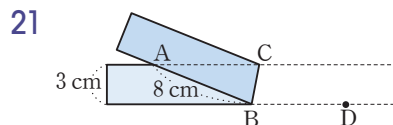
- 16 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$
 이때 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle DCA = \angle A = 60^\circ$
 $\therefore \angle ADC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
 즉 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{AC} = 8 \text{ cm}$
 한편 $\angle DCB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, 즉 $\angle B = \angle DCB$ 이므로
 $\triangle DBC$ 는 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이다.
 따라서 $\overline{DB} = \overline{DC} = 8 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = 8 + 8 = 16 \text{ (cm)}$

- 17 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 126^\circ - 42^\circ = 84^\circ$
 $\therefore \angle EAC = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$ (④)
 즉 $\angle CAD = \angle CDA$ 이므로 $\triangle CAD$ 는 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이고, (⑤)
 $\angle DCA = 180^\circ - (84^\circ + 84^\circ) = 12^\circ$ (③)
 또 $\triangle DBC$ 에서 $\angle DCB = 84^\circ - 42^\circ = 42^\circ$,
 즉 $\angle DBC = \angle DCB$ 이므로 $\triangle DBC$ 는 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DC} = \overline{DB} = 12 \text{ cm}$ (①, ②)
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 18 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AC} = \overline{AB} = 8 \text{ cm}$
 $\overline{AP}$ 를 그으면
 $\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle APC$ 이므로
 $24 = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{PE}$
 $24 = 4(\overline{PD} + \overline{PE})$
 $\therefore \overline{PD} + \overline{PE} = 6 \text{ (cm)}$



- 19 $\angle FEG = \angle DEG$ (접은 각), $\angle FGE = \angle DEG$ (엇각)이므로
 $\angle FEG = \angle FGE$
 즉 $\triangle EFG$ 는 $\overline{EF} = \overline{FG}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{EF} = \overline{FG} = 7 \text{ cm}$
 따라서 $\triangle EFG$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GE} = 7 + 7 + 8 = 22 \text{ (cm)}$
- 20 $\angle BAC = \angle DAC$ (접은 각), $\angle ACB = \angle DAC$ (엇각)이므로
 $\angle BAC = \angle ACB = 53^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = 180^\circ - (53^\circ + 53^\circ) = 74^\circ \quad \therefore x = 74$
 또 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BC} = \overline{AB} = 6 \text{ cm} \quad \therefore y = 6$
 $\therefore x + y = 74 + 6 = 80$



- 21 $\angle ABC = \angle CBD$ (접은 각), $\angle ACB = \angle CBD$ (엇각)이므로
 $\angle ABC = \angle ACB$
 즉 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{AC} = \overline{AB} = 8 \text{ cm}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 22 ① RHS 합동 ② SAS 합동
 ③ RHA 합동 ④ ASA 합동

- 24 $\triangle ADB$ 와 $\triangle CEA$ 에서
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle DBA = 90^\circ - \angle DAB = \angle EAC$
 이므로 $\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{DA} = \overline{EC} = 4 \text{ cm}$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 3 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{DE} = \overline{DA} + \overline{AE} = 4 + 3 = 7 \text{ (cm)}$

- 25 $\triangle AMC$ 와 $\triangle BMD$ 에서
 $\angle ACM = \angle BDM = 90^\circ$, $\overline{AM} = \overline{BM}$,
 $\angle AMC = \angle BMD$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{AC} = \overline{BD} = 10 \text{ cm}$ 이므로 $x = 10$
 또 $\angle AMC = \angle BMD = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$ 이므로
 $y = 35$
 $\therefore x + y = 10 + 35 = 45$

- 26 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle BAD = \angle CAE$
 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 12 \text{ cm}$, $\overline{AD} = \overline{CE} = 7 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 12 - 7 = 5 \text{ (cm)}$

- 27 $\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서
 $\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ$, $\overline{AE}$ 는 공통, $\overline{AD} = \overline{AC}$
 이므로 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동)
 따라서 $\overline{DE} = \overline{CE} = 4 \text{ cm}$ 이므로 $x = 4$
 또 $\angle CAE = \angle DAE = 25^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle B = 180^\circ - (25^\circ + 25^\circ + 90^\circ) = 40^\circ \quad \therefore y = 40$
 $\therefore x + y = 4 + 40 = 44$

- 28 $\triangle EBC$ 에서 $\angle BEC = 180^\circ - (90^\circ + 22^\circ) = 68^\circ$
 $\triangle BEC$ 와 $\triangle BED$ 에서
 $\angle BCE = \angle BDE = 90^\circ$, $\overline{BE}$ 는 공통, $\overline{BC} = \overline{BD}$
 이므로 $\triangle BEC \equiv \triangle BED$ (RHS 합동)

즉 $\angle BED = \angle BEC = 68^\circ$ 이므로
 $\angle DEA = 180^\circ - (68^\circ + 68^\circ) = 44^\circ$

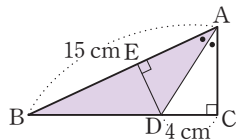
- 29 $\triangle EBC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$, $\overline{EB} = \overline{DC}$, $\overline{BC}$ 는 공통
 이므로 $\triangle EBC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)
 즉 $\angle ECB = \angle DCB$ 이므로 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ECB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$
 따라서 $\triangle EBC$ 에서
 $\angle BCE = 180^\circ - (90^\circ + 54^\circ) = 36^\circ$

- 30 $\triangle COP$ 와 $\triangle DOP$ 에서
 $\angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle COP = \angle DOP$
 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ (RHA 합동) (③)
 $\therefore \angle OPC = \angle OPD$ (①), $\overline{PC} = \overline{PD}$ (④)

- 31 $\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{PA} = \overline{PB}$
 이므로 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동) (④)
 $\therefore \angle AOP = \angle BOP$ (①), $\overline{OA} = \overline{OB}$ (②),
 $\angle APO = \angle BPO$ (③)

- 32 $\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{PA} = \overline{PB}$
 이므로 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동)
 $\therefore \angle x = \angle OPB = 180^\circ - (26^\circ + 90^\circ) = 64^\circ$

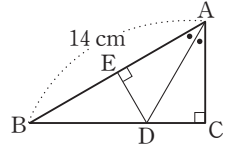
- 33 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발
 을 E라고 하면
 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$,
 $\overline{AD}$ 는 공통,
 $\angle EAD = \angle CAD$



이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{DE} = \overline{DC} = 4$ cm 이므로
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30$ (cm²)

- 34 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통, $\angle EAD = \angle CAD$
 이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{DE} = \overline{DC}$, $\overline{AE} = \overline{AC} = 6$ cm 이므로
 $\overline{EB} = 10 - 6 = 4$ (cm)
 $\therefore (\triangle EBD \text{의 둘레의 길이}) = \overline{EB} + \overline{BD} + \overline{DE}$
 $= \overline{EB} + \overline{BD} + \overline{DC}$
 $= \overline{EB} + \overline{BC}$
 $= 4 + 8 = 12$ (cm)

- 35 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을
 E라고 하면 $\triangle ABD$ 의 넓이가
 28 cm² 이므로



$$\frac{1}{2} \times 14 \times \overline{ED} = 28$$

$$\therefore \overline{ED} = 4$$
 (cm)

이때 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ADC$ 에서

$\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통, $\angle EAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{CD} = \overline{ED} = 4$$
 cm

또또! 실수하기 쉬운 문제

- 1 $\angle A = \angle x$ 라고 하면 $\angle DBE = \angle A = \angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle C = \angle ABC = \angle x + 15^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x + (\angle x + 15^\circ) + (\angle x + 15^\circ) = 180^\circ$ 이므로
 $3\angle x = 150^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$, 즉 $\angle A = 50^\circ$

- 1-1 $\angle A = \angle x$ 라고 하면 $\angle DBE = \angle A = \angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle C = \angle ABC = \angle x + 27^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x + (\angle x + 27^\circ) + (\angle x + 27^\circ) = 180^\circ$ 이므로
 $3\angle x = 126^\circ \quad \therefore \angle x = 42^\circ$
 $\therefore \angle C = \angle x + 27^\circ = 42^\circ + 27^\circ = 69^\circ$

- 2 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$
 따라서 $\triangle BED \equiv \triangle CFE$ (SAS 합동) 이므로
 $\angle BDE = \angle CEF$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF)$
 $= 180^\circ - (\angle BED + \angle BDE)$
 $= \angle B = 62^\circ$

- 2-1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$
 따라서 $\triangle BED \equiv \triangle CFE$ (SAS 합동) 이므로
 $\angle BDE = \angle CEF$, $\overline{DE} = \overline{EF}$
 $\therefore \angle DEF = 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF)$
 $= 180^\circ - (\angle BED + \angle BDE)$
 $= \angle B = 66^\circ$
 이때 $\triangle DEF$ 에서 $\overline{DE} = \overline{EF}$ 이므로
 $\angle DFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$

- 3 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
 두 직각삼각형 $\triangle DEC$, $\triangle FBE$ 에서
 $\angle D = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - \angle B = \angle BFE$

이때 $\angle DFA = \angle BFE$ (맞꼭지각)이므로 $\angle D = \angle DFA$
 따라서 $\triangle ADF$ 는 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{AD} = \overline{AF} = x$ cm라고 하면
 $x + 9 = 23 - x, 2x = 14 \quad \therefore x = 7$
 따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 7 cm이다.

3-1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$
 두 직각삼각형 DEC, FBE 에서
 $\angle D = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - \angle B = \angle BFE$
 이때 $\angle DFA = \angle BFE$ (맞꼭지각)이므로 $\angle D = \angle DFA$
 따라서 $\triangle ADF$ 는 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{AD} = \overline{AF} = x$ cm라고 하면
 $x + 4 = 16 - x, 2x = 12 \quad \therefore x = 6$
 따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 6 cm이다.

4 $\triangle BCF$ 와 $\triangle CDG$ 에서
 $\angle BFC = \angle CGD = 90^\circ, \overline{BC} = \overline{CD},$
 $\angle FBC = 90^\circ - \angle BCF = \angle GCD$
 이므로 $\triangle BCF \equiv \triangle CDG$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{CF} = \overline{DG} = 8$ cm, $\overline{CG} = \overline{BF} = 6$ cm이므로
 $\overline{FG} = 8 - 6 = 2$ (cm)
 $\therefore \triangle DFG = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$ (cm²)

4-1 $\triangle ABF$ 와 $\triangle BCG$ 에서
 $\angle AFB = \angle BGC = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{BC},$
 $\angle BAF = 90^\circ - \angle ABF = \angle CBG$
 이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle BCG$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{BG} = \overline{AF} = 9$ cm, $\overline{BF} = \overline{CG} = 6$ cm이므로
 $\overline{FG} = 9 - 6 = 3$ (cm)
 $\therefore \triangle AFG = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 = \frac{27}{2}$ (cm²)

튼튼! 만점 예상문제 1회

p.12~p.13

01 ② **02** ② **03** 65 **04** ④ **05** ② **06** ③ **07** ②
08 ③, ⑤ **09** ②, ④ **10** 17 cm² **11** ①
12 112 cm²

01 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle C = \angle B = 2\angle x + 30^\circ$
 이때 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x + (2\angle x + 30^\circ) + (2\angle x + 30^\circ) = 180^\circ$ 이므로
 $5\angle x = 120^\circ \quad \therefore \angle x = 24^\circ$

02 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$
 따라서 $\triangle BED \equiv \triangle CFE$ (SAS 합동)이므로
 $\angle BDE = \angle CEF$
 즉 $64^\circ = 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF)$
 $= 180^\circ - (\angle BED + \angle BDE) = \angle B$

이므로 $\angle C = \angle B = 64^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (64^\circ + 64^\circ) = 52^\circ$

03 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\angle ADC = 90^\circ$
 $\angle C = \angle B = 53^\circ$ 이므로 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle CAD = 180^\circ - (90^\circ + 53^\circ) = 37^\circ \quad \therefore x = 37$
 또 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BC} = 2 \times 14 = 28$ (cm) $\therefore y = 28$
 $\therefore x + y = 37 + 28 = 65$

04 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCB = \angle B = 34^\circ$
 $\therefore \angle ADC = 34^\circ + 34^\circ = 68^\circ$
 $\triangle CAD$ 에서 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle CAD = \angle CDA = 68^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ACE = 68^\circ + 34^\circ = 102^\circ$

05 $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ 이므로 $\angle B = \angle FAE = 38^\circ$ (동위각)
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle B = 38^\circ$
 $\therefore \angle ACD = 38^\circ + 38^\circ = 76^\circ$
 또 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로
 $\angle ADC = \angle ACD = 76^\circ$
 $\therefore \angle CAD = 180^\circ - (76^\circ + 76^\circ) = 28^\circ$

06 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ$
 $\therefore \angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$
 한편 $\triangle CDB$ 에서 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle CBD = \angle CDB = \angle x$
 따라서 $\angle x + \angle x = 62^\circ$ 이므로 $2\angle x = 62^\circ \quad \therefore \angle x = 31^\circ$

07 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CA} = \overline{CB}$ 이므로 $\angle CAB = \angle B = 72^\circ$
 $\therefore \angle C = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$
 이때 $\angle CAD = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$, 즉 $\angle CAD = \angle C$ 이므로
 $\triangle DCA$ 는 $\overline{DC} = \overline{DA}$ 인 이등변삼각형이다.
 또 $\angle ADB = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$, 즉 $\angle ADB = \angle B$ 이므로
 $\triangle ABD$ 는 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD} = 3$ cm

08 ① $\angle AEF = \angle BFD' = 40^\circ$ (동위각)
 ②, ③ $\angle FEG = \angle DEG$ (접은 각) $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 $\angle EGF = \angle DEG = 70^\circ$ (엇각)
 ④, ⑤ $\triangle FGE$ 에서 $\angle FGE = \angle FEG$ 이므로
 $\overline{FG} = \overline{FE} = 8$ cm
 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

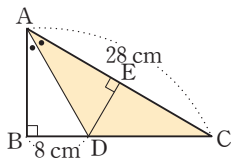
09 ① $\angle C = \angle F$ 이면 $\angle A = \angle D$ 이므로
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동)
 ③ RHS 합동
 ⑤ SAS 합동

- 10 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle DBA = 90^\circ - \angle DAB = \angle EAC$
 이므로 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 5$ cm이므로
 $\overline{CE} = \overline{AD} = \overline{DE} - \overline{AE} = 8 - 5 = 3$ (cm)
 $\therefore \triangle ABC = (\text{사다리꼴 DBCE의 넓이}) - 2\triangle ADB$
 $= \frac{1}{2} \times (5+3) \times 8 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 5 \right)$
 $= 32 - 15 = 17$ (cm²)

- 11 $\triangle COP$ 와 $\triangle DOP$ 에서
 $\angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$ (⑤), $\overline{OP}$ 는 공통 (②),
 $\angle COP = \angle DOP$ (③)
 이므로 $\triangle COP \cong \triangle DOP$ (RHA 합동) (④)

- 12 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발
 을 E라고 하면

$\triangle ADB$ 와 $\triangle ADE$ 에서
 $\angle ABD = \angle AED = 90^\circ$,
 $\overline{AD}$ 는 공통, $\angle BAD = \angle EAD$
 이므로 $\triangle ADB \cong \triangle ADE$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{DE} = \overline{DB} = 8$ cm이므로
 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 28 \times 8 = 112$ (cm²)



즉 $\angle C = 38^\circ + 33^\circ = 71^\circ$ 이므로 $\triangle BCE$ 에서
 $\angle AEB = 33^\circ + 71^\circ = 104^\circ$
 이때 $\angle DEB = \angle DEA$ (접은 각)이므로
 $\angle DEB = \frac{1}{2} \times 104^\circ = 52^\circ$

- 04 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$
 따라서 $\triangle BED \cong \triangle CFE$ (SAS 합동)이므로
 $\angle BDE = \angle CEF$, $\overline{DE} = \overline{EF}$
 $\therefore \angle DEF = 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF)$
 $= 180^\circ - (\angle BED + \angle BDE)$
 $= \angle B = 63^\circ$
 이때 $\triangle DEF$ 에서 $\overline{DE} = \overline{EF}$ 이므로
 $\angle DFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 63^\circ) = 58.5^\circ$

- 05 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로
 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, $\overline{DC} = \overline{BD} = 6$ cm
 이때 $\triangle ABC$ 의 넓이가 84 cm²이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ 에서 $84 = \frac{1}{2} \times (6+6) \times \overline{AD}$
 $84 = 6\overline{AD} \quad \therefore \overline{AD} = 14$ (cm)

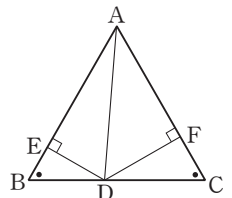
- 06 $\triangle EBD$ 에서 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 이므로 $\angle EDB = \angle EBD = \angle x$
 $\therefore \angle AED = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 $\triangle DAE$ 에서 $\overline{DA} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DAE = \angle DEA = 2\angle x$
 $\triangle ABD$ 에서 $\angle ADC = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$
 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACD = \angle ADC = 3\angle x$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $80^\circ + \angle x + 3\angle x = 180^\circ$ 이므로
 $4\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 25^\circ$

- 07 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 32^\circ) = 74^\circ$
 따라서 $\angle DBC = \frac{1}{2} \times 74^\circ = 37^\circ$ 이고,
 $\angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$ 이므로
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle BDC + 37^\circ = 53^\circ \quad \therefore \angle BDC = 16^\circ$
 또 $\triangle ABF$ 에서 $\angle BFC = 32^\circ + 37^\circ = 69^\circ$
 $\therefore \angle BDC + \angle BFC = 16^\circ + 69^\circ = 85^\circ$

- 08 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\overline{AD}$ 를 그으면

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$
 이므로

$$112 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE} + \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DF}$$



특정! 만점 예상 문제 2회

p.14~p.15

- 01 ② 02 ④ 03 ⑤ 04 ① 05 ⑤ 06 ② 07 ④ 08 ③
 09 12 cm 10 ①, ⑤ 11 ① 12 5 cm

- 01 $\angle DBC = \angle x$ 라고 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle C = \angle ABC = 2\angle x$
 $\triangle DBC$ 에서 $135^\circ + \angle x + 2\angle x = 180^\circ$ 이므로
 $3\angle x = 45^\circ \quad \therefore \angle x = 15^\circ$
 따라서 $\angle C = \angle ABC = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle A = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$
- 02 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle BDC = \angle C = 74^\circ$
 $\therefore \angle DBC = 180^\circ - (74^\circ + 74^\circ) = 32^\circ$
 $\angle ABD = \angle DBC = 32^\circ$ 이므로 $\triangle ABD$ 에서
 $\angle A = 74^\circ - 32^\circ = 42^\circ$
- 03 $\angle A = \angle x$ 라고 하면 $\angle DBE = \angle A = \angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle C = \angle ABC = \angle x + 33^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x + (\angle x + 33^\circ) + (\angle x + 33^\circ) = 180^\circ$ 이므로
 $3\angle x = 114^\circ \quad \therefore \angle x = 38^\circ$

$$112 = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times (\overline{DE} + \overline{DF})$$

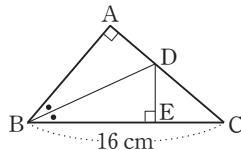
$$112 = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 14 \quad \therefore \overline{AC} = 16 \text{ (cm)}$$

- 09 $\angle BAC = \angle DAC$ (접은 각), $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각)이므로
 $\angle BAC = \angle BCA$
따라서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BC} = \frac{1}{2} \times (30 - 6) = 12 \text{ (cm)}$

- 10 ㉠과 ㉡ (RHS 합동), ㉢과 ㉣ (RHA 합동)

- 11 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle BAD = \angle CAE$
이므로 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 9 \text{ cm}$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 4 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{ED} = 9 - 4 = 5 \text{ (cm)}$
 $\therefore \triangle EBD = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 12 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발
을 E라고 하면 $\triangle BCD$ 의 넓이
가 40 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} \times 16 \times \overline{DE} = 40$



- $\therefore \overline{DE} = 5 \text{ (cm)}$
이때 $\triangle BDA$ 와 $\triangle BDE$ 에서
 $\angle BAD = \angle BED = 90^\circ$, $\overline{BD}$ 는 공통, $\angle ABD = \angle EBD$
이므로 $\triangle BDA \cong \triangle BDE$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AD} = \overline{ED} = 5 \text{ cm}$

틀림! 만점 예상 문제 3회

p.16~p.17

- 01 ④ 02 ①, ④ 03 ⑤ 04 ② 05 ③ 06 ③ 07 ②
08 ⑤ 09 ② 10 ⑤ 11 ② 12 ①

- 01 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로
 $\angle A = \angle ABD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 32^\circ) = 74^\circ$
 $\therefore \angle DBC = 74^\circ - 32^\circ = 42^\circ$

- 02 ① $\overline{AD}$ 의 길이는 알 수 없다.
②, ③ $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로
 $\overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$,
 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

- ④ $\angle BAD$ 의 크기는 알 수 없다.
⑤ $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD}$ 는 공통
이므로 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS 합동)
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

- 03 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 이므로 $\angle DBA = \angle A = \angle x$
 $\therefore \angle BDC = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle C = \angle BDC = 2\angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180^\circ$ 이므로
 $5\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$

- 04 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = 180^\circ - (54^\circ + 54^\circ) = 72^\circ$
또 $\triangle CDB$ 는 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DBC = \frac{1}{2} \times 54^\circ = 27^\circ$
따라서 $\angle x + 27^\circ = 72^\circ$ 이므로 $\angle x = 45^\circ$

- 05 $\angle B = \angle DCB = 30^\circ$ 이므로 $\triangle DBC$ 는 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{DC} = \overline{DB} = 6 \text{ cm}$
이때 $\angle ADC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle ACD = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{DC} = 6 \text{ cm}$

- 06 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 36^\circ - 18^\circ = 18^\circ$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$ ㉠
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle BDC = 54^\circ - 18^\circ = 36^\circ$
 $\therefore \overline{CD} = \overline{CB}$ ㉡
 $\triangle DBE$ 에서 $\angle BED = 72^\circ - 18^\circ = 54^\circ$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{DC}$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$

- 07 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$
두 직각삼각형 EBD , MDC 에서
 $\angle E = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - \angle C = \angle CMD$
이때 $\angle AME = \angle CMD$ (맞꼭지각)이므로 $\angle E = \angle AME$
따라서 $\triangle AME$ 는 $\overline{AM} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{AE} = \overline{AM} = x \text{ cm}$ 라고 하면
 $24 - x = 2x$, $3x = 24 \quad \therefore x = 8$
 $\therefore \overline{CM} = \overline{AM} = 8 \text{ cm}$

- 08 ①, ② RHA 합동 ③ SAS 합동 ④ RHS 합동

- 09 $\triangle ABF$ 와 $\triangle BCG$ 에서
 $\angle AFB = \angle BGC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$,
 $\angle BAF = 90^\circ - \angle ABF = \angle CBG$

이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle BCG$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{BG} = \overline{AF} = 16$ cm, $\overline{BF} = \overline{CG} = 12$ cm이므로
 $\overline{FG} = 16 - 12 = 4$ (cm)

$$\therefore \triangle AFG = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 10 $\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 에서
 $\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$,
 $\angle BMD = \angle CME$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle BDM \equiv \triangle CEM$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{DM} = \overline{EM} = 3$ cm, $\overline{BD} = \overline{CE} = 6$ cm이므로
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times (10 + 3) = 39 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 11 $\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서
 $\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ$, $\overline{AE}$ 는 공통, $\overline{AD} = \overline{AC}$
 이므로 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동)
 ②, ④ $\triangle DBE$ 에서 $\angle BED = 180^\circ - (90^\circ + 48^\circ) = 42^\circ$
 이때 $\angle AED = \angle AEC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 42^\circ) = 69^\circ$ 이므로
 $\angle BED \neq \angle AED$
 ③ $\triangle AEC$ 에서 $\angle EAC = 180^\circ - (69^\circ + 90^\circ) = 21^\circ$
 따라서 옳은 것은 ②이다.

- 12 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통, $\angle EAD = \angle CAD$
 이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{AE} = \overline{AC} = 12$ cm이므로 $\overline{BE} = 20 - 12 = 8$ (cm)
 이때 $\overline{ED} = \overline{CD} = x$ cm라고 하면
 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times (10 + x) \times 12 = \frac{1}{2} \times 20 \times x + \frac{1}{2} \times x \times 12$
 $60 + 6x = 10x + 6x$, $10x = 60 \quad \therefore x = 6$
 $\therefore \triangle EBD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

별별! 서술형 문제

p.18~p.19

- 1 (가) $\angle CAD$ (나) $\overline{AD}$ (다) $\angle ADC$ (라) ASA (마) $\overline{AC}$
 2 (1) $\times$, 이유는 풀이 참조 (2) $\times$, 이유는 풀이 참조 (3) $\bigcirc$
 3 (1) 풀이 참조 (2) 20 cm^2
 4 (1) 풀이 참조 (2) 18 cm (3) 162 cm^2
 5 72° 67 cm 733° 820 cm
- 2 (1) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같아야 한다.
 (2) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같아야 한다.
- 3 (1) $\angle ABC = \angle CBE$ (접은 각), $\angle ACB = \angle CBE$ (엇각)
 이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
 따라서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

(2) $\overline{AC} = \overline{AB} = 8$ cm이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 4 (1) $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$,
 $\angle DAB = 90^\circ - \angle DBA = \angle ECB$
 이므로 $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)
 (2) $\overline{DB} = \overline{EC} = 8$ cm, $\overline{BE} = \overline{AD} = 10$ cm이므로
 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{BE} = 8 + 10 = 18$ (cm)
 (3) (사다리꼴 ADEC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (10 + 8) \times 18$
 $= 162 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 5 $\triangle DBE$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEB = \angle B = 18^\circ$
 $\therefore \angle ADE = 18^\circ + 18^\circ = 36^\circ$ [2점]
 $\triangle EAD$ 에서 $\overline{EA} = \overline{ED}$ 이므로 $\angle EAD = \angle ADE = 36^\circ$
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEC = 36^\circ + 18^\circ = 54^\circ$ [2점]
 $\triangle AEC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACE = \angle AEC = 54^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (54^\circ + 54^\circ) = 72^\circ$ [2점]
- 6 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle DAB = \angle CAE$
 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) [3점]
 따라서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 12$ cm, $\overline{AD} = \overline{CE} = 5$ cm이므로
 $\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 12 - 5 = 7$ (cm) [2점]
- 7 $\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서
 $\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{MD} = \overline{ME}$
 이므로 $\triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHS 합동) [3점]
 즉 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$
 따라서 $\triangle CME$ 에서
 $\angle CME = 180^\circ - (90^\circ + 57^\circ) = 33^\circ$ [3점]
- 8 $\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서
 $\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ$, $\overline{AE}$ 는 공통, $\overline{AD} = \overline{AC}$
 이므로 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) [3점]
 따라서 $\overline{DE} = \overline{CE}$, $\overline{AD} = \overline{AC} = 20$ cm이므로
 $\overline{DB} = 25 - 20 = 5$ (cm)
 $\therefore (\triangle DBE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{DB} + \overline{BE} + \overline{DE}$
 $= \overline{DB} + \overline{BE} + \overline{CE}$
 $= \overline{DB} + \overline{BC}$
 $= 5 + 15 = 20 \text{ (cm)}$ [3점]

2 삼각형의 외심과 내심

또또! 나오는 문제

p.21~p.28

- 01 ③, ④ 02 ①, ② 03 38 cm 04 ⑤ 05 8 cm
 06 ① 07 ③ 08 ④ 09 ② 10 ⑤ 11 20° 12 ③ 13 ⑤
 14 ③ 15 ④ 16 ④ 17 ⑤ 18 ④ 19 ②, ③ 20 ②, ④
 21 ③ 22 ⑤ 23 ③ 24 ④ 25 ② 26 ① 27 130°
 28 17 cm 29 5 cm 30 21 cm 31 2 cm
 32 13 cm 33 10 cm 34 $9\pi \text{ cm}^2$ 35 ③
 36 18 cm^2 37 100° 38 15° 39 126° 40 20°
 41 17 cm 42 $84\pi \text{ cm}^2$

또또! 실수하기 쉬운 문제

- 1 56° 1-1 174° 2 64° 2-1 66° 3 60° 3-1 70°

- 01 ③ $\overline{OE} = \overline{OF}$ 인지는 알 수 없다.
 ④ $\angle OCE = \angle OBE$, $\angle OCF = \angle OAF$ 이지만
 $\angle OCE = \angle OCF$ 인지는 알 수 없다.
- 02 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이고, 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로 점 O가 삼각형의 외심인 것은 ①, ②이다.
- 03 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{AD} = \overline{BD} = 7 \text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{BE} = 6 \text{ cm}$, $\overline{AF} = \overline{CF} = 6 \text{ cm}$
 $\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 2 \times (7 + 6 + 6)$
 $= 38 \text{ (cm)}$
- 04 직각삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는
 $\frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2} \text{ (cm)}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이는
 $2\pi \times \frac{13}{2} = 13\pi \text{ (cm)}$
- 05 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 $\therefore \overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ (cm)}$
- 06 점 M이 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 즉 $\triangle MBC$ 에서 $\overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로 $\angle MBC = \angle C$
 따라서 $70^\circ = \angle MBC + \angle C$ 이므로
 $2\angle C = 70^\circ \quad \therefore \angle C = 35^\circ$
- 07 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
 $\therefore \triangle OBC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 9 \right) = 27 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 08 점 M이 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 즉 $\triangle MAB$ 에서 $\overline{MA} = \overline{MB}$ 이므로
 $\angle MAB = \angle B = 36^\circ$
 $\therefore \angle AMH = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$
 따라서 $\triangle AMH$ 에서
 $\angle MAH = 180^\circ - (72^\circ + 90^\circ) = 18^\circ$

- 09 외심 O가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle BAC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OAB = \angle B = 42^\circ$

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

따라서 $\triangle AOC$ 에서

$$\angle OOC' = 2\angle OAC = 2 \times 48^\circ = 96^\circ$$

- 10 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle OBA + \angle OBC = 75^\circ + 70^\circ = 145^\circ$$

- 11 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면 점 O가

$\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$

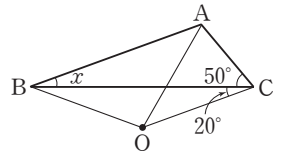
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = \angle x + 20^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$(\angle x + 20^\circ + 70^\circ) + \angle x + 50^\circ = 180^\circ \text{이므로}$$

$$2\angle x = 40^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$$



- 12 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OCB = \angle OBC = 22^\circ$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (22^\circ + 22^\circ) = 136^\circ$$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = 30^\circ + 22^\circ = 52^\circ$$

$$\text{즉 } \angle BOA = 180^\circ - (52^\circ + 52^\circ) = 76^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AOC = 136^\circ - 76^\circ = 60^\circ$$

한편 $\triangle AOC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$$\text{즉 } \angle ACB = 60^\circ - 22^\circ = 38^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BOC + \angle ACB = 136^\circ + 38^\circ = 174^\circ$$

- 13 $\angle OAB + 20^\circ + 32^\circ = 90^\circ$ 이므로 $\angle OAB = 38^\circ$

이때 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OBA = \angle OAB = 38^\circ$$

- 14 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OAB = \angle OBA = 38^\circ$

$$\text{이때 } 38^\circ + 28^\circ + \angle OCA = 90^\circ \text{이므로 } \angle OCA = 24^\circ$$

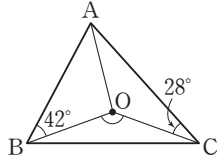
- 15 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$

$$\text{즉 } \angle BAC = 25^\circ + 30^\circ = 55^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$$

- 16 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = \angle OAB = 27^\circ$
 즉 $\angle AOB = 180^\circ - (27^\circ + 27^\circ) = 126^\circ$ 이므로
 $\angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$

- 17 $\overline{OA}$ 를 그으면
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = 42^\circ$
 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OAC = \angle OCA = 28^\circ$
 즉 $\angle BAC = 42^\circ + 28^\circ = 70^\circ$ 이므로
 $\angle BOC = 2 \angle BAC = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$



- 18 $\angle AOB = 360^\circ \times \frac{2}{2+3+4} = 360^\circ \times \frac{2}{9} = 80^\circ$
 $\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

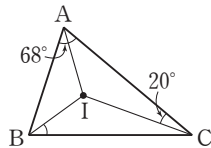
- 19 ① $\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IC}$ 인지는 알 수 없다.
 ④ $\angle IAF = \angle IAD$, $\angle ICF = \angle ICE$ 이지만
 $\angle IAF = \angle ICF$ 인지는 알 수 없다.
 ⑤ $\triangle IAD \cong \triangle IAF$, $\triangle IBD \cong \triangle IBE$ 이지만
 $\triangle IAD \cong \triangle IBD$ 인지는 알 수 없다.

- 20 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고, 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같으므로 점 I가 삼각형의 내심인 것은 ②, ④이다.

- 21 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC = \angle IBA = 24^\circ$, $\angle ICB = \angle ICA = 32^\circ$
 따라서 $\triangle IBC$ 에서
 $\angle BIC = 180^\circ - (24^\circ + 32^\circ) = 124^\circ$

- 22 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle ICA = \angle ICB = 15^\circ$
 이때 $\angle IAB + 40^\circ + 15^\circ = 90^\circ$ 이므로 $\angle IAB = 35^\circ$

- 23 $\overline{IA}$ 를 그으면
 $\angle IAB = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$
 이때 $34^\circ + \angle IBC + 20^\circ = 90^\circ$
 이므로 $\angle IBC = 36^\circ$



다른 풀이

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 68^\circ = 124^\circ$
 이때 $\angle ICB = \angle ICA = 20^\circ$ 이므로 $\triangle IBC$ 에서
 $124^\circ + \angle IBC + 20^\circ = 180^\circ \therefore \angle IBC = 36^\circ$

- 24 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BAC = 2 \angle IAC = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$
 $\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 72^\circ = 126^\circ$

- 25 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ACB = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 74^\circ = 127^\circ$
 따라서 $\triangle IAB$ 에서
 $\angle x + \angle y = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$

- 26 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle ICB = \angle ICA = 24^\circ$
 따라서 $\triangle IBC$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (34^\circ + 24^\circ) = 122^\circ$
 이때 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ 이므로
 $122^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle y, \frac{1}{2} \angle y = 32^\circ \therefore \angle y = 64^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 122^\circ + 64^\circ = 186^\circ$

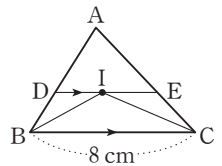
- 27 $\angle ABC = 180^\circ \times \frac{4}{3+4+2} = 180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ$
 $\therefore \angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle B = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 80^\circ = 130^\circ$

- 28 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$
 따라서 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI} = \overline{DB}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$
 $\therefore (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE}$
 $= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$
 $= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{AE})$
 $= \overline{AB} + \overline{AC}$
 $= 7 + 10 = 17 \text{ (cm)}$

- 29 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$
 따라서 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI} = \overline{DB} = 3 \text{ cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 2 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = 3 + 2 = 5 \text{ (cm)}$

- 30 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB$,
 $\angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$
 따라서 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI} = \overline{DB}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$
 $\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$

$$\begin{aligned}
 &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \\
 &= (\overline{AD} + \overline{DB}) + \overline{BC} + (\overline{AE} + \overline{EC}) \\
 &= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{BC} + \overline{AE} \\
 &= (\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE}) + \overline{BC} \\
 &= 13 + 8 = 21 \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$



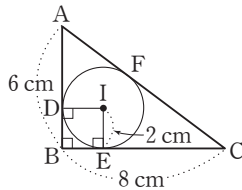
- 31 $\overline{AF} = x \text{ cm}$ 라고 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = x \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{BE} = \overline{BD} = (7 - x) \text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF} = (6 - x) \text{ cm}$

이때 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$ 이므로 $9 = (7-x) + (6-x)$
 $2x = 4 \quad \therefore x = 2$
 따라서 $\overline{AF}$ 의 길이는 2 cm이다.

- 32 $\overline{AD} = \overline{AF} = 20 - 13 = 7$ (cm)
 $\overline{CE} = \overline{CF} = 13$ cm이므로
 $\overline{BD} = \overline{BE} = 19 - 13 = 6$ (cm)
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 7 + 6 = 13$ (cm)

- 33 $\overline{ID}$ 를 그으면 사각형 DBEI는
 정사각형이므로

$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \overline{BE} = \overline{IE} = 2 \text{ cm} \\ \overline{AF} &= \overline{AD} = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}, \\ \overline{CF} &= \overline{CE} = 8 - 2 = 6 \text{ (cm)} \\ \therefore \overline{AC} &= \overline{AF} + \overline{CF} = 4 + 6 = 10 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



- 34 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\triangle ABC$ 의 넓이가 48 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} \times r \times (10 + 12 + 10) = 48, 16r = 48 \quad \therefore r = 3$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이가 3 cm이므로 그
 넓이는
 $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

- 35 $\triangle ABC$ 의 넓이가 84 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) = 84$
 $\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 42$ (cm)
 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 42 cm이다.

- 36 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (15 + 9 + 12) = \frac{1}{2} \times 9 \times 12, 18r = 54 \quad \therefore r = 3$
 즉 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이가 3 cm이므로
 $\triangle ICA = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 37 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ 에서
 $115^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \quad \therefore \angle A = 50^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 2 \angle A = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

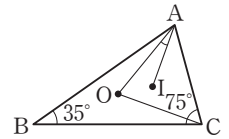
- 38 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2 \angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$
 $\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$

- 39 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (54^\circ + 90^\circ) = 36^\circ$
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle ICA = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 36^\circ = 18^\circ$

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2 \angle A = 2 \times 54^\circ = 108^\circ$
 따라서 $\triangle OPC$ 에서 $\angle BPC = 108^\circ + 18^\circ = 126^\circ$

- 40 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (35^\circ + 75^\circ) = 70^\circ$
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$

$\overline{OC}$ 를 그으면 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외
 심이므로
 $\angle AOC = 2 \angle B = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$
 $\triangle AOC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로



$$\begin{aligned} \angle OAC &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \\ \therefore \angle OAI &= \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ \end{aligned}$$

- 41 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
 ($\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이)
 $= \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 26 = 13$ (cm)

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (10 + 24 + 26) = \frac{1}{2} \times 24 \times 10$
 $30r = 120 \quad \therefore r = 4$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원과 내접원의 반지름의 길이의 합은
 $13 + 4 = 17$ (cm)

- 42 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
 ($\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이)
 $= \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ (cm)

즉 외접원 O의 넓이는 $\pi \times 10^2 = 100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12) = \frac{1}{2} \times 16 \times 12$
 $24r = 96 \quad \therefore r = 4$
 즉 내접원 I의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $100\pi - 16\pi = 84\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

도도! 실수하기 쉬운 문제

- 1 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAB = \angle IAC = \angle a, \angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라고 하면
 $\triangle ABE$ 에서 $2 \angle a + \angle b + 88^\circ = 180^\circ$
 $\therefore 2 \angle a + \angle b = 92^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $\triangle ABD$ 에서 $\angle a + 2 \angle b + 86^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle a + 2 \angle b = 94^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$

$$\textcircled{7} + \textcircled{8} \text{을 하면 } 3\angle a + 3\angle b = 186^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 62^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle C = 180^\circ - 2(\angle a + \angle b) = 180^\circ - 2 \times 62^\circ = 56^\circ$$

1-1 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라고 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 56^\circ = 180^\circ$ 이므로

$$2(\angle a + \angle b) = 124^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 62^\circ$$

한편 $\triangle ADC$ 에서 $\angle ADB = \angle a + 56^\circ$,

$\triangle BCE$ 에서 $\angle AEB = \angle b + 56^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle ADB + \angle AEB &= (\angle a + 56^\circ) + (\angle b + 56^\circ) \\ &= \angle a + \angle b + 112^\circ \\ &= 62^\circ + 112^\circ = 174^\circ \end{aligned}$$

2 $\overline{AD}$ 위에 내심 I와 외심 O가 있으므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이면서 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다. 즉 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 76^\circ) = 52^\circ$$

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ICA = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 이므로 $\angle OEC = 90^\circ$

따라서 $\triangle EFC$ 에서

$$\angle EFC = 180^\circ - (26^\circ + 90^\circ) = 64^\circ$$

2-1 $\overline{AD}$ 위에 내심 I와 외심 O가 있으므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이면서 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다. 즉 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 84^\circ) = 48^\circ$$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ICA = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

따라서 $\triangle EFC$ 에서

$$\angle EFC = 180^\circ - (24^\circ + 90^\circ) = 66^\circ$$

3 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAC = 2\angle CAE = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

$\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면 점 O가

$\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

$$= 2 \times 68^\circ = 136^\circ$$

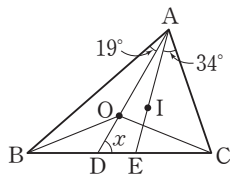
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 136^\circ) = 22^\circ$$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = \angle OAB = 19^\circ$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle x = \angle BAD + \angle ABD = 19^\circ + (19^\circ + 22^\circ) = 60^\circ$$



3-1 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAC = 2\angle CAE = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

$\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면 점 O가

$\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

$$= 2 \times 72^\circ = 144^\circ$$

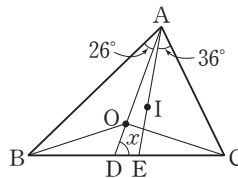
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 144^\circ) = 18^\circ$$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = \angle OAB = 26^\circ$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle x = \angle BAD + \angle ABD = 26^\circ + (26^\circ + 18^\circ) = 70^\circ$$



특정! 만점 예상 문제 4회

p.29~p.31

- 01 (1) ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ (2) ㉡, ㉢ 02 ㉠ 03 5 cm 04 ㉡
05 ㉣ 06 ㉣ 07 ㉤ 08 ㉣ 09 ㉣ 10 ㉤ 11 ㉡ 12 ㉢
13 ㉣ 14 ㉢ 15 5 cm 16 ㉠ 17 ㉣ 18 ㉣

- 01 (1) 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만나고, 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다.
(2) 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만나고, 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같다.

02 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이고

$\triangle AOC$ 의 둘레의 길이가 14 cm이므로

$$\overline{OA} + \overline{OC} + 6 = 14, 2\overline{OA} = 8 \quad \therefore \overline{OA} = 4 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

03 $\overline{OB}$ 를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$ 의

외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

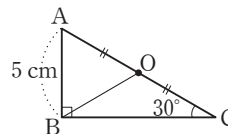
$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\angle AOB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 이고,

$\angle ABO = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABO$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는 5 cm이다.



04 외심 O가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle BAC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 37^\circ) = 53^\circ$$

한편 $\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 53^\circ$$

따라서 $\triangle AOC$ 에서

$$\angle OOC' = 2\angle OAC = 2 \times 53^\circ = 106^\circ$$

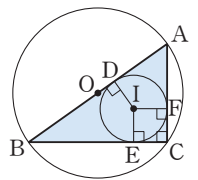
이때 $\triangle O'OC$ 에서 $\overline{O'O} = \overline{O'C}$ 이므로

$$\angle O'CO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 106^\circ) = 37^\circ$$

$$\therefore \angle O'CA = \angle ACO - \angle O'CO = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

- 05 $\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB = \angle x - 22^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \angle OCB = \angle x - 22^\circ$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = (\angle x - 22^\circ) + 38^\circ = \angle x + 16^\circ$
따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $(\angle x + 16^\circ + \angle x) + 38^\circ + 22^\circ = 180^\circ$ 이므로
 $2\angle x = 104^\circ \quad \therefore \angle x = 52^\circ$
- 06 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 88^\circ) = 46^\circ$
이때 $46^\circ + \angle x + \angle y = 90^\circ$ 이므로 $\angle x + \angle y = 44^\circ$
- 07 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$ 이므로 $\triangle AOC$ 는 직각삼각형이다. 이때 $\triangle AOC$ 의 외접원의 반지름의 길이는
 $\frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$
따라서 $\triangle AOC$ 의 외접원의 넓이는
 $\pi \times 6^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
- 08 ④ RHS
- 09 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle IBC = \angle IBA = 35^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (70^\circ + 35^\circ + 35^\circ) = 40^\circ$
 $\therefore \angle ICA = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$
- 10 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle ICB = \angle ICA = 31^\circ$
 $\triangle IBC$ 에서 $\angle IBC = 180^\circ - (112^\circ + 31^\circ) = 37^\circ$
이때 $\angle ABC = 2\angle IBC = 2 \times 37^\circ = 74^\circ$ 이므로
 $\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ABC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 74^\circ = 127^\circ$
 $\therefore \angle IBC + \angle AIC = 37^\circ + 127^\circ = 164^\circ$
- 11 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC = \angle IBA = \angle a, \angle ICB = \angle ICA = \angle b$ 라고 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $80^\circ + 2\angle a + 2\angle b = 180^\circ$ 이므로
 $2(\angle a + \angle b) = 100^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 50^\circ$
한편 $\triangle ADC$ 에서 $\angle x = 80^\circ + \angle b$,
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle y = 80^\circ + \angle a$ 이므로
 $\angle x + \angle y = (80^\circ + \angle b) + (80^\circ + \angle a)$
 $= 160^\circ + \angle a + \angle b$
 $= 160^\circ + 50^\circ = 210^\circ$
- 12 ③ 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB, \angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$
따라서 $\triangle DBI, \triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI} = \overline{DB} = 5 \text{ cm}, \overline{EI} = \overline{EC} = 4 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = 5 + 4 = 9 \text{ (cm)}$

- 13 $\overline{AD} = \overline{AF} = 7 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{BD} = 13 - 7 = 6 \text{ (cm)}$
 $\overline{CE} = \overline{CF} = 16 - 7 = 9 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 6 + 9 = 15 \text{ (cm)}$
- 14 $\overline{BE} = x \text{ cm}$ 라고 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x \text{ cm}$
 $\overline{CF} = \overline{CE} = 12 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 20 - 12 = 8 \text{ (cm)}$
이때 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 58 cm이므로
 $(8 + x) + (x + 12) + 20 = 58$
 $2x = 18 \quad \therefore x = 9$
따라서 $\overline{BE}$ 의 길이는 9 cm이다.
- 15 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (25 + 20 + 15) = \frac{1}{2} \times 20 \times 15$
 $30r = 150 \quad \therefore r = 5$
따라서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm이다.
- 16 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB = \angle OBC = 42^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - (42^\circ + 42^\circ) = 96^\circ$
따라서 $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 96^\circ = 48^\circ$ 이고,
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 48^\circ = 114^\circ$
- 17 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle ICB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$
따라서 $\triangle POC$ 에서 $\angle APC = 120^\circ + 15^\circ = 135^\circ$
- 18 외접원의 반지름의 길이가 5 cm이므로
 $\overline{OA} = \overline{OB} = 5 \text{ cm}$
 $\overline{ID}, \overline{IE}, \overline{IF}$ 를 그으면 사각형 IECF는
정사각형이고, 내접원의 반지름의 길
이가 2 cm이므로
 $\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{IE} = \overline{IF} = 2 \text{ cm}$
한편 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{AF} + \overline{BE} = \overline{AD} + \overline{BD} = \overline{AB} = 2\overline{OA} = 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BE} + \overline{CE} + \overline{CF} + \overline{AF})$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{CE} + \overline{CF} + \overline{AF} + \overline{BE})$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 2 + 2 + 10)$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$



특정! 만점 예상 문제 2회

p.32~p.34

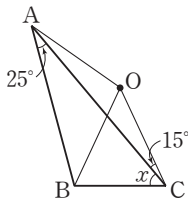
- 01 ③, ⑤ 02 ① 03 ③ 04 ④ 05 ③ 06 ① 07 ⑤
 08 ④ 09 ② 10 ① 11 44 cm 12 6 cm 13 ⑤
 14 ④ 15 ② 16 ④ 17 ④ 18 $21\pi \text{ cm}^2$

- 01 ③ $\overline{BD}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{CE}$ 이지만 $\overline{BD}=\overline{BE}$ 인지는 알 수 없다.
 ⑤ $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$, $\triangle OAF \equiv \triangle OCF$ 이지만
 $\triangle OAD \equiv \triangle OAF$ 인지는 알 수 없다.

- 02 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$
 $\angle OBD=68^\circ-30^\circ=38^\circ$ 이고, $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB=\angle OBC=38^\circ$
 따라서 $\triangle ODC$ 에서
 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+38^\circ)=52^\circ$

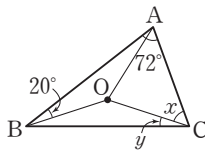
- 03 $\triangle AMH$ 에서 $\angle AMH=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$
 점 M이 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 즉 $\overline{MA}=\overline{MC}$ 이므로 $\triangle AMC$ 에서
 $\angle C=\frac{1}{2} \times (180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

- 04 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면
 $\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OAC=\angle OCA=15^\circ$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 이므로
 $\angle OBA=\angle OAB=15^\circ+25^\circ=40^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC=\angle OCB=\angle x+15^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $25^\circ+40^\circ+(\angle x+15^\circ)+\angle x=180^\circ$ 이므로
 $2\angle x=100^\circ \quad \therefore \angle x=50^\circ$



- 05 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 이므로 $\angle OAB=\angle OBA=35^\circ$
 따라서 $\angle BAC=35^\circ+28^\circ=63^\circ$ 이므로
 $\angle BOC=2\angle BAC=2 \times 63^\circ=126^\circ$

- 06 $\overline{OA}$ 를 그으면
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB=\angle OBA=20^\circ$
 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle x=\angle OAC=72^\circ-20^\circ=52^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC=\angle OCB=\angle y$
 이때 $20^\circ+\angle y+52^\circ=90^\circ$ 이므로 $\angle y=18^\circ$
 $\therefore \angle x-\angle y=52^\circ-18^\circ=34^\circ$



- 07 $\angle ABC=180^\circ \times \frac{5}{4+5+3}=75^\circ$ 이므로
 $\angle AOC=2\angle ABC=2 \times 75^\circ=150^\circ$

- 08 $\widehat{AB}:\widehat{BC}=3:4$, $\widehat{BC}:\widehat{CA}=4:5$ 이므로
 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=3:4:5$

따라서 $\angle BOC=360^\circ \times \frac{4}{3+4+5}=120^\circ$ 이므로

$$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2} \times 120^\circ=60^\circ$$

- 09 ㉠ $\triangle IAF \equiv \triangle IAD$, $\triangle ICF \equiv \triangle ICE$ 이지만
 $\triangle IAF \equiv \triangle ICF$ 인지는 알 수 없다.
 ㉡ $\overline{IA}=\overline{IB}=\overline{IC}$ 인지는 알 수 없다.

- 10 $\angle IAC=\angle IAB=28^\circ$, $\angle IBA=\angle IBC=30^\circ$ 이므로
 $\angle C=180^\circ-(28^\circ+28^\circ)-(30^\circ+30^\circ)=64^\circ$

- 11 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI=\angle IBC=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle ICB=\angle EIC$
 따라서 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI}=\overline{DB}$, $\overline{EI}=\overline{EC}$
 $\therefore (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이})=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}$
 $=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{AE}$
 $=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{AE})$
 $=\overline{AB}+\overline{AC}$
 $=24+20=44 \text{ (cm)}$

- 12 $\overline{BE}=\overline{BD}=7 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{CF}=\overline{CE}=11-7=4 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{AF}=\overline{AC}-\overline{CF}=10-4=6 \text{ (cm)}$

- 13 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times 42=84$, $21r=84 \quad \therefore r=4$
 즉 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이가 4 cm 이므로 색칠한
 부분의 넓이는
 $84-\pi \times 4^2=84-16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

- 14 ④ 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치한다.

- 15 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로
 $\angle A=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$
 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC=2\angle A=2 \times 36^\circ=72^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC=\frac{1}{2} \times (180^\circ-72^\circ)=54^\circ$
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2} \times 72^\circ=36^\circ$
 $\therefore \angle OBI=\angle OBC-\angle IBC=54^\circ-36^\circ=18^\circ$

- 16 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB=\angle OBA=30^\circ+14^\circ=44^\circ$
 $\therefore \angle BOA=180^\circ-(44^\circ+44^\circ)=92^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\angle OCB=\angle OBC=14^\circ$
 $\therefore \angle BOC=180^\circ-(14^\circ+14^\circ)=152^\circ$
 이때 $\angle AOC=\angle BOC-\angle BOA=152^\circ-92^\circ=60^\circ$ 이고,

$\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OCA$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \angle OAC = \angle OCA = 60^\circ$
 $\angle BAC = \angle BAO + \angle OAC = 44^\circ + 60^\circ = 104^\circ$ 이고
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 104^\circ = 52^\circ$
 $\therefore \angle OAI = \angle OAC - \angle IAC = 60^\circ - 52^\circ = 8^\circ$

- 17 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$
 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 54^\circ = 27^\circ$
 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle ODB = 90^\circ$
 따라서 $\triangle DBE$ 에서
 $\angle DEB = 180^\circ - (90^\circ + 27^\circ) = 63^\circ$

- 18 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
 ($\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이)
 $= \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$
 즉 외접원 O의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (10 + 6 + 8) = \frac{1}{2} \times 6 \times 8, 12r = 24 \quad \therefore r = 2$
 즉 내접원 I의 넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원과 내접원의 넓이의 차는
 $25\pi - 4\pi = 21\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

튼튼! 만점 예상 문제 3회

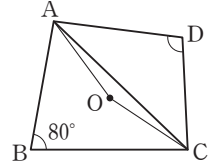
p.35~p.37

- 01 (1) $\overline{OD}$ (2) RHS (3) $\overline{BD} = \overline{CD}$ 02 48 cm 03 ②
 04 ② 05 ③ 06 ④ 07 ③ 08 ① 09 ③ 10 ③ 11 6 cm
 12 ④ 13 30 cm 14 ③ 15 ② 16 55° 17 ① 18 ①

- 02 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{AD} = \overline{BD} = 8 \text{ cm}, \overline{CE} = \overline{BE} = 7 \text{ cm}, \overline{CF} = \overline{AF} = 9 \text{ cm}$
 $\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 2 \times (8 + 7 + 9)$
 $= 48 \text{ (cm)}$

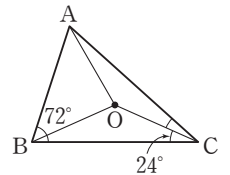
- 03 $\angle OAB = 90^\circ \times \frac{3}{3+2} = 54^\circ$
 이때 점 O가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 즉 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = \angle OAB = 54^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (54^\circ + 54^\circ) = 72^\circ$

- 04 $\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그으면 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$
 또 $\triangle ACD$ 에서
 $360^\circ - \angle AOC = 2\angle D$
 $360^\circ - 160^\circ = 2\angle D$
 $2\angle D = 200^\circ \quad \therefore \angle D = 100^\circ$



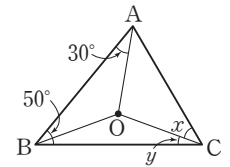
- 05 $20^\circ + \angle OBC + 46^\circ = 90^\circ$ 이므로 $\angle OBC = 24^\circ$
 이때 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB = \angle OBC = 24^\circ$

- 06 $\overline{OA}, \overline{OB}$ 를 그으면
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \angle OCB = 24^\circ$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \angle OBA$
 $= 72^\circ - 24^\circ$
 $= 48^\circ$



이때 $48^\circ + 24^\circ + \angle OCA = 90^\circ$ 이므로 $\angle OCA = 18^\circ$

- 07 $\overline{OB}$ 를 그으면
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle y = \angle OBC = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$
 이때 $30^\circ + 20^\circ + \angle x = 90^\circ$ 이므로 $\angle x = 40^\circ$
 $\therefore \angle x - \angle y = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$



- 08 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$
 $\therefore (\text{부채꼴 BOC의 넓이}) = \pi \times 6^2 \times \frac{80}{360} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

- 09 $38^\circ + 34^\circ + \angle ICA = 90^\circ$ 이므로 $\angle ICA = 18^\circ$
 $\therefore \angle ICB = \angle ICA = 18^\circ$

- 10 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC$ 이므로 $125^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC$
 $\frac{1}{2} \angle BAC = 35^\circ \quad \therefore \angle BAC = 70^\circ$
 $\therefore \angle BAI = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$

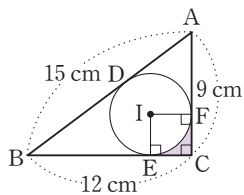
- 11 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB, \angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$
 따라서 $\triangle DBI, \triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI} = \overline{DB}, \overline{EI} = \overline{EC}$
 이때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA} = \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$
 $= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{AE})$
 $= \overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AB}$
 따라서 $2\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{AB} = 6 \text{ (cm)}$

- 12 $\overline{BE} = x$ cm라고 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$ cm이므로
 $\overline{AF} = \overline{AD} = (14 - x)$ cm, $\overline{CF} = \overline{CE} = (20 - x)$ cm
 이때 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF}$ 이므로 $16 = (14 - x) + (20 - x)$
 $2x = 18 \quad \therefore x = 9$
 따라서 $\overline{BE}$ 의 길이는 9 cm이다.

- 13 $\overline{BD} = \overline{BE} = 7$ cm이므로 $\overline{AF} = \overline{AD} = 12 - 7 = 5$ (cm)
 $\overline{CE} = \overline{CF} = 3$ cm
 $\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$
 $= 12 + (7 + 3) + (3 + 5)$
 $= 30$ (cm)

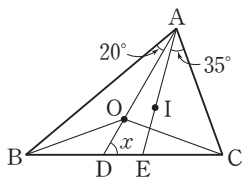
- 14 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (24 + 30 + 18) = \frac{1}{2} \times 24 \times 18$
 $36r = 216 \quad \therefore r = 6$
 즉 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이가 6 cm이므로
 $\triangle IBC = \frac{1}{2} \times 30 \times 6 = 90$ (cm²)

- 15 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (15 + 12 + 9) = \frac{1}{2} \times 12 \times 9$
 $18r = 54 \quad \therefore r = 3$
 이때 $\overline{IE}$, $\overline{IF}$ 를 그으면 사각형
 $IECF$ 는 정사각형이므로
 (색칠한 부분의 넓이)
 $= 3 \times 3 - \pi \times 3^2 \times \frac{90}{360}$
 $= 9 - \frac{9}{4}\pi$ (cm²)



- 16 점 I가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BOC$ 에서 $145^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BOC$
 $\frac{1}{2} \angle BOC = 55^\circ \quad \therefore \angle BOC = 110^\circ$
 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$

- 17 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BAC = 2\angle CAE = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$
 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면 점 O가
 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle BAC$
 $= 2 \times 70^\circ = 140^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OBA = \angle OAB = 20^\circ$



따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle x = \angle BAD + \angle ABD = 20^\circ + (20^\circ + 20^\circ) = 60^\circ$$

- 18 $\overline{ID}$, $\overline{IF}$ 를 그으면 사각형 $IECF$ 는 정사각형이고, 내접원의 반지름의 길이가 4 cm이므로

$$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{IF} = \overline{IE} = 4 \text{ cm}$$

한편 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$$\overline{AF} + \overline{BE} = \overline{AD} + \overline{BD} = \overline{AB} = 2\overline{OB} = 2 \times 10 = 20 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \overline{BE} + \overline{CE} + \overline{CF} + \overline{AF})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \overline{CE} + \overline{CF} + \overline{AF} + \overline{BE})$$

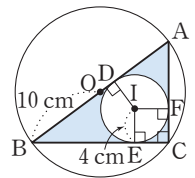
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (20 + 4 + 4 + 20)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 48 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle ABC - (\text{내접원의 넓이}) = 96 - \pi \times 4^2$$

$$= 96 - 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



별첨! 서술형 문제

p.38~p.39

- 1 (가) 외심 (나) 수직이등분선

- 2 ㉠ $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 길이가 같은지는 알 수 없다.

㉡ 점 P는 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선의 교점이다.

- 3 (1) 60° (2) 62° (3) 130° (4) 50°

- 4 (1) $\angle a$ (2) $2\angle a$ (3) $\angle c$ (4) $2\angle c$

5 6 cm²

6 22 cm

7 9°

8 9π cm

- 3 (1) $\angle x = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$

- (2) $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OBA = \angle OAB = 28^\circ$$

이때 $\angle AOB = 180^\circ - (28^\circ + 28^\circ) = 124^\circ$ 이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 124^\circ = 62^\circ$$

- (3) $\angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 80^\circ = 130^\circ$

- (4) $\angle IBA = \angle IBC = 45^\circ$, $\angle ICB = \angle ICA = 20^\circ$ 이므로

$$\angle x = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ + 20^\circ + 20^\circ) = 50^\circ$$

- 5 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\triangle OAD \equiv \triangle OBD, \triangle OBE \equiv \triangle OCE, \triangle OAF \equiv \triangle OCF$$

..... [2점]

$$\therefore \triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$$

$$= 2\triangle OBD + 2\triangle OBE + 2\triangle OAF$$

$$= 2(\triangle OBD + \triangle OBE + \triangle OAF) \quad \text{..... [2점]}$$

한편 $\triangle OAF = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 [1점]

$20 = 2(\triangle OBD + \triangle OBE + 4)$ 에서

$\triangle OBD + \triangle OBE = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$

따라서 사각형 ODBE의 넓이는 6 cm^2 이다. [1점]

- 6 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB$,
 $\angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$ [2점]

즉 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI} = \overline{DB}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$ [1점]

$\therefore (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이})$
 $= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA}$
 $= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$
 $= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{AE})$
 $= \overline{AB} + \overline{AC}$
 $= 12 + 10 = 22 \text{ (cm)}$ [3점]

- 7 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 48^\circ = 96^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 96^\circ) = 42^\circ$ [2점]

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle ICB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$ [2점]
 $\therefore \angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 42^\circ - 33^\circ = 9^\circ$ [1점]

- 8 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는
 $\frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2} \text{ (cm)}$ [1점]

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times (12 + 5 + 13) = \frac{1}{2} \times 12 \times 5$
 $15r = 30 \quad \therefore r = 2$ [2점]

따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차는
 $2\pi \times \frac{13}{2} - 2\pi \times 2 = 13\pi - 4\pi = 9\pi \text{ (cm)}$ [2점]

3 사각형의 성질

또또! 나오는 문제

p.42~p.48

- 01 ②, ④ 02 ② 03 11 04 ③ 05 3 cm
 06 28 cm 07 ④ 08 ③ 09 ④ 10 ② 11 ⑤
 12 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{DA}$ (3) CDA (4) SSS (5) $\overline{BC}$
 13 ① 14 15 cm^2 15 ③ 16 28 17 ① 18 ③ 19 39
 20 96 cm^2 21 ⑤ 22 ② 23 ④ 24 ② 25 ④
 26 11 cm 27 ④ 28 ⑤ 29 ①, ④ 30 ④ 31 ②
 32 ② 33 54 cm^2 34 ②, ④ 35 ④ 36 12 cm^2
 37 ④

또또! 실수하기 쉬운 문제

- 1 38° 1-1 24° 2 136° 2-1 57° 3 22 cm 3-1 23 cm

- 01 ② $\angle ABC = \angle ADC$, $\angle BCD = \angle DAB$ 이지만
 $\angle ABC = \angle BCD$ 인지는 알 수 없다.
 ④ $\triangle AOD \equiv \triangle COB$, $\triangle COD \equiv \triangle AOB$ 이지만
 $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 인지는 알 수 없다.

- 02 $\overline{BC} = \overline{AD} = 11 \text{ cm}$ 이므로 $x = 11$
 $\angle C = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ 이므로 $y = 115$
 $\therefore x + y = 11 + 115 = 126$

- 03 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로 $9 = 3x \quad \therefore x = 3$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $6 = y - 2 \quad \therefore y = 8$
 $\therefore x + y = 3 + 8 = 11$

- 04 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 이므로 $\angle C = 180^\circ \times \frac{3}{2+3} = 108^\circ$
 $\therefore \angle A = \angle C = 108^\circ$

- 05 $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로 $\angle AFD = \angle BAF$ (엇각)
 이때 $\angle BAF = \angle DAF$ 이므로 $\angle AFD = \angle DAF$
 따라서 $\triangle DAF$ 는 $\overline{DA} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DF} = \overline{DA} = 8 \text{ cm}$
 이때 $\overline{DC} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{CF} = \overline{DF} - \overline{DC} = 8 - 5 = 3 \text{ (cm)}$

- 06 $\overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$
 $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm)}$
 $\overline{AD} = \overline{BC} = 12 \text{ cm}$
 $\therefore (\triangle ODA \text{의 둘레의 길이}) = \overline{OD} + \overline{AD} + \overline{OA}$
 $= 9 + 12 + 7 = 28 \text{ (cm)}$

- 07 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle FBE = \angle AFB = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (엇각)
 즉 $\angle ABE = 2\angle FBE = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이므로
 $\angle BAF = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$
 이때 $\angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAF = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$ 이므로
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEC = 50^\circ + 80^\circ = 130^\circ$

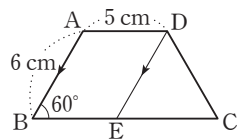
- 08 $\angle D = \angle B = 72^\circ$ 이므로 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle DAC = 180^\circ - (50^\circ + 72^\circ) = 58^\circ$
 $\therefore \angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAC = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ$
 이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이므로 $\angle E = \angle DAE = 29^\circ$ (엇각)
- 09 $\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
 $\angle PAO = \angle QCO$ (엇각), $\overline{OA} = \overline{OC}$ (①),
 $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle AOP \cong \triangle COQ$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AP} = \overline{CQ}$ (②), $\overline{PO} = \overline{QO}$ (③)
 $\triangle POD$ 와 $\triangle QOB$ 에서
 $\angle PDO = \angle QBO$ (엇각), $\overline{OD} = \overline{OB}$,
 $\angle POD = \angle QOB$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle POD \cong \triangle QOB$ (ASA 합동) (⑤)
- 10 ② $\angle D = 360^\circ - (110^\circ + 70^\circ + 110^\circ) = 70^\circ$ 이므로
 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
 즉 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행
 사변형이다.
- 11 ⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이
 다.
- 13 $\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서
 $\angle OAE = \angle OCF$ (엇각), $\overline{OA} = \overline{OC}$,
 $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle OEA \cong \triangle OFC$ (ASA 합동)
 $\therefore \triangle ODE + \triangle OFC = \triangle ODE + \triangle OEA$
 $= \triangle ODA = \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times 36 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 14 $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC$ 이므로
 $\triangle PAB + 9 = 8 + 16 \quad \therefore \triangle PAB = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 15 $\square BCDE = 4 \triangle EBF = 4 \triangle ABE$
 $= 4 \times 4 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 16 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로 $3x - 1 = 4x - 6 \quad \therefore x = 5$
 즉 $\overline{OB} = 3x - 1 = 3 \times 5 - 1 = 14$ 이므로
 $\overline{AC} = \overline{BD} = 2\overline{OB} = 2 \times 14 = 28$
- 17 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = \angle OAB = 55^\circ$
 $\therefore \angle x = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle y = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$
 $\therefore \angle x - \angle y = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ$
- 18 $\angle D'AE = 20^\circ$ 이므로 $\angle EAF = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AEF = \angle EFC$ (엇각)
 또 $\angle AFE = \angle EFC$ (접은 각)이므로

$$\angle AEF = \angle AFE$$

따라서 $\triangle AFE$ 는 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle AEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

- 19 $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로 $\triangle AOD$ 에서
 $\angle ADO = 180^\circ - (58^\circ + 90^\circ) = 32^\circ \quad \therefore x = 32$
 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로 $2y - 3 = 11$, $2y = 14 \quad \therefore y = 7$
 $\therefore x + y = 32 + 7 = 39$
- 20 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
 $\square ABCD = 4 \triangle ABO = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6 \right) = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 21 ①, ②, ④ 평행사변형 $ABCD$ 가 직사각형이 되기 위한 조건
 이다.
 ⑤ 평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모가 된다.
- 22 $\triangle CBD$ 에서 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로
 $\angle CDB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ) = 35^\circ$
 $\triangle DFE$ 에서 $\angle DFE = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$
 $\therefore \angle AFB = \angle DFE = 55^\circ$ (맞꼭지각)
- 23 $\triangle AED$ 와 $\triangle CED$ 에서
 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\angle ADE = \angle CDE = 45^\circ$, $\overline{DE}$ 는 공통
 이므로 $\triangle AED \cong \triangle CED$ (SAS 합동)
 따라서 $\triangle ECD$ 에서 $\angle ECD = \angle EAD = 23^\circ$ 이므로
 $\angle BEC = 45^\circ + 23^\circ = 68^\circ$
- 24 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로
 $\square ABCD = 4 \triangle OAB = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 5 \right) = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 25 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$
 $\square ACDE$ 는 정사각형이므로 $\angle BAE = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$
 이때 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AE}$ 이므로 $\triangle ABE$ 에서
 $\angle AEB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ$
- 26 점 D 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직
 선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라고
 하면 $\square ABED$ 는 평행사변형이
 므로
 $\overline{BE} = \overline{AD} = 5 \text{ cm}$
 또 $\angle C = \angle B = 60^\circ$ 이고 $\angle DEC = \angle B = 60^\circ$ (동위각)이므로
 $\triangle DEC$ 에서 $\angle EDC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
 즉 $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{EC} = \overline{DC} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 6 = 11 \text{ (cm)}$



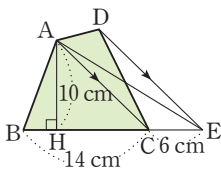
- 28 $\triangle ABD$ 와 $\triangle DCA$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{DC}$ (②), $\overline{BD}=\overline{CA}$ (④), $\overline{AD}$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle DCA$ (SSS 합동)
 $\therefore \angle ABD = \angle DCA$ (③), $\angle ADB = \angle DAC$
 즉 $\triangle OAD$ 는 $\overline{OA}=\overline{OD}$ (①)인 이등변삼각형이다.

- 29 ② 한 내각의 크기가 90° 인 평행사변형은 직사각형이다.
 ③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴이다.
 ⑤ 이웃하는 두 내각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

- 30 ④ $\overline{AB}=\overline{BC}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

- 31 ② 직사각형-마름모

- 32 $\overline{AE}$ 를 그으면 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\triangle ACD = \triangle ACE$
 $\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= \triangle ABE$
 $= \frac{1}{2} \times (14+6) \times 10$
 $= 100 \text{ (cm}^2\text{)}$



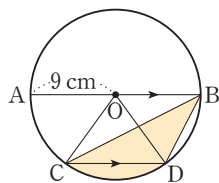
- 33 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle DBC = \triangle ABC = 90 \text{ cm}^2$
 $\therefore \triangle OBC = \triangle DBC - \triangle DOC = 90 - 36 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 34 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle DBE = \triangle ABE$
 $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$ 이므로 $\triangle DBE = \triangle DBF$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle DBF = \triangle DAF$
 $\therefore \triangle DBE = \triangle ABE = \triangle DBF = \triangle DAF$
 따라서 $\triangle DBE$ 와 넓이가 다른 삼각형은 ②, ④이다.

- 35 $\triangle AFD = \triangle AED - \triangle AEF$
 $= \triangle ACD - \triangle AEF$
 $= \triangle ABC - \triangle AEF$
 $= (\triangle ABE + \triangle AEF + \triangle FEC) - \triangle AEF$
 $= \triangle ABE + \triangle FEC$
 $= 48 + 36 = 84 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 36 $\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle ADC = \triangle ABC \times \frac{1}{2+1} = 48 \times \frac{1}{3} = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 1$ 이므로
 $\triangle APC = \triangle ADC \times \frac{3}{3+1} = 16 \times \frac{3}{4} = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 37 $\overline{OC}, \overline{OD}$ 를 그으면
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\triangle BCD = \triangle OCD$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같으므로

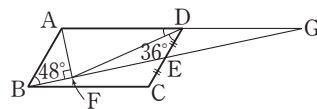


$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 9^2 \times \frac{1}{6} = \frac{27}{2} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

또또! 실수하기 쉬운 문제

- 1 $\triangle BCE$ 와 $\triangle FDE$ 에서
 $\angle BEC = \angle FED$ (맞꼭지각), $\overline{CE} = \overline{DE}$,
 $\angle BCE = \angle FDE$ (엇각)
 이므로 $\triangle BCE \equiv \triangle FDE$ (ASA 합동)
 $\therefore \angle EFD = \angle EBC = 19^\circ$, $\overline{FD} = \overline{BC} = \overline{AD}$
 즉 점 D는 직각삼각형 AHF의 외심이므로
 $\overline{DH} = \overline{DA} = \overline{DF}$
 따라서 $\angle DHF = \angle DFH = 19^\circ$ 이므로
 $\triangle DHF$ 에서 $\angle ADH = 19^\circ + 19^\circ = 38^\circ$

- 1-1 $\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선이 만나는 점을 G라고 하면



- $\triangle BCE$ 와 $\triangle GDE$ 에서
 $\angle BEC = \angle GED$ (맞꼭지각), $\overline{CE} = \overline{DE}$,
 $\angle BCE = \angle GDE$ (엇각)
 이므로 $\triangle BCE \equiv \triangle GDE$ (ASA 합동)
 $\therefore \angle EBC = \angle EGD$, $\overline{GD} = \overline{BC} = \overline{AD}$
 즉 점 D는 직각삼각형 AFG의 외심이므로
 $\overline{DF} = \overline{DA} = \overline{DG}$
 따라서 $\triangle DFG$ 는 $\overline{DF} = \overline{DG}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DFE = \angle DGE = \angle a$ 라고 하면 $\angle ADF = 2\angle a$
 평행사변형 ABCD에서 $\angle ABC = \angle ADC$ 이므로
 $48^\circ + \angle a = 2\angle a + 36^\circ \quad \therefore \angle a = 12^\circ$
 $\therefore \angle ADF = 2\angle a = 2 \times 12^\circ = 24^\circ$

- 2 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DB}$, $\angle ABC = \angle DBE$, $\overline{BC} = \overline{BE}$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동) ㉠
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{BC} = \overline{EC}$, $\angle BCA = \angle ECF$, $\overline{AC} = \overline{FC}$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ (SAS 합동) ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\overline{DE} = \overline{AF}$, $\overline{EF} = \overline{DA}$ 이므로 $\square EDAF$ 는 평행사변형이다. 이때 $\angle BAC = 104^\circ$ 이므로
 $\angle DAF = 360^\circ - (60^\circ + 104^\circ + 60^\circ) = 136^\circ$
 $\therefore \angle DEF = \angle DAF = 136^\circ$

- 2-1 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DB}$, $\angle ABC = \angle DBE$, $\overline{BC} = \overline{BE}$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동) ㉠
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{BC} = \overline{EC}$, $\angle BCA = \angle ECF$, $\overline{AC} = \overline{FC}$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ (SAS 합동) ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{DE} = \overline{AF}$, $\overline{EF} = \overline{DA}$ 이므로 $\square EDAF$ 는 평행사변형이다. 이때 $\angle BAC = 117^\circ$ 이므로
 $\angle DAF = 360^\circ - (60^\circ + 117^\circ + 60^\circ) = 123^\circ$
 $\therefore \angle EDA = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$

- 3 $\triangle BEF$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로 $\angle BEF = \angle BFE$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCF = \angle BEF$ (엇각)
 또 $\angle DFC = \angle BFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle DCF = \angle DFC$
 따라서 $\triangle DFC$ 는 $\overline{DF} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DF} = \overline{DC} = \overline{AB} = 6 + 8 = 14$ (cm)
 또 $\overline{BF} = \overline{BE} = 8$ cm이므로
 $\overline{BD} = \overline{BF} + \overline{DF} = 8 + 14 = 22$ (cm)

- 3-1 $\triangle BEF$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로 $\angle BEF = \angle BFE$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCF = \angle BEF$ (엇각)
 또 $\angle DFC = \angle BFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle DCF = \angle DFC$
 따라서 $\triangle DFC$ 는 $\overline{DF} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DF} = \overline{DC} = \overline{BC} = 15$ cm
 또 $\overline{BF} = \overline{BE} = 8$ cm이므로
 $\overline{BD} = \overline{BF} + \overline{DF} = 8 + 15 = 23$ (cm)

특정! 만점 예상 문제 1회

p.49~p.51

- 01 7 cm 02 ⑤ 03 105° 04 ③ 05 4 cm
 06 ② 07 (1) 180 (2) 180 (3) $\overline{BC}$ (4) 엇각 (5) $\overline{DC}$ 08 ③
 09 ② 10 12 cm^2 11 ⑤ 12 ② 13 ③ 14 ③ 15 ③
 16 ⑤ 17 ③ 18 18 cm^2 19 18 cm^2

- 01 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로 $2x + 1 = 3x - 1 \quad \therefore x = 2$
 $\therefore \overline{AD} = x + 5 = 2 + 5 = 7$ (cm)
 02 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle ACD = \angle BAC = 74^\circ$ (엇각)
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 74^\circ + 38^\circ) = 28^\circ$
 03 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로
 $\angle A = 180^\circ \times \frac{7}{7+5} = 105^\circ$
 $\therefore \angle C = \angle A = 105^\circ$
 04 $\angle D + \angle C = 180^\circ$ 이므로
 $\angle D + 100^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle D = 80^\circ$
 따라서 $\triangle AED$ 에서
 $\angle AED = 180^\circ - (25^\circ + 80^\circ) = 75^\circ$
 05 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BEA = \angle DAE$ (엇각)이고
 $\angle BAE = \angle DAE$ 이므로
 $\angle BAE = \angle BEA$
 따라서 $\triangle BEA$ 는 $\overline{BE} = \overline{BA}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 6$ cm

또 $\angle CFD = \angle ADF$ (엇각)이고 $\angle CDF = \angle ADF$ 이므로
 $\angle CFD = \angle CDF$
 따라서 $\triangle CDF$ 는 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB} = 6$ cm
 이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 8$ cm이므로
 $\overline{FE} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{BC} = 6 + 6 - 8 = 4$ (cm)

- 06 $\angle DAB = \angle C = 126^\circ$ 이므로
 $\angle DAF = \frac{1}{2} \angle DAB = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$
 $\triangle AFD$ 에서 $\angle ADF = 180^\circ - (63^\circ + 90^\circ) = 27^\circ$
 이때 $\angle ADC + \angle C = 180^\circ$ 이므로
 $27^\circ + \angle x + 126^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 27^\circ$

- 09 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AF} \parallel \overline{EC}$ ㉠
 $\angle BEA = \angle DAE$ (엇각)이고 $\angle BAE = \angle DAE$ 이므로
 $\angle BAE = \angle BEA$
 즉 $\triangle BEA$ 는 $\overline{BE} = \overline{BA}$ 이고 $\angle B = 60^\circ$ 이므로 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AE} = \overline{BA} = 12$ cm
 마찬가지로 방법으로 $\triangle DFC$ 는 $\overline{DF} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DF} = \overline{DC} = \overline{AB} = 12$ cm
 $\therefore \overline{AF} = \overline{EC} = 18 - 12 = 6$ (cm) ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.
 따라서 $\overline{FC} = \overline{AE} = 12$ cm이므로 $\square AECF$ 의 둘레의 길이는
 $12 + 6 + 12 + 6 = 36$ (cm)

- 10 $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이므로
 $\triangle PAB + 18 = 17 + 13$
 $\therefore \triangle PAB = 12$ (cm^2)
 11 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OBA = \angle OAB = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ \quad \therefore x = 55$
 $\overline{BD} = \overline{AC} = 2\overline{AO} = 2 \times 6 = 12$ (cm) $\therefore y = 12$
 $\therefore x + y = 55 + 12 = 67$
 12 $\triangle BEF$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로 $\angle BEF = \angle BFE$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCF = \angle BEF$ (엇각)
 또 $\angle DFC = \angle BFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle DCF = \angle DFC$
 따라서 $\triangle DFC$ 는 $\overline{DF} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DC} = \overline{DF} = \overline{BD} - \overline{BF} = 20 - 9 = 11$ (cm)
 이때 $\overline{AB} = \overline{DC} = 11$ cm이므로
 $\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 11 - 9 = 2$ (cm)

- 13 $\square ABCD$ 는 정사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
 이때 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle BAE = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

이때 $\angle EAD = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ 이고 $\triangle EAD$ 는 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle EDF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

14 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = \angle x$ (엇각)

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle ADB = \angle x$

이때 $\angle ABC = \angle C$ 이므로

$$\angle x + \angle x = 80^\circ, 2\angle x = 80^\circ \quad \therefore \angle x = 40^\circ$$

15 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$ 에서 $2\angle EAB + 2\angle EBA = 180^\circ$ 이므로

$$\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle HEF = \angle AEB = 90^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$

마찬가지 방법으로 $\angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$,

즉 네 내각의 크기가 모두 같으므로 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.

③ $\overline{EF} = \overline{FG}$ 인지는 알 수 없다.

16 ① 사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하다.

② 평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

③ 평행사변형의 두 대각선의 길이는 서로 다를 수도 있다.

④ 직사각형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

17 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 4개이므로 $a = 4$

두 대각선이 서로 수직인 것은 ㉤, ㉥의 2개이므로 $b = 2$

두 대각선의 길이가 같은 것은 ㉡, ㉢, ㉥의 3개이므로 $c = 3$

$$\therefore a + b - c = 4 + 2 - 3 = 3$$

18 $\overline{AE}$ 를 그으면 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

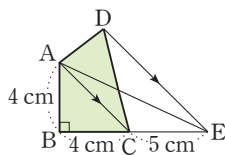
$$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE$$

$$= \triangle ABE$$

$$= \frac{1}{2} \times (4 + 5) \times 4$$

$$= 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$



19 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle DBC = \triangle ABC = 42 \text{ cm}^2$

이때 $\overline{OB} : \overline{OD} = 4 : 3$ 이므로

$$\triangle OCD = \triangle DBC \times \frac{3}{4+3} = 42 \times \frac{3}{7} = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

01 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $4x - 3 = 2x + 3, 2x = 6 \quad \therefore x = 3$

$$\angle DBC = \angle ADB = 42^\circ \text{ (엇각),}$$

$$\angle CDB = \angle ABD = y^\circ \text{ (엇각)이므로}$$

$$\triangle DBC \text{에서 } y^\circ + 42^\circ + 56^\circ + z^\circ = 180^\circ \quad \therefore y^\circ + z^\circ = 82^\circ$$

$$\therefore -x + y + z = -3 + 82 = 79$$

02 $\angle DAF = \angle x$ (엇각)이고, $\triangle DAF$ 는 $\overline{DA} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle AFD = \angle DAF = \angle x$$

$$\angle D = \angle B = 56^\circ \text{이므로 } \triangle DAF \text{에서}$$

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

03 $\angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ 이므로

$$\angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\triangle AFD \text{에서 } \angle DAF = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$$

이때 $\angle BAD = \angle C = 110^\circ$ 이므로

$$\angle x = 110^\circ - 55^\circ = 55^\circ$$

04 $\overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{AC}, \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{OA} + \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{AC} + \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} (\overline{AC} + \overline{BD})$$

$$= \frac{1}{2} \times 22 = 11 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle OAB$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{OA} + \overline{OB} = 8 + 11 = 19 \text{ (cm)}$$

06 ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 된다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 된다.

07 (i) $\triangle DBE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{DB} = \overline{AB}, \angle DBE = \angle ABC \text{ (㉠)}, \overline{BE} = \overline{BC}$$

이므로 $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$ (SAS 합동)

(ii) $\triangle FEC$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{EC} = \overline{BC}, \angle ECF = \angle BCA, \overline{FC} = \overline{AC}$$

이므로 $\triangle FEC \equiv \triangle ABC$ (SAS 합동)

(i), (ii)에서 $\triangle DBE \equiv \triangle FEC$ (㉡)

또 $\overline{DE} = \overline{AC} = \overline{AF}, \overline{EF} = \overline{BA} = \overline{DA}$ 이므로 $\square EDAF$ 는 평행사변형이다. (㉢)

08 $\triangle ODE$ 와 $\triangle OBF$ 에서

$$\angle ODE = \angle OBF \text{ (엇각)}, \overline{OD} = \overline{OB},$$

$$\angle EOD = \angle FOB \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle ODE \equiv \triangle OBF$ (ASA 합동)

즉 $\triangle ODE = \triangle OBF$ 이므로

$$\triangle ODE + \triangle OFC = \triangle OBF + \triangle OFC = \triangle OBC$$

$$\therefore \square ABCD = 4 \triangle OBC = 4 \times 13 = 52 \text{ (cm}^2\text{)}$$

10 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle x = \angle BCA = 60^\circ$

틀림! 만점 예상 문제 2회

p.52~p.54

01 ⑤ 02 ④ 03 ② 04 19 cm

05 (1) $\angle COD$ (2) SAS (3) $\overline{DC}$ (4) $\overline{AD}$ 06 ①, ④ 07 ⑤

08 ③ 09 ⑤ 10 30° 11 ⑤ 12 ③ 13 ③ 14 ③ 15 ④

16 36 cm 17 ①, ③ 18 6 cm^2

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\angle ACD = \angle x = 60^\circ$ (엇각)
 $\angle COD = 90^\circ$ 이므로 $\triangle OCD$ 에서
 $\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$
 $\therefore \angle x - \angle y = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

- 11 $\triangle ABE$ 가 정삼각형이므로
 $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AE}$, $\angle ABE = \angle BEA = \angle BAE = 60^\circ$
 이때 $\triangle BCE$ 는 $\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BEC = \angle BCE = 81^\circ$
 즉 $\angle EBC = 180^\circ - (81^\circ + 81^\circ) = 18^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = \angle ABC = 60^\circ + 18^\circ = 78^\circ$
- 12 $\triangle ABE$ 와 $\triangle BCF$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$, $\overline{BE} = \overline{CF}$
 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle EAB = \angle FBC$
 이때 $\triangle ABE$ 에서 $\angle EAB + \angle AEB = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle GBE$ 에서
 $\angle BGE = 180^\circ - (\angle FBC + \angle AEB)$
 $= 180^\circ - (\angle EAB + \angle AEB)$
 $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 $\therefore \angle AGF = \angle BGE = 90^\circ$ (맞꼭지각)
- 13 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이면 마름모가 된다.
 ③ 마름모 ABCD에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이면 두 대각선의 길이가 같으므로 정사각형이 된다.
- 14 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 32^\circ$ (엇각)
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle ADB = 32^\circ$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle ACB = \angle DBC = 32^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle BAC = 180^\circ - (32^\circ + 32^\circ + 32^\circ) = 84^\circ$
- 15 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$ 에서 $2\angle EAB + 2\angle EBA = 180^\circ$
 이므로
 $\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$
 $\therefore \angle HEF = \angle AEB = 90^\circ$ (맞꼭지각)
 마찬가지로 방법으로 $\angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$,
 즉 네 내각의 크기가 모두 같으므로 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.
- 16 $\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서
 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각), $\overline{AO} = \overline{CO}$,
 $\angle AOE = \angle COF = 90^\circ$
 이므로 $\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
 즉 $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\square AFCE$ 는 평행사변형이다.

이때 $\overline{AC} \perp \overline{EF}$ 이므로 평행사변형 AFCE는 마름모이다.
 따라서 $\square AFCE$ 의 둘레의 길이는 $4 \times 9 = 36$ (cm)

- 17 ② 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형은 마름모이다.
 ④ 평행사변형에서 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이면 마름모가 된다.
 ⑤ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
- 18 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle AED = \triangle BED$
 즉 $\triangle AFD + \triangle DFE = \triangle BEF + \triangle DFE$ 이므로
 $\triangle AFD = \triangle BEF$
 이때 $\triangle ABD = \triangle BCD$ 이므로
 $\triangle ABF + \triangle AFD = \triangle BCE + \triangle BEF + \triangle DFE$
 $20 = 14 + \triangle DFE \quad \therefore \triangle DFE = 6$ (cm²)

튼튼! 만점 예상 문제 3회

p.55~p.57

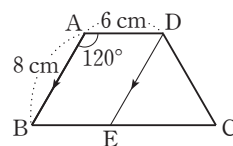
01 ④ 02 ④ 03 ③ 04 ⑤ 05 ③ 06 ② 07 ② 08 ③
 09 65° 10 ③ 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14 ③ 15 ②, ④
 16 7 17 ⑤

- 01 $\overline{BC} = \overline{AD} = (2x - 3)$ cm, $\overline{DC} = \overline{AB} = 7$ cm이므로
 $2\{(2x - 3) + 7\} = 32$, $2x + 4 = 16$
 $2x = 12 \quad \therefore x = 6$
- 02 $\triangle AGD$ 에서 $\angle ADG = \angle a$ 라고 하면 $\angle DAG = 90^\circ - \angle a$
 이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle AFB = \angle DAF = 90^\circ - \angle a$ (엇각)
 $\angle B = \angle ADC = 2\angle a$ 이므로 $\triangle ABF$ 에서
 $\angle BAF = 180^\circ - (2\angle a + 90^\circ - \angle a) = 90^\circ - \angle a$
 즉 $\angle BAF = \angle BFA$ 이므로 $\overline{BF} = \overline{BA} = 10$ cm
 또 $\angle CED = \angle ADE = \angle a$ (엇각)이고
 $\angle CDE = \angle ADE = \angle a$ 이므로 $\angle CED = \angle CDE$
 따라서 $\triangle CDE$ 는 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CE} = \overline{CD} = \overline{AB} = 10$ cm
 이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 14$ cm이므로
 $\overline{EF} = \overline{BF} + \overline{EC} - \overline{BC} = 10 + 10 - 14 = 6$ (cm)
- 03 $\overline{AB} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\angle BFC = \angle ABF$ (엇각)이고
 $\angle ABF = \angle FBC$ 이므로
 $\angle BFC = \angle FBC$
 따라서 $\triangle CFB$ 는 $\overline{CF} = \overline{CB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{BC} = 14$ cm
 이때 $\overline{CD} = \overline{AB} = 9$ cm이므로
 $\overline{DF} = \overline{CF} - \overline{CD} = 14 - 9 = 5$ (cm) $\therefore x = 5$
 한편 $\triangle CFB$ 에서 $\angle FBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$ 이므로
 $y^\circ = \angle EBC$ (엇각) $= 30^\circ \quad \therefore y = 30$
 $\therefore x + y = 5 + 30 = 35$

- 04 $\triangle BCE$ 와 $\triangle GDE$ 에서
 $\angle BEC = \angle GED$ (맞꼭지각), $\overline{CE} = \overline{DE}$,
 $\angle BCE = \angle GDE$ (엇각)
 이므로 $\triangle BCE \equiv \triangle GDE$ (ASA 합동)
 $\therefore \angle DGE = \angle CBE = 25^\circ$, $\overline{GD} = \overline{BC} = \overline{AD}$
 즉 점 D는 직각삼각형 AFG의 외심이므로
 $\overline{DF} = \overline{DA} = \overline{DG}$
 따라서 $\triangle DFG$ 는 $\overline{DF} = \overline{DG}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DFE = \angle DGE = 25^\circ$, $\angle ADF = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$
 평행사변형 ABCD에서 $\angle ABC = \angle ADC$ 이므로
 $53^\circ + 25^\circ = 50^\circ + \angle FDE \quad \therefore \angle FDE = 28^\circ$
- 05 ③ (타) SAS
- 06 ①, ④ $\angle AEB = \angle EBF$ (엇각), $\angle ABE = \angle EBF$ 이므로
 $\angle ABE = \angle AEB$
 따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이다.
 ③, ⑤ $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서
 $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ABE = \angle CDF$ ($\because \angle B = \angle D$)
 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{CF}$, $\angle AEB = \angle CDF$
- 07 ⑤ $\angle D = 360^\circ - (105^\circ + 75^\circ + 105^\circ) = 75^\circ$ 이므로
 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
 즉 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.
- 08 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
 이때 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{OE} = \overline{OA} - \overline{AE} = \overline{OC} - \overline{CF} = \overline{OF}$
 즉 $\overline{OB} = \overline{OD}$, $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\square EBF D$ 는 평행사변형이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.
- 09 $\triangle ABP$ 와 $\triangle ADQ$ 에서
 $\angle APB = \angle AQD = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle B = \angle D$
 이므로 $\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AP} = \overline{AQ}$, $\angle BAP = \angle DAQ$
 이때 $\angle B + \angle BAD = 180^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$
 또 $\angle DAQ = \angle BAP = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$ 이므로
 $\angle PAQ = 130^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$
 이때 $\triangle APQ$ 는 $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle APQ = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
- 10 $\triangle BCE$ 와 $\triangle DCE$ 에서
 $\overline{BC} = \overline{DC}$, $\angle BCE = \angle DCE = 45^\circ$, $\overline{CE}$ 는 공통
 이므로 $\triangle BCE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)
 즉 $\angle DEC = \angle BEC = 68^\circ$ 이므로 $\triangle AED$ 에서
 $45^\circ + \angle ADE = 68^\circ \quad \therefore \angle ADE = 23^\circ$

- 11 $\triangle ABE$ 와 $\triangle BCF$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$, $\overline{BE} = \overline{CF}$
 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle EAB = \angle FBC$
 이때 $\triangle ABE$ 에서 $\angle EAB + \angle ABE = 109^\circ$ 이므로
 $\angle EAB + 90^\circ = 109^\circ \quad \therefore \angle EAB = 19^\circ$
 $\therefore \angle FBC = \angle EAB = 19^\circ$

- 12 점 D를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라고 하면 $\square ABED$ 는 평행사변형이므로



- $\overline{BE} = \overline{AD} = 6$ cm
 또 $\angle C = \angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이고 $\angle DEC = \angle B = 60^\circ$
 (동위각)이므로 $\triangle DEC$ 에서
 $\angle EDC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
 즉 $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{EC} = \overline{DC} = \overline{AB} = 8$ cm
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 6 + 8 = 14$ (cm)

- 13 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$ 에서 $2\angle EAB + 2\angle EBA = 180^\circ$ 이므로
 $\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$
 $\therefore \angle HEF = \angle AEB = 90^\circ$ (맞꼭지각)
 마찬가지로 방법으로 $\angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$,
 즉 네 내각의 크기가 모두 같으므로 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.

- 14 $\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서
 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각), $\overline{AO} = \overline{CO}$,
 $\angle AOE = \angle COF = 90^\circ$
 이므로 $\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
 즉 $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\square AFCE$ 는 평행사변형이다.
 이때 $\overline{AC} \perp \overline{EF}$ 이므로 평행사변형 AFCE는 마름모이다.
 $\therefore \overline{AF} = \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DE}$
 $= \overline{BC} - \overline{DE}$
 $= 16 - 6 = 10$ (cm)

- 15 ② 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.
 ④ 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이다.

- 16 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 ㉠, ㉡, ㉢의 3개이므로
 $a = 3$
 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 ㉡, ㉢, ㉣, ㉤의 4개이므로
 $b = 4$
 $\therefore a + b = 3 + 4 = 7$

17 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle ACD$

이때

$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}\triangle AFD &= \square ABCD - \square ABCF \\ &= \triangle ABE - \square ABCF \\ &= 35 - 28 = 7 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

별별! 서술형 문제

p.58~p.59

- 1 (1) 평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.
 (2) $\triangle OAB \cong \triangle OCD$, $\triangle ODA \cong \triangle OBC$
 (3) 풀이 참조
- 2 (1) 한 내각의 크기가 90° 이다. 또는 두 대각선의 길이가 같다.
 (2) 이웃하는 두 변의 길이가 같다. 또는 두 대각선이 서로 수직이다.
- 3 (1) ㉠, 30 (2) ㉡, 4
- 4 (1) 마름모가 된다.
 이유: 네 변의 길이가 모두 같아지기 때문이다.
 (2) 정사각형이 된다.
 이유: 두 대각선의 길이가 같아지고, 서로 다른 것을 수직이등분하기 때문이다.

5 4 cm 6 28 cm 7 100 cm² 8 16 cm²

- 1 (3) $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ (SAS 합동)이므로
 $\angle OAB = \angle OCD$,
 즉 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
 $\triangle ODA \cong \triangle OBC$ (SAS 합동)이므로
 $\angle ODA = \angle OBC$,
 즉 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.
- 3 (1) $\angle ABD = \angle CDB = 45^\circ$ (엇각)이므로 $\triangle ABD$ 에서
 $x^\circ = 180^\circ - (105^\circ + 45^\circ) = 30^\circ \quad \therefore x = 30$
 (2) $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
 $3y + 1 = y + 9, 2y = 8 \quad \therefore y = 4$
- 5 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AEB = \angle DAE$ (엇각)
 이때 $\angle BAE = \angle DAE$ 이므로 $\angle AEB = \angle BAE$
 따라서 $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이다. [2점]
 $\therefore \overline{BE} = \overline{BA} = 5 \text{ cm}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 9 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [3점]$

6 두 대각선이 서로 수직으로 만나므로 평행사변형 ABCD는 마름모이다. [2점]

$$\text{즉 } 3x + 5 = 5x - 1 \text{ 이므로 } 2x = 6 \quad \therefore x = 3 \quad \dots\dots [2점]$$

이때 $\overline{OD} = 4x + 2 = 4 \times 3 + 2 = 14 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{BD} = 2\overline{OD} = 2 \times 14 = 28 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [2점]$$

7 $\triangle OBE$ 와 $\triangle OCF$ 에서

$$\angle OBE = \angle OCF = 45^\circ, \overline{OB} = \overline{OC},$$

$$\angle BOE = 90^\circ - \angle EOC = \angle COF$$

이므로 $\triangle OBE \cong \triangle OCF$ (ASA 합동) [3점]

따라서 $\triangle OBE = \triangle OCF$ 이므로

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle OEC + \triangle OCF$$

$$= \triangle OEC + \triangle OBE$$

$$= \triangle OBC$$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times (20 \times 20)$$

$$= 100 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots [3점]$$

8 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle AEC = \triangle AED$

$$\triangle ABC = \triangle ABE + \triangle AEC$$

$$= \triangle ABE + \triangle AED$$

$$= \square ABED$$

$$= 48 \text{ cm}^2$$

.... [3점]

이때 $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 이므로

$$\triangle AEC = \triangle ABC \times \frac{1}{2+1} = 48 \times \frac{1}{3} = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\therefore \triangle AED = \triangle AEC = 16 \text{ cm}^2 \quad \dots\dots [3점]$$

VII 도형의 닮음과 피타고라스 정리

1 도형의 닮음

또또! 나오는 문제

p.62~p.68

- 01 ㉠, ㉡ 02 ㉢ 03 ㉡ 04 ㉤ 05 $\frac{16}{5}$ 06 ㉤ 07 7
 08 9 cm 09 ㉤ 10 ㉢ 11 27 cm^2 12 $200\pi \text{ cm}^2$
 13 $128\pi \text{ cm}^3$ 14 4 : 9 15 ㉤ 16 ㉢, ㉤ 17 ㉠ 18 ㉣
 19 6 cm 20 6 cm 21 13 cm 22 6 cm
 23 8 24 4 cm 25 45 cm^2 26 12 cm 27 ㉣
 28 $\frac{25}{4} \text{ cm}$ 29 18 cm 30 ㉢ 31 96 cm^2
 32 40 cm^2 33 3 m 34 6 m 35 40 m

또또! 실수하기 쉬운 문제

- 1 $\frac{11}{3} \text{ cm}$ 1-1 27 cm 2 $\frac{8}{3} \text{ cm}$ 2-1 8 cm
 3 $\frac{16}{5} \text{ cm}$ 3-1 $\frac{60}{13} \text{ cm}$
- 02 ㉢ 두 부채꼴은 중심각의 크기가 같을 때 닮은 도형이다.
- 03 ㉡ 닮은 두 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
- 04 ㉤ $\overline{BC} : \overline{FG} = 30 : 20 = 3 : 2$ 이므로 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는 3 : 2이다.
- 05 $\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 10 = 2 : 5$ 이므로 두 삼각형의 닮음비는 2 : 5이다.
 따라서 $\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 5$ 이므로 $x : 8 = 2 : 5$
 $5x = 16 \quad \therefore x = \frac{16}{5}$
- 06 $\overline{AD} : \overline{EH} = 3 : 4$ 이므로 $6 : \overline{EH} = 3 : 4$
 $3\overline{EH} = 24 \quad \therefore \overline{EH} = 8 \text{ (cm)}$
 $\overline{BC} : \overline{FG} = 3 : 4$ 이므로 $9 : \overline{FG} = 3 : 4$
 $3\overline{FG} = 36 \quad \therefore \overline{FG} = 12 \text{ (cm)}$
 $\therefore (\square EFGH \text{의 둘레의 길이}) = 8 + 12 + 16 + 8 = 44 \text{ (cm)}$
- 07 $\overline{BE} : \overline{B'E'} = 6 : 7.5 = 4 : 5$ 이므로 두 삼각기둥의 닮음비는 4 : 5이다.
 따라서 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 4 : 5$ 이므로
 $x : 2.5 = 4 : 5, 5x = 10 \quad \therefore x = 2$
 또 $\overline{AC} : \overline{A'C'} = 4 : 5$ 이므로
 $4 : y = 4 : 5, 4y = 20 \quad \therefore y = 5$
 $\therefore x + y = 2 + 5 = 7$
- 08 두 원뿔 A, B의 닮음비는 2 : 6 = 1 : 3
 원뿔 B의 높이를 $h \text{ cm}$ 라고 하면 $3 : h = 1 : 3 \quad \therefore h = 9$
 따라서 원뿔 B의 높이는 9 cm이다.
- 09 두 원기둥 A, B의 닮음비는 16 : 24 = 2 : 3

원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면

$$6 : r = 2 : 3, 2r = 18 \quad \therefore r = 9$$

$$\therefore (\text{원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이}) = 2\pi \times 9 = 18\pi \text{ (cm)}$$

- 10 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비는
 $\overline{BC} : \overline{EF} = 8 : 10 = 4 : 5$
 따라서 $\triangle ABC : \triangle DEF = 4^2 : 5^2 = 16 : 25$ 이므로
 $32 : \triangle DEF = 16 : 25 \quad \therefore \triangle DEF = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 11 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는
 $\overline{AD} : \overline{EH} = 9 : 12 = 3 : 4$
 따라서 $\square ABCD : \square EFGH = 3^2 : 4^2 = 9 : 16$ 이므로
 $\square ABCD : 48 = 9 : 16 \quad \therefore \square ABCD = 27 \text{ (cm}^2\text{)}$
- 12 세 원은 닮은 도형이고, 닮음비는 1 : 2 : 3이므로 세 원의 넓이의 비는
 $1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$
 이때 A 부분과 C 부분의 넓이의 비는 $1 : (9 - 4) = 1 : 5$ 이므로
 $40\pi : (\text{C 부분의 넓이}) = 1 : 5$
 $\therefore (\text{C 부분의 넓이}) = 200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
- 13 두 원기둥 A, B의 닮음비가 4 : 3이므로
 부피의 비는 $4^3 : 3^3 = 64 : 27$
 따라서 (원기둥 A의 부피) : $54\pi = 64 : 27$ 이므로
 (원기둥 A의 부피) = $128\pi \text{ (cm}^3\text{)}$
- 14 두 정육면체 A, B의 부피의 비가 $8 : 27 = 2^3 : 3^3$ 이므로 닮음비는 2 : 3이다.
 따라서 겉넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$
- 15 물이 들어 있는 부분과 원뿔 모양의 그릇은 닮은 도형이고, 닮음비는 5 : 15 = 1 : 3이므로
 부피의 비는 $1^3 : 3^3 = 1 : 27$
 그릇에 물을 가득 채울 때까지 더 걸리는 시간을 x 분이라고 하면
 $3 : x = 1 : (27 - 1) \quad \therefore x = 78$
 따라서 그릇에 물을 가득 채우려면 78분이 더 걸린다.
- 16 ㉢ SAS 닮음
 ㉤ AA 닮음
- 17 ㉠ $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80^\circ$ 이면
 $\angle C = 180^\circ - (80^\circ + 45^\circ) = 55^\circ$
 즉 $\angle B = \angle F = 45^\circ, \angle C = \angle E = 55^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DFE$ (AA 닮음)
- 18 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{AE} = 15 : 5 = 3 : 1, \overline{AC} : \overline{AD} = 9 : 3 = 3 : 1,$
 $\angle A$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC} : \overline{ED} = 3 : 1$ 이므로 $\overline{BC} : 6 = 3 : 1$
 $\therefore \overline{BC} = 18$ (cm)

- 19 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{AC} = 18 : 12 = 3 : 2$, $\overline{AC} : \overline{AD} = 12 : 8 = 3 : 2$,
 $\angle A$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ (SAS 닮음)
 따라서 $\overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2$ 이므로 $9 : \overline{CD} = 3 : 2$
 $3\overline{CD} = 18 \quad \therefore \overline{CD} = 6$ (cm)

- 20 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서
 $\overline{AC} : \overline{DC} = 12 : 9 = 4 : 3$, $\overline{BC} : \overline{AC} = 16 : 12 = 4 : 3$,
 $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC$ (SAS 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{DA} = 4 : 3$ 이므로 $8 : \overline{AD} = 4 : 3$
 $4\overline{AD} = 24 \quad \therefore \overline{AD} = 6$ (cm)

- 21 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\angle BAC = \angle DEC$, $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로 $8 : 3 = (\overline{BE} + 3) : 6$
 $3\overline{BE} + 9 = 48$, $3\overline{BE} = 39 \quad \therefore \overline{BE} = 13$ (cm)

- 22 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle ABC = \angle ACD$, $\angle A$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 이므로 $(2 + \overline{BD}) : 4 = 4 : 2$
 $4 + 2\overline{BD} = 16$, $2\overline{BD} = 12 \quad \therefore \overline{BD} = 6$ (cm)

- 23 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\angle ABC = \angle EDC$ (엇각), $\angle BAC = \angle DEC$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로
 $x : 4 = 3 : 6$, $6x = 12 \quad \therefore x = 2$
 또 $\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로
 $3 : y = 3 : 6$, $3y = 18 \quad \therefore y = 6$
 $\therefore x + y = 2 + 6 = 8$

- 24 $\square ABCD$ 가 마름모이므로 $\overline{BC} = \overline{AB} = 12$ cm
 $\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 12 - 9 = 3$ (cm)
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
 $\angle ABE = \angle FCE$ (엇각), $\angle BAE = \angle CFE$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{FC} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 이므로 $12 : \overline{CF} = 9 : 3$
 $9\overline{CF} = 36 \quad \therefore \overline{CF} = 4$ (cm)

- 25 $\triangle ODA \sim \triangle OBC$ (AA 닮음)이므로 닮음비는
 $\overline{AD} : \overline{CB} = 12 : 16 = 3 : 4$
 따라서 $\triangle ODA : \triangle OBC = 3^2 : 4^2 = 9 : 16$ 이므로
 $\triangle ODA : 80 = 9 : 16 \quad \therefore \triangle ODA = 45$ (cm²)

- 26 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서
 $\angle BCA = \angle BDE = 90^\circ$, $\angle B$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{BC} : \overline{BD}$ 이므로 $(\overline{AD} + 3) : 5 = 9 : 3$
 $3\overline{AD} + 9 = 45$, $3\overline{AD} = 36 \quad \therefore \overline{AD} = 12$ (cm)

- 27 (i) $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$, $\angle A$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE$ (AA 닮음)
 (ii) $\triangle ABD$ 와 $\triangle FBE$ 에서
 $\angle ADB = \angle FEB = 90^\circ$, $\angle ABD$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle FBE$ (AA 닮음)
 (iii) $\triangle ACE$ 와 $\triangle FCD$ 에서
 $\angle AEC = \angle FDC = 90^\circ$, $\angle ACE$ 는 공통
 $\therefore \triangle ACE \sim \triangle FCD$ (AA 닮음)
 (i)~(iii)에 의해
 $\triangle ABD \sim \triangle ACE \sim \triangle FBE \sim \triangle FCD$ (AA 닮음)
 따라서 나머지 넷과 닮음이 아닌 하나는 ④이다.

- 28 $\triangle BCD$ 와 $\triangle DOP$ 에서
 $\angle BCD = \angle DOP = 90^\circ$, $\angle DBC = \angle PDO$ (엇각)
 $\therefore \triangle BCD \sim \triangle DOP$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{BC} : \overline{DO} = \overline{BD} : \overline{DP}$ 이므로 $8 : 5 = 10 : \overline{DP}$
 $8\overline{DP} = 50 \quad \therefore \overline{DP} = \frac{25}{4}$ (cm)

- 29 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로 $12^2 = 6 \times (6 + \overline{CD})$
 $144 = 36 + 6\overline{CD}$, $6\overline{CD} = 108 \quad \therefore \overline{CD} = 18$ (cm)

- 30 ① $\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서
 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)
 ② $\angle BAD + \angle CAD = 90^\circ$ 이고 $\angle CAD + \angle C = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = \angle C$
 즉 $\triangle DAB$ 와 $\triangle DCA$ 에서
 $\angle BDA = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle BAD = \angle C$
 $\therefore \triangle DAB \sim \triangle DCA$ (AA 닮음)
 ③ $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 31 $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로 $15^2 = 9 \times (9 + \overline{BH})$
 $225 = 81 + 9\overline{BH}$, $9\overline{BH} = 144 \quad \therefore \overline{BH} = 16$ (cm)
 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 16 \times 9 = 144$
 $\therefore \overline{AH} = 12$ (cm) ($\because \overline{AH} > 0$)
 $\therefore \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$ (cm²)

- 32 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{DH}$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 2 \times 8 = 16$
 $\therefore \overline{AH} = 4$ (cm) ($\because \overline{AH} > 0$)
 $\therefore \square ABCD = 2\triangle ABD = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 4 \right) = 40$ (cm²)

33 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 에서
 $2 : 6 = 1 : \overline{DE} \quad \therefore \overline{DE} = 3 \text{ (m)}$
 따라서 시계탑의 높이는 3 m이다.

34 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$ 에서
 $1.5 : \overline{DE} = 1.7 : 6.8 \quad \therefore \overline{DE} = 6 \text{ (m)}$
 따라서 나무의 높이는 6 m이다.

35 피라미드의 꼭대기에서 밑면에 내린 수선의 발과 그림자의 끝
 부분까지의 길이는
 $15 + 45 = 60 \text{ (m)}$
 피라미드의 높이를 h m라고 하면
 $h : 1 = 60 : 1.5 \quad \therefore h = 40$
 따라서 피라미드의 높이는 40 m이다.

또또! 실수하기 쉬운 문제

1 $\triangle ABE$ 에서
 $\angle DEF = \angle BAE + \angle ABE = \angle CBF + \angle ABE = \angle ABC$
 $\triangle BCF$ 에서
 $\angle EFD = \angle FBC + \angle BCF = \angle DCA + \angle BCF = \angle BCA$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$ 이므로 $11 : \overline{DE} = 12 : 4$
 $12\overline{DE} = 44 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{11}{3} \text{ (cm)}$

1-1 $\triangle ABD$ 에서
 $\angle EDF = \angle BAD + \angle ABD = \angle BAD + \angle CAF = \angle BAC$
 $\triangle BCE$ 에서
 $\angle DEF = \angle EBC + \angle BCE = \angle EBC + \angle ABD = \angle ABC$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)
 이때 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{DE} = 16 : 8 = 2 : 1$ 이므로
 $20 : \overline{EF} = 2 : 1$ 에서 $2\overline{EF} = 20 \quad \therefore \overline{EF} = 10 \text{ (cm)}$
 또 $18 : \overline{DF} = 2 : 1$ 에서 $2\overline{DF} = 18 \quad \therefore \overline{DF} = 9 \text{ (cm)}$
 $\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = 8 + 10 + 9 = 27 \text{ (cm)}$

2 $\triangle ABF$ 와 $\triangle DFE$ 에서
 $\angle A = \angle D = 90^\circ, \angle ABF = 90^\circ - \angle AFB = \angle DFE$
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle DFE$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{AF} : \overline{DE}$ 이므로 $6 : (10 - 8) = 8 : \overline{DE}$
 $6\overline{DE} = 16 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{8}{3} \text{ (cm)}$

2-1 $\triangle AEF$ 와 $\triangle DFC$ 에서
 $\angle A = \angle D = 90^\circ, \angle AEF = 90^\circ - \angle AFE = \angle DFC$
 $\therefore \triangle AEF \sim \triangle DFC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AE} : \overline{DF} = \overline{AF} : \overline{DC}$ 이므로 $3 : 6 = 4 : \overline{DC}$
 $3\overline{DC} = 24 \quad \therefore \overline{DC} = 8 \text{ (cm)}$

3 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{AD}^2 = 2 \times 8 = 16 \quad \therefore \overline{AD} = 4 \text{ (cm)} (\because \overline{AD} > 0)$
 $\triangle DMA$ 에서 $\overline{DA}^2 = \overline{AE} \times \overline{AM}$ 이므로
 $4^2 = \overline{AE} \times 5 \quad \therefore \overline{AE} = \frac{16}{5} \text{ (cm)}$

3-1 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 26 = 13 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{MD} = \overline{BD} - \overline{BM} = 18 - 13 = 5 \text{ (cm)}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{AD}^2 = 18 \times 8 = 144 \quad \therefore \overline{AD} = 12 \text{ (cm)} (\because \overline{AD} > 0)$
 $\triangle DAM$ 에서 $\overline{DA} \times \overline{MD} = \overline{DE} \times \overline{AM}$ 이므로
 $12 \times 5 = \overline{DE} \times 13 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{60}{13} \text{ (cm)}$

틀튼! 만점 예상 문제 회

p.69~p.71

01 ② 02 4 : 1 03 ②, ④ 04 12 05 16 cm
 06 25 : 9 07 64개 08 ⑤ 09 ⑤ 10 ②
 11 $\frac{32}{5}$ cm 12 48 cm² 13 ② 14 ②, ⑤ 15 ③
 16 6 cm 17 9.6 m 18 ②

02 A8 용지의 가로 길이는 A4 용지의 가로 길이의 $\frac{1}{4}$ 이고,
 A8 용지의 세로 길이는 A4 용지의 세로 길이의 $\frac{1}{4}$ 이다.
 따라서 구하는 닮음비는 $1 : \frac{1}{4} = 4 : 1$ 이다.

03 ② $\square EFGH$ 에서 $\angle E = \angle A = 82^\circ$ 이므로
 $\angle H = 360^\circ - (82^\circ + 72^\circ + 74^\circ) = 132^\circ$
 ④ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는
 $\overline{AB} : \overline{EF} = 15 : 10 = 3 : 2$ 이므로
 $\overline{BC} : \overline{FG} = 3 : 2$ 에서 $\overline{BC} : 12 = 3 : 2$
 $2\overline{BC} = 36 \quad \therefore \overline{BC} = 18$

04 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 10 : 6 = 5 : 3$ 이므로 두 직육면체의 닮음비는
 $5 : 3$ 이다.
 따라서 $\overline{BF} : \overline{B'F'} = 5 : 3$ 이므로
 $x : 3 = 5 : 3, 3x = 15 \quad \therefore x = 5$
 또 $\overline{FG} : \overline{F'G'} = 5 : 3$ 이므로
 $4 : y = 5 : 3, 5y = 12 \quad \therefore y = \frac{12}{5}$
 $\therefore xy = 5 \times \frac{12}{5} = 12$

05 처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 작은 원
 뿔은 닮은 도형이고, 닮음비는 높이의 비와 같으므로
 $(20 + 12) : 20 = 32 : 20 = 8 : 5$
 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$$r : 10 = 8 : 5 \text{이므로 } 5r = 80 \quad \therefore r = 16$$

따라서 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는 16 cm이다.

- 06 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비가 $30 : 18 = 5 : 3$ 이므로
넓이의 비는 $5^2 : 3^2 = 25 : 9$

- 07 지름의 길이가 8 cm인 쇠구슬과 지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬은 닮은 도형이고, 닮음비는 $8 : 2 = 4 : 1$ 이므로
부피의 비는 $4^3 : 1^3 = 64 : 1$
따라서 지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬을 최대 64개 만들 수 있다.

- 08 물이 들어 있는 부분과 원뿔 모양의 그릇은 닮은 도형이고, 닮음비는 $1 : 3$ 이므로
부피의 비는 $1^3 : 3^3 = 1 : 27$
그릇에 물을 가득 채우려면 x 초가 더 걸린다고 할 때,
 $5 : x = 1 : (27 - 1) \quad \therefore x = 130$
따라서 그릇에 물을 가득 채우려면 130초가 더 걸린다.

- 09 서로 닮은 삼각형은 ㉠과 ㉡ (SAS 닮음),
㉢과 ㉣ (SSS 닮음), ㉤과 ㉥ (AA 닮음)이다.

- 10 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{AC} = 9 : 6 = 3 : 2$, $\overline{AC} : \overline{AD} = 6 : 4 = 3 : 2$,
 $\angle A$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2$ 이므로 $8 : \overline{DC} = 3 : 2$
 $3\overline{DC} = 16 \quad \therefore \overline{DC} = \frac{16}{3}$ (cm)

- 11 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle ABC = \angle ACD$, $\angle A$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 이므로 $10 : 8 = 8 : \overline{AD}$
 $10\overline{AD} = 64 \quad \therefore \overline{AD} = \frac{32}{5}$ (cm)

- 12 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서
 $\angle B$ 는 공통, $\angle A = \angle BDE$ (동위각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBE$ (AA 닮음)
이때 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{BE} = 12 : 9 = 4 : 3$ 이므로
넓이의 비는 $4^2 : 3^2 = 16 : 9$
즉 $\triangle ABC : \triangle DBE = 16 : 9$ 에서
 $\triangle ABC : 27 = 16 : 9 \quad \therefore \triangle ABC = 48$ (cm²)

- 13 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle AEB = \angle ADC = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 이므로 $15 : (5 + x) = 5 : 4$
 $60 = 25 + 5x$, $5x = 35 \quad \therefore x = 7$

- 14 ① $\triangle ABC$ 와 $\triangle MBD$ 에서

$$\angle BAC = \angle BMD = 90^\circ, \angle B \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle MBD \text{ (AA 닮음)}$$

$$\textcircled{2} \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\textcircled{3} \overline{BC} : \overline{BD} = \overline{AB} : \overline{MB} \text{이므로 } 16 : \overline{BD} = 12 : 8$$

$$12\overline{BD} = 128 \quad \therefore \overline{BD} = \frac{32}{3} \text{ (cm)}$$

$$\textcircled{4} \overline{AB} : \overline{BD} = 12 : \frac{32}{3} = 9 : 8$$

$$\textcircled{5} \triangle ABC \text{와 } \triangle MBD \text{의 닮음비는}$$

$$\overline{AB} : \overline{MB} = 12 : 8 = 3 : 2$$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

$$15 \overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH} \text{이므로 } 4^2 = 3x \quad \therefore x = \frac{16}{3}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB} \text{이므로 } y^2 = x(x + 3) = \frac{16}{3} \times \frac{25}{3} = \frac{400}{9}$$

$$\therefore y = \frac{20}{3} (\because y > 0)$$

$$\therefore x + y = \frac{16}{3} + \frac{20}{3} = 12$$

$$16 \triangle ABC \text{에서 } \overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD} \text{이므로}$$

$$10^2 = \overline{BD} \times 5 \quad \therefore \overline{BD} = 20 \text{ (cm)}$$

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{25}{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{MD} = \overline{BD} - \overline{BM} = 20 - \frac{25}{2} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

$\triangle DAM$ 에서 $\overline{AM} \times \overline{DH} = \overline{AD} \times \overline{MD}$ 이므로

$$\frac{25}{2} \times \overline{DH} = 10 \times \frac{15}{2} \quad \therefore \overline{DH} = 6 \text{ (cm)}$$

$$17 \triangle ABC \sim \triangle ADE \text{ (AA 닮음)이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE} \text{에서}$$

$$2 : 12 = 1.6 : \overline{DE} \quad \therefore \overline{DE} = 9.6 \text{ (m)}$$

따라서 건물의 높이는 9.6 m이다.

$$18 (\text{축척}) = \frac{5 \text{ cm}}{4 \text{ km}} = \frac{5 \text{ cm}}{400000 \text{ cm}} = \frac{1}{80000}$$

따라서 축척이 $\frac{1}{80000}$ 인 지도에서 실제 거리가 6 km, 즉

600000 cm인 두 지점 사이의 거리는

$$600000 \times \frac{1}{80000} = 7.5 \text{ (cm)}$$

틀림! 만점 예상 문제 2회

p.72~p.74

01 ③, ④

02 18 cm

03 2 : 5

04 12 cm

05 16000원

06 ②

07 ①

08 $\frac{21}{2}$ cm

09 ④

10 4 cm

11 ④

12 $\frac{9}{2}$ cm

13 6 cm

14 300 cm²

15 ③

16 39 cm²

17 12 m

18 4 km

02 $\overline{AB} : \overline{DE} = 4 : 6 = 2 : 3$ 이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비는 $2 : 3$ 이다.

따라서 $\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AC} : 12 = 2 : 3$

$$3\overline{AC} = 24 \quad \therefore \overline{AC} = 8 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 4 + 6 + 8 = 18 \text{ (cm)}$$

03 두 삼각꼴의 닮음비는 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = 4 : 10 = 2 : 5$

04 두 원기둥 A, B의 닮음비는 $7 : 4$

원기둥 B의 높이를 h cm라고 하면

$$21 : h = 7 : 4, 7h = 84 \quad \therefore h = 12$$

따라서 원기둥 B의 높이는 12 cm이다.

05 처음 포스터와 가로 길이의 비와 세로 길이가 각각 2배인 포스터의 닮음비는 $1 : 2$ 이므로

$$\text{넓이의 비는 } 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

가로의 길이와 세로의 길이가 각각 2배인 포스터의 제작 비용을 x 원이라고 하면

$$4000 : x = 1 : 4 \quad \therefore x = 16000$$

따라서 구하는 포스터 제작 비용은 16000원이다.

06 두 구의 겹넓이의 비가 $36 : 64 = 9 : 16 = 3^2 : 4^2$ 이므로 닮음비는 $3 : 4$ 이다.

이때 부피의 비는 $3^3 : 4^3 = 27 : 64$ 이므로 큰 구를 만들 때 사용한 찰흙의 양을 $x \text{ cm}^3$ 라고 하면

$$81 : x = 27 : 64 \quad \therefore x = 192$$

따라서 큰 구를 만들 때 사용한 찰흙의 양은 192 cm^3 이다.

07 ① $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 70^\circ$ 이면

$$\angle C = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ$$

즉 $\angle B = \angle E = 50^\circ$, $\angle C = \angle F = 60^\circ$ 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)

08 $\triangle ABO$ 와 $\triangle DCO$ 에서

$$\overline{OA} : \overline{OD} = 6 : 9 = 2 : 3, \overline{OB} : \overline{OC} = 8 : 12 = 2 : 3,$$

$\angle AOB = \angle DOC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle ABO \sim \triangle DCO$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 3$ 이므로 $7 : \overline{CD} = 2 : 3$

$$2\overline{CD} = 21 \quad \therefore \overline{CD} = \frac{21}{2} \text{ (cm)}$$

09 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{EB} = 12 : 8 = 3 : 2, \overline{BC} : \overline{BD} = 9 : 6 = 3 : 2,$$

$\angle B$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} : 6 = 3 : 2$

$$2\overline{AC} = 18 \quad \therefore \overline{AC} = 9 \text{ (cm)}$$

10 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\angle ACB = \angle ADE$, $\angle A$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} \text{이므로 } 15 : 6 = (6 + \overline{EC}) : 4$$

$$36 + 6\overline{EC} = 60, 6\overline{EC} = 24 \quad \therefore \overline{EC} = 4 \text{ (cm)}$$

11 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDA$ 에서

$\angle BAC = \angle DEA$ (엇각), $\angle BCA = \angle DAE$ (엇각)

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDA$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BC} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{EA}$ 이므로 $9 : \overline{AD} = 9 : 4$

$$9\overline{AD} = 36 \quad \therefore \overline{AD} = 4 \text{ (cm)}$$

12 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle EDF = \angle BAD + \angle ABD = \angle BAD + \angle CAF = \angle BAC$$

$\triangle BCE$ 에서

$$\angle DEF = \angle EBC + \angle BCE = \angle EBC + \angle ABD = \angle ABC$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF}$ 이므로 $8 : 4 = 9 : \overline{DF}$

$$8\overline{DF} = 36 \quad \therefore \overline{DF} = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

13 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$\angle BAC = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로 $(\overline{AD} + 10) : 8 = 20 : 10$

$$10\overline{AD} + 100 = 160, 10\overline{AD} = 60 \quad \therefore \overline{AC} = 6 \text{ (cm)}$$

14 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ECD$ 에서

$\angle ABE = \angle ECD = 90^\circ$,

$$\angle BAE = 90^\circ - \angle BEA = \angle CED$$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{EC} = \overline{AE} : \overline{ED}$ 이므로 $16 : \overline{EC} = 20 : 15$

$$20\overline{EC} = 240 \quad \therefore \overline{EC} = 12 \text{ (cm)}$$

또 $\overline{BE} : \overline{CD} = \overline{AE} : \overline{ED}$ 이므로 $\overline{BE} : 9 = 20 : 15$

$$15\overline{BE} = 180 \quad \therefore \overline{BE} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (16 + 9) \times (12 + 12) = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

15 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EOC$ 에서

$\angle ABC = \angle EOC = 90^\circ$, $\angle ACB$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EOC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{EO} = \overline{BC} : \overline{OC}$ 이므로 $12 : \overline{EO} = 16 : 10$

$$16\overline{EO} = 120 \quad \therefore \overline{EO} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

한편 $\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)이므로

$$\overline{FO} = \overline{EO} = \frac{15}{2} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{EF} = \frac{15}{2} + \frac{15}{2} = 15 \text{ (cm)}$$

16 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로 $6^2 = \overline{BH} \times 4 \quad \therefore \overline{BH} = 9 \text{ (cm)}$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 13 \times 6 = 39 \text{ (cm}^2\text{)}$$

17 피라미드의 꼭대기에서 밑면에 내린 수선의 발과 그림자의 끝 부분까지의 길이는

$$10 + 14 = 24 \text{ (m)}$$

피라미드의 높이를 h m라고 하면

$$h : 1 = 24 : 2 \quad \therefore h = 12$$

따라서 피라미드의 높이는 12 m이다.

$$\begin{aligned} 18 \text{ (실제 거리)} &= 16 \text{ (cm)} \times 25000 = 400000 \text{ (cm)} \\ &= 4000 \text{ (m)} = 4 \text{ (km)} \end{aligned}$$

튼튼! 만점 예상 문제 3회

p.75~p.77

- 01 5개 02 ㉠, ㉡ 03 ㉢, ㉤ 04 ㉠ 05 ㉣ 06 22
07 27개 08 ㉡ 09 ㉡ 10 $\frac{18}{5}$ cm 11 ㉡ 12 6 cm
13 ㉤ 14 ㉢ 15 $\frac{15}{2}$ cm 16 6 cm² 17 12 m
18 ㉤

01 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥의 5개

02 ㉠ $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle E = 50^\circ$ 이므로
 $\angle C = 180^\circ - (100^\circ + 50^\circ) = 30^\circ$

$$\textcircled{A} \angle F = \angle C = 30^\circ$$

$$\textcircled{B} \overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} \text{이므로 } 3 : \overline{DE} = 6 : 8$$

$$6\overline{DE} = 24 \quad \therefore \overline{DE} = 4 \text{ (cm)}$$

$$\textcircled{C} \overline{AC} : \overline{DF} = \overline{BC} : \overline{EF} = 6 : 8 = 3 : 4$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

03 ㉠ $\overline{AB}$ 에 대응하는 모서리는 $\overline{A'B'}$ 이다.

㉡ $\overline{FG} : \overline{F'G'} = 8 : 12 = 2 : 3$ 이므로 두 직육면체의 닮음비는 2 : 3이다.

$$\textcircled{D} \overline{GH} : \overline{G'H'} = 2 : 3 \text{이므로 } 6 : \overline{G'H'} = 2 : 3$$

$$2\overline{G'H'} = 18 \quad \therefore \overline{G'H'} = 9 \text{ (cm)}$$

04 두 삼각기둥 A, B의 밑면의 넓이의 비는

$$48 : 75 = 16 : 25 = 4^2 : 5^2 \text{이므로 닮음비는 } 4 : 5 \text{이다.}$$

삼각기둥 B의 높이를 h cm라고 하면

$$12 : h = 4 : 5, 4h = 60 \quad \therefore h = 15$$

따라서 삼각기둥 B의 높이는 15 cm이다.

05 두 원은 닮은 도형이고, 닮음비는 $\overline{AC} : \overline{AD} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 를 각각 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비는

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

이때 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원과 색칠한 부분의 넓이의 비는

$$4 : (9 - 4) = 4 : 5 \text{이므로}$$

$$20\pi : (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 4 : 5$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

06 두 원뿔 A, B의 겹넓이의 비가 $4 : 9 = 2^2 : 3^2$ 이므로 닮음비는 2 : 3이다.

$$\text{따라서 } h : 15 = 2 : 3 \text{이므로 } 3h = 30 \quad \therefore h = 10$$

$$\text{또 } 8 : r = 2 : 3 \text{이므로 } 2r = 24 \quad \therefore r = 12$$

$$\therefore h + r = 10 + 12 = 22$$

07 반지름의 길이가 9 cm인 쇠구슬과 반지름의 길이가 3 cm인 쇠구슬은 닮은 도형이고, 닮음비는 $9 : 3 = 3 : 1$ 이므로 부피의 비는 $3^3 : 1^3 = 27 : 1$
따라서 반지름의 길이가 3 cm인 쇠구슬을 최대 27개 만들 수 있다.

08 ㉠, ㉤ SSS 닮음 ㉢ SAS 닮음 ㉣ AA 닮음

09 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{AE} = 8 : 4 = 2 : 1, \overline{AC} : \overline{AD} = 10 : 5 = 2 : 1,$$

$\angle A$ 는 공통

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED \text{ (SAS 닮음)}$$

$$\textcircled{2} \overline{AC} : \overline{DE} = 2 : 1 \text{인지는 알 수 없다.}$$

10 $\triangle ABC$ 와 $\triangle BDC$ 에서

$$\angle BAC = \angle DBC, \angle C \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BDC \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} : \overline{DC} = \overline{AC} : \overline{BC} \text{이므로 } 6 : \overline{DC} = 10 : 6$$

$$10\overline{DC} = 36 \quad \therefore \overline{DC} = \frac{18}{5} \text{ (cm)}$$

11 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$$\angle ACB = \angle AED, \angle A \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{이때 닮음비는 } \overline{AB} : \overline{AD} = 12 : 8 = 3 : 2 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } \triangle ABC : \triangle ADE = 3^2 : 2^2 = 9 : 4 \text{이므로}$$

$$72 : \triangle ADE = 9 : 4 \quad \therefore \triangle ADE = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$$

12 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DFE$ 에서

$$\angle ABE = \angle DFE \text{ (엇각)}, \angle BAE = \angle FDE \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFE \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{DF} = \overline{AE} : \overline{DE} \text{이므로}$$

$$4 : 2 = \overline{AE} : (9 - \overline{AE}), 2\overline{AE} = 36 - 4\overline{AE}$$

$$6\overline{AE} = 36 \quad \therefore \overline{AE} = 6 \text{ (cm)}$$

13 $\triangle ADC$ 와 $\triangle BEC$ 에서

$$\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ, \angle C \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BEC \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{따라서 } \overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{CE} \text{이므로 } 12 : 18 = 6 : \overline{CE}$$

$$12\overline{CE} = 108 \quad \therefore \overline{CE} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CE} = 12 - 9 = 3 \text{ (cm)}$$

14 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서

$$\angle A \text{는 공통}, \angle B = \angle ADF = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADF \text{ (AA 닮음)}$$

$$\overline{DF} = \overline{DB} = x \text{ cm라고 하면}$$

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DF} \text{이므로 } 10 : (10 - x) = 15 : x$$

$$10x = 150 - 15x, 25x = 150 \quad \therefore x = 6$$

따라서 $\square DBEF$ 의 한 변의 길이가 6 cm이므로 그 넓이는

$$6 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 15 $\angle PBD = \angle DBC$ (접은 각), $\angle PDB = \angle DBC$ (엇각)이므로
 $\angle PBD = \angle PDB$

따라서 $\triangle PBD$ 는 $\overline{PB} = \overline{PD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BQ} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ (cm)}$$

한편 $\triangle PBQ$ 와 $\triangle DBC$ 에서

$$\angle PQB = \angle DCB = 90^\circ, \angle PBQ = \angle DBC \text{ (접은 각)}$$

$$\therefore \triangle PBQ \sim \triangle DBC \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{BQ} : \overline{BC} = \overline{PQ} : \overline{DC}$ 이므로 $10 : 16 = \overline{PQ} : 12$

$$16\overline{PQ} = 120 \quad \therefore \overline{PQ} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

- 16 $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로 $5^2 = 3 \times (3 + \overline{BH})$

$$25 = 9 + 3\overline{BH}, 3\overline{BH} = 16 \quad \therefore \overline{BH} = \frac{16}{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{또 } \overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH} \text{이므로 } \overline{AH}^2 = \frac{16}{3} \times 3 = 16$$

$$\therefore \overline{AH} = 4 \text{ (cm)} \quad (\because \overline{AH} > 0)$$

$$\therefore \triangle AHC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 17 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$$\angle ABC = \angle EDC = 90^\circ, \angle ACB = \angle ECD$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로 $1.6 : \overline{ED} = 4 : 30$

$$4\overline{ED} = 48 \quad \therefore \overline{ED} = 12 \text{ (m)}$$

따라서 나무의 높이는 12 m이다.

- 18 (실제 거리) = $30 \text{ (cm)} \times 40000 = 1200000 \text{ (cm)}$

$$= 12000 \text{ (m)} = 12 \text{ (km)}$$

따라서 실제 거리가 12 km인 두 지점 사이를 시속 4 km로

걷는 데 걸리는 시간은 $\frac{12}{4} = 3$ (시간)이다.

별별! 서술형 문제

p.78~p.79

- 1 (1) 6 : 7 (2) 일정하지 않다 (3) 닮은 도형이 아니다

- 2 (1) 1 : 27 (2) 5 : 9 (3) 대용량 (4) 1

- 3 (1) 3 : 5 (2) $150\pi \text{ cm}^2$ (3) $81\pi \text{ cm}^3$

- 4 (1) 6 (2) $\frac{9}{4}$ (3) 24 (4) 10

- 5 원뿔대 B: 14 cm^3 , 원뿔대 C: 38 cm^3

- 6 9 $7\frac{35}{4} \text{ cm}$ $8\frac{27}{2} \text{ cm}^2$

- 3 (1) 두 원기둥 A, B의 닮음비가 9 : 15 = 3 : 5이므로 밑면의
 둘레의 길이의 비는 3 : 5이다.

- (2) 두 원기둥 A, B의 닮음비가 3 : 5이므로 옆넓이의 비는

$$3^2 : 5^2 = 9 : 25$$

따라서 $54\pi : (\text{원기둥 B의 옆넓이}) = 9 : 25$ 이므로

$$(\text{원기둥 B의 옆넓이}) = 150\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

- (3) 두 원기둥 A, B의 닮음비가 3 : 5이므로 부피의 비는

$$3^3 : 5^3 = 27 : 125$$

따라서 (원기둥 A의 부피) : $375\pi = 27 : 125$ 이므로

$$(\text{원기둥 A의 부피}) = 81\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

- 4 (1) $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로

$$x^2 = 3 \times 12 = 36 \quad \therefore x = 6 \quad (\because x > 0)$$

- (2) $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$ 이므로

$$5^2 = 4 \times (4 + x), 25 = 16 + 4x, 4x = 9 \quad \therefore x = \frac{9}{4}$$

- (3) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 이므로

$$12^2 = 6x, 144 = 6x \quad \therefore x = 24$$

- (4) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 이므로

$$4^2 = (x - 2) \times 2, 16 = 2x - 4, 2x = 20 \quad \therefore x = 10$$

- 5 세 원뿔 A, A+B, A+B+C의 닮음비는 1 : 2 : 3이므로

세 원뿔 A, A+B, A+B+C의 부피의 비는

$$1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27 \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

이때 세 입체도형 A, B, C의 부피의 비는

$$1 : (8 - 1) : (27 - 8) = 1 : 7 : 19 \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

따라서 (원뿔 A의 부피) : (원뿔대 B의 부피) = 1 : 7이므로

$$2 : (\text{원뿔대 B의 부피}) = 1 : 7$$

$$\therefore (\text{원뿔대 B의 부피}) = 14 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

또 (원뿔 A의 부피) : (원뿔대 C의 부피) = 1 : 19이므로

$$2 : (\text{원뿔대 C의 부피}) = 1 : 19$$

$$\therefore (\text{원뿔대 C의 부피}) = 38 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 6 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBA$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{DB} = 12 : 8 = 3 : 2,$$

$$\overline{BC} : \overline{BA} = 18 : 12 = 3 : 2,$$

$\angle B$ 는 공통

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBA \text{ (SAS 닮음)} \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

따라서 $\overline{AC} : \overline{DA} = 3 : 2$ 이므로

$$x : 6 = 3 : 2, 2x = 18 \quad \therefore x = 9 \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 7 $\overline{AD} = \overline{ED} = 7 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{AB} = 7 + 8 = 15 \text{ (cm)}$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 5 = 10 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [1\text{점}]$$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle ECF$ 에서

$$\angle B = \angle C = 60^\circ, \angle BDE = 120^\circ - \angle BED = \angle CEF$$

$$\therefore \triangle DBE \sim \triangle ECF \text{ (AA 닮음)} \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

따라서 $\overline{DB} : \overline{EC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 이므로 $8 : 10 = 7 : \overline{EF}$

$$8\overline{EF} = 70 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{35}{4} \text{ (cm)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 8 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로

$$6^2 = \overline{BH} \times 3 \quad \therefore \overline{BH} = 12 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{15}{2} \text{ (cm)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

$$\therefore \overline{MH} = \overline{BH} - \overline{BM} = 12 - \frac{15}{2} = \frac{9}{2} \text{ (cm)} \text{이므로}$$

$$\triangle AMH = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 6 = \frac{27}{2} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

대단원 마무리 문제

p.81~p.86

VI 도형의 성질

01 ② 02 ④ 03 ① 04 ④ 05 ② 06 ⑤ 07 ② 08 ②
 09 ② 10 ③ 11 ⑤ 12 ③ 13 ② 14 ① 15 ③ 16 ⑤
 17 ① 18 ④

서술형

19 21° 20 98 cm^2 21 6° 22 1 cm 23 9 cm
 24 70°

- 01 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$
 $\therefore \angle DAB = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$
- 02 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 68^\circ$
 $\therefore \angle A = 180^\circ - (68^\circ + 68^\circ) = 44^\circ$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle A = 44^\circ$
 $\therefore \angle DBC = 68^\circ - 44^\circ = 24^\circ$
- 03 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 $\therefore \angle DBC = \angle DCB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$
 따라서 $\triangle DBC$ 에서
 $\angle BDC = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$
- 04 $\angle GEF = \angle FEC$ (접은 각) (①), $\angle GFE = \angle FEC$ (엇각)
 (②) 이므로 $\angle GEF = \angle GFE$
 따라서 $\triangle GEF$ 는 $\overline{GE} = \overline{GF}$ 인 이등변삼각형이다. (③, ⑤)
 이때 $\angle FGE = \angle AGC' = 48^\circ$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle GEF = \angle GFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$ (④)
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.
- 05 $\triangle ADM \cong \triangle CEM$ (RHS 합동)이므로 $\angle A = \angle C$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle A = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
- 06 $\triangle AED \cong \triangle ACD$ (RHS 합동)이므로
 $\overline{ED} = \overline{CD} = 10\text{ cm}$
 한편 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이므로
 $\angle B = \angle BAC = 45^\circ$
 $\triangle EBD$ 에서 $\angle BDE = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$ 이므로
 $\angle B = \angle BDE$
 $\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = 10\text{ cm}$
 $\therefore \triangle EBD = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50\text{ (cm}^2\text{)}$

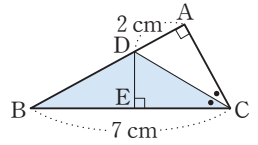
- 07 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발
 을 E라고 하면

$$\triangle ADC \cong \triangle EDC$$

(RHA 합동)

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DA} = 2\text{ cm}$$

$$\therefore \triangle DBC = \frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7\text{ (cm}^2\text{)}$$



- 08 ② $\overline{OD} = \overline{OE}$ 인지는 알 수 없다.
- 09 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$
 따라서 $\overline{DI} = \overline{DB} = 3\text{ cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 4\text{ cm}$ 이므로
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = 3 + 4 = 7\text{ (cm)}$
- 10 $\overline{AF} = x\text{ cm}$ 라고 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = x\text{ cm}$ 이므로
 $\overline{BE} = \overline{BD} = (9 - x)\text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF} = (7 - x)\text{ cm}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$ 이므로 $12 = (9 - x) + (7 - x)$
 $12 = 16 - 2x$, $2x = 4$ $\therefore x = 2$
 따라서 $\overline{AF}$ 의 길이는 2 cm 이다.
- 11 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\triangle ABC\text{의 둘레의 길이})$ 이므로
 $64 = 2 \times (\triangle ABC\text{의 둘레의 길이})$
 $\therefore (\triangle ABC\text{의 둘레의 길이}) = 32\text{ (cm)}$
- 12 $\angle ADC = \angle B = 76^\circ$ 이므로
 $\angle ADE = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$
 $\triangle AFD$ 에서 $\angle DAF = 180^\circ - (90^\circ + 38^\circ) = 52^\circ$
 이때 $\angle DAB = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$ 이므로
 $\angle x = 104^\circ - 52^\circ = 52^\circ$
- 13 $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC$ 이므로
 $9 + 21 = \triangle PDA + 18$ $\therefore \triangle PDA = 12\text{ (cm}^2\text{)}$
- 14 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle y = \angle OCB = 32^\circ$
 $\triangle BCD$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (32^\circ + 90^\circ) = 58^\circ$
 $\therefore \angle x - \angle y = 58^\circ - 32^\circ = 26^\circ$
- 15 $\overline{BD} = \overline{AC} = 2\overline{AO} = 2 \times 2 = 4\text{ (cm)}$ $\therefore x = 4$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$ $\therefore y = 45$
 $\therefore x + y = 4 + 45 = 49$
- 16 $\angle ABC = \angle C = 75^\circ$ 이고 $\angle DBC = \angle ADB = 35^\circ$ (엇각)이
 므로
 $\angle ABD = 75^\circ - 35^\circ = 40^\circ$
- 17 ② $\angle B = 90^\circ$ 이면 직사각형이다.
 ⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 마름모이다.
- 18 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle ABC = 18\text{ cm}^2$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle DBE &= \square ABED - \triangle ABD \\ &= 40 - 18 = 22 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

서술형

- 19** $\triangle BAC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle BCA = \angle BAC = \angle x$
 $\therefore \angle CBD = \angle x + \angle x = 2\angle x$ [30 %]
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로
 $\angle CDB = \angle CBD = 2\angle x$
 $\triangle DAC$ 에서 $\angle DCE = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$ [30 %]
 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{CD} = \overline{DE}$ 이므로
 $\angle DEC = \angle DCE = 3\angle x$ [10 %]
따라서 $\triangle DAE$ 에서 $\angle x + 3\angle x = 84^\circ$ 이므로
 $4\angle x = 84^\circ \quad \therefore \angle x = 21^\circ$ [30 %]

- 20** $\triangle ADB$ 와 $\triangle CEA$ 에서
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle DBA = 90^\circ - \angle DAB = \angle EAC$
이므로 $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ (RHA 합동) [50 %]
따라서 $\overline{DA} = \overline{EC} = 6 \text{ cm}$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 8 \text{ cm}$ 이므로
..... [20 %]

$$\begin{aligned}(\text{사다리꼴 DBCE의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (8 + 6) \times (6 + 8) \\ &= 98 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{..... [30 %]}\end{aligned}$$

- 21** 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ$ [40 %]
한편 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$ [40 %]
 $\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ [20 %]

- 22** $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AEB = \angle DAE$ (엇각)이고
 $\angle BAE = \angle DAE$ 이므로 $\angle AEB = \angle BAE$
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 3 \text{ cm}$ [40 %]
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC$ 는 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이
므로
 $\overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB} = 3 \text{ cm}$ [40 %]
한편 $\overline{BC} = \overline{AD} = 5 \text{ cm}$ 이고 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{FE}$ 이므로
 $5 = 3 + 3 - \overline{FE} \quad \therefore \overline{FE} = 1 \text{ (cm)}$ [20 %]

- 23** $\overline{AB} \parallel \overline{CF}$, $\overline{AB} = \overline{CF}$ 이므로 $\square ABFC$ 는 평행사변형이다.
이때 $\overline{AC} = \overline{BF} = 8 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$ [40 %]

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \overline{CE}, \overline{DC} = \overline{CF} \text{이므로 } \square BFED \text{는 평행사변형이다.} \\ \text{이때 } \overline{BD} &= \overline{FE} = 10 \text{ cm이므로} \\ \overline{BO} &= \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)} \quad \text{..... [40 \%]} \\ \therefore \overline{AO} + \overline{BO} &= 4 + 5 = 9 \text{ (cm)} \quad \text{..... [20 \%]}\end{aligned}$$

- 24** $\triangle APD$ 와 $\triangle CPD$ 에서
 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\angle ADP = \angle CDP = 45^\circ$, $\overline{DP}$ 는 공통
이므로 $\triangle APD \cong \triangle CPD$ (SAS 합동) [60 %]
따라서 $\angle DCP = \angle DAP = 25^\circ$ 이므로
 $\triangle PCD$ 에서 $\angle BPC = 45^\circ + 25^\circ = 70^\circ$ [40 %]

VII 도형의 닮음과 피타고라스 정리

01 ⑤ 02 ① 03 ③ 04 ⑤ 05 ④ 06 ⑤ 07 ④ 08 ③
09 ②

서술형

10 $18\pi \text{ cm}$ 11 182분 12 3 cm

- 01** ① $\angle B = \angle E = 35^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle C = 180^\circ - (80^\circ + 35^\circ) = 65^\circ$
② $\angle F = \angle C = 65^\circ$
③, ④ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이므로 $\overline{AB}$ 에 대응하는 변은 $\overline{DE}$
이다. 그런데 $\overline{AB}$ 의 길이를 알 수 없으므로 $\overline{DE}$ 의 길이도
알 수 없다.
⑤ $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비는
 $\overline{BC} : \overline{EF} = 21 : 14 = 3 : 2$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.
- 02** ① $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 70^\circ$ 이면
 $\angle C = 180^\circ - (70^\circ + 42^\circ) = 68^\circ$
즉 $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)

- 03** $\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서
 $\overline{AC} : \overline{DC} = 8 : 4 = 2 : 1$,
 $\overline{BC} : \overline{AC} = 16 : 8 = 2 : 1$,
 $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{DA} = 2 : 1$ 이므로
 $10 : \overline{AD} = 2 : 1, 2\overline{AD} = 10 \quad \therefore \overline{AD} = 5 \text{ (cm)}$

- 04** $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDB$ 에서
 $\angle ABE = \angle CDB$ (엇각), $\angle AEB = \angle CBD$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AE} : \overline{CB} = \overline{BE} : \overline{DB}$ 이므로 $\overline{AE} : 12 = 10 : 16$
 $16\overline{AE} = 120 \quad \therefore \overline{AE} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$

- 05 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로 닮음비는
 $\overline{AC} : \overline{ED} = 6 : 2 = 3 : 1$
 따라서 $\triangle ABC : \triangle EBD = 3^2 : 1^2 = 9 : 1$ 이므로
 $\triangle ABC : 3 = 9 : 1 \quad \therefore \triangle ABC = 27 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \square ADEC = \triangle ABC - \triangle BED$
 $= 27 - 3 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 06 $\triangle ABD$ 와 $\triangle OPD$ 에서
 $\angle BAD = \angle POD = 90^\circ$, $\angle D$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle OPD$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{OP} = \overline{AD} : \overline{OD}$ 이므로 $12 : \overline{OP} = 16 : 10$
 $16\overline{OP} = 120 \quad \therefore \overline{OP} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$
 한편 $\triangle POD \equiv \triangle QOB$ (ASA 합동)이므로 $\overline{OQ} = \overline{OP}$
 $\therefore \overline{PQ} = 2\overline{OP} = 2 \times \frac{15}{2} = 15 \text{ (cm)}$

- 07 $\triangle ABF$ 와 $\triangle DFE$ 에서
 $\angle FAB = \angle EDF = 90^\circ$, $\angle ABF = 90^\circ - \angle AFB = \angle DFE$
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle DFE$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{BF} : \overline{FE}$ 이므로 $9 : \overline{DF} = 15 : 5$
 $15\overline{DF} = 45 \quad \therefore \overline{DF} = 3 \text{ (cm)}$

- 08 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로
 $6^2 = 3 \times \overline{CH} \quad \therefore \overline{CH} = 12 \text{ (cm)}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 3 + 12 = 15 \text{ (cm)}$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 09 (축척) $= \frac{5 \text{ cm}}{10 \text{ m}} = \frac{5 \text{ cm}}{1000 \text{ cm}} = \frac{1}{200}$ 이므로
 $(\overline{AC}$ 의 실제 길이) $= 2.8 \text{ (cm)} \times 200$
 $= 560 \text{ (cm)} = 5.6 \text{ (m)}$
 $\therefore$ (나무의 실제 높이) $= 1.6 + (\overline{AC}$ 의 실제 길이)
 $= 1.6 + 5.6 = 7.2 \text{ (m)}$

서술형

- 10 두 원기둥 A, B의 닮음비는 $8 : 12 = 2 : 3$ [20 %]
 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면
 $6 : r = 2 : 3$ 에서 $2r = 18 \quad \therefore r = 9$ [40 %]
 따라서 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이는 9 cm 이므로 밑
 면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 9 = 18\pi \text{ (cm)}$ [40 %]
- 11 물이 들어 있는 부분과 원뿔 모양의 그릇은 닮은 도형이고, 닮
 음비가 $4 : 12 = 1 : 3$ 이므로
 부피의 비는 $1^3 : 3^3 = 1 : 27$ [40 %]
 그릇에 물을 가득 채울 때까지 x 분 동안 물을 더 넣어야 한다
 고 하면
 $7 : x = 1 : (27 - 1) \quad \therefore x = 182$ [40 %]
 따라서 그릇에 물을 가득 채우려면 182분 동안 물을 더 넣어
 야 한다. [20 %]

- 12 $\triangle AFE$ 와 $\triangle CFB$ 에서
 $\angle FAE = \angle FCB$ (엇각), $\angle FEA = \angle FBC$ (엇각)
 $\therefore \triangle AFE \sim \triangle CFB$ (AA 닮음) [40 %]
 따라서 $\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{CB}$ 이므로 $4 : 6 = \overline{AE} : 9$
 $6\overline{AE} = 36 \quad \therefore \overline{AE} = 6 \text{ (cm)}$ [40 %]
 $\therefore \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 9 - 6 = 3 \text{ (cm)}$ [20 %]

01 ④ 02 ③ 03 ② 04 ④ 05 ③ 06 ④ 07 ③ 08 ④
09 ② 10 ⑤ 11 ④ 12 ① 13 ③ 14 ② 15 ③ 16 ④
17 ④ 18 ④ 19 ②, ③ 20 ②

서술형

1 20° 2 40° 3 (1) ∠ECI, ∠EIC (2) $\overline{DI}$, $\overline{EI}$ (3) 11 cm
4 20 cm 5 24 cm

01 △ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

△DAB에서 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 이므로

$$\angle DBA = \angle A = 30^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

02 △ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 76^\circ) = 52^\circ$$

따라서 △BED ≌ △CFE (SAS 합동)이므로

$$\angle BDE = \angle CEF$$

$$\therefore \angle DEF = 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF)$$

$$= 180^\circ - (\angle BED + \angle BDE)$$

$$= \angle B = 52^\circ$$

03 ∠B = ∠C이므로 △ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ (①)인 이등변삼각형이다.

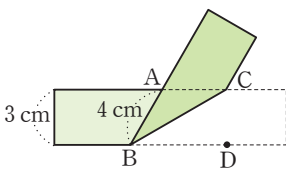
이때 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\overline{AD} \perp \overline{BC} \text{ (④)}, \overline{BD} = \overline{CD} \text{ (③)}$$

$$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle ACD \text{ (⑤)}$$

② $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인지는 알 수 없다.

04



∠ABC = ∠CBD (접은 각), ∠ACB = ∠CBD (엇각)이므로

$$\angle ABC = \angle ACB$$

따라서 △ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 4 \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

05 △PAO ≌ △PBO (RHS 합동)이므로

$$\angle APO = \frac{1}{2} \times 108^\circ = 54^\circ$$

$$\therefore \angle AOP = 180^\circ - (90^\circ + 54^\circ) = 36^\circ$$

06 △ABD ≌ △AED (RHA 합동)이므로

$$\overline{AE} = \overline{AB} = 12 \text{ cm}, \overline{BD} = \overline{ED}$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 20 - 12 = 8 \text{ (cm)}$$

따라서 △EDC의 둘레의 길이는

$$\overline{ED} + \overline{DC} + \overline{CE} = \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{CE}$$

$$= \overline{BC} + \overline{CE}$$

$$= 16 + 8 = 24 \text{ (cm)}$$

07 ③ $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 인지는 알 수 없다.

08 ∠OAB + ∠OBC + ∠OCA = 90°이므로

$$\angle OAB + 30^\circ + 40^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle OAB = 20^\circ$$

09 △ABC의 외접원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 외접원의 둘레의 길이가 10π cm이므로

$$2\pi r = 10\pi \quad \therefore r = 5$$

한편 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} = (\text{외접원의 반지름의 길이}) = 5 \text{ cm}$$

이때 △AOC에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이고 ∠C = 60°이므로 △AOC는 정삼각형이다.

따라서 △AOC의 둘레의 길이는

$$5 \times 3 = 15 \text{ (cm)}$$

10 점 I가 △ABC의 내심이므로

$$\angle BAE = \angle CAE = \angle x, \angle ACD = \angle BCD = \angle y \text{라고 하면}$$

$$\triangle ADC \text{에서 } 2\angle x + 110^\circ + \angle y = 180^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\triangle AEC \text{에서 } \angle x + 115^\circ + 2\angle y = 180^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{을 하면 } 3\angle x + 225^\circ + 3\angle y = 360^\circ$$

$$3(\angle x + \angle y) = 135^\circ \quad \therefore \angle x + \angle y = 45^\circ$$

따라서 △ABC에서 $2\angle x + \angle B + 2\angle y = 180^\circ$ 이므로

$$\angle B = 180^\circ - 2(\angle x + \angle y) = 180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ$$

11 $\overline{AF} = \overline{AD} = 4 \text{ cm}, \overline{BD} = \overline{BE} = 8 \text{ cm}, \overline{CE} = \overline{CF} = 6 \text{ cm}$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= (4 + 8) + (8 + 6) + (6 + 4)$$

$$= 36 \text{ (cm)}$$

12 □ABCD가 평행사변형이므로 ∠B = ∠D = 64°

이때 $\overline{BE} = \overline{CD} = \overline{AB}$ 이므로 △ABE에서

$$\angle BEA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$$

13 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 이므로 ∠EDB = ∠EBD

$\overline{ED} \parallel \overline{BF}$ 이므로 ∠DBF = ∠EDB (엇각)

$$\therefore \angle EBD = \frac{1}{3} \angle ABC = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$$

이때 ∠EDB = ∠EBD = 30°이므로 △EBD에서

$$\angle BED = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

14 △ADE ≌ △CDE (SAS 합동)이므로

$$\angle DCE = \angle DAE = 20^\circ$$

따라서 △CDE에서

$$\angle BEC = 45^\circ + 20^\circ = 65^\circ$$

15 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 △ABE = △DBE

$\overline{BD} \parallel \overline{EF}$ 이므로 △DBE = △DBF

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 △DBF = △DAF

따라서 넓이가 나머지 넷과 다른 하나는 ③ $\triangle AEF$ 이다.

- 16 $\overline{AO} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 60 cm^2 이므로

$$\triangle AOB = 60 \times \frac{2}{2+3} = 60 \times \frac{2}{5} = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

한편 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle DOC &= \triangle DBC - \triangle OBC \\ &= \triangle ABC - \triangle OBC \\ &= \triangle AOB = 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle AOB + \triangle DOC = 24 + 24 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 17 항상 닮음인 도형은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 4개이다.

- 18 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AC} : \overline{CD}$ 에서 $9 : x = 6 : 8$

$$6x = 72 \quad \therefore x = 12$$

$$\overline{AC} : \overline{CD} = \overline{BC} : \overline{BD}$$
에서 $6 : 8 = 12 : y$

$$6y = 96 \quad \therefore y = 16$$

$$\therefore y - x = 16 - 12 = 4$$

- 19 ① AA 닮음

- ④ SSS 닮음

- ⑤ SAS 닮음

- 20 점 D는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 외심이므로

$$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \times (40 + 10) = 25 \text{ (cm)}$$

$$\triangle ADE \text{에서 } \overline{EA}^2 = \overline{AF} \times \overline{AD} \text{이므로}$$

$$20^2 = \overline{AF} \times 25 \quad \therefore \overline{AF} = 16 \text{ (cm)}$$

$$\text{또 } \overline{AE} \times \overline{DE} = \overline{AD} \times \overline{EF} \text{이므로}$$

$$20 \times (40 - 25) = 25 \times \overline{EF} \quad \therefore \overline{EF} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AF} + \overline{EF} = 16 + 12 = 28 \text{ (cm)}$$

서술형

- 1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

$$\text{또 } \angle ACE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \text{이므로}$$

$$\angle DCE = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

따라서 $\triangle DBC$ 에서

$$\angle BDC = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 2 $\triangle ABC$ 의 외심 O가 변 BC 위에 있으므로

$$\angle BAC = 90^\circ \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

한편 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle B = 50^\circ \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 3 (1) 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle ECI = \angle ICB$
이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)
 $\therefore \angle ICB = \angle ECI = \angle EIC$

- (2) (1)과 마찬가지로 $\angle IBC = \angle DBI = \angle DIB$

따라서 $\angle DBI = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle EIC$ 이므로

$$\overline{DB} = \overline{DI}, \overline{EC} = \overline{EI}$$

$$\begin{aligned} (3) (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA} \\ &= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{EA} \\ &= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{EA}) \\ &= \overline{AB} + \overline{AC} \\ &= 5 + 6 = 11 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

- 4 꼭짓점 D를 지나면서 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라고 하면 $\square ABED$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{BE} = \overline{AD} = 8 \text{ cm} \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

또 $\angle C = \angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이고 $\angle DEC = \angle B = 60^\circ$ (동위각)이므로 $\triangle DEC$ 에서

$$\angle EDC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$$

즉 $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{EC} = \overline{DC} = \overline{AB} = 12 \text{ cm} \quad \dots\dots [4\text{점}]$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 12 = 20 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 5 $\overline{BC} : \overline{EF} = 3 : 1$ 이므로 $24 : \overline{EF} = 3 : 1$

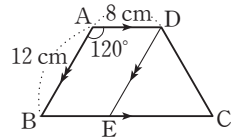
$$3\overline{EF} = 24 \quad \therefore \overline{EF} = 8 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

$$\overline{AC} : \overline{DF} = 3 : 1 \text{이므로 } 18 : \overline{DF} = 3 : 1$$

$$3\overline{DF} = 18 \quad \therefore \overline{DF} = 6 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

따라서 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF} = 10 + 8 + 6 = 24 \text{ (cm)} \quad \dots\dots [3\text{점}]$$



실전 모의고사 2회

p.91~p.94

- 01 ① 02 ④ 03 ⑤ 04 ④ 05 ③ 06 ④ 07 ① 08 ④
09 ② 10 ④ 11 ⑤ 12 ④ 13 ③ 14 ② 15 ② 16 ①, ②
17 ② 18 ⑤ 19 ④ 20 ④

서술형

1 36 cm^2

2(1) $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$, $\triangle OBE \equiv \triangle OCE$, $\triangle OAF \equiv \triangle OCF$

(2) 100°

3 14 cm

4 2 cm

5 $5\frac{53}{5} \text{ cm}$

- 01 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AB} = \overline{AC} \text{이므로}$$

$$\angle ABC = \angle C = 66^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (66^\circ + 66^\circ) = 48^\circ$$

02 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로

$$x = \overline{AB} = 8$$

$$y = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$\therefore x + y = 8 + 3 = 11$$

03 ① RHS 합동 ② SAS 합동

③ ASA 합동 ④ RHA 합동

04 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 180^\circ - (62^\circ + 90^\circ) = 28^\circ$

이때 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHS 합동)이므로

$$\angle CAD = \angle EAD = \frac{1}{2} \times 28^\circ = 14^\circ$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서 $\angle ADC = 180^\circ - (90^\circ + 14^\circ) = 76^\circ$

05 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA 합동)이므로

$$\overline{BE} = \overline{AD} = 10 \text{ cm}, \overline{BD} = \overline{CE} = 4 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 10 - 4 = 6 \text{ (cm)}$$

07 점 M이 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{MC} = \overline{MA} = \overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

08 $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$ 이므로

$$\triangle OAB = 2\triangle OAD = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3 \right) = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 $\triangle OBC + \triangle OCA = 56 - 12 = 44 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로

$$\square OECF = \triangle OEC + \triangle OCF$$

$$= \frac{1}{2} \triangle OBC + \frac{1}{2} \triangle OCA$$

$$= \frac{1}{2} \times (\triangle OBC + \triangle OCA)$$

$$= \frac{1}{2} \times 44 = 22 \text{ (cm}^2\text{)}$$

09 ① $\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IC}$ 인지는 알 수 없다.

③ $\angle IBA = \angle IBC$, $\angle IAB = \angle IAC$ 이지만

$\angle IBA = \angle IAB$ 인지는 알 수 없다.

④ $\triangle IAD \equiv \triangle IAF$, $\triangle IBD \equiv \triangle IBE$ 이지만

$\triangle IAD \equiv \triangle IBD$ 인지는 알 수 없다.

⑤ $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 외심을 지난다.

10 $\angle ICB = \angle ICA = 26^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (78^\circ + 26^\circ + 26^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle IBA = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

11 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (14 + 15 + 13) = 84 \text{ (cm}^2\text{)}$

12 $\square GBFI$ 는 평행사변형이므로 $\angle GIF = \angle B = 80^\circ$

$$\therefore \angle GIE = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

또 $\square IFCH$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{FC} = \overline{IH} = 8 - 5 = 3 \text{ (cm)}$$

따라서 $x = 100$, $y = 3$ 이므로

$$x + y = 100 + 3 = 103$$

13 $\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$ (RHA 합동)이므로 $\overline{AP} = \overline{AQ}$

따라서 $\triangle APQ$ 에서

$$\angle AQP = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

14 $\triangle DEF$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이므로 $\angle DEF = \angle DFE$

이때 $\angle BEA = \angle DEF$ (맞꼭지각), $\angle BAE = \angle DFE$ (엇각)

이므로 $\angle BEA = \angle BAE$

따라서 $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BE} = \overline{BA} = 9 \text{ cm}$$

한편 $\overline{CD} = \overline{AB} = 9 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{DE} = \overline{DF} = 9 - 4 = 5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times (9 + 5) = 7 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{OE} = \overline{OD} - \overline{DE} = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}$$

15 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 40^\circ$ (엇각)

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로

$$\angle ABD = \angle ADB = 40^\circ$$

한편 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$

즉 $\triangle DAC$ 에서 $\overline{DA} = \overline{DC}$ 이므로

$$\angle DAC = \angle DCA = \angle y$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $(\angle x + \angle y) + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ 이므로

$$\angle x + \angle y = 100^\circ$$

16 ③ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

④ 두 대각선이 직교하는 평행사변형은 마름모이다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

17 $\triangle ABF + \triangle FBE = \triangle ABE$

$$= \triangle DBC$$

$$= \triangle DFE + \triangle FBE + \triangle EBC$$

이므로

$$40 + \triangle FBE = \triangle DFE + \triangle FBE + 32$$

$$\therefore \triangle DFE = 40 - 32 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

18 ②, ③ 두 사각기둥의 닮음비는 $6 : 9 = 2 : 3$

$$\text{즉 } \overline{BC} : \overline{JK} = 2 : 3 \text{에서 } 4 : \overline{JK} = 2 : 3$$

$$2\overline{JK} = 12 \quad \therefore \overline{JK} = 6 \text{ (cm)}$$

⑤ 두 사각기둥의 닮음비가 $2 : 3$ 이므로

$$\text{부피의 비는 } 2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

$$\text{즉 } 16 : (\text{사각기둥 (나)의 부피}) = 8 : 27 \text{에서}$$

$$(\text{사각기둥 (나)의 부피}) = 54 \text{ (cm}^3\text{)}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (SAS 닮음)이므로

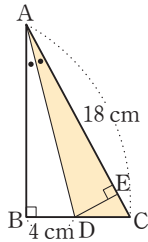
$$\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DC} \text{에서 } \overline{AB} : 4 = 12 : 6$$

$$6\overline{AB} = 48 \quad \therefore \overline{AB} = 8 \text{ (cm)}$$

- 20 $\overline{AD} = \overline{DF} = 7$ cm이고 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로
 $\overline{BC} = \overline{AB} = 7 + 8 = 15$ (cm)
 $\therefore \overline{FC} = 15 - 5 = 10$ (cm)
 한편 $\triangle DBF \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{DB} : \overline{FC} = \overline{BF} : \overline{CE}$ 에서 $8 : 10 = 5 : \overline{CE}$
 $8\overline{CE} = 50 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{25}{4}$ (cm)

서술형

- 1 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서
 $\angle ABD = \angle AED = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통,
 $\angle DAB = \angle DAE$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle AED$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{DE} = \overline{DB} = 4$ cm이므로
 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 18 \times 4 = 36$ (cm²)
- [4점]
- 2 (2) $\angle BAC = 180^\circ \times \frac{5}{5+6+7} = 180^\circ \times \frac{5}{18} = 50^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$
- 3 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
 (외접원의 반지름의 길이) $= \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 20$
 $= 10$ (cm) [2점]
 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = \frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12)$
 $96 = 24r \quad \therefore r = 4$ [3점]
 따라서 외접원과 내접원의 반지름의 길이의 합은
 $10 + 4 = 14$ (cm) [2점]
- 4 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle CFB = \angle ABF$ (엇각)
 또 $\angle ABF = \angle CBF$ 이므로 $\angle CFB = \angle CBF$ [4점]
 따라서 $\triangle CFB$ 는 $\overline{CB} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{CB} = 8$ cm [2점]
 한편 $\overline{CD} = \overline{AB} = 6$ cm이므로
 $\overline{DF} = \overline{CF} - \overline{CD} = 8 - 6 = 2$ (cm) [2점]
- 5 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \times (8 + 2) = 5$ (cm) [2점]
 직각삼각형 ADE에서 $\overline{EA}^2 = \overline{AF} \times \overline{AD}$ 이므로
 $4^2 = \overline{AF} \times 5 \quad \therefore \overline{AF} = \frac{16}{5}$ (cm) [2점]
 또 $\overline{AE} \times \overline{DE} = \overline{AD} \times \overline{EF}$ 이므로
 $4 \times (8 - 5) = 5 \times \overline{EF} \quad \therefore \overline{EF} = \frac{12}{5}$ (cm) [3점]
 $\therefore \overline{AD} + \overline{AF} + \overline{EF} = 5 + \frac{16}{5} + \frac{12}{5} = \frac{53}{5}$ (cm) [2점]



실전 모의고사 3회

p.95~p.98

- 01 ① 02 ① 03 ① 04 ④ 05 ③ 06 ② 07 ⑤ 08 ①
 09 ① 10 ② 11 ① 12 ③ 13 ① 14 ③ 15 ④ 16 ③
 17 ④ 18 ② 19 ② 20 ⑤

서술형

- 1 (1) 6 cm (2) 6 cm 2 118° 3 12° 4 10° 5 4π cm²

- 01 $\angle A = \angle x$ 라고 하면 $\angle DBE = \angle A = \angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle C = \angle ABC = \angle x + 42^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x + (\angle x + 42^\circ) + (\angle x + 42^\circ) = 180^\circ$ 이므로
 $3\angle x = 96^\circ \quad \therefore \angle x = 32^\circ$, 즉 $\angle A = 32^\circ$
- 02 $\triangle BED$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로 $\angle BDE = \angle BED$
 $\therefore \angle DBE = 180^\circ - 2\angle BED$
 $\triangle CFE$ 에서 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\angle CEF = \angle CFE$
 $\therefore \angle ECF = 180^\circ - 2\angle CEF$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A + \angle DBE + \angle ECF = 180^\circ$ 이므로
 $72^\circ + (180^\circ - 2\angle BED) + (180^\circ - 2\angle CEF) = 180^\circ$ 에서
 $2(\angle BED + \angle CEF) = 252^\circ$
 즉 $\angle BED + \angle CEF = 126^\circ$ 이므로
 $\angle DEF = 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF)$
 $= 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$
- 03 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
 $3x - 2 = x + 4, 2x = 6 \quad \therefore x = 3$
- 04 ④ RHA
- 05 $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ (④), $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle POA = \angle POB$
 이므로 $\triangle POA \cong \triangle POB$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{PA} = \overline{PB}$ (①), $\overline{OA} = \overline{OB}$ (②), $\angle APO = \angle BPO$ (⑤)
 ③ $\overline{OX} = \overline{OY}$ 인지는 알 수 없다.
- 06 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이고,
 $\triangle AOC$ 의 둘레의 길이가 24 cm이므로
 $\overline{OA} + \overline{OC} + 10 = 24, 2\overline{OA} = 14 \quad \therefore \overline{OA} = 7$ (cm)
 따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는 7 cm이므로 그 넓이는
 $\pi \times 7^2 = 49\pi$ (cm²)
- 07 $\angle AOC = 360^\circ \times \frac{5}{4+6+5} = 360^\circ \times \frac{5}{15} = 120^\circ$
 $\therefore \angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$
- 08 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.
- 09 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DIB = \angle IBC = \angle IBD = 35^\circ$ (③)

$$\angle EIC = \angle ICB = \angle ICE = 25^\circ \text{ (④)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) - (25^\circ + 25^\circ) = 60^\circ \text{ (②)}$$

한편 $\overline{DI} = \overline{DB}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA} \\ &= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{EA} \\ &= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{EA}) \\ &= \overline{AB} + \overline{AC} \\ &= 10 + 12 = 22 \text{ (cm)} \text{ (⑤)} \end{aligned}$$

- 10 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 5)$$

$$30 = 15r \quad \therefore r = 2$$

$$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 2 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 11 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 36^\circ$

이때 $\triangle AOD$ 에서 $\angle AOD = 180^\circ - (54^\circ + 36^\circ) = 90^\circ$

따라서 $\square ABCD$ 는 마름모이므로

$$\angle BDC = \angle DBC = 36^\circ$$

- 12 ㉠ 직사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 정사각형이 된다.

$$\text{㉡ } \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{AD}$$

즉 직사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이면 정사각형이 된다.

- 13 $\triangle AEB \cong \triangle AFD$ (RHS 합동)이므로

$$\angle EAB = \angle FAD = 25^\circ,$$

$$\angle AEB = \angle AFD = 180^\circ - (25^\circ + 90^\circ) = 65^\circ$$

이때 $\triangle AEF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이고

$$\angle EAF = 25^\circ + (90^\circ - 25^\circ) = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\therefore \angle FEC = 65^\circ - 45^\circ = 20^\circ$$

- 14 $\overline{AE}$ 를 그으면 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

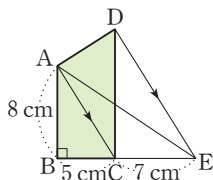
$$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE$$

$$= \triangle ABE$$

$$= \frac{1}{2} \times (5 + 7) \times 8$$

$$= 48 \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 15 $\triangle ABC \cong \triangle PBQ$ (SAS 합동)이므로

$$\overline{PQ} = \overline{AC} = \overline{AR} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle RQC \text{ (SAS 합동)이므로}$$

$$\overline{QR} = \overline{BA} = \overline{PA} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\overline{PQ} = \overline{AR}$, $\overline{PA} = \overline{QR}$ 이므로 $\square PARQ$ 는 평행사변형이다.

이때 $\angle PAR = 360^\circ - (60^\circ + 85^\circ + 60^\circ) = 155^\circ$ 이므로

$$\angle PQR = \angle PAR = 155^\circ$$

- 16 ③ $\angle F$ 에 대응하는 각은 $\angle B$ 이고, 그 크기는 알 수 없다.

- 17 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEC$ 에서

$$\angle ABC = \angle DEC = 90^\circ, \angle C \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEC$ 의 닮음비는

$$\overline{AB} : \overline{DE} = 12 : 4 = 3 : 1$$

- 18 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{CB} = 8 : 4 = 2 : 1,$$

$$\overline{BC} : \overline{BD} = 4 : 2 = 2 : 1,$$

$\angle B$ 는 공통

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBD \text{ (SAS 닮음)}$$

따라서 $\overline{AC} : \overline{CD} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AC} : 3 = 2 : 1$

$$\therefore \overline{AC} = 6 \text{ (cm)}$$

- 19 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$$\angle ABC = \angle EDC, \angle C \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC \text{ (AA 닮음)}$$

이때 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{DC} = 6 : 4 = 3 : 2$ 이므로

$$\triangle ABC : \triangle EDC = 3^2 : 2^2 = 9 : 4$$

따라서 $27 : \triangle EDC = 9 : 4$ 이므로 $\triangle EDC = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\therefore \square ABED = \triangle ABC - \triangle EDC = 27 - 12 = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 20 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로 $20^2 = 16 \times (16 + \overline{CD})$

$$400 = 256 + 16\overline{CD}, 16\overline{CD} = 144 \quad \therefore \overline{CD} = 9 \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$ 이므로 $\overline{AC}^2 = 9 \times 25 = 225$

$$\therefore \overline{AC} = 15 \text{ (cm)} \text{ (} \because \overline{AC} > 0 \text{)}$$

서술형

- 1 (1) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 72^\circ$

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$$

이때 $\triangle BCD$ 에서 $\angle BDC = 180^\circ - (36^\circ + 72^\circ) = 72^\circ$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = 6 \text{ cm}$$

- (2) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle A = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$$

즉 $\triangle ABD$ 에서 $\angle A = \angle ABD$ 이므로

$$\overline{AD} = \overline{BD} = 6 \text{ cm}$$

- 2 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

이때 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 56^\circ = 118^\circ \quad \dots\dots [4\text{점}]$$

- 3 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 외심을 지나므로

$$\angle BAC = 2 \times 22^\circ = 44^\circ \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

이때 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 44^\circ = 88^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 88^\circ) = 46^\circ \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

한편 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$$

이때 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 46^\circ - 34^\circ = 12^\circ \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 4 평행사변형에서 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다. [2점]

따라서 $\angle ADO = \angle ABO = 40^\circ$ 이고 $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로

$$\triangle AOD \text{에서 } \angle x = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

또 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle y = \angle ABD = 40^\circ$ (엇각) [2점]

$$\therefore \angle x - \angle y = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ \quad \dots\dots [2\text{점}]$$

- 5 두 원기둥 A, B의 높음비가 $4 : 8 = 1 : 2$ 이므로 밑면의 넓이의 비는

$$1^2 : 2^2 = 1 : 4 \quad \dots\dots [4\text{점}]$$

이때 원기둥 A의 밑면의 넓이는 $\pi \times 1^2 = \pi \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로

$$\pi : (\text{원기둥 B의 밑면의 넓이}) = 1 : 4 \text{에서}$$

$$(\text{원기둥 B의 밑면의 넓이}) = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots [3\text{점}]$$

실전 모의고사 4회

p.99~p.102

- 01 ③ 02 ④ 03 ④ 04 ② 05 ① 06 ⑤ 07 ③ 08 ②
09 ② 10 ④ 11 ③ 12 ③ 13 ⑤ 14 ① 15 ⑤ 16 ④
17 ① 18 ③ 19 ① 20 ②

서술형

1 6 cm 2 50° 3 8 cm² 4 155° 5 $48\frac{4}{25}$ cm

- 01 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle C = 65^\circ$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로
 $\angle BDC = \angle C = 65^\circ$
 $\therefore \angle DBC = 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$
 $\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 65^\circ - 50^\circ = 15^\circ$

- 02 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAD = \angle B = 70^\circ$ (동위각)

- 03 $\triangle BAC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle A = \angle x$
 $\therefore \angle DBC = \angle x + \angle x = 2\angle x$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle DBC = 2\angle x$

$\triangle DAC$ 에서 $\angle DCE = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$

$\triangle DCE$ 에서 $\overline{CD} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEC = \angle DCE = 3\angle x$

따라서 $\triangle DAE$ 에서 $\angle EDF = \angle x + 3\angle x = 4\angle x$

$\triangle EDF$ 에서 $\overline{DE} = \overline{EF}$ 이므로 $\angle EFD = \angle EDF = 4\angle x$

$\triangle AEF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이므로 $\angle AEF = \angle AFE = 4\angle x$

따라서 $\triangle AEF$ 에서 $\angle x + 4\angle x + 4\angle x = 180^\circ$ 이므로

$$9\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$$

- 04 ①, ⑤ $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로

$$\overline{BD} = \overline{CD}, \angle PDB = \angle PDC = 90^\circ$$

- ③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle ACD$

- ④ $\triangle PBD$ 와 $\triangle PCD$ 에서

$$\overline{BD} = \overline{CD}, \angle PDB = \angle PDC = 90^\circ, \overline{PD} \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle PBD \equiv \triangle PCD$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle PBD = \angle PCD$$

- 05 $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHS 합동)이므로

$$\overline{AE} = \overline{AC} = 6 \text{ cm}, \overline{DE} = \overline{DC}$$

$$\therefore \overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 10 - 6 = 4 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle BDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EB}$$

$$= \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{EB}$$

$$= \overline{BC} + \overline{EB}$$

$$= 8 + 4 = 12 \text{ (cm)}$$

- 06 $\angle OBC = \angle x$ 라고 하면

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OCB = \angle OBC = \angle x$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = \angle x + 30^\circ$$

$\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = \angle x + 40^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$(\angle x + 30^\circ) + (\angle x + 40^\circ) + 30^\circ + 40^\circ = 180^\circ \text{이므로}$$

$$2\angle x = 40^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - (30^\circ + 20^\circ) - (30^\circ + 20^\circ) = 80^\circ$$

- 07 $\overline{OC}$ 를 그으면 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$

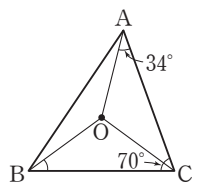
이므로

$$\angle OCA = \angle OAC = 34^\circ$$

$$\therefore \angle OCB = 70^\circ - 34^\circ = 36^\circ$$

따라서 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$$



- 08 ㉠, ㉡ $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이지만

$\overline{AD} = \overline{BD}$ 인지는 알 수 없다.

- ㉢ $\angle BIE = \angle BID$, $\angle CIE = \angle CIF$ 이지만

$\angle BIE = \angle CIE$ 인지는 알 수 없다.

- ㉣, ㉤ $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$ 이지만

$\overline{IA} = \overline{IB} = \overline{IC}$ 인지는 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

- 09 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAB = \angle IAE = \angle x$, $\angle IBA = \angle IBD = \angle y$ 라고 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $2\angle x + 2\angle y + 68^\circ = 180^\circ$ 이므로
 $2(\angle x + \angle y) = 112^\circ \quad \therefore \angle x + \angle y = 56^\circ$
 한편 $\triangle ADC$ 에서 $\angle ADB = \angle x + 68^\circ$,
 $\triangle BCE$ 에서 $\angle BEA = \angle y + 68^\circ$ 이므로
 $\angle ADB + \angle BEA = (\angle x + 68^\circ) + (\angle y + 68^\circ)$
 $= (\angle x + \angle y) + 136^\circ$
 $= 56^\circ + 136^\circ = 192^\circ$
- 10 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이므로
 $110^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, $\frac{1}{2}\angle A = 20^\circ \quad \therefore \angle A = 40^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$
- 11 ① $\overline{CD} = \overline{AB} = 5$ cm
 ② $\angle ABC = \angle ADC = 70^\circ$
 ③ $\overline{AC} = 8$ cm인지는 알 수 없다.
 ④ $\angle BCD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
 ⑤ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC = \triangle DCB$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.
- 13 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $2x + 3 = 3x - 1 \quad \therefore x = 4$
 즉 $\overline{AO} = 2x + 3 = 2 \times 4 + 3 = 11$ 이므로
 $\overline{AC} = 2\overline{AO} = 2 \times 11 = 22$
- 15 $\triangle ABG \cong \triangle DFG$ (ASA 합동) (①)이므로 $\overline{AG} = \overline{DG}$
 이때 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\overline{AG} = \overline{DG} = \overline{AB}$ (③)
 마찬가지로 방법으로 $\triangle ABH \cong \triangle ECH$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{BH} = \overline{CH} = \overline{AB}$
 따라서 $\overline{AG} \parallel \overline{BH}$ 이고 $\overline{AG} = \overline{AB} = \overline{BH}$ 이므로 $\square ABHG$ 는
 마름모이다.
 $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{GH}$ (②), $\overline{AH} \perp \overline{BG}$ (④)
 ⑤ $\overline{AH} = \overline{BG}$ 인지는 알 수 없다.
- 16 두 원뿔 A, B의 뒀음비는 6 : 15 = 2 : 5
 원뿔 A의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $r : 5 = 2 : 5 \quad \therefore r = 2$
 $\therefore$ (원뿔 A의 밑면의 둘레의 길이) $= 2\pi \times 2 = 4\pi$ (cm)
- 17 세 사각뿔 A, A+B, A+B+C의 뒀음비가 1 : 2 : 3이므로
 부피의 비는 $1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$
 따라서 세 입체도형 A, B, C의 부피의 비는
 $1 : (8-1) : (27-8) = 1 : 7 : 19$ 이므로
 $7 : 19 = 35 : 19$ (입체도형 C의 부피)
 $\therefore$ (입체도형 C의 부피) $= 95$ (cm³)
- 18 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 뒀음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 에서 $\overline{AB} : 5 = (5+3) : 4$
 $4\overline{AB} = 40 \quad \therefore \overline{AB} = 10$ (cm)
 $\therefore \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 10 - 4 = 6$ (cm)

- 19 $\overline{AF} = \overline{EF} = 7$ cm이고 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{BC} = \overline{AC} = 7 + 3 = 10$ (cm)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 10 - 8 = 2$ (cm)
 한편 $\triangle DBE \sim \triangle ECF$ (AA 뒀음)이므로
 $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 에서 $2 : 3 = \overline{DE} : 7$
 $3\overline{DE} = 14 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{14}{3}$ (cm)
 $\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = \frac{14}{3}$ cm
- 20 $\triangle OBC \sim \triangle ODA$ (AA 뒀음)이고 뒀음비는
 $\overline{BC} : \overline{DA} = 4 : 2 = 2 : 1$ 이므로
 넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$
 따라서 $\triangle OBC : \triangle ODA = 4 : 1$ 이므로
 $4 : \triangle ODA = 4 : 1 \quad \therefore \triangle ODA = 1$ (cm²)
 또 $\overline{OB} : \overline{OD} = \overline{OC} : \overline{OA} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle OAB = \triangle ODC = 2$ (cm²)
 따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는
 $\triangle OAD + \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD$
 $= 1 + 2 + 4 + 2 = 9$ (cm²)

서술형

- 1 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle DBA = 90^\circ - \angle DAB = \angle EAC$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE$ (RHA 합동) [5점]
 따라서 $\overline{DA} = \overline{EC} = 3$ cm이므로
 $\overline{BD} = \overline{AE} = \overline{DE} - \overline{DA} = 9 - 3 = 6$ (cm) [3점]
- 2 $\angle AOB = 360^\circ \times \frac{5}{5+6+7} = 360^\circ \times \frac{5}{18} = 100^\circ$ [4점]
 $\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$ [3점]
- 3 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 8 + 6)$
 $24 = 12r \quad \therefore r = 2$ [4점]
 $\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8$ (cm²) [3점]
- 4 $\angle A = \angle C = 130^\circ$ 이므로
 $\angle DAF = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$ [2점]
 따라서 $\triangle AFD$ 에서
 $\angle ADF = 180^\circ - (65^\circ + 90^\circ) = 25^\circ$ [2점]
 이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DEC = \angle ADF = 25^\circ$ (엇각) [2점]
 $\therefore \angle BEF = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$ [2점]
- 5 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{BC}$ 이므로
 $3 \times 4 = \overline{AD} \times 5 \quad \therefore \overline{AD} = \frac{12}{5}$ (cm) [2점]

$$\begin{aligned} \triangle DAC \text{에서 } \overline{DA}^2 &= \overline{AE} \times \overline{AC} \text{이므로} \\ \left(\frac{12}{5}\right)^2 &= \overline{AE} \times 4 \quad \therefore \overline{AE} = \frac{36}{25} \text{ (cm)} \quad \dots\dots [3\text{점}] \\ \text{이때 } \overline{CE} &= 4 - \frac{36}{25} = \frac{64}{25} \text{ (cm)이고} \quad \dots\dots [2\text{점}] \\ \triangle DAC \text{에서 } \overline{DE}^2 &= \overline{AE} \times \overline{CE} \text{이므로} \\ \overline{DE}^2 &= \frac{36}{25} \times \frac{64}{25} = \frac{2304}{625} \\ \therefore \overline{DE} &= \frac{48}{25} \text{ (cm)} \quad (\because \overline{DE} > 0) \quad \dots\dots [3\text{점}] \end{aligned}$$

실전 모의고사 5회

p.103~p.106

01 ③ 02 ④ 03 ① 04 ⑤ 05 ② 06 ② 07 ③ 08 ④
 09 ③ 10 ① 11 ① 12 ⑤ 13 ④ 14 ② 15 ④ 16 ②
 17 ④ 18 ③ 19 ⑤ 20 ⑤

서술형

1 24 cm² 2 180° 3 40° 4 18 cm² 5 81 cm³

- 01 $\angle ABC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
 이때 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$
- 02 $\angle B = \angle x$ 라고 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle B = \angle x$
 $\angle DAC = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDA = \angle CAD = 2\angle x$
 즉 $2\angle x = 52^\circ$ 이므로 $\angle x = 26^\circ$
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle DCE = 26^\circ + 52^\circ = 78^\circ$
- 03 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = 55^\circ$
 따라서 $\triangle ABD$ 에서
 $\angle BAD = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$

04 ⑤ RHS 합동

- 05 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라고 하면

$\triangle AED \cong \triangle ACD$ (RHA 합동)

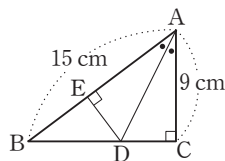
이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$

이때 $\overline{DE} = \overline{DC} = x$ cm라고 하면

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 에서

$$54 = \frac{1}{2} \times 15 \times x + \frac{1}{2} \times x \times 9, 12x = 54 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이는 $\frac{9}{2}$ cm이다.



- 06 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle x = \angle B = 40^\circ$
 또 $\triangle ABC$ 의 외심 O가 변 BC 위에 있으므로 $\angle BAC = 90^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle y = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$

- 07 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBI = \angle IBC = \angle DIB, \angle ECI = \angle ICB = \angle EIC$
 따라서 $\overline{DI} = \overline{DB} = 4$ cm, $\overline{EI} = \overline{EC} = 5$ cm이므로
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = 4 + 5 = 9$ (cm)

- 08 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC = 90^\circ + 21^\circ = 111^\circ$

- 09 $\triangle AEC$ 에서 $\angle ACE = 68^\circ - 28^\circ = 40^\circ$

$\overline{OB}$ 를 그으면 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle AOB = 2\angle ACB$$

$$= 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

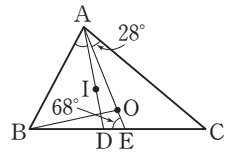
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 28^\circ + 50^\circ = 78^\circ$$

이때 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle CAB = \frac{1}{2} \times 78^\circ = 39^\circ$$



- 10 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{AB} = \overline{DC} = 12$ cm, $\overline{AD} = \overline{BC} = 20$ cm
 한편 $\angle ABE = \angle EBF$ 이고 $\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)이므로
 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
 따라서 $\overline{AE} = \overline{AB} = 12$ cm이므로
 $\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 20 - 12 = 8$ (cm)

- 11 $\overline{OC} = \overline{OA} = 4$ cm, $\overline{OD} = \overline{OB} = 6$ cm, $\overline{DC} = \overline{AB} = 5$ cm이므로
 $(\triangle OCD \text{의 둘레의 길이}) = \overline{OC} + \overline{CD} + \overline{DO}$
 $= 4 + 5 + 6 = 15$ (cm)

- 12 $\angle APD = \angle a$ 라고 하면
 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로
 $\angle ADP = \angle APD = \angle a \quad \therefore \angle PAD = 180^\circ - 2\angle a$
 이때 $\square ABCD$ 는 정사각형이므로
 $\angle PAB = (180^\circ - 2\angle a) - 90^\circ = 90^\circ - 2\angle a$
 또 $\triangle APB$ 에서 $\overline{AP} = \overline{AB}$ 이므로
 $\angle ABP = \angle APB = \angle a + \angle x$
 따라서 $(90^\circ - 2\angle a) + (\angle a + \angle x) + (\angle a + \angle x) = 180^\circ$
 이므로
 $2\angle x = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 45^\circ$

- 13 ④ ㉔: 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 직교한다.

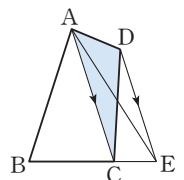
- 14 $\overline{AE}$ 를 그으면 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

$$\triangle ABE = \triangle ABC + \triangle ACE$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \square ABCD = 27 \text{ cm}^2$$



이때 $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로

$$\triangle ACE = 27 \times \frac{1}{2+1} = 27 \times \frac{1}{3} = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\therefore \triangle ACD = \triangle ACE = 9 \text{ cm}^2$$

- 15 ④ 닮은 두 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

- 16 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{DC} \text{에서 } (\overline{BD} + 6) : 9 = 9 : 6$$

$$6\overline{BD} + 36 = 81, 6\overline{BD} = 45 \quad \therefore \overline{BD} = 7.5 \text{ (cm)}$$

- 17 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle EDF = \angle BAD + \angle ABD$$

$$= \angle BAD + \angle CAF = \angle BAC$$

$\triangle BCE$ 에서

$$\angle DEF = \angle EBC + \angle BCE$$

$$= \angle EBC + \angle ABD = \angle ABC$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} \text{이므로}$$

$$8 : 4 = 12 : \overline{EF}, 8\overline{EF} = 48 \quad \therefore \overline{EF} = 6 \text{ (cm)}$$

- 18 $\triangle BFE \sim \triangle DFC$ (AA 닮음)이고

$$\overline{DC} = \overline{BC} = 12 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{BF} : \overline{DF} = \overline{BE} : \overline{DC} \text{에서 } 8 : \overline{DF} = 8 : 12$$

$$8\overline{DF} = 96 \quad \therefore \overline{DF} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } \overline{BD} = \overline{BF} + \overline{DF} = 8 + 12 = 20 \text{ (cm)이므로}$$

$$\overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ (cm)}$$

- 19 $\triangle ABC \sim \triangle EOC$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{EO} = \overline{BC} : \overline{OC} \text{에서 } 12 : \overline{EO} = 16 : 10$$

$$16\overline{EO} = 120 \quad \therefore \overline{EO} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle OEC = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{15}{2} = \frac{75}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

20 (축척) = $\frac{8 \text{ cm}}{10 \text{ m}} = \frac{8 \text{ cm}}{1000 \text{ cm}} = \frac{1}{125}$ 이므로

$$(\overline{AC} \text{의 실제 길이}) = 5 \text{ (cm)} \times 125 = 625 \text{ (cm)} = 6.25 \text{ (m)}$$

$$\therefore (\text{나무의 실제 높이}) = 1.75 + (\overline{AC} \text{의 실제 길이}) \\ = 1.75 + 6.25 = 8 \text{ (m)}$$

- 2 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IAB = \angle IAE = \angle a, \angle IBA = \angle IBD = \angle b \text{라고 하면}$$

..... [2점]

$$\triangle ABC \text{에서 } 2\angle a + 2\angle b + 60^\circ = 180^\circ \text{이므로}$$

$$2(\angle a + \angle b) = 120^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 60^\circ \quad \text{..... [3점]}$$

$$\text{한편 } \triangle BCE \text{에서 } \angle x = \angle b + 60^\circ,$$

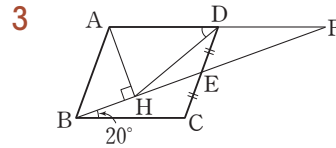
$$\triangle ADC \text{에서 } \angle y = \angle a + 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x + \angle y = (\angle b + 60^\circ) + (\angle a + 60^\circ)$$

$$= (\angle a + \angle b) + 120^\circ$$

$$= 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

..... [4점]



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선이 만나는 점을 F라고 하면

$$\triangle BCE \equiv \triangle FDE \text{ (ASA 합동)이므로}$$

$$\angle EFD = \angle EBC = 20^\circ, \overline{FD} = \overline{BC}$$

..... [4점]

한편 $\triangle AHF$ 는 $\angle AHF = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고,

$$\overline{FD} = \overline{BC} = \overline{AD} \text{이므로 점 D는 } \triangle AHF \text{의 외심이다.}$$

..... [2점]

따라서 $\triangle DHF$ 에서 $\overline{DH} = \overline{DF}$ 이므로

$$\angle DHF = \angle DFH = 20^\circ$$

$$\therefore \angle ADH = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

..... [3점]

- 4 $\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)이므로

..... [3점]

$$\triangle ABC = \square ABFO + \triangle COF$$

$$= \square ABFO + \triangle AOE$$

$$= \square ABFE = 36 \text{ cm}^2$$

..... [3점]

$$\therefore \triangle DOC = \triangle AOB = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 36 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

..... [2점]

- 5 두 삼각기둥 (가), (나)의 닮음비는 $\overline{DE} : \overline{D'E'} = 2 : 3$ 이므로

..... [1점]

$$\overline{CF} : \overline{C'F'} = 2 : 3 \text{에서 } 6 : \overline{C'F'} = 2 : 3$$

$$2\overline{C'F'} = 18 \quad \therefore \overline{C'F'} = 9 \text{ (cm)}$$

..... [3점]

따라서 삼각기둥 (나)의 부피는

$$\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 6\right) \times 9 = 81 \text{ (cm}^3\text{)}$$

..... [3점]

서술형

- 1 $\triangle ABF$ 와 $\triangle BCG$ 에서

$$\angle AFB = \angle BGC = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{BC},$$

$$\angle BAF = 90^\circ - \angle ABF = \angle CBG$$

$$\therefore \triangle ABF \equiv \triangle BCG \text{ (RHA 합동)}$$

..... [3점]

$$\text{따라서 } \overline{BG} = \overline{AF} = 12 \text{ cm}, \overline{BF} = \overline{CG} = 8 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{FG} = \overline{BG} - \overline{BF} = 12 - 8 = 4 \text{ (cm)}$$

..... [2점]

$$\therefore \triangle AFG = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

..... [2점]

실전 모의고사 6회

p.107~p.110

01 ③ 02 ④ 03 ② 04 ④ 05 ③ 06 ⑤ 07 ② 08 ②, ④

09 ⑤ 10 ① 11 ⑤ 12 ④ 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ③

17 ② 18 ④ 19 ③ 20 ②

서술형

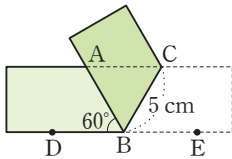
1 (1) 이등변삼각형 (2) 3 cm 2 $\frac{153}{4}\pi \text{ cm}^2$ 3 $16\pi \text{ cm}^2$

4 풀이 참조 5 190 cm^3

- 01 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle C = \angle B = 2\angle x - 30^\circ$
 따라서 $\angle x + (2\angle x - 30^\circ) + (2\angle x - 30^\circ) = 180^\circ$ 이므로
 $5\angle x = 240^\circ \quad \therefore \angle x = 48^\circ$

- 02 $\triangle DBE$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEB = \angle DBE = \angle x$
 $\therefore \angle ADE = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{DE} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle DAE = \angle ADE = 2\angle x$
 한편 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle AED = \angle CAE = 32^\circ$ (엇각)
 따라서 $\triangle ADE$ 에서 $2\angle x + 2\angle x + 32^\circ = 180^\circ$ 이므로
 $4\angle x = 148^\circ \quad \therefore \angle x = 37^\circ$

03



$\angle ABE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 이고 $\angle ABC = \angle CBE$ (접은 각)
 이므로

$$\angle ABC = \angle CBE = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

또 $\overline{AC} \parallel \overline{BE}$ 이므로 $\angle ACB = \angle CBE = 60^\circ$ (엇각)
 따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 그 둘레의 길이는
 $5 \times 3 = 15$ (cm)

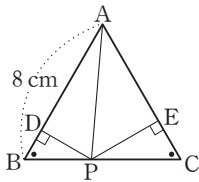
- 04 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB} = 8$ cm
 $\overline{AP}$ 를 그으면

$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle ACP$
 이므로

$$28 = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{PE}$$

$$28 = 4(\overline{PD} + \overline{PE})$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} = 7$$
 (cm)



- 05 $\overline{AD}$ 를 그으면

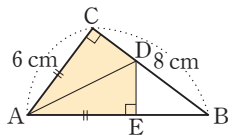
$\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHS 합동)
 이므로

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 18 = 9$$
 (cm²)

이때 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{CD}$ 이므로

$$9 = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = 3$$
 (cm)

$$\therefore \overline{BD} = 8 - 3 = 5$$
 (cm)



- 06 $\triangle ABC$ 의 외심 O가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로
 $\angle BAC = 90^\circ$

또 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ$

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

점 O'이 $\triangle AOC$ 의 외심이므로

$$\angle OO'C = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$$

- 07 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외접원의 지름이 10 cm이므로
 $\overline{BC} = 10$ cm

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20$$
 (cm²)

- 08 ② 둔각삼각형의 내심은 삼각형의 내부에 있다.

④ 삼각형의 내심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 모두 같은지는 알 수 없다.

- 09 점 I에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의

발을 각각 D, E라고 하면

$\square IDCE$ 는 정사각형이므로

$$\angle DIE = 90^\circ$$

이때 내접원의 반지름의 길이를

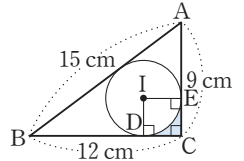
r cm라고 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 9 = \frac{1}{2} \times r \times (15 + 12 + 9)$$

$$54 = 18r \quad \therefore r = 3$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$3 \times 3 - \pi \times 3^2 \times \frac{90}{360} = 9 - \frac{9}{4}\pi$$
 (cm²)



- 10 $\angle BOC = 2 \times 62^\circ = 124^\circ$

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 62^\circ = 121^\circ$$

$$\therefore \angle BOC - \angle BIC = 124^\circ - 121^\circ = 3^\circ$$

- 11 $\angle DAE = \angle AEC = \angle x$ (엇각)이므로

$$\angle CAE = \angle DAE = \angle x$$

$\angle D = \angle B = 72^\circ$ 이므로 $\triangle ACD$ 에서

$$2\angle x + 44^\circ + 72^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 64^\circ \quad \therefore \angle x = 32^\circ$$

- 12 $\overline{OB} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$ (cm)

따라서 $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는

$$\frac{15}{2} + 12 + \frac{15}{2} = 27$$
 (cm)

- 13 $\angle DFE = \angle AFB = 56^\circ$ (맞꼭지각)이므로

$$\triangle DFE$$
에서 $\angle FDE = 180^\circ - (56^\circ + 90^\circ) = 34^\circ$

$$\therefore \angle ABD = \angle FDE = 34^\circ$$
 (엇각)

- 14 $\triangle BCF \equiv \triangle DCF$ (SAS 합동)이므로

$$\angle FDC = \angle FBC = 21^\circ$$

따라서 $\triangle DFC$ 에서

$$\angle AFD = 21^\circ + 45^\circ = 66^\circ$$

- 15 ④ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

- 16 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (SAS 닮음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{BC} : \overline{AC}$$
에서 $16 : \overline{DA} = 20 : 10$

$$20\overline{DA} = 160 \quad \therefore \overline{AD} = 8$$
 (cm)

17 두 원기둥 A, B의 뒀음비는 $5 : 7.5 = 2 : 3$ 이므로
 $3 : (\text{원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이}) = 2 : 3$
 $\therefore (\text{원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이}) = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$
따라서 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times \frac{9}{2} = 9\pi \text{ (cm)}$

18 세 원의 반지름의 길이의 비가 $2 : 4 : 5$ 이므로
넓이의 비는 $2^2 : 4^2 : 5^2 = 4 : 16 : 25$
이때 가장 큰 원의 넓이가 $100\pi \text{ cm}^2$ 이므로
(가장 작은 원의 넓이) : $100\pi = 4 : 25$ 에서
(가장 작은 원의 넓이) = $16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
또 (중간 크기 원의 넓이) : $100\pi = 16 : 25$ 에서
(중간 크기 원의 넓이) = $64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 64\pi - 16\pi = 48\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

19 $\triangle DBC \sim \triangle QBO$ (AA 뒀음)이므로
 $\overline{DC} : \overline{QO} = \overline{BC} : \overline{BO}$ 에서 $6 : \overline{QO} = 8 : 5$
 $8\overline{QO} = 30 \quad \therefore \overline{QO} = \frac{15}{4} \text{ (cm)}$
한편 $\triangle POD \equiv \triangle QOB$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{PQ} = 2\overline{OQ} = 2 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$

20 ①, ②, ③ $\triangle ABC \sim \triangle HBA \sim \triangle HAC$
④ $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BH} : \overline{CH}$
⑤ $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로 $8^2 = 4(4+x)$
 $64 = 16 + 4x, 4x = 48 \quad \therefore x = 12$
따라서 옳은 것은 ②이다.

서술형

1 (1) $\angle BAE = \angle DAE$ 이고, $\angle AEB = \angle AED$ (엇각)이므로
 $\angle BAE = \angle AED$
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이다.
(2) $\triangle ABE$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\triangle CDE$ 는 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이다.
이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 9 \text{ cm}$ 이고
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 6 \text{ cm}, \overline{CE} = \overline{CD} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{FE} = 6 + 6 - 9 = 3 \text{ (cm)}$

2 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
(외접원의 반지름의 길이) = $\frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2} \text{ (cm)}$ [3점]
내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면
 $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} \times r \times (12 + 13 + 5)$
 $30 = 15r \quad \therefore r = 2$ [3점]
따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $\pi \times \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \pi \times 2^2 = \frac{169}{4}\pi - 4\pi = \frac{153}{4}\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots [2점]$

3 $\overline{AF} = \overline{AD} = 6 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 14 - 6 = 8 \text{ (cm)}$
 $\overline{BD} = \overline{BE} = 7 \text{ cm}$ [3점]
 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2}r(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$ 에서
 $84 = \frac{1}{2}r \times \{(6+7) + (7+8) + 14\}$
 $84 = 21r \quad \therefore r = 4$ [3점]
따라서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이가 4 cm 이므로 그
넓이는
 $\pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots [2점]$

4 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}, \angle ABC = \angle DCB = 90^\circ, \overline{BC}$ 는 공통
이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) [5점]
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DB}$ [2점]

5 자르기 전 삼각뿔과 잘라 낸 삼각뿔의 뒀음비는
 $15 : (15 - 5) = 3 : 2$ 이므로
부피의 비는 $3^3 : 2^3 = 27 : 8$ [3점]
이때 자르기 전 삼각뿔의 부피가 270 cm^3 이므로
 $270 : (\text{잘라 낸 삼각뿔의 부피}) = 27 : 8$
 $\therefore (\text{잘라 낸 삼각뿔의 부피}) = 80 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots\dots [3점]$
따라서 구하는 삼각뿔대의 부피는
 $270 - 80 = 190 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots\dots [3점]$



VI 도형의 성질

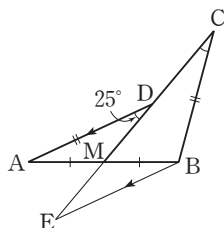
1. 이등변삼각형과 직각삼각형

p.112~p.115

01 ④ 02 ② 03 ⑤ 04 ④ 05 ② 06 ③ 07 ① 08 ②
09 ④ 10 ① 11 ② 12 ② 13 ⑤ 14 ① 15 ① 16 ②, ④

- 01 $\angle DBE = \angle a$ 라고 하면
 $\angle A = \angle DBE = \angle a$, $\angle EBC = \angle a - 10^\circ$
 이때 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle C = \angle ABC = \angle a + (\angle a - 10^\circ) = 2\angle a - 10^\circ$
 즉 $\angle a + (2\angle a - 10^\circ) + (2\angle a - 10^\circ) = 180^\circ$ 이므로
 $5\angle a = 200^\circ \quad \therefore \angle a = 40^\circ$
 따라서 $\triangle EBC$ 에서 $\angle EBC = 40^\circ - 10^\circ = 30^\circ$,
 $\angle C = 2 \times 40^\circ - 10^\circ = 70^\circ$ 이므로
 $\angle BEC = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 80^\circ$
- 02 $\angle FGB = \angle a$ 라고 하면
 $\triangle FGB$ 에서 $\overline{FG} = \overline{FB}$ 이므로 $\angle FBG = \angle FGB = \angle a$
 $\therefore \angle EFB = \angle a + \angle a = 2\angle a$
 $\triangle BDF$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BF}$ 이므로
 $\angle BDF = \angle BFD = 2\angle a$
 $\triangle DGB$ 에서 $\angle DBC = 2\angle a + \angle a = 3\angle a$
 즉 $3\angle a = 63^\circ$ 이므로 $\angle a = 21^\circ$
 이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 63^\circ$ (엇각)이고,
 $\angle EDB = 2\angle a = 2 \times 21^\circ = 42^\circ$ 이므로
 $\angle ADE = 63^\circ - 42^\circ = 21^\circ$
 한편 $\triangle AED$ 에서 $\angle AED = 180^\circ - (90^\circ + 21^\circ) = 69^\circ$ 이므로
 $\angle FEB = \angle AED = 69^\circ$ (맞꼭지각)
 $\therefore \angle FEB - \angle ADE = 69^\circ - 21^\circ = 48^\circ$
- 03 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 34^\circ) = 73^\circ$
 한편 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle BAD = 34^\circ + \angle CAD = \angle CAE$
 이므로 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle ABD = \angle ACE$
 따라서 $\triangle BCP$ 에서
 $\angle BPE = \angle CBP + \angle BCP$
 $= (73^\circ - \angle ABD) + (73^\circ + \angle ACE)$
 $= 146^\circ$

- 04 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나
 면서 $\overline{AD}$ 에 평행한 직선을 그어
 $\overline{CM}$ 의 연장선과 만나는 점을 E
 라고 하자.
 $\triangle ADM$ 와 $\triangle BEM$ 에서
 $\overline{AM} = \overline{BM}$,



$\angle MAD = \angle MBE$ (엇각), $\angle AMD = \angle BME$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle ADM \cong \triangle BEM$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AD}$, $\angle MEB = \angle MDA = 25^\circ$
 따라서 $\triangle BCE$ 는 $\overline{BC} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BCM = \angle BEM = 25^\circ$

- 05 $\angle BAC = 3\angle C$ 이고 $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC$ 이므로
 $\angle EAC = \angle C$
 따라서 $\triangle AEC$ 는 $\overline{EA} = \overline{EC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{EA} = \overline{EC} = 6 \text{ cm}$
 또 $\triangle AEC$ 에서 $\angle AEB = \angle EAC + \angle C$ 이므로
 $\angle BAE = \angle BEA$
 따라서 $\triangle BAE$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BA} = \overline{BE} = 5 \text{ cm}$
 따라서 $\triangle ABE$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EA} = 5 + 5 + 6 = 16 \text{ (cm)}$
- 06 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$
 이때 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$ 이므로 $\angle FEC = \angle B$ (동위각)
 또 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEB = \angle C$ (동위각)
 즉 $\angle B = \angle DEB$ 이므로 $\triangle DBE$ 는 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\angle C = \angle FEC$ 이므로 $\triangle FEC$ 는 $\overline{FE} = \overline{FC}$ 인 이등변삼각형이다.
 따라서 사각형 ADEF의 둘레의 길이는
 $\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{FE} + \overline{AF} = (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{FC} + \overline{AF})$
 $= \overline{AB} + \overline{AC}$
 $= 8 + 8$
 $= 16 \text{ (cm)}$
- 07 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.
 이때 $\overline{AE} : \overline{AC} = 5 : 7$ 이므로
 $\overline{AE} = 5k \text{ cm}$, $\overline{AC} = 7k \text{ cm}$ (단, k 는 상수)라고 하면
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7k \text{ cm}$,
 $\overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 7k - 5k = 2k \text{ (cm)}$
 즉 $7k + 2k = 54$ 이므로
 $9k = 54 \quad \therefore k = 6$
 $\therefore \overline{AE} = 5k = 5 \times 6 = 30 \text{ (cm)}$
- 08 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 72^\circ$
 $\therefore \angle PBC = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ$
 이때 $\triangle BCP$ 에서 $\angle BPC = 180^\circ - (36^\circ + 72^\circ) = 72^\circ$ 이므로
 $\triangle BCP$ 는 $\overline{BC} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \triangle BPQ \cong \triangle BCQ$ (ASA 합동)
 이때 $\triangle BPQ = b - a$ 이므로
 $\triangle BCQ = \triangle BPQ = b - a$
 $\therefore \triangle ABC = \triangle ABQ + \triangle QBC$
 $= b + (b - a)$
 $= 2b - a$

09 $\overline{AB} \parallel \overline{C'B'}$ 이므로

$\angle B = \angle DEB'$ (엇각), $\angle BAD = \angle B'$ (엇각)

이때 $\triangle ABC \equiv \triangle AB'C'$ 이므로 $\angle B = \angle B'$

$\therefore \angle B = \angle BAD, \angle B' = \angle DEB'$

따라서 $\triangle ABD, \triangle B'ED$ 는 각각 $\overline{DA} = \overline{DB}, \overline{DB'} = \overline{DE}$ 인

이등변삼각형이므로

$$\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE}$$

$$= \overline{AD} + \overline{DB'}$$

$$= \overline{AB'}$$

$$= \overline{AB} = 7 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 10 - 7 = 3 \text{ (cm)}$$

10 $\triangle ABF$ 와 $\triangle BCG$ 에서

$\angle AFB = \angle BGC = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{BC},$

$\angle BAF = 90^\circ - \angle ABF = \angle CBG$

이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle BCG$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{BF} = \overline{CG} = 6 \text{ cm}$ 이고, $\overline{BF} : \overline{GE} = 3 : 2$ 이므로

$$6 : \overline{GE} = 3 : 2 \quad \therefore \overline{GE} = 4 \text{ (cm)}$$

또 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{BF} + \overline{FG} = 6 + 3 = 9 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\triangle AGE = \frac{1}{2} \times \overline{GE} \times \overline{AF}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

11 $\triangle ADC$ 와 $\triangle BDE$ 에서

$\angle ADC = \angle BDE = 90^\circ, \overline{AC} = \overline{BE}, \overline{DC} = \overline{DE}$

이므로 $\triangle ADC \equiv \triangle BDE$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{BD} = 7 \text{ cm}, \overline{ED} = \overline{CD} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 7 - 3 = 4 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{BD}$$

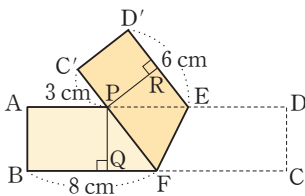
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 7 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$$

12 $\angle PFE = \angle EFC$ (접은 각), $\angle PEF = \angle EFC$ (엇각)이므로

$\angle PFE = \angle PEF$

즉 $\triangle PEF$ 는 $\overline{PE} = \overline{PF}$ 인 이등변삼각형이다.

한편 점 P에서 $\overline{BF}$ 에 내린 수선의 발을 Q, $\overline{D'E}$ 에 내린 수선의 발을 R이라고 하면



$\triangle PQF$ 와 $\triangle PRE$ 에서

$\angle PQF = \angle PRE = 90^\circ, \overline{PF} = \overline{PE}, \overline{PQ} = \overline{PR}$

이므로 $\triangle PQF \equiv \triangle PRE$ (RHS 합동)

이때 $\overline{QF} = \overline{RE} = 6 - 3 = 3 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{BF} - \overline{QF} = 8 - 3 = 5 \text{ (cm)}$$

13 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ADC$ 에서

$\angle AED = \angle ACD = 90^\circ, \overline{AD}$ 는 공통, $\angle EAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)

이때 $\overline{AE} : \overline{BE} = 4 : 3$ 이므로

$$\triangle ADC = \triangle ADE = 28 \times \frac{4}{4+3} = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$$

$$= 28 + 16 = 44 \text{ (cm}^2\text{)}$$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}, \overline{DM}$

을 그으면

$\triangle ABM$ 과 $\triangle AHM$ 에서

$\angle ABM = \angle AHM = 90^\circ,$

$\overline{AM}$ 은 공통, $\overline{BM} = \overline{HM}$

이므로 $\triangle ABM \equiv \triangle AHM$ (RHS 합동)

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AH}$$

또 $\triangle DHM$ 과 $\triangle DCM$ 에서

$\angle DHM = \angle DCM = 90^\circ, \overline{DM}$ 은 공통, $\overline{HM} = \overline{CM}$

이므로 $\triangle DHM \equiv \triangle DCM$ (RHS 합동)

$$\therefore \overline{DH} = \overline{DC}$$

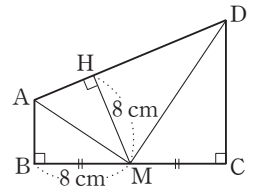
한편 사다리꼴 ABCD의 넓이가 144 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{DC}) \times \overline{BC} = 144$$

$$\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{DC}) \times 16 = 144$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{DC} = 18 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AH} + \overline{DH} = \overline{AB} + \overline{DC} = 18 \text{ cm}$$



15 오른쪽 그림과 같이 점 D에서

$\overline{BA}$ 의 연장선 위에 내린 수선

의 발을 H라고 하면

$\triangle DHA$ 와 $\triangle DEA$ 에서

$\angle DHA = \angle DEA = 90^\circ,$

$\overline{DA}$ 는 공통,

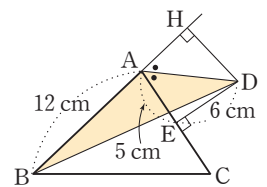
$\angle DAH = \angle DAE$

이므로 $\triangle DHA \equiv \triangle DEA$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{DH} = \overline{DE} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DH}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$



16 $\triangle ABE$ 와 $\triangle HBE$ 에서

$\angle BAE = \angle BHE = 90^\circ, \overline{BE}$ 는 공통, $\angle ABE = \angle HBE$

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle HBE$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{AE} = \overline{HE} \text{ (㉓)}, \angle BEA = \angle BEH$$

한편 $\overline{AD} \parallel \overline{EH}$ 이므로 $\angle AFE = \angle BEH$ (엇각)
 즉 $\angle AFE = \angle AEF$ 이므로 $\triangle AFE$ 는 $\overline{AF} = \overline{AE}$ (①)인
 이등변삼각형이다.
 또 $\overline{FG} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle AFG = \angle ADC = \angle EHC = 90^\circ$ (동위각),
 $\angle AGF = \angle ECH$ (동위각)
 $\triangle AFG$ 와 $\triangle EHC$ 에서
 $\overline{AF} = \overline{EH}$, $\angle AFG = \angle EHC = 90^\circ$,
 $\angle FAG = 90^\circ - \angle AGF = 90^\circ - \angle ECH = \angle HEC$
 이므로 $\triangle AFG \cong \triangle EHC$ (ASA 합동)
 따라서 $\overline{AG} = \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{AE} = \overline{AG} - \overline{EG} = \overline{EC} - \overline{EG} = \overline{GC}$ (⑤)
 따라서 $\overline{AE}$ 와 길이가 같지 않은 것은 ②, ④이다.

2. 삼각형의 외심과 내심

p.116~p.119

- 17 ④ 18 ⑤ 19 ③ 20 ① 21 ③ 22 ① 23 ①
 24 14 cm 25 ③ 26 ⑤ 27 ① 28 ⑤ 29 ① 30 56°
 31 ② 32 43°

17 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 56^\circ = 112^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 112^\circ) = 34^\circ$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로
 $\angle BCD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 34^\circ) = 73^\circ$
 $\therefore \angle OCD = \angle BCD - \angle OCB = 73^\circ - 34^\circ = 39^\circ$

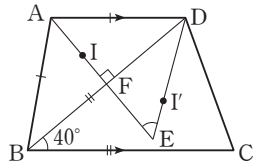
18 $\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OAC = \angle OCA = 20^\circ$
 한편 점 D가 $\overline{AC}$ 위에 있고 $\overline{DA} = \overline{DC}$ 이므로 $\triangle AEC$ 는
 $\angle AEC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
 즉 $\triangle DAE$ 에서 $\overline{DA} = \overline{DE}$ 이므로
 $\angle DEA = \angle DAE = 20^\circ$
 $\therefore \angle DEC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

19 $\triangle EDC$ 에서 $\overline{ED} = \overline{EC}$ 이므로
 $\angle EDC = \angle ECD = 25^\circ$
 $\triangle DBE$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로
 $\angle DEB = \angle DBE = \angle y$

또 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle DOE = \angle BOC$ (맞꼭지각) $= 2\angle x$
 따라서 $\triangle DOE$ 에서 $25^\circ + 2\angle x + \angle y = 180^\circ$ 이므로
 $2\angle x + \angle y = 155^\circ$ ㉠
 한편 $\triangle ABE$ 에서 $\angle BEC = \angle x + \angle y$
 따라서 $\triangle DCE$ 에서 $25^\circ + 25^\circ + (\angle y + \angle x + \angle y) = 180^\circ$
 이므로
 $\angle x + 2\angle y = 130^\circ$ ㉡
 ㉠+㉡을 하면 $3\angle x + 3\angle y = 285^\circ$
 $3(\angle x + \angle y) = 285^\circ \quad \therefore \angle x + \angle y = 95^\circ$

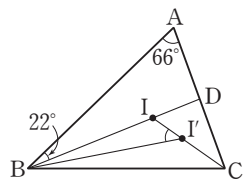
20 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (46^\circ + 82^\circ) = 52^\circ$
 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAB = \angle IAC = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$
 $\angle IBA = \frac{1}{2} \times 46^\circ = 23^\circ$
 따라서 $\triangle ABI$ 에서 $\angle BID = 26^\circ + 23^\circ = 49^\circ$
 한편 $\triangle AHC$ 에서 $\angle CAH = 180^\circ - (90^\circ + 82^\circ) = 8^\circ$ 이므로
 $\angle DAH = 26^\circ - 8^\circ = 18^\circ$
 $\therefore \angle BID - \angle DAH = 49^\circ - 18^\circ = 31^\circ$

21 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 40^\circ$ (엇각)
 $\overline{AI}$ 는 이등변삼각형 ABD의 꼭
 지각의 이등분선이므로 $\overline{AI}$ 의
 연장선과 $\overline{BD}$ 의 교점을 F라고
 하면



$\angle AFD = 90^\circ$
 $\therefore \angle DAF = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$
 한편 $\triangle BDC$ 는 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BDC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 점 I'은 $\triangle BCD$ 의 내심이므로
 $\angle BDI' = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$
 따라서 $\triangle AED$ 에서
 $\angle AED = 180^\circ - (50^\circ + 40^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{I'C}$ 를 그으
 면 두 점 I, I'은 각각 $\triangle ABC$,
 $\triangle DBC$ 의 내심이므로 세 점 I,
 I', C는 한 직선 위에 있다.
 $\triangle ABD$ 에서



$\angle BDC = 66^\circ + 22^\circ = 88^\circ$
 점 I'은 $\triangle DBC$ 의 내심이므로
 $\angle BI'C = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 88^\circ = 134^\circ$
 $\therefore \angle II'B = 180^\circ - 134^\circ = 46^\circ$

23 오른쪽 그림과 같이 점 I를 지나면

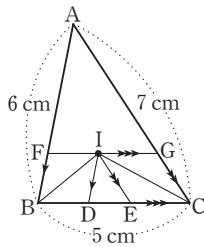
서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 F, G라고 하면 $\triangle FBI$, $\triangle GIC$ 는 각각 $\overline{FB}=\overline{FI}$, $\overline{GI}=\overline{GC}$ 인 이등변삼각형이다.

이때 두 삼각형 FBI, IECG는 각각 평행사변형이므로

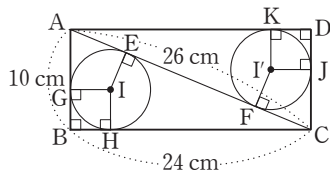
$$\overline{ID}=\overline{FB}=\overline{FI}=\overline{BD}, \overline{IE}=\overline{GC}=\overline{GI}=\overline{EC}$$

따라서 $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{IE}=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{BC}=5 \text{ cm}$$



24



$\overline{IE}$ 를 그으면 $\angle AEI=90^\circ$ 이고, 점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 G, H라고 하자.

$$\overline{AG}=\overline{AE}=x \text{ cm라고 하면}$$

$$\overline{BH}=\overline{BG}=(10-x) \text{ cm}, \overline{CH}=\overline{CE}=(26-x) \text{ cm이므로}$$

$$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH} \text{에서 } 24=(10-x)+(26-x)$$

$$2x=12 \quad \therefore x=6$$

또 $\overline{IF}$ 를 그으면 $\angle AFI'=90^\circ$ 이고, 점 I'에서 $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 J, K라고 하자.

$$\overline{CJ}=\overline{CF}=y \text{ cm라고 하면}$$

$$\overline{DK}=\overline{DJ}=(10-y) \text{ cm}, \overline{AK}=\overline{AF}=(26-y) \text{ cm이므로}$$

$$\overline{AD}=\overline{AK}+\overline{DK} \text{에서 } 24=(26-y)+(10-y)$$

$$2y=12 \quad \therefore y=6$$

$$\text{따라서 } \overline{AE}=\overline{CF}=6 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{EF}=\overline{AC}-\overline{AE}-\overline{CF}=26-6-6=14 \text{ (cm)}$$

다른 풀이

$\triangle ABC$ 의 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$$\frac{1}{2} \times 24 \times 10 = \frac{1}{2} r \times (10+24+26)$$

$$120=30r \quad \therefore r=4$$

$$\therefore \overline{AE}=\overline{AG}=\overline{AB}-\overline{GB}=10-4=6 \text{ (cm)}$$

마찬가지 방법으로 $\overline{CF}=6$ cm이므로

$$\overline{EF}=\overline{AC}-\overline{AE}-\overline{CF}=26-6-6=14 \text{ (cm)}$$

25 $\overline{IH}$ 는 $\triangle ABC$ 의 내접원 I의 반지름의 길이이므로

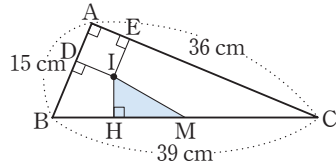
$$\overline{IH}=r \text{ cm라고 하면}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} r (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} \times 15 \times 36 = \frac{1}{2} r \times (15+39+36)$$

$$270=45r \quad \therefore r=6, \text{ 즉 } \overline{IH}=6 \text{ cm}$$

한편 다음 그림과 같이 점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하면



$$\overline{BH}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=15-6=9 \text{ (cm)}$$

$$\text{이때 } \overline{BM}=\frac{1}{2} \times 39=\frac{39}{2} \text{ (cm)이므로}$$

$$\overline{HM}=\overline{BM}-\overline{BH}=\frac{39}{2}-9=\frac{21}{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle IHM = \frac{1}{2} \times \overline{HM} \times \overline{IH}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} \times 6 = \frac{63}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

다른 풀이

$$\overline{AE}=\overline{IE}=6 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{CE}=36-6=30 \text{ (cm)}$$

$$\overline{HM}=x \text{ cm라고 하면 } \overline{CH}=\overline{CE} \text{이므로}$$

$$x+\frac{39}{2}=30 \quad \therefore x=\frac{21}{2}, \text{ 즉 } \overline{HM}=\frac{21}{2} \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle IHM = \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} \times 6 = \frac{63}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

26 $6\triangle IBC=4\triangle ICA=3\triangle IAB$ 이므로

$$\triangle IAB : \triangle IBC : \triangle ICA = 4 : 2 : 3$$

$$\therefore \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 4 : 2 : 3$$

따라서 $\overline{AB}=4k, \overline{BC}=2k, \overline{CA}=3k$ (단, k 는 상수)라고 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times h = \frac{1}{2} r (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} \times 2k \times h = \frac{1}{2} r \times (4k+2k+3k)$$

$$kh=\frac{9}{2}kr \quad \therefore h=\frac{9}{2}r$$

따라서 $r : h$ 를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내면

$$r : h = r : \frac{9}{2}r = 2 : 9$$

27 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC=2\angle A$$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$$

이때 $\angle BOC=\angle BIC$ 이므로

$$2\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A, \frac{3}{2}\angle A=90^\circ \quad \therefore \angle A=60^\circ$$

28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IC}$, $\overline{OC}$

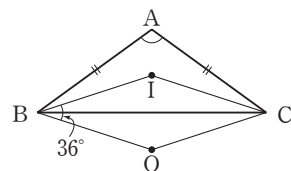
를 그으면 점 I는 $\triangle ABC$

의 내심이므로

$$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$$

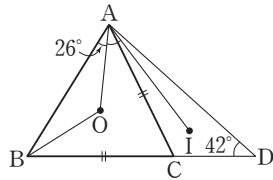
또 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC=360^\circ-2\angle A$$



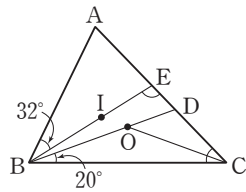
한편 점 I는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 내심이므로
 $\angle IBA = \angle IBC = \angle ICA = \angle ICB = \angle a$ 라고 하면
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB = \angle OBC = 36^\circ - \angle a$
 $\therefore \angle ICO = \angle a + (36^\circ - \angle a) = 36^\circ$
 이때 사각형 IBOC의 내각의 크기의 합은 360° 이므로
 $(90^\circ + \frac{1}{2}\angle A) + 36^\circ + (360^\circ - 2\angle A) + 36^\circ = 360^\circ$
 $\frac{3}{2}\angle A = 162^\circ \quad \therefore \angle A = 108^\circ$

- 29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그
 으면 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$
 이므로
 $\angle OBA = \angle OAB = 26^\circ$
 $\therefore \angle AOB$



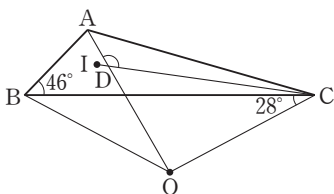
$= 180^\circ - (26^\circ + 26^\circ) = 128^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$ 이고 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle CAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$
 $\therefore \angle OAC = 58^\circ - 26^\circ = 32^\circ$
 한편 $\triangle ACD$ 에서 $\angle CAD = 64^\circ - 42^\circ = 22^\circ$ 이고,
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 22^\circ = 11^\circ$
 $\therefore \angle OAI = \angle OAC + \angle IAC = 32^\circ + 11^\circ = 43^\circ$

- 30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그
 으면 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므
 로
 $\angle OCB = \angle OBC = 20^\circ$
 이때
 $\angle BOC = 180^\circ - (20^\circ + 20^\circ) = 140^\circ$
 이므로



$\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$
 따라서 $\triangle ABE$ 에서
 $\angle BEC = 70^\circ + 32^\circ = 102^\circ$
 한편 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC = \angle IBA = 32^\circ$
 따라서 $\triangle EBC$ 에서
 $102^\circ + 32^\circ + \angle C = 180^\circ \quad \therefore \angle C = 46^\circ$
 $\therefore \angle BEC - \angle C = 102^\circ - 46^\circ = 56^\circ$

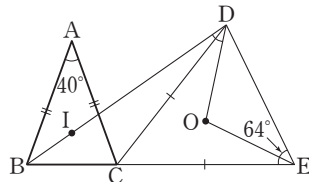
31



앞의 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \angle OCB = 28^\circ$
 또 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = 46^\circ + 28^\circ = 74^\circ$
 한편 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle ICA = \angle ICB = \angle a$ 라고 하면
 $\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OAC = \angle OCA = 28^\circ + 2\angle a$
 이때 $\triangle ABC$ 에서
 $\{74^\circ + (28^\circ + 2\angle a)\} + 46^\circ + 2\angle a = 180^\circ$ 이므로
 $4\angle a = 32^\circ \quad \therefore \angle a = 8^\circ$
 따라서 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle DAC = 28^\circ + 2\angle a = 28^\circ + 16^\circ = 44^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = 180^\circ - (44^\circ + 8^\circ) = 128^\circ$

- 32 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 이때 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC = \angle IBA = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$
 한편 $\triangle CED$ 에서 $\overline{CE} = \overline{CD}$ 이므로
 $\angle CDE = \angle CED = 64^\circ$
 $\therefore \angle DCE = 180^\circ - (64^\circ + 64^\circ) = 52^\circ$
 따라서 $\triangle DBC$ 에서 $\angle BDC = 52^\circ - 35^\circ = 17^\circ$



또 위의 그림과 같이 $\overline{OE}$ 를 그으면
 $\angle DOE = 2\angle DCE = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$
 $\triangle DOE$ 에서 $\overline{OD} = \overline{OE}$ 이므로
 $\angle ODE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ$
 $\therefore \angle CDO = \angle CDE - \angle ODE = 64^\circ - 38^\circ = 26^\circ$
 $\therefore \angle IDO = \angle BDC + \angle CDO = 17^\circ + 26^\circ = 43^\circ$

3. 사각형의 성질

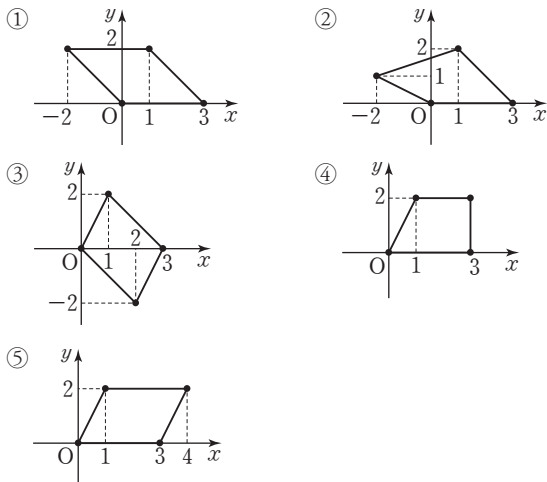
p.120~p.124

- 33 ② 34 ②, ④ 35 ④ 36 ④ 37 ④ 38 ⑤ 39 ⑤
 40 ⑤ 41 ④ 42 ⑤ 43 ④ 44 ③ 45 ② 46 75° 47 ③
 48 ④ 49 ⑤ 50 ⑤ 51 ③ 52 ③

- 33 $\angle AEB = \angle EBC$ (엇각) $= \angle ABE$ 이므로
 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AB} = 13 \text{ cm}$

또 $\angle CFD = \angle ADF$ (엇각) $= \angle CDF$ 이므로
 $\triangle CDF$ 는 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB} = 13 \text{ cm}$
 이때 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 18 - 13 = 5 \text{ (cm)}$,
 $\overline{BF} = \overline{BC} - \overline{CF} = 18 - 13 = 5 \text{ (cm)}$ 이다.
 따라서 $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이므로 $\square EBF D$ 는 평행사변형이다.
 한편 평행사변형 $ABCD$ 의 높이를 $h \text{ cm}$ 라고 하면 넓이가 216 cm^2 이므로
 $18h = 216 \quad \therefore h = 12$
 따라서 평행사변형 $EBFD$ 의 밑변의 길이는 5 cm , 높이는 12 cm 이므로 그 넓이는
 $5 \times 12 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 34** 좌표평면 위에 각 점을 꼭짓점으로 하는 도형을 나타내면 다음과 같다.

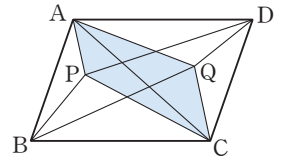


따라서 평행사변형이 되지 않는 것은 ②, ④이다.

- 35** $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AP} \parallel \overline{QC}$
 이때 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 가 되려면 $\square APCQ$ 가 평행사변형이어야 하므로 $\overline{AP} = \overline{QC}$ 이어야 한다.
 점 Q 가 점 C 를 출발한 지 x 초 후에 $\overline{AP} = \overline{QC}$ 가 된다고 하면
 $\overline{AP} = 2(x+2) \text{ cm}$, $\overline{QC} = 3x \text{ cm}$ 이므로
 $2(x+2) = 3x$ 에서 $2x+4=3x \quad \therefore x=4$
 따라서 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 가 되는 것은 점 Q 가 점 C 를 출발한 지 4초 후이다.

- 36** 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이고, $\triangle AEC$ 는 $\angle AEC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 O 는 $\triangle AEC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{OA} = \overline{OE} = \overline{OC}$
 즉 $\triangle OEC$ 에서 $\overline{OE} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OEC = \angle OCE = 36^\circ$
 따라서 $\triangle OBE$ 에서
 $\angle BOE = 36^\circ - 21^\circ = 15^\circ$

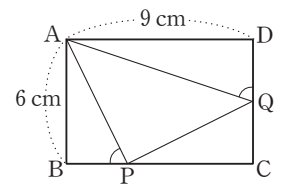
- 37** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를
 긋고, $\triangle PBC = a$ 라고 하면
 $\triangle PAD + \triangle PBC$
 $= \frac{1}{2} \square ABCD$



이므로
 $14 + a = \frac{1}{2} \square ABCD$
 한편 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD = 14 + a$ 이므로
 $\triangle APC = \triangle ABC - \triangle PAB - \triangle PBC$
 $= (14 + a) - 6 - a = 8$
 마찬가지로 방법으로 $\triangle QAD = b$ 라고 하면
 $\triangle QAD + \triangle QBC = \frac{1}{2} \square ABCD$ 이므로
 $b + 19 = \frac{1}{2} \square ABCD$
 한편 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD = b + 19$ 이므로
 $\triangle ACQ = \triangle ACD - \triangle QAD - \triangle QCD$
 $= (b + 19) - b - 10 = 9$
 $\therefore \square APCQ = \triangle APC + \triangle ACQ = 8 + 9 = 17$

- 38** $\square ABCD$ 는 직사각형이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$,
 즉 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이다.
 이때 $\angle ABE = \angle x$ 라고 하면
 $\angle OAB = \angle OBA = 2\angle x$ 이므로 $\triangle EAB$ 에서
 $96^\circ + 2\angle x + \angle x = 180^\circ$
 $3\angle x = 84^\circ \quad \therefore \angle x = 28^\circ$
 한편 $\angle ABF = \angle OFC = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{OF}$
 $\therefore \angle BOF = \angle ABO$ (엇각) $= 2\angle x = 2 \times 28^\circ = 56^\circ$

- 39** $\overline{BC} = \overline{AD} = 9 \text{ cm}$ 이고, $\overline{PC} = 2\overline{BP}$ 이므로
 $\overline{BP} = 3 \text{ cm}$, $\overline{PC} = 6 \text{ cm}$
 $\overline{DC} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{DQ} = \overline{QC} = 3 \text{ cm}$



이때 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$
 를 그으면
 $\triangle ABP \cong \triangle PCQ$
 (SAS 합동)
 따라서 $\overline{AP} = \overline{PQ}$,
 $\angle BAP = \angle CPQ$ 이므로
 $\angle APQ = 180^\circ - (\angle APB + \angle QPC)$
 $= 180^\circ - (\angle APB + \angle BAP)$
 $= \angle B = 90^\circ$
 즉 $\triangle APQ$ 는 $\overline{AP} = \overline{PQ}$ 인 직각이등변삼각형이므로
 $\angle AQP = 45^\circ$
 $\therefore \angle APB + \angle AQP = \angle PQC + \angle AQP$
 $= 180^\circ - \angle AQP$
 $= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

- 40 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

$\overline{OC} = \overline{PQ} = 5$ cm이므로

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

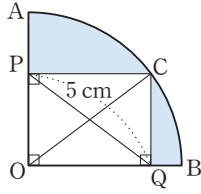
$$= \overline{AB} + \overline{AP} + \overline{PC} + \overline{CQ} + \overline{QB}$$

$$= \overline{AB} + (\overline{AP} + \overline{CQ}) + (\overline{PC} + \overline{QB})$$

$$= \overline{AB} + \overline{AO} + \overline{OB}$$

$$= 2\pi \times 5 \times \frac{1}{4} + 5 + 5$$

$$= \frac{5}{2}\pi + 10 \text{ (cm)}$$



- 41 점 O가 $\triangle APD$ 의 외심이므로

$$\angle APD = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

이때 $\overline{AP} = \overline{PD}$ 이므로 $\angle PAD = \angle ADP = 60^\circ$

즉 $\triangle APD$ 는 정삼각형이므로 $\overline{AP} = \overline{PD} = \overline{AD}$ 이고,

$\square ABCD$ 는 마름모이므로 $\overline{AD} = \overline{DC}$

따라서 $\triangle DPC$ 는 $\overline{DP} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DPC = \angle DCP = 70^\circ$$

$$\therefore \angle PDC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

즉 $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ 에서

$$(\angle BAP + 60^\circ) + (60^\circ + 40^\circ) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAP = 20^\circ$$

- 42 $\triangle BEF$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로 $\angle BEF = \angle BFE$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCF = \angle BEF$ (엇각)이고,

$\angle DFC = \angle BFE$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle DCF = \angle DFC$$

즉 $\triangle DFC$ 는 $\overline{DF} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{DF} = \overline{DC} = \overline{BC} = 16 \text{ cm}$$

이때 $\overline{BF} = \overline{BE} = 9$ cm이므로

$$\overline{BD} = \overline{BF} + \overline{DF} = 9 + 16 = 25 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{25}{2} \text{ (cm)}$$

한편 $\square ABCD$ 는 마름모이므로

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{OC}$$

따라서

$$\triangle BCF = \frac{1}{2} \times \overline{BF} \times \overline{OC} = \frac{9}{2} \overline{OC} \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \overline{OD} \times \overline{OA} = \frac{1}{2} \times \frac{25}{2} \times \overline{OC} = \frac{25}{4} \overline{OC} \text{ (cm}^2\text{)}$$

이므로

$$\triangle BCF : \triangle AOD = \frac{9}{2} \overline{OC} : \frac{25}{4} \overline{OC} = 18 : 25$$

따라서 $a = 18, b = 25$ 이므로

$$a + b = 18 + 25 = 43$$

- 43 $\triangle DAP$ 에서 $\overline{DA} = \overline{DP}$ 이므로

$$\angle DAP = \angle DPA = \angle a \text{ 라고 하면}$$

$$\angle ADP = 180^\circ - 2\angle a$$

이때 $\angle CDP = (180^\circ - 2\angle a) - 90^\circ = 90^\circ - 2\angle a$ 이고

$\triangle DCP$ 에서 $\overline{DC} = \overline{DP}$ 이므로

$$\angle DPC = \frac{1}{2} \times \{180^\circ - (90^\circ - 2\angle a)\} = 45^\circ + \angle a$$

$$\therefore \angle APC = \angle DPC - \angle DPA$$

$$= (45^\circ + \angle a) - \angle a$$

$$= 45^\circ$$

- 44 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 와

$\overline{OR}$ 의 교점을 S, $\overline{DC}$ 와 $\overline{OP}$

의 교점을 T라고 하면

$\triangle AOS$ 와 $\triangle DOT$ 에서

$$\angle SAO = \angle TDO = 45^\circ,$$

$$\overline{AO} = \overline{DO},$$

$$\angle AOS = 90^\circ - \angle SOD = \angle DOT$$

이므로 $\triangle AOS \cong \triangle DOT$ (ASA 합동)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

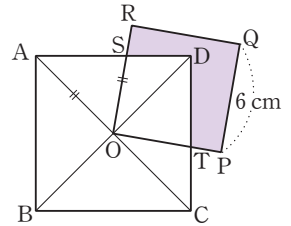
$$\square OPQR - \triangle SOD - \triangle DOT$$

$$= \square OPQR - \triangle SOD - \triangle AOS$$

$$= \square OPQR - \triangle AOD$$

$$= 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6$$

$$= 36 - 18 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 45 $\triangle AEO$ 와 $\triangle DFO$ 에서

$$\angle OAE = \angle ODF = 45^\circ, \overline{AO} = \overline{DO},$$

$$\angle AOE = 90^\circ - \angle AOF = \angle DOF$$

이므로 $\triangle AEO \cong \triangle DFO$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{FD} = \overline{EA} = 3$ cm이므로

$$\overline{AD} = \overline{AF} + \overline{FD} = 7 + 3 = 10 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle EOF = \square AEOF - \triangle AEF$$

$$= \triangle AEO + \triangle AOF - \triangle AEF$$

$$= \triangle DFO + \triangle AOF - \triangle AEF$$

$$= \triangle AOD - \triangle AEF$$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD - \triangle AEF$$

$$= \frac{1}{4} \times 10^2 - \frac{1}{2} \times 7 \times 3$$

$$= 25 - \frac{21}{2} = \frac{29}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 46 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장선

위에 $\overline{BP} = \overline{DE}$ 인 점 E를 잡으면

$\triangle ABP \cong \triangle ADE$ (SAS 합동)

이때 $\triangle APQ$ 와 $\triangle AEQ$ 에서

$\overline{AP} = \overline{AE}, \overline{AQ}$ 는 공통,

$$\angle PAQ = 45^\circ$$

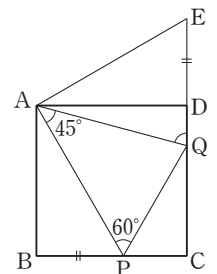
$$= \angle BAP + \angle DAQ$$

$$= \angle DAE + \angle DAQ$$

$$= \angle EAQ$$

이므로 $\triangle APQ \cong \triangle AEQ$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle AQD = \angle AQP = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ$$



- 47 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 수선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 와 만나는 점을 각각 H, I라고 하면

$$\overline{AH} = \overline{DI} = \overline{IC} = \frac{1}{2} \times 10 \\ = 5 \text{ (cm)}$$

한편 $\triangle AFD \equiv \triangle BGC$ (ASA 합동)이므로

$$\overline{AF} = \overline{BG} = \frac{1}{2} \times (10 - 3) = \frac{7}{2} \text{ (cm)}$$

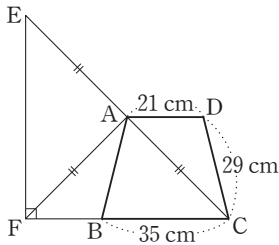
또 $\overline{HD}$ 를 그으면 $\overline{AD} \parallel \overline{EI}$ 이므로

$$\triangle AED = \triangle AHD$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle AEF &= \triangle AED - \triangle AFD \\ &= \triangle AHD - \triangle AFD \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 5 - \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{7}{2} \\ &= 25 - \frac{35}{2} = \frac{15}{2} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

- 48 점 A가 직각삼각형 EFC에서 빗변 EC의 중점이므로 $\triangle EFC$ 의 외심이다.

즉 다음 그림과 같이 $\overline{AF}$ 를 그으면 $\overline{EA} = \overline{AC} = \overline{AF}$



이때 $\triangle DAC$ 와 $\triangle BFA$ 에서

$$\overline{AC} = \overline{FA} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각)이고,

$\overline{AC} = \overline{FA}$ 이므로 $\angle BCA = \angle BFA$ 에서

$$\angle DAC = \angle BFA \quad \dots\dots \text{㉡}$$

$$\text{또 } \angle D = \angle ABF \text{이므로 } \angle DCA = \angle BAF \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle DAC \equiv \triangle BFA$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{FB} = \overline{AD} = 21 \text{ cm}$$

- 49 사각형 (가)~(매)의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.

(가) 사다리꼴 $\Rightarrow$ ㉠ 평행사변형

(나) 평행사변형 $\Rightarrow$ ㉡ 평행사변형

(다) 직사각형 $\Rightarrow$ ㉢ 마름모

(라) 마름모 $\Rightarrow$ ㉤ 직사각형

(매) 정사각형 $\Rightarrow$ ㉥ 정사각형

① 평행사변형인 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥이다.

② 사다리꼴인 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 것은 ㉢, ㉥이다.

④ 네 내각의 크기가 모두 같은 것은 ㉢, ㉥이다.

- 50 ① $\angle CFE = \angle FCG$ (엇각)이므로 $\overline{EF} \parallel \overline{CG}$

즉 $\overline{EF} = \overline{CG}$ 이고 $\overline{EF} \parallel \overline{CG}$ 이므로 $\square CEF G$ 는 평행사변형이다.

② $\triangle CEF \equiv \triangle FGC$ (SAS 합동)

③ $\triangle BCE$ 에서 $\overline{BF} = \overline{EF} = \overline{CF}$ 이므로 점 F는 $\angle BEC = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 외심이다.

④ $\angle ABE = 90^\circ - \angle AEB = \angle CED$

⑤ $\triangle CFG$ 가 정삼각형인지는 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 51 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EB}$, $\overline{EC}$ 를 그으면

$\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\triangle EIF = \triangle EBF$$

$\overline{DC} \parallel \overline{EG}$ 이므로

$$\triangle EGJ = \triangle EGC$$

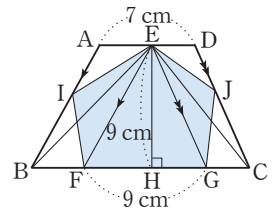
한편 $\square ABFE$, $\square EGCD$ 는 각각 평행사변형이므로

$$\overline{BF} = \overline{AE}, \overline{GC} = \overline{ED}$$

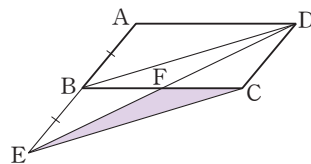
$$\therefore \overline{BF} + \overline{GC} = \overline{AE} + \overline{ED} = 7 \text{ cm}$$

따라서 오각형 EIFGJ의 넓이는

$$\begin{aligned} &\triangle EIF + \triangle EFG + \triangle EGJ \\ &= \triangle EBF + \triangle EFG + \triangle EGC \\ &= \triangle EBC \\ &= \frac{1}{2} \times (7 + 9) \times 9 \\ &= 72 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



- 52



위 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로

$$\triangle BEC = \triangle BED = \triangle ABD$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

한편 $\overline{BE} \parallel \overline{DC}$, $\overline{BE} = \overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로 $\square BECD$ 는 평행사변형이다.

이때 점 F는 평행사변형 BECD의 두 대각선의 교점이므로

$$\triangle FEC = \frac{1}{2} \triangle BEC = \frac{1}{2} \times 9 = \frac{9}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

VII 도형의 닮음과 피타고라스 정리

1. 도형의 닮음

p.125~p.127

01 ③ 02 ④ 03 ① 04 ④ 05 ② 06 ⑤ 07 ④ 08 ㉠, ㉡
09 ④ 10 ② 11 ③ 12 ④

01 작은 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times (5+2) = 14 \text{ (cm)}$$

따라서 작은 직사각형과 큰 직사각형의 닮음비는

$$14 : \frac{70}{3} = 42 : 70 = 3 : 5$$

02 처음 정사각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

[1단계]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{3}a$

[2단계]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\left(\frac{1}{3}\right)^2 a$

[3단계]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\left(\frac{1}{3}\right)^3 a$

따라서 처음 정사각형과 [3단계]에서 지워지는 정사각형 1개의 닮음비는

$$a : \left(\frac{1}{3}\right)^3 a = 1 : \frac{1}{27} = 27 : 1 \text{ 이므로}$$

넓이의 비는 $27^2 : 1^2 = 729 : 1$

03 정육면체 모양의 상자의 한 모서리의 길이를 a cm라고 하면
상자 A에 들어 있는 구슬의 지름의 길이는 a cm, 상자 B에
들어 있는 구슬 1개의 지름의 길이는 $\frac{1}{2}a$ cm이다.

이때 두 상자 A, B에 들어 있는 구슬 1개의 지름의 길이의 비
는 $a : \frac{1}{2}a = 2 : 1$ 이므로

겉넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

즉 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 겉넓이를 x cm²라고 하면

$$10\pi : x = 4 : 1 \quad \therefore x = \frac{5}{2}\pi$$

따라서 상자 B에 들어 있는 구슬 8개 전체의 겉넓이는

$$\frac{5}{2}\pi \times 8 = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

04 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$ 이므로

$$\angle ABC = \angle DCE, \angle BAC = \angle CDE \text{ 이고}$$

$$\text{닮음비는 } \overline{AB} : \overline{DC} = 4 : 6 = 2 : 3$$

$\triangle ACF$ 와 $\triangle EDF$ 에서

$$\angle AFC = \angle EFD \text{ (맞꼭지각)} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

세 점 B, C, E가 한 직선 위에 있고 $\angle ABC = \angle DCE$ 이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC} \quad \therefore \angle BAC = \angle ACD \text{ (엇각)}$$

$$\text{또 } \angle BAC = \angle CDE \text{ 이므로 } \angle ACF = \angle EDF \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에 의해 $\triangle ACF \sim \triangle EDF$ (AA 닮음)

이때 $\triangle ACF$ 와 $\triangle EDF$ 의 닮음비는

$$\overline{AC} : \overline{ED} = \overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{CF} : \overline{DF} = 2 : 3$$

$$\therefore \overline{FC} = 6 \times \frac{2}{2+3} = \frac{12}{5} \text{ (cm)}$$

05 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle B = \angle C$$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle DCE$ 에서

$$\angle B = \angle C,$$

$$\angle BDA = 180^\circ - \angle ADE - \angle EDC$$

$$= 180^\circ - \angle DCE - \angle EDC = \angle CED$$

이므로 $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ (AA 닮음)

$$\text{즉 } \overline{DC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AD} = 7 : 6 \text{ 이다.}$$

또 $\triangle ACD$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$$\angle A \text{는 공통, } \angle ACD = \angle ADE$$

이므로 $\triangle ACD \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)

$$\text{즉 } \overline{AC} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{AE} \text{ 이고 } \overline{AB} : \overline{AD} = 7 : 6 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 7k, \overline{AD} = 6k \text{ (단, } k \text{는 상수)라고 하면}$$

$$7k : 6k = 6k : \overline{AE} \quad \therefore \overline{AE} = \frac{36}{7}k$$

$$\text{이때 } \overline{EC} = 7k - \frac{36}{7}k = \frac{13}{7}k \text{ 이므로}$$

$$\overline{AE} : \overline{EC} = \frac{36}{7}k : \frac{13}{7}k = 36 : 13$$

06 $\angle AEB = \angle DAE$ (엇각)이고 $\angle DAE = \angle BAE$ 이므로

$$\angle AEB = \angle BAE$$

따라서 $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 5$ 이므로

$$\overline{AB} = 3k \text{ cm, } \overline{AD} = 5k \text{ cm (단, } k \text{는 상수)라고 하면}$$

$$\overline{BE} = \overline{BA} = 3k \text{ cm, } \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 5k - 3k = 2k \text{ (cm)}$$

평행사변형 ABCD의 높이를 h cm라고 하면

$$\square AECD = \frac{1}{2} \times (5k + 2k) \times h \text{ 에서}$$

$$126 = \frac{7}{2}kh \quad \therefore h = \frac{36}{k}$$

$$\therefore \square ABCD = 5kh = 5k \times \frac{36}{k} = 180 \text{ (cm}^2\text{)}$$

07 $\angle AEB = \angle DAE$ (엇각)이고 $\angle DAE = \angle BAE$ 이므로

$$\angle AEB = \angle BAE$$

따라서 $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BE} = \overline{BA} = 6 \text{ cm}$$

마찬가지 방법으로 $\triangle CDF$ 는 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이
므로

$$\overline{CF} = \overline{CD} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{FE} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{BC}$$

$$= 6 + 6 - 8 = 4 \text{ (cm)}$$

한편 $\triangle AGD \sim \triangle EGF$ (AA 닮음)이고, 닮음비는

$$\overline{AD} : \overline{EF} = 8 : 4 = 2 : 1$$

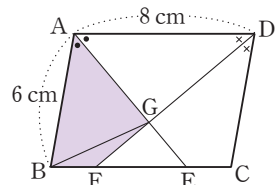
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$ 를

그으면

$$\overline{BF} = 6 - 4 = 2 \text{ (cm)}$$

이므로

$$\overline{BF} : \overline{FE} = 2 : 4 = 1 : 2$$



즉 $\triangle GBF : \triangle GFE = 1 : 2$ 에서
 $\triangle GBF : 4 = 1 : 2 \quad \therefore \triangle GBF = 2 \text{ (cm}^2\text{)}$
 또 $\overline{AG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle ABG : \triangle GBE = 2 : 1$ 에서
 $\triangle ABG : (2+4) = 2 : 1 \quad \therefore \triangle ABG = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \square ABFG = \triangle ABG + \triangle GBF$
 $= 12 + 2 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$

08 ㉠ $\triangle EBH$ 와 $\triangle HCG$ 에서

$\angle B = \angle C = 90^\circ$, $\angle BEH = 90^\circ - \angle BHE = \angle CHG$
 이므로 $\triangle EBH \sim \triangle HCG$ (AA 답음)
 즉 $\overline{EB} : \overline{HC} = \overline{EH} : \overline{HG}$ 에서
 $9 : 12 = 15 : \overline{HG} \quad \therefore \overline{HG} = 20 \text{ (cm)}$
 ㉡ $\overline{HI} = \overline{AD} = 15 + 9 = 24 \text{ (cm)}$ 이고 $\overline{GH} = 20 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{IG} = 24 - 20 = 4 \text{ (cm)}$
 ㉢ $\triangle CHG$ 와 $\triangle IFG$ 에서
 $\angle C = \angle I = 90^\circ$, $\angle HGC = \angle FGI$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle CHG \sim \triangle IFG$ (AA 답음)
 ㉣ $\triangle EBH \sim \triangle HCG$ 이므로
 $\overline{EB} : \overline{HC} = \overline{BH} : \overline{CG}$ 에서
 $9 : 12 = (24 - 12) : \overline{CG} \quad \therefore \overline{CG} = 16 \text{ (cm)}$
 또 $\triangle CHG \sim \triangle IFG$ 이므로
 $\overline{CH} : \overline{IF} = \overline{CG} : \overline{IG}$ 에서
 $12 : \overline{IF} = 16 : 4 \quad \therefore \overline{IF} = 3 \text{ (cm)}$
 이때 $\overline{DF} = \overline{IF} = 3 \text{ cm}$ 이므로
 $\square AEFD = \frac{1}{2} \times (\overline{AE} + \overline{DF}) \times \overline{AD}$
 $= \frac{1}{2} \times (15 + 3) \times 24$
 $= 216 \text{ (cm}^2\text{)}$
 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다.

09 $\overline{AN} = \frac{2}{3} \overline{AB} = \frac{2}{3} \times 20 = \frac{40}{3} \text{ (cm)}$

이때 $\triangle ANP \sim \triangle DEP$ (AA 답음)이므로 답음비는
 $\overline{AN} : \overline{DE} = \frac{40}{3} : 20 = 40 : 60 = 2 : 3$
 한편 $\overline{AD} = 2\overline{FE} = 2 \times 20 = 40 \text{ (cm)}$ 이므로
 $\overline{PD} = \frac{3}{5} \overline{AD} = \frac{3}{5} \times 40 = 24 \text{ (cm)}$

10 $\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 3$ 이므로

$\overline{AB} = 4k$, $\overline{AC} = 3k$ (단, k 는 상수)라고 하면
 $\overline{AD} : \overline{DC} = 2 : 1$ 에서
 $\overline{AD} = 3k \times \frac{2}{3} = 2k$, $\overline{DC} = 3k - 2k = k \quad \dots\dots \text{㉠}$
 한편 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$
 이므로 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ (AA 답음)

즉 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AE}$ 에서

$$4k : 3k = 2k : \overline{AE} \quad \therefore \overline{AE} = \frac{3}{2}k$$

$$\therefore \overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 4k - \frac{3}{2}k = \frac{5}{2}k \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\triangle HEB$ 와 $\triangle HDC$ 의 답음비는

$$\overline{EB} : \overline{DC} = \frac{5}{2}k : k = 5 : 2$$

11 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{AD} \times \overline{BD}$ 이므로

$4^2 = \overline{AD} \times 2 \quad \therefore \overline{AD} = 8 \text{ (cm)}$
 이때 점 M 은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점
 이므로
 $\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \times (8 + 2) = 5 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{DM} = \overline{AD} - \overline{AM} = 8 - 5 = 3 \text{ (cm)}$
 따라서 $\triangle DCM$ 에서 $\overline{DM}^2 = \overline{MH} \times \overline{MC}$ 이므로
 $3^2 = \overline{MH} \times 5 \quad \therefore \overline{MH} = \frac{9}{5} \text{ (cm)}$

12 $\triangle AED$ 와 $\triangle HEB$ 에서

$\angle AED = \angle HEB$ (맞꼭지각), $\angle ADE = \angle HBE$ (엇각)
 이므로 $\triangle AED \sim \triangle HEB$ (AA 답음) $\dots\dots \text{㉠}$
 $\therefore \angle EAD = \angle EHB = 90^\circ$
 한편 $\angle EAD = 90^\circ$ 인 직각삼각형 AED 에서 $\overline{AO} \perp \overline{ED}$ 이브
 로
 $\overline{AO}^2 = \overline{EO} \times \overline{DO}$ 에서
 $4^2 = 3 \times \overline{DO} \quad \therefore \overline{DO} = \frac{16}{3} \text{ (cm)}$
 또 $\overline{AD}^2 = \overline{DO} \times \overline{DE}$ 에서
 $\overline{AD}^2 = \frac{16}{3} \times \left(\frac{16}{3} + 3 \right) = \frac{400}{9}$
 $\therefore \overline{AD} = \frac{20}{3} \text{ (cm)} (\because \overline{AD} > 0)$
 한편 $\overline{BO} = \overline{DO} = \frac{16}{3} \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{BE} = \overline{BO} - \overline{EO} = \frac{16}{3} - 3 = \frac{7}{3} \text{ (cm)}$
 ㉠에 의해 $\overline{AD} : \overline{HB} = \overline{ED} : \overline{EB}$ 에서
 $\frac{20}{3} : \overline{BH} = \left(3 + \frac{16}{3} \right) : \frac{7}{3}$
 $\frac{25}{3} \overline{BH} = \frac{140}{9} \quad \therefore \overline{BH} = \frac{28}{15} \text{ (cm)}$

