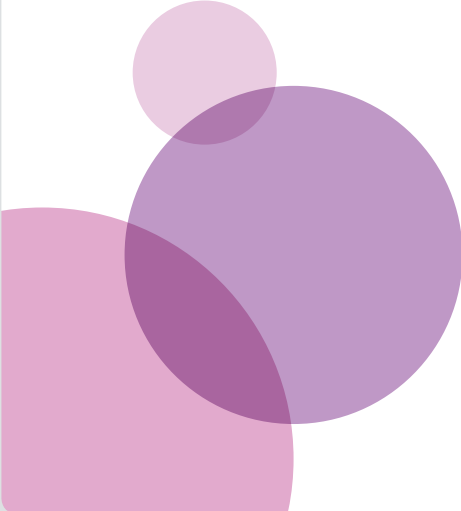


짧지만 개념에 강한 **짚강 확률과 통계**
정답과 해설

01	순열과 조합	02
02	이항정리	05
03	확률의 뜻과 활용	09
04	조건부확률	14
05	사건의 독립과 종속	18
06	확률변수와 확률분포	22
07	이산확률변수의 기댓값과 표준편차	27
08	이항분포	31
09	정규분포	35
10	통계적 추정	40



본문 | 008~012쪽

1-1 (1) 3 (2) 3, 27

1-2 (1) ${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$ (2) ${}_4\Pi_3 = 4^3 = 64$

2-1 3 (1) 4, 4 (2) 3, 2, 3

2-2 천의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 4

(1) 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 각각 0, 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_5\Pi_3 = 5^3$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$4 \times 5^3 = 500$$

(2) 일의 자리에는 0, 2, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 3
백의 자리, 십의 자리에는 각각 0, 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_5\Pi_2 = 5^2$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$4 \times 3 \times 5^2 = 300$$

3-1 2

3-2 6개의 숫자 1, 2, 2, 3, 4, 4 중에서 2가 2개, 4가 2개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$\frac{6!}{2! \times 2!} = 180$$

4-1 (1) 5 (2) 210

4-2 (1) 자음 v, l, l, g를 한 문자 A로 생각하여 A, i, a, e를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4! = 24$

이때 자음 v, l, l, g를 모두 일렬로 나열하는 경우의

$$\text{수는 } \frac{4!}{2!} = 12$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 12 = 288$$

(2) a, g, e의 순서가 정해져 있으므로 이 세 문자를 모두 A로 생각하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{7!}{2! \times 3!} = 420$$

5-1 (1) 3, 35 (2) 3, 4

5-2 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 아래쪽으로 한 칸 가는 것을 b라 하자.

(1) A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 5개의 a와 4개의 b를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수와

$$\text{같으므로 } \frac{9!}{5! \times 4!} = 126$$

(2)(i) A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2개의 a와 2개의 b를 모두 일렬로 나열하는 순열의

$$\text{수와 같으므로 } \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

(ii) C 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3개의 a와 2개의 b를 모두 일렬로 나열하는 순열의

$$\text{수와 같으므로 } \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 10 = 60$$

6-1 (1) 2, 2 (2) 5, 5

6-2 (1) ${}_5H_3 = {}_{5+3-1}C_3 = {}_7C_3 = 35$ (2) ${}_3H_7 = {}_{3+7-1}C_7 = {}_9C_7 = 36$

7-1 (1) 84 (2) 2

7-2 (1) 서로 다른 4개의 쇼핑백 중에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_7 = {}_{4+7-1}C_7 = {}_{10}C_7 = 120$$

(2) 먼저 4개의 상품을 4개의 쇼핑백에 각각 한 개씩 담고 나머지 3개의 상품을 4개의 쇼핑백에 담으면 된다.

따라서 서로 다른 4개의 쇼핑백 중에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = 20$$

8-1 3, 6

8-2 (1) $(a+b+c)^4$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c 중에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_4 = {}_{3+4-1}C_4 = {}_6C_4 = 15$$

(2) $(a+b+c+d)^5$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 4개의 문자 a, b, c, d 중에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_5 = {}_{4+5-1}C_5 = {}_8C_5 = 56$$

9-1 (1) 3, 45 (2) 5, 5

9-2 (1) 방정식 $x+y+z+w=10$ 의 음이 아닌 정수해의 개수는 4개의 문자 x, y, z, w 중에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_{10} = {}_{4+10-1}C_{10} = {}_{13}C_{10} = 286$$

(2) $x=a+1, y=b+1, z=c+1, w=d+1$ 이라 하면 방정식 $x+y+z+w=10$ 의 양의 정수해의 개수는 방정식 $a+b+c+d=6$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.

따라서 구하는 해의 개수는 4개의 문자 a, b, c, d 중에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_6 = {}_{4+6-1}C_6 = {}_9C_6 = 84$$

- 1 (1) 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 구하는 자연수의 개수는

$${}_5\Pi_4 = 5^4 = 625$$

- (2) 일의 자리에는 2, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2천의 자리, 백의 자리, 십의 자리에는 각각 1, 2, 3, 4, 5가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_5\Pi_3 = 5^3$ 따라서 구하는 자연수의 개수는

$$2 \times 5^3 = 250$$

- (3) 천의 자리에는 3, 4, 5가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 3백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 각각 1, 2, 3, 4, 5가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_5\Pi_3 = 5^3$ 따라서 구하는 자연수의 개수는

$$3 \times 5^3 = 375$$

- 2 (1) 만의 자리에는 0을 제외한 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2

천의 자리, 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 각각 0, 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_3\Pi_4 = 3^4$ 따라서 구하는 자연수의 개수는

$$2 \times 3^4 = 162$$

- (2) 만의 자리에는 0을 제외한 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2

일의 자리에는 0, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2천의 자리, 백의 자리, 십의 자리에는 각각 0, 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_3\Pi_3 = 3^3$ 따라서 구하는 자연수의 개수는

$$2 \times 2 \times 3^3 = 108$$

- (3) 만의 자리에는 0을 제외한 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2

천의 자리, 백의 자리, 일의 자리에는 각각 0, 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_3\Pi_3 = 3^3$ 따라서 구하는 자연수의 개수는

$$2 \times 3^3 = 54$$

- 3 (1) $(a+b)^4$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 2개의 문자 a, b 중에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_4 = {}_{2+4-1}C_4 = {}_5C_4 = 5$$

- (2) $(a+b+c)^7$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c 중에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_7 = {}_{3+7-1}C_7 = {}_9C_7 = 36$$

- (3) $(a+b+c+d)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 4개의 문자 a, b, c, d 중에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = 20$$

- (4) (i) $(x+y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 2개의 문자 x, y 중에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_3 = {}_{2+3-1}C_3 = {}_4C_3 = 4$$

- (ii) $(a+b+c)^2$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c 중에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_2 = {}_{3+2-1}C_2 = {}_4C_2 = 6$$

- (i), (ii)에서 구하는 서로 다른 항의 개수는

$$4 \times 6 = 24$$

기초 개념 평가

본문 | 014, 015쪽

- | | |
|------------------|----------------|
| 01 중복순열 | 02 ${}_n\Pi_r$ |
| 03 n^r | 04 $n!$ |
| 05 $r!$ | 06 5 |
| 07 2 | 08 중복조합 |
| 09 ${}_nH_r$ | 10 ${}_nH_r$ |
| 11 ${}_nH_{r-n}$ | |

기초 문제 평가

본문 | 016, 017쪽

- 1 ${}_8\Pi_r = 64$ 에서 $8^r = 64 \quad \therefore r = 2$
 즉, ${}_nP_2 = 272$ 에서 $n(n-1) = 272$
 $n^2 - n - 272 = 0, (n+16)(n-17) = 0$
 $\therefore n = 17 (\because n \text{은 자연수})$
 $\therefore n + r = 17 + 2 = 19$

- 2 두 집합 $X = \{1, 3, 5\}, Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수는 공역의 서로 다른 4개의 원소 중에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_4\Pi_3 = 4^3 = 64$$

참고 두 집합 $X = \{1, 3, 5\}, Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 일대일함수의 개수는 공역의 서로 다른 4개의 원소 중에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_4P_3 = 24$

- 3 (i) 한 자리 자연수의 개수 $\Rightarrow 4$

- (ii) 두 자리 자연수의 개수

십의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 4

일의 자리에는 0, 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 5

따라서 두 자리 자연수의 개수는 $4 \times 5 = 20$

(iii) 세 자리 자연수의 개수

백의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 4

십의 자리, 일의 자리에는 각각 0, 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_5P_2=5^2$

따라서 세 자리 자연수의 개수는 $4 \times 5^2=100$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 자연수의 개수는

$$4+20+100=124$$

4 5개의 숫자 1, 2, 2, 3, 3 중에서 4개의 숫자를 택하는 경우는

(1, 2, 2, 3), (1, 2, 3, 3), (2, 2, 3, 3)이다.

(i) (1, 2, 2, 3) 또는 (1, 2, 3, 3)인 경우

같은 숫자가 2개 포함된 4개의 숫자를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수이므로 $2 \times \frac{4!}{2!}=24$

(ii) (2, 2, 3, 3)인 경우

같은 숫자가 각각 2개씩 포함된 4개의 숫자를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수이므로 $\frac{4!}{2! \times 2!}=6$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$$24+6=30$$

5 혜정, 진후, 지아의 순서가 정해져 있으므로 이 세 명을 모두 A로 생각하면 된다.

$$\text{즉, } \frac{n!}{3!}=120 \text{에서}$$

$$n!=720=6! \quad \therefore n=6$$

6 (i) A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{8!}{4! \times 4!}=70$$

(ii) A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!}=3$$

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{5!}{3! \times 2!}=10$$

따라서 A 지점에서 P 지점을 지나 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $3 \times 10=30$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$70-30=40$$

7 오른쪽 그림과 같이 연서와 수호는 4개의 지점 P_1, P_2, P_3, P_4 에서 만날 수 있다.

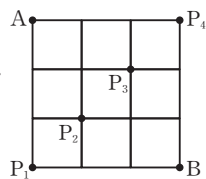
(i) P_1 에서 만나는 경우

$$(1 \times 1) \times (1 \times 1)=1$$

(ii) P_2 에서 만나는 경우

$$\left(\frac{3!}{2!} \times \frac{3!}{2!}\right) \times \left(\frac{3!}{2!} \times \frac{3!}{2!}\right)=81$$

연서가 P_2 를 지나는 경우의 수 수호가 P_2 를 지나는 경우의 수



(iii) P_3 에서 만나는 경우는 (ii)와 같고, P_4 에서 만나는 경우는 (i)와 같다.

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 1 + 2 \times 81 = 164$$

8 기명 투표로 나올 수 있는 결과의 수는 서로 다른 2개에서 10개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_2\Pi_{10}=2^{10}=1024 \quad \therefore a=1024$$

무기명 투표로 나올 수 있는 결과의 수는 서로 다른 2개에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_{10}={}_{11}C_{10}=11 \quad \therefore b=11$$

$$\therefore a+b=1024+11=1035$$

참고 기명 투표는 투표용지에 투표하는 사람의 이름을 밝혀 적는 투표이고 무기명 투표는 투표용지에 투표하는 사람의 이름을 밝히지 않는 투표이다.

9 집합 B의 원소 중에서 중복을 허용하여 5개를 택해 작은 수부터 순서대로 집합 A의 원소 1, 2, 3, 4, 5에 대응시키면 되므로 구하는 함수의 개수는

$${}_3H_5={}_7C_5=21$$

10 먼저 사과 1개, 오렌지 2개를 넣고 서로 다른 3종류의 과일 중에서 7개를 추가로 넣으면 된다.

따라서 서로 다른 3종류의 과일 중에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_7={}_9C_7=36$$

11 ${}_4H_r={}_{r+3}C_r$ 이므로 ${}_{r+3}C_r={}_6C_3 \quad \therefore r=3$

$$\therefore {}_7H_r={}_7H_3={}_9C_3=84$$

12 $(a-b+c)^8$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c 중에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_8={}_{10}C_8=45$$

13 방정식 $x+y+z=n$ 의 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_n={}_{n+2}C_n$$

$$\text{즉, } {}_{n+2}C_n=55 \text{에서 } \frac{(n+2)(n+1)}{2}=55$$

$$n^2+3n-108=0, (n+12)(n-9)=0$$

$$\therefore n=9 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

14 $x=a+1, y=b+2, z=c+3$ 이라 하면 방정식

$x+y+z=10 \quad (x \geq 1, y \geq 2, z \geq 3)$ 의 정수해의 개수는 방정식 $a+b+c=4$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로

$${}_3H_4={}_6C_4=15$$

본문 | 018~021쪽

1-1 (1) a^3b^2 , $10a^3b^2$ (2) -2, 4, 24

$$\begin{aligned}
 &1-2 (1) (2a+b)^5 \\
 &= {}_5C_0(2a)^5 + {}_5C_1(2a)^4b + {}_5C_2(2a)^3b^2 + {}_5C_3(2a)^2b^3 \\
 &\quad + {}_5C_4(2a)b^4 + {}_5C_5b^5 \\
 &= 32a^5 + 80a^4b + 80a^3b^2 + 40a^2b^3 + 10ab^4 + b^5 \\
 &(2) (a-b)^6 \\
 &= \{a + (-b)\}^6 \\
 &= {}_6C_0a^6 + {}_6C_1a^5(-b) + {}_6C_2a^4(-b)^2 + {}_6C_3a^3(-b)^3 \\
 &\quad + {}_6C_4a^2(-b)^4 + {}_6C_5a(-b)^5 + {}_6C_6(-b)^6 \\
 &= a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6
 \end{aligned}$$

2-1 1, 12

2-2 (1) $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^7$ 의 전개식의 일반항은

$$\begin{aligned}
 {}_7C_r(2x^2)^{7-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r &= {}_7C_r \times 2^{7-r} \times x^{14-2r} \times \frac{1}{x^r} \\
 &= {}_7C_r \times 2^{7-r} \times \frac{x^{14-2r}}{x^r}
 \end{aligned}$$

이때 x^5 항은 $14-2r-r=5$ 에서 $r=3$ 따라서 구하는 x^5 의 계수는

$${}_7C_3 \times 2^4 = 560$$

(2) $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^8$ 의 전개식의 일반항은

$$\begin{aligned}
 {}_8C_r x^{8-r} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^r &= {}_8C_r \times x^{8-r} \times (-1)^r \times \frac{1}{x^{2r}} \\
 &= {}_8C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{8-r}}{x^{2r}}
 \end{aligned}$$

이때 x^5 항은 $8-r-2r=5$ 에서 $r=1$ 따라서 구하는 x^5 의 계수는

$${}_8C_1 \times (-1) = -8$$

3-1 $4-r$, $6-r$, 8, 8, 563-2 (1) $(3+x)^5$ 의 전개식의 일반항은 ${}_5C_r 3^{5-r} x^r$ 따라서 $(1+2x)(3+x)^5$ 의 전개식의 일반항은

$$\begin{aligned}
 (1+2x) \times {}_5C_r 3^{5-r} x^r \\
 = {}_5C_r \times 3^{5-r} \times x^r + 2 \times {}_5C_r \times 3^{5-r} \times x^{r+1}
 \end{aligned}$$

이때 x^4 의 계수는(i) ${}_5C_r \times 3^{5-r} \times x^r$ 에서 $r=4$ 일 때이므로

$${}_5C_4 \times 3^1 = 15$$

(ii) $2 \times {}_5C_r \times 3^{5-r} \times x^{r+1}$ 에서 $r+1=4$, 즉 $r=3$ 일 때이

므로

$$2 \times {}_5C_3 \times 3^2 = 180$$

(i), (ii)에서 구하는 x^4 의 계수는

$$15 + 180 = 195$$

(2) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_r x^{4-r} \left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_4C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{4-r}}{x^r}$$

따라서 $(x^2+1)\left(x - \frac{1}{x}\right)^4$ 의 전개식의 일반항은

$$\begin{aligned}
 (x^2+1) \times {}_4C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{4-r}}{x^r} \\
 = {}_4C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{6-r}}{x^r} + {}_4C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{4-r}}{x^r}
 \end{aligned}$$

이때 x^2 의 계수는(i) ${}_4C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{6-r}}{x^r}$ 에서 $6-r-r=2$, 즉 $r=2$ 일

때이므로

$${}_4C_2 \times (-1)^2 = 6$$

(ii) ${}_4C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{4-r}}{x^r}$ 에서 $4-r-r=2$, 즉 $r=1$ 일

때이므로

$${}_4C_1 \times (-1)^1 = -4$$

(i), (ii)에서 구하는 x^2 의 계수는

$$6 + (-4) = 2$$

(3) $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r (x^2)^{5-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = {}_5C_r \times \frac{x^{10-2r}}{x^r}$$

따라서 $(x+2)\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은

$$(x+2) \times {}_5C_r \times \frac{x^{10-2r}}{x^r} = {}_5C_r \times \frac{x^{11-2r}}{x^r} + 2 \times {}_5C_r \times \frac{x^{10-2r}}{x^r}$$

이때 x 의 계수는(i) ${}_5C_r \times \frac{x^{11-2r}}{x^r}$ 에서 $11-2r-r=1$ 을 만족시키는 정수 r 은 존재하지 않는다.(ii) $2 \times {}_5C_r \times \frac{x^{10-2r}}{x^r}$ 에서 $10-2r-r=1$, 즉 $r=3$ 일 때

이므로

$$2 \times {}_5C_3 = 20$$

(i), (ii)에서 구하는 x 의 계수는 204-1 (1) 2, 128 (2) 0, 0 (3) $n-1$, 2564-2 (1) ${}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^n {}_nC_n = 0$ 이므로

$${}_{13}C_0 - {}_{13}C_1 + {}_{13}C_2 - \cdots - {}_{13}C_{13} = 0$$

(2) ${}_nC_1 + {}_nC_3 + {}_nC_5 + \cdots = 2^{n-1}$ 이므로

$${}_{10}C_1 + {}_{10}C_3 + {}_{10}C_5 + {}_{10}C_7 + {}_{10}C_9 = 2^{10-1} = 2^9 = 512$$

(3) ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$ 이므로

$${}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + \cdots + {}_{11}C_{11} = 2^{11}$$

이때 ${}_{11}C_0 = {}_{11}C_{11}$, ${}_{11}C_1 = {}_{11}C_{10}$, ${}_{11}C_2 = {}_{11}C_9$, ${}_{11}C_3 = {}_{11}C_8$, ${}_{11}C_4 = {}_{11}C_7$, ${}_{11}C_5 = {}_{11}C_6$ 이므로

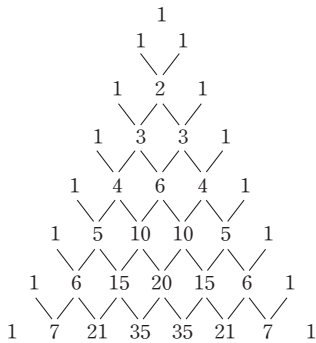
$$2({}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 + {}_{11}C_5) = 2^{11}$$

$$\therefore {}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 + {}_{11}C_5 = \frac{1}{2} \times 2^{11}$$

$$= 2^{10} = 1024$$

5-1 $4x^3y, y^4$

5-2



$$(1) (x+1)^7 \\ = x^7 + 7x^6 + 21x^5 + 35x^4 + 35x^3 + 21x^2 + 7x + 1$$

$$(2) (a-b)^5 \\ = a^5 + 5a^4(-b) + 10a^3(-b)^2 + 10a^2(-b)^3 + 5a(-b)^4 + (-b)^5 \\ = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$$

6-1 12, 286

6-2 ${}_2C_0 = {}_3C_0$ 이고 ${}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r = {}_nC_r$ 이므로

$$\begin{aligned} & {}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + \cdots + {}_{20}C_{18} \\ &= ({}_3C_0 + {}_3C_1) + {}_4C_2 + \cdots + {}_{20}C_{18} \\ &= ({}_4C_1 + {}_4C_2) + \cdots + {}_{20}C_{18} \\ &\vdots \\ &= {}_{20}C_{17} + {}_{20}C_{18} = {}_{21}C_{18} = 1330 \end{aligned}$$

집중 연습

본문 | 022, 023쪽

1 (1) $(x+6y)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r x^{5-r} (6y)^r = {}_5C_r \times 6^r \times x^{5-r} y^r$$

이때 x^4y 항은 $r=1$ 일 때이므로 구하는 x^4y 의 계수는

$${}_5C_1 \times 6^1 = 30$$

(2) $(x^2-2x)^6$ 의 전개식의 일반항은

$${}_6C_r (x^2)^{6-r} (-2x)^r = {}_6C_r \times (-2)^r \times x^{12-r}$$

이때 x^8 항은 $12-r=8$ 에서 $r=4$ 일 때이므로 구하는 x^8 의 계수는

$${}_6C_4 \times (-2)^4 = 240$$

(3) $(x^2-3y)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_r (x^2)^{4-r} (-3y)^r = {}_4C_r \times (-3)^r \times x^{8-2r} y^r$$

이때 x^2y^3 항은 $r=3$ 일 때이므로 구하는 x^2y^3 의 계수는

$${}_4C_3 \times (-3)^3 = -108$$

(4) $\left(5x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r (5x^2)^{5-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = {}_5C_r \times 5^{5-r} \times \frac{x^{10-2r}}{x^r}$$

이때 x 항은 $10-2r-r=1$ 에서 $r=3$ 일 때이므로 구하는 x 의 계수는

$${}_5C_3 \times 5^2 = 250$$

(5) $\left(2x - \frac{1}{x^3}\right)^8$ 의 전개식의 일반항은

$${}_8C_r (2x)^{8-r} \left(-\frac{1}{x^3}\right)^r = {}_8C_r \times 2^{8-r} \times (-1)^r \times \frac{x^{8-r}}{x^{3r}}$$

이때 상수항은 $8-r=3r$ 에서 $r=2$ 일 때이므로 구하는 상수항은

$${}_8C_2 \times 2^6 \times (-1)^2 = 1792$$

2 (1) $(x-2)^3$ 의 전개식의 일반항은 ${}_3C_r x^{3-r} (-2)^r$

따라서 $(x+2)(x-2)^3$ 의 전개식의 일반항은

$$(x+2) \times {}_3C_r x^{3-r} (-2)^r$$

$$= {}_3C_r \times (-2)^r \times x^{4-r} + 2 \times {}_3C_r \times (-2)^r \times x^{3-r}$$

이때 x^3 의 계수는

$$(i) {}_3C_r \times (-2)^r \times x^{4-r} \text{에서 } 4-r=3, \text{ 즉 } r=1 \text{ 일 때이므로} \\ {}_3C_1 \times (-2)^1 = -6$$

$$(ii) 2 \times {}_3C_r \times (-2)^r \times x^{3-r} \text{에서 } 3-r=3, \text{ 즉 } r=0 \text{ 일 때이므로}$$

$$2 \times {}_3C_0 \times (-2)^0 = 2$$

(i), (ii)에서 구하는 x^3 의 계수는

$$-6 + 2 = -4$$

(2) $(x+3)^4$ 의 전개식의 일반항은 ${}_4C_r x^{4-r} 3^r$

따라서 $(2x+1)(x+3)^4$ 의 전개식의 일반항은

$$(2x+1) \times {}_4C_r x^{4-r} 3^r$$

$$= 2 \times {}_4C_r \times 3^r \times x^{5-r} + {}_4C_r \times 3^r \times x^{4-r}$$

이때 x^4 의 계수는

$$(i) 2 \times {}_4C_r \times 3^r \times x^{5-r} \text{에서 } 5-r=4, \text{ 즉 } r=1 \text{ 일 때이므로} \\ 2 \times {}_4C_1 \times 3^1 = 24$$

$$(ii) {}_4C_r \times 3^r \times x^{4-r} \text{에서 } 4-r=4, \text{ 즉 } r=0 \text{ 일 때이므로} \\ {}_4C_0 \times 3^0 = 1$$

(i), (ii)에서 구하는 x^4 의 계수는

$$24 + 1 = 25$$

(3) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ 의 전개식의 일반항은

$${}_{10}C_r x^{10-r} \left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_{10}C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{10-r}}{x^r}$$

따라서 $(x+1)\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ 의 전개식의 일반항은

$$(x+1) \times {}_{10}C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{10-r}}{x^r}$$

$$= {}_{10}C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{11-r}}{x^r} + {}_{10}C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{10-r}}{x^r}$$

이때 x^2 의 계수는

$$(i) {}_{10}C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{11-r}}{x^r} \text{에서 } 11-r-r=2 \text{ 를 만족시키} \\ \text{는 정수 } r \text{ 은 존재하지 않는다.}$$

$$(ii) {}_{10}C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{10-r}}{x^r} \text{에서 } 10-r-r=2, \text{ 즉 } r=4 \text{ 일 때이므로}$$

$${}_{10}C_4 \times (-1)^4 = 210$$

(i), (ii)에서 구하는 x^2 의 계수는 210

(4) $(x-y)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_r x^{4-r} (-y)^r = {}_4C_r \times (-1)^r \times x^{4-r} y^r$$

따라서 $(x+y)(x-y)^4$ 의 전개식의 일반항은

$$(x+y) \times {}_4C_r \times (-1)^r \times x^{4-r} y^r \\ = {}_4C_r \times (-1)^r \times x^{5-r} y^r + {}_4C_r \times (-1)^r \times x^{4-r} y^{r+1}$$

이때 $x^3 y^2$ 의 계수는

(i) ${}_4C_r \times (-1)^r \times x^{5-r} y^r$ 에서 $r=2$ 일 때이므로

$${}_4C_2 \times (-1)^2 = 6$$

(ii) ${}_4C_r \times (-1)^r \times x^{4-r} y^{r+1}$ 에서 $r=1$ 일 때이므로

$${}_4C_1 \times (-1)^1 = -4$$

(i), (ii)에서 구하는 $x^3 y^2$ 의 계수는

$$6 + (-4) = 2$$

(5) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r x^{5-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = {}_5C_r \times \frac{x^{5-r}}{x^r}$$

따라서 $(x^2 + x)\left(x + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은

$$(x^2 + x) \times {}_5C_r \times \frac{x^{5-r}}{x^r} \\ = {}_5C_r \times \frac{x^{7-r}}{x^r} + {}_5C_r \times \frac{x^{6-r}}{x^r}$$

(i) ${}_5C_r \times \frac{x^{7-r}}{x^r}$ 에서 $7-r=r$ 을 만족시키는 정수 r 은 존재하지 않는다.

(ii) ${}_5C_r \times \frac{x^{6-r}}{x^r}$ 에서 $6-r=r$, 즉 $r=3$ 일 때이므로

$${}_5C_3 = 10$$

(i), (ii)에서 구하는 상수항은 10

3 (1) ${}_6C_0 + {}_6C_1 + {}_6C_2 + \cdots + {}_6C_6 = 2^6 = 64$

$$(2) {}_4C_0 - {}_4C_1 + {}_4C_2 - {}_4C_3 + {}_4C_4 = 0$$

$$(3) {}_8C_0 + {}_8C_2 + {}_8C_4 + {}_8C_6 + {}_8C_8 = 2^{8-1} = 2^7 = 128$$

$$(4) {}_{11}C_1 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_5 + {}_{11}C_7 + {}_{11}C_9 + {}_{11}C_{11} = 2^{11-1} = 2^{10} = 1024$$

$$(5) {}_7C_0 + {}_7C_1 + {}_7C_2 + \cdots + {}_7C_7 = 2^7$$

이때 ${}_7C_r = {}_7C_{7-r}$ 이므로

$$2({}_7C_0 + {}_7C_1 + {}_7C_2 + {}_7C_3) = 2^7$$

$$\therefore {}_7C_0 + {}_7C_1 + {}_7C_2 + {}_7C_3 = \frac{1}{2} \times 2^7 = 2^6 = 64$$

4 (1) ${}_9C_0 + {}_9C_1 + {}_9C_2 + \cdots + {}_9C_9 = 2^9 = 512$

이때 ${}_9C_0 = 1$ 이므로

$${}_9C_1 + {}_9C_2 + {}_9C_3 + \cdots + {}_9C_9 = 512 - 1 = 511$$

$$(2) {}_{12}C_0 + {}_{12}C_2 + {}_{12}C_4 + \cdots + {}_{12}C_{12} = 2^{12-1} = 2^{11} = 2048$$

이때 ${}_{12}C_{12} = 1$ 이므로

$${}_{12}C_0 + {}_{12}C_2 + {}_{12}C_4 + \cdots + {}_{12}C_{10} = 2048 - 1 = 2047$$

5 (1) ${}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1} = 2^{2n-1}$ 이므로

$$2^{2n-1} = 512 = 2^9$$

따라서 $2n-1=9$ 이므로 $n=5$

$$(2) {}_{15}C_0 + {}_{15}C_1 + {}_{15}C_2 + \cdots + {}_{15}C_{15} = 2^{15}$$

이때 ${}_{15}C_r = {}_{15}C_{15-r}$ 이므로

$$2({}_{15}C_8 + {}_{15}C_9 + {}_{15}C_{10} + \cdots + {}_{15}C_{15}) = 2^{15}$$

따라서

$${}_{15}C_8 + {}_{15}C_9 + {}_{15}C_{10} + \cdots + {}_{15}C_{15} = \frac{1}{2} \times 2^{15} = 2^{14}$$

이므로 $n=14$

$$(3) (1+x)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 x + {}_nC_2 x^2 + \cdots + {}_nC_n x^n$$

위 식의 양변에 $x=2$, $n=9$ 를 대입하면

$$(1+2)^9 = {}_9C_0 + {}_9C_1 \times 2 + {}_9C_2 \times 2^2 + \cdots + {}_9C_9 \times 2^9$$

따라서 ${}_9C_0 + 2 \times {}_9C_1 + 2^2 \times {}_9C_2 + \cdots + 2^9 \times {}_9C_9 = 3^9$ 이므로

$n=9$

기초 개념 평가

본문 | 024, 025쪽

01 조합

03 이항계수

05 ${}_nC_r a^{n-r} b^r$

07 0

09 ${}_nC_{n-r}$

02 이항정리

04 일반항

06 2^n

08 2^{n-1}

10 합

기초 문제 평가

본문 | 026, 027쪽

1 $(2x^2 - 3x)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_r (2x^2)^{4-r} (-3x)^r = {}_4C_r \times 2^{4-r} \times (-3)^r \times x^{8-r}$$

이때 x^5 항은 $8-r=5$ 에서 $r=3$ 일 때이므로 구하는 x^5 의 계수는

$${}_4C_3 \times 2^1 \times (-3)^3 = -216$$

2 $(2a + 3b)^4$

$$= {}_4C_0 (2a)^4 + \boxed{(7)} {}_4C_1 (2a)^3 (3b) + {}_4C_2 (2a)^2 (3b)^2 \\ + \boxed{(6)} {}_4C_3 (2a) (3b)^3 + {}_4C_4 (3b)^4 \\ = 16a^4 + 96a^3b + 216a^2b^2 + \boxed{(24)} 216ab^3 + 81b^4$$

따라서 구하는 답은 ④이다.

3 $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^6$ 의 전개식의 일반항은

$${}_6C_r x^{6-r} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^r = {}_6C_r \times (-1)^r \times \frac{x^{6-r}}{x^{2r}}$$

이때 상수항은 $6-r=2r$ 에서 $r=2$ 일 때이므로

$${}_6C_2 \times (-1)^2 = 15$$

4 $(ax+2)^7$ 의 전개식의 일반항은

$${}_7C_r(ax)^{7-r}2^r = {}_7C_r \times a^{7-r} \times 2^r \times x^{7-r}$$

이때 x^3 항은 $7-r=3$ 에서 $r=4$ 일 때이므로 x^3 의 계수는

$${}_7C_4 \times a^3 \times 2^4 = 560a^3$$

x^3 의 계수가 70이므로

$$560a^3 = 70, a^3 = \frac{1}{8}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} (\because a \text{는 실수})$$

5 $\frac{(1+2x)^5-1}{x}$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는 $(1+2x)^5$ 의 전개

식에서 x^3 의 계수와 같다.

$(1+2x)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r(2x)^r = {}_5C_r \times 2^r \times x^r$$

이때 x^3 항은 $r=3$ 일 때이므로 x^3 의 계수는

$${}_5C_3 \times 2^3 = 80$$

따라서 주어진 식의 전개식에서 x^2 의 계수는 **80**

6 $(a+x)^5$ 의 전개식의 일반항은 ${}_5C_r a^{5-r} x^r$

따라서 $(1+2x)(a+x)^5$ 의 전개식의 일반항은

$$(1+2x) \times {}_5C_r a^{5-r} x^r$$

$$= {}_5C_r \times a^{5-r} \times x^r + 2 \times {}_5C_r \times a^{5-r} \times x^{r+1}$$

..... ㉠

이때 x^4 의 계수는

(i) ${}_5C_r \times a^{5-r} \times x^r$ 에서 $r=4$ 일 때이므로

$${}_5C_4 \times a^1 = 5a$$

(ii) $2 \times {}_5C_r \times a^{5-r} \times x^{r+1}$ 에서 $r+1=4$, 즉 $r=3$ 일 때이므로

$$2 \times {}_5C_3 \times a^2 = 20a^2$$

(i), (ii)에서 x^4 의 계수는 $20a^2 + 5a$

x^4 의 계수가 195이므로

$$20a^2 + 5a = 195, 4a^2 + a - 39 = 0$$

$$(4a+13)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = 3 (\because a > 0)$$

$a=3$ 을 ㉠에 대입하면 구하는 x^2 의 계수는

$${}_5C_2 \times 3^3 + 2 \times {}_5C_1 \times 3^4 = 270 + 810$$

$$= \mathbf{1080}$$

7 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식의 일반항은

$${}_6C_r x^{6-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = {}_6C_r \times \frac{x^{6-r}}{x^r}$$

따라서 $(x^2+x+1)\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식의 일반항은

$$(x^2+x+1) \times {}_6C_r \times \frac{x^{6-r}}{x^r}$$

$$= {}_6C_r \times \frac{x^{8-r}}{x^r} + {}_6C_r \times \frac{x^{7-r}}{x^r} + {}_6C_r \times \frac{x^{6-r}}{x^r}$$

이때 상수항은

(i) ${}_6C_r \times \frac{x^{8-r}}{x^r}$ 에서 $8-r=r$, 즉 $r=4$ 일 때이므로

$${}_6C_4 = 15$$

(ii) ${}_6C_r \times \frac{x^{7-r}}{x^r}$ 에서 $7-r=r$ 을 만족시키는 정수 r 은 존재하지 않는다.

(iii) ${}_6C_r \times \frac{x^{6-r}}{x^r}$ 에서 $6-r=r$, 즉 $r=3$ 일 때이므로

$${}_6C_3 = 20$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 상수항은

$$15 + 20 = \mathbf{35}$$

8 ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n = 2^n$ 이므로

$${}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \dots + {}_nC_n = 2^n - 1$$

따라서 주어진 부등식은 $200 < 2^n - 1 < 400, 201 < 2^n < 401$

이때 $2^7 = 128, 2^8 = 256, 2^9 = 512$ 이므로

$$n = \mathbf{8}$$

9 ${}_{16}C_1 + {}_{16}C_3 + {}_{16}C_5 + \dots + {}_{16}C_{15} = 2^{16-1} = 2^{15}$

이때 ${}_{16}C_r = {}_{16}C_{16-r}$ 이므로

$$2({}_{16}C_1 + {}_{16}C_3 + {}_{16}C_5 + {}_{16}C_7) = 2^{15}$$

따라서 ${}_{16}C_1 + {}_{16}C_3 + {}_{16}C_5 + {}_{16}C_7 = \frac{1}{2} \times 2^{15} = 2^{14}$ 이므로

$$n = \mathbf{14}$$

10 $(1+x)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 x + {}_nC_2 x^2 + \dots + {}_nC_n x^n$

위 식의 양변에 $x=3$ 을 대입하면

$$(1+3)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 \times 3 + {}_nC_2 \times 3^2 + \dots + {}_nC_n \times 3^n$$

$$\therefore {}_nC_0 + 3 \times {}_nC_1 + 3^2 \times {}_nC_2 + \dots + 3^n \times {}_nC_n = 4^n$$

즉, $4^n = 2^{40} = 4^{20}$ 에서 $n = \mathbf{20}$

11 11^{10}

$$= (1+10)^{10}$$

$$= {}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 \times 10 + {}_{10}C_2 \times 10^2 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 10^{10}$$

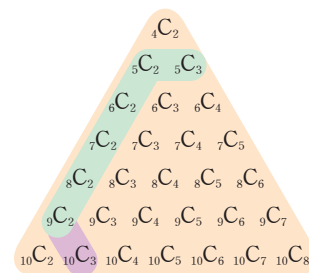
$$= 1 + 10 \times 10 + 10^2({}_{10}C_2 + {}_{10}C_3 \times 10 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 10^8)$$

$$= 1 + 10^2(1 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_3 \times 10 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 10^8)$$

이때 $10^2(1 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_3 \times 10 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 10^8)$ 은 100으로 나누어떨어진다.

따라서 11^{10} 을 100으로 나누었을 때의 나머지는 **1**이다.

12



$${}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_2 + {}_7C_2 + {}_8C_2 + {}_9C_2$$

$$= ({}_6C_3 + {}_6C_2) + {}_7C_2 + {}_8C_2 + {}_9C_2$$

$$= ({}_7C_3 + {}_7C_2) + {}_8C_2 + {}_9C_2$$

$$\begin{aligned}
 &=({}_8C_3+{}_8C_2)+{}_9C_2 \\
 &={}_9C_3+{}_9C_2 \\
 &={}_{10}C_3=120
 \end{aligned}$$

13 $(1+x)^n$ 의 전개식의 일반항은 ${}_nC_r x^r$ 이고

$3 \leq n \leq 8$ 인 경우에만 x^3 항이 나오므로

$(1+x)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 ${}_3C_3$

$(1+x)^4$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 ${}_4C_3$

⋮

$(1+x)^8$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 ${}_8C_3$

따라서 주어진 식의 전개식에서 x^3 의 계수는

$${}_3C_3+{}_4C_3+{}_5C_3+{}_6C_3+{}_7C_3+{}_8C_3$$

$$=({}_4C_4+{}_4C_3)+{}_5C_3+{}_6C_3+{}_7C_3+{}_8C_3$$

$$=({}_5C_4+{}_5C_3)+{}_6C_3+{}_7C_3+{}_8C_3$$

$$=({}_6C_4+{}_6C_3)+{}_7C_3+{}_8C_3$$

$$=({}_7C_4+{}_7C_3)+{}_8C_3$$

$$={}_8C_4+{}_8C_3$$

$$={}_9C_4=126$$

다른 풀이 [대수]에서 배운 등비수열의 합 이용

$$(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^8 \quad \cdots \textcircled{1}$$

①은 첫째항이 $1+x$, 공비가 $1+x$ 인 등비수열의 첫째항부터 제 8항까지의 합이므로

$$\frac{(1+x)\{(1+x)^8-1\}}{(1+x)-1} = \frac{(1+x)^9-(1+x)}{x}$$

즉, ①의 전개식에서 x^3 의 계수는 $(1+x)^9$ 의 전개식에서 x^4 의 계수와 같다.

$(1+x)^9$ 의 전개식의 일반항은 ${}_9C_r x^r$

이때 x^4 항은 $r=4$ 일 때이므로 x^4 의 계수는 ${}_9C_4=126$

따라서 주어진 식의 전개식에서 x^3 의 계수는 126

14

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 1 & & & & \\
 & & {}_1C_0 & {}_1C_1 & & & \\
 & {}_2C_0 & {}_2C_1 & {}_2C_2 & & & \\
 & {}_3C_0 & {}_3C_1 & {}_3C_2 & {}_3C_3 & & \\
 & {}_4C_0 & {}_4C_1 & {}_4C_2 & {}_4C_3 & {}_4C_4 & \\
 & {}_5C_0 & {}_5C_1 & {}_5C_2 & {}_5C_3 & {}_5C_4 & {}_5C_5 \\
 & & & \vdots & & & \\
 & {}_{10}C_0 & {}_{10}C_1 & {}_{10}C_2 & \cdots & {}_{10}C_7 & {}_{10}C_8 & {}_{10}C_9 & {}_{10}C_{10} \\
 & {}_{11}C_0 & {}_{11}C_1 & {}_{11}C_2 & \cdots & {}_{11}C_7 & {}_{11}C_8 & {}_{11}C_9 & {}_{11}C_{10} & {}_{11}C_{11}
 \end{array}$$

$${}_3C_0+{}_4C_1+{}_5C_2+\cdots+{}_{10}C_7$$

$$=({}_4C_0+{}_4C_1)+{}_5C_2+\cdots+{}_{10}C_7$$

$$=({}_5C_1+{}_5C_2)+\cdots+{}_{10}C_7$$

⋮

$$={}_{10}C_6+{}_{10}C_7$$

$$={}_{11}C_7=330$$

03

확률의 뜻과 활용

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 031쪽

1-1 4, 5

1-2 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

(1) 두 눈의 수의 합이 9인 경우를 순서쌍으로 나타내면
(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

따라서 구하는 확률은

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(2) 두 눈의 수의 차가 0인 경우를 순서쌍으로 나타내면
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

따라서 구하는 확률은

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

2-1 (1) 4 (2) 0, 0 (3) 9, 1

2-2 (1) 소수는 2, 3, 5, 7이므로 구하는 확률은

$$\frac{(\text{소수가 적힌 공의 개수})}{(\text{전체 공의 개수})} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

(2) 10 이하의 숫자가 적힌 공은 10개이므로 구하는 확률은

$$\frac{(10 \text{ 이하의 숫자가 적힌 공의 개수})}{(\text{전체 공의 개수})} = \frac{10}{10} = 1$$

(3) 12가 적힌 공은 없으므로 구하는 확률은

$$\frac{(12 \text{ 가 적힌 공의 개수})}{(\text{전체 공의 개수})} = \frac{0}{10} = 0$$

3-1 3, 3, 1, 1, 2

3-2 (1) 8의 약수인 경우는 1, 2, 4, 8의 4가지이므로 그 확률

$$\text{은 } \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

3의 배수인 경우는 3, 6, 9, 12의 4가지이므로 그 확률

$$\text{은 } \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 확률은

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(2) 소수인 경우는 2, 3, 5, 7, 11의 5가지이므로 그 확률

$$\text{은 } \frac{5}{12}$$

4의 배수인 경우는 4, 8, 12의 3가지이므로 그 확률

$$\text{은 } \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 확률은

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

1-1 (2) 4 (3) 10 (4) 10, 7, 7

1-2 (1) 표본공간 S 는 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(2) 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 A 라 하면

$$A = \{3, 6\}$$

1-3 표본공간 S 는 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고,

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$(1) A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$$

$$(2) A \cap B = \{1, 3\}$$

$$(3) A^c = \{2, 4, 6\}$$

$$(4) A^c = \{2, 4, 6\}, B^c = \{4, 5\} \text{이므로}$$

$$A^c \cup B^c = \{2, 4, 5, 6\}$$

다른 풀이 $A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로

$$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 4, 5, 6\}$$

2-1 6, 1

2-2 표본공간 S 는 $S = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 5), (6, 6)\}$

$$\text{이므로 } n(S) = 6 \times 6 = 36$$

(1) 나오는 두 눈의 수의 합이 10 이상인 사건을 A 라 하면

$$A = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$\text{이므로 } n(A) = 6$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(2) 나오는 두 눈의 수의 차가 1인 사건을 B 라 하면

$$B = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$\text{이므로 } n(B) = 10$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

3-1 7, 7, 7

3-2 표본공간 S 는 7명이 일렬로 서는 경우의 수이므로

$$n(S) = 7!$$

남학생과 여학생이 번갈아 가며 서는 사건을 A 라 하면

남학생 4명이 일렬로 서는 경우의 수는 $4!$

남학생 사이사이에 여학생 3명이 서는 경우의 수는 $3!$

$$\text{이므로 } n(A) = 4! \times 3!$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = \frac{4! \times 3!}{7!} = \frac{1}{35}$$

4-1 63, 63, 21

4-2 7개의 공 중에서 2개의 공을 꺼내는 동시에 경우의 수는

$${}_7C_2 = 21$$

빨간 공 4개 중에서 1개, 파란 공 3개 중에서 1개를 꺼내는

$$\text{경우의 수는 } {}_4C_1 \times {}_3C_1 = 12$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

5-1 56, 2, 56

5-2 9명의 회원 중에서 3명의 대표를 뽑는 경우의 수는 ${}_9C_3 = 84$

A, B 는 포함되고 C 는 포함되지 않으므로 A, B, C 를 제외한 6명의 회원 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_1 = 6$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{6}{84} = \frac{1}{14}$$

6-1 620, 99

6-2 (1) 5000개 중에서 4450개가 부화하므로 구하는 확률은

$$\frac{4450}{5000} = \frac{89}{100}$$

(2) 필요한 최소한의 달걀의 개수를 n 이라 하면

$$\frac{89}{100} \times n \geq 60, n \geq 67.41 \times \times \times$$

따라서 구하는 달걀의 개수는 68

7-1 (1) 2, 6 (2) 0

7-2 10장의 카드 중에서 3장의 카드를 동시에 뽑는 경우의 수는

$${}_{10}C_3 = 120$$

(1) 짝수가 적힌 카드 2장, 홀수가 적힌 카드 1장을 뽑는 경우

$$\text{의 수는 } {}_5C_2 \times {}_5C_1 = 50$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

(2) 반드시 일어나는 사건이므로 1

(3) 절대로 일어나지 않는 사건이므로 0

8-1 1, 1, 2

8-2 홀수의 눈이 나오는 사건을 A , 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 B 라 하면 $n(A) = 3, n(B) = 2, n(A \cap B) = 1$ 이므로

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

9-1 10, 10, 13

9-2 20장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑는 경우의 수는

$${}_{20}C_2 = 190$$

뽑은 카드에 적힌 수가 모두 3의 배수인 사건을 A , 7의 배수인 사건을 B 라 하면

$$n(A) = {}_6C_2 = 15, n(B) = {}_2C_2 = 1 \text{이므로}$$

$$P(A) = \frac{15}{190} = \frac{3}{38}, P(B) = \frac{1}{190}$$

이때 두 사건은 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{3}{38} + \frac{1}{190} = \frac{8}{95}$$

10-1 5, 5, 37

10-2 남학생이 적어도 1명 뽑히는 사건을 A 라 하면 A^c 은 남학생이 1명도 뽑히지 않는 사건, 즉 3명 모두 여학생이 뽑히는 사건이다.

10명 중에서 3명의 대표를 뽑는 경우의 수는 ${}_{10}C_3=120$

3명 모두 여학생이 뽑히는 경우의 수는 ${}_6C_3=20$

$$\therefore P(A^c) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은 $P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

11-1 15, 15, 19, 19, 23

11-2 홀수가 적힌 카드를 한 장 이상 뽑는 사건을 A 라 하면 A^c 은 짝수가 적힌 카드만 뽑는 사건이다.

10장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑는 경우의 수는

$${}_{10}C_2=45$$

짝수가 적힌 카드만 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2=10$

$$\therefore P(A^c) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

따라서 구하는 확률은 $P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

집중 연습

본문 | 038, 039쪽

1 6명이 일렬로 서는 경우의 수는 $6!$

(1) A, B를 1명으로 생각하여 5명이 일렬로 서는 경우의 수는 $5!$

A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{5! \times 2!}{6!} = \frac{1}{3}$$

(2) A, B를 제외한 4명이 일렬로 서는 경우의 수는 $4!$

양 끝과 4명 사이사이에 A, B가 서는 경우의 수는 ${}_5P_2$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{4! \times {}_5P_2}{6!} = \frac{2}{3}$$

다른 풀이 A, B가 이웃하게 설 확률이 $\frac{1}{3}$ 이므로 구하는 확

$$\text{률은 } 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(3) A, B가 양 끝에 서는 경우의 수는 $2!$

A, B를 제외한 4명이 일렬로 서는 경우의 수는 $4!$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{2! \times 4!}{6!} = \frac{1}{15}$$

(4) A, B를 제외한 4명 중에서 2명이 양 끝에 서는 경우의 수는 ${}_4P_2$

A, B를 포함한 4명이 일렬로 서는 경우의 수는 $4!$

$$\text{즉, A, B 모두 양 끝에 서지 않을 확률은 } \frac{{}_4P_2 \times 4!}{6!} = \frac{2}{5}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

2 (1) 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는 ${}_5\Pi_3=5^3=125$

홀수이려면 일의 자리에는 1, 3, 5가 와야하므로 홀수의 개수는 $3 \times {}_5\Pi_2=3 \times 5^2=75$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{75}{125} = \frac{3}{5}$$

(2) 4개의 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는 $3 \times {}_4\Pi_3=3 \times 4^3=192$

3이 포함되지 않은 자연수의 개수는 $2 \times {}_3\Pi_3=2 \times 3^3=54$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{54}{192} = \frac{9}{32}$$

3 a, a, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2! \times 2!} = 30$$

(1) 맨 앞에 오는 a를 제외한 a, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는

$$\text{경우의 수는 } \frac{4!}{2!} = 12$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

(2) a, a가 이웃하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$

$$b, b가 이웃하는 경우의 수는 \frac{4!}{2!} = 12$$

a, a와 b, b가 각각 이웃하는 경우의 수는 $3! = 6$

즉, a, a 또는 b, b가 서로 이웃하는 경우의 수는

$$12 + 12 - 6 = 18$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

4 6명 중에서 3명의 대표를 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_3=20$$

(1) A, B가 모두 뽑히므로 A, B를 제외한 4명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_4C_1=4$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

(2) A는 뽑히고 B는 뽑히지 않으므로 A, B를 제외한 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_4C_2=6$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

(3) A, B, C 중에서 1명만 뽑히므로 A, B, C 중에서 1명을 뽑고 A, B, C를 제외한 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_3C_1 \times {}_3C_2=9$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{9}{20}$$

(4) A, B, C 모두 뽑히지 않는 경우의 수는 A, B, C를 제외한 3명을 모두 뽑는 경우의 수이므로 ${}_3C_3=1$

$$\text{즉, A, B, C 모두 뽑히지 않을 확률은 } \frac{1}{20}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

5 9개의 공 중에서 3개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_9C_3=84$$

(1) 흰 공 4개 중에서 2개, 검은 공 5개 중에서 1개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_4C_2 \times {}_5C_1=30$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{30}{84}=\frac{5}{14}$$

(2) 흰 공 4개 중에서 3개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_4C_3=4$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{4}{84}=\frac{1}{21}$$

(3) 흰 공 4개 중에서 3개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_4C_3=4$$

검은 공 5개 중에서 3개를 꺼내는 경우의 수는

$${}_5C_3=10$$

즉, 모두 같은 색의 공을 꺼내는 경우의 수는 $4+10=14$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{14}{84}=\frac{1}{6}$$

(4) 흰 공 3개를 꺼낼 확률은 $\frac{1}{21}$ 이므로 구하는 확률은

$$1-\frac{1}{21}=\frac{20}{21}$$

3 세 사람이 가위바위보를 할 때 나오는 경우의 수는

$${}_3\Pi_3=3^3=27$$

세 사람이 모두 서로 다른 것을 내는 경우의 수는 ${}_3P_3=6$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{6}{27}=\frac{2}{9}$$

4 BANANA에 있는 6개의 문자를 모두 일렬로 나열하는 경우

$$\text{의 수는 } \frac{6!}{2! \times 3!}=60$$

두 개의 N을 한 문자 C로 생각하여 5개의 문자 B, A, A, A,

C를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{3!}=20$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{20}{60}=\frac{1}{3}$$

5 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는

$${}_5P_4=120$$

$$1 \times \times \times, 2 \times \times \times \text{ 꼴} \Rightarrow 2 \times {}_4P_3=48$$

$$31 \times \times \text{ 꼴} \Rightarrow {}_3P_2=6$$

즉, 3200 이하인 자연수의 개수는

$$48+6=54$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{54}{120}=\frac{9}{20}$$

6 8명이 일렬로 서는 경우의 수는 8!

남학생 3명 중에서 양 끝에 설 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_3C_2=3$$

뽑힌 남학생 2명이 양 끝에 서는 경우의 수는 2!

나머지 6명이 일렬로 서는 경우의 수는 6!

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{3 \times 2! \times 6!}{8!}=\frac{3}{28}$$

7 10장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑는 경우의 수는

$${}_{10}C_2=45$$

두 수의 합이 홀수이려면 짝수가 적힌 카드와 홀수가 적힌 카드를 각각 한 장씩 뽑아야 하므로 그 경우의 수는 ${}_5C_1 \times {}_5C_1=25$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{25}{45}=\frac{5}{9}$$

8 B사 휴대폰을 사용하는 직원 수는 146이므로 구하는 확률은

$$\frac{146}{500}=\frac{73}{250}$$

9 A, B가 어떤 문제를 맞히는 사건을 각각 A, B라 하면

$$P(A)=0.8, P(B)=0.5, P(A \cup B)=0.9$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ &= 0.8 + 0.5 - 0.9 = 0.4 \end{aligned}$$

기초 개념 평가

본문 | 040, 041쪽

- | | |
|-------------------------|------------------|
| 01 시행 | 02 표본공간 |
| 03 사건 | 04 근원사건 |
| 05 $A \cup B, A \cap B$ | 06 배반사건 |
| 07 여사건 | 08 $P(A)$ |
| 09 통계적 확률 | 10 $P(A \cap B)$ |
| 11 $P(A \cup B)$ | 12 1 |

기초 문제 평가

본문 | 042, 043쪽

1 $A=\{1, 3, 5, 6, 8\}, B=\{6, 8, 10\},$
 $C=\{3, 5\}, D=\{3, 6\}$
 이때 $B \cap C = \emptyset$ 이므로 서로 배반사건인 것은 **B와 C**이다.

2 집합 A의 모든 부분집합의 개수는 $2^4=16$
 원소 1이 포함되어 있는 집합 A의 부분집합의 개수는
 $2^{4-1}=2^3=8$
 따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

- 10 뽑힌 학생이 수학 수업에 참여하는 학생인 사건을 A , 국어 수업에 참여하는 학생인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{3}{10}, P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{20} \end{aligned}$$

- 11 $P(A^c \cup B^c) = P((A \cap B)^c) = \frac{5}{6}$ 에서

$$P(A \cap B) = 1 - P((A \cap B)^c) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} = P(A) + P(B) - \frac{1}{6}$$

$$\therefore P(A) + P(B) = \frac{2}{3}$$

- 12 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{에서}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{6} + P(B) \quad \therefore P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\therefore P(B^c) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- 13 한 개의 주사위를 3번 던져서 나오는 경우의 수는

$${}_6\Pi_3 = 6^3 = 216$$

$$\text{이때 } (a-b)(b-c) = 0 \text{에서}$$

$$a-b=0 \text{ 또는 } b-c=0$$

$$\therefore a=b \text{ 또는 } b=c$$

$$a=b \text{인 사건을 } A, b=c \text{인 사건을 } B \text{라 하자.}$$

$$(i) a=b \text{일 때}$$

$$\text{그 경우의 수는 } {}_6\Pi_2 = 6^2 = 36 \text{이므로}$$

$$P(A) = \frac{36}{216} = \frac{1}{6}$$

$$(ii) b=c \text{일 때}$$

$$\text{그 경우의 수는 } {}_6\Pi_2 = 6^2 = 36 \text{이므로}$$

$$P(B) = \frac{36}{216} = \frac{1}{6}$$

$$(iii) a=b=c \text{일 때}$$

$$\text{그 경우의 수는 } 6 \text{이므로}$$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

$$(i), (ii), (iii) \text{에서}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

- 14 12명의 학생 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_{12}C_3 = 220$$

1학년 학생만 뽑히는 사건을 A , 2학년 학생만 뽑히는 사건을 B 라 하자.

$$(i) 1\text{학년 학생 } 7\text{명 중에서 } 3\text{명을 뽑는 경우의 수는}$$

$${}_7C_3 = 35 \text{이므로}$$

$$P(A) = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$$

$$(ii) 2\text{학년 학생 } 5\text{명 중에서 } 3\text{명을 뽑는 경우의 수는}$$

$${}_5C_3 = 10 \text{이므로}$$

$$P(B) = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$$

두 사건 A, B 는 서로 배반사건이므로 (i), (ii)에서

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{7}{44} + \frac{1}{22} = \frac{9}{44}$$

- 15 10개의 공 중에서 3개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_{10}C_3 = 120$$

흰 공을 적어도 1개 꺼낼 확률이 $\frac{29}{30}$ 이므로 꺼낸 3개의 공

$$\text{이 모두 검은 공일 확률은 } 1 - \frac{29}{30} = \frac{1}{30}$$

흰 공의 개수를 n 이라 하면 검은 공의 개수는 $10-n$ 이므로

꺼낸 3개의 공이 모두 검은 공인 경우의 수는

$${}_{10-n}C_3 = \frac{(10-n)(9-n)(8-n)}{6}$$

$$\frac{(10-n)(9-n)(8-n)}{120} = \frac{1}{30} \text{에서}$$

$$(10-n)(9-n)(8-n) = 24 = 4 \times 3 \times 2$$

$$10-n=4 \quad \therefore n=6$$

따라서 구하는 흰 공의 개수는 6

- 16 9개의 사탕 중에서 4개의 사탕을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$${}_9C_4 = 126$$

오렌지 맛 사탕을 2개 이상 꺼내는 사건을 A 라 하면 A^c 은 오렌지 맛 사탕을 1개 이하로 꺼내는 사건이다.

$$(i) \text{오렌지 맛 사탕 } 5\text{개 중에서 } 1\text{개, 포도맛 사탕 } 4\text{개 중에서 } 3\text{개를 꺼내는 경우의 수는 } {}_5C_1 \times {}_4C_3 = 20$$

$$(ii) \text{포도맛 사탕 } 4\text{개 중에서 } 4\text{개를 꺼내는 경우의 수는}$$

$${}_4C_4 = 1$$

$$(i), (ii) \text{에서 오렌지 맛 사탕을 } 1\text{개 이하로 꺼내는 경우의 수는 } 20 + 1 = 21$$

$$\text{따라서 } P(A^c) = \frac{21}{126} = \frac{1}{6} \text{이므로}$$

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

본문 | 044~047쪽

1-1 5

$$1-2 (1) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$(2) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{16}$$

2-1 4, 2

2-2 확률의 덧셈정리에서

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 이므로

$$\frac{17}{25} = \frac{3}{10} + \frac{1}{2} - P(A \cap B) \quad \therefore P(A \cap B) = \frac{3}{25}$$

$$(1) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{5}$$

$$(2) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{25}$$

3-1 B, 1

3-2 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 3의 약수의 눈이 나오는 사건을 B라 하면

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이므로

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

4-1 20, 2, 2

4-2 임의로 뽑은 학생이 남학생인 사건을 A, 스마트 위치를 보유한 학생인 사건을 B라 하면

$$P(A) = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}, P(A \cap B) = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$$

따라서 구하는 확률은 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이므로

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{3}{5}} = \frac{3}{4}$$

다른 풀이 $n(A) = 24, n(A \cap B) = 18$ 이므로 구하는 확률

$$\text{은 } P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

4-3 임의로 뽑은 학생이 남학생인 사건을 A, 안경을 쓴 학생인 사건을 B라 하면

$$P(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이므로

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{8}$$

5-1 8

5-2 확률의 곱셈정리에서

$P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$ 이므로

$$P(A) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \quad \therefore P(A) = \frac{2}{5}$$

6-1 1, 1, 21

6-2 (1) 첫 번째에 꺼낸 사탕이 사과 맛 사탕인 사건을 A라 하면

$$P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

두 번째에 꺼낸 사탕이 사과 맛 사탕인 사건을 B라 하면

$$P(B|A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

따라서 두 번 모두 사과 맛 사탕을 꺼내는 사건은 $A \cap B$ 이므로 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

(2) 첫 번째에 꺼낸 사탕이 포도 맛 사탕인 사건을 A라 하면

$$P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

두 번째에 꺼낸 사탕이 사과 맛 사탕인 사건을 B라 하면

$$P(B|A) = \frac{4}{9}$$

따라서 첫 번째에 포도 맛 사탕을, 두 번째에 사과 맛 사탕을 꺼내는 사건은 $A \cap B$ 이므로 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$$

7-1 50, 50, 250, 250, 7

7-2 (1) A 상자를 택하는 사건을 A, 흰 공 1개와 검은 공 1개를 꺼내는 사건을 B라 하자.

A 상자에서 흰 공 1개와 검은 공 1개를 꺼낼 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_1}{{}_6C_2} = \frac{3}{10}$$

B 상자에서 흰 공 1개와 검은 공 1개를 꺼낼 확률은

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c) = \frac{1}{2} \times \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_1}{{}_7C_2} = \frac{2}{7}$$

$$\therefore P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{2}{7} = \frac{41}{70}$$

(2) 구하는 확률은

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{41}{70}} = \frac{21}{41}$$

7-3 홈 경기인 사건을 A , 승리하는 사건을 B 라 하자.

이 축구팀이 홈 경기에서 승리할 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{25}$$

이 축구팀이 원정 경기에서 승리할 확률은

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c) = \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{6}{25}$$

$$\therefore P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) = \frac{3}{25} + \frac{6}{25} = \frac{9}{25}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{9}{25}} = \frac{1}{3}$$

집중 연습

본문 | 048, 049쪽

1 (1) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{10}$

(2) 확률의 덧셈정리에서

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - P(A \cap B) \quad \therefore P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$$

(3) 확률의 덧셈정리에서

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{7}{10} - P(A \cap B) \quad \therefore P(A \cap B) = \frac{17}{60}$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{17}{60}}{\frac{7}{10}} = \frac{17}{42}$$

(4) $P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{7}{12} - \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$$

이므로

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore P(A^c|B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{12}} = \frac{2}{5}$$

2 (1) 6의 약수의 눈이 나오는 사건을 A , 소수의 눈이 나오는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

(2) 소수의 눈이 나오는 사건을 A , 홀수의 눈이 나오는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

3 임의로 뽑은 관객이 남자인 사건을 A , 20대인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, P(A \cap B) = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{25}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{5}$$

4 (1) $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{4}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{7}$

(2) $P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = \frac{5}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{8}$

(3) $P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$ 에서

$$\frac{1}{6} = 1 - P(A \cup B) \quad \therefore P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{에서}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{2}{9} \quad \therefore P(B) = \frac{5}{9}$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{2}{5}$$

참고 드모르간의 법칙

① $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

② $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

(4) $P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$ 에서

$$\frac{1}{2} = 1 - P(A \cup B) \quad \therefore P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B) \text{에서}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}P(B) \quad \therefore P(B) = 4P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{에서}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + 4P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{18}$$

5 첫 번째에 꺼낸 구슬이 흰 구슬인 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{2}{5}$$

두 번째에 꺼낸 구슬이 검은 구슬인 사건을 B 라 하면

$$P(B|A) = \frac{3}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

6 첫 번째에 꺼낸 공이 파란 공인 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{5}{9}$$

두 번째에 꺼낸 공이 파란 공인 사건을 B 라 하면

$$P(B|A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

7 첫 번째에만 야채가 들어 있는 호빵을 먹는 사건은 첫 번째에 야채가 들어 있는 호빵을, 두 번째에 팔이 들어 있는 호빵을 먹는 사건이다.

첫 번째에 야채가 들어 있는 호빵을 먹는 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{3}{10}$$

두 번째에 팔이 들어 있는 호빵을 먹는 사건을 B 라 하면

$$P(B|A) = \frac{7}{9}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$$

기초 개념 평가

본문 | 050, 051쪽

01 조건부확률, $P(B|A)$ 02 $P(A), n(A \cap B)$

03 $P(B)$ 04 11

05 7, 7

06 $P(B|A), P(B|A), P(B)$

07 $P(A^c)$ 08 $P(A \cap B), P(A \cap B)$

기초 문제 평가

본문 | 052, 053쪽

1 $P(A|B) - P(B|A)$

$$\begin{aligned} &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ &= P(A \cap B) \left(\frac{1}{P(B)} - \frac{1}{P(A)} \right) \\ &= \frac{3}{20} \times \left(-\frac{2}{5} \right) \\ &= -\frac{3}{50} \end{aligned}$$

2 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$\frac{5}{7} = \frac{1}{7} + \frac{2}{3} - P(A \cap B) \quad \therefore P(A \cap B) = \frac{2}{21}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(A^c|B) &= \frac{P(A^c \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{21}}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{7} \end{aligned}$$

3 $P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$ 에서

$$\frac{1}{2}P(B|A) = \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} \quad \therefore P(B|A) = \frac{1}{6}$$

4 임의로 뽑은 학생이 여학생인 사건을 A , 아파트에 살고 있는 학생인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}, P(A \cap B) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{20}} = \frac{2}{3}$$

5 임의로 뽑은 카드에 적힌 수가 3의 배수인 사건을 A , 4의 배수인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{33}{100}, P(A \cap B) = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{25}}{\frac{33}{100}} = \frac{8}{33}$$

다른 풀이 $n(A) = 33, n(A \cap B) = 8$ 이므로 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{8}{33}$$

참고 3과 4의 최소공배수가 12이므로 $A \cap B$ 는 임의로 뽑은 카드에 적힌 수가 12의 배수인 사건이다.

- 6 임의로 뽑은 학생이 여학생인 사건을 A , 2학년 학생인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{44}{116} = \frac{11}{29}, P(A \cap B) = \frac{20}{116} = \frac{5}{29}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{5}{29}}{\frac{11}{29}} = \frac{5}{11}$$

다른 풀이 $n(A) = 44, n(A \cap B) = 20$ 이므로 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{20}{44} = \frac{5}{11}$$

- 7 주어진 조건을 표로 나타내면 다음과 같다.

	일본어	중국어	합계
남학생	9	7	16
여학생	10	4	14
합계	19	11	30

임의로 뽑은 학생이 일본어를 배우는 학생인 사건을 A , 남학생인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{19}{30}, P(A \cap B) = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{19}{30}} = \frac{9}{19}$$

다른 풀이 $n(A) = 19, n(A \cap B) = 9$ 이므로 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{9}{19}$$

- 8 첫 번째에 꺼낸 공이 흰 공인 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{n}{n+5}$$

두 번째에 꺼낸 공이 검은 공인 사건을 B 라 하면

$$P(B|A) = \frac{5}{n+4}$$

첫 번째에 흰 공을, 두 번째에 검은 공을 꺼낼 확률이 $\frac{1}{6}$ 이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{n}{n+5} \times \frac{5}{n+4} = \frac{1}{6}$$

$$n^2 - 21n + 20 = 0, (n-1)(n-20) = 0$$

$$\therefore n = 20 (\because n \geq 2)$$

- 9 은서가 당첨이 적힌 쪽지를 꺼내는 사건을 A , 지우가 당첨이 적힌 쪽지를 꺼내는 사건을 B 라 하자.

은서와 지우 모두 당첨이 적힌 쪽지를 꺼낼 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{12}$$

은서는 짱이 적힌 쪽지를 꺼내고 지우는 당첨이 적힌 쪽지를 꺼낼 확률은

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c) = \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

참고 추첨에서의 당첨 확률

추첨에서 먼저 참여하는 것과 나중에 참여하는 것 중에서 어느 것이 당첨 확률이 높을까?

위의 9번 문제에서

은서가 당첨이 적힌 쪽지를 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}$,

지우가 당첨이 적힌 쪽지를 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}$

따라서 추첨에서 먼저 참여하는 것과 나중에 참여하는 것의 당첨 확률은 같다.

- 10 임의로 뽑은 2장의 카드에 적힌 두 수의 합이 짝수인 사건을 A , 두 수 모두 홀수인 사건을 B 라 하자.

두 수의 합이 짝수이려면 두 수 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 하므로

$$P(A) = \frac{{}_4C_2}{{}_9C_2} + \frac{{}_5C_2}{{}_9C_2} = \frac{1}{6} + \frac{5}{18} = \frac{4}{9}$$

$$P(A \cap B) = \frac{{}_5C_2}{{}_9C_2} = \frac{5}{18}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{4}{9}} = \frac{5}{8}$$

- 11 A 상자를 택하는 사건을 A , 파란 공 2개가 나오는 사건을 B 라 하자.

A 상자에서 파란 공 2개가 나올 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{20}$$

B 상자에서 파란 공 2개가 나올 확률은

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c) = \frac{1}{2} \times \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$$

$$= \frac{3}{20} + \frac{1}{20} = \frac{1}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{1}{5}} = \frac{3}{4}$$

- 12 첫 번째에 꺼낸 바둑돌이 흰 바둑돌인 사건을 A , 두 번째에 꺼낸 바둑돌이 흰 바둑돌인 사건을 B 라 하자.

첫 번째와 두 번째 모두 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \\ = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$$

첫 번째에 꺼낸 바둑돌이 검은 바둑돌이고 두 번째에 꺼낸 바둑돌이 흰 바둑돌일 확률은

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c) \\ = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$$

$$\therefore P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$$

$$= \frac{3}{28} + \frac{15}{56} = \frac{3}{8}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A^c|B) = \frac{P(A^c \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{15}{56}}{\frac{3}{8}} = \frac{5}{7}$$

- 13 임의로 택한 제품이 생산 라인 A, B, C에서 생산한 제품인 사건을 각각 A, B, C , 불량품인 사건을 E 라 하자.

(i) 택한 제품이 생산 라인 A에서 생산한 불량품일 확률은

$$P(A \cap E) = P(A)P(E|A) = \frac{50}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{200}$$

(ii) 택한 제품이 생산 라인 B에서 생산한 불량품일 확률은

$$P(B \cap E) = P(B)P(E|B) = \frac{30}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{9}{1000}$$

(iii) 택한 제품이 생산 라인 C에서 생산한 불량품일 확률은

$$P(C \cap E) = P(C)P(E|C) = \frac{20}{100} \times \frac{2}{100} = \frac{1}{250}$$

(i), (ii), (iii)에서

$$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E)$$

$$= \frac{1}{200} + \frac{9}{1000} + \frac{1}{250} = \frac{9}{500}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{1}{200}}{\frac{9}{500}} = \frac{5}{18}$$

05

사건의 독립과 종속

본문 | 054~057쪽

1-1 (1) 6, 종속 (2) 독립

1-2 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$, $C = \{5, 10\}$

이므로

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{5}$$

(1) $A \cap B = \{1, 3, 9\}$ 이므로

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10}$$

$$P(A)P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

따라서 $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$ 이므로 두 사건 A 와 B 는 서로 종속이다.

(2) $A \cap C = \{5\}$ 이므로

$$P(A \cap C) = \frac{1}{10}$$

$$P(A)P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

따라서 $P(A \cap C) = P(A)P(C)$ 이므로 두 사건 A 와 C 는 서로 독립이다.

2-1 (2) B^c , 4 (3) 2, 2

2-2 A 선수와 B 선수가 승부차기를 성공하는 사건을 각각 A, B 라 하면 두 사건 A, B 는 서로 독립이다.

(1) A 선수와 B 선수 모두 성공할 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \\ = 0.6 \times 0.8 = 0.48$$

(2) A 선수는 성공하고 B 선수는 성공하지 못할 확률은

$$P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c) \rightarrow A, B \text{가 서로 독립이면} \\ = 0.6 \times (1 - 0.8) \quad A, B^c \text{도 서로 독립이다.} \\ = 0.6 \times 0.2 = 0.12$$

A 선수는 성공하지 못하고 B 선수는 성공할 확률은

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B) \rightarrow A, B \text{가 서로 독립이면} \\ = (1 - 0.6) \times 0.8 \quad A^c, B \text{도 서로 독립이다.} \\ = 0.4 \times 0.8 = 0.32$$

따라서 구하는 확률은

$$0.12 + 0.32 = 0.44$$

(3) A 선수와 B 선수 중에서 적어도 한 명은 성공하는 사건은 A 선수와 B 선수 모두 성공하지 못하는 사건의 여사건이다.

두 명 모두 성공하지 못할 확률은

$$P(A^c \cap B^c) = P(A^c)P(B^c) \rightarrow A, B \text{가 서로 독립이면} \\ = (1 - 0.6) \times (1 - 0.8) \quad A^c, B^c \text{도 서로 독립이다.} \\ = 0.4 \times 0.2 = 0.08$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - 0.08 = 0.92$$

3-1 (1) 25 (2) 3 (3) 1

3-2 한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(1) 앞면이 3번 나올 확률은

$${}_6C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$$

(2)(i) 앞면이 4번 나올 확률은

$${}_6C_4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{15}{64}$$

(ii) 앞면이 5번 나올 확률은

$${}_6C_5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{32}$$

(iii) 앞면이 6번 나올 확률은

$${}_6C_6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{64}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{15}{64} + \frac{3}{32} + \frac{1}{64} = \frac{11}{32}$$

(3) 앞면이 적어도 한 번 나오는 사건은 앞면이 한 번도 나오지 않는 사건의 여사건이다.

앞면이 한 번도 나오지 않을 확률은

$${}_6C_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

3-3 한 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{2}$, 맞이지 못할 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

5번째 문제에서 통과하려면 4번째 문제까지 2문제를 맞히고 5번째 문제를 맞혀야 한다.

따라서 구하는 확률은

$${}_4C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

4-1 3, 2, 1

4-2 한 개의 공을 꺼낼 때 흰 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5}$, 검은 공이

나올 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다.

또, 한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 뒷면이

나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(i) 주머니에서 흰 공을 꺼내는 경우

한 개의 동전을 3번 던져서 앞면이 3번 나올 확률은

$$\frac{3}{5} \times {}_3C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{3}{40}$$

(ii) 주머니에서 검은 공을 꺼내는 경우

한 개의 동전을 4번 던져서 앞면이 3번 나올 확률은

$$\frac{2}{5} \times {}_4C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{10}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{40} + \frac{1}{10} = \frac{7}{40}$$

4-3 (i) 2번째 시험에서 성현이가 우승하는 경우

2번 모두 성현이가 이겨야 하므로 그 경우의 확률은

$${}_2C_2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{4}{9}$$

(ii) 3번째 시험에서 성현이가 우승하는 경우

2번째 시험까지 성현이가 1번 이기고 3번째 시험에서 성현이가 이겨야 하므로 그 경우의 확률은

$${}_2C_1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \frac{20}{27}$$

집중 연습

본문 | 058, 059쪽

1 (1) $P(A|B) = P(A) = \frac{2}{3}$

(2) $P(B|A) = P(B) = \frac{1}{2}$

(3) 두 사건 A, B^c 은 서로 독립이므로

$$P(A|B^c) = P(A) = \frac{2}{3}$$

(4) 두 사건 A^c, B^c 은 서로 독립이므로

$$P(A^c|B^c) = P(A^c) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

(5) $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

(6) 두 사건 A^c, B 는 서로 독립이므로

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B) &= P(A^c)P(B) = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

2 (1) $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{3}{5} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

(2) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$\frac{11}{21} = \frac{1}{6} + P(B) - \frac{1}{6}P(B)$$

$$\therefore P(B) = \frac{3}{7}$$

(3) 두 사건 A, B^c 은 서로 독립이므로

$$P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c) \text{에서}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{4} P(B^c) \quad \therefore P(B^c) = \frac{4}{9}$$

$$\therefore P(B) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

(4) 두 사건 A^c, B 는 서로 독립이므로

$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B) \text{에서}$$

$$\frac{1}{4} = \left(1 - \frac{5}{9}\right) \times P(B) \quad \therefore P(B) = \frac{2}{3}$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{5}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{12}$$

3 (1) 주사위를 한 번 던질 때 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이

므로 3의 배수의 눈이 4번 나올 확률은

$${}_5C_4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{10}{243}$$

(2) 주사위를 한 번 던질 때 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로

소수의 눈이 3번 나올 확률은

$${}_5C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16}$$

(3) 주사위를 한 번 던질 때 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로

짝수의 눈이 4번 이상 나올 확률은

$${}_5C_4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 + {}_5C_5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 \\ = \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{3}{16}$$

(4) 주사위를 한 번 던질 때 3 또는 5의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이

므로 3 또는 5의 눈이 1번도 나오지 않거나 1번 나올 확률은

$${}_5C_0 \times \left(\frac{1}{3}\right)^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 + {}_5C_1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 \\ = \frac{32}{243} + \frac{80}{243} = \frac{112}{243}$$

따라서 3 또는 5의 눈이 적어도 2번 나올 확률은

$$1 - \frac{112}{243} = \frac{131}{243}$$

참고 ‘적어도 ~인 사건’, ‘~이상인 사건’, ‘~이하인 사건’ 등의 확률은 여사건의 확률을 이용하여 구할 수 있다.

4 (1) 윗쪽 4개를 동시에 던질 때 둥근 면이 2개 나올 확률은

$${}_4C_2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{216}{625}$$

(2) 윗쪽 4개를 동시에 던질 때 둥근 면이 1개 이하로 나올 확률은

$${}_4C_0 \times \left(\frac{2}{5}\right)^0 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 + {}_4C_1 \times \left(\frac{2}{5}\right)^1 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \\ = \frac{81}{625} + \frac{216}{625} = \frac{297}{625}$$

따라서 둥근 면이 2개 이상 나올 확률은

$$1 - \frac{297}{625} = \frac{328}{625}$$

5 이 농구 선수의 자유투 성공률은 $\frac{3}{4}$ 이다.

(1) 자유투를 2번 성공할 확률은

$${}_3C_2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{27}{64}$$

(2) 자유투를 3번 모두 성공할 확률은

$${}_3C_3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^0 = \frac{27}{64}$$

따라서 자유투를 2번 이하로 성공할 확률은

$$1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$$

기초 개념 평가

본문 | 060, 061쪽

01 독립

02 중속

03 $P(B), P(A)$

04 $P(A)P(B)$

05 $P(A)P(B^c)$

06 독립시행

07 ${}_nC_r p^r q^{n-r}$

08 2, 5

09 2, 72

10 5

기초 문제 평가

본문 | 062, 063쪽

1 $A = \{2, 4, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{1, 6\}$ 이므로

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{3}$$

$$A \cap B = \{4, 6\} \text{이므로 } P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A)P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

따라서 $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$ 이므로 두 사건 A, B 는 서로 중속이다.

$$B \cap C = \{6\} \text{이므로 } P(B \cap C) = \frac{1}{6}$$

$$P(B)P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

따라서 $P(B \cap C) = P(B)P(C)$ 이므로 두 사건 B, C 는 서로 독립이다.

$$A \cap C = \{6\} \text{ 이므로 } P(A \cap C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A)P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

따라서 $P(A \cap C) = P(A)P(C)$ 이므로 두 사건 A, C 는 서로 독립이다.

따라서 서로 종속인 두 사건은 **A와 B**이다.

2 두 사건 A, B^c 은 서로 독립이므로

$$P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c) \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{2} = P(A) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \quad \therefore P(A) = \frac{3}{4}$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

3 A, B 두 사람이 표적에 명중시키는 사건을 각각 A, B 라 하면 두 사건 A, B 는 서로 독립이다.

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{3}{5}$$

A, B 두 사람 중 적어도 한 사람은 표적에 명중시키는 사건은 두 사람 모두 명중시키지 못하는 사건의 여사건이다.

두 사람 모두 표적에 명중시키지 못할 확률은

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B^c) &= P(A^c)P(B^c) \rightarrow \text{A, B가 서로 독립이면} \\ &\quad \text{A}^c, \text{B}^c \text{도 서로 독립이다.} \\ &= \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$$

다른 풀이 적어도 한 사람은 명중시킬 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{13}{15} \end{aligned}$$

4 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A) = P(A|B) = \frac{3}{4}, P(B) = P(B|A) = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\ &= \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{16} \end{aligned}$$

5 A, B, C 세 사람이 시험에 합격하는 사건을 각각 A, B, C 라 하면 세 사건 A, B, C 는 서로 독립이다.

따라서 B만 합격할 확률은

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B \cap C^c) &= P(A^c)P(B)P(C^c) \rightarrow \text{A, B, C가 서로 독립이면} \\ &\quad \text{A}^c, \text{B}, \text{C}^c \text{도 서로 독립이다.} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

6 $\neg$. 두 사건 A^c, B 는 서로 독립이므로

$$P(A^c|B) = P(A^c) = 1 - P(A) \text{ (참)}$$

$$\begin{aligned} \neg. P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \text{ (거짓)} \end{aligned}$$

$\cap$. 두 사건 A^c, B 는 서로 독립이므로

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(A^c \cap B) \\ &= P(A)P(B) + P(A^c)P(B) \text{ (참)} \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 $\neg, \cap$ 이다.

7 임의로 택한 사람이 K 드라마를 시청한 사람인 사건을 A , 여자인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{360}{600} = \frac{3}{5}, P(A \cap B) = \frac{c}{600}$$

두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \text{ 에서}$$

$$\frac{c}{600} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \quad \therefore c = 240$$

$$\therefore a = 400 - 240 = 160$$

다른 풀이 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로 A, B^c 도 서로 독립이다. $P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$ 에서

$$\frac{a}{600} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \quad \therefore a = 160$$

8 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{4}P(B) \quad \therefore P(B) = \frac{1}{3}$$

또, 두 사건 B, C 가 서로 배반이므로

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) \text{ 에서}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + P(C) \quad \therefore P(C) = \frac{1}{15}$$

9 (i) 주사위의 눈의 수와 앞면이 나온 동전의 개수가 모두 1인 경우

$$\frac{1}{6} \times {}_3C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

(ii) 주사위의 눈의 수와 앞면이 나온 동전의 개수가 모두 2인 경우

$$\frac{1}{6} \times {}_3C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{16}$$

(iii) 주사위의 눈의 수와 앞면이 나온 동전의 개수가 모두 3인 경우

$$\frac{1}{6} \times {}_3C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{48}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{48} = \frac{7}{48}$$

10 마라톤 대회에서 상위 10위 안에 들 확률이 $\frac{3}{5}$ 이므로 구하는

확률은

$${}_4C_3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^1 + {}_4C_4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^0 \\ = \frac{216}{625} + \frac{81}{625} = \frac{297}{625}$$

11 한 개의 동전을 n 번 던질 때 앞면이 적어도 한 번 나오는 사건은 n 번 모두 뒷면이 나오는 사건의 여사건이므로

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{9}{10} \text{에서 } \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{10} \quad \therefore n \geq 4$$

따라서 구하는 n 의 최솟값은 4이다.

12 5세트에서 은수가 우승하려면 4세트까지 은수가 2번 이기고 5세트에서 은수가 이기면 되므로 구하는 확률은

$${}_4C_2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

13 앞면이 나오는 횟수를 x 라 하면 뒷면이 나오는 횟수는 $6-x$ 이고, 시행을 6번 반복한 후 점 P의 좌표가 3이므로

$$2x - (6-x) = 3 \quad \therefore x = 3$$

따라서 앞면이 3번, 뒷면이 3번 나와야 하므로 구하는 확률은

$${}_6C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$$

14 윗면에 보이는 모든 수의 합이 7이 되려면

③, ①, ①, ①, ① 또는 ②, ②, ①, ①, ①

이어야 한다.

(i) ③, ①, ①, ①, ①인 경우

$${}_2C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

→ 앞면이 3인 원반 2개 중 1개

(ii) ②, ②, ①, ①, ①인 경우

$${}_3C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{32}$$

→ 앞면이 2인 원반 3개 중 2개

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{16} + \frac{3}{32} = \frac{5}{32}$$

15 임의로 꺼낸 공에 적힌 수가 3의 배수일 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

(i) 꺼낸 공에 적힌 수가 3의 배수인 경우

$$\frac{1}{4} \times {}_3C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{32}$$

(ii) 꺼낸 공에 적힌 수가 3의 배수가 아닌 경우

$$\frac{3}{4} \times {}_4C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{32}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{32} + \frac{9}{32} = \frac{3}{8}$$

06

확률변수와 확률분포

본문 | 066~069쪽

1-1 1, 0

1-2 한 개의 주사위를 5번 던지면 2의 배수는 0번, 1번, 2번, 3번, 4번, 5번 나올 수 있으므로 확률변수 X 가 가지는 값은

0, 1, 2, 3, 4, 5

2-1 ㄹ

2-2 이산확률변수는 확률변수가 가지는 값이 유한개이거나 자연수와 같이 셀 수 있어야 하므로 이산확률변수인 것은

ㄴ, ㄷ

3-1 2, ${}_2C_1$, 0

3-2 (1) 한 개의 동전을 3번 던지면 뒷면은 0번, 1번, 2번, 3번 나올 수 있으므로 확률변수 X 가 가지는 값은

0, 1, 2, 3

(2) 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하자.

$X=0$ 인 경우는 HHH의 1가지이므로 $P(X=0) = \frac{1}{8}$

$X=1$ 인 경우는 HHT, HTH, THH의 3가지이므로

$$P(X=1) = \frac{3}{8}$$

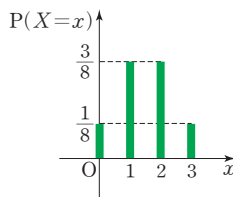
$X=2$ 인 경우는 HTT, THT, TTH의 3가지이므로

$$P(X=2) = \frac{3}{8}$$

$X=3$ 인 경우는 TTT의 1가지이므로 $P(X=3) = \frac{1}{8}$

(3) X 의 확률분포를 표와 그래프로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1



참고 한 개의 동전을 3번 던질 때, 표본공간 S 는

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

이므로 $n(S) = 8$

4-1 (1) $1, \frac{1}{8}$ (2) $2, \frac{7}{8}$

4-2 (1) 확률의 총합은 1이므로

$$a + \frac{1}{10} + \left(a + \frac{1}{5}\right) + \frac{3}{10} = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned}
 (2) X^2 - X - 2 = 0 \text{에서 } (X+1)(X-2) &= 0 \\
 \therefore X = -1 \text{ 또는 } X = 2 \\
 \therefore P(X^2 - X - 2 = 0) &= P(X = -1 \text{ 또는 } X = 2) \\
 &= P(X = -1) + P(X = 2) \\
 &= a + \frac{3}{10} \\
 &= \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

5-1 (1) $\frac{1}{x}$ (2) $\frac{5}{54}$

5-2 (1) 확률의 총합은 1이므로

$$\begin{aligned}
 \frac{k}{3} + \frac{2k}{3} + k + \frac{4k}{3} + \frac{5k}{3} &= 1 \\
 5k &= 1 \quad \therefore k = \frac{1}{5}
 \end{aligned}$$

(2) $P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4k}{3} + \frac{5k}{3} \\
 &= \frac{4}{15} + \frac{1}{3} = \frac{3}{5}
 \end{aligned}$$

6-1 (1) $\frac{5}{18}$ (2) 13

6-2 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이고

$$\begin{aligned}
 P(X=0) &= \frac{{}_4C_0 \times {}_3C_3}{{}_7C_3} = \frac{1}{35} \\
 P(X=1) &= \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_2}{{}_7C_3} = \frac{12}{35} \\
 P(X=2) &= \frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{{}_7C_3} = \frac{18}{35} \\
 P(X=3) &= \frac{{}_4C_3 \times {}_3C_0}{{}_7C_3} = \frac{4}{35}
 \end{aligned}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

(2) 볼펜이 1자루 이하로 나올 확률은 $P(X \leq 1)$ 이므로

$$\begin{aligned}
 P(X \leq 1) &= P(X=0) + P(X=1) \\
 &= \frac{1}{35} + \frac{12}{35} = \frac{13}{35}
 \end{aligned}$$

6-3 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이고 주사위의 각 눈이 나올 확률은 모두 $\frac{1}{6}$ 이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

(2) $X^2 - 5X + 6 \leq 0$ 에서 $(X-2)(X-3) \leq 0$
 $\therefore 2 \leq X \leq 3$

$$\begin{aligned}
 \therefore P(X^2 - 5X + 6 \leq 0) &= P(2 \leq X \leq 3) \\
 &= P(X=2) + P(X=3) \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

집중 연습

본문 | 070, 071쪽

1 (1) 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + a + \frac{1}{4} = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

(2) $P(X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

$$= \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

(3) $P(X=3 \text{ 또는 } X=4) = P(X=3) + P(X=4)$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

2 (1) 확률의 총합은 1이므로

$$a^2 + \frac{1}{3} + \frac{a}{3} = 1, 3a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a+1)(3a-2) = 0 \quad \therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{2}{3}$$

이때 $0 \leq P(X=x) \leq 1$ 이므로 $a = \frac{2}{3}$

(2) $P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2)$

$$= \frac{4}{9} + \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$$

(3) $X^2 - 4X + 3 = 0$ 에서 $(X-1)(X-3) = 0$
 $\therefore X=1 \text{ 또는 } X=3$
 $\therefore P(X=1 \text{ 또는 } X=3) = P(X=1) + P(X=3)$

$$= \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$$

3 (1) 확률의 총합은 1이므로

$$\begin{aligned}
 P(X=-2) + P(X=-1) + P(X=0) \\
 + P(X=1) + P(X=2) &= 1
 \end{aligned}$$

$$\left(k + \frac{2}{9}\right) + \left(k + \frac{1}{9}\right) + k + \left(k + \frac{1}{9}\right) + \left(k + \frac{2}{9}\right) = 1$$

$$5k + \frac{2}{3} = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{15}$$

(2) $P(X < 0) = P(X=-2) + P(X=-1)$

$$= \left(\frac{1}{15} + \frac{2}{9}\right) + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{9}\right) = \frac{7}{15}$$

(3) $X^2 - 2X \leq 0$ 에서 $X(X-2) \leq 0$
 $\therefore 0 \leq X \leq 2$
 $\therefore P(X^2 - 2X \leq 0)$
 $= P(0 \leq X \leq 2)$
 $= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$
 $= \frac{1}{15} + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{15} + \frac{2}{9}\right) = \frac{8}{15}$

$$\begin{aligned}
 4 \quad P(X=x) &= \frac{k}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} \\
 &= \frac{k(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})} \\
 &= k(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})
 \end{aligned}$$

(1) 확률의 총합은 1이므로

$$\begin{aligned}
 P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\
 + \cdots + P(X=15) &= 1 \\
 k(\sqrt{2}-1) + k(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + k(\sqrt{4}-\sqrt{3}) \\
 + \cdots + k(\sqrt{16}-\sqrt{15}) &= 1 \\
 k(-1+4) &= 1 \quad \therefore k = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + \cdots + P(X=15) \\
 = \frac{1}{3} \{ (\sqrt{5}-\sqrt{4}) + (\sqrt{6}-\sqrt{5}) + (\sqrt{7}-\sqrt{6}) \\
 + \cdots + (\sqrt{16}-\sqrt{15}) \} \\
 = \frac{1}{3} (-2+4) = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) P(4 \leq X \leq 8) \\
 = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) \\
 + P(X=7) + P(X=8) \\
 = \frac{1}{3} \{ (\sqrt{5}-\sqrt{4}) + (\sqrt{6}-\sqrt{5}) + (\sqrt{7}-\sqrt{6}) \\
 + (\sqrt{8}-\sqrt{7}) + (\sqrt{9}-\sqrt{8}) \} \\
 = \frac{1}{3} (-2+3) = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

5 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2이고 10개의 제품 중에서 2개의 제품을 뽑는 경우의 수는 $_{10}C_2$, 뽑은 2개의 제품 중에서 불량품이 x 개인 경우의 수는 $_3C_x \times _7C_{2-x}$ 이므로 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_3C_x \times {}_7C_{2-x}}{{}_{10}C_2} \quad (\text{단, } x=0, 1, 2)$$

$$(2) P(X=0) = \frac{{}_3C_0 \times {}_7C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{7}{15}$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_7C_1}{{}_{10}C_2} = \frac{7}{15}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \times {}_7C_0}{{}_{10}C_2} = \frac{1}{15}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

(3) 불량품이 1개 이하일 확률은 $P(X \leq 1)$ 이므로

$$\begin{aligned}
 P(X \leq 1) &= P(X=0) + P(X=1) \\
 &= \frac{7}{15} + \frac{7}{15} = \frac{14}{15}
 \end{aligned}$$

6 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3, 4이고 11개의 송편 중에서 5개의 송편을 꺼내는 경우의 수는 $_{11}C_5$, 꺼낸 5개의

송편 중에서 콩이 들어 있는 송편이 x 개인 경우의 수는 ${}_4C_x \times {}_7C_{5-x}$ 이므로 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_4C_x \times {}_7C_{5-x}}{{}_{11}C_5} \quad (\text{단, } x=0, 1, 2, 3, 4)$$

$$(2) P(X=0) = \frac{{}_4C_0 \times {}_7C_5}{{}_{11}C_5} = \frac{1}{22}$$

$$P(X=1) = \frac{{}_4C_1 \times {}_7C_4}{{}_{11}C_5} = \frac{10}{33}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_4C_2 \times {}_7C_3}{{}_{11}C_5} = \frac{5}{11}$$

$$P(X=3) = \frac{{}_4C_3 \times {}_7C_2}{{}_{11}C_5} = \frac{2}{11}$$

$$P(X=4) = \frac{{}_4C_4 \times {}_7C_1}{{}_{11}C_5} = \frac{1}{66}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{22}$	$\frac{10}{33}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{66}$	1

$$\begin{aligned}
 (3) P(2 \leq X \leq 3) &= P(X=2) + P(X=3) \\
 &= \frac{5}{11} + \frac{2}{11} = \frac{7}{11}
 \end{aligned}$$

7 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이고 10개의 공 중에서 3개의 공을 꺼내는 경우의 수는 $_{10}C_3$, 꺼낸 3개의 공 중에서 검은 공이 x 개 포함된 경우의 수는 $_5C_x \times {}_5C_{3-x}$ 이므로 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_5C_x \times {}_5C_{3-x}}{{}_{10}C_3} \quad (\text{단, } x=0, 1, 2, 3)$$

$$(2) P(X=0) = \frac{{}_5C_0 \times {}_5C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{12}$$

$$P(X=1) = \frac{{}_5C_1 \times {}_5C_2}{{}_{10}C_3} = \frac{5}{12}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_5C_2 \times {}_5C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{5}{12}$$

$$P(X=3) = \frac{{}_5C_3 \times {}_5C_0}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{12}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ 검은 공을 적어도 1개 꺼낼 확률은 } P(X \geq 1) \text{이므로} \\
 P(X \geq 1) &= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\
 &= \frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{11}{12}
 \end{aligned}$$

다른 풀이 $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$

8 (1) 나오는 두 눈의 수를 각각 a, b 라 하면 순서쌍 (a, b) 에 대하여 두 눈의 수 중 작지 않은 수가

$$1 \text{인 경우는 } (1, 1) \text{의 1가지이므로 } P(X=1) = \frac{1}{36}$$

2인 경우는 (1, 2), (2, 1), (2, 2)의 3가지이므로

$$P(X=2) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

3인 경우는 (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)의 5가지

$$\text{이므로 } P(X=3) = \frac{5}{36}$$

4인 경우는 (1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)

$$(4, 4) \text{의 7가지이므로 } P(X=4) = \frac{7}{36}$$

5인 경우는 (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 1), (5, 2)

$$(5, 3), (5, 4), (5, 5) \text{의 9가지이므로 } P(X=5) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

6인 경우는 (1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 1)

(6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)의 11가지이므로

$$P(X=6) = \frac{11}{36}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{36}$	1

$$(2) P(X=2 \text{ 또는 } X=6) = P(X=2) + P(X=6)$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{11}{36} = \frac{7}{18}$$

$$(3) X^2 - 3X + 2 \leq 0 \text{에서 } (X-1)(X-2) \leq 0$$

$$\therefore 1 \leq X \leq 2$$

$$\therefore P(X^2 - 3X + 2 \leq 0) = P(1 \leq X \leq 2)$$

$$= P(X=1) + P(X=2)$$

$$= \frac{1}{36} + \frac{1}{12} = \frac{1}{9}$$

2 이산확률변수는 확률변수가 가지는 값들이 유한개이거나 자연수와 같이 셀 수 있어야 한다.

따라서 이산확률변수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

3 (1) 한 개의 주사위를 2번 던지면 6의 약수의 눈이 0번, 1번,

2번 나올 수 있으므로 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2

(2) 한 개의 주사위를 한 번 던질 때 6의 약수의 눈이 나올 확률

이 $\frac{2}{3}$ 이므로

$$P(X=0) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$P(X=1) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$P(X=2) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	1

4 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-2	-1	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	1

$$\therefore P(-1 \leq X \leq 0) = P(X=-1) + P(X=0)$$

$$= \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

5 $X^2 - X \leq 0$ 에서 $X(X-1) \leq 0$

$$\therefore 0 \leq X \leq 1$$

$$\therefore P(X^2 - X \leq 0) = P(0 \leq X \leq 1)$$

$$= P(X=0) + P(X=1)$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$$

6 확률의 총합은 1이므로

$$k + 4k + 9k + 16k = 1$$

$$30k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{30}$$

7 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + a + \frac{1}{2} = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{12}$$

$$X^2 = 1 \text{에서 } X^2 - 1 = 0, (X+1)(X-1) = 0$$

$$\therefore X = -1 \text{ 또는 } X = 1$$

$$\therefore P(X^2 = 1) = P(X = -1 \text{ 또는 } X = 1)$$

$$= P(X = -1) + P(X = 1)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

기초 개념 평가

본문 | 072, 073쪽

01 확률변수

02 $P(X=x)$

03 이산확률변수

04 확률분포

05 확률질량함수

06 1

07 0

08 1

09 +

10 x_j

11 0

12 2

13 4

14 0, 3

기초 문제 평가

본문 | 074, 075쪽

1 100원짜리 동전 4개를 동시에 던지면 앞면은 0개, 1개, 2개, 3개, 4개 나올 수 있으므로 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3, 4

8 확률의 총합은 1이므로

$$a+2a+b=1 \quad \therefore 3a+b=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$P(X=2)=3P(X=0) \text{에서}$$

$$b=3a \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

①을 ⑦에 대입하면

$$3a+3a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{6}$$

$$a=\frac{1}{6} \text{을 } \textcircled{8} \text{에 대입하면 } b=\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(1 \leq X \leq 2) &= P(X=1) + P(X=2) \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

9 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2이고

$$P(X=0) = \frac{{}_3C_0 \times {}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{10}, P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_2C_1}{{}_5C_2} = \frac{3}{5},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \times {}_2C_0}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

흰 공이 1개 이상 나올 확률은 $P(X \geq 1)$ 이므로

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= P(X=1) + P(X=2) \\ &= \frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

다른 풀이 $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0)$

$$= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

10 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이고

$$P(X=0) = \frac{{}_4C_0 \times {}_6C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{6}, P(X=1) = \frac{{}_4C_1 \times {}_6C_2}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{2},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_4C_2 \times {}_6C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{3}{10}, P(X=3) = \frac{{}_4C_3 \times {}_6C_0}{{}_{10}C_3} = \frac{1}{30}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

여학생이 적어도 2명 뽑힐 확률은 $P(X \geq 2)$ 이므로

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= P(X=2) + P(X=3) \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{30} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

11 확률변수 X 가 가지는 값은 1, 2, 3이고

$$P(X=1) = \frac{1}{6}, P(X=2) = \frac{1}{2}, P(X=3) = \frac{1}{3}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1

$$\begin{aligned} \therefore P(X > 1) &= P(X=2) + P(X=3) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

12 7장의 카드 중에서 4장의 카드를 뽑는 경우의 수는 ${}_7C_4$

뽑은 4장의 카드에 적힌 수 중 가장 작은 수가 x 이라면 x 가 적힌 카드와 x 보다 큰 수가 적힌 카드 중 3장의 카드가 뽑혀야 하므로 그 경우의 수는 ${}_{7-x}C_3$ 이다.

$$\therefore P(X=x) = \frac{{}_{7-x}C_3}{{}_7C_4} \quad (\text{단, } x=1, 2, 3, 4)$$

따라서

$$P(X=1) = \frac{{}_6C_3}{{}_7C_4} = \frac{4}{7}, P(X=2) = \frac{{}_5C_3}{{}_7C_4} = \frac{2}{7},$$

$$P(X=3) = \frac{{}_4C_3}{{}_7C_4} = \frac{4}{35}, P(X=4) = \frac{{}_3C_3}{{}_7C_4} = \frac{1}{35}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$	1

$$\begin{aligned} \therefore P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\ &= \frac{4}{35} + \frac{1}{35} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

참고 7장의 카드 중 4장의 카드를 뽑아야 하므로 5, 6, 7은 뽑은 카드에 적힌 수 중 가장 작은 수가 될 수 없다.

13 뽑은 카드에 적힌 두 수를 작은 수부터 순서대로 a, b 라 하면

순서쌍 (a, b) 에 대하여 두 수의 차가

1인 경우는 $(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)$ 의 4가지이므로

$$P(X=1) = \frac{4}{{}_5C_2} = \frac{2}{5}$$

2인 경우는 $(1, 3), (2, 4), (3, 5)$ 의 3가지이므로

$$P(X=2) = \frac{3}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

3인 경우는 $(1, 4), (2, 5)$ 의 2가지이므로

$$P(X=3) = \frac{2}{{}_5C_2} = \frac{1}{5}$$

4인 경우는 $(1, 5)$ 의 1가지이므로 $P(X=4) = \frac{1}{{}_5C_2} = \frac{1}{10}$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

$$\text{이때 } P(X=1) + P(X=2) = \frac{7}{10} \text{이므로}$$

$$P(X \leq 2) = \frac{7}{10} \quad \therefore k=2$$

본문 | 076~079쪽

1-1 (1) 5, 3 (2) 10, 10, 1 (3) 1

$$1-2 (1) E(X) = 0 \times \frac{1}{20} + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{3}{20} + 3 \times \frac{7}{10} = \frac{5}{2}$$

$$(2) E(X^2) = 0^2 \times \frac{1}{20} + 1^2 \times \frac{1}{10} + 2^2 \times \frac{3}{20} + 3^2 \times \frac{7}{10} = 7$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ = 7 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$(3) \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1-3 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{a} + \frac{5}{a} = 1$$

$$\frac{9}{a} = 1 \quad \therefore a = 9$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	1

$$(1) E(X) = 1 \times \frac{1}{9} + 2 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{5}{9} = \frac{22}{9}$$

$$(2) E(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{9} + 2^2 \times \frac{1}{3} + 3^2 \times \frac{5}{9} = \frac{58}{9} \text{ 이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ = \frac{58}{9} - \left(\frac{22}{9}\right)^2 = \frac{38}{81}$$

$$(3) \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{38}{81}} = \frac{\sqrt{38}}{9}$$

2-1 (2) 1, 5, 5, $\sqrt{5}$ 2-2 (1) 4장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 확률은 모두 $\frac{1}{4}$

이므로 표를 완성하면 다음과 같다.

X	1	3	5	7	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$(2) E(X) = 1 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{4} + 7 \times \frac{1}{4} = 4$$

$$E(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{4} + 3^2 \times \frac{1}{4} + 5^2 \times \frac{1}{4} + 7^2 \times \frac{1}{4} = 21$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ = 21 - 4^2 = 5$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{5}$$

2-3 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2이고

$$P(X=0) = \frac{{}_2C_0 \times {}_8C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{28}{45}$$

$$P(X=1) = \frac{{}_2C_1 \times {}_8C_1}{{}_{10}C_2} = \frac{16}{45}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_2C_2 \times {}_8C_0}{{}_{10}C_2} = \frac{1}{45}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{28}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{1}{45}$	1

$$(2) E(X) = 0 \times \frac{28}{45} + 1 \times \frac{16}{45} + 2 \times \frac{1}{45} = \frac{2}{5}$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{28}{45} + 1^2 \times \frac{16}{45} + 2^2 \times \frac{1}{45} = \frac{4}{9} \text{ 이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ = \frac{4}{9} - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{64}{225}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{64}{225}} = \frac{8}{15}$$

3-1 -2, 7, 36, 6

3-2 (1) $E(Y) = E(2X+5) = 2E(X) + 5$

$$= 2 \times 10 + 5 = 25$$

$$V(Y) = V(2X+5) = 2^2 V(X)$$

$$= 4 \times 5 = 20$$

$$\sigma(Y) = \sigma(2X+5) = |2| \sigma(X)$$

$$= 2 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$(2) E(Y) = E\left(-\frac{1}{5}X + 3\right) = -\frac{1}{5}E(X) + 3$$

$$= -\frac{1}{5} \times 10 + 3 = 1$$

$$V(Y) = V\left(-\frac{1}{5}X + 3\right) = \left(-\frac{1}{5}\right)^2 V(X)$$

$$= \frac{1}{25} \times 5 = \frac{1}{5}$$

$$\sigma(Y) = \sigma\left(-\frac{1}{5}X + 3\right) = \left|-\frac{1}{5}\right| \sigma(X)$$

$$= \frac{1}{5} \times \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

4-1 4, -2, 16, 5

$$4-2 E(X) = 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{3}{8} + 4 \times \frac{1}{8} = \frac{5}{2}$$

$$E(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{8} + 2^2 \times \frac{3}{8} + 3^2 \times \frac{3}{8} + 4^2 \times \frac{1}{8} = 7 \text{ 이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 7 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(1) E(2X+6) = 2E(X) + 6 = 2 \times \frac{5}{2} + 6 = 11$$

$$(2) V(4X-1) = 4^2 V(X) = 16 \times \frac{3}{4} = 12$$

$$(3) \sigma(-6X+5) = |-6| \sigma(X) = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

5-1 (1) 6 (2) 20 (3) $9, 6\sqrt{5}$

5-2 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2이고

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하면

$X=0$ 인 경우는 TT의 1가지이므로 $P(X=0) = \frac{1}{4}$

$X=1$ 인 경우는 HT, TH의 2가지이므로

$$P(X=1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$X=2$ 인 경우는 HH의 1가지이므로 $P(X=2) = \frac{1}{4}$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 1$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{1}{4} + 1^2 \times \frac{1}{2} + 2^2 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= \frac{3}{2} - 1^2 = \frac{1}{2}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(1) E(8X+5) = 8E(X) + 5 = 8 \times 1 + 5 = 13$$

$$(2) V(4X-3) = 4^2 V(X) = 16 \times \frac{1}{2} = 8$$

$$(3) \sigma(-2X+6) = |-2| \sigma(X) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

5-3 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이고

$$P(X=0) = \frac{{}_3C_0 \times {}_4C_3}{{}_7C_3} = \frac{4}{35}$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_4C_2}{{}_7C_3} = \frac{18}{35}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \times {}_4C_1}{{}_7C_3} = \frac{12}{35}$$

$$P(X=3) = \frac{{}_3C_3 \times {}_4C_0}{{}_7C_3} = \frac{1}{35}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \times \frac{4}{35} + 1 \times \frac{18}{35} + 2 \times \frac{12}{35} + 3 \times \frac{1}{35} = \frac{9}{7}$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{4}{35} + 1^2 \times \frac{18}{35} + 2^2 \times \frac{12}{35} + 3^2 \times \frac{1}{35} = \frac{15}{7}$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= \frac{15}{7} - \left(\frac{9}{7}\right)^2 = \frac{24}{49}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$(1) E(-7X+15) = -7E(X) + 15 = -7 \times \frac{9}{7} + 15 = 6$$

$$(2) V(14X-10) = 14^2 V(X) = 196 \times \frac{24}{49} = 96$$

$$(3) \sigma(-3X-8) = |-3| \sigma(X) = 3 \times \frac{2\sqrt{6}}{7} = \frac{6\sqrt{6}}{7}$$

집중 연습

본문 | 080쪽

1 (1) $E(4X-3) = 4E(X) - 3 = 4 \times 10 - 3 = 37$

(2) $\sigma(X) = 9$ 에서 $V(X) = \{\sigma(X)\}^2 = 81$ 이므로

$$V\left(\frac{X}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 V(X) = \frac{1}{9} \times 81 = 9$$

(3) $\sigma(-X+5) = |-1| \sigma(X) = 1 \times 9 = 9$

2 $E(X) = 4, E(X^2) = 25$ 이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 25 - 4^2 = 9$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{9} = 3$$

$$(1) E\left(\frac{10-X}{3}\right) = E\left(-\frac{1}{3}X + \frac{10}{3}\right) = -\frac{1}{3}E(X) + \frac{10}{3}$$

$$= -\frac{1}{3} \times 4 + \frac{10}{3} = 2$$

(2) $V(3X+1) = 3^2 V(X) = 9 \times 9 = 81$

$$(3) \sigma\left(\frac{2X+9}{6}\right) = \sigma\left(\frac{1}{3}X + \frac{3}{2}\right) = \left|\frac{1}{3}\right| \sigma(X)$$

$$= \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

3 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 10 \times \frac{3}{10} + 20 \times \frac{1}{10} + 30 \times \frac{3}{5} = 23$$

$$E(X^2) = 10^2 \times \frac{3}{10} + 20^2 \times \frac{1}{10} + 30^2 \times \frac{3}{5} = 610 \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 610 - 23^2 = 81$$

(1) $E(2X-1) = 2E(X) - 1 = 2 \times 23 - 1 = 45$

$$(2) V\left(\frac{1}{6}X + 12\right) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 V(X) = \frac{1}{36} \times 81 = \frac{9}{4}$$

4 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 2 \times \frac{2}{5} + 4 \times \frac{3}{10} + 6 \times \frac{1}{5} + 8 \times \frac{1}{10} = 4$$

$$E(X^2) = 2^2 \times \frac{2}{5} + 4^2 \times \frac{3}{10} + 6^2 \times \frac{1}{5} + 8^2 \times \frac{1}{10} = 20$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 20 - 4^2 = 4$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{4} = 2$$

$$(1) E\left(-\frac{1}{4}X + 7\right) = -\frac{1}{4}E(X) + 7 = -\frac{1}{4} \times 4 + 7 = 6$$

$$(2) \sigma(3X + 4) = |3|\sigma(X) = 3 \times 2 = 6$$

기초 개념 평가

본문 | 081쪽

01 평균

02 분산, $\{E(X)\}^2$

03 표준편차

04 a

05 a^2

06 $|a|$

기초 문제 평가

본문 | 082, 083쪽

1 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \times 0.4 + 1 \times 0.3 + 2 \times 0.2 + 3 \times 0.1 = 1$$

$$E(X^2) = 0^2 \times 0.4 + 1^2 \times 0.3 + 2^2 \times 0.2 + 3^2 \times 0.1 = 2$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 2 - 1^2 = 1$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 1$$

2 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{a}{2} + 10a^2 + a = 1, 20a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$(5a + 2)(4a - 1) = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{4} \quad (\because a > 0)$$

따라서 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$	1

$$(1) E(X) = -1 \times \frac{1}{8} + 0 \times \frac{5}{8} + 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$(2) E(X^2) = (-1)^2 \times \frac{1}{8} + 0^2 \times \frac{5}{8} + 1^2 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= \frac{3}{8} - \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{23}{64}$$

$$(3) \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{23}{64}} = \frac{\sqrt{23}}{8}$$

3 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$+ P(X=4) = 1$$

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{a} + \frac{4}{a} + \frac{5}{a} + \frac{6}{a} = 1$$

$$\frac{20}{a} = 1 \quad \therefore a = 20$$

따라서 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{3}{20} + 2 \times \frac{1}{5} + 3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{3}{10} = \frac{5}{2}$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{1}{10} + 1^2 \times \frac{3}{20} + 2^2 \times \frac{1}{5} + 3^2 \times \frac{1}{4} + 4^2 \times \frac{3}{10}$$

$$= 8$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 8 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{7}{4}$$

4 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2이고

$$X=0 \text{인 경우는 } \emptyset \text{의 1가지이므로 } P(X=0) = \frac{1}{4}$$

$$X=1 \text{인 경우는 } \{1\}, \{2\} \text{의 2가지이므로}$$

$$P(X=1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$X=2 \text{인 경우는 } \{1, 2\} \text{의 1가지이므로 } P(X=2) = \frac{1}{4}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 1$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{1}{4} + 1^2 \times \frac{1}{2} + 2^2 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= \frac{3}{2} - 1^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

5 홀수가 적힌 공이 3개, 짝수가 적힌 공이 3개이므로 확률변수

X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이고

$$P(X=0) = \frac{{}_3C_0 \times {}_3C_3}{{}_6C_3} = \frac{1}{20}$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_6C_3} = \frac{9}{20}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{{}_6C_3} = \frac{9}{20}$$

$$P(X=3) = \frac{{}_3C_3 \times {}_3C_0}{{}_6C_3} = \frac{1}{20}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{20} + 1 \times \frac{9}{20} + 2 \times \frac{9}{20} + 3 \times \frac{1}{20} = \frac{3}{2}$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{1}{20} + 1^2 \times \frac{9}{20} + 2^2 \times \frac{9}{20} + 3^2 \times \frac{1}{20} = \frac{27}{10}$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ = \frac{27}{10} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{20}$$

$$\therefore E(X) + V(X) = \frac{3}{2} + \frac{9}{20} = \frac{39}{20}$$

6 $E(X) = 24$ 이므로

$$E(Y) = E\left(\frac{2}{3}X - 2\right) = \frac{2}{3}E(X) - 2 \\ = \frac{2}{3} \times 24 - 2 = 14$$

$\sigma(X) = 3$ 에서 $V(X) = 9$ 이므로

$$V(Y) = V\left(\frac{2}{3}X - 2\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 V(X) \\ = \frac{4}{9} \times 9 = 4$$

7 $E(2X-1) = 3$ 에서

$$2E(X) - 1 = 3 \quad \therefore E(X) = 2$$

$V(-3X+4) = 63$ 에서

$$(-3)^2 V(X) = 63 \quad \therefore V(X) = 7$$

이때 $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 이므로

$$7 = E(X^2) - 2^2 \quad \therefore E(X^2) = 11$$

8 $E(X) = 30, V(X) = 4$ 이므로

$$E(Y) = 20 \text{에서 } E(aX+b) = 20$$

$$aE(X) + b = 20 \quad \therefore 30a + b = 20 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$V(Y) = 1 \text{에서 } V(aX+b) = 1$$

$$a^2 V(X) = 1, 4a^2 = 1$$

$$a^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore a = \frac{1}{2} \quad (\because a > 0)$$

$$a = \frac{1}{2} \text{을 } \textcircled{7} \text{에 대입하면 } b = 5$$

$$\therefore a+b = \frac{1}{2} + 5 = \frac{11}{2}$$

9 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + a = 1 \quad \therefore a = \frac{5}{12}$$

$$\therefore E(X) = 1 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{3} + 5 \times \frac{5}{12} = \frac{10}{3}$$

이때 $b = 1$ 이므로

$$E(aX+b) = E\left(\frac{5}{12}X + 1\right) = \frac{5}{12}E(X) + 1 \\ = \frac{5}{12} \times \frac{10}{3} + 1 = \frac{43}{18}$$

10 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 1$$

$$3k + 4k + 5k + 6k = 1$$

$$18k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{18}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{3}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{2}{9} + 3 \times \frac{5}{18} + 4 \times \frac{1}{3} = \frac{25}{9}$$

$$E(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{6} + 2^2 \times \frac{2}{9} + 3^2 \times \frac{5}{18} + 4^2 \times \frac{1}{3} = \frac{80}{9} \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ = \frac{80}{9} - \left(\frac{25}{9}\right)^2 = \frac{95}{81}$$

$$\therefore V(-3X+2) = (-3)^2 V(X) = 9 \times \frac{95}{81} = \frac{95}{9}$$

11 확률변수 X 가 가지는 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이고 주사위의 각

눈이 나올 확률은 모두 $\frac{1}{6}$ 이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} \\ = \frac{7}{2}$$

$$E(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{6} + 2^2 \times \frac{1}{6} + 3^2 \times \frac{1}{6} + 4^2 \times \frac{1}{6} \\ + 5^2 \times \frac{1}{6} + 6^2 \times \frac{1}{6} \\ = \frac{91}{6}$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= \frac{91}{6} - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{35}{12}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{35}{12}} = \frac{\sqrt{105}}{6}$$

$$\therefore \sigma(6X+5) = |6|\sigma(X) = 6 \times \frac{\sqrt{105}}{6} = \sqrt{105}$$

12 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2이고

$$P(X=0) = \frac{{}_2C_0 \times {}_3C_2}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

$$P(X=1) = \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=2) = \frac{{}_2C_2 \times {}_3C_0}{{}_5C_2} = \frac{1}{10}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \times \frac{3}{10} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore E(5X+3) = 5E(X) + 3 = 5 \times \frac{4}{5} + 3 = 7$$

13 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이고 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하자.

$X=0$ 인 경우는 TTT의 1가지이므로

$$P(X=0) = \frac{1}{8}$$

$X=1$ 인 경우는 HTT, THT, TTH의 3가지이므로

$$P(X=1) = \frac{3}{8}$$

$X=2$ 인 경우는 HHT, HTH, THH의 3가지이므로

$$P(X=2) = \frac{3}{8}$$

$X=3$ 인 경우는 HHH의 1가지이므로

$$P(X=3) = \frac{1}{8}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$$\therefore E(X) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$$

(2) 앞면이 나온 동전의 금액의 합은 앞면이 나온 동전의 개수에 500을 곱한 것과 같으므로

$$Y = 500X$$

$$(3) E(Y) = E(500X) = 500E(X)$$

$$= 500 \times \frac{3}{2} = 750$$

1-1 8

1-2 (1) 앞면이 나오는 횟수를 X 라 하면 한 개의 동전을 10번 던지므로 10회의 독립시행이다. 또 한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(10, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

(2) 재구매 하는 사람의 수를 X 라 하면 100명에게 판매했으므로 100회의 독립시행이다. 또 한 명의 구매자가 화장품을 재구매할 확률이 $\frac{3}{10}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(100, \frac{3}{10}\right)$ 을 따른다.

2-1 36, 44

2-2 배구 선수가 4번 공격하므로 4회의 독립시행이다. 또 한 번의 시행에서 공격 성공률이 $\frac{1}{2}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(4, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\ &= {}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 + {}_4C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16} \end{aligned}$$

3-1 100, 2, 25

3-2 (1) 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(30, \frac{1}{6}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 30 \times \frac{1}{6} = 5$$

$$V(X) = 30 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{6}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{25}{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

(2) 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(150, \frac{2}{5}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 150 \times \frac{2}{5} = 60$$

$$V(X) = 150 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = 36$$

$$\sigma(X) = \sqrt{36} = 6$$

4-1 200, 4, 5, 32, 32

4-2 나오는 불량품의 개수를 X 라 하면 100개의 제품을 생산하므로 100회의 독립시행이다. 또 한 개의 제품이 불량품일 확률이 $\frac{1}{5}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore E(X) = 100 \times \frac{1}{5} = 20$$

$$V(X) = 100 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = 16$$

$$\sigma(X) = \sqrt{16} = 4$$

- 4-3** 서로 다른 2개의 동전을 동시에 던지는 시행을 48번 반복하므로 48회의 독립시행이다. 또 한 번의 시행에서 2개의 동전이 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(48, \frac{1}{4})$ 을 따른다.

$$E(X) = 48 \times \frac{1}{4} = 12$$

$$V(X) = 48 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 9$$

$$(1) E(-6X+5) = -6E(X) + 5 = -6 \times 12 + 5 = -67$$

$$(2) V(2X-3) = 2^2 V(X) = 4 \times 9 = 36$$

집중 연습

본문 | 086, 087쪽

- 1** (1) 한 개의 동전을 1번 던져서 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(10, \frac{1}{2})$ 을 따른다.

$$(2) P(X=3) = {}_{10}C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{15}{128}$$

- 2** (1) 한 명의 손님이 라면을 주문할 확률이 $\frac{3}{10}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(3, \frac{3}{10})$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} (2) P(X=1 \text{ 또는 } X=3) &= P(X=1) + P(X=3) \\ &= {}_3C_1 \left(\frac{3}{10}\right)^1 \left(\frac{7}{10}\right)^2 + {}_3C_3 \left(\frac{3}{10}\right)^3 \\ &= \frac{441}{1000} + \frac{27}{1000} = \frac{117}{250} \end{aligned}$$

- 3** (1) 한 번의 시행에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(5, \frac{1}{4})$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} (2) X^2 - X = 0 \text{에서 } X(X-1) &= 0 \\ \therefore X &= 0 \text{ 또는 } X = 1 \\ \therefore P(X^2 - X = 0) &= P(X=0 \text{ 또는 } X=1) \\ &= P(X=0) + P(X=1) \\ &= {}_5C_0 \left(\frac{3}{4}\right)^5 + {}_5C_1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \\ &= \frac{243}{1024} + \frac{405}{1024} = \frac{81}{128} \end{aligned}$$

- 4** (1) 한 개의 주사위를 1번 던져서 5 이상의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$

이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(6, \frac{1}{3})$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} (2) P(X \leq 2) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\ &= {}_6C_0 \left(\frac{2}{3}\right)^6 + {}_6C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^5 + {}_6C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \\ &= \frac{64}{729} + \frac{192}{729} + \frac{240}{729} = \frac{496}{729} \end{aligned}$$

- 5** (1) 한 번의 사격에서 표적을 명중시킬 확률이 $\frac{3}{4}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(5, \frac{3}{4})$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} (2) P(X \geq 4) &= P(X=4) + P(X=5) \\ &= {}_5C_4 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^1 + {}_5C_5 \left(\frac{3}{4}\right)^5 \\ &= \frac{405}{1024} + \frac{243}{1024} = \frac{81}{128} \end{aligned}$$

- 6** (1) 가위바위보를 한 번 할 때 보라가 이길 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(4, \frac{1}{3})$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} (2) P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\ &= {}_4C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + {}_4C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \\ &= \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

- 7** (1) 확률변수 X 가 이항분포 $B(16, \frac{1}{2})$ 을 따르므로

$$E(X) = 16 \times \frac{1}{2} = 8$$

$$V(X) = 16 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\sigma(X) = \sqrt{4} = 2$$

- (2) 확률변수 X 가 이항분포 $B(72, \frac{1}{6})$ 을 따르므로

$$E(X) = 72 \times \frac{1}{6} = 12$$

$$V(X) = 72 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 10$$

$$\sigma(X) = \sqrt{10}$$

- (3) 확률변수 X 가 이항분포 $B(450, \frac{3}{5})$ 을 따르므로

$$E(X) = 450 \times \frac{3}{5} = 270$$

$$V(X) = 450 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = 108$$

$$\sigma(X) = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

- (4) 확률변수 X 가 이항분포 $B(800, \frac{1}{4})$ 을 따르므로

$$E(X) = 800 \times \frac{1}{4} = 200$$

$$V(X) = 800 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 150$$

$$\sigma(X) = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$

(5) 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(1800, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 1800 \times \frac{1}{3} = 600$$

$$V(X) = 1800 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 400$$

$$\sigma(X) = \sqrt{400} = 20$$

8 (1) 소수의 눈이 나오는 횟수를 X 라 하면 주사위를 한 번 던져서 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(300, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore E(X) = 300 \times \frac{1}{2} = 150$$

(2) 흰 공이 나오는 횟수를 X 라 하면 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때 흰 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(50, \frac{2}{5}\right)$ 를 따른다.

$$\therefore V(X) = 50 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = 12$$

(3) 고객이 리뷰를 남긴 주문의 수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(700, \frac{3}{10}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 700 \times \frac{3}{10} = 210$$

$$V(X) = 700 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = 147$$

(4) 발아하는 씨앗의 개수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(150, \frac{4}{5}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 150 \times \frac{4}{5} = 120$$

$$\sigma(X) = \sqrt{150 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5}} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

기초 개념 평가

본문 | 088, 089쪽

01 ${}_nC_1 p^1 q^{n-1}, {}_nC_n p^n$

02 이항분포

03 100, 10

04 50, 7

05 80, 2

06 np

07 npq

08 $\sqrt{npq}$

09 20, 6

10 20, 6

11 5, 3

기초 문제 평가

본문 | 090, 091쪽

1 $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$$= {}_{10}C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + {}_{10}C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^9 + {}_{10}C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^8 \\ = \frac{1}{1024} + \frac{5}{512} + \frac{45}{1024} = \frac{7}{128}$$

2 $6P(X=1) = P(X=2)$ 에서

$$6 \times {}_nC_1 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = {}_nC_2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^{n-2}$$

$$6 \times n \times \frac{1}{4} = \frac{n(n-1)}{2} \times \frac{3}{4}, 4n = n^2 - n$$

$$n^2 - 5n = 0, n(n-5) = 0$$

$$\therefore n = 5 (\because n \text{은 자연수})$$

3 한 번의 시행에서 3개의 동전이 모두 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{8}$ 이

므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(3, \frac{1}{8}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3)$$

$$= {}_3C_2 \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(\frac{7}{8}\right)^1 + {}_3C_3 \left(\frac{1}{8}\right)^3$$

$$= \frac{21}{512} + \frac{1}{512} = \frac{11}{256}$$

4 6의 약수가 적힌 카드가 나오는 횟수를 X 라 하면 한 장의 카드를 꺼낼 때 6의 약수가 적힌 카드가 나올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이므로 확

률변수 X 는 이항분포 $B\left(4, \frac{2}{3}\right)$ 를 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$= {}_4C_0 \left(\frac{1}{3}\right)^4 + {}_4C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$= \frac{1}{81} + \frac{8}{81} = \frac{1}{9}$$

5 고속버스의 출발 당일 예약을 취소한 예약자의 수를 X 라 하면 출발 당일 예약을 취소할 확률은 0.1이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(32, 0.1)$ 을 따른다.

출발 당일 취소한 예약자의 수가 1 이하이면 좌석이 부족하므로 구하는 확률은

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$= {}_{32}C_0 \times 0.9^{32} + {}_{32}C_1 \times 0.1^1 \times 0.9^{31}$$

$$= 0.9^{32} + 32 \times 0.1 \times 0.9^{31}$$

$$= 0.03 + 32 \times 0.1 \times 0.04 = 0.158$$

6 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(30, \frac{1}{6}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 30 \times \frac{1}{6} = 5$$

$$V(X) = 30 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{6}$$

$$\therefore E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = \frac{25}{6} + 5^2 = \frac{175}{6}$$

7 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(150, \frac{2}{5}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 150 \times \frac{2}{5} = 60$$

$$\sigma(X) = \sqrt{150 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5}} = \sqrt{36} = 6$$

$$\therefore E(2X-5) = 2E(X) - 5 = 2 \times 60 - 5 = 115$$

$$\sigma(2X-5) = |2| \sigma(X) = 2 \times 6 = 12$$

8 $E(X) = 3$ 에서 $\frac{1}{2}n = 3 \quad \therefore n = 6$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

$$X^2 - 7X + 12 = 0 \text{에서 } (X-3)(X-4) = 0$$

$$\therefore X = 3 \text{ 또는 } X = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore P(X^2 - 7X + 12 = 0) &= P(X = 3 \text{ 또는 } X = 4) \\ &= P(X = 3) + P(X = 4) \\ &= {}_6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + {}_6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \frac{5}{16} + \frac{15}{64} = \frac{35}{64} \end{aligned}$$

9 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = n \times \frac{1}{4} = \frac{n}{4}, V(X) = n \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}n$$

$$\begin{aligned} \therefore E(X^2) &= V(X) + \{E(X)\}^2 \\ &= \frac{3}{16}n + \left(\frac{n}{4}\right)^2 = \frac{n^2 + 3n}{16} \end{aligned}$$

$$\text{이때 } E(X^2) = 2\{E(X)\}^2 \text{에서}$$

$$\frac{n^2 + 3n}{16} = 2 \times \left(\frac{n}{4}\right)^2, n^2 + 3n = 2n^2$$

$$n^2 - 3n = 0, n(n-3) = 0$$

$$\therefore n = 3 (\because n \text{은 자연수})$$

10 $E(X) = 9$ 에서 $24p = 9 \quad \therefore p = \frac{3}{8}$

$$V(X) = 24 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{45}{8}$$

11 $P(X=5) = \frac{1}{243}$ 에서

$${}_5C_5 p^5 = \frac{1}{243}, p^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5 \quad \therefore p = \frac{1}{3}$$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(5, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$\sigma(X) = \sqrt{5 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

12 확률변수 X 가 이항분포 $B(20, p)$ 를 따르므로

$$E(X) = 20p$$

$$\text{이때 } E(4X-3) = 7 \text{에서}$$

$$4E(X) - 3 = 7, 4 \times 20p - 3 = 7$$

$$80p = 10 \quad \therefore p = \frac{1}{8}$$

13 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고

$$E(X) = 20, V(X) = 4^2 = 16 \text{이므로}$$

$$np = 20 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$np(1-p) = 16 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면

$$20(1-p) = 16, 1-p = \frac{4}{5} \quad \therefore p = \frac{1}{5}$$

$$p = \frac{1}{5} \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면}$$

$$\frac{1}{5}n = 20 \quad \therefore n = 100$$

14 한 번의 시행에서 검은 볼펜이 나올 확률은 $\frac{5}{6}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(180, \frac{5}{6}\right)$ 를 따른다.

$$E(X) = 180 \times \frac{5}{6} = 150$$

$$\sigma(X) = \sqrt{180 \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore E(X) + \sigma(X) = 150 + 5 = 155$$

15 한 가구가 드라마를 시청할 확률이 $\frac{3}{20}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(400, \frac{3}{20}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{400 \times \frac{3}{20} \times \frac{17}{20}} = \sqrt{51}$$

16 한 번의 시행에서 3 이상의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(36, \frac{2}{3}\right)$ 를 따른다.

$$E(X) = 36 \times \frac{2}{3} = 24$$

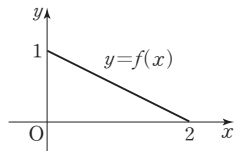
$$V(X) = 36 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 8$$

$$\therefore E\left(\frac{1}{2}X - 1\right) = \frac{1}{2}E(X) - 1 = \frac{1}{2} \times 24 - 1 = 11$$

$$V\left(\frac{1}{2}X - 1\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 V(X) = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

본문 | 092~097쪽

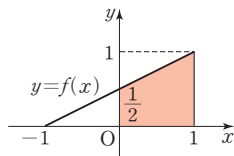
1-1 (1) 2 (2) 4

1-2 (1) $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) < 0$ 이므로 $f(x) = -\frac{1}{2}$ 은 확률밀도함수가 될 수 없다.(2) $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축
및 y 축으로 둘러싸인 부분의넓이가 $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$ 이므로 $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x$ 는 확률밀도함수가 될 수 있다.

2-1 2, 2

2-2 $P(0 \leq X \leq 1)$ 의 값은 오른쪽 그
림에서 색칠한 사다리꼴의 넓이
와 같으므로 $P(0 \leq X \leq 1)$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \times 1 = \frac{3}{4}$$



3-1 (1) 1, 2 (2) 2, 3

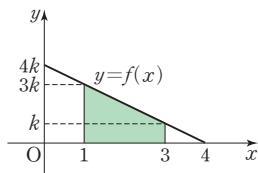
3-2 (1) 오른쪽 그림에서 함수

 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축
및 y 축으로 둘러싸인 부분
의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{8}$$

(2) $P(1 \leq X \leq 3)$ 의 값은 위의 그림에서 색칠한 사다리꼴의
넓이와 같으므로

$$P(1 \leq X \leq 3) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8} \right) \times 2 = \frac{1}{2}$$



4-1 (1) 대칭, < (2) 커지면, =

4-2 (1) 평균이 m 인 정규분포의 확률밀도함수의 그래프는 직선
 $x=m$ 에 대하여 대칭이므로 $m_1 < m_2 = m_3$ (2) 표준편차 σ 의 값이 커지면 곡선의 모양은 높이가 낮아지
고 양쪽으로 넓게 퍼지므로 $\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$

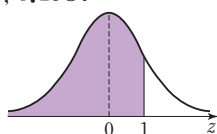
5-1 (1) 0, 0.9987 (2) 1, 0.3413 (3) -, 0.4987

5-2 (1) $P(Z \leq 1)$

$$= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5 + 0.3413$$

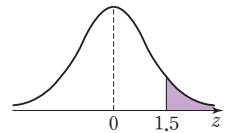
$$= 0.8413$$

(2) $P(Z \geq 1.5)$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= 0.5 - 0.4332$$

$$= 0.0668$$

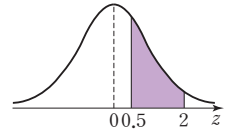
(3) $P(0.5 \leq Z \leq 2)$

$$= P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$- P(0 \leq Z \leq 0.5)$$

$$= 0.4772 - 0.1915$$

$$= 0.2857$$

(4) $P(|Z| \leq 0.5)$

$$= P(-0.5 \leq Z \leq 0.5)$$

$$= P(-0.5 \leq Z \leq 0)$$

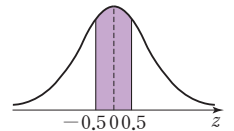
$$+ P(0 \leq Z \leq 0.5)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 0.5) + P(0 \leq Z \leq 0.5)$$

$$= 2P(0 \leq Z \leq 0.5)$$

$$= 2 \times 0.1915$$

$$= 0.383$$

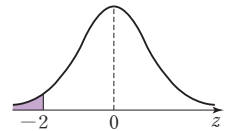
(5) $P(Z \leq -2)$

$$= P(Z \geq 2)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.5 - 0.4772$$

$$= 0.0228$$

참고 $0 < a < b$ 일 때

$$\textcircled{1} P(a \leq Z \leq b) = P(0 \leq Z \leq b) - P(0 \leq Z \leq a)$$

$$\textcircled{2} P(Z \geq a) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq a)$$

$$= 0.5 - P(0 \leq Z \leq a)$$

$$\textcircled{3} P(-a \leq Z \leq b) = P(-a \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq b)$$

$$= P(0 \leq Z \leq a) + P(0 \leq Z \leq b)$$

6-1 50, 2, 1

$$6-2 (1) Z = \frac{X-36}{4}$$

(2) 확률변수 $Z = \frac{X-36}{4}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르

므로 구하는 확률은

$$P(X \leq 40) = P\left(Z \leq \frac{40-36}{4}\right)$$

$$= P(Z \leq 1)$$

$$= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5 + 0.3413$$

$$= 0.8413$$

7-1 1.5, 0.5, 0.9332

7-2 멜론 한 개의 당도를 확률변수 X 라 하면 X 는 정규분포 $N(12, 2^2)$ 을 따르므로 확률변수 $Z = \frac{X-12}{2}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(12 \leq X \leq 13) &= P\left(\frac{12-12}{2} \leq Z \leq \frac{13-12}{2}\right) \\ &= P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 0.1915 \end{aligned}$$

8-1 25, 150

8-2 (1) $E(X) = 36 \times \frac{1}{2} = 18$

$$V(X) = 36 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 9$$

따라서 X 는 근사적으로 정규분포 $N(18, 3^2)$ 을 따른다.

참고 $36 \times \frac{1}{2} = 18$ 이므로 36은 충분히 크다고 할 수 있다.

(2) $E(X) = 225 \times \frac{4}{5} = 180$

$$V(X) = 225 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = 36$$

따라서 X 는 근사적으로 정규분포 $N(180, 6^2)$ 을 따른다.

참고 $225 \times \frac{4}{5} = 180$, $225 \times \frac{1}{5} = 45$ 이므로 225는 충분히 크다고 할 수 있다.

9-1 200, 0.3413, 0.7745

9-2 (1) $E(X) = 288 \times \frac{1}{3} = 96$

$$V(X) = 288 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 64$$

따라서 X 는 근사적으로 정규분포 $N(96, 8^2)$ 을 따른다.

참고 $288 \times \frac{1}{3} = 96$, $288 \times \frac{2}{3} = 192$ 이므로 288은 충분히 크다고 할 수 있다.

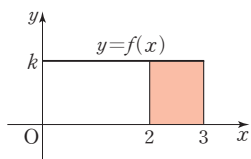
(2) $Z = \frac{X-96}{8}$

$$\begin{aligned} (3) P(X \geq 120) &= P\left(Z \geq \frac{120-96}{8}\right) \\ &= P(Z \geq 3) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.5 - 0.4987 = 0.0013 \end{aligned}$$

집중 연습

본문 | 098, 099쪽

- 1 (1) 오른쪽 그림에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로



$$3 \times k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{3}$$

- (2) $P(X \geq 2)$ 의 값은 위의 그림에서 색칠한 직사각형의 넓이와 같으므로

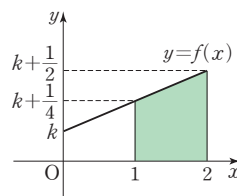
$$P(X \geq 2) = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

- 2 (1) 오른쪽 그림에서 함수

$y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \times \left(k + k + \frac{1}{2}\right) \times 2 = 1$$

$$2k + \frac{1}{2} = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$$



- (2) $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값은 위의 그림에서 색칠한 사다리꼴의 넓이와 같으므로

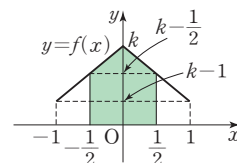
$$P(1 \leq X \leq 2) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \times 1 = \frac{5}{8}$$

- 3 (1) 오른쪽 그림에서 함수

$y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=-1$, $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$$2 \left\{ \frac{1}{2} \times (k + k - 1) \times 1 \right\} = 1$$

$$2k - 1 = 1 \quad \therefore k = 1$$



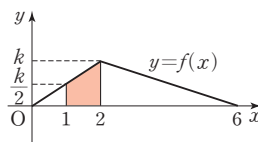
- (2) $P\left(|X| \leq \frac{1}{2}\right) = P\left(-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ 의 값은 위의 그림에서 색칠한 도형의 넓이와 같으므로

$$P\left(|X| \leq \frac{1}{2}\right) = 2 \times \left\{ \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} \right\} = \frac{3}{4}$$

- 4 (1) 오른쪽 그림에서 함수

$y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{3}$$



- (2) $0 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 원점과 점 $\left(2, \frac{1}{3}\right)$ 을 지나는 직선이므로 직선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{6}x \quad \therefore y = \frac{1}{6}x$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{6}x \quad (\text{단, } 0 \leq x \leq 2)$$

따라서 $f(1) = \frac{1}{6}$ 이고, $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값은 위의 그림에서 색칠한 사다리꼴의 넓이와 같으므로

$$P(1 \leq X \leq 2) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) \times 1 = \frac{1}{4}$$

참고 두 점을 지나는 직선의 방정식

좌표평면 위의 두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

$$\textcircled{1} x_1 \neq x_2 \text{ 일 때, } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$\textcircled{2} x_1 = x_2 \text{ 일 때, } x = x_1$$

5 (1) 확률변수 X 가 정규분포 $N(50, 3^2)$ 을 따르므로 확률변수

$Z = \frac{X-50}{3}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(X \leq 53) &= P\left(Z \leq \frac{53-50}{3}\right) \\ &= P(Z \leq 1) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 + 0.3413 \\ &= \mathbf{0.8413}\end{aligned}$$

(2) 확률변수 X 가 정규분포 $N(38, 4^2)$ 을 따르므로 확률변수

$Z = \frac{X-38}{4}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(X \leq 32) &= P\left(Z \leq \frac{32-38}{4}\right) \\ &= P(Z \leq -1.5) \\ &= P(Z \geq 1.5) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 0.5 - 0.4332 \\ &= \mathbf{0.0668}\end{aligned}$$

(3) 확률변수 X 가 정규분포 $N(12, 2^2)$ 을 따르므로 확률변수

$Z = \frac{X-12}{2}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(8 \leq X \leq 13) &= P\left(\frac{8-12}{2} \leq Z \leq \frac{13-12}{2}\right) \\ &= P(-2 \leq Z \leq 0.5) \\ &= P(-2 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2) + P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 0.4772 + 0.1915 \\ &= \mathbf{0.6687}\end{aligned}$$

(4) 확률변수 X 가 정규분포 $N(0, 6^2)$ 을 따르므로 확률변수

$Z = \frac{X}{6}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(|X| \geq 6) &= P\left(|Z| \geq \frac{6}{6}\right) \\ &= P(|Z| \geq 1) \\ &= P(Z \leq -1) + P(Z \geq 1) \\ &= 2P(Z \geq 1) \\ &= 2\{P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1)\} \\ &= 2 \times (0.5 - 0.3413) \\ &= \mathbf{0.3174}\end{aligned}$$

6 (1) $E(X) = 30, \sigma(X) = 5$ 에서

$$E(Y) = E(3X - 2) = 3E(X) - 2 = 3 \times 30 - 2 = 88$$

$$\sigma(Y) = \sigma(3X - 2) = |3|\sigma(X) = 3 \times 5 = 15$$

즉, 확률변수 Y 가 정규분포 $N(88, 15^2)$ 을 따르므로 확률

변수 $Z = \frac{Y-88}{15}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(Y \geq 103) &= P\left(Z \geq \frac{103-88}{15}\right) \\ &= P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= \mathbf{0.1587}\end{aligned}$$

다른 풀이 $Y = 3X - 2$ 이므로

$$P(Y \geq 103) = P(3X - 2 \geq 103) = P(X \geq 35)$$

확률변수 $Z = \frac{X-30}{5}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르

로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(Y \geq 103) &= P(X \geq 35) \\ &= P\left(Z \geq \frac{35-30}{5}\right) \\ &= P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= \mathbf{0.1587}\end{aligned}$$

(2) $E(X) = 15, \sigma(X) = 2$ 에서

$$E(Y) = E(4X + 10) = 4E(X) + 10 = 4 \times 15 + 10 = 70$$

$$\sigma(Y) = \sigma(4X + 10) = |4|\sigma(X) = 4 \times 2 = 8$$

즉, 확률변수 Y 가 정규분포 $N(70, 8^2)$ 을 따르므로 확률변

수 $Z = \frac{Y-70}{8}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(Y \leq 46) &= P\left(Z \leq \frac{46-70}{8}\right) \\ &= P(Z \leq -3) \\ &= P(Z \geq 3) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.5 - 0.4987 \\ &= \mathbf{0.0013}\end{aligned}$$

다른 풀이 $Y = 4X + 10$ 이므로

$$P(Y \leq 46) = P(4X + 10 \leq 46) = P(X \leq 9)$$

확률변수 $Z = \frac{X-15}{2}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르

로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(Y \leq 46) &= P(X \leq 9) \\ &= P\left(Z \leq \frac{9-15}{2}\right) \\ &= P(Z \leq -3) \\ &= P(Z \geq 3) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.5 - 0.4987 \\ &= \mathbf{0.0013}\end{aligned}$$

(3) $E(X) = 4, \sigma(X) = 3$ 에서

$$E(Y) = E(2X - 1) = 2E(X) - 1 = 2 \times 4 - 1 = 7$$

$$\sigma(Y) = \sigma(2X - 1) = |2|\sigma(X) = 2 \times 3 = 6$$

즉, 확률변수 Y 가 정규분포 $N(7, 6^2)$ 을 따르므로 확률변수

$Z = \frac{Y-7}{6}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}
 \therefore P(-5 \leq Y \leq 13) &= P\left(-\frac{5-7}{6} \leq Z \leq \frac{13-7}{6}\right) \\
 &= P(-2 \leq Z \leq 1) \\
 &= P(-2 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
 &= P(0 \leq Z \leq 2) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
 &= 0.4772 + 0.3413 \\
 &= 0.8185
 \end{aligned}$$

다른 풀이 $Y=2X-1$ 이므로

$$\begin{aligned}
 P(-5 \leq Y \leq 13) &= P(-5 \leq 2X-1 \leq 13) \\
 &= P(-2 \leq X \leq 7)
 \end{aligned}$$

확률변수 $Z = \frac{X-4}{3}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

구하는 확률은

$$\begin{aligned}
 P(-5 \leq Y \leq 13) &= P(-2 \leq X \leq 7) \\
 &= P\left(-\frac{2-4}{3} \leq Z \leq \frac{7-4}{3}\right) \\
 &= P(-2 \leq Z \leq 1) \\
 &= P(-2 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
 &= P(0 \leq Z \leq 2) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
 &= 0.4772 + 0.3413 \\
 &= 0.8185
 \end{aligned}$$

(4) $E(X) = 160, \sigma(X) = 4$ 에서

$$E(Y) = E\left(\frac{1}{2}X + 2\right) = \frac{1}{2}E(X) + 2 = \frac{1}{2} \times 160 + 2 = 82$$

$$\sigma(Y) = \sigma\left(\frac{1}{2}X + 2\right) = \left|\frac{1}{2}\right| \sigma(X) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

즉, 확률변수 Y 가 정규분포 $N(82, 2^2)$ 을 따르므로 확률변수 $Z = \frac{Y-82}{2}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}
 \therefore P(Y \geq 80) &= P\left(Z \geq \frac{80-82}{2}\right) \\
 &= P(Z \geq -1) = P(Z \leq 1) \\
 &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
 &= 0.5 + 0.3413 \\
 &= 0.8413
 \end{aligned}$$

다른 풀이 $Y = \frac{1}{2}X + 2$ 이므로

$$P(Y \geq 80) = P\left(\frac{1}{2}X + 2 \geq 80\right) = P(X \geq 156)$$

확률변수 $Z = \frac{X-160}{4}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

구하는 확률은

$$\begin{aligned}
 P(Y \geq 80) &= P(X \geq 156) \\
 &= P\left(Z \geq \frac{156-160}{4}\right) \\
 &= P(Z \geq -1) \\
 &= P(Z \leq 1) \\
 &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
 &= 0.5 + 0.3413 \\
 &= 0.8413
 \end{aligned}$$

기초 개념 평가

본문 | 100, 101쪽

01 연속확률변수

02 확률밀도함수, 1, x

03 정규분포, $N(m, \sigma^2)$

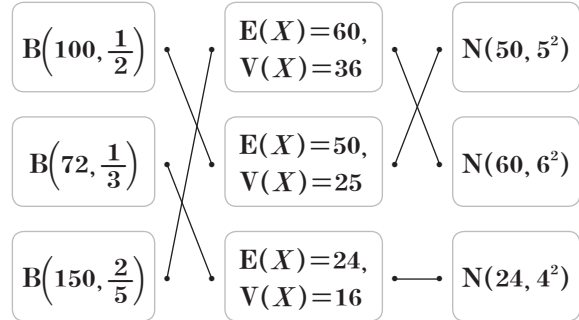
04 x, σ, m, m, σ

05 0, 1, $N(0, 1)$

06 15, 1

07 3, 13

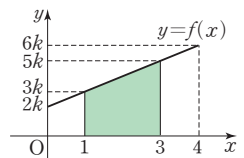
08



기초 문제 평가

본문 | 102, 103쪽

1 오른쪽 그림에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로



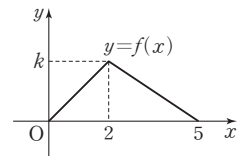
$$\frac{1}{2} \times (2k + 6k) \times 4 = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{16}$$

$P(1 \leq X \leq 3)$ 의 값은 위의 그림에서 색칠한 사다리꼴의 넓이와 같으므로

$$P(1 \leq X \leq 3) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{16} + \frac{5}{16}\right) \times 2 = \frac{1}{2}$$

2 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \times 5 \times k = 1 \quad \therefore k = \frac{2}{5}$$



이때 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = \frac{1}{5}x$ 이고, $f(1) = \frac{1}{5}$ 이므로

$$P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

3 B 과목의 평균이 A 과목의 평균보다 크므로 B 과목의 정규분포곡선이 A 과목의 정규분포곡선보다 오른쪽에 위치한다. 또, B 과목의 표준편차가 A 과목의 표준편차보다 크므로 B 과목의 정규분포곡선이 A 과목의 정규분포곡선보다 높이가 낮고 양쪽으로 넓게 퍼진다. 따라서 두 과목의 정규분포곡선으로 알맞은 것은 ⑤이다.

- 4 정규분포 $N(15, 3^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수의 그래프는 직선 $x=15$ 에 대하여 대칭이다.

이때 $P(X \geq 21) = P(X \leq a)$ 이므로

$$\frac{21+a}{2} = 15 \quad \therefore a = 9$$

- 5 (1) $P(-1.4 \leq Z \leq 0.6)$

$$= P(-1.4 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 0.6)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1.4) + P(0 \leq Z \leq 0.6)$$

$$= 0.4192 + 0.2257$$

$$= 0.6449$$

- (2) $P(|Z| \leq 2.2) = P(-2.2 \leq Z \leq 2.2)$

$$= P(-2.2 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2.2)$$

$$= 2P(0 \leq Z \leq 2.2)$$

$$= 2 \times 0.4861$$

$$= 0.9722$$

- 6 $P(Z \geq a) = 0.0322$ 에서

$$P(Z \geq a) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq a)$$

$$= 0.5 - P(0 \leq Z \leq a) = 0.0322$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq a) = 0.4678$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.85) = 0.4678$ 이므로 $a = 1.85$

- 7 확률변수 $Z = \frac{X-15}{4}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\textcircled{1} P(X \leq 15) = P\left(Z \leq \frac{15-15}{4}\right)$$

$$= P(Z \leq 0) = 0.5$$

$$\textcircled{2} P(X \geq 19) = P\left(Z \geq \frac{19-15}{4}\right) = P(Z \geq 1)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5 - 0.3413 = 0.1587$$

$$\textcircled{3} P(7 \leq X \leq 15) = P\left(\frac{7-15}{4} \leq Z \leq \frac{15-15}{4}\right)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 0)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$$

$$\textcircled{4} P(19 \leq X \leq 23) = P\left(\frac{19-15}{4} \leq Z \leq \frac{23-15}{4}\right)$$

$$= P(1 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 2) - P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.4772 - 0.3413 = 0.1359$$

$$\textcircled{5} P(11 \leq X \leq 23) = P\left(\frac{11-15}{4} \leq Z \leq \frac{23-15}{4}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.3413 + 0.4772 = 0.8185$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

- 8 확률변수 X 는 정규분포 $N(12, 2^2)$ 을 따르므로

확률변수 $Z_X = \frac{X-12}{2}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\therefore P(10 \leq X \leq 12) = P\left(\frac{10-12}{2} \leq Z_X \leq \frac{12-12}{2}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z_X \leq 0)$$

$$= P(0 \leq Z_X \leq 1)$$

또 확률변수 Y 는 정규분포 $N(18, 3^2)$ 을 따르므로

확률변수 $Z_Y = \frac{Y-18}{3}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\therefore P(18 \leq Y \leq a) = P\left(\frac{18-18}{3} \leq Z_Y \leq \frac{a-18}{3}\right)$$

$$= P\left(0 \leq Z_Y \leq \frac{a-18}{3}\right)$$

이때 $P(10 \leq X \leq 12) = P(18 \leq Y \leq a)$ 이므로

$$1 = \frac{a-18}{3} \quad \therefore a = 21$$

- 9 $E(X) = 5, \sigma(X) = 3$ 에서

$$E(Y) = E(3X+2) = 3E(X) + 2 = 3 \times 5 + 2 = 17$$

$$\sigma(Y) = \sigma(3X+2) = |3|\sigma(X) = 3 \times 3 = 9$$

즉, 확률변수 Y 가 정규분포 $N(17, 9^2)$ 을 따르므로 확률변수

$Z = \frac{Y-17}{9}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\therefore P(-1 \leq Y \leq 26) = P\left(\frac{-1-17}{9} \leq Z \leq \frac{26-17}{9}\right)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 1)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 2) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.4772 + 0.3413$$

$$= 0.8185$$

- 10 음료 한 병의 용량을 확률변수 X 라 하면 X 는 정규분포

$N(500, 5^2)$ 을 따르므로 확률변수 $Z = \frac{X-500}{5}$ 은 표준정

규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$P(X \leq 490) = P\left(Z \leq \frac{490-500}{5}\right)$$

$$= P(Z \leq -2)$$

$$= P(Z \geq 2)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.5 - 0.4772$$

$$= 0.0228$$

- 11 사과 한 개의 무게를 확률변수 X 라 하면 X 는 정규분포

$N(290, 12^2)$ 을 따르므로 확률변수 $Z = \frac{X-290}{12}$ 은 표준정

규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}
\therefore P(296 \leq X \leq 308) &= P\left(\frac{296-290}{12} \leq Z \leq \frac{308-290}{12}\right) \\
&= P(0.5 \leq Z \leq 1.5) \\
&= P(0 \leq Z \leq 1.5) - P(0 \leq Z \leq 0.5) \\
&= 0.43 - 0.19 \\
&= 0.24
\end{aligned}$$

따라서 구하는 사과의 개수는

$$800 \times 0.24 = 192$$

12 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(400, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 400 \times \frac{1}{5} = 80$$

$$V(X) = 400 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = 64$$

따라서 X 는 근사적으로 정규분포 $N(80, 8^2)$ 을 따르므로 확

률변수 $Z = \frac{X-80}{8}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}
\therefore P(X \leq 88) &= P\left(Z \leq \frac{88-80}{8}\right) \\
&= P(Z \leq 1) \\
&= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
&= 0.5 + 0.3413 \\
&= 0.8413
\end{aligned}$$

참고 $400 \times \frac{1}{5} = 80$, $400 \times \frac{4}{5} = 320$ 이므로 400은 충분히 크다고 할 수 있다.

13 한 개의 주사위를 던져서 5 이상의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하면 한 개의 주사위를 던져서 5 이상의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로 X 는 이항분포 $B\left(450, \frac{1}{3}\right)$ 을 따른다.

$$\therefore E(X) = 450 \times \frac{1}{3} = 150$$

$$V(X) = 450 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 100$$

이때 X 는 근사적으로 정규분포 $N(150, 10^2)$ 을 따르므로

확률변수 $Z = \frac{X-150}{10}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}
P(X \geq 170) &= P\left(Z \geq \frac{170-150}{10}\right) \\
&= P(Z \geq 2) \\
&= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\
&= 0.5 - 0.4772 \\
&= 0.0228
\end{aligned}$$

참고 $450 \times \frac{1}{3} = 150$, $450 \times \frac{2}{3} = 300$ 이므로 450은 충분히 크다고 할 수 있다.

10

통계적 추정

본문 | 104~111쪽

1-1 ㄴ

1-2 ㄱ, ㄷ. 전수조사가 어려우므로 표본조사가 더 적합하다.

ㄴ. 전수조사가 가능하다.

따라서 표본조사가 더 적합한 것은 ㄱ, ㄷ

2-1 (1) 4, 2 (2) 3, 12

2-2 (1) 서로 다른 6개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므

$$\text{로 } {}_6\Pi_3 = 6^3 = 216$$

(2) 서로 다른 6개에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로

$${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

3-1 (1) 4, 3, 9 (2) 4

3-2 (1) 주어진 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하는 경우의 수는 ${}_3\Pi_2 = 3^2 = 9$

$\bar{X} = 1$ 인 경우는 (1, 1)의 1가지이므로

$$P(\bar{X} = 1) = \frac{1}{9}$$

$\bar{X} = 3$ 인 경우는 (1, 5), (3, 3), (5, 1)의 3가지이므로

$$P(\bar{X} = 3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$\bar{X} = 4$ 인 경우는 (3, 5), (5, 3)의 2가지이므로

$$P(\bar{X} = 4) = \frac{2}{9}$$

따라서 $\bar{X}$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$\bar{X}$	1	2	3	4	5	합계
$P(\bar{X} = \bar{x})$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

$$(2) E(\bar{X}) = 1 \times \frac{1}{9} + 2 \times \frac{2}{9} + 3 \times \frac{1}{3} + 4 \times \frac{2}{9} + 5 \times \frac{1}{9} = 3$$

$$V(\bar{X})$$

$$= 1^2 \times \frac{1}{9} + 2^2 \times \frac{2}{9} + 3^2 \times \frac{1}{3} + 4^2 \times \frac{2}{9} + 5^2 \times \frac{1}{9} - 3^2$$

$$= \frac{4}{3}$$

$$\sigma(\bar{X}) = \sqrt{V(\bar{X})} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

4-1 (1) 2 (2) 9 (3) 9, 4

4-2 모평균이 80, 모표준편차가 $\sqrt{25} = 5$, 표본의 크기가 100이므로

$$(1) E(\bar{X}) = m = 80$$

$$(2) V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$(3) \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = \frac{1}{2}$$

5-1 (1) 46 (2) 3, 9 (3) 3

5-2 모평균이 50, 모표준편차가 2, 표본의 크기가 36이므로

$$(1) E(\bar{X}) = m = 50$$

$$(2) V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{2^2}{36} = \frac{1}{9}$$

$$(3) \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{36}} = \frac{1}{3}$$

6-1 (1) 4, 2 (2) 12 (3) 12 (4) 0.4772, 0.9544

6-2 (1) 모평균이 30, 모표준편차가 6, 표본의 크기가 9이므로

$$E(\bar{X}) = 30, \sigma(\bar{X}) = \frac{6}{\sqrt{9}} = 2$$

(2) 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(30, 2^2)$ 을 따른다.

$$(3) Z = \frac{\bar{X} - 30}{2}$$

(4) 확률변수 $Z = \frac{\bar{X} - 30}{2}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다

므로

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \leq 31) &= P\left(Z \leq \frac{31 - 30}{2}\right) = P(Z \leq 0.5) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 0.5 + 0.1915 = 0.6915 \end{aligned}$$

7-1 54, 54, 3, 2

7-2 모평균이 73, 모표준편차가 3이고 표본의 크기가 81이므로

표본평균 $\bar{X}$ 는 근사적으로 정규분포 $N\left(73, \frac{3^2}{81}\right)$, 즉

$N\left(73, \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X} - 73}{\frac{1}{3}}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \geq 72) &= P\left(Z \geq \frac{72 - 73}{\frac{1}{3}}\right) \\ &= P(Z \geq -3) = P(Z \leq 3) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.5 + 0.4987 = 0.9987 \end{aligned}$$

8-1 36, 20, 2.4

8-2 임의추출한 49명의 하루 운동 시간의 표본평균을 $\bar{X}$ 라 하면

모집단이 정규분포 $N(45, 14^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 49

이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(45, \frac{14^2}{49}\right)$, 즉 $N(45, 2^2)$

을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X} - 45}{2}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \leq 48) &= P\left(Z \leq \frac{48 - 45}{2}\right) = P(Z \leq 1.5) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 0.5 + 0.4332 = 0.9332 \end{aligned}$$

9-1 1.96, 8, 127.92

9-2 (1) 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$50 - 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{25}} \leq m \leq 50 + 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{25}}$$

$$\therefore 46.08 \leq m \leq 53.92$$

(2) 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$50 - 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{25}} \leq m \leq 50 + 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{25}}$$

$$\therefore 44.84 \leq m \leq 55.16$$

10-1 3, 30, 36

10-2 표본의 크기가 400으로 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차 10을 사용할 수 있다.

(1) 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$65 - 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{400}} \leq m \leq 65 + 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{400}}$$

$$\therefore 64.02 \leq m \leq 65.98$$

(2) 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$65 - 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{400}} \leq m \leq 65 + 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{400}}$$

$$\therefore 63.71 \leq m \leq 66.29$$

11-1 0.2, 0.02, 0.23

11-2 (1) $E(\hat{p}) = 0.1$

$$V(\hat{p}) = \frac{0.1 \times 0.9}{100} = 0.0009$$

$$\sigma(\hat{p}) = \sqrt{0.0009} = 0.03$$

(2) $E(\hat{p}) = 0.2$

$$V(\hat{p}) = \frac{0.2 \times 0.8}{64} = 0.0025$$

$$\sigma(\hat{p}) = \sqrt{0.0025} = 0.05$$

11-3 이 지역 고등학생 300명 중에서 자전거로 통학하는 학생의

비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $n = 300$, $p = 0.25$ 이므로

$$E(\hat{p}) = 0.25, \sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{0.25 \times 0.75}{300}} = 0.025$$

이때 표본비율 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포

$N(0.25, 0.025^2)$ 을 따르므로 확률변수 $Z = \frac{\hat{p} - 0.25}{0.025}$ 는

표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$P(0.2 \leq \hat{p} \leq 0.3)$$

$$= P\left(\frac{0.2 - 0.25}{0.025} \leq Z \leq \frac{0.3 - 0.25}{0.025}\right)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 2P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 2 \times 0.4772 = 0.9544$$

12-1 0.1, 0.8706

12-2 (1) 모비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$0.2 - 1.96 \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{100}} \leq p \leq 0.2 + 1.96 \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{100}}$$

$$\therefore 0.1216 \leq p \leq 0.2784$$

(2) 모비율 p 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$0.25 - 2.58 \sqrt{\frac{0.25 \times 0.75}{75}} \leq p \leq 0.25 + 2.58 \sqrt{\frac{0.25 \times 0.75}{75}}$$

$$\therefore 0.121 \leq p \leq 0.379$$

12-3 이 서점의 손님 100명 중에서 고등학생의 표본비율을 $\hat{p}$ 이라 하면

$$n=100, \hat{p}=\frac{80}{100}=0.8$$

이므로 이 서점의 전체 손님 중 고등학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$0.8 - 2.58 \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{100}} \leq p \leq 0.8 + 2.58 \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{100}}$$

$$\therefore 0.6968 \leq p \leq 0.9032$$

집중 연습

본문 | 112, 113쪽

1 (1) 모집단이 정규분포 $N(60, 16^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 16

이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(60, \frac{16^2}{16})$, 즉

$N(60, 4^2)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X}-60}{4}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로

$$P(\bar{X} \leq 56) = P\left(Z \leq \frac{56-60}{4}\right)$$

$$= P(Z \leq -1) = P(Z \geq 1)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5 - 0.3413 = 0.1587$$

(2) 모집단이 정규분포 $N(140, 16^2)$ 을 따르고 표본의 크기가

64이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(140, \frac{16^2}{64})$, 즉

$N(140, 2^2)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X}-140}{2}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로

$$P(136 \leq \bar{X} \leq 145) = P\left(\frac{136-140}{2} \leq Z \leq \frac{145-140}{2}\right)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 2.5)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2.5)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 2) + P(0 \leq Z \leq 2.5)$$

$$= 0.4772 + 0.4938 = 0.971$$

(3) 모평균이 86, 모표준편차가 10, 표본의 크기가 100이므로

표본평균 $\bar{X}$ 는 근사적으로 정규분포 $N(86, \frac{10^2}{100})$, 즉

$N(86, 1)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \bar{X} - 86$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$P(\bar{X} \geq 88) = P(Z \geq 88 - 86) = P(Z \geq 2)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

(4) 모평균이 67, 모표준편차가 18, 표본의 크기가 81이므로

표본평균 $\bar{X}$ 는 근사적으로 정규분포 $N(67, \frac{18^2}{81})$, 즉

$N(67, 2^2)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X}-67}{2}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로

$$P(69 \leq \bar{X} \leq 70) = P\left(\frac{69-67}{2} \leq Z \leq \frac{70-67}{2}\right)$$

$$= P(1 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1.5) - P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.4332 - 0.3413 = 0.0919$$

2 (1) 임의추출한 36명의 50 m 달리기 기록의 표본평균을 $\bar{X}$ 라

하면 모집단이 정규분포 $N(8.2, 2.4^2)$ 을 따르고 표본의 크

기가 36이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(8.2, \frac{2.4^2}{36})$, 즉

$N(8.2, 0.4^2)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X}-8.2}{0.4}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로 구하는 확률은

$$P(\bar{X} \leq 9) = P\left(Z \leq \frac{9-8.2}{0.4}\right) = P(Z \leq 2)$$

$$= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.5 + 0.4772 = 0.9772$$

(2) 임의추출한 25개의 무게의 표본평균을 $\bar{X}$ 라 하면 모집단이

정규분포 $N(85, 2.5^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 25이므로

표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(85, \frac{2.5^2}{25})$, 즉 $N(85, 0.5^2)$ 을

따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X}-85}{0.5}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로 구하는 확률은

$$P(\bar{X} \geq 85.5) = P\left(Z \geq \frac{85.5-85}{0.5}\right) = P(Z \geq 1)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5 - 0.3413 = 0.1587$$

(3) 임의추출한 36개의 수명의 표본평균을 $\bar{X}$ 라 하면 모집단이

정규분포 $N(45, 1.8^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 36이므로

표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(45, \frac{1.8^2}{36})$, 즉 $N(45, 0.3^2)$ 을

따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X} - 45}{0.3}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(44.55 \leq \bar{X} \leq 45.15) &= P\left(\frac{44.55 - 45}{0.3} \leq Z \leq \frac{45.15 - 45}{0.3}\right) \\ &= P(-1.5 \leq Z \leq 0.5) \\ &= P(-1.5 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1.5) + P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 0.4332 + 0.1915 = \mathbf{0.6247} \end{aligned}$$

- 3 (1) 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$324 - 1.96 \times \frac{30}{\sqrt{100}} \leq m \leq 324 + 1.96 \times \frac{30}{\sqrt{100}}$$

$$\therefore \mathbf{318.12 \leq m \leq 329.88}$$

- (2) 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$324 - 2.58 \times \frac{30}{\sqrt{100}} \leq m \leq 324 + 2.58 \times \frac{30}{\sqrt{100}}$$

$$\therefore \mathbf{316.26 \leq m \leq 331.74}$$

- 4 (1) 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$20 - 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{25}} \leq m \leq 20 + 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{25}}$$

$$\therefore \mathbf{18.432 \leq m \leq 21.568}$$

- (2) 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$20 - 2.58 \times \frac{4}{\sqrt{25}} \leq m \leq 20 + 2.58 \times \frac{4}{\sqrt{25}}$$

$$\therefore \mathbf{17.936 \leq m \leq 22.064}$$

- 5 표본의 크기가 2500으로 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본 표준편차 15를 사용할 수 있다.

- (1) 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$75 - 1.96 \times \frac{15}{\sqrt{2500}} \leq m \leq 75 + 1.96 \times \frac{15}{\sqrt{2500}}$$

$$\therefore \mathbf{74.412 \leq m \leq 75.588}$$

- (2) 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$75 - 2.58 \times \frac{15}{\sqrt{2500}} \leq m \leq 75 + 2.58 \times \frac{15}{\sqrt{2500}}$$

$$\therefore \mathbf{74.226 \leq m \leq 75.774}$$

- 6 표본의 크기가 400으로 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본 표준편차 10을 사용할 수 있다.

- (1) 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$100 - 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{400}} \leq m \leq 100 + 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{400}}$$

$$\therefore \mathbf{99.02 \leq m \leq 100.98}$$

- (2) 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$100 - 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{400}} \leq m \leq 100 + 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{400}}$$

$$\therefore \mathbf{98.71 \leq m \leq 101.29}$$

기초 개념 평가

본문 | 114, 115쪽

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 01 모집단 | 02 표본 |
| 03 복원추출, 비복원추출 | 04 모평균, 모분산 |
| 05 표본분산, $\bar{X}$ | 06 m |
| 07 $\frac{\sigma^2}{n}$ | 08 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ |
| 09 1.96, 1.96 | 10 2.58, 2.58 |
| 11 p | 12 $\frac{pq}{n}$ |
| 13 $\sqrt{\frac{pq}{n}}$ | 14 1.96, 1.96 |
| 15 2.58, 2.58 | |

기초 문제 평가

본문 | 116, 117쪽

- 1 $\neg$, $\vdash$. 전수조사가 어려우므로 표본조사가 더 적합하다.
 $\neg$, $\vdash$. 전수조사가 가능하다.
 따라서 표본조사가 더 적합한 것은 $\neg$, $\vdash$

- 2 모평균이 10, 모표준편차가 $\sqrt{16}=4$, 표본의 크기가 4이므로
 $E(\bar{X})=10$, $V(\bar{X})=\frac{4^2}{4}=4$
 $\therefore E(\bar{X})V(\bar{X})=10 \times 4 = \mathbf{40}$

- 3 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 7 \times \frac{1}{3} = 4$$

$$V(X) = 1^2 \times \frac{1}{3} + 3^2 \times \frac{1}{6} + 5^2 \times \frac{1}{6} + 7^2 \times \frac{1}{3} - 4^2 = \frac{19}{3}$$

이때 표본의 크기가 6이므로 $V(\bar{X}) = \frac{\frac{19}{3}}{6} = \frac{19}{18}$

$$\therefore V(3\bar{X}) = 3^2 V(\bar{X}) = 9 \times \frac{19}{18} = \frac{19}{2}$$

- 4 임의추출한 한 개의 공에 적힌 수를 확률변수 X 라 하고, X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$\therefore E(X) = 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

$$V(X) = 1^2 \times \frac{1}{4} + 2^2 \times \frac{1}{4} + 3^2 \times \frac{1}{4} + 4^2 \times \frac{1}{4} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

이때 표본의 크기가 3이므로

$$V(\bar{X}) = \frac{\frac{5}{4}}{3} = \frac{5}{12}$$

- 5 모집단이 정규분포 $N(50, 10^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 25이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(50, \frac{10^2}{25}\right)$, 즉 $N(50, 2^2)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X}-50}{2}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \leq 45) &= P\left(Z \leq \frac{45-50}{2}\right) \\ &= P(Z \leq -2.5) = P(Z \geq 2.5) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2.5) \\ &= 0.5 - 0.4938 = \mathbf{0.0062} \end{aligned}$$

- 6 모집단이 정규분포 $N(18, 4^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 16이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(18, \frac{4^2}{16}\right)$, 즉 $N(18, 1)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \bar{X} - 18$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(19 \leq \bar{X} \leq 20) &= P(19 - 18 \leq Z \leq 20 - 18) \\ &= P(1 \leq Z \leq 2) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.4772 - 0.3413 = \mathbf{0.1359} \end{aligned}$$

- 7 모집단이 정규분포 $N(85, 4^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 n 이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(85, \frac{4^2}{n}\right)$, 즉 $N\left(85, \left(\frac{4}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X}-85}{\frac{4}{\sqrt{n}}}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(\bar{X} \leq 84) = 0.0228$ 에서

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \leq 84) &= P\left(Z \leq \frac{84-85}{\frac{4}{\sqrt{n}}}\right) \\ &= P\left(Z \leq -\frac{\sqrt{n}}{4}\right) = P\left(Z \geq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) \\ &= P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) \\ &= 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) = 0.0228 \end{aligned}$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) = 0.4772$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이므로

$$\frac{\sqrt{n}}{4} = 2, \sqrt{n} = 8 \quad \therefore n = \mathbf{64}$$

- 8 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 2000 - 1.96 \times \frac{100}{\sqrt{100}} \leq m \leq 2000 + 1.96 \times \frac{100}{\sqrt{100}} \\ \therefore \mathbf{1980.4 \leq m \leq 2019.6} \end{aligned}$$

- 9 표본의 크기가 225로 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차 3을 사용할 수 있다.

따라서 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간의 길이는

$$2 \times 2.58 \times \frac{3}{\sqrt{225}} = \mathbf{1.032}$$

- 10 이 고등학교 학생 144명 중에서 태블릿 PC를 가지고 있는 학생의 비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $n=144$, $p=0.9$ 이므로

$$E(\hat{p}) = 0.9, \sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{144}} = 0.025$$

이때 표본비율 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포 $N(0.9, 0.025^2)$ 을

따르므로 확률변수 $Z = \frac{\hat{p}-0.9}{0.025}$ 는 표준정규분포 $N(0, 1)$

을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(\hat{p} \geq 0.95) &= P\left(Z \geq \frac{0.95-0.9}{0.025}\right) = P(Z \geq 2) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 = \mathbf{0.0228} \end{aligned}$$

- 11 이 자격증 시험의 응시자 100명 중에서 합격한 사람의 비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $n=100$, $p=0.36$ 이므로

$$E(\hat{p}) = 0.36, \sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{0.36 \times 0.64}{100}} = 0.048$$

이때 표본비율 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포 $N(0.36, 0.048^2)$ 을

따르므로 확률변수 $Z = \frac{\hat{p}-0.36}{0.048}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$

을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(0.312 \leq \hat{p} \leq 0.408) \\ &= P\left(\frac{0.312-0.36}{0.048} \leq Z \leq \frac{0.408-0.36}{0.048}\right) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 1) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2 \times 0.3413 = \mathbf{0.6826} \end{aligned}$$

- 12 파종한 n 개의 씨앗 중에서 발아한 씨앗의 비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $\hat{p}=0.8$

모비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간의 길이가 0.1 이하가 되어야 하므로

$$2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{n}} \leq 0.1$$

$$\sqrt{n} \geq 15.68, n \geq 245.8624$$

따라서 구하는 n 의 최솟값은 **246**

Handwriting practice lines consisting of 20 sets of horizontal dotted lines on a white background.

Handwriting practice lines consisting of 20 sets of three horizontal dotted lines (top, middle, and bottom) for letter height guidance.

Handwriting practice lines consisting of 20 sets of three horizontal dotted lines (top, middle, and bottom) for letter height guidance.

Handwriting practice lines consisting of 20 sets of three horizontal dotted lines (top, middle, and bottom) for letter height guidance.